

*А. И. Скоморохова**

МЕТОДЫ РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНЫХ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛОВ

Композиционные материалы находят широкое применение практически во всех областях промышленности. Это гетерогенные материалы, имеющие в своем составе два или более взаимно нерастворимых компонентов. Интерес к ним обусловлен тем, что композиты отличаются наличием большого набора полезных, а в некоторых отношениях, и уникальных свойств, которые дают им преимущество в сравнении с традиционными конструкционными материалами. Интерес к ним обусловлен возможностью подбора оптимальных физико-механических свойств для конкретного изделия, причем получаемые характеристики могут значительно превосходить характеристики обычных материалов.

Пористый материал можно рассматривать как композит, у которого в качестве одного из компонентов выступает пустота в виде пор, полостей или каналов. Помимо непосредственного применения таких материалов в качестве фильтров, демпфирующих и теплоизоляционных материалов, на основе таких материалов можно создавать широкий ассортимент композитов со свойствами, получаемыми в результате заполнения свободного пространства определенными компонентами. Все это делает вопрос изготовления изделий из пористых материалов достаточно актуальным и перспективным для дальнейшего рассмотрения.

Наглядно изучать и формировать требуемые параметры пористого материала позволяет технология трехмерной печати посредством которой можно создавать различные экспериментальные модели для дальнейшей оценки присущих им свойств и механического поведения в процессе изготовления и эксплуатации. Особое место в комплексе физико-механических свойств таких материалов занимают модули упругости. Их значения во многом определяют сферу использования рассматриваемого материала. Расчет модулей упругости позволит сократить затраты времени и средств на проектирование и испытание

* Работа выполнена под руководством канд. техн. наук, доц. ФГБОУ ВО «ПГТУ» А. О. Глебова.

изделий, а также сделает возможным провести достоверную оценку эффективности и надежности в эксплуатационных условиях.

Чаще всего, для создания пористой структуры неметаллических деталей применяется программное обеспечение 3D-принтеров на этапе подготовки управляющей программы. В этой связи актуальна задача предсказания механических свойств изделия в зависимости от типа и процента внутреннего заполнения.

Сложность расчетов заключается в том, что модули упругости гетерогенной среды меняются скачкообразно при прохождении через поверхность раздела. Например, прямое использование метода конечных элементов для анализа напряженно-деформированного состояния тел с внутренней пористой структурой приводит к чрезмерному объему вычислений, поскольку шаг дискретизации расчетной области на конечные элементы должен быть соизмерим с толщиной твердофазного каркаса. Кроме того, даже трехмерное геометрическое моделирование подобных тел сопряжено со значительными трудностями.

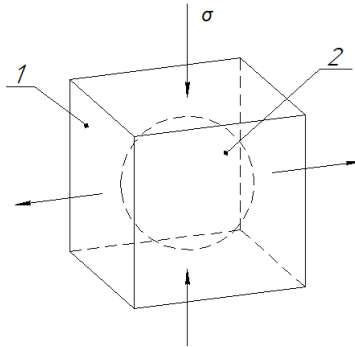
Для решения этих проблем применяется гипотеза континуума, суть которой заключается в статистическом осреднении свойств на некотором масштабе длины. При этом масштаб неоднородности (характерный размер пор) должен быть значительно меньше масштаба длины осреднения [1]. Полученные таким образом осредненные упругие свойства называются эффективными. В связи с этим представляет интерес исследование влияния масштаба длины осреднения на точность определения эффективных модулей упругости по континуальной гипотезе.

При работе с пористыми материалами необходимо выявление зависимости их эффективных модулей упругости от параметров пористой структуры, таких как средняя плотность, форма и распределение пор по размерам [2].

Исследование упругих свойств таких материалов требует нахождения эффективных модулей объемного сжатия (растяжения) и сдвига. С этой целью решаются задачи об упругом деформировании некоторого выделенного объема в материале (представительной ячейки) под действием всестороннего сжатия и чистого сдвига.

Идеализированную модель представительной ячейки можно изобразить как показано на рис. 1.

Эта модель соответствует пористому материалу со сферическими полостями, подвергнутому чистому сдвигу, возникающему под действием поверхностных напряжений σ в двух взаимно перпендикулярных направлениях.



**Рис. 1. Идеализированная модель чистого сдвига
представительной ячейки:**

1 – твердая фаза; 2 – сферическая полость

Моделирование условий всестороннего сжатия пористого материала также является сложной задачей из-за того, что различные точки представительной ячейки в реальности будут деформироваться неодинаково. Поэтому представленная модель хорошо подходит для экспериментальных исследований, но теоретические расчеты будут довольно сложными и сопровождаться значительными допущениями и погрешностями.

Достаточно удобная расчетная модель описывается в работе [3]. Для выявления расчетных зависимостей при всестороннем сжатии (растяжении) авторы предлагают представлять тело с пористой структурой в виде элементарного объема, у которого твердая фаза образует связанный непрерывный каркас с хаотично ориентированными цилиндрическими пустотами, которые испытывают однородную деформацию. Для описания процесса чистого сдвига предполагается, что представительная ячейка кубической формы имеет в центре объема полость в виде куба. Это позволило получить следующие соотношения для определения эффективных модулей объемного сжатия и сдвига:

$$K = \frac{4}{3} \mu_0 \frac{(1 + \nu_0) \alpha}{2(1 - 2\nu_0) + (1 + \nu_0)(1 - \rho)}, \quad (1)$$

$$\mu = \rho \mu_0, \quad (2)$$

где ν_0 – коэффициент Пуассона; α – доля деформируемого объема, равная отношению деформируемого объема к полному объему пори-

стого тела; ρ – относительная плотность; μ_0 – модуль сдвига материала, Па.

Формула (2) выведена из условия равенства потенциальных энергий деформаций представительной ячейки и ее аналога с эффективными свойствами.

Прогнозирование упругих свойств с применением этих зависимостей дало результаты, достаточно близкие к данным, полученным экспериментальным путем, что подтверждает справедливость такой методики расчета эффективных модулей упругости для некоторых пористых материалов.

Очевидный недостаток аналитических методов расчета эффективных модулей упругости связан с вынужденным упрощением геометрии представительной ячейки. Например, аналитический расчет всестороннего сжатия кубической ячейки со сферической полостью вызывает серьезные затруднения, преодолеть которые можно с использованием численных методов.

Широкое разнообразие пористых материалов требует проведения дополнительных экспериментальных и теоретических исследований, которые позволят разработать новые методики расчета для выявления зависимостей и дальнейшего прогнозирования упругих свойств материалов с пористой структурой, отличной от рассмотренной в статье.

Список литературы

1. Christensen, R. M. *Mechanics of Composite Materials* / R. M. Christensen. – NY etc. : Wiley, 1979.
2. Андрейко, О. С. Исследование влияния параметров пористости среды на эффективный модуль упругости / О. С. Андрейко, Ю. Н. Сидоренко // *Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики : материалы VIII Всерос. молодежной науч. конф.* – Томск : Изд-во Национального исследовательского Томского государственного университета, 2019. – С. 48 – 58.
3. Краснощеков, П. И. Упругие модули изотропных порошковых и пористых материалов / П. И. Краснощеков, А. Ф. Федотов // *Вестник Самарского государственного технического университета. Сер.: Физико-математические науки.* – Самара : Изд-во Самарского государственного технического университета, 2006. – № 43. – С. 81 – 87.

*Кафедра «Компьютерно-интегрированные системы
в машиностроении» ФГБОУ ВО «ТГТУ»*