УДК 621.311.1.006.3.001.12

# ВЫБОР ИСТОЧНИКОВ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ДЛЯ СЕЛЬСКОХОЗЯЙСТВЕННЫХ ПОТРЕБИТЕЛЕЙ

**К.А. Набатов, В.Ф. Калинин**

*Кафедра «Электрооборудование и автоматизация», ТГТУ*

**Ключевые слова и фразы:** источники электроэнергии; основная подсистема; рациональный выбор; функции выбора; электроснабжение потребителей.

**Аннотация:** Выделено пять подсистем имеющих место при организации энергоснабжения сельскохозяйственных потребителей. Предложен подход, позволяющий на основе использования функций выбора осуществить выбор альтернативных источников энергии для обеспечения снабжения сельхозпотребителей.

---

В настоящее время в Тамбовской области и других регионах сложилась определенная система энергоснабжения сельского хозяйства. Эту систему можно разбить на пять основных подсистем.

*Первая подсистема.* Потребитель получает электрическую энергию от энергосистемы. В этом случае органическое топливо от места добычи доставляется на электрические станции, где с определенным значением КПД преобразуется в электрическую энергию. Часть выработанной электроэнергии расходуется на собственные нужды электростанции, оставшаяся передается потребителю. При транспортировке в электрических сетях неизбежно происходят потери электрической энергии. Таким образом, подведенная к потребителю электрическая энергия равна энергетическому эквиваленту добытого органического топлива, за вычетом потерь при транспортировке, потерь при преобразовании топлива в электрическую энергию, потерь на собственные нужды электростанции. Потребитель получит полезную (конечную) электрическую энергию, которая меньше подведенной на величину потерь в энергоиспользующих установках.

*Вторая подсистема.* Потребитель получает электрическую энергию от местной электрической станции. В этом случае органическое топливо (обычно это нефть) от места добычи попадает на перерабатывающие заводы. После переработки поступает на базы снабжения и топливные склады, а оттуда уже непосредственно на местную электростанцию. Разница между энергетическим эквивалентом добытого органического топлива и подведенной электрической энергией определяется потерями при транспортировке и хранении на различных участках рассматриваемой схемы, КПД процесса переработки органического топлива и КПД преобразования топлива в электроэнергию на местной электростанции, потерями на собственные нужды электростанции и потерями в электрических сетях. Полезная электрическая энергия, как и в первой схеме, будет меньше подведенной на величину потерь в энергоиспользующих установках.

*Третья подсистема.* Потребитель получает тепловую энергию от тепловой электростанции. Эта схема полностью повторяет первую с той лишь разницей, что вырабатывается и передается потребителю не электрическая, а тепловая энергия.

*Четвертая подсистема.* Потребитель получает тепловую энергию от местной котельной или местной теплогенерирующей установки. Данная схема повторяет вторую схему. Наличие или отсутствие определенных элементов в схеме зависит от вида используемого органического топлива. Например, если вместо нефтепродуктов используется уголь, то, как правило, исчезают потери на перерабатывающем заводе, но возрастают потери при транспортировке и хранении.

*Пятая подсистема.* Потребитель получает тепловую энергию за счет сжигания газа. Газ потребителю от места добычи передается через систему газопроводов и газораспределительных станций, где он преобразуется на теплогенерирующей установке в тепловую энергию.

Потери происходят на всех уровнях транспортировки, в теплогенерирующей и энергоиспользующей установках.

Каждая из этих схем имеет свои преимущества и недостатки. При рассмотрении энергообеспечения сельского хозяйства следует учитывать сложившиеся структуры. Часть сельских районов находится в зоне высокой концентрации электрических сетей, вблизи мощных газораспределительных пунктов или узловых железнодорожных станций. Все эти факторы снижают потери энергоносителей при транспортировке. Кроме того, сложившееся производство накладывает ограничения на получение определенной доли из общего количества энергии в виде электрической энергии, газа и т.д.

