УДК 681.324

АНАЛИЗ ЖИВУЧЕСТИ ИНФОРМАЦИОННЫХ СЕТЕЙ

Ю.Ю. Громов[1], Д.Е. Винокуров[1], Т.Г. Самхарадзе[2], И.И. Пасечников[3]

Кафедра «Информационные системы», ТГТУ (1);
Московский инженерно-физический институт (2);
Тамбовский военный авиационный инженерный институт (3)

Ключевые слова и фразы: детерминированная; живучесть; информационные сети; процедурная модель живучести; радиальная топология; радиально-кольцевая топология; стохастическая процедурная модель.

Аннотация: Рассмотрена общая процедурная модель оценки живучести информационных сетей, позволяющая оценить как структурную (количество исправно работающих после воздействия внешних неблагоприятных факторов транзитных узлов сети, центрального управляющего узла, коммуникационных каналов), так и функциональную живучесть информационной сети (перераспределение потоков в сети после воздействия внешних неблагоприятных факторов). Процедурная модель помогает выявлять основные недостатки проектируемой или эксплуатируемой сети и принимать решения по их устранению.

Введение

Информационные сети, в силу своего исторического развития [1], представляют собой распределенные, сложные структуры. Они составляют базу для управленческой инфраструктуры региона (местности, производственного комплекса), от их состояния и качества функционирования зависит не только существующий уровень экономического развития, но и возможности его дальнейшего роста. Простое поддержание таких сетей в рабочем состоянии предполагает постоянное внимание и сопряжено с несимволическими затратами (как материальными, так, например и человеческими ресурсами). Информационная сеть (**ИС**) представляет собой многоуровневую иерархическую структуру, включающую в себя множество узлов, связанных между собою определенным образом [1]. Свойство уязвимости присуще такой конструкции, в которой за счет многочисленных узлов и связей между ними (учитывая, что нормальное функционирование нескольких узлов иерархической сети возможно только при нормальном функционировании одного основного узла, называемого управляющим) нередко проявляется «каскадный эффект», когда сбой в каком-либо одном месте провоцирует перегрузки и выход из строя других элементов сети.

Проектирование новых сетей и развитие уже существующих связано с проблематикой принятия решений по использованию имеющихся сетевых систем: управлению потоками, распределению ресурсов между узлами. Перечисленные проблемы тесно связаны с задачей определения связности и живучести существующей или проектируемой ИС.

В работах авторов [1 – 8] указано, что большинство ИС на этапе зарождения проектировались как сети с радиальной либо кольцевой топологией. Дальнейшее совершенствование сетевых структур и повышение требований к живучести привело к объединению двух этих основных типов в радиально-кольцевую топологию [1, 2]. Для решения задачи допустимости сети и подробного анализа ИС на связность и живучесть применяют разделение сложной графовой модели на несколько более простых для анализа сегментов. В работах авторов [1 – 4] показано, что исследование структурной живучести ИС (живучести отдельных компонентов системы) лучше моделировать на детерминированном уровне. Данный подход также может быть использован для определения структуры требований на передачу потоков в сегменте ИС с радиально-кольцевой топологией.

Общую процедурную модель исследования живучести ИС целесообразно разбить на три модели – детерминированную на радиальной топологии, детерминированную на радиально-кольцевой топологии и стохастическую процедурные модели. Необходимость использования методов теории стохастических процессов обусловлена тем, что в функционировании ИС всегда присутствует элемент неопределенности, порожденный случайностным характером формирования продуктового потока (под воздействием неблагоприятных факторов ИС непредсказуемым образом разбивается на неизвестное количество сегментов, о параметрах которых можно высказывать только вероятностные соображения).

1. Процедурная модель живучести детерминированной информационной сети с радиальной топологией

Рассмотрим процедурную модель информационной сети (**ИС**) на примере сети передачи данных (**СПД**) с радиальной топологией (как известно, частный случай древовидной структуры), изображенной на рис. 1.

Предполагается, что искомая СПД имеет продуктивные способности, достаточные для своевременной доставки информации к транзитным узлам (**ТУ**) или структурным элементам (**СЭ**) от центрального управляющего узла (**ЦУУ**) за единицу времени.

Положим заданными следующие допущения.

1. В ИС решается множество задач за установленные директивные сроки.

2. ИС имеет радиальную топологию с ЦУУ и ТУ взаимодействующие по коммуникационным каналам (**КК**).

3. Каждый ТУ представляет собой узел одного варианта.

4. Каждая задача может быть реализована только на одном ТУ.

5. Производительность ТУ в каждом сегменте должна обеспечивать выполнение всех задач, поступивших от ЦУУ.

