

В. И. БАРСУКОВ, О. С. ДМИТРИЕВ,

ФИЗИКА

**ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ,
ФИЗИКИ ЯДРА,
ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА И ЖИДКОСТИ**

**Тамбов
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
2014**

П Е Р И О Д И Ч Е С К А Я С И С Т Е М А

периоды	г р у п п ы					
	а I б	а II б	а III б	а IV б	а V б	
1	H					
2	3 Li 6,941 Литий	4 Be 9,01218 Бериллий	5 B 10,81 Бор	6 C 12,011 Углерод	7 N 14,0067 Азот	
3	11 Na 22,98977 Натрий	12 Mg 24,305 Магний	13 Al 26,98154 Алюминий	14 Si 28,086 Кремний	15 P 30,97376 Фосфор	
4	19 K 39,098 Калий	20 Ca 40,08 Кальций	21 Sc 44,9559 Скандий	22 Ti 47,90 Титан	23 V 50,9414 Ванадий	
	29 Cu 63,546 Медь	30 Zn 65,38 Цинк	31 Ga 69,72 Галлий	32 Ge 72,59 Германий	33 As 74,9216 Мышьяк	
5	37 Rb 85,4678 Рубидий	38 Sr 87,62 Стронций	39 Y 88,9059 Иттрий	40 Zr 91,22 Цирконий	41 Nb 92,9064 Ниобий	
	47 Ag 107,868 Серебро	48 Cd 112,40 Кадмий	49 In 114,82 Индий	50 Sn 118,69 Олово	51 Sb 121,75 Сурьма	
6	55 Cs 132,9054 Цезий	56 Ba 137,34 Барий	57 La* 138,9055 Лантан	72 Hf 178,49 Гафний	73 Ta 180,9479 Тантал	
	79 Au 196,9665 Золото	80 Hg 200,59 Ртуть	81 Tl 204,37 Таллий	82 Pb 207,2 Свинец	83 Bi 208,9804 Висмут	
7	87 Fr [223] Франций	88 Ra 226,0254 Радий	89 Ac** [227] Актиний	104 Ku [261] Курчатовий	105 (Ns) (Нильсборий)	
* Л А Н Т А Н О И Д ы						
58 Ce 140,12 Церий	59 Pr 140,9077 Празеодим	60 Nd 144,24 Неодим	61 Pm [145] Прометий	62 Sm 150,4 Самарий	63 Eu 151,96 Европий	64 Gd 157,25 Гадолиний
** А К Т И Н О И Д ы						
90 Th 232,0381 Торий	91 Pa 231,0359 Протактиний	92 U 238,029 Уран	93 Np 237,0482 Нептуний	94 Pu [244] Плутоний	95 Am [243] Америций	96 Cm [247] Кюрий

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев

ФИЗИКА

ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ ЯДРА, ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА И ЖИДКОСТИ

*Допущено Научно-методическим Советом по физике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по техническим направлениям подготовки
и специальностям*



Тамбов
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
2014

УДК 535. 338 (0765)
ББК В36я73-5
Б26

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор физико-математических наук, профессор,
заслуженный деятель науки Российской Федерации,
заведующий кафедрой общей физики
ФГБОУ ВПО «ТГУ им. Г. Р. Державина»
В. А. Федоров

Доктор технических наук, профессор,
директор Тамбовского филиала ФГБОУ ВПО «МГУКИ»
В. М. Тютюнник

Б26 Барсуков, В. И. Физика. Элементы атомной физики, физики ядра, физики твёрдого тела и жидкости : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям / В. И. Барсуков, О. С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2014. – 112 с. – 300 экз. – ISBN 978-5-8265-1250-0.

Представляет собой материал по разделу «Строение и физические свойства вещества» курса общей физики, читаемого для студентов бакалавриата в соответствии с программой ФГБОУ ВПО.

Рассмотрены основные понятия, связанные со строением атома и атомного ядра, с оптическими свойствами молекул, взаимодействием света с веществом, структурой вещества, теорией физики твёрдого тела и жидкости, с элементами квантовой физики. Приведены примеры решения задач и вопросы для самопроверки.

Предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям.

УДК 535. 338 (0765)
ББК В36я73-5

ISBN 978-5-8265-1250-0

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2014

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие написано в соответствии с действующей программой Государственного стандарта по курсу физики для инженерно-технических специальностей высших учебных заведений.

Его объём обусловлен тщательным отбором и лаконичным изложением материала. В отборе материала (количество рисунков и примеров) и методике его изложения был использован многолетний преподавательский опыт авторов, стремящихся кратко, но без ущерба раскрыть физический смысл изучаемых явлений, понятий и законов.

По математическому уровню пособие соответствует математической подготовке студентов первых курсов.

Пособие состоит из шести глав, посвящённых физике атома, атомного ядра, строению молекул, физике твёрдого тела и жидкости, а также элементам квантовой физики твёрдого тела.

Каждый раздел сопровождается примерами решения задач и вопросами для самопроверки.

В приложении сведены в порядке изучения перечисленных тем основные формулы и уравнения, что в некоторой степени способствует более быстрому ориентированию в материале пособия при решении задач и ответах на контрольные вопросы.

Авторы выражают глубокую благодарность за ряд полезных советов и замечаний рецензентам пособия: доктору физико-математических наук, профессору, заведующему кафедрой общей физики ФГБОУ ВПО «ТГУ им. Г. Р. Державина» В. А. Федорову, доктору технических наук, директору Тамбовского филиала ФГБОУ ВПО «МГУ Ки» В. М. Тютюнику».

1. ФИЗИКА АТОМА

1.1. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ О ПЕРВОНАЧАЛЬНОЙ МОДЕЛИ АТОМА РЕЗЕРФОРДА–БОРА

При изучении курса физики очень часто приходится встречаться с представлениями об атомном строении вещества. Всё многообразие веществ в конечном итоге сводится к тому числу элементов, которые заполняют таблицу Д. И. Менделеева.

Само понятие «элемент» или атом имеет длинную историю: оно развивалось со времён первоначальных воззрений Демокрита и Лукреция, прошло через точное мышление Лавуазье и Дальтона, получило развитие в работах Ломоносова, в его атомно-кинетической теории, было подкреплено целым рядом физических и химических явлений. Так что к концу XIX в. установилось такое определение: *химический элемент или атом есть вещество, которое ни при каких химических реакциях не разлагается на более простые составные части.*

Но физические эксперименты и развитие физической теории конца XIX и начала XX вв. заставили отказаться от такого определения, поскольку в нём заключалось утверждение о неизменяемости химических элементов, о неделимости атома – «кирпичиков мироздания».

Разнообразные явления: ионизация газов, катодные и анодные лучи, электронный ток, фотоэффект, излучение и поглощение света и другие, заставили сначала подозревать, а затем и утверждать, что при этих явлениях имеем дело с осколками и частями атомов, что атомы имеют сложное строение, части их заряжены, внутри атома существует электрическое поле.

Величайшее значение для познания атома имели два, почти одновременные, открытия – открытие рентгеновских лучей (1895 г., Вильгельм Рентген, Германия) и радиоактивности (1896 г., Анри Беккерель, Париж). Оба эти открытия ознаменовали новую эпоху в физике как в области эксперимента, так и в физической теории; они открыли путь в атом.

При этом возникли вопросы:

1. Что входит в состав атома? Какие более простые частицы являются его составными частями?
2. Как расположены эти частицы в недрах атома?
3. Какова природа сил и характер взаимодействия между этими частями атома?

На поставленные вопросы пытались ответить многие учёные, в том числе лорд Кельвин и Д. Д. Томсон, но их теория теперь имеет только исторический характер.

Изучение явления радиоактивности, установление природы α -, β - и γ -лучей, процессов, происходящих при прохождении этих лучей через вещество, позволило Э. Резерфорду выдвинуть основные идеи о строении атома (1911 г.), которые в общем представлении сохранились до сих пор:

а) в центре всякого атома находится положительно заряженное ядро весьма малых размеров ($10^{-12} \dots 10^{-13}$ см);

б) вокруг этого ядра вращаются электроны, радиусы их орбит не превышают радиуса атома (10^{-8} см).

В самом выражении этой идеи скрыто в высшей степени важное положение:

а) так как атом нейтрален, то положительный заряд ядра должен быть скомпенсирован отрицательными зарядами электронов $q_{\text{я}} = ne$;

б) движение электронов на орбитах постулируется необходимостью уравновесить притяжение электронов к ядру центробежной силой;

в) так как масса электронов ничтожна, то вся масса атома сосредоточена в его ядре. Доказательством этому является отклонения α -частиц в опытах Резерфорда. Сила взаимодействия α -частицы и ядра подчиняется закону Кулона. При этом Резерфорд дал математическую теорию рассеяния α -частиц, которая была подтверждена экспериментально;

г) разработав тщательно методику на основе теории Резерфорда, его ученик Чадвик непосредственно определил заряд атомного ядра.

Результаты получились поразительными.

Заряд ядра атома какого-либо элемента определяется атомным числом элемента Z , т.е. $q_{\text{я}} = Ze$. Получаем в высшей степени замечательное заключение: *в периодической системе Менделеева элементы расположены по зарядам их атомов – Z , а так как $q_{\text{я}} = ne$, то $n = Z$, т.е. число электронов в атоме элемента равно его порядковому числу Z .*

Отсюда вытекает важная роль атомного числа: оно характеризует заряд ядра, число электронов в атоме, физические и химические особенности элементов, характеризует рентгеновские спектры, частоту ν и длину волны λ в их сериях K, L, M .

Определим размеры ядра. При приближении к ядру энергия α -частицы будет исчерпана работой против сил взаимодействия ядра и α -частицы, т.е.

$$\Delta W = A = q_{\alpha}\varphi,$$

где φ – потенциал в точке прохождения α -частицы, созданный зарядом ядра

$$\varphi = \frac{q_{\text{я}}}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r},$$

учитывая, что $q_\alpha = 2e$, а $\Delta W = \frac{m_\alpha v^2}{2}$, получим

$$\frac{m_\alpha v^2}{2} = \frac{2Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r},$$

откуда

$$r = \frac{4Ze^2}{4\pi\epsilon_0 m_\alpha v^2}.$$

Для фольги из золота, используемой в опыте $Z_{Au} = 79$, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m_\alpha = 4m_H = 6,68 \cdot 10^{-27}$ кг, $v_\alpha = 2 \cdot 10^7$ м/с, получаем, что $r = 3 \cdot 10^{-14}$ м = $3 \cdot 10^{-12}$ см.

Однако, имея модель атома по Резерфорду, всё же возникают вопросы: почему эта модель устойчива? Какие процессы в атоме вызывают явления излучения различных спектров? На эти и ряд других вопросов, возникших по поводу воззрений Резерфорда, дали ответ те положения, которые выдвинул датский учёный Нильс Бор (1915 г.).

1.2. ПОСТУЛАТЫ БОРА

а) Невозможность классической теории атома (по Резерфорду).

Поскольку электрон вращается вокруг ядра с ускорением, то это вращение соответствует переменному току, что в свою очередь создаёт переменное магнитное поле – источник электромагнитных волн. Атом является источником излучения энергии, следовательно, электрон при вращении теряет свою кинетическую энергию, скорость его уменьшается и через промежуток времени, порядка 10^{-8} с, он упадёт на ядро. Атом будет неустойчив.

Бор, констатируя конфликт с классической теорией, констатировал и тот факт, что макроскопическая механика и электродинамика *неприемлемы* к атомным процессам, для них нужны *принципиально новые теории*, созданные на основе наблюдений *микроскопических* явлений.

Этот разрыв между классической механикой, электродинамикой и атомной теорией он выразил в своих постулатах. Главная их идея – переход от явлений и величин *непрерывных к дискретным* на основе теории Планка.

б) Первый постулат Бора.

Атомы могут длительное время находиться только в определённых, так называемых стационарных состояниях.

Энергия стационарного состояния $E_1, E_2, E_3, \dots, E_n$ образует дискретный ряд.

С точки зрения классической механики и электродинамики на электрон в атоме действует со стороны ядра центростремительная сила, являющаяся по своей природе кулоновской, т.е. $f_{\text{цс}} = f_{\text{эл}}$ или

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n^2}, \quad (1.2.1)$$

здесь радиусы орбит не ограничены, энергия электрона на орбите может быть любой.

