Богаткин Г.С.

МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПОТОКА ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ СТАТОРА РОТОРНОГО ИМПУЛЬСНОГО АППАРАТА

Работа выполнена под руководством д.т.н., проф. Промтова М.А.

ТГТУ, Кафедра «Машины и аппараты химических производств»

Наглядная математическая модель, достаточно полно отражающая основные закономерности нестационарных гидромеханических процессов в канале статора роторного импульсного аппарата (РИА) базируется на уравнении Бернулли, записанном в нестационарной форме[1,2]:

$$\beta \cdot \left(l + (1+\Gamma) \cdot \sqrt{\frac{S_0}{2\pi}} \right) \cdot \frac{dV}{dt} + \xi(t) \cdot \frac{V^2}{2} + \frac{B(t) \cdot \nu \cdot V}{2 \cdot d_э} = \frac{\Delta P_\Sigma}{\rho}, \qquad (1)$$

. где: β- коэффициент количества движения потока жидкости через прерыватель; $l = l_с + \delta + l_р$ - длина прерывателя, м; δ- величина зазора между ротором и статором, м; $V(t)$- средняя по сечению канала статора скорость потока жидкости, м/с; $\lambda(t)$- коэффициент гидравлического сопротивления трения; $d_э$- эквивалентный диаметр канала статора, м; $l_{с,р}$- длина канала ротора, статора, м; $\xi(t)$- суммарный коэффициент местного гидравлического сопротивления; $B(t)$- коэффициент гидравлического сопротивления, учитывающий потери напора, линейно зависящие от скорости потока; ν- коэффициент кинематической вязкости жидкости, м/с^2; $\Delta P = P_р - P_с$- общий перепад давления между полостью ротора и камерой статора, Па; $P_р$- давление в полости ротора, Па; $P_с$ - давление в камере статора, Па; ρ- плотность жидкости, кг/м^3, $\Gamma = \sqrt{\frac{a_с \cdot h}{a_р \cdot h}}$ - отношение площади выходного сечения канала статора к площади входного сечения канала ротора, $S_0 = a_с \cdot h$ - площадь сечения канала статора, м^2, $l = l_с + \delta$.

Коэффициент местного гидравлического сопротивления $\xi(t)$ зависит от площади $S(t)$, свободной для протекания обрабатываемой среды, и коэффициента ε, который определяется из таблицы Жуковского (табл. 1).

Таблица 1

s	0	0,1	0,2	0,3	0,4
ε	0,611	0,612	0,616	0,622	0,633
s	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
ε	0,644	0,662	0,687	0,722	0,781	1,000

В табл. 1 вместо площади свободного сечения прерывателя взята относительная площадь $s = \frac{S}{S_0}$. Данные из табл1 с помощью аппроксимации представляются в виде функции, которая имеет вид:

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{\frac{4{,}5}{\exp(s)} - 2{,}88 \cdot \exp(s) + 7{,}17 \cdot s}. \qquad (2)$$

Для расчета величины *B*(*t*) использовали табл. 2 из справочника гидравлических сопротивлений.

Таблица 2

s	1,00	0,75	0,50	0,25
B	75	350	1300	3000

Данные из табл. 2 также представлены с помощью аппроксимации в виде функции:

$$B(s) = \exp\left(-10{,}58 \cdot s^2 + 8{,}18 \cdot \exp(s) - 7{,}34 \cdot s\right). \qquad (3)$$

Относительная площадь проходного сечения прерывателя при вращении ротора РИКА определяется по формуле:

$$
s(t)=\begin{cases}
\left(1-\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)\cdot\sqrt{\left(\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)^{2}+\left(\dfrac{\delta}{a_{\text{с}}}\right)^{2}}+\left(\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)^{2};\ 0\le t\le\dfrac{a_{\text{с}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}};\\
1;\ \dfrac{a_{\text{с}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}}<t\le\dfrac{a_{\text{р}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}};\\
\left(\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}-\dfrac{a_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)\cdot\sqrt{\left(\dfrac{a_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}+1-\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)^{2}+\left(\dfrac{\delta}{a_{\text{с}}}\right)^{2}}+\\
+\left(\dfrac{a_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}+1-\dfrac{t\cdot\omega\cdot R_{\text{р}}}{a_{\text{с}}}\right)^{2};\ \dfrac{a_{\text{р}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}}<t\le\dfrac{a_{\text{р}}+a_{\text{с}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}};\\
\dfrac{\delta}{a_{\text{с}}};\ \dfrac{a_{\text{р}}+a_{\text{с}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}}<t\le\dfrac{b_{\text{с}}-a_{\text{р}}}{\omega\cdot R_{\text{р}}}.
\end{cases}\qquad(4)
$$

Для решения дифференциального уравнения (2) необходимо задать начальное условие для ускорения:

$$\left.\frac{dV}{dt}\right|_{t=0}=0.\qquad(5)$$

Начальное условие для скорости $V(0)$ находится путем решения уравнения (1) при условиях (5) и t=0. Получается квадратное уравнение относительно $V(0)$:

$$V^{2}(0)\cdot\frac{1}{2}(\xi(0))+V(0)\cdot\frac{B(0)\cdot\nu}{2\cdot d_{\text{э}}}-\frac{\Delta P_{\Sigma}}{p}=0\cdot$$

(6)

Уравнение (1) решали методом Рунге-Кутта четвертого порядка.
В общем, виде метод Рунге-Кута состоит в следующем.
Пусть решение $y_n = y(t_n)$, уже известно. Задаются числовые коэффициенты a_i, b_{ij}, i=2,3,…m, j=1,2,…,m-1, σ_i, i=1,2,…,m, и последовательно вычисляются функции

$$k_1=f(t_n,y_n),\quad k_2=f(t_n+a_2\tau,y_n+b_{21}\tau k_1),$$
$$k_3=f(t_n+a_3\tau,y_n+b_{31}\tau k_1+b_{32}\tau k_2),...,$$
$$k_m=f(t_n+a_m\tau,y_n+b_{m1}\tau k_1+b_{m2}\tau k_2+...+b_{m,m-1}\tau k_{m-1})$$

Затем из формулы

$$\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}=\sum_{i=1}\sigma_i k_i$$

находится новое значение $k_{n+1}=y(t_{n+1})$.