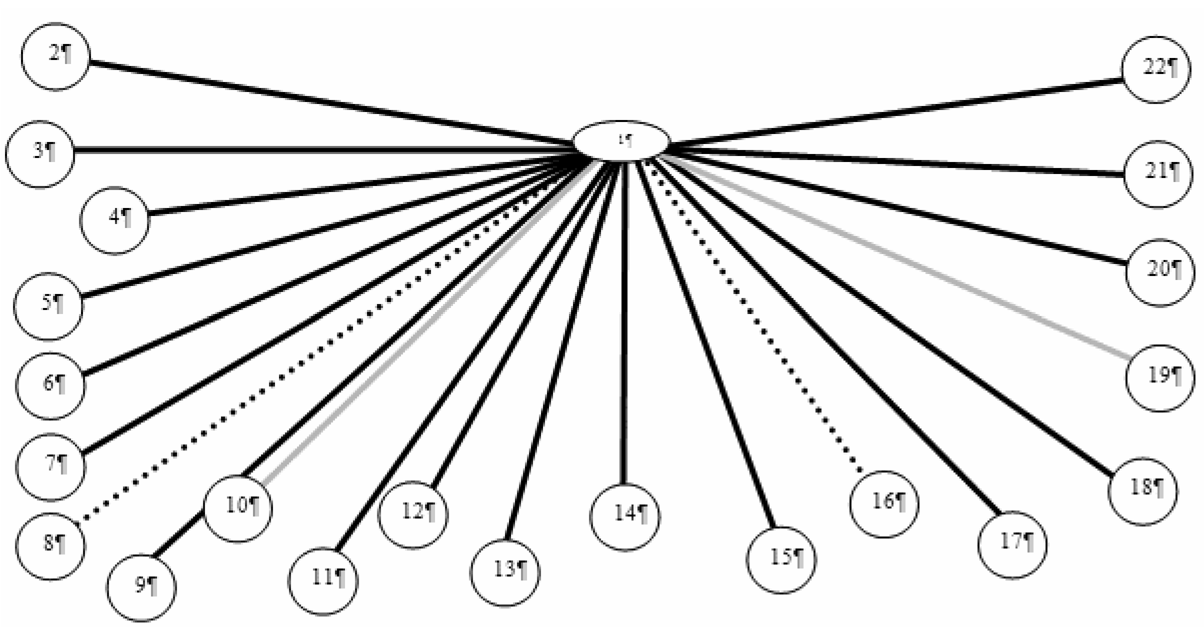

Рис. 1. Схема ИС с радиальной топологией:
1 – ЦУУ, *2 – 22* – ТУ

6. Время выполнения любой задачи не должно превышать заданный директивный срок.

7. Живучесть ИС обеспечивается наличием некоторых значений минимальных значений безотказно действующих ТУ и КК.

Используя вышеприведенные допущения 1 – 7, построим процедурную модель живучести ИС радиальной топологии, выделив следующие этапы.

1. Задается множество $H = \{1,...,i,...,m\}$ сложных задач, где при выполнении каждой из них необходимо отработать V_i объема информации за директивные сроки d_i.

2. ИС состоит из L ТУ, $L = \{1,...,l,...,L\}$, r-го варианта построения, $R = \{1,...,r,...a_1\}$, производительностью W_r, байт/с, и r вариантов, $R' = \{1,...,r,...,a_2\}$, построения КК.

3. Обозначив через Y_{lr} ценность ТУ варианта r, расположенного в l-том сегменте, образуем сумму $\sum\limits_{r \subset R} Y_{lr}$, расположенных в сегменте l.

4. По п. 3 $\sum\limits_{r \subset R} Y_{lr} = 1$, следовательно:

$$Y_{lr} = \begin{cases} 1, \text{ если в } l \text{ сегменте находится } r\text{-тый вариант ТУ,} \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$\sum_{r \subset R} Y_{lr} = 1. \tag{1}$$

5. Аналогичным образом, ценность X_{ilt} i-й задачи, реализуемой на l-том ТУ за t-й интервал времени, удовлетворяет условию:

$$X_{ilt} = \begin{cases} 1, \text{ если } i\text{-я задача реализуется на } l\text{-том ТУ в } t\text{-м интервале времени,} \\ 0, \text{ в противном случае,} \end{cases}$$

$$\sum_{l=1}^{L} \sum_{t=1}^{T} X_{ilt} = 1. \tag{2}$$

6. Ограничение, налагаемое п. 5 приводит к соотношению:

$$\sum_{i \subset H} \sum_{t=1}^{T} V_i X_{ilt} \le \sum_{r \subset R} T W_r Y_{lr}, \quad где\ T = \max d_i . \tag{3}$$

7. Время выполнения любой задачи $i \subset H$ всей ИС не должно превышать директивный срок $\sum_{l=1}^{L}\sum_{t=1}^{T}\tau_t X_{ilt} \le d_i$, где τ_t – длина t-го интервала времени.

Безотказная работа ТУ r-го варианта в течение времени $T = \max d_i$ определяется формулой

$$P_r(T) = \sum_{k=0}^{q_r} C_{n_r} P^k (1-P)^{n_r - k}, \quad (r \subset R), \tag{4}$$

где $p = 1 - e^{\lambda_r t}$; q_r – максимально допустимое число отказавших элементов ТУ r-го типа; n_r – число элементов в момент времени $t = 0$; λ_r – интенсивность отказов компонентов ТУ r-го варианта; $P_r(T)$ – показатель безотказной работы ТУ.