Последнее предположение неприемлемо с точки зрения квантовой теории. Энергия не может изменяться непрерывно, она нарастает или убывает целыми квантами – $\epsilon = h\nu$.

Тогда Бор высказал утверждение: *радиусы орбит электронов для стационарных состояний атома должны удовлетворять условию*

$$r_n m_e v_n = n \frac{h}{2\pi}, \quad (1.2.2)$$

т.е. момент количества движения электрона на n -й орбите кратен постоянной Планка.

Таким образом, движение электрона удовлетворяет двум условиям (1.2.1) и (1.2.2). Второе условие ограничивает первое. Решая эти уравнения, получим возможные значения скоростей

$$v_n = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 h n} \quad (1.2.3)$$

и радиусов орбит

$$r_n = \frac{\epsilon_0 h^2 n^2}{\pi Z e^2 m_e}. \quad (1.2.4)$$

Энергия электрона на n -й орбите будет складываться из кинетической энергии движения и потенциальной энергии взаимодействия электрона с ядром, $E = E_{\text{кин}} + E_{\text{пот}} = \frac{m_e v_n^2}{2} + \left(\frac{-Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r_n} \right)$, что с учётом выражений для скорости и радиуса, даст в системе СИ

$$E = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{Z^2}{n^2}. \quad (1.2.5)$$

Полученные выражения дают важнейшие следствия из первого постулата Бора. Так как n принимает дискретные значения, то и v_n, r_n, E , характеризующие движение электрона в атоме, получают дискретные, квантовые значения, самое существо которых обусловлено тем, что существуют кванты энергии $\varepsilon = h\nu$, они входят в любой её поток как неделимые части.

Изменение энергии происходит не непрерывно, а скачкообразно, строго определёнными порциями.

При $Z = 1, n = 1$, получим

$$E_1 = -\frac{m_e e^4}{8\varepsilon_0^2 h^2}; E_n = -E_1 \frac{Z^2}{n^2}. \quad (1.2.6)$$

в) Второй постулат Бора.

Из (1.2.5) и (1.2.6) следует, что при движении электрона по стационарным орбитам, его энергия не меняется и, следовательно, сам атом не излучает энергии.

Рассмотрим ряд процессов.

1. Атом нейтрален ($q_{\text{я}} = Ze$) и находится в нормальном состоянии.
2. Один из электронов получил извне излишек энергии, при этом он не может остаться на орбите n_1 и переходит на орбиту n_2 . Атом оказался в возбуждённом состоянии.
3. При обратном переходе в нормальное состояние ($n_2 \rightarrow n_1$) излишек энергии будет излучаться.

На основании этого получаем II постулат Бора.

При движении электрона по одной из стационарных орбит, излучения не происходит, оно возникает лишь при переходе электрона с удалённых орбит на более близкие к ядру.

При этом излучается квант энергии $\varepsilon = h\nu$, соответствующий частоте

$$\nu_{2,1} = \frac{E_{n_2} - E_{n_1}}{h}. \quad (1.2.7)$$

В этом утверждается глубокий и резкий разрыв с электродинамикой; электрический заряд, движущийся с ускорением, не излучает, т.е. не образует около себя электромагнитного поля.

Второй постулат Бора выясняет причину излучения и раскрывает механизм этого излучения.

Постулаты Бора выражают требования устойчивости атома как основного факта химических, да и всех атомно-кинетических воззрений.

1.3. ОПЫТЫ ФРАНКА И ГЕРЦА. КОМБИНАЦИОННЫЙ ПРИНЦИП РИТЦА

Так как постулаты Бора оказались несовместимы с классической физикой, то для проверки основного положения Бора – дискретности возможных значений энергии атома, Франком и Герцем были поставлены опыты по изучению характера взаимодействия электронов с атомом в зависимости от энергии электрона (рис. 1.1). По классической теории электрон может отдавать атому любые значения энергии. Величина тока должна идти по линии 2.

В опыте было установлено, что ток резко уменьшается (происходит поглощение энергии электрона атомом) при энергии электрона, кратной энергии возбуждения паров ртути (удар первого рода) – кривая 3, т.е., как и предполагалось, энергия изменялась дискретно.

Постулаты Бора позволяют объяснить некоторые важные закономерности в спектре атомарного водорода (рис. 1.2). Из рисунка видно, что разность двух частот первой серии даёт частоту для одной из последующих серий. Эта закономерность носит название комбинационного принципа Ритца.

Например, для первой серии

$$\nu_{1,n} = \frac{E_n - E_1}{h}; \quad \nu_{1,k} = \frac{E_k - E_1}{h}.$$

Разность этих частот даст частоту для одной из последующих серий:

$$\nu_{1,k} - \nu_{1,n} = \frac{E_k - E_1}{h} - \frac{E_n - E_1}{h} = \frac{E_k - E_n}{h} = \nu_{n,k}.$$

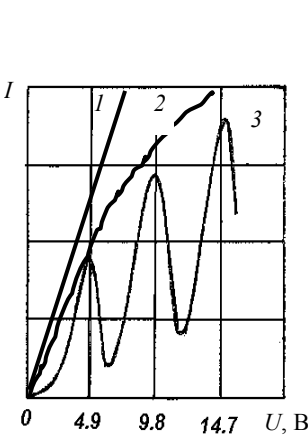


Рис. 1.1

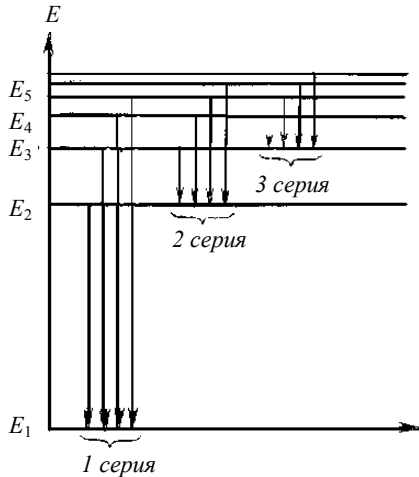


Рис. 1.2

Однако постулаты Бора не позволяют трактовать спектры и свойства сложных атомов.

Каковы причины перехода из одного состояния в другое? Какова последовательность этих переходов?

Почему интенсивности линий разных переходов различны?

На эти вопросы даёт ответ квантовая механика.

1.4. КВАНТОВОМЕХАНИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ АТОМА ВОДОРОДА (результаты решения уравнения Шредингера)

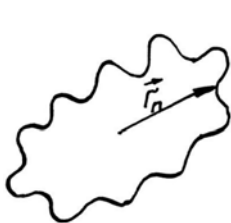
Рассмотрение водородоподобного атома представляет интерес для качественного описания поведения внешнего валентного электрона щелочных металлов и свойств самых внутренних электронов сложных атомов.

Поскольку масса ядра атома значительно больше массы электрона, а диаметр ядра ($d_{\text{я}} \approx 10^{-12} \dots 10^{-13}$ см) значительно меньше диаметра атома ($d_{\text{а}} \approx 10^{-8}$ см), то ядро можно рассматривать как точечный неподвижный положительный заряд с потенциалом точек вокруг него, равным $\varphi = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r}$. Потенциальная энергия электрона будет равна

$$U(r) = -e\varphi = -\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (1.4.1)$$

Подставляя (1.4.1) в уравнение Шредингера $\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0$ и решая его, найдём волновые функции и значение энергии в стационарном состоянии атома. Точной наглядной интерпретации для этого решения дать невозможно. Приблизительно, электрон можно представить в виде замкнутой волновой траектории (рис. 1. 3).

Устойчивое волновое движение будет возможно при условии, если на орбите укладывается целое число волн де Бройля, т.е. $2\pi r_n = n\lambda$, а так как



$$\lambda = \frac{h}{m\nu_n}, \quad \text{то} \quad 2\pi r_n = n \frac{h}{m\nu_n}, \quad \text{откуда} \quad r_n m \nu_n = n \frac{h}{2\pi} = n\hbar.$$

Это выражение тождественно первому постулату Бора.

Так как движению на разрешённой стационарной орбите отвечает стационарная волна с постоянной амплитудой, то и распределение заряда неизменно и, следовательно, атом не излучает энергии.

Рис. 1.3

Движение электрона уподобляется замкнутому постоянному току с механическим моментом импульса $L_{\text{мех}} = r m v = n \hbar$, направленным противоположно магнитному моменту p_m (рис. 1.4)

$$p_m = iS = \frac{e}{T} \pi r^2 = \frac{e v}{2 \pi r} \pi r^2 = \frac{e v r}{2}$$

или

$$p_m = \frac{e v r}{2} = \frac{e}{2 m} L = \frac{e}{2 m} n \hbar = n \frac{e \hbar}{2 m}.$$

Величина $p_m = \frac{e \hbar}{2 m} = 0,9273 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл называется магнетоном

Бора и используется при измерении магнитных моментов атомов.

Электрон на *стационарной* орбите создаёт *постоянное* магнитное поле и *не излучает* энергию.

На самом деле, Ψ -функция, описывающая движение электрона в атоме, представляет собой не одномерную, а пространственную волну, соответствующую трём степеням свободы электрона в пространстве.

Поэтому, как волна, так и энергия электрона в поле ядра определяются тремя квантовыми числами n, l, m :

n – *главное квантовое число*, характеризует диаметр орбиты и число стоячих волн на ней;

l – *орбитальное (азимутальное) квантовое число*, характеризует вытянутость (форму) и характер движения орбиты ($l = 0, 1, 2, \dots, n - 1$).

Каждому из значений орбитального квантового числа l соответствует некоторая энергия атома, и уровень, отвечающий определённому значению n , разделяется на несколько близких уровней. Они обозначаются так:

$$S(l = 0), p(l = 1), d(l = 2), f(l = 3) \text{ и т.д.,}$$

например, при $n = 3$ и $l = 1$ орбита обозначается как $3p$;

m – *магнитное квантовое число*, характеризует ориентацию нормали к плоскости орбиты и вектора её магнитного момента p_m в пространстве. Оно изменяется от $(+l)$ при совпадении направления полей до $(-l)$, когда поля противоположны. Например, при $l = 2$ значения m равны $2, 1, 0, -1, -2$. Физический смысл ограничения m по величине состоит в том, что проекция вектора магнитного момента не может превышать длины самого вектора (рис. 1.5).

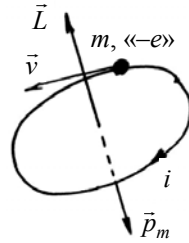


Рис. 1.4



Рис. 1.5

В 1925 году Гаудсмит и Уленбек показали, что кроме магнитного момента орбиты электрона, сам электрон имеет собственные механический и магнитный моменты. Для характеристики ориентации этих собственных моментов электрона добавляется спиновое квантовое число, принимающее одно из двух значений $S = \pm 1/2$.

Прямое подтверждение наличия спина электрона следует из опыта Штерна и Герлаха по отклонению атомного пучка во внешнем неоднородном магнитном поле. Это отклонение определяется величиной магнитного момента атома и угла, который он составляет с внешним полем. Элементы Li, Ag, H давали двойной след, обусловленный двумя возможными ориентациями спинового магнитного момента валентного электрона, что совпадало с требованиями теории Шредингера.

Таким образом, во внешнем магнитном поле уровни будут расщепляться в зависимости от S и l (рис. 1.5).

Пример. Определить число простых уровней при $n = 2$.

При $n = 2$, азимутальное число l принимает значения $l = 0$; $l = 1$.