Использование нетрадиционных возобновляемых источников энергии может рассматриваться как самостоятельная подсистема системы энергоснабжения. При этом следует учитывать, что солнечная энергия (при существующем техническом обеспечении) может производить электрическую и тепловую энергию, ветровая энергия – электрическую и механическую (например, водоподъем), энергия малых рек – электрическую. Схемы энергоснабжения с нетрадиционными возобновляемыми источниками также имеют свои достоинства и недостатки.

К *достоинствам*, несомненно, относится то, что каждая из схем с использованием нетрадиционных возобновляемых источников энергии исключает элементы, связанные с добычей, транспортировкой и переработкой органического топлива. Снижается радиус транспортировки энергии (как правило, за счет отсутствия питающих сетей).

*Недостатки.* Поступление энергии от трех рассматриваемых источников носит циклический характер в течение года, сезона, суток. Следовательно, использование этих источников энергии будет накладывать определенные ограничения, связанные с соответствием в определенный промежуток времени потребности в энергии потребителя и возможности данного источника удовлетворить эту потребность.

Сельскохозяйственные потребители в принципе могут получать энергию по любой из рассмотренных ранее схем энергоснабжения. С точки зрения получения конечного эффекта не имеет значения, будет ли, например, животноводческое помещение отапливаться от тепловой станции или от электрокалорифера, получающего электрическую энергию от электростанции, местной ДЭС или ветроэнергетической установки. Однако в каждом из этих случаев будут различные затраты на получение единицы полезной энергии. Следовательно, эта разница приведет к разной себестоимости производимой в этом животноводческом помещении продукции. Поэтому с точки зрения, как отдельного потребителя, так и предприятия, группы предприятий и в целом отдельного района может быть наиболее предпочтительным один источник энергии или группа источников, обеспечивающих потребителей данного района энергией в определенном процентном соотношении. В этом случае можно ожидать равнозначное получение конечного эффекта (с точки зрения производственного процесса) при минимальных затратах, связанных с энергоснабжением.

Большое возможное сочетание различных схем энергоснабжения и сочетание долей энергоснабжения от того или иного источника затрудняет поиск оптимального решения.

В связи с этим особое значение приобретает вопрос, связанный с разработкой теоретических основ процесса выбора вариантов возможных схем электроснабжение отвечающих заданному критерию эффективности, на основе использования функции выбора [1].

В практической ситуации выбора при некотором множестве альтернатив $\Omega$ лицо, принимающее решение, выбирая некоторую альтернативу, руководствуется своим личным представлением о лучших альтернативах. У разных лиц в одной и той же ситуации (при одном $\Omega$) представления о лучших альтернативах может различаться, а следовательно, они могут выбирать разные альтернативы. При этом каждый из них может привести вполне рациональное обоснование сделанного выбора. Даже при выборе одних и тех же альтернатив различными лицами, обоснования могут различаться. Таким образом, по известному выбору в некоторой ситуации вряд ли можно сказать что-либо определенное о тех причинах, которые побудили сделать именно данный выбор, а не другой, т.е. восстановить логику выбора [2].

Рассмотрим ряд ситуаций выбора, в которых множества альтернатив $X$ являются подмножеством $\Omega$.

Обозначим через $C(X)$ множество альтернатив, выделенных лицом, изменяющим решение (**ЛПР**), из $X$ и установим связь между множеством $C(X)$ при различных множествах $X$. Отметим, что выбор при этом осуществляет одно и тоже ЛПР. Даже термин выбор из $X$ будет использоваться для обозначения $C(X)$.

Пусть $\Omega$ – множество альтернатив, $X$ – произвольное подмножество $\Omega$. Пусть $C(X)$ лучшее из $X$.

Формально заменяем это следующим образом

$$\text{если } X' \subseteq X \text{ и } x \in C(X) \bigcap X'. \tag{1}$$

Можно сделать следующий вывод – не всякий выбор в конкретной ситуации может быть признан логически обоснованным при известных $X$ выборах в других ситуациях, связанных с данной, так как множества $C(X)$ оказываются зависимыми при разных $X$.

Для формализации взаимной зависимости выборов $C(X)$ при взаимосвязанных ситуациях целесообразно использовать понятие функции выбора.

Функцией выбора $C(X)$ называется отображение, сопоставляющее каждому $X \subseteq \Omega$ его подмножество $C(X) \subseteq X$.