Безотказная работа КК после воздействия НФ (живучесть КК) согласно [1] определяется с помощью выражения

$$P_{ж}^{*}(T) = \frac{\mu_{\acute{y}}\left(\mu_{\acute{y}} nk - 2\pi\lambda\right)}{\mu_{\acute{y}}\left(\mu_{\acute{y}} n\cdot n - 2\pi\lambda\right) + P_{nc}V_{\acute{y}}\pi(2\mu_{\acute{y}} n \cdot n - \pi\lambda)}, \tag{5}$$

где n и k – соответственно минимально-допустимые числа исправно работающих ЦУ и КК; $\mu_{\acute{y}} = \dfrac{W(T)}{W^0}$ – относительная текущая интенсивность обслуживания заявок (W^0 – номинальное значение интенсивности); π – средняя длина маршрута ИС; P_{nc} – коэффициент поражения ИС от НФ; λ – суммарный объем исходящей за пределы ИС информации; $V_э = \dfrac{V(T)}{V^0}$ – относительная интенсивность старения информации.

Для успешной реализации задачи в течение времени T требуется, чтобы живучесть ИС удовлетворяла соотношению

$$\sum_{r \subset R} P_{ж_r}(T) Y_{lr} \ge P_{ж}^{*}, \quad l = \overline{1, L}. \tag{6}$$

Из выражения (5) с учетом соотношения (6), допущений 1 – 7, заданных нами ранее, и работ [4], [2], [5], [6] видно, что физические структуры ИС с радиальной топологией обладают плохими характеристиками живучести. Таким образом, для увеличения параметра живучести ИС в математическую модель структуры ИС необходимо добавить так называемый «укрепленный» [2], [4] граф, объединяющий оконечные вершины в кольцо, и произвести анализ полученной сложной структуры по распределению потоков. Рассмотрим принципиальную схему функционирования ИС.

2. Процедурная модель живучести детерминированной информационной сети с радиально-кольцевой топологией

Принципиальная схема функционирования ИС задается с помощью двух графов на одном и том же множестве вершин-узлов сети. Первый граф – физический – определяет физическую структуру сети, его ребра соответствуют реальным линиям связи. Вершины графа, исходя из специфики рассматриваемой сети, являются транзитными.

Нетранзитными являются узлы логического графа сети, определяющего структуру требований на передачу потоков в сети. Предположим следующие допущения.

1. Ребра логического графа объединяют соседние друг другу вершины в тяготеющие пары p_i.

2. Если известна количественная мера требований, – заявки на потоки тяготеющих пар, – то ребрам логического графа приписываются соответствующие числа d_i единиц потока для заданной пары p_i.

3. Соответственно, в тех же единицах потока измеряется и пропускная способность ребер физического графа c_k. Смысл задачи распределения потоков в сети – проложить по ребрам физического графа пути для всех пар узлов, соединенных ребрами логического графа.

4. Необходимо также учитывать физические ограничения по пропускной способности канала и логическим ограничениям по одновременному обеспече-

нию требований всех источников информационных потоков сети, т.е. соблюдать требование допустимости сети. Задача анализа ИС зависит от двух векторов d и c переменных, которые и определяют потоки z_i между тяготеющими парами p_i. Объединение этих потоков в вектор Z именуется мультипотоком [5]. Моделируя ИС стараются добиться максимизации мультипотока Z при заданных d и c.

5. Исследуем живучесть сегмента сети, изображенной на рис. 2, подвергшемуся воздействию НФ мощностью γ, $0 < \gamma \le 1$.

6. Значению «1» соответствует полное разрушение сети, при $\gamma < 1$ предполагаем, что пропускная способность ребра c^0 становится равной $(1-\gamma)c^0$.

7. Узлы сети остаются неповрежденными.

Сегмент информационной сети, изображенный на рис. 2, представляет собой потоковую сеть, логический граф которой имеет радиальную тополо гию и иерархическую структуру. Все тяготеющие пары p_i заданы (V_0, V_i), $i \in M$, $M = \{1, 2, ..., m\}$ с общим источником V_0 в узле 1. Управляющий центр находится в узле 1 (V_0), периферические узлы 2 – 6 – V_i. Физический граф G потоковой сети повторяет ее логическую структуру и определен на множестве $G = (V, E)$, где $V = \{V_0, V_1, V_2, ..., V_m\}$ – множество вершин; $E = \{e_0, e_1, e_2, ..., e_m\}$ – множество ребер;