При $l = 0$, $m = 0$; $S = \pm 1/2$. Следовательно, сложный уровень $n = 2$, $l = 0$ ($2S$) состоит из двух простых уровней:

$$n = 2 \quad l = 0 \quad m = 0 \quad S = +1/2$$

$$n = 2 \quad l = 0 \quad m = 0 \quad S = -1/2.$$

Сложный уровень $n=2$ $l=1$ ($2p$) состоит из шести простых уровней, так как при $l=1$ m принимает значения: $m = \pm 1, m = 0$.

$$\begin{array}{llll} \text{Тогда} & n=2 & l=1 & S = +1/2 & m = +1 \\ & n=2 & l=1 & S = +1/2 & m = 0 \\ & n=2 & l=1 & S = +1/2 & m = -1 \\ & n=2 & l=1 & S = -1/2 & m = +1 \\ & n=2 & l=1 & S = -1/2 & m = 0 \\ & n=2 & l=1 & S = -1/2 & m = -1. \end{array}$$

Итак, при $n=2$ получаем восемь простых уровней

1.5. СПЕКТРАЛЬНЫЕ СЕРИИ АТОМАРНОГО ВОДОРОДА

Возникновение линейчатого спектра атомарного водорода определяется переходом электрона с более удалённой орбиты на более близкую к ядру. Так как полная энергия электрона в атоме равна

$$E = -\frac{m_e e^4 Z^2}{8\varepsilon_0^2 h^2 n^2}, \quad (1.5.1)$$

то при переходе с n -й орбиты на k -ю, где $n > k$, будет излучаться фотон с энергией $\varepsilon_{k,n}$ и частотой $\nu_{k,n}$, т.е. имеем:

$$E_n - E_k = h\nu_{k,n} \quad \text{и} \quad \nu_{k,n} = \frac{E_n - E_k}{h}. \quad (1.5.2)$$

Подставляя в (1.5.2) выражение (1.5.1), находим:

$$\nu_{k,n} = \frac{mZ^2 e^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1.5.3)$$

Введём обозначение $R_H = \frac{me^4}{8\varepsilon_0^2 h^3} = 3,28805 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$, где R_H – называется «постоянная Ридберга» для водорода. Следовательно,

$$\nu_{k,n} = R_H \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right). \quad (1.5.4)$$

Фиксируя значения k и меняя n , получим набор частот, носящий название «спектральной серии».

Так, при $k=1$ и $n=2, 3, 4, \dots$, получаем частоты, отвечающие переходу электрона со второго, третьего, четвёртого и т.д. слоёв орбит на орбиту

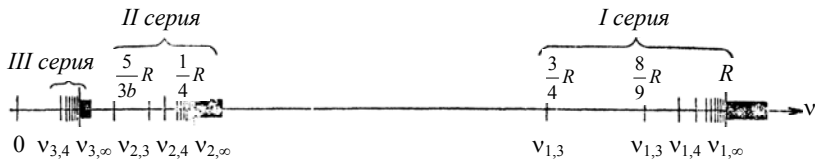


Рис. 1.6

первого слоя. Фотоны первого слоя имеют энергию от 10, 15 эВ и выше – все они лежат в ультрафиолетовой области спектра. С ростом n соседние частоты всё меньше и меньше отличаются друг от друга. Линии в спектре идут всё гуще и гуще, накапливаясь у предельной частоты дискретного спектра: $\nu_{1,\infty} = R$ (рис. 1.6).

Однако на этом спектр не кончается. Частота $\nu_{1,\infty}$ получается в результате перехода электрона на первую орбиту с бесконечно удалённой орбиты, на которой его кинетическая энергия равна нулю. Как отмечалось ранее, электрон, будучи удалён от ядра, может иметь любую положительную энергию E . При переходе из такого состояния на первую орбиту будет испущен фотон энергии:

$$\varepsilon = E - E_1 > E_\infty - E_1 \text{ и частоты } \nu > \nu_{1,\infty}. \quad (1.5.5)$$

Все линии этой серии (серия Лаймана) лежат в ультрафиолетовой области от значений $\lambda_{1,2} = \frac{c}{\nu_{1,2}} = \frac{4c}{3R} = 1215,68 \text{ \AA}$ до границы серии

$\lambda_{1,\infty} = \frac{c}{R} = 911,23 \text{ \AA}$. Аналогично, полагая $k=2$ и $n=3, 4, 5, \dots$, получаем частоты второй серии (серия Бальмера), возникающей при переходе электрона на вторую стационарную орбиту. Первые четыре линии этой серии лежат в видимой области спектра:

$$\lambda_{2,3} = \frac{c}{\nu_{2,3}} = 6562,8 \text{ \AA} \text{ (красная линия, линия } H_\alpha \text{),}$$

$$\lambda_{2,4} = 4861,3 \text{ \AA} \text{ (синяя линия, линия } H_\beta \text{),}$$

$$\lambda_{2,5} = 4340,5 \text{ \AA} \text{ (фиолетовая линия, линия } H_\delta \text{),}$$

$$\lambda_{2,6} = 4101,7 \text{ \AA} \text{ (фиолетовая линия, линия } H_\gamma \text{).}$$

Остальные линии этой серии расположены в ультрафиолетовой области. Граница серии – $\lambda_{2,\infty} = 3646 \text{ \AA}$, а далее идёт сплошной спектр.

Так же получаются частоты третьей серии (серия Пашена), четвёртой (серия Брэкета), пятой (серия Пфунда) и других серий, лежащих уже в инфракрасной области (рис. 1.7).

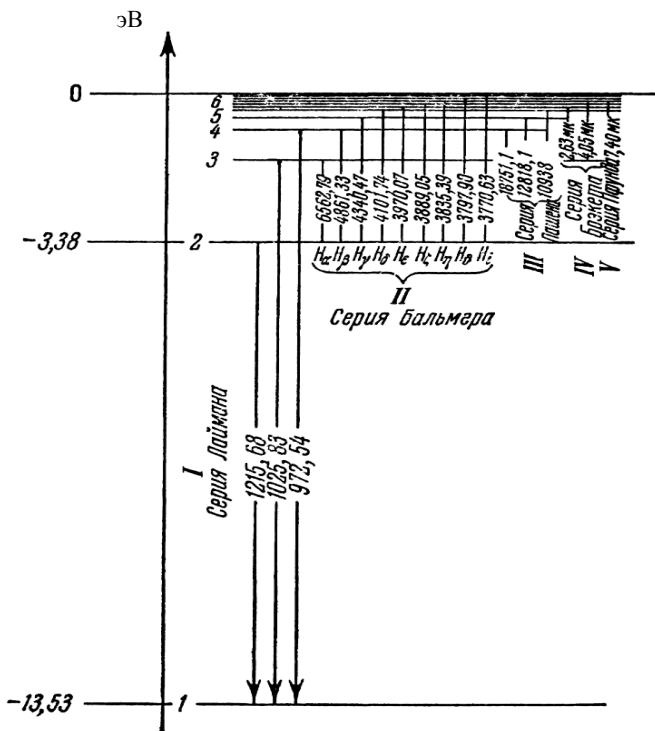


Рис. 1.7

Из формул (1.5.3) и (1.5.4) следует, что любую частоту в спектре одноэлектронного атома можно представить в виде

$$\nu_{k,n} = \frac{RZ^2}{k^2} - \frac{RZ^2}{n^2}, \quad (1.5.6)$$

где каждое слагаемое называется *спектральным термом*. Разность термов двух орбит k и n даёт частоту спектральной линии, возникающей при переходе с одной орбиты на другую, в соответствии с (1.5.6).

1.6. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ ПО ЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ УРОВНЯМ В АТОМЕ. ПРИНЦИП ПАУЛИ. ПЕРИОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ЭЛЕМЕНТОВ

Четвёрка квантовых чисел n, l, m и s полностью характеризует состояние одного электрона в поле атомного ядра. В многоэлектронном атоме нужно учитывать ещё и взаимодействие электронов друг с другом, а также весьма важный принцип Паули.

Частицы, подчиняющиеся принципу Паули, не могут быть одновременно в одном и том же состоянии. Любое возможное состояние либо вакантно, либо занято одной частицей.

Принцип Паули утверждает: *никакие два электрона в атоме не могут обладать одинаковыми значениями всех четырёх квантовых чисел (n, l, m, s).*

Рассмотрим многоэлектронный атом, заряд ядра которого равен Ze ; вокруг ядра движется Z электронов. Электроны будут занимать, в соответствии с запретом Паули, различные «орбиты» – состояния, характеризующиеся квантовыми числами n, l, m, s . Разобьём их по слоям в соответствии со значением главного квантового числа n . Эти слои орбит, или, лучше, электронные оболочки, имеют следующие наименования:

$n = 1$ *K*-оболочка, $n = 5$ *O*-оболочка,
 $n = 2$ *L*-оболочка, $n = 6$ *P*-оболочка,
 $n = 3$ *M*-оболочка, $n = 7$ *Q*-оболочка.
 $n = 4$ *N*-оболочка,

Состояния с разными значениями l , отвечающие данному квантовому числу n , имеют обозначения, указанные в табл. 1.1.

Энергия электрона в многоэлектронном атоме определяется главным образом значениями n и l . Поэтому состояния атома для краткости часто отмечают двумя индексами: значением n и буквой, отвечающей значению l . Например, состояние $2p$ означает состояние с $n = 2$ и $l = 1$; $4s$ – состояние с $n = 4$ и $l = 0$ и т.д.

Таким образом,

K-слой – 2 электрона $1s$,

L-слой – 2 электрона $2s$, 6 электронов $2p$,

M-слой – 2 электрона $3s$, 6 электронов $3p$, 10 электронов $3d$,

и т.д., что даст общее их число, равное $2n^2$.

1.1. Распределение электронов в атоме по состояниям

n	$l = 0$ <i>s</i>	1 <i>p</i>	2 <i>d</i>	3 <i>f</i>	4 <i>g</i>	Максимальное число электронов $2n^2$
<i>K</i> 1	2					2
<i>L</i> 2	6					8
<i>M</i> 3	2	6	10			18
<i>N</i> 4	2	6	10	14		32
<i>O</i> 5	2	6	10	14	18	50

Рассмотрим, как объясняются закономерности в свойствах атомов, которые были открыты Д. И. Менделеевым (см. табл. 1.2).

$Z = 1$. Водород. 1 электрон в $1s$ -состоянии.

$Z = 2$. Гелий. 2 электрона в $1s$ -состоянии (с противоположными спинами). В атоме гелия единственный K -слой оказывается заполненным. Атомы гелия очень устойчивы, не вступают ни в какие соединения с другими атомами гелия или другими элементами.

$Z = 3$. Литий. В K -слое лития «вакансий» для трёх электронов нет. Третий электрон будет находиться в L -слое. Этот электрон экранирован двумя электронами K -слоя и сравнительно слабо связан с атомом.

$Z = 4 \dots 10$ – от бериллия до неона идёт заполнение второго L -слоя, т.е. $2s$ - и $2p$ -состояний, завершающееся на неоне. Неон, как и гелий, оказывается инертным газом, а натрий с $Z = 11$, у которого имеется один электрон в M -слое (состояние $3s$), химически сходен с водородом и литием.

Очевидно, что при химическом взаимодействии атомов внутренние электронные оболочки, защищённые от воздействия при соприкосновении с другими атомами, не играют заметной роли.

Химические свойства атомов определяются количеством внешних электронов, входящих в состав наиболее удалённого от ядра слоя.

Аргон ($Z = 18$), имеющий в наружном M -слое восемь электронов ($3p$ и $3s$), оказывается подобным гелию и неону. Оказалось, что наружная оболочка, в которой заполнены все s - и p -состояния, весьма устойчива, и элемент, содержащий в наружной оболочке все s - и p -электроны, является химически инертным. Таковы криптон ($Z = 36$) – 8 электронов в состояниях $4s$ и $4p$, ксенон ($Z = 54$) – 8 электронов $5s$ и $5p$ и радон ($Z = 86$) – 8 электронов $6s$ и $6p$.

Следующий элемент – калий ($Z = 19$) имеет девятнадцатый электрон не в состоянии $3d$, а в $4s$. Происходит это в силу того, что энергия электрона в $4s$ -состоянии меньше, чем в $3d$. Таким образом, при десяти незаполненных d -состояниях в третьем слое начинается заполнение четвёртого. Калий оказывается химически близким литию и натрию.

Точно так же за криптоном следует рубидий, у которого имеется 8 электронов в N -слое. При незаполненных 10 состояниях $4d$ и 14 состояниях $4f$ один электрон находится в состоянии $5s$.

Периодичностью обладают не только химические, но и другие свойства атомов. Её легко заметить и для атомных объёмов (рис. 1.8).

Особенно велик объём атомов, содержащих всего один (легко теряемый) электрон на внешнем слое.