Сопоставим произвольному бинарному отношению функции выбора. Пусть на $\Omega$ задано бинарное отношение $R$ и для $x, y \in \Omega$ выполнено $xRy$. Будем считать, что для выбора предъявлено множество $X = \{x, y\}$. Учитывая, что $xRy$, при описании результата выбора из $X$ будем считать, что $y$ не включается в $C(X)$. С другой стороны, можно полагать, что $X$ должно быть включено в $C(X)$. Рассмотрим все пары элементов из $\Omega$, для которых выполнение $xRy$, с учетом сказанного, порождает на $\Omega$ для различных функций выбора:

$$C^R(X) = \left\{ x \in X \middle| \forall y \in X, y\overline{R}x \right\}, \tag{2}$$

$$C_R(X) = \left\{ x \in X \middle| \forall y \in X, xRy \right\}. \tag{3}$$

Функции выбора $C^R(X), C_R(X)$, порожденные бинарным отношением, будем называть блокировкой и предпочтением соответственно.

У т в е р ж д е н и е 1. Пусть $R_1$ – сужение отношение $R$, заданного на $\Omega$, множество $X \subseteq \Omega$, $R_1^d$ – отношение, двойственное к $R$, $R_2^d$ – сужение $R^d$ на $X$. Тогда $R_1^d = R_2^d$ пусть $R$ – бинарное отношение на $\Omega$, $R_1$ – его сужение на $X \subseteq \Omega$.

Формула (2) означает, что $C^R(X)$ состоит из всех *******$R_1$ , а формула (3) – что $C_R(X)$ состоит из максимумов по $R_1$ , т.е.

$$C^R(X) = X^R, \quad C_R(X) = X_R,$$

тогда справедливо следующее утверждение.

Утверждение 2. функции выбора $C^R$ *и* $C_R$ связаны соотношениями

$$C^R = C_{R^d}, \qquad C_R = C^{R^d}, \tag{4}$$

где $R^d$ – отношение, двойственное к $R$. Таким образом, в силу утверждения *2* из двух функций выбора, порожденных бинарными отношениями $R$, достаточно рассмотреть только одну, так как блокировка по отношению $R$ совпадает с предпочтением по двойственному отношению $R^d$ и наоборот. Далее будем сопоставлять бинарному отношению $R$ функцию блокировки $C^R$, определенную формулой (2) и называть ее функцией выбора, порожденной отношением $R$ или нормальной.

Произвольная функция выбора $C$ не обязательно совпадает с некоторой $C^R$ . Рассмотрим следующую функцию выбора на $\Omega = \{x, y\}$

$$C(x) = x,\ C(y) = \varnothing,\ C(x, y) = \{x, y\}. \tag{5}$$

Определим, существует ли бинарное отношение $R$ на $\Omega$ такое, что $C = C^R$ . Допустим, что $R$ существует. Из (2) и у того, что $C^R(x) = x$, следует, что верно $x\overline{R}x$ , т.е. не верно $xRx$, аналогично, из $C^R(y) = \varnothing$ следует, что верно $yRy$. Но тогда неверно $y\overline{R}y$ и значит $y \in C^R(\Omega)$, что противоречит (5) значит, предположение о существовании $R$ неверно. В силу утверждения (2) не существует и бинарного отношения $R$ такого, что $C = C_R$ (иначе можно было бы перейти к двойственному отношению $R^d$, для которого $C_R = C^{R^d}$ ).

Утверждение 3. Функция выбора $C$ является нормальной тогда и только тогда, когда для любого множества $X \subseteq \Omega$ и любого покрывающего его семейства $X_i (i \subseteq I)$

$$X \setminus C(x) \subseteq X \setminus \bigcap_{i \in \mathrm{I}} C(X_i). \tag{6}$$