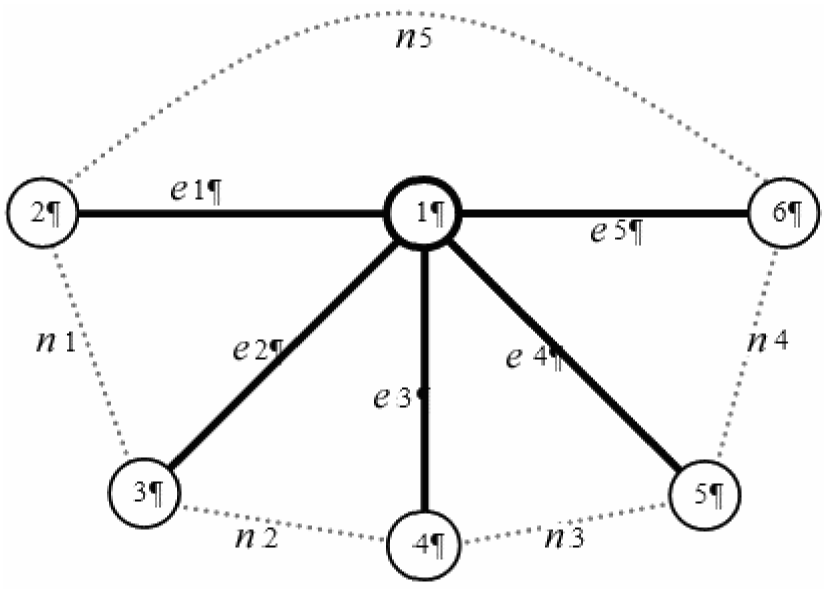

Рис. 2. Сегмент информационной сети с «укрепленным» графом $\overline{G}$:

$n1 - n5$ – ребра графа $\overline{G}$

$e_i = (V_0, V_i)$ – ребро между двумя вершинами тяготеющей пары p_i. Укрепленный граф $\overline{G} = (V, \overline{E})$ строится на том же множестве вершин V_i, но с удвоенным числом ребер: $\overline{E} = E \cup E^{\text{o}}$, где $E^{\text{o}} = \{e_{m+1}, e_{m+2}, ..., e_{2m}\}$.

Граф $\overline{G}$ соответствует созданию дополнительной кольцевой структуры, связывающей все подчиненные узлы с целью дублирования сообщений в случае потери связи между V_0 и V_i. В отсутствие НФ считаем, что сообщения по кольцевой структуре не передаются, ребра E^0 – резервные.

Предположим, что логические ребра и ребра графа G ориентированы от центра к подчиненным узлам; ребра графа $\overline{G}$ – двунаправлены. Введем на графе $\overline{G}$ два типа потоковых переменных $f_{k-m}^{i+} \geq 0$ и $f_{k-m}^{i-} \geq 0$, для потоков, направленных против и по часовой стрелке, $k > m$; на радиальных ребрах ($k \leq m$) потоковые переменные обозначим как $f_k^i \geq 0$. Верхний индекс i указывает, что поток от центра идет к i-му подчиненному, а нижний индекс k – индекс ребра, на котором рассматривается этот поток.

Условие неразрывности потока в i-том узле сети дает

$$f_k^i = f_k^{i+} - f_{k-1}^{i+} + f_{k-1}^{i-} - f_k^{i-}; \qquad f_i^{i+} = f_{i-1}^{i-} = 0. \tag{7}$$

Рассмотрим мультипоток при исключенном ребре $e_i = (V_0, V_i)$

$$\sum_{k \neq i} f_k^i = \sum_{k=i+1}^{m+i-1} f_k^i = \sum_{k=i+1}^{m+i-1} \left(f_k^{i+} - f_{k-1}^{i+} \right) + \sum_{k=i+1}^{m+i-1} \left(f_{k-1}^{i-} - f_k^{i-} \right) =$$
$$= f_{m+i-1}^{i+} - f_i^{i+} + f_i^{i-} - f_{m+i-1}^{i-} = f_{i-1}^{i+} + f_i^{i-}.$$

Таким образом, к узлу V_i приходит поток, равный f_k^i при неповрежденном ребре и потоковая переменная z_i всегда равна потоку по неповрежденному ребру $e_i = (V_0, V_i)$

$$z_i = f_i^i + f_i^{i-} + f_{i-1}^{i+}. \tag{8}$$

Множество переменных $f_k^i,\ f_k^{i+},\ f_k^{i-}$ задает распределение потоков f по сети. Соответствующий им набор $Z = Z(f) = (z_1, z_2, ..., z_m)$ называется мультипотоком и вектор требований $d = (d_1, ..., d_m)$ определяет этот мультипоток: $z = d$ (сравнение определяется почленно). Но существование такого f, чтобы $z = d$ зависит еще и от пропускной способности ребер, а именно:

$$\sum_{i \in M} f_k^i \le y_k;\ e_k \in E, \tag{9}$$

$$\sum_{i \in M} \left(f_k^{i+} + f_k^{i-} \right) \le y_{k+m};\ e_{k+m} \in E^{\text{o}}. \tag{10}$$

Из отношений (7) – (8) вытекает

$$\sum_{i \in M} Z_i = \sum_{i \in M} \sum_{k \in M} f_k^i \le \sum_{k=1}^{m} y_k, \tag{11}$$

т.е. сумма величин потоков ограничена суммарной пропускной способностью лишь радиальных ребер.

