УДК 675.053.3

Д.В. Ширшов*

ДИНАМИКА СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ ОБРАБАТЫВАЮЩЕЙ СИСТЕМЫ РОТОРНЫХ МАШИН

Практика показывает, что возникновение колебаний рабочих органов роторных машин является основной причиной, лимитирующей возможность повышения скоростных режимов и качества осуществления технологической операции. В связи с этим, только раскрытие взаимосвязей выходных параметров машины с качеством выполняемой ею операции позволит находить такие решения, когда износ, деформация рабочих органов будут оказывать минимальное влияние на эксплуатационные показатели роторной машины. Это в свою очередь предполагает исследования по выявлению и устранению факторов, вызывающих не допустимые величины вибраций рабочих органов и обрабатывающей системы роторных машин, под которой для многих роторных машин понимается система двух горизонтально расположенных валов с упругим слоем между ними, являющимся обрабатываемым материалом.

Один из валов, являющийся наиболее виброактивным и имеющий большую угловую скорость, предназначен для непосредственной обработки материала; второй вал предназначен для транспортировки материала, а также служит в качестве опорной поверхности, на которой происходит процесс обработки. Исследование динамических свойств обрабатывающей системы сводится к расчетам ее свободных и вынужденных колебаний и выбору параметров, обеспечивающих стабильность качества обработки материала.

---

* Работа выполнена под руководством канд. техн. наук, доц. ТГТУ В.И. Галаева.

Практический интерес представляет задача определения динамических характеристик обрабатывающей системы, у которой учитывается изгиб одного из валов, а другой считается жестким из соображений обеспечения цилиндрической формы поверхности, на которой обрабатывается материал.

Собственные частоты обрабатывающей системы в предположении абсолютной жесткости валов определяются из уравнений [1]:

$$m_1 m_2 \omega^4 - \left[m_1(2c_2 + cl) + m_2(2c_1 + cl)\right]\omega^2 + 2(c_1 + c_2)cl + 4c_1 c_2 = 0, \qquad (1)$$

$$24B_1 B_2 \omega^4 - 2\left[B_1(6c_2 + cl) + B_2(6c_1 + cl)\right] l^2 \omega^2 + (c_1 + c_2)cl^5 + 6c_1 c_2 l^6 = 0, \qquad (2)$$

где m_1, m_2, B_1, B_2 – собственно массы и эквивалентные моменты инерции валов; c_1, c_2 – жесткости опор валов; l – длина валов; c – жесткость единицы длины обрабатываемого материала.

Уравнения для определения собственных частот колебаний с учетом изгиба обоих валов приведены в работе [2].

Чтобы иметь возможность оценить поведение одного из валов обрабатывающей системы как жесткого или с учетом изгиба, необходимо получить уравнения для определения собственных частот указанной системы.

Кинетическая и потенциальная энергия системы равны

$$T = \frac{1}{2}\int_0^l \rho_1 \left[\frac{\partial y_1(x,t)}{\partial t}\right]^2 dx + \frac{1}{2} m_2 [\dot{y}_2(t)]^2 + \frac{1}{2} B_2 [\dot{\varphi}_2(t)]^2 + T_0,$$

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_0^l E_1 I_1 \left[\frac{\partial^2 I_1(x,t)}{\partial x^2}\right]^2 dx + \frac{1}{2} c_1 \left[y_1(0,t)^2 + y_1(l,t)^2\right] +$$
$$+ c_2\left[y_2(t)^2 + \frac{l^2 \varphi_2(t)^2}{4}\right] + \frac{1}{2}\int_0^l c\left[y_1(x,t) - y_2(t) - \left(\frac{l}{2} - x\right)\varphi_2(t)\right]^2 dx + \Pi_0,$$

где E_1, I_1, ρ_1 – изгибная жесткость и масса единицы длины вала 1; $y_1(x,t), y_2(t)$ – динамические смещения сечения вала 1 и центра масс вала 2 в плоскости колебаний; $\varphi_2(t)$ – угол поворота вала 2 в указанной плоскости; T_0, Π_0 – выражения, содержащие слагаемые, не зависящие от переменных $y_1(x,t), y_2(t), \varphi_2(t)$.