Пусть теперь $C$ – функция выбора, удовлетворяющая (6). Зададим отношение $R$ формулой

$$R = \bigcup_{x \subseteq \Omega} C(x) \times X. \tag{7}$$

Покажем, что $C = C_R$. Выражение (7) означает, что $\{x,y\} \in R$ если $x$ принадлежит $C(X)$ хотя бы для одного $X$, которое содержит $x$ и $y$ одновременно. Из него следует

$$C(X) \subseteq C_R(X), \tag{8}$$

так как все элементы из $C(X)$ являются в $X$ максимума по отношению $R$ остается доказать обратное включение: из $x \in C_R(X) \Rightarrow x \in C(X)$. Допустим противное т.е. $x \notin C(X)$. Тогда в силу (6) заключаем, что $x \in X \mid \bigcap_{i \in I} C(X_i)s$, т.е. $x \notin C(X_i)$ хотя бы для одного множества из семейства $X_i (i \in I)$. С другой стороны, $xRy$ для всех $y \in X$. Это значит, что существует такое семейство $X_i (i \in I)$, накрывающее $X$, что $x \in C(X_i) \forall i \in I$. Отсюда следует, что противоречие доказывает утверждение.

Утверждение (3) означает, что всякий объект из $X$, не попавший в число лучших, т.е. в $C(X)$, обязательно не входит в $C(X_i)$ хотя бы для одного множества $X_i$ из накрывающего $X$ – семейства. Как следствие, можно отметить, что если функция $C$ нормальна, то

$$X \subseteq X_1 \Rightarrow X \mid C(X) \subseteq X \mid C(X_1), \tag{9}$$

т.е., если элемент не выбран из множества $X$, то он не будет выбран и из любого подмножества $X$ его содержащего.

Утверждение 4. $C^R(X) = \varnothing$ для любого $x \subseteq \Omega$ тогда и только тогда, когда отношение $R$ ациклично.

Доказательство: Пусть $R$ ациклично, $x \subseteq \Omega$, $x \in X$. Если для $\forall y \in X$ вместо $yRx$, то в силу (2) $x \in C(X)$ и поэтому $C(X) \neq \varnothing$. В противном случае найдется $y^* \in X$ такой, что $y^*RX$. При этом либо $y^* \in C(X)$, либо найдется $Z$ такой, что $ZRy^*$. Продолжим этот процесс, найдем $v \in X$ такой, что $\forall w \in X$ выполнено $w\overline{R}v$, т.е. $v \in C(X)$. В противном случае в силу конечности $X$ получим противоречие с ацикличностью $R$. Таким образом, при $R$ выбор $C^R(X) = \varnothing$.

Пусть $R$ не ациклично. Это значит, что $\exists x_i \in \Omega$ такие, что $x_{i\text{-}1}\, Rx_i$ $\left(i = \overline{1, K-1}\right)$ и $x_1 R x_K$. Но тогда в силу (2) $C(X) = \varnothing$, где $x = \{x_1, x_2, \ldots, x_к\}$. Утверждение доказано.

Таким образом, каждому бинарному отношению $R$ на $\Omega$ соответствует некоторая порожденная им функция выбора $C^R$ на $\Omega$ разным $R$ могут соответствовать одинаковые $C^R$, функции выбора $C$, которые совпадают с $C^R$ для какого-нибудь бинарного отношения $\langle R, \Omega\rangle$ называются нормальными, не все функции выбора нормальны.

Пусть $\Omega=\{x_1, x_2, \ldots, x_к\}$, $x \subseteq \Omega$.

Сопоставим каждому элементу $x_i \in \Omega$ булеву переменную $\beta_i$. Установим, возможно однозначное соответствие между $2^N$ подмножественных $\Omega$ и $2^N$ векторами длины $N$ с компонентами 0 и 1 следующим образом:

$$\beta(x) = \left\langle \beta_1(x)_1 \beta_2(x), \ldots, \beta_N(x) \right\rangle, \tag{10}$$

$$\beta_i(x) = \begin{cases} 1, \text{если } x_i \in X, \\ 0, \text{если } x_i \notin X. \end{cases} \tag{11}$$