1.2. Заполнение энергетических уровней электронами

Период	Z	Элемент	Оболочки									
			K	L	M	N	O	P	Q			
I	1	H	1									
	2	He	2	2s 2p	3s 3p 3d	4s 4p 4d 4f	5s 5p 5d 5f	6s 6p 6d	7s			
II	3	Li	2	1								
	4 – 9	Be–F	2	2 6								
III	10	Ne	2	2 6								
	11	Na	2	2 6	1							
IV	12 – 17	Mg–Cl	2	2 6	2 6							
	18	Ar	2	2 6	2 6							
IV	19	K	2	2 6	2 6 –	1						
	20	Ca	2	2 6	2 6 –	2						
IV	21	Sc	2	2 6	2 6 1	2						
	22 – 28	Ti–Ni	2	2 6	заполнение состояний 3d							
IV	29	Cu	2	2 6	2 6 10	1						
	30 – 35	Zn–Br	2	2 6	заполнение состояний 4s и 4p							
IV	36	Kr	2	2 6	2 6 10	2 6						

Продолжение табл. 1.2

Период	Z	Элемент	Оболочки									
			K 1s	L 2s 2p	M 3s 3p 3d	N 4s 4p 4d 4f	O 5s 5p 5d 5f	P 6s 6p 6d	Q 7s			
V	37	Rb	2	2 6	2 6 1 0	2 6 --	1					
	38	Sr	2	2 6	2 6 1 0	2 6 --	2					
	39	Y	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 --	2					
VI	40 – 46	Zr–Pd			заполнение состояний 4 d							
	47	Ag	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	1					
	48 – 53	Cd–J			заполнение состояний 5s и 5p							
	54	Xe	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	2 6					
VII	55	Cs	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	2 6 --	1				
	56	Ba	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	2 6 --	2				
	57	La	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	2 6 1 --	2				
	58	Ce	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0	2 6 1 --	2				
	59 – 71	Pr–Lu			заполнение состояний 4f							
	72	Hf	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 2 --	2				
	73 – 78	Ta–Pt			заполнение состояний 5d							
	79	Au	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 --	1				
VIII	80 – 85	Hg–Ej			заполнение состояний 6s и 6f							
	86	Em	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 --	2 6				
IX	87	Fr	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 --	2 6 --		1		
	88	Ra	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 --	2 6 --		2		
	89	Ac	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 --	2 6 1		2		
	90	Th	2	2 6	2 6 1 0	2 6 1 0 1 4	2 6 1 0 1	2 6 1		2		
	91 –	Pa –			заполнение состояний 5f							

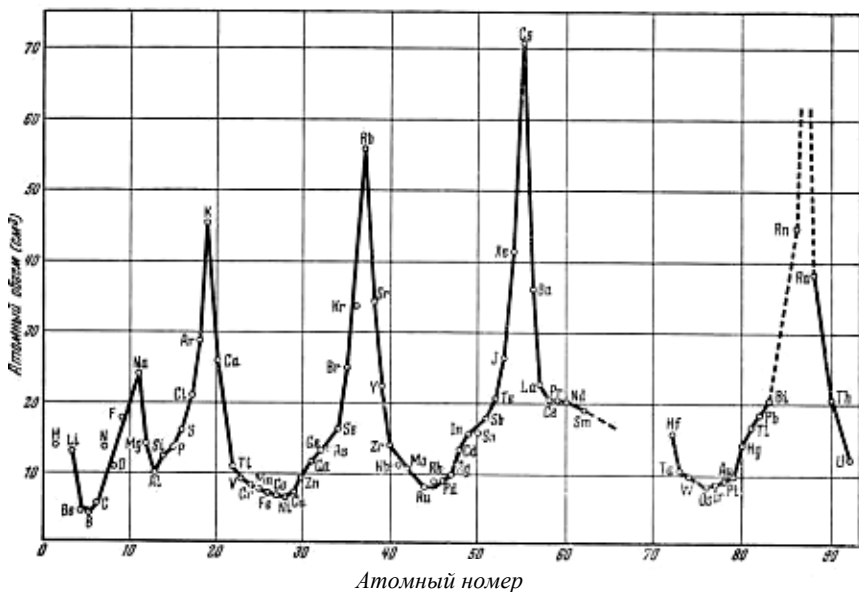


Рис. 1.8

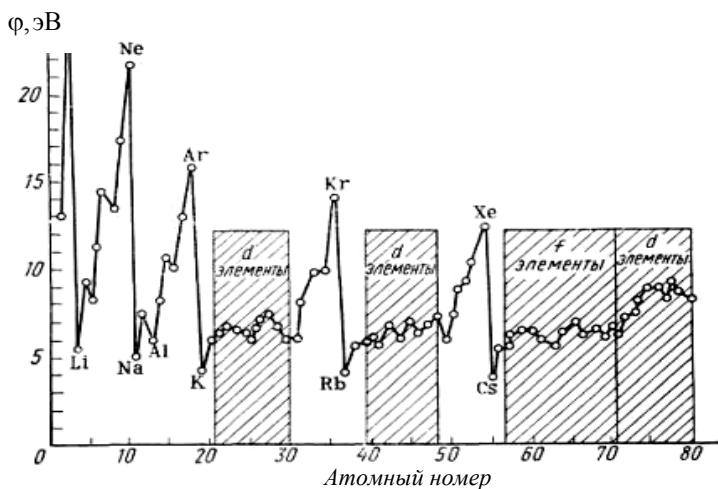


Рис. 1.9

Периодически меняются и ионизационные потенциалы (рис. 1.9). На нём приводятся значения первого ионизационного потенциала (т.е. энергия, необходимая для отрыва одного электрона у невозбуждённого

атома) как функция атомного номера. Бросается в глаза резкое возрастание ионизационного потенциала для инертных газов, обладающих наиболее устойчивой внешней электронной оболочкой.

Таким образом, в периодической системе элементов к одному периоду относятся все элементы, у которых внешние электроны в атомах составляют одну и ту же оболочку. Номер периода равен значению главного квантового числа n .

К одной группе относятся все элементы с одинаковой структурой внешних термов.

1.7. РЕНТГЕНОВСКИЕ СПЕКТРЫ. СПЛОШНОЕ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ РЕНТГЕНОВСКИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ. ЗАКОН МОЗЛИ

Оптические спектры весьма сложны, и идентификация элементов по их спектрам требует соблюдение ряда трудно предусмотримых условий. Кроме того, оптический спектр совершенно меняется, когда атомы вступают в соединение с другими атомами. Оба эти недостатка не присущи спектрам, возникающим при переходах внутренних, ближайших к ядру электронов. Эти электроны, движущиеся в многоэлектронных атомах непосредственно в поле ядра, сильно связаны, и порождаемое ими излучение обладает очень большой частотой, лежащее в рентгеновской области спектра.

В многоэлектронном атоме электроны K -слоя движутся в поле ядра. Внешние электроны взаимодействуют с ними слабо. Электроны L -слоя движутся в поле ядра, экранированного двумя электронами K -слоя, и т.д. Для частот, испускаемых при переходе электрона между этими слоями, можно приближённо использовать формулу

$$\nu_{k,n} = RZ^2 \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

подставив вместо Z «эффективный заряд» ($Z - \sigma$), в поле которого движется электрон. Величина σ учитывает экранировку ядра другими электронами. Таким образом, для переходов $L \rightarrow K$ получаем следующую частоту испускаемого при переходе фотона:

$$\nu_K = R(Z - \sigma_K)^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right), \quad (1.7.1)$$

где σ_K близка к единице, а не к двум, так как переход $L \rightarrow K$ возможен, если в K -слое имеется одна вакансия, т.е. он содержит только один электрон.

Аналогично для переходов $M \rightarrow L$, дающих L -серии, можно написать:

$$\nu_L = R(Z - \sigma_L)^2 \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right). \quad (1.7.2)$$

Большая энергия связи внутренних электронов, являющаяся причиной большой частоты, «жесткости» соответствующих фотонов, определяет специфические условия возникновения рентгеновских серий. Рентгеновское излучение возникает в результате обстрела вещества быстрыми электронами. Если энергия электронов eU меньше, чем энергия связи внутренних электронов, рентгеновское излучение будет испускаться самими этими электронами при их торможении в веществе. Это – непрерывный или, по аналогии с непрерывным видимым спектром, *белый рентгеновский спектр*.

При достаточно большой энергии eU электронов на этот спектр наложится линейчатый рентгеновский спектр. Его происхождение следующее. Когда eU достигнет энергии связи электронов M -слоя, начнется вырывание электронов M -слоя ударами быстрых электронов. Образовавшиеся «вакансии» в M -слое будут заполняться в результате $N \rightarrow M$ переходов с испусканием фотонов. Возникает рентгеновская M -серия. Когда eU достигнет энергии связи L -электронов, начнется вырывание электронов из L -слоя, возникнет L -серия. Ещё большее увеличение энергии приведёт к возникновению K -серии. Таков механизм возникновения *линейчатых рентгеновских спектров*.

Рентгеновские спектры имеют ряд существенных преимуществ перед оптическими спектрами:

а) рентгеновские спектры определяются простой зависимостью частоты серии от атомного номера: из (1.7.1), (1.7.2) следует, что для всех серий $\sqrt{\nu}$ является примерно линейной функцией атомного номера. Этот результат соответствует опыту и носит название *закона Мозли*.

На рисунке 1.10 приведён общий ход зависимости $\sqrt{1/\lambda}$ для K -, L -, M -серий от атомного номера Z . Рисунок 11 воспроизводит фотографию K -серии для элементов от $Z = 34$ до $Z = 45$. Такая правильность в изменении ν с ростом Z позволяет с уверенностью определять атомные номера элементов – задача, достаточно трудная при использовании других методов;

б) рентгеновские спектры возникают за счёт переходов во внутренних оболочках, не меняющихся, в какие бы соединения ни входили рассматриваемые атомы. Таким образом, рентгеновский спектр сложного вещества представляет собой сумму спектров входящих в его состав компонент. Оптические спектры атомов можно наблюдать только, когда

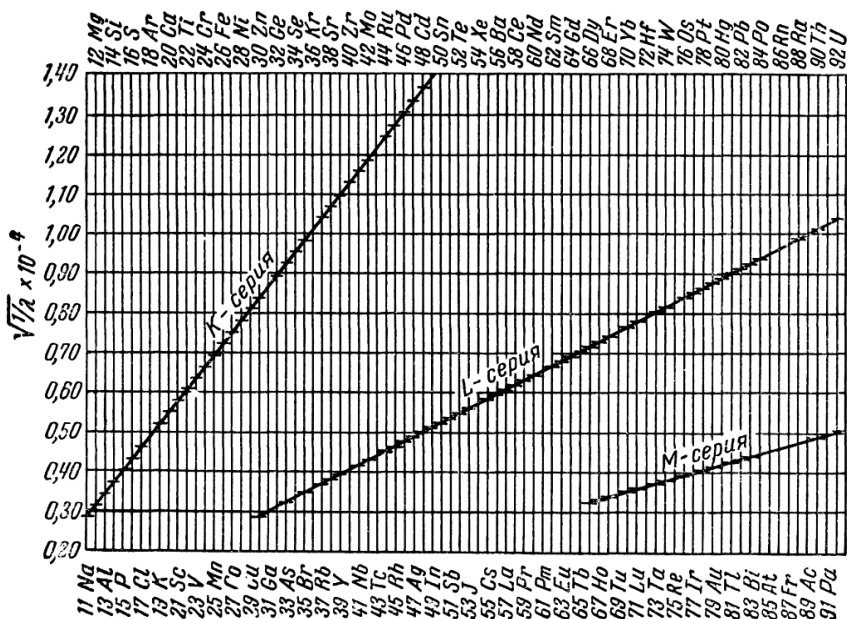


Рис. 1.10

атомы свободны. Оптические спектры сложных веществ ни в какой связи со спектрами его составляющих не находятся.

Рентгеновские спектры поглощения также отличаются от оптических спектров поглощения. При этом ослабление проходящего через вещество рентгеновского луча происходит в силу двух причин:

1) рассеяния рентгеновских фотонов на слабо связанных электронах;

2) поглощения фотонов электронами внутренних оболочек атомов, приводящего к вырыванию этих электронов из атомов (фотоэлектрический эффект), с последующим возникновением характеристических линейчатых спектров.

По мере увеличения частоты (энергии) рентгеновских фотонов, поглощение, обусловленное обеими причинами, падает, вещество становится всё более прозрачным для рентгеновских лучей.

