

В.И. Галаев, Ю.В. Шарый

Эквивалентная жесткость обрабатываемого  
материала с кусочно-линейной упругой  
характеристикой

Обрабатываемый на роторных машинах материал влияет на вибронгруженность их рабочих органов, которая существенно определяет в итоге качество обработки и физико-механические свойства его поверхности. Например, качество обработки кожевенного полуфабриката на строгальных машинах во многом определяет основные показатели качества готовых кож и, в первую очередь, их сортность, зависящую от наличия и величин дефектов на кожах [1].

Одним из направлений совершенствования конструкций роторных машин является решение задачи исследования взаимодействия рабочих органов машин с обрабатываемым материалом, которое возможно при условии знания его упругих свойств, реализуемых при обработке.

При определении упругости кожевенного полуфабриката на сжатие были получены два участка, различающихся по жесткости, которые могут быть аппроксимированы линейными функциями (рис. 1). Сопоставительный анализ толщин полуфабриката до строгания, строганого полуфабриката и технологического зазора между валами показывает, что величина предварительного сжатия полуфабриката практически соответствует точке перехода с одного участка кривой упругости на другой (точка  $a_n$  на рис. 1).

С учетом того, что вынужденные колебания валов роторной строгальной машины происходят около их равновесного положения, получаем, что в процессе колебаний валов деформация сжатия полуфабриката между валами будет соответствовать участкам I и II характеристики упругости. Поэтому возникает задача определения эквивалентной жесткости на сжатие полуфабриката, учитывающей его жесткости на участках I и II.

Расчетная схема для определения эквивалентной жесткости полуфабриката приведена на рис. 1, где  $c_1$ ,  $c_2$  – величины его жесткостей на участках I и II соответственно;  $F_0$  – усилие предварительного сжатия

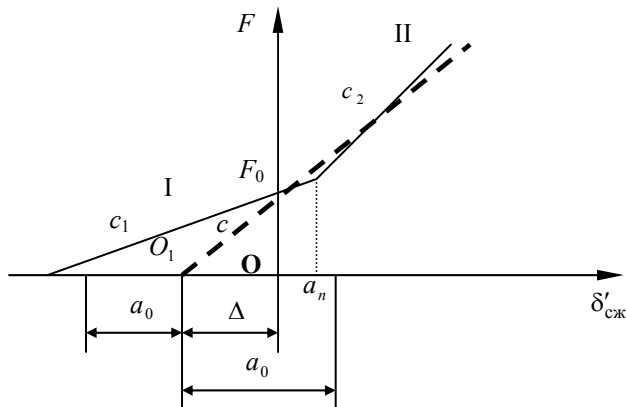


Рис. 1 Упругая характеристика кожевенного полуфабриката при сжатии

полуфабриката между валами, действующее на торцевую грань винтового ножа;  $a_0$  – амплитуда относительных колебаний валов;  $\Delta$  – смещение центра колебаний, обусловленное предварительным сжатием полуфабриката между валами и несимметричностью его упругой характеристики;  $F$  – кусочно-линейная функция, аппроксимирующая характеристику упругости.

Требуется заменить характеристику упругости на сжатие полуфабриката линейной, проходящей через точку  $O_1$  (центр колебаний) и наименее уклоняющуюся от исходной. Запишем представления функции  $F$  на участках I и II.

На участке I:  $F = c_1 \delta'_{сж} + F_0$ .

На участке II:  $F = c_2 \delta'_{сж} + (c_1 - c_2) a_n + F_0$ .

Деформация сжатия полуфабриката связана с величиной  $\delta'_{сж}$  соотношением

$$\delta_{сж} = \delta_{сж}^0 + \delta'_{сж}.$$

В процессе колебаний валов переменная  $\delta'_{сж}$ , которая представляет отклонение деформации сжатия полуфабриката от величины  $\delta_{сж}^0$  его деформации в равновесном положении валов, будет изменяться периодически:

$$\delta'_{сж} = -\Delta + a_0 \sin \omega t,$$

где  $\omega$  – частота колебаний.