Граф G (кольцевые ребра отсутствуют) можно рассматривать как граф $\overline{G}$ у которого вектор пропускных способностей имеет вид: $y = (y_1, ..., y_m, y_{m+1} = 0, ..., y_{2m} = 0)$.

Предположим, что исходная структура ИС была выбрана оптимальным образом, все потоки в сети допустимы, недостатка в пропускной способности нет. Однако, при выходе из строя физических ребер графа G, что приводит к уменьшению пропускной способности, сеть перестает быть допустимой для вектора d даже при небольшом уменьшении суммы пропускных способностей ребер, т.к. эффективность работы сети определяется не суммой величин потоков, но минимумом из этих величин.

Составим процедуру поиска необходимого минимума.

1. Образуем переменную $\dfrac{z_i}{d_i}$ для произвольно взятого мультипотока.

2. Из массива значений $\frac{z}{d}$ выбираем $\min\limits_{i \in M} \frac{z_i}{d_i}$; образуем иной мультипоток и для него найдем $\min z_i/d_i$.

3. Из связанности этих минимальных значений выбираем наибольшее

$$\Theta_0(y) = \max \ \min_{i \in M} \frac{z_i}{d_i}. \tag{12}$$

4. Если $\Theta_0(y) \geq 1$, то ИС будет допустима для вектора требований d, при $\Theta_0 < 1$ – недопустима. Поэтому гарантированную живучесть ИС можно характеризовать значением максимального уровня $\Theta_0(y)$.

5. Положим, что ИС претерпела воздействие НФ мощностью γ, $0 < \gamma \leq 1$. В первом приближении можно считать, что все ребра сети поражены одинаковым образом, т.е. одинаковым образом уменьшилась суммарная пропускная способность, приняв значение $\left(1-\gamma\right)\sum\limits_{k=1}^{m} y_k$, образовавшийся в результате вектор пропускной способности $y_\gamma(c) = (c_1, c_2, ..., c_m)$ определяется из соотношения: $\sum\limits_{i=1}^{m} y_i = \left(1-\gamma\right)\sum\limits_{i=1}^{m} c_i$, $i = \overline{1,m}$ (кольцевая структура не повреждена).

6. Согласно соотношению (12) критерием живучести сети является $\Theta_0(y) = \max \ \min \frac{z_i}{d_i}$

7. В новых условиях гарантированное значение Θ для каждого γ следует взять равным: $\Theta_\gamma^\Gamma(c) = \min\limits_{y \in Y} \Theta_0(y)$, т.е. $\Theta_\gamma^\Gamma(c) = \min\limits_{y \in Y_\gamma} \ \max\limits_{z \in Z} \ \min\limits_{o \in M} \frac{z_i}{d_i}$.

8. Пусть $\Theta_0(c) = 1$, тогда по [6] $\Theta_\gamma^\Gamma(c) \leq 1-\gamma$, соответственно $z_i = \left(1-\gamma\right)d_i$.

Гипотетически можно увеличить индекс живучести до максимально-допустимого уровня, укрепив радиальные ребра графа $\overline{G}$ дополнительными каналами связи, но так как технически это сложно выполнимо, то лишено интереса [3, 4]. Следует заметить, что данная модель не отражает поведение полученного мультипотока в случае воздействия НФ (а перераспределение потоков в случае воздействия НФ неопределенной силы будет носить случайностный характер), следовательно для более точной оценки ИС следует использовать процедурную модель живучести стохастической ИС. ИС – сеть массового обслуживания, и потому в ее функционировании всегда присутствует элемент неопределенности, порожденный случайностным характером формирования продуктового потока. Дополнительную неопределенность вносит и функционирование входящих в сеть многих структурных элементов (**СЭ**). Случайный отказ одного из них приводит к перераспределению потоков между каналами связи: поток из элемента нижнего уровня (ТУ) пересылается в элемент более высокого уровня (ЦУУ) и, если канал уже работает на пределе пропускной способности, он блокируется для данного потока вследствие перегрузки. Из-за воздействия НФ физический граф непредсказуемым образом разбивается на неизвестное количество фрагментов, о параметрах которых можно высказывать только вероятностные соображения.

3. Процедурная модель живучести стохастической информационной сети

При построении процедурной модели стохастической ИС определяют [7]:

1) вероятность распадения исходного графа ИС на ρ компонентов; как правило, отыскивается вероятность того, что стохастический граф связан, $P(\rho=1)$;

2) вероятность p существования ребра (или вершины);

3) вероятность принадлежности двух вершин одной компоненте;

4) верхняя и нижняя границы вероятности существования графа, ребра которого существуют с вероятностью p.