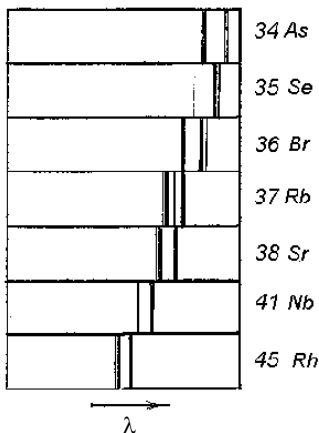


Рис. 1.11

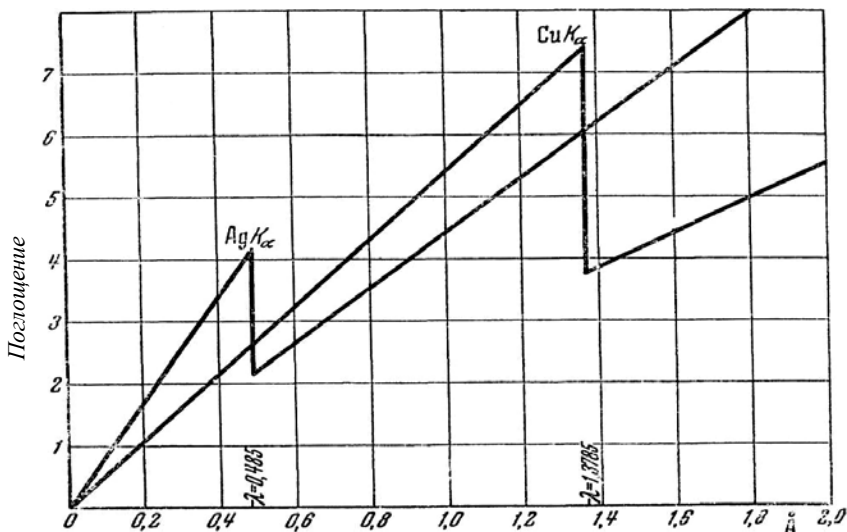


Рис. 1.12

Однако кривая коэффициента поглощения с изменением ν (или λ) меняется не плавно, но имеет ряд резких скачков (рис. 12). Такие скачки имеют место каждый раз, когда энергия рентгеновских фотонов проходит значения, равные энергии связи M -, L -, K -электронов.

По наличию таких скачков в графике поглощения рентгеновских лучей можно определить химическую природу просвечиваемого образца или, если оно сложное, его химический состав.

1.8. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить радиус a_0 первой боровской орбиты и скорость электрона v на ней. Какова напряжённость поля ядра на первой орбите?

Решение. 1) Воспользуемся положениями классической электродинамики и постулатами Бора. При движении электрона по орбите на него действует центростремительная (кулоновская) сила:

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad (1)$$

откуда

$$mv^2 = \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r}. \quad (2)$$

В соответствии с постулатом Бора (*момент импульса электрона кратен постоянной Планка*)

$$rmv = n \frac{h}{2\pi}, \quad (3)$$

откуда

$$mv^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 r^2 m}. \quad (4)$$

Приравнявая (2) и (4), получим

$$\frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 r^2 m}. \quad (5)$$

Из (5) найдём радиус первой боровской орбиты a_0 при $n = 1$:

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{Ze^2 \pi m}. \quad (6)$$

Подставив в (6) табличные данные величин, получим

$$a_0 = \frac{8,85 \cdot 10^{-12} \cdot (6,63 \cdot 10^{-34})^2}{1 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 3,14 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} = 0,53 \cdot 10^{-10} \text{ (м)}.$$

2) Скорость v найдём, воспользовавшись формулой (3): $v = \frac{nh}{2\pi r m}$.

Подставив в неё выражение для радиуса из (6) получим

$$v = \frac{Ze^2}{2\epsilon_0 nh}. \quad (7)$$

Для численного определения v_0 подставим в (7) табличные данные

$$v_0 = \frac{1 \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2}{2 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 1 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34}} = 2,183 \cdot 10^6 \text{ (м/с)}.$$

3) Напряжённость поля, созданного ядром в точках, соответствующих первой орбите, найдём по формуле

$$E = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 r^2}, \quad \text{т.е. } E_0 = \frac{e}{4\pi\epsilon_0 a_0} = 5,11 \cdot 10^{11} \text{ (В/м)}.$$

Пример 2. Электрон в атоме водорода перешёл с пятого энергетического уровня на первый. Определить энергию испущенного при этом фотона.

Решение. Для определения энергии фотона воспользуемся серийной формулой Бальмера для водородоподобных ионов:

$$\frac{1}{\lambda} = RZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right), \quad (1)$$

где λ – длина волны фотона; R – постоянная Ридберга; Z – заряд ядра в относительных единицах (для водорода $Z = 1$); n_1 – номер орбиты, на которую перешёл электрон, n_2 – номер орбиты, с которой перешёл электрон.

Энергия фотона ε выражается формулой $\varepsilon = h\nu = hc/\lambda$.

Умножим обе части выражения (1) на hc и получим выражение для энергии фотона:

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda} = hcRZ^2 \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right). \quad (2)$$

При $n_2 = \infty$, $n_1 = 1$ величина hcR будет означать энергию ионизации атома водорода – E_i . Во внесистемных единицах $E_i = 13,6$ эВ, тогда при $Z = 1$, $n_1 = 1$, $n_2 = 5$:

$$\varepsilon = 13,6 \cdot 1^2 \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{5^2} \right) = 13,6 \cdot \frac{24}{25} = 13,056 \text{ (эВ)}.$$

Пример 3. В классической электродинамике показывается, что электрон, движущийся с ускорением a , излучает в единицу времени энергию $E = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{4\pi\varepsilon_0 c^3}$. Оценить на основе классических представлений «время жизни» атома, считая, что полное ускорение электрона совпадает с центростремительным. Начальный радиус орбиты принять равным 10^{-10} м.

Решение. Обозначим полную энергию электрона через U , тогда излучение в единицу времени будет равно убыли полной энергии, т.е.

$$E = -\frac{dU}{dt},$$

откуда

$$dt = -\frac{dU}{E}. \quad (1)$$

Известно, что полная энергия электрона равна половине потенциальной, а сама потенциальная энергия связана с силой, действующей на электрон соотношением $F = -\frac{dU_{\text{пот}}}{dr}$, тогда

$$dU = -\frac{Fdr}{2}. \quad (2)$$

Сила F , действующая на электрон, это кулоновская сила, равная $F = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$, и выражение (2) примет вид

$$dU = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}. \quad (3)$$

Зная кулоновскую силу, определим ускорение a : $a = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m}$.

Полученное выражение для ускорения a подставим в формулу для энергии E , излучаемой в единицу времени:

$$E = \frac{2}{3} \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 c^3} \left(\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2 m} \right)^2 = \frac{e^6}{96\pi^3 \epsilon_0^3 r^4 m^2 c^3}. \quad (4)$$

Для определения «времени жизни» атома проинтегрируем формулу (1), сделав предварительные замены dU и E в соответствии с (3) и (4):

$$\begin{aligned} t &= \int_{r_0}^0 \frac{dU}{E} = -\int_{r_0}^0 \left(-\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} \right) : \left(\frac{e^6}{96\pi^3 \epsilon_0^3 m^2 c^3 r^4} \right) = \\ &= \frac{12\pi^2 \epsilon_0^2 m^2 c^3}{e^4} \int_{r_0}^0 r^2 dr = (4\pi\epsilon_0)^2 \frac{m^2 r_0^3 c^3}{4e^4}. \end{aligned}$$

После вычисления имеем $t \approx 10^{-10}$ (с).

Пример 4. Длины волн головной линии серии Лаймана и границы серии Бальмера в спектре атомарного водорода соответственно равны $\lambda_1 = 121,5$ нм и $\lambda_2 = 365,0$ нм. Известны, кроме того, значения скорости света и постоянной Планка. Вычислить на основании этих данных энергию ионизации атома водорода.

Решение. Энергия ионизации E_i – это энергия, необходимая для перевода электрона с первой орбиты на бесконечно удалённую. При обратном процессе будет излучаться фотон с точно такой же энергией $\epsilon = h\nu$, где ν – частота, соответствующая линии границы серии Лаймана. В соответствии с принципом Ритца (см. рис. 1.2) эту частоту можно представить как сумму частот, соответствующих линиям границы серии Бальмера (пе-

переход с $n \rightarrow \infty$ на $n = 2$) и головной линии серии Лаймана (переход с $n = 2$ на $n = 1$), т.е. $\nu = \nu_1 + \nu_2$ или $\nu = \frac{c}{\lambda_1} + \frac{c}{\lambda_2}$.

Тогда энергия ионизации атома водорода будет равна $E_i = hc \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right)$, что после вычислений даст

$$E_i = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8 (121,5 + 365,0) 10^{-9}}{121,5 \cdot 10^{-9} \cdot 365,0 \cdot 10^{-9} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 13,6 \text{ (эВ)}.$$

Пример 5. При работе рентгеновской трубки коротковолновая граница λ_{\min} в спектре тормозного рентгеновского излучения оказалась равной 15,5 пм. Определить напряжение U , под которым работает рентгеновская трубка.

Решение. Тормозное рентгеновское излучение возникает за счёт энергии, теряемой электроном при торможении на антикатоде трубки. В рентгеновской трубке электрон приобретает кинетическую энергию $E_{\text{кин}}$ за счёт ускоряющего электрического поля между катодом и антикатодом с разностью потенциалов U , т.е. $E_{\text{кин}} = eU$.

В соответствии с законом сохранения энергии, энергия фотона не может превысить кинетической энергии электрона ($h\nu \leq E_{\text{кин}}$). Максимальная энергия фотона в этом случае будет определяться равенством $h\nu_{\max} = E_{\text{кин}} = eU$.

Так как максимальная частота λ_{\max} связана с минимальной длиной волны λ_{\min} соотношением $\lambda_{\min} = c/\nu_{\max}$, то ускоряющее напряжение U будет равно $U = \frac{hc}{\lambda_{\min} e}$.

Произведём вычисления:

$$U = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{15,5 \cdot 10^{-12} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \cdot 10^4 \text{ (В)} = 80 \text{ (кВ)}.$$

Вопросы для самопроверки

- 1 Разъясните смысл постулатов Бора. Как с их помощью объясняется линейчатый спектр атома?
- 2 Почему из различных серий спектральных линий атома водорода первой была изучена серия Бальмера?
- 3 Какие основные выводы можно сделать на основании опытов Франка и Герца?

2. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА

2.1. СОСТАВ И ХАРАКТЕРИСТИКА АТОМНОГО ЯДРА

Ядром называется центральная часть атома, в которой сосредоточены практически вся масса атома и его положительный заряд.

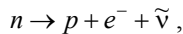
Все атомные ядра состоят из элементарных частиц – протонов и нейтронов, которые считаются двумя зарядовыми состояниями одной частицы – нуклона.

Протон имеет положительный электрический заряд, равный по абсолютной величине заряду электрона ($q_p = +e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл). Масса протона в 1836 раз больше массы электрона: $m_p = 1836m_e$, а энергия покоя $E_0 = 938,2$ МэВ (для сравнения энергия покоя электрона $E_0 = 0,511$ МэВ). Спин протона $s = +1/2$, собственный магнитный момент

$$p_m = +2,79p_0,$$

где $p_0 = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,05 \cdot 10^{-27}$ Дж/Тл – ядерный магнетон.

Нейтрон не имеет электрического заряда. Его масса на $2,5m_e$ больше массы протона, т.е. $m_n - m_p = 2,5m_e$. Энергия покоя нейтрона $E_0 = 939,5$ МэВ. Спин нейтрона $s = +1/2$: собственный магнитный момент $p_n = -1,91p_0$. В свободном состоянии нейтрон нестабилен:



где $\tilde{\nu}$ – антинейтрино.

Масса нейтрона превышает суммарную массу протона и электрона на $1,5m_e$ (0,77 МэВ). Эта энергия выделяется в виде кинетической энергии вновь образующихся частиц.

Ядро атома характеризуется зарядом $q = Ze$ (Z – атомный, порядковый номер элемента), массовым числом A и числом нейтронов N . Массовое число – число нуклонов в ядре: $A = N + Z$.

Ядро химического элемента X обозначается как X_Z^A , где X – символ химического элемента.