Множеству $\Omega$ соответствует вектор $\beta(\Omega) = \underbrace{\langle 1,1,\ldots,1 \rangle}_{N}$, а множеству Ø – вектор $\beta(\varnothing) = \underbrace{\langle 0,0,\ldots,0 \rangle}_{N}$. Пусть на $\Omega$ задана функция выбора $C$. Рассмотрим семейство булевых функций от $N$-1 переменных:

$$f_1(\gamma_1, \ldots, \gamma_{N-1}), \qquad f_N(\gamma_1, \ldots, \gamma_{N-1}), \tag{12}$$

построение которых подчиняем следующему правилу

$$\beta_i(x) \wedge f_i(\beta(x)) = 1 \Leftrightarrow x_i \in C(X), \tag{13}$$

где $$f_i(\beta) = f_i(\beta_1,...,\beta_{i-1},\beta_{i+1},\beta_N)\, i = 1, N,$$

$$f(\beta) = f_i(\beta_2,...,\beta_N),$$

$$f_N(\beta) = f_N(\beta_1,...,\beta_{N-1}). \quad (14)$$

Логической формулой функции выбора $C$ (**ЛФВ**) назовем семейство функций $\langle f_1,...,f_N \rangle$ от $N$-1 переменных, построенное по $C$ на основе использованных формул (12).

Если задано произвольное семейство булевых функций $\langle f_1,...,f_N \rangle$от $N$-1 переменных, то (12), (13) однозначно определенных функций выбора $C$. Следовательно заданные функции выбора эквивалентно заданы ЛФВ.

Утверждение 5. Пусть $|\Omega| = N$. Общее число различных функций выбора на $\Omega$ равно $2^{N2^{N-1}}$.

Доказательство: Пусть £ – общее число различных функций выбора на $\Omega$. Рассмотрим все различные наборы из $N$ булевых функций от $N$-1 переменных. Учитывая, что на каждом из $N$ мест набора может стоять любые булевы функции от $N$-1 переменных, а число таких функций равно $2^{2^{N-1}}$, то получим $£ = (2^{2^{N-1}})^N$. Утверждение 5 доказано.

Утверждение 6. Множеству всех функций выбора на множестве $\Omega$ однозначно соответствует множество вершин $N2^{N-1}$ мерного единичного куба. Установим частичный порядок на множестве $\Omega$. Функция выбора $C$, вложена в функцию $C_2$ ($C_1 \le C_2$), если $C_1(x) \subseteq C_2(x)$, $X \subseteq \Omega$. Если $C_1 \le C_2$ и неверно, что $C_2 \le C_1$, то $C_1$ строго вложена в $C_2$ ($C_1 < C_2$). Определим бинарное отношение на множестве $\Omega$, формулой

$$C_1 R C_2 \Leftrightarrow C_1 \le C_2. \quad (15)$$

Легко проверить, что это отношение определяет частичный порядок.

Понятие вложенности функции выбора является обобщением соответствующего понятия для бинарных отношений.

Рассмотрим, как связанны между собой функции выбора, порожденные вложенными отношениями.

Утверждение 7. Пусть $R_1$, $R_2$ – отношения на $\Omega$ такие, что $R_1 \le R_2$, тогда $C^{R_2} \le C^{R_1}$.

Доказательство: Пусть $X \subseteq \Omega$, $x \in C^{R_2}(x)$. Это значит, что $y\overline{R_2}x$, $\forall y \in R$, но тогда $y\overline{R_1}x$,поскольку из $R_1 \le R_2 \Rightarrow \overline{R_2} \le \overline{R_1}$. В силу (2), $x \in C^{R_1}(X)$, тем самым доказано, что $C^{R_2}(X) \subseteq C^{R_1}(X)$ для любого $X \subseteq \Omega$. Утверждение доказано.

Свяжем свойство частичного порядка (15) с относительным расположение вершин куба $D$. Ближайшей к $C$ сверху (снизу) назовем функцию выбора $\overline{C}(\underline{C})$ такую, что $C\langle\overline{C}(\underline{C}\langle C)$, и не существует $C^*(C_*)$ такой, что $C\langle C^*\langle\overline{C}(\underline{C}\langle C_*C)$.

Сужение частного порядка (15) на множество функций выбора, образующих максимальную цепочку, является, очевидно, линейным порядком.