Структура графа стохастической ИС описывается множеством вершин $\{V_0, V_n\}$ и множеством элементарных ситуаций $\left\{\varepsilon_{i,j}\right\}$, $i,j=\overline{1,n}$, где $\varepsilon_{i,j}$ определяет событие, состоящее в наличии или отсутствии связи между вершинами V_i и V_j через ребро $\left(V_i, V_j\right)$. Определяется вероятность $\rho(\varepsilon_{i,j})$ (или распределение вероятностей, если случайные события не являются независимыми). Если события независимы и равновероятны, граф называется несмещенным, в противном случае – смещенным [4, 7].

В начальном состоянии граф предполагается связным, т.е. не имеет изолированных вершин. Это означает, что каждой вершине инцидентно по крайней мере одно ребро.

Пусть Q_i представляет собой событие, состоящее в том, что не существует поврежденных ребер, инцидентных V_i. Объединение событий $\{Q_i\}$, $i=\overline{1,n}$, есть событие, когда одна вершина графа не имеет поврежденных ребер. Дополнительным событием поэтому служит следующее: каждая вершина имеет, по крайней мере, одно существующее инцидентное ребро. Таким образом

$$\mathrm{P}(\rho=1)\le 1-\mathrm{P}\{Q_i\}. \tag{13}$$

Пусть $d(i)$ есть степень V_i и q=1– p – есть вероятность разрушения ребра. Очевидно, $\mathrm{P}\{Q_i\}=q^{d(i)}$ (теорема о произведении вероятностей одновременно происходящих независимых событий) [7].

Условием, что рассматриваемые числа реализуются в виде графа, является следующее отношение [7]

$$\sum_{i=1}^{n} d(i)=2m, \tag{14}$$

откуда следует

$$\langle d\rangle=\frac{2m}{n}. \tag{15}$$

Используя дисперсионные соотношения для случайной величины *d(i)*

$$S^2=\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\Big(d(i)-\langle d\rangle\Big), \tag{16}$$

получают верхнюю границу вероятности связности графа

$$\mathrm{P}(\rho=1)\le 1-nq^d\left[1-\frac{n-1}{2}q^{d\left(1-\frac{1}{n}\right)}\right]. \tag{17}$$

Нет необходимости искать возможные значения P, т.к. на практике можно ограничиться вполне приемлемым значением $P(\rho=1)\geq\frac{3}{4}$ [3, 7]. Для таких значений P множитель в квадратных скобках из (17) можно заменить значением 0,5 (или 1/2). Выражение (17) приобретает вид

$$P(\rho=1)\leq 1-\frac{n}{2}q^{d},\ d<<n. \tag{18}$$

Выражение (18) и есть критерий живучести стохастического однородного графа с заданными *n*, *d*, *q*. Если задано $P(\rho=1)$, то

$$d\geq\frac{1}{\ln q}\left[\ln(1-P)-\ln\frac{n}{2}\right], \tag{19}$$

т.е. необходимое условие для степени вершин, чтобы граф был связным, т.е. из каждой вершины в среднем должно исходить *d* ребер при заданных *q* и *n*.

Исследуем изменения структуры ИС при внезапном воздействии на сеть НФ. Граф может быть постоянным или изменяться со временем, детерминированным или стохастическим (для конечного пользователя системы граф после воздействия НФ с точки зрения теории вероятностей будет всегда случайным). Поставленная задача решается при следующих условиях (табл. 1).

Если $\eta(t)$ велико, то ожидаемое число разрушенных вершин (или ребер) будет соответствовать вероятности того, что любая данная вершина может быть разрушена.

Пусть $g_k^b(\eta)$ и $g_k^p(\eta)$ обозначают ожидаемые части вершин и ребер, которые подверглись воздействию НФ с частотой возникновения последствий η. Вероятность того, что некоторая вершина k_s не будет разрушена равна

$$\sum_{k=0}^{k_s-1} g_k^b(\eta). \tag{20}$$

Вероятность того, что некоторое ребро k_l не будет разрушено равна соответственно

Таблица 1

Необходимое условие для степени вершин

№ условия	Условие
1	Каждая вершина имеет в среднем d исходящих ребер
2	Каждое ребро, инцидентное вершине V_i, также инцидентно вершине V_j с вероятностью $\frac{1}{(n-1)}, i, j = \overline{1,n}$
3	Все вершины и ребра идентичны
4	Воздействие НФ направлено в некоторую случайно выбранную подобласть Δ, тогда вероятность поражения равна $\frac{\Delta}{D}$, где D – площадь, занимаемая ИС
5	Частота возникновения последствий воздействия НФ составляет $\eta(t)$ единиц на единицу площади
6	Воздействие НФ на ИС одномоментное
7	Вершина разрушается в том случае, если подвергается воздействию НФ мощностью не менее K_S^b
8	Ребро разрушается в том случае, если подвергается воздействию НФ мощностью не менее K_S^p
9	Восстановительные работы на ИС не проводятся

$$\sum_{k=0}^{k_l-1} g_k^p(\eta). \tag{21}$$

Пусть π^b и π^p – вероятности того, что воздействие НФ разрушает данные вершину и ребро, тогда, согласно распределению Пуассона, для вероятностей имеем:

$$g_k^b(\eta) = e^{-\pi^b\eta}\frac{\left(\pi^b\eta\right)^k}{k!}, \tag{22}$$

$$g_k^p(\eta) = e^{-\pi^p\eta}\frac{\left(\pi^p\eta\right)^k}{k!}. \tag{23}$$

Предположим, что после удара осталось в среднем α неповрежденных ребер, направленных из V_1, причем V_1 считается не разрушенной.