В соответствии с методом Ритца эквивалентная жесткость  $c$  на сжатие полуфабриката определяется из соотношения [2]

$$c = \left( \int_0^{2\pi} F \sin z dz \right) / \pi a_0, \quad z = \omega t. \quad (1)$$

В формуле (1) необходимо расставить пределы интегрирования, соответствующие первому и второму участкам функции  $F$ .

$$c = \left[ \int_0^{z_1} F \sin z dz + \int_0^{\pi-z_1} F \sin z dz + \int_{\pi-z_1}^{2\pi} F \sin z dz \right] / \pi a_0. \quad (2)$$

В первый и третий интегралы формулы (2) необходимо подставлять аналитическое выражение для функции  $F$  на первом участке, во второй интеграл – выражение этой функции на втором участке. Величина  $z_1$  определяется из уравнения

$$a_0 \sin z_1 - \Delta = a_n$$

или

$$z_1 = \arcsin[(a_n + \Delta) / a_0].$$

Учитывая, что величина  $a_n$  близка к нулю, так как деформация полуфабриката в равновесном положении валов, как указывалось выше, практически соответствует точке излома его упругой характеристики, а величина  $\Delta < a_0$ , причем

$$\sin z_1 \approx z_1, \quad \cos z_1 \approx 1 - z_1^2 / 2, \quad z_1 \approx (a_n + \Delta) / a_0.$$

Взаимосвязь усилия предварительного сжатия полуфабриката  $F_0$  между валами, приходящегося на винтовой нож, амплитуды колебаний  $a_0$  и смещения центра колебаний  $\Delta$  устанавливается из соотношения

$$F_0 = \left( \int_0^{2\pi} F dz \right) / 2\pi. \quad (3)$$

Выполняя в формулах (2) и (3) интегрирование, получим:

$$c = [2(c_1 - c_2)(\Delta + a_n) + (c_1 + c_2)\pi a_0 / 2 - (c_1 - c_2)(a_n + \Delta)^3 / 2a_0^2] / \pi a_0; \quad (4)$$

$$(c_1 - c_2)[(2a_n\Delta - a_n^2 - \Delta^2) / 2\pi a_0 + a_n / 2 - a_0 / \pi] - (c_1 + c_2)\Delta / 2 = 0. \quad (5)$$

В соотношениях (4) и (5) можно опустить члены вида  $a_n^k \Delta^m / a_0^n$  ( $k = 1, 2, 3; m = 0, 1, 2, 3; n = 1, 2, 3$ ), так как  $a_n$  мало. Тогда в соответствии с выражением (5), учитывая, что  $\Delta / a_0 < 1$ , получим

$$\frac{\Delta}{a_0} = \frac{\pi(c_1 + c_2) - \sqrt{\pi^2(c_1 + c_2)^2 - 8(c_2 - c_1)^2}}{2(c_2 - c_1)}.$$

Эквивалентная жесткость

$$c = \frac{c_1 + c_2}{2} + \frac{\pi(c_1 + c_2)[\pi^2(c_1 + c_2)^2 - 10(c_2 - c_1)^2] - \dots}{4\pi(c_2 - c_1)^2} \rightarrow \dots$$

$$\dots \rightarrow \frac{-[\pi^2(c_1 + c_2)^2 - 6(c_2 - c_1)^2]\sqrt{\pi^2(c_1 + c_2)^2 - 8(c_2 - c_1)^2}}{4\pi(c_2 - c_1)^2}.$$

(6)

Таким образом, эквивалентная жесткость  $c$ , определяемая в соответствии с формулой (6), может быть принята в качестве расчетного коэффициента жесткости на сжатие полуфабриката кожи.

Коэффициент жесткости единицы длины обрабатываемого полуфабриката, который численно равен величине плотности равномерно распределенной нагрузки, необходимой для получения единичной деформации сжатия полуфабриката, определяется как отношение жесткости  $c$  к расстоянию  $l_0$  между соседними точками контактов винтовых ножей с полуфабрикатом:  $c_0 = c / l_0$ .

Так как ширина обрабатываемого полуфабриката кожи всегда меньше длины валов по опорам, то при исследовании колебаний валов роторных строгальных машин в качестве исходного коэффициента жесткости  $c_n$  единицы длины упругого слоя между валами, приведенного к длине валов, необходимо принять  $c_n = cB / l_0$ , где  $B$  – ширина полуфабриката;  $l$  – длина валов по опорам.

Установление механических характеристик материалов, обрабатываемых на роторных машинах, дает возможность исследовать работу машин с учетом свойств материалов и позволяет оценить на этапе проектирования их эксплуатационные показатели.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Галаев, В.И. Возможные направления повышения качества операции строгания кож / В.И. Галаев, В.В. Карамышкин // Кожевенно-обувная промышленность. 1986. № 9. С. 34 – 36.
- 2 Бабаков, И.М. Теория колебаний : учеб. пособие для втузов / И.М. Бабаков. М. : Наука, 1968. 560 с.