Ядра с одинаковыми Z , но различными A называются изотопами: H_1^1, H_1^2, H_1^3 – изотопы водорода; $O_8^{16}, O_8^{17}, O_8^{18}$ – изотопы кислорода.

Ядра с одинаковыми A , имеющие различные Z , называются изобарами: Ar_{18}^{40} , Ca_{20}^{40} . Если ядра имеют одинаковое число нейтронов, $N = A - Z$, то они называются изотонами: C_6^{13} , N_7^{14} .

Размер ядра характеризуется радиусом ядра, имеющим условный смысл ввиду размытости границ ядра. Эмпирическая формула для радиуса ядра $r = r_0 A^{1/3}$, где $r_0 = (1,3 \dots 1,7) \cdot 10^{-15}$ м, может быть истолкована как пропорциональность объёма ядра числу нуклонов в нём.

Плотность ядерного вещества составляет по порядку величины 10^{17} кг/м³ и постоянна для всех ядер. Она значительно превосходит плотности самых плотных обычных веществ.

Спин ядра, представляющий собой сумму спинов нуклонов, может быть равен полуцелому, целому числу или нулю.

2.2. МАССА И ЭНЕРГИЯ СВЯЗИ ЯДРА

Масса ядра $m_{\text{я}}$ всегда меньше массы входящих в его состав частиц. Это обусловлено тем, что при образовании ядра выделяется энергия связи нуклонов друг с другом – $E_{\text{св}}$. Энергия связи $E_{\text{св}}$ равна той работе, которую необходимо совершить по разделению нуклонов ядра и удалению их на расстояния, где они не будут взаимодействовать друг с другом.

Учитывая взаимосвязь массы и энергии $E = \Delta mc^2$, где Δm называется дефектом массы и характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов, получим

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = \left\{ \left[Zm_p + (A - Z)m_n \right] - m_{\text{я}} \right\} c^2, \quad (2.2.1)$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ – массы протона, нейтрона и ядра. С некоторым приближением можно сделать замену массы протона на массу атома водорода, массу ядра на массу атома и выразить их в атомных единицах массы, тогда получим выражение

$$E_{\text{св}} = \left\{ \left[Zm_{\text{H}} + (A - Z)m_n \right] - m_a \right\} 931 \text{ МэВ},$$

так для He_2^4 будем иметь

$$E_{\text{св}} = \left\{ \left[2 \cdot 1,00815 + 2 \cdot 1,00899 \right] - 4,0038 \right\} 931 = 28,4 \text{ МэВ}.$$

В расчёте на один нуклон получим 71 МэВ (на 1 электрон – 10 эВ). Эта энергия может быть чуть больше или меньше (рис. 2.1).

Зависимость, представленная на рис. 2.1, делает возможным два процесса:

1. Деление тяжёлых ядер на несколько лёгких.
2. Слияние несколько лёгких ядер в одно тяжёлое ядро.

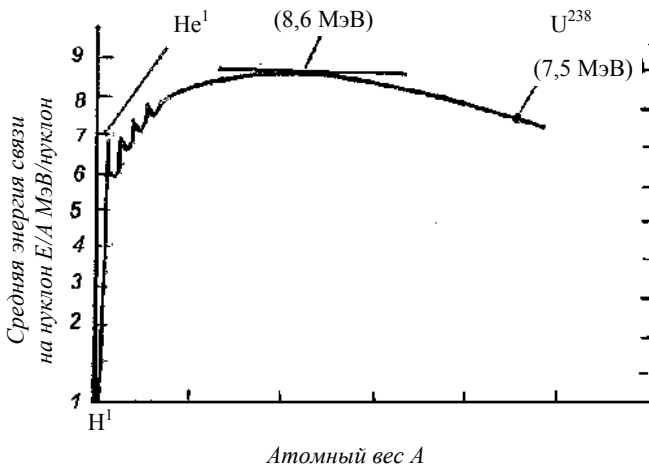


Рис. 2.1

Оба процесса будут сопровождаться выделением большого количества энергии.

Из рисунка 2.1 также видно, что ядра с атомным номером $A = 50 \dots 60$ являются наиболее энергетически выгодными, тогда возникает вопрос — почему не происходит самостоятельное деление наиболее тяжёлых, стабильных ядер, почему лёгкие ядра самостоятельно не сливаются в более тяжёлые?

Дело в том, что для разделения на несколько частей, тяжёлое ядро должно пройти через ряд промежуточных состояний, энергия которых превышает энергию основного состояния ядра. Требуется дополнительная энергия (энергия активации ядра), которая потом высвободится. Например, в атомных реакторах или атомной бомбе, деление ядер урана и плутония осуществляется под действием захвата нейтронов.

Для слияния лёгких ядер необходимо преодоление кулоновских сил отталкивания. Необходимы огромные скорости, соответствующие десяткам миллионов градусов. Такие реакции слияния ядер происходят в недрах Солнца, звёзд, при взрыве водородной бомбы.

2.3. ПРИРОДА ЯДЕРНЫХ СИЛ

Ядерное взаимодействие свидетельствует о том, что в ядрах существуют особые ядерные силы, не сводящиеся ни к одному из типов сил, известных в классической физике (гравитационных и электромагнитных). Взаимодействие нуклонов в ядре называется *сильным взаимодействием*. Ядерные силы отличаются следующими свойствами.

Ядерные силы являются *короткодействующими* – проявляются на расстояниях между нуклонами в ядре порядка 10^{-15} м.

Ядерные силы обнаруживают *зарядовую независимость*: притяжение между двумя нуклонами одинаково независимо от зарядового состояния нуклонов (протонного или нейтронного).

Ядерные силы зависят от *ориентации спинов* взаимодействующих нуклонов (нейтрон и протон удерживаются, когда их спины параллельны).

Ядерные силы *не являются центральными* силами. Их нельзя представить действующими по линии, соединяющей центры взаимодействующих нуклонов.

Ядерные силы обладают свойством *насыщения* – энергия связи, приходящаяся на один нуклон, примерно одинакова для всех ядер.

Энергия связи линейно зависит от массового числа A . По современным представлениям сильное взаимодействие обусловлено *виртуальным обменом* частицами – мезонами. Это предположение было сделано в 1934 г. советскими физиками И. Е. Таммом и Д. Д. Иваненко. В 1935 году японский физик Юкава высказал мысль, что такими частицами должны быть, пока не обнаруженные частицы с массой в 200 – 300 раз большей массы электрона, и выполняющие роль переносчиков ядерного взаимодействия.

В 1936 году американцы Андерсон и Неддермейер обнаружили в космических лучах частицы с массой, равной 207 массам электрона – μ -мезоны. Однако они слабо взаимодействовали с нуклонами и не могли быть ответственными за ядерное взаимодействие. Только в 1947 г. итальянец Окиалини и англичанин Пауэлл открыли так называемые π -мезоны, пионы. Они и явились носителями ядерного взаимодействия. Существуют π^+ , π^- , π^0 -пионы. Масса π^0 равна $264m_e$ (135 МэВ), остальные имеют массу, равную $273m_e$ (140 МэВ), спин всех пионов равен 0. π -мезоны нестабильны. Распадаются по схеме:

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu \quad (\text{мюон плюс нейтрино});$$

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} \quad (\text{мюон плюс антинейтрино});$$

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma; \quad \pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + \gamma; \quad \pi^0 \rightarrow e^+ + e^- + e^+ + e^-.$$

Мюоны также нестабильны:

$$\mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu}; \quad \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}.$$

Итак, в результате виртуальных процессов

$$p \leftrightarrow n + \pi^+; \quad n \leftrightarrow p + \pi^-; \quad p \leftrightarrow p + \pi^0; \quad n \leftrightarrow n + \pi^0$$

нуклон оказывается окружённым облаком виртуальных π -мезонов, которые и образуют поле ядерных сил. Поглощение этих мезонов нуклонами приводит к сильному взаимодействию между нуклонами.

2.4. РАДИОАКТИВНОСТЬ. ЗАКОН РАДИОАКТИВНОГО РАСПАДА

Под *радиоактивностью* понимается самопроизвольное превращение неустойчивых изотопов одного химического элемента в изотопы другого элемента, сопровождающееся испусканием некоторых частиц.

Различаются естественная (для природных изотопов) и искусственная (для изотопов, полученных в результате ядерных реакций) радиоактивность. При этом ядро, испытывающее радиоактивный распад, называется *материнским*; возникающее *дочернее* ядро, как правило, оказывается возбуждённым, и его переход в основное состояние сопровождается испусканием γ -фотона.

Закон радиоактивного распада достаточно прост и имеет вид

$$N = N_0 e^{-\lambda t}, \quad (2.4.1)$$

где N_0 – число ядер в данном объёме вещества в начальный момент времени $t = 0$; N – число ядер в том же объёме к моменту времени t ; λ – *постоянная распада*, имеющая смысл вероятности распада ядра за 1 с и равная доле ядер, распадающихся в единицу времени. Величина $\tau = 1/\lambda$ является *средней продолжительностью жизни* радиоактивного изотопа.

Характеристикой устойчивости ядер относительно распада является *период полураспада* $T_{1/2}$ – время, в течение которого первоначальное количество ядер данного радиоактивного вещества распадается наполовину

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693\tau. \quad (2.4.2)$$

Количество ядер, распавшихся за время t , равно

$$\Delta N = N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t}). \quad (2.4.3)$$

Произведение $\lambda N = A$ называется *активностью* вещества и представляет собой число распадов за единицу времени

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}, \quad (2.4.4)$$

где A_0 – начальная активность радиоактивного вещества.

Активность, отнесённая к единице массы вещества, называется *удельной активностью* – $a = A/m$.

При радиоактивном распаде выполняется закон сохранения электрических зарядов $Z_\alpha e = \sum_i Z_i e_i$, где $Z_\alpha e$ – заряд материнского ядра; $Z_i e_i$ – заряд ядер и частиц, возникших в результате распада. Также выполняется правило массовых чисел $A_\alpha = \sum_i A_i$.

К числу основных превращений относятся: α -распад; β -распад (K -захват); протонная радиоактивность; спонтанное деление тяжёлых ядер.

Альфа-распад. Альфа-распад состоит в испускании ядрами некоторых химических элементов α -частиц. Альфа-распад является свойством тяжёлых ядер с массовыми числами $A > 200$ и зарядами ядер $Ze > 82$. Внутри таких ядер происходит образование обособленных α -частиц, состоящих каждая из двух протонов и двух нейтронов (ядер He_2^4). Альфа-распад обычно сопровождается излучением γ -лучей. Схема распада:



Например, $\text{U}_{92}^{238} \rightarrow \text{Th}_{90}^{234} + \text{He}_2^4$.

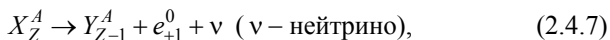
Скорость α -частиц достаточно велика ($\approx 10^7$ м/с); пролетая через вещество, α -частица ионизирует молекулы ($\approx 10^5$ пар ионов). Пробег в воздухе составляет несколько сантиметров, а в твёрдом веществе – микроны. В большинстве случаев вещество испускает различные группы α -частиц (возбуждённое ядро). Если при испускании α -частиц возбуждённое ядро отдаёт энергию электрону K -слоя, то возникают характерные рентгеновские лучи. Покидая ядро, α -частица преодолевает потенциальный барьер в 6 МэВ. Это явление носит название *туннельного эффекта*.

Бета-распад. Термином «бета-распад» обозначают три типа ядерных превращений: электронный (β_-) и позитронный (β_+) распады, а также электронный захват (e^- или K -захват). Первый тип идёт по схеме:



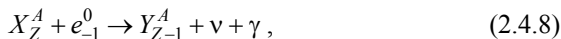
например, $\text{Th}_{90}^{234} \rightarrow \text{Pa}_{91}^{234} + e_{-1}^0 + \tilde{\nu}$.

Второй тип протекает по схеме



например, $\text{N}_7^{13} \rightarrow \text{C}_6^{13} + e_{+1}^0 + \nu$.

Третий тип протекает с поглощением электрона из K -слоя:



например, $\text{K}_{19}^{40} + e_{-1}^0 \rightarrow \text{Ar}_{18}^{40} + \nu + \gamma$.

Протонная радиоактивность. Такой распад сопровождается испусканием одного или двух протонов. Наблюдался впервые в 1963 г. группой физиков под руководством Г. Н. Флерова.