Утверждение 8. Любому пути по кубу $D^g$ из вершины $\langle 0,0,...,0\rangle$ в вершину $\langle 1,1,...,1\rangle$ минимальной длины, взаимнооднозначно соответствует максимальная цепочка вложенных функций выбора. Ближайшим функциям $C_1$ и $C_2$ соответствуют ЛФВ ($C_1$) и ЛФВ ($C_2$) у которых только для одного $i \in \{1,...,N\}$. СДИФ функций $f_i^{C_1}$ и $f_i^{C_2}$ отличаются одной элементарной конъюнкцией.

Доказательство: На любом пути минимальной длины из $\langle 0,0,...,0\rangle$ в $\langle 1,1,...,1\rangle$ координаты последующей вершины получаются из предыдущей заменой ровно одного нуля на единицу, т.е.

$$x^0 = \langle x_1....x_{2-1}, 0, x_{2+1}, x_\partial\rangle, \qquad x^1 = \langle x_1....x_{2-1}, 1, x_{2+1}, x_\partial\rangle.$$

Пусть 2 – номер пары $\langle i^*, \beta^{i*}\rangle$.

Рассмотрим функции выбора $C^{x^0}$, $C^{x^1}$ из (14) следует, что $\forall i \ne i^*$, $f_i^0 = f_i^1$ при $i = i^*$ и $j \ne j^*$, $f_{i^*}^0(\beta^i) = f_{i^*}^1(\beta^i)$ при $i = i^*$ $j = j^*$, $f_{i^*}^0(\beta^{i^*}) = 0, f_{i^*}^1(\beta^{i^*}) = 1$.

Это значит, что функции $C^{x^0}$ и $C^{x^1}$ являются ближайшими друг к другу, таким образом, цепочка функций выбора, соответствующая рассматриваемому пути, является максимальной. Аналогичные рассуждения показывают, что максимальной цепочке соответствует минимальный путь. Вторая часть утверждения следует из того, что СДИФ функции отличающихся лишь на одном наборе, значит переменных, отличаются одной элементарной конъюнкцией, соответствующей этому набору. Утверждение 8 доказано.

Доказательство утверждения 8 и 6.

Устанавливаем связь между вершинами единичного куба, функциями выбора и их логическими формами. Таким образом, установлена структура на множестве **Ω** всех функций выбора на **Ω**, которую можно исследовать методом булевой алгебры. Представленные функции выбора своими логическими формами создают единую основу для исследования всех свойств функций выбора, их классификации.

Введем в рассмотрение следующие операции.

1 Объединением функций выбора $C_1$ и $C_2$ называется функция $C$, определенная формулой

$$C(X) = C_1(X) \cup C_2(X). \tag{16}$$

2 Пересечением функций выбора $C_1$ и $C_2$ называется функция $C$, определенная формулой

$$C(X) = C_1(X) \cap C_2(X). \tag{17}$$

3 Дополнением функций выбора $C_1$ и $C_2$ называется функция $C$, определенная формулой

$$\overline{C_1}(X) = X \setminus C_1(X)\,. \tag{18}$$

Установим соответствие между введением операций и операцией над ЛФВ.

Утверждение 9. Пусть *а*) $C = C_1 \cup C_2$; *б*) $C = C_1 \cap C_2$; *в*) $C = \overline{C_1}$, тогда для любого $i = \overline{1, N}$ : *а*) $f_i^C = f_i^{C_1} \vee f_i^{C_2}$ ; *б*) $f_i^C = f_i^{C_1} \wedge f_i^{C_2}$ ; *в*) $f_i^C = f_i^{-C_1}$ .

