

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА СМЕШЕНИЯ НА ОСНОВЕ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ МАРКОВА

Объектом моделирования является смеситель периодического действия, представляющий собой цилиндрическую емкость с вертикально расположенной спиральной мешалкой [1]. Начальным этапом моделирования является разбиение рабочего пространства емкости на конечное число ячеек. Набор вероятностей, характеризующих пребывание частиц ключевого компонента в ячейках, образует в модельном пространстве вектор состояния S с элементами S_i , $i = 1, 2, 3, \dots, m$. Этот вектор представляется как вектор-столбец размером $m \cdot 1$:

$$S = \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \dots \\ S_m \end{bmatrix} = [S_1 \ S_2 \ \dots \ S_m]', \quad (1)$$

где ' означает транспонирование вектора или матрицы.

В любой момент времени этот вектор полностью характеризует состояние процесса, поскольку показывает, какое количество ключевого компонента находится в каждой ячейке смесителя. Через промежуток времени Δt , который является временем одного перехода, вектор S_k изменится и станет S_{k+1} . Считая Δt постоянным, заменим непрерывное время его дискретными моментами $t_k = k \Delta t$ и будем рассматривать k как целочисленные моменты условного времени. Связь между векторами состояния до и после k -го перехода описывается следующей матричной формулой

$$S_k = P S_{k-1}, \quad (2)$$

где P – матрица переходных вероятностей.

Разбиение на ячейки проведем следующим образом. Горизонтальными плоскостями разделим емкость по высоте на ряд уровней с номерами k от 1 до N_k , начиная от дна емкости. Каждый уровень разделим концентрическими окружностями на подслои с номерами j от 1 до N_j , от стенки к оси емкости. Следует отметить, что данное разделение осуществляется из условия равенства площадей получаемых подслоев. Каждый подслоем разделим вертикальными плоскостями на несколько равных между собой секторов с номерами i от 1 до N_i . В результате такого разделения получим N ячеек с одинаковыми объемами. Общее количество ячеек равно:

$$N = N_k N_j N_i. \quad (3)$$

В предлагаемой модели перемещение и перераспределение частиц ключевого компонента происходит в следующих направлениях: в вертикальном – обмен частицами между уровнями; в радиальном – между подслоями; в окружном – между секторами. В общем случае, для частиц ключевого компонента, находящихся в ячейке $n(k, j, i)$ возможны семь вариантов, показанные на рис. 1 (вероятность $P_n(i, i)$ не показана).

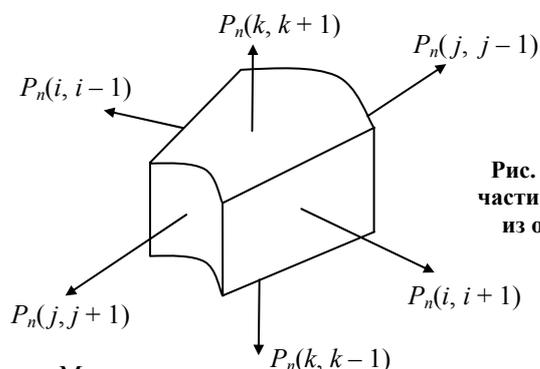


Рис. 1 Варианты переходов частиц ключевого компонента из одной ячейки в другую

Можно использовать единую нумерацию ячеек и одномерную цепь, либо многомерную цепь и использовать блочную матрицу переходных вероятностей, элементами которой являются также блочные или простые матрицы [2]. Для конкретной смеси численные значения вероятностей зависят от геометрических и режимных параметров смесителя. Идентификация параметров математической модели, в данном случае вероятностей перехода частиц ключевого компонента из одной ячейки в другую, является наиболее трудоемкой операцией. При выполнении этой процедуры необходимо не только загружать

* Работа выполнена под руководством д-ра техн. наук, проф. В.Ф. Першина.

ключевой компонент в определенные ячейки, но и отбирать пробы из определенных ячеек. Для упрощения процедуры загрузки ключевого компонента и отбора проб, разработана следующая методика. Ключевой компонент загружается по одному из вариантов, показанных на рис. 2.

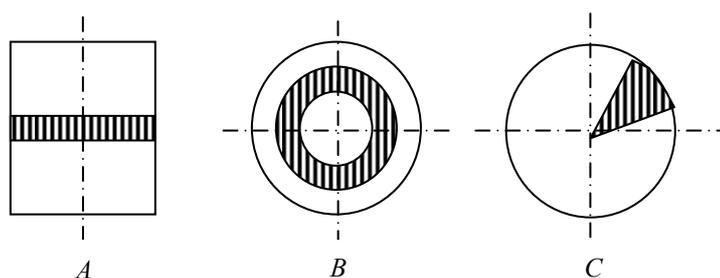


Рис. 2 Варианты загрузки ключевого компонента в смеситель

При реализации варианта *A* ключевой компонент загружают в один из «уровней» с номером k . После проведения смешения в течении времени T смесь выгружают также по «уровням» и определяют концентрацию ключевого компонента для каждого «уровня». Фактически, только перемещения частиц в вертикальном направлении (вниз или вверх) влияют на концентрации ключевого компонента в разных «уровнях». Таким образом, можно не учитывать перемещения частиц в радиальном и окружном направлениях. Используя зависимость (2), методом последовательных приближений находят такие численные значения вероятностей $P'(k, k - 1)$ и $P'(k, k + 1)$, при которых расчеты адекватны эксперименту. Полученные таким образом значения вероятностей отличаются от вероятностей, представленных на рис. 1, поскольку учитывают только один из возможных механизмов смешения, т.е. смешение в вертикальном направлении. Последовательно изменяя, при загрузке k от 1 до N_k определяют вероятности вертикальных переходов частиц ключевого компонента по высоте смесителя. Следует отметить, что значения указанных вероятностей зависят от конструкции смесителя и свойств смешиваемых компонентов. Аналогичным образом определяют вероятности переходов в радиальном и окружном направлениях.

После нахождения вероятностей необходимо осуществить нормирование из следующего условия:

$$P_n(n, n) + P_n(i, i + 1) + P_n(i, i - 1) + P_n(j, j + 1) + P_n(j, j - 1) + P_n(k, k + 1) + P_n(k, k - 1) = 1. \quad (5)$$

Данная процедура построения математической модели и идентификации ее параметров весьма трудоемка и сложна, поэтому с учетом описанной выше методики проведения эксперимента по определению вероятностей перемещения частиц, предлагается следующая модель процесса смешения.

Смешение происходит в результате последовательной и независимой друг от друга реализации трех механизмов перемещения частиц: вертикального, радиального, окружного. Эти перемещения осуществляются в течение каждого перехода системы из одного состояния в другое.

Результаты численных и натуральных экспериментов показали, что последовательность указанных механизмов при расчете практически не влияет на конечный результат и заметна только в пределах 1 – 5 переходов.

Несмотря на трудоемкость идентификации параметров, предлагаемая математической модель позволяет учитывать геометрические и режимные параметры смесителя, а также свойства компонентов. Это необходимо для оптимизации этих параметров, а также для оптимизации регламента загрузки исходных компонентов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Мандрыка М.Е. Сухие порошкообразные напитки // Труды ТГТУ. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. Вып. 13. С. 105 – 108.
- 2 Баранцева Е.А. Исследование процессов непрерывного смешения сыпучих материалов и разработка метода их расчета на основе теории цепей Маркова. Дис. ... канд. техн. наук. Иваново: Ивановский гос. энерг. ун-т, 2003. 184.