Для графов, удовлетворяющих условию (13) существует соотношение [7]:

$$\beta = 1 - e^{-\alpha\beta}, \qquad \text{или } \alpha = \frac{-\ln(1-\beta)}{\beta}, \tag{24}$$

$$\mathrm{P}\{Q_i\} = q^d. \tag{25}$$

Следовательно, учитывая выражения (20) – (25)

$$\beta = 1 - \exp\left\{-d\left[\sum_{k=0}^{k_s-1} g_k^b(\eta)\right]\left[\sum_{k=0}^{k_l-1} g_k^p(\eta)\right]\beta\right\}. \tag{26}$$

Таким образом, выражение (26) определяет среднее количество вершин, не разрушенных воздействием НФ, а $\beta\sum_{k=0}^{k_s-1} g_k^b(\eta)$ – среднее число вершин первоначального графа, которые могут установить связь с другими после воздействия НФ и выражение (26) можно использовать для определения коэффициента живучести.

Компонента α, учитывая (20), (21), (24) будет иметь вид

$$\alpha = d\left[\sum_{k=0}^{k_s-1} g_k^b(\eta)\right]\left[\sum_{k=0}^{k_l-1} g_k^p(\eta)\right] = \frac{-\ln(1-\beta)}{\beta}. \tag{27}$$

Задав $\beta \ge \beta_0$ как коэффициент живучести: $d\left[\sum g_k^b\right]\left[\sum g_k^p\right] \ge \frac{-\ln(1-\beta_0)}{\beta_0}$ и учитывая выражения (22) – (24), получим

$$d\left[\sum_k \frac{\left(\pi^b\eta\right)^k}{k!}\right]\left[\sum_k \frac{\left(\pi^p\eta\right)^k}{k!}\right] \ge e^{\left(\pi^b+\pi^p\right)\eta}\left(\frac{-\ln(1-\beta_0)}{\beta_0}\right). \tag{28}$$

Принимая во внимание, что k_s и k_l – целые числа, ограничение некоторым предельным значением, находим минимальное значение d.

Стоит заметить, что расчет вероятностей не отражает истинной картины [5], адекватное представление дает распределение потоков, т.е. мультипоток, образующийся после удара. При подобном расчете удобнее пользоваться не вероятностями, а определять среднее значение вероятностных величин.

Заключение

Общая процедурная модель живучести ИС будет иметь следующий вид (рис. 3):

1) определяем структурную живучесть сегмента ИС радиальной топологии (живучесть ЦУУ, ТУ, КК);

2) определяем индекс живучести $\Theta_0(y) = \max\ \min \frac{z_i}{d_i}$ сегмента ИС радиально-кольцевой топологии;