Доказательство: Пусть $X \subseteq \Omega$, $x_i \in C_1(X) \cup C_2(X)$, тогда

$$\left\langle \left(\beta_i(X)\right) \wedge f_i^{C_1}\left(\beta(X)\right)\right\rangle \vee \left\langle \left(\beta_i(X)\right) \wedge f_i^{C_2}\left(\beta(X)\right)\right\rangle = 1, \tag{19}$$

после преобразования получим

$$\beta_i(X) \wedge \left\langle f_i^{C_1}\left(\beta(X)\right) \vee f_i^{C_2}\left(\beta(X)\right)\right\rangle = 1, \tag{20}$$

с учетом условий *а*) получим

$$x_i \in C(X) \Rightarrow \beta_i(X) f_i^C = 1.$$

Пусть теперь $\beta_i(X) f_i^C\left(\beta(X)\right) = 1$ из (18) следует, что по крайней мере одно из слагаемых (18) равно 1. Тогда $x_i \in C_i(X) \cup C_2(X) = C(X)$. Таким образом $\beta_i f_i^C = 1 \Rightarrow x_i \in C(X)$ и условие *а*) доказано. Условие *б*) и *в*) доказывается аналогично.

4. Композицией функций выбора $C_1$ и $C_2$ будем называть функцию выбора $C$, которая определяется равенством $C(X) = C_2(C_1(X))$.

Содержательный смысл этой операции состоит в следующем. Сначала осуществляют выбор в соответствии с функцией выбора $C_1$, а затем из $C_1(X)$ осуществляют выбор в соответствии с функцией $C_2$.

Такие ситуации возникают, например, когда первоначальный выбор осуществляет экспертная комиссия, а окончательный выбор из отображенных вариантов осуществляем ЛПР.

Утверждение 10. Пусть $C = C_1(C_2)$, тогда

$$\begin{gathered} f_i^{C_1 C_2} = f_i^{C_1}\left(\beta_1,\ldots,\beta_{i-1},\beta_{i+1},\ldots,\beta_N\right) f_i^{C_2}\Big(\beta_1 f_1^{C_1}\left(\beta_2,\ldots,\beta_{i-1},1,\beta_{i+1},\ldots,\beta_N\right)\Big),\ldots, \\ \beta_{i-1} f_{i-1}^{C_1}\left(\beta_1,\ldots,\beta_{i-2},1,\beta_{i+1},\ldots,\beta_N\right),\ \beta_{i+1} f_{i+1}^{C_1}\left(\beta_1,\ldots,\beta_{i-1},1,\beta_{i+2},\ldots,\beta_N\right),\ldots, \\ \beta_N f_N^{C_1}\left(\beta_1,\ldots,\beta_{i-1},1,\beta_{i+1},\ldots,\beta_{N-1}\right). \end{gathered} \tag{21}$$

Доказательство: Пусть $\beta(X) = \left\langle \beta_1(X),\ldots,\beta_N(X)\right\rangle$. Рассмотрим множество $У = C_1(X)$. Ясно, что $\beta(У) = \left\langle \beta_1 f_1^{C_1}\left(\left(\beta(X)\right),\ldots,\beta_N f_N^{C_1}\left(\beta(X)\right)\right)\right\rangle$. Построим

ЛФВ функции выбора $C_1$ ($C_2$) подставим в (…..) вместо β($X$) выражение β($У$) = β($C_1$ ($X$)).

В результате получим

$$x_i \in C(X) \Leftrightarrow \beta_i f_i^{C_1}(\beta(X)) f_i^{C_2},$$

$$\left(\beta_1 f_1^{C_1}(\beta(X)),...,\beta_{i-1}, f_{i-1}^{C_1}(\beta(X)),\ \beta_{i+1} f_{i+1}^{C_1}(\beta(X)),...,\beta_N f_N^{C_1}(\beta(X))\right).$$

Откуда следует (21).

Утверждение 11. Пусть $C_1$ и $C_2$ нормальные функции выбора. Тогда $C_1 \cap C_2$ – так же нормальная функция выбора.

Доказательство: Пусть $C_1 = C^{R_1}$, $C_2 = C^{R_2}$.

Докажем, что $C_1 \cap C_2 = C^{R_1 \cup R_2}$. Пусть $X \subseteq \Omega$, $x \in C_1(X) \cap C_2(X)$. Тогда в силу (2) для всех $y \in X$ (22), $y\overline{R_1}x$, $y\overline{R_2}x$ или, что то же самое, $y\left(\overline{R}1 \cap \overline{R2}\right)x$. Последнее эквивалентно (в силу правил де Моргана) условию $y\left(\overline{R1 \cup R2}\right)x$, откуда следует $C_1(x) \cap C_2(X) \subseteq C^{R_1 \cup R_2}(X)$. Докажем обратное включение. Пусть $x \in C^{R_1 \cup R_2}(X)$. Тогда для $\forall y \in X$, из которого следует $X \in C_1(X) \cap C_2(X)$, утверждение доказано.