Коэффициенты метода Рунге-Кутта 4-го порядка находятся из следующих соотношений:

$$k_1=f(t_n,y_n),\quad k_2=f(t_n+\frac{\tau}{2},y_n+\frac{\tau k_1}{2}),\ k_3=f(t_n+\frac{\tau}{2},y_n+\frac{\tau k_2}{2})$$

$$k_4=f(t_n+\tau,y_n+\tau k_3),\ \frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}=\frac{1}{6}\times(k_1+2k_2+2k_3+k_4)$$

В нашем случае решение будет выглядеть следующим образом:

$$V(0)=\frac{\dfrac{-B(0)\cdot\upsilon}{2\cdot d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}}+\sqrt{\left(\dfrac{B(0)\cdot\upsilon}{d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}}\right)^2+2\cdot\xi(0)\cdot\dfrac{\Delta P}{\rho}}}{\xi(0)}$$

$$k1=\frac{\dfrac{\Delta P}{\rho}-\dfrac{\upsilon\cdot B(0)\cdot V(0)}{2\cdot d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}}-\xi(0)\cdot\dfrac{(V(0))^2}{2}}{\beta\cdot\left(l+(1+\tilde{A})\cdot\sqrt{\dfrac{S_0}{2\cdot\pi}}\right)}$$

$$k2=\frac{\dfrac{\Delta P}{\rho}-\dfrac{\upsilon\cdot B(0+10^{-6}/2)\cdot(V(0)+10^{-6}\cdot k1/2)}{2\cdot d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}}-\xi(0+10^{-6}/2)\cdot\dfrac{(V(0)+10^{-6}\cdot k1/2)^2}{2}}{\beta\cdot\left(l+(1+\tilde{A})\cdot\sqrt{\dfrac{S_0}{2\cdot\pi}}\right)}$$

$$k3=\frac{\dfrac{\Delta P}{\rho}-\dfrac{\upsilon\cdot B(0+10^{-6}/2)\cdot(V(0)+10^{-6}\cdot k2/2)}{2\cdot d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}}-\xi(0+10^{-6}/2)\cdot\dfrac{(V(0)+10^{-6}\cdot k2/2)^2}{2}}{\beta\cdot\left(l+(1+\tilde{A})\cdot\sqrt{\dfrac{S_0}{2\cdot\pi}}\right)}$$

$$k4 = \frac{\dfrac{\Delta P}{\rho} - \dfrac{\upsilon \cdot B(0+10^{-6}) \cdot (V(0)+10^{-6} \cdot k3)}{2 \cdot d_{\acute{y}\hat{e}\hat{a}}} - \xi(0+10^{-6}) \cdot \dfrac{(V(0)+10^{-6} \cdot k3)^2}{2}}{\beta \cdot \left(l + (1+\tilde{A}) \cdot \sqrt{\dfrac{S_0}{2 \cdot \pi}} \right)}$$

$$V_{n+1} = V_n + (10^{-6}/6) \cdot \left(k1 + 2 \cdot k2 + 2 \cdot k3 + k4\right)$$

Организуется цикл с заранее известным числом шагов и строится график скорости от времени. Далее по формуле:

$$P(t) = \rho \cdot \frac{dV(t)}{dt} \cdot \left(\frac{S_{\max}}{2 \cdot \pi} \right)^{0.5}$$

определяется давление в канале статора.

Численный метод решения уравнения (1) позволяет определить зависимости скорости V(t) и давления P(t) потока жидкости в канале статора от времени (рис 1.)

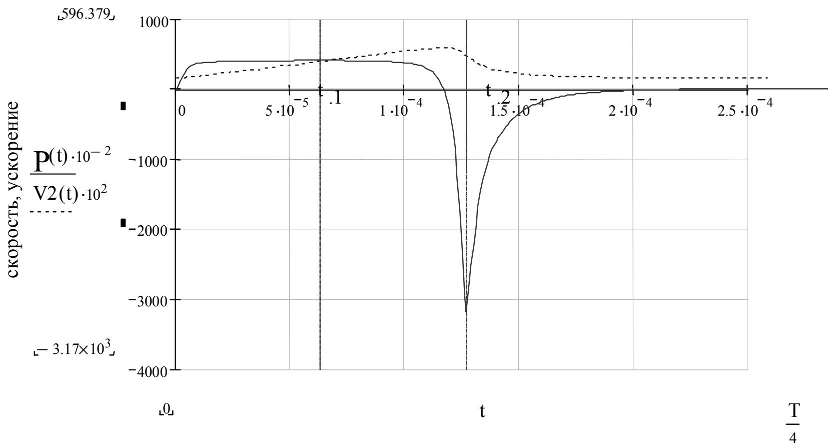

Рис. 1. Зависимость скорости и давления потока жидкости в канале статора от времени

Список литературы

1. Промтов М.А., Пульсационные аппараты роторного типа. Теория и практика.-М,: «Машиностроение», 2001.-260с.

2. Балабышко А.М., Зимин А.И., Ружицкий В.П. Гидромеханическое диспергирование. М.: Наука 1998 338с.

3. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы М.: Наука, 1989.-427с.