Уравнения движения исследуемой системы имеют вид:

$$E_1 I_1 \frac{\partial^4 y_1(x,t)}{\partial x^4} + \rho_1 \frac{\partial^2 y_1(x,t)}{\partial t^2} + c\left[y_1(x,t) - y_2(t) - \left(\frac{l}{2} - x\right)\varphi_2(t)\right] = 0, \qquad (3)$$

$$m_2 \ddot{y}(t) + (2c_2 + cl) y_2(t) - c\int_0^l y_1(x,t)\,dx = 0, \qquad (4)$$

$$B_2 \ddot{\varphi}_2(t) + \frac{(6c_2 + cl) l^2 \varphi_2(t)}{12} - cl\int_0^l y_1(x,t)\frac{dx}{2} + c\int_0^l x y_1(x,t)\,dx = 0, \qquad (5)$$

Граничные условия: $y_1''(0,t) = y_1''(l,t) = 0,\ y_1'''(0,t) = -\alpha_1 y_1(0,t),\ y_1'\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0$ (при определении частот симметричных колебаний); $y_1''(0,t) = 0,\ y_1'''(0,t) = -\alpha_1 y_1(0,t),\ y_1\left(\frac{l}{2}, t\right) = y_1''\left(\frac{l}{2}, t\right) = 0$ (при определении частот асимметричных колебаний); $\alpha_1 = \frac{c_1}{E_1 I_1}$.

Решение системы уравнений (3) – (5) ищем в виде $y_1(x,t) = \ = A_1(x)\sin\omega t,\ y_2(t) = A_2 \sin\omega t,\ \varphi_1(t) = D_2 \sin\omega t$. Выполнив преобразования, предусмотренные в указанных уравнениях, получим следующие уравнения собственных частот колебаний.

Уравнения частот симметричных колебаний имеют вид:

$$\lambda\left\{\lambda^4\left[2\alpha_2+\alpha-\xi\left(\lambda^4+\lambda\right)\right]+\lambda\right\}\left[\lambda^3\left(\operatorname{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}+\sin\frac{\lambda}{2}\operatorname{ch}\frac{\lambda}{2}\right)-2\beta_1\operatorname{ch}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}\right]+\ +2\alpha^2\beta_1\left(\operatorname{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}+\mathrm{c}h\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\lambda}{2}\right)=0, \tag{6}$$

где $\lambda^4=\dfrac{\left(\rho_1\omega^2-c\right)l^4}{E_1I_1}$, $\alpha=\dfrac{cl^4}{E_1I_1}$, $\beta_1=\dfrac{c_1l^3}{E_1I_1}$, $\alpha_2=\dfrac{c_2l^4}{E_1I_1}$, $\xi=\dfrac{m_2}{\rho_1l}$.

Уравнения частот ассиметричных колебаний имеют вид:

$$\lambda\left\{\lambda^4\left[6\alpha_2+\alpha-\gamma\left(\lambda^4+\alpha\right)\right]+\alpha^2\right\}\left[\lambda^3\left(\sin\frac{\lambda}{2}\operatorname{ch}\frac{\lambda}{2}-\cos\frac{\lambda}{2}\operatorname{sh}\frac{\lambda}{2}\right)-2\beta_1\operatorname{sh}\frac{\lambda}{2}\sin\frac{\lambda}{2}\right]+\ +6\lambda^2\beta_1\left(\sin\frac{\lambda}{2}\operatorname{ch}\frac{\lambda}{2}-\operatorname{sh}\frac{\lambda}{2}\cos\frac{\lambda}{2}\right)=0, \tag{7}$$

где $\gamma=\dfrac{12B_2}{\rho_1l^3}$.

Из уравнений (6), (7) при определенных предположениях относительно жесткостных характеристик обрабатывающей системы роторных машин могут быть получены уравнения собственных частот элементов этой системы.

Анализ динамических процессов, происходящих в рабочих органах роторных машин, во многом определяет рациональность и эффективность совершенствования их конструкций, от которых зависит решение вопросов управления и оптимизации технологической операции указанного типа машин.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Галаев, В.И. Анализ колебаний валов строгальных машин с учетом зазоров в подшипниках ноисевого вала / В.И. Галаев, В.В. Крамышкин, А.Г. Бурмистров // Изв. вузов. Технологии легкой промышленности. – 1985. – № 5. – С. 106 – 109.
2. Галаев, В.И. Свободные колебания двух валов с упругой связью / В.И. Галаев, Ю.В. Кулешов, А.Ю. Тарасов // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – Тамбов, 1997. – Т. 3, № 3. – С. 311 – 314.

Кафедра "Теоретическая механика", ТГТУ