**Классы функций выбора.** Функции выбора удобно классифицировать по тем условиям, которые обычно используют при их изучении. Рассмотрим некоторые из них. Одновременно с введением классов будем определять их характеристику в терминах логических форм.

1. Условия наследования ($N$) если $X^1 \subseteq X$, то

$$C(X^1) \supseteq C(X) \cap X^1. \tag{22}$$

2. Условия независимости от отвергнутых альтернатив ($O$) если $C(X) \subseteq X^1 \subseteq X$, то

$$C(X^1) = C(X). \tag{23}$$

3. Условие согласия ($S$)

$$\bigcap_i C(X_i) \subseteq C\left(\bigcup_i X_i\right). \tag{24}$$

4. Условия Плотта – независимости выбора от пути (*P*)

$$C(X_1 \cup X_2) = C(C(X_1) \cup C(X_2)). \tag{25}$$

Функции выбора удовлетворяющие условию (*P*) называются квазисумматорными.

5. Условия сумматорности (*C*)

$$C(X_1 \cup X_2) = C(X_1) \cup C(X_2). \tag{26}$$

6. Условия мультипликаторности (*MP*)

$$C(X_1 \cap X_2) = C(X_1) \cap C(X_2). \tag{27}$$

7. Условия монотонности (*M*)

$$X_1 \subseteq X_2 \Rightarrow C(X_1) \subseteq C(X_2). \tag{28}$$

Смысл условий (*N*) состоит в следующем. Если рассмотреть выбор из произвольного множества и выбор из некоторого его подмножества, то все альтернативы, которые были выбраны из исходного множества и вышли в рассматриваемое подмножество, будут выбраны из этого подмножества.

Смысл условий (*O*) состоит в том, что если рассмотреть произвольное подмножество $X^1$, содержащее все альтернативы, выбранные из *X*, то выбор из $X^1$ будет совпадать с выбором из исходного подмножества, в частности $C(C(X)) = C(X)$.

Смысл условия (*S*) состоит в том, что альтернативы, которые были выбраны из каждого множества $X_i$ будут также выбраны из их объединения.

Условия (*P*) требуют, чтобы выбор из объединения множеств совпадал с выбором из объединения выборов, сделанных из каждого множества в отдельности.

Условия (*C*) предполагают, что выбор из объединения множеств равен объединению выборов из каждого множества в отдельности.

Смысл условий (*MP*) и (*M*) очевиден, в частности (*M*) означает, что выбор из более широкого множества будет шире. Каждое из сформулированных условий определяет некоторый класс функций выбора, удовлетворяющих данному условию. В дальнейшем запись $C \in N$ будет означать, что рассматривается функция, удовлетворяющая условию прослеживания.

Кажется очевидным, что в дальнейшем необходимо рассматривать вопросы, связанные с взаимодействием классов функций выбора, а так же возможность введения и использования динамических функций выбора.

Таким образом, в работе сделана попытка сформировать основы специального математического обеспечения позволяющего решать задачи выбора схем электроснабжения сельскохозяйственных потребителей.

*Список литературы*

1. Айзерман, М.А. Некоторые аспекты общей теории выбора лучших вариантов / М.А. Айзерман, А.В. Малышевский. – М. : ИПУ, 1980. – 156 с.

2. Бурков, В.Н. Основа математической теории активных систем / В.Н. Бурков. – М. : Наука, 1977. – 258 с.

---

## CHOOSING ELECTRIC POWER SOURCES FOR AGRICULTURAL CONSUMERS

**K.A. Nabatov, V.F. Kalinin**

**Key words and phrases:** electric power sources; main subsystem; rational choice; choice function; consumer power supply.

**Abstract:** Five subsystems taking place during power supply of agricultural consumers are defined. The approach allowing to choose an alternative power source for agricultural consumers supply is suggested.