Спонтанное деление тяжёлых ядер, происходящее аналогично альфа-распаду, т.е. путём туннельного эффекта, примерно на равные половинки. Наблюдалось в 1939–1940 гг. Г. Н. Флёртовым и К. А. Петржаком при делении урана U_{92}^{238} .

2.5. ЯДЕРНЫЕ РЕАКЦИИ. ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЯДЕРНОЙ ЭНЕРГИИ

Ядерной реакцией называется процесс интенсивного взаимодействия атомного ядра с элементарной частицей или другим атомным ядром, приводящий к преобразованию ядра.

Символическая запись ядерной реакции:



где X и Y – исходные ядра; a и b – лёгкие частицы. В качестве a и b могут быть n , p , $H_1^2(d)$, α и γ -фотон.

Ядерная реакция характеризуется *энергией ядерной реакции* Q (тепловым эффектом), равной разности энергий конечной и исходной пар в реакции. Если $Q < 0$, то реакция идёт с поглощением энергии и называется *эндотермической*; если $Q > 0$, то реакция идёт с выделением тепла и называется *экзотермической*.

В 1936 году Н. Бор показал, что реакции, вызываемые не очень быстрыми частицами, протекают в два этапа по схеме:



где P – составное ядро, рассматривается как возбуждённая статистическая система частиц. Если $a = b$, то происходит рассеяние частицы ядром (упругое или неупругое, в зависимости от того, одинаковы или различны энергии частицы до и после рассеяния). Если $a \neq b$, то идёт ядерная реакция в прямом смысле слова. Реакции, вызываемые быстрыми нуклонами и дейтронами, протекают без образования промежуточного ядра и носят название *прямых ядерных взаимодействий*.

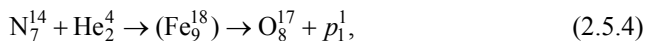
Эффективность ядерной реакции определяется *эффективным поперечным сечением* σ данной реакции. Величина σ имеет размерность площади и характеризует «выход» реакции на одну облучающую частицу:

$$\sigma = \frac{dn_0}{n_0 N dx}. \quad (2.5.3)$$

В этом определении считается, что за единицу времени на единицу площади поперечного сечения вещества, содержащего N_0 ядер в единице объёма, падает плоскопараллельный поток, содержащий n_0 частиц;

dn_0 – число этих частиц, вызвавших ядерную реакцию в слое толщиной dx . Эффективное сечение измеряется в барнах (10^{-28} м²).

Исторически первая ядерная реакция была осуществлена в 1919 г. Э. Резерфордом – превращение азота в кислород:



или сокращённо $\text{N}_7^{14}(\alpha, p)\text{O}_8^{17}$.

Наибольшее значение (для получения искусственных радиоактивных изотопов) имеют реакции, вызванные нейтронами, особенно, если взаимодействие носит резонансный характер, т.е. энергия нейтрона равна энергии, необходимой для перевода составного ядра на возбуждённый уровень.

Деление ядер. В 1938 году немецкие учёные Ганн и Штрассман обнаружили, что при облучении U-нейтронами образуются элементы из середины периодической системы элементов – Ва и La, т.е. ядро делилось примерно на равные части – *осколки деления*.

Деление тяжёлых ядер на два осколка сопровождается выделением огромной энергии и высвобождением нескольких нейтронов. Так, при делении ядра урана U_{92}^{238} , содержащего 238 нуклонов, выделяется энергия порядка 200 МэВ. При делении ядер, содержащихся в 1 г урана U_{92}^{235} , выделяется энергия $8 \cdot 10^{10}$ Дж, или 22 000 кВт·ч.

Возникновение при делении ядер U_{92}^{235} , U_{92}^{233} и Pu_{94}^{239} нескольких нейтронов даёт возможность осуществления *цепной ядерной реакции*. Цепная реакция в уране может быть осуществлена двумя способами.

I способ. Выделение из природного урана U^{235} . При его массе более девяти килограмм нейтроны быстро размножаются, и реакция деления приобретает взрывной характер (атомная бомба).

II способ. Использование урана в атомных реакторах. U^{235} облучается тепловыми нейтронами. Замедление нейтронов осуществляется за счёт упругого рассеяния. Идеальным замедлителем должен был быть обычный водород (m_p и m_n одинаковы). Однако водород сильно поглощает нейтроны $\text{H}_1^1(n, \gamma)\text{D}_1^2$. Ядра замедлителя должны иметь малые сечения захвата и большие сечения упругого рассеяния. Этому условию удовлетворяют дейтерий, углерод и бериллий (D, C, Be).

Первый реактор (U – C) был запущен в 1942 г. в Чикагском университете под руководством Э. Ферми.

Термоядерные реакции. Вторым путём выделения внутриядерной энергии, помимо деления тяжёлых ядер, являются реакции синтеза ядер трития и гелия из ядер дейтерия. Например,



Удельные энергии связи в трёх ядрах D_1^2 , H_1^3 , He_2^3 – относятся приблизительно как 1:3:6. Это означает, что первые две ядерные реакции сопровождаются выделением энергии 4,04 и 3,27 МэВ, соответственно, ещё большая – 17,58 МэВ выделяется в третьей реакции. На один нуклон эта энергия равна $\frac{17,58}{5} = 3,5$ МэВ, т.е. примерно в четыре раза больше, чем в

реакции деления урана $U_{92}^{238} : \frac{200}{238} = 0,85$ МэВ. Более эффективной будет

реакция синтеза ядер гелия из четырёх протонов – 6,7 МэВ на одну частицу.

Реакции синтеза лёгких ядер, связанные с преодолением потенциальной энергии их отталкивания, эффективно могут протекать при сверхвысоких температурах порядка $10^8 \dots 10^9$ К, превышающих температуру центральных областей Солнца ($T = 1,3 \cdot 10^7$ К). Такие реакции происходят в веществе, находящемся в плазменном состоянии.

Условия, близкие к тем, какие реализуются в недрах Солнца, были осуществлены в водородной бомбе, где идёт самоподдерживающаяся реакция взрывного характера в смеси дейтерия и трития типа (2.5.7).

Высокая температура для этой реакции была получена при взрыве обычной атомной бомбы. Теоретической основой управляемых термоядерных реакций являются реакции типа (2.5.5) и (2.5.6).

Для осуществления этих реакций необходимо, чтобы плазма была сильно нагрета и удерживалась в этом состоянии длительное время.

2.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Используя теорию Резерфорда–Бора, укажите, сколько и каких нуклонов содержится в ядрах атомов следующих элементов: H_1^1 , O_8^{17} , U_{92}^{235} .

Решение. Ядро любого элемента обозначается как X_Z^A , где X – символ элемента; Z – количество протонов в ядре (порядковый номер элемента); A – атомное (массовое) число, равное сумме всех нуклонов (протонов и нейтронов), входящих в ядро, $(A - Z)$ – количество нейтронов в ядре.

Таким образом, для H_1^1 количество протонов равно 1, нейтронов – 0; для O_8^{17} количество протонов равно 8, нейтронов – 9 и для U_{92}^{235} количество протонов – 92, нейтронов – 143.

Пример 2. В камере Вильсона наблюдалось упругое рассеяние α -частицы на 30° . С каким ядром произошло столкновение, если ядро отдачи вылетело под тем же углом?

Решение. Воспользуемся законом сохранения импульса:

$$m_\alpha \vec{v}_{0\alpha} = m_\alpha \vec{v}_\alpha + m_x \vec{v}_x, \quad (1)$$

или в проекциях на первоначальное направление движения α -частицы:

$$m_\alpha v_{0\alpha} = m_\alpha v_\alpha \cos \varphi + m_x v_x \cos \varphi = 2m_\alpha v_\alpha \cos \varphi \quad (\text{см. рисунок}). \quad (2)$$

Применим закон сохранения энергии:

$$m_\alpha v_{0\alpha}^2 = m_\alpha v_\alpha^2 + m_x v_x^2. \quad (3)$$

Из выражения (2) найдём скорость рассеянной α -частицы и подставим её в (3). Получим

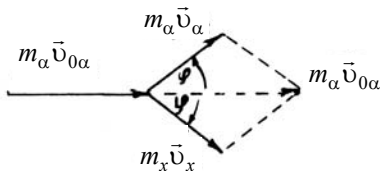
$$m_x v_x^2 = m_\alpha v_{0\alpha}^2 \left(1 - \frac{1}{4 \cos^2 \varphi} \right). \quad (4)$$

Так как ядро отдачи вылетело под таким же углом $\varphi = 30^\circ$, что и рассеянная α -частица, то из рисунка видно, что $2m_x v_x \cos \varphi = m_\alpha v_{0\alpha}$, откуда

$$v_x = \frac{m_\alpha v_{0\alpha}}{2m_x \cos \varphi}, \quad \text{а} \quad v_x^2 = \frac{m_\alpha^2 v_{0\alpha}^2}{4m_x^2 \cos^2 \varphi}. \quad (5)$$

Подставив (5) в (4), найдём массу неизвестного ядра m_x :

$$m_x = \frac{m_\alpha}{4 \cos^2 \varphi \left(1 - \frac{1}{4 \cos^2 \varphi} \right)}. \quad (6)$$



При $\varphi = 30^\circ$ имеем $\cos^2 \varphi = 3/4$ и из (6) получаем, что $m_x = m_\alpha / 2$. Следовательно, α -частица столкнулась с ядром дейтерия (относительная масса α -частицы в два раза больше относительной массы ядра дейтерия).

Пример 3. Определить энергию связи, приходящуюся на один нуклон в ядре атома N_{11}^{23} , если масса последнего 22,99714 а.е.м.

Решение. Учитывая взаимосвязь массы и энергии $E = \Delta mc^2$, где Δm называется дефектом массы и характеризует уменьшение суммарной массы при образовании ядра из составляющих его нуклонов, получим выражение для энергии связи

$$E_{\text{св}} = \Delta mc^2 = \{ [Zm_p + (A-Z)m_n] - m_{\text{я}} \} c^2, \quad (1)$$

где m_p , m_n , $m_{\text{я}}$ – массы протона, нейтрона и ядра.

С некоторым приближением можно сделать замену массы протона на массу атома водорода, массу ядра на массу атома и выразить в атомных единицах массы, тогда получим выражение

$$E_{\text{св}} = \{ [Zm_{\text{H}} + (A-Z)m_n] - m_a \} 931 \text{ МэВ}, \quad (2)$$

и энергия связи, приходящаяся на один нуклон в ядре атома N_{11}^{23} , будет равна

$$E_0 = \{ [Zm_{\text{H}} + (A-Z)m_n] - m_a \} 931 / A. \quad (3)$$

Произведём вычисления

$$E_0 = \frac{\{ [11 \cdot 1,00783 + 12 \cdot 1,00867] - 22,99714 \} 931}{23} = 7,8 \text{ (МэВ/нуклон)}.$$

Пример 4. На ядро лития налетает протон с кинетической энергией E_p . В результате ядерной реакции образуются две α -частицы с одинаковыми энергиями. Найти угол между направлениями их разлёта.

Решение. Запишем законы сохранения энергии и импульса в проекциях на направление первоначального движения протона (см. рис.)

$$E_p + Q_{\text{св}} = 2E_{\alpha}; \quad m_p \vec{v}_p = m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha} + m_{\alpha} \vec{v}_{\alpha}, \quad (1)$$

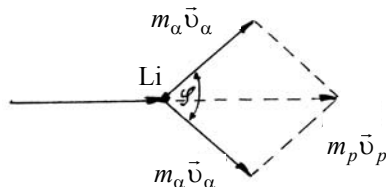
здесь $Q_{\text{св}}$ – энергия связи частиц в ядре лития.

Закон сохранения импульса в проекциях на направление, совпадающее с направлением движения протона, примет вид

$$m_p v_p = 2m_{\alpha} v_{\alpha} \cos \frac{\varphi}{2},$$

откуда искомый угол

$$\varphi = 2 \arccos \frac{m_p v_p}{2m_{\alpha} v_{\alpha}}. \quad (2)$$



Учитывая, что скорость протона v_p равна

$$v_p = \sqrt{\frac{2E_p}{m_p}}, \quad (3)$$

а скорость α -частицы можно определить из закона сохранения энергии

$$v_\alpha = \sqrt{\frac{E_p + Q_{\text{св}}}{m_\alpha}} = \sqrt{\frac{E_p + c^2(m_{Li} + m_p - 2m_\alpha)}{m_\alpha}}, \quad (4)$$

получим, что угол между направлениями разлёта α -частиц равен

$$\varphi = 2 \arccos \sqrt{\frac{E_p m_p}{2m_\alpha(E_p + c^2(m_{Li} + m_p - 2m_\alpha))}}.$$

Пример 5. Определить суточный расход U^{235} на атомной станции мощностью 15 000 кВт, полагая к.п.д. электростанции 20%. Энергию, выделяющуюся при одном акте деления, принять равной 200 МэВ.