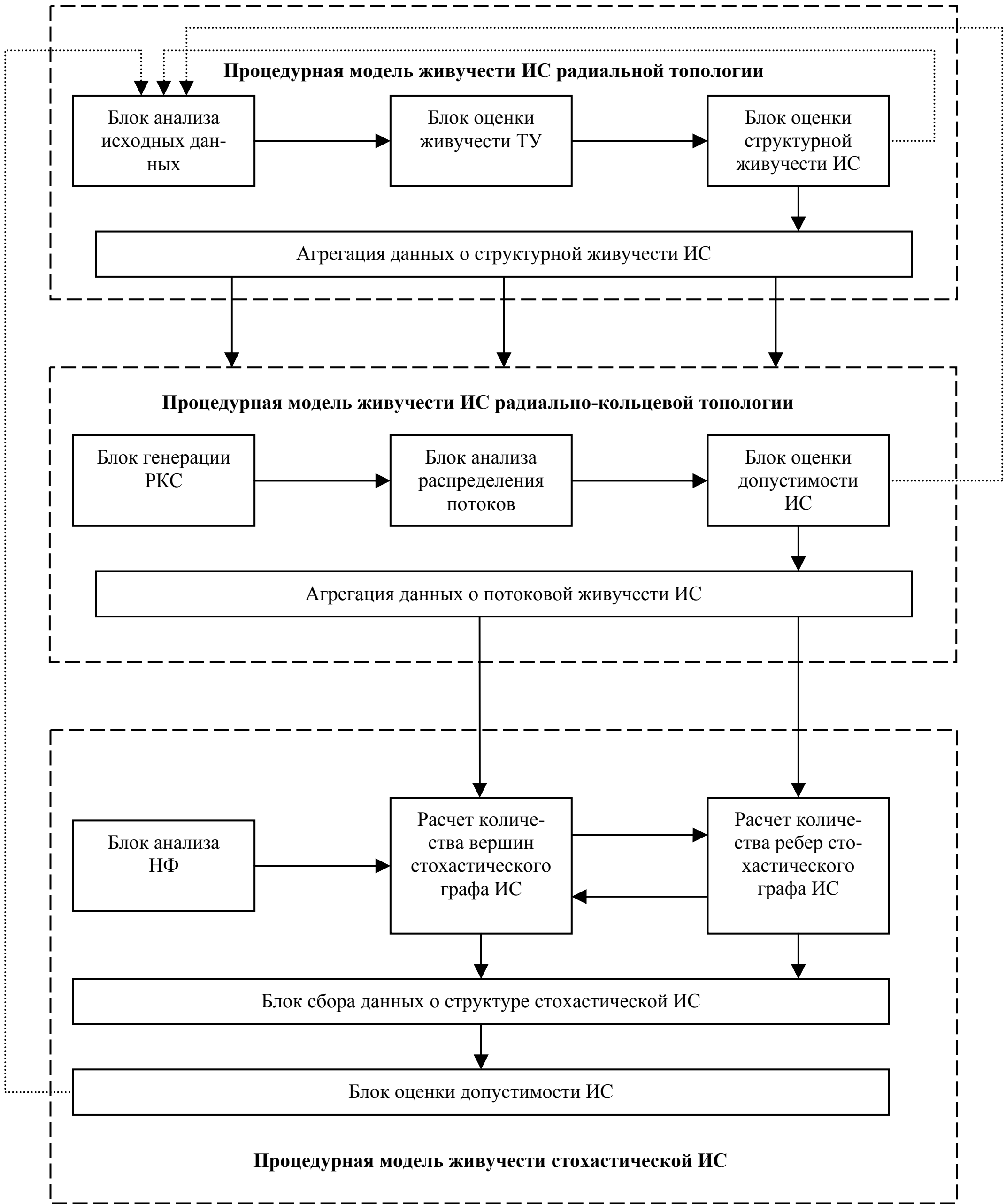

Рис. 3. Процедурная модель живучести ИС

3) определяем вероятность распадения исходного сегмента ИС на ρ компонентов (связность стохастического графа ИС), вероятность p существования ребра (или вершины), вероятность принадлежности двух вершин одной компоненте, верхнюю и нижнюю границы вероятности существования графа ИС, ребра которого существуют с вероятностью p.

Данная процедурная модель позволяет оценить как структурную (количество исправно работающих после воздействия НФ ТУ, ЦУУ, КК), так и функциональную живучесть ИС (перераспределение потоков в ИС после воздействия НФ), позволяет заранее выявлять основные недостатки проектируемой или эксплуатируемой сети и принять решения по их устранению.

Список литературы

1. Мельников, Ю.Е. Модель комплексной оценки и обеспечения живучести распределенных информационно-вычислительных систем : материалы II Всесоюзн. науч.-техн. конф. / Ю.Е. Мельников, Ж.С. Сарыпбеков. – М., 1988.

2. Малашенко, Ю.Е. Анализ многопользовательских сетевых систем с учетом неопределенности. VII. Задача нормативного анализа уязвимости многопродуктовой потоковой сети / Ю.Е. Малашенко, Н.М. Новикова // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 1999. – № 4.

3. Задачи оптимизации иерархических структур / Деменьтев В.Т. и др. – Новосибирск : Изд-во Новосибирского ун-та. – 1996. – 200 с.

4. Вишневский, В.М. Состояние и перспективы развития информационно-вычислительных сетей в России / В.М. Вишневский // Электросвязь. – 1998. – № 7. – С. 20 – 23.

5. Малашенко, Ю.Е. Модели неопределенности в многопользовательских сетях / Ю.Е. Малашенко, Н.М. Новикова. – М. : Эдиториал УРСС, 1999. – 247 с.

6. Малашенко, Ю.Е. Многокритериальный синтез потоковых сетей с гарантией живучести / Ю.Е. Малашенко, Н.М. Новикова, И.И. Поспелова // Изв. РАН. Теория и системы управления. – 2001. – № 1.

7. Фрэнк, Г. Сети, связь и потоки / Г. Фрэнк, И. Фриш ; под. ред. Д.А. Поспелова. – М.: Связь, 1978. – 448 с.

8. Малашенко, Ю.Е. Многокритериальный синтез сетей с гарантией живучести / Ю.Е. Малашенко, Н.М. Новикова, И.И. Поспелова // Изв. РАН. Теория и система управления – М. : – 2001. – № 1.

ANALYSIS OF INFORMATION NETWORK VIABILITY

Yu.Yu. Gromov, D.E. Vinokurov, T.G. Samkharadze, I.I. Pasechnikov

Key words and phrases: determined; viability; information networks; radial topology; radial and circular topology; stochastic procedure model.

Abstract: General procedure model of information networks viability evaluation is considered allowing to assess structural (quantity of well operating transient network nodes and communication lines after injurious effect) and functional viability of information network (redistribution of network flows after the injurious effect); to disclose main defects of the network being designed or operated and to make decisions to eliminate them.