Решение. Энергия, которая должна выделиться при делении ядер урана, с учётом к.п.д. станции равна

$$E = \frac{Nt}{\eta},$$

где N – мощность станции; t – время работы станции (сутки равны 86 400 с).

Общее число актов деления определяем как $E/\varepsilon = Nt/\eta\varepsilon$, где ε – энергия, выделяемая при одном акте деления. Тогда общий расход U^{235} будет равен: $m = M \frac{Nt}{\eta\varepsilon}$, где M – масса атома урана.

Произведём вычисления

$$m = \frac{235 \cdot 10^{-3}}{6,023 \cdot 10^{23}} \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 86400}{0,2 \cdot 200 \cdot 10^6 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}} = 0,079 \text{ (кг)} = 79 \text{ (г)}.$$

Пример 6. Скорость распада в начальный момент времени составляла 450 расп/мин. Определить скорость распада по истечении половины периода полураспада.

Решение. В начальный момент времени скорость распада

$$\left(\frac{dN}{dt}\right)_0 = -\lambda N_0.$$

Промежуток времени распада равен половине периода полураспада:

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\ln 2}{\lambda 2},$$

где λ – постоянная распада.

Число атомов, не распавшихся к данному моменту времени, равно $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\ln 2 / 2}$, а скорость распада

$$\frac{dN}{dt} = -\lambda N_0 e^{-\ln 2 / 2} = \left(\frac{dN}{dt} \right)_0 e^{-\ln 2 / 2}.$$

Произведём вычисления

$$\frac{dN}{dt} = 450 e^{-\ln 2 / 2} = 450 \cdot 0,707 = 318 \text{ (расп/мин)}.$$

Вопросы для самопроверки

1. Какие частицы образуют ядро атома кислорода? Сколько их?
2. Чем отличаются изобары от изотопов?
3. Почему прочность ядер уменьшается при переходе к тяжёлым элементам?
4. Как и во сколько раз изменится число ядер радиоактивного вещества за время, равное трём периодам полураспада?
5. Как (по какому закону) изменяется со временем активность радиоактивного препарата?
6. Как объясняется α -распад на основе представлений квантовой теории?
7. Как изменится положение химического элемента в таблице Менделеева после двух α -распадов ядер его атома? После последовательных одного α -распада и двух β -распадов?
8. Под действием каких частиц (α -частиц, нейтронов) ядерные реакции более эффективны? Почему?
9. По каким признакам можно классифицировать ядерные реакции?
10. Почему деление тяжёлых ядер и синтез лёгких атомных ядер сопровождаются выделением большого количества энергии? Когда на один нуклон выделяется большая энергия? Почему?

3. СТРОЕНИЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОЛЕКУЛ

3.1. МОЛЕКУЛЫ. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АТОМОВ. ОСНОВНЫЕ ВИДЫ МЕЖАТОМНЫХ СВЯЗЕЙ

Молекулой называется наименьшая частица данного вещества, обладающая его основными химическими свойствами. Молекула состоит из одинаковых или различных атомов, соединённых между собой *междуатомными химическими связями*. Химические связи объясняются различными взаимодействиями внешних, валентных электронов атомов. Электроны внутренних оболочек при объединении атомов в молекулу остаются в прежних состояниях. Это подтверждается рентгеновскими спектрами.

Различают два вида связи атомов.

I. *Ковалентная связь*. При такой связи часть электронов движется вокруг обоих ядер. Связь образуется парами электронов с противоположно направленными спинами. Например, в молекулах O_2, H_2, N_2 ядра атомов одинаковые, электроны распределены симметрично; в молекуле CN ядра различные, электроны расположены ассиметрично, молекулы приобретают дипольный момент, но во всех случаях спины взаимодействующих электронов антипараллельны.

Зависимость энергии взаимодействующих ядер от расстояния между ними (в атомных единицах длины – первый боровский радиус водорода) показана на рис. 3.1 (кривые $W_p(R)$). Там же указана ориентация спинов,

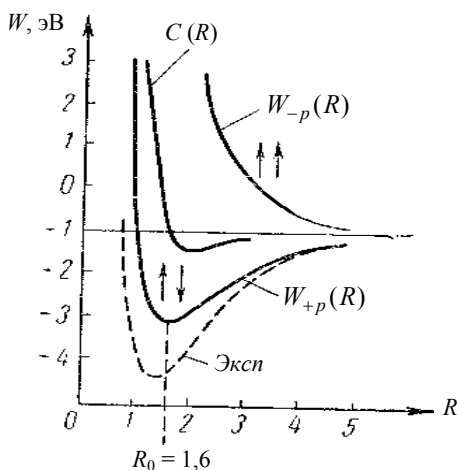


Рис. 3.1

приведена кривая кулоновского взаимодействия $C(R)$ и экспериментальная кривая для энергии взаимодействия (кривая *Эксн*). Из рисунка 3.1 видно, что образование устойчивой молекулы возможно только при антипараллельных спинах.

II. *Ионная связь*. Электроны в атомах таких молекул распределены неравномерно, у одних атомов электронов больше, у других – меньше.

Например, молекулы NaCl, KBr, HCl представляют собой два иона противоположных знаков, их взаимодействие носит в основном кулоновский характер.

3.2. МОЛЕКУЛЯРНЫЕ СПЕКТРЫ И ИХ СОСТАВЛЯЮЩИЕ

Спектры молекул – *молекулярные спектры* – за их характерный вид называются полосатыми спектрами. Они представляют собой совокупность более или менее широких полос, образованных тесно расположенными спектральными линиями. Полосы в молекулярных спектрах наблюдаются в инфракрасном, видимом и ультрафиолетовом диапазонах шкалы электромагнитных волн. Полосы могут быть резкими с одного края и размытыми с другого. Резкий край (кант) может быть как с коротковолновой, так и с длинноволновой стороны полосы.

Как при возбуждении атомов, так и при возбуждении молекул, дополнительная энергия идёт на изменение движения электронов, кроме этого в молекулах возможны колебания отдельных атомов относительно положения равновесия и вращения всей молекулы вокруг оси.

Все эти движения при выполнении квантовых условий приводят к появлению *электронных, колебательных и вращательных* уровней энергии.

Чем больше масса частицы, тем короче связанная с ней волна и меньше разность энергий двух соседних уровней. Вращательные уровни расположены очень близко друг к другу.

Разность энергий между колебательными уровнями значительно больше, так как в движении участвуют отдельные атомы, а для перехода между электронными уровнями молекул требуется ещё большая энергия.

Вращательные составляющие молекулярных спектров (для двухатомных молекул). Если считать двухатомную молекулу идеально жёсткой, то кинетическая энергия $E_{\text{вр}}$ вращательного движения такой молекулы имеет вид

$$E_{\text{вр}} = \frac{L^2}{2J_0}, \quad (3.2.1)$$

где L – момент импульса, а J_0 – момент инерции молекулы, вычисленный по отношению к оси, перпендикулярной к линии, соединяющей атомы и

проходящей через центр инерции молекулы. Момент импульса L такой молекулы квантован и выражается формулой

$$L = \hbar \sqrt{j(j+1)}, \quad (3.2.2)$$

где $j = 0, 1, 2, 3, \dots$ – вращательное квантовое число, определяющее вращательный энергетический уровень.

В квантовой механике доказывается, что возможны лишь такие переходы между вращательными энергетическими уровнями, которые подчиняются следующему правилу отбора по вращательному квантовому числу: $\Delta j = \pm 1$, т.е. переходы возможны только между соседними вращательными энергетическими уровнями. Излучению света соответствует $\Delta j = -1$.

Наименьшую энергию E_1 имеет молекула при отсутствии вращения. Этому состоянию соответствует нулевой вращательный терм и квантовое число $j = 0$. Для перевода молекулы с первого уровня на второй требуется энергия E_2 , в два раза большая, чем при переходе с нулевого на первый уровень. Для перевода со второго на третий уровень требуется энергия $E_3 = 3E_1$ и т.д. (рис. 3.2). Таким образом, разность энергий растёт с увеличением квантового числа j . (Для атомов картина была иной, с увеличением главного квантового числа n , разность значений E уменьшалась). При вращении молекулы её размеры постоянны, тогда как в атоме при увеличении n расстояние между ядром и электроном быстро растёт. Только при очень больших значениях j становится заметным центробежное растяжение молекулы. Разность энергий между вращательными уровнями очень мала, и энергии E , соответствующей комнатной температуре, достаточно для возбуждения вращательных уровней.

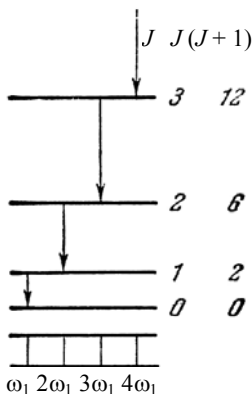


Рис. 3.2

Вращательные составляющие молекулярных спектров можно наблюдать только у веществ в газообразном состоянии.

Колебательные составляющие молекулярных спектров. Ядра обоих атомов в двухатомной молекуле совершают колебательные движения относительно положений их равновесия, которые определяются взаимодействием между ядрами и электронами. Малые колебания ядер в молекуле являются *гармоническими* и могут рассматриваться как гармонические колебания линейного осциллятора с массой, равной m . Энергия такого гармонического осциллятора принимает квантованные значения, равные

$$(E_{\text{кол}})_{\vartheta} = \left(\vartheta + \frac{1}{2} \right) h\nu_0 = \left(\vartheta + \frac{1}{2} \right) \frac{h}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}, \quad (3.2.3)$$

где ϑ – колебательное квантовое число, принимающее значения $\vartheta = 0, 1, 2, 3, \dots$; ν_0 – собственная частота осциллятора – $\nu_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$.

Формула (3.2.3) даёт систему равноотстоящих энергетических уровней, изображённых на рис. 3.3.

Для переходов между энергетическими уровнями осциллятора справедливо правило отбора $\Delta\vartheta = \pm 1$, т.е. возможны лишь переходы между соседними уровнями.

Следует отметить, что у молекулы в основном колебательном состоянии с квантовым числом $\vartheta = 0$ имеется *нулевая энергия*:

$$(E_{\text{кол}})_0 = \frac{h\nu_0}{2}. \quad \text{Это значит, что при любых сколь угодно низких температурах, в том числе и при } T = 0, \text{ ядра в молекулах колеблются с некоторой нулевой амплитудой.}$$

Поскольку внутренняя энергия молекул зависит как от колебаний отдельных атомов, так и от вращения всей молекулы, то в спектре наблюдаются не отдельные линии, а полосы. Каждый колебательный уровень оказывается сложным и расщеплённым на ряд простых уровней (рис. 3.4).

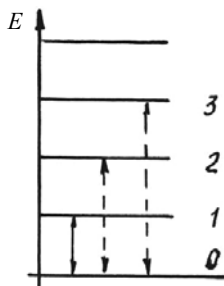


Рис. 3.3

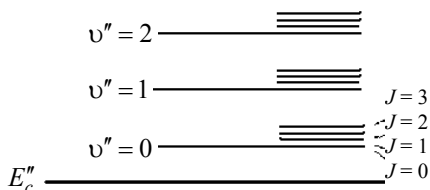
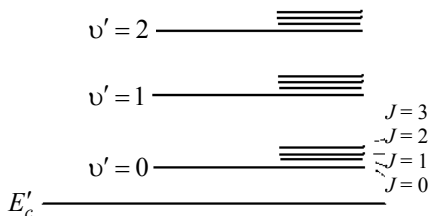


Рис. 3.4

Электронные составляющие молекулярных спектров. В молекулах, как и в атомах, электроны могут переходить на более высокие энергетические уровни, но полученные спектры будут отличаться от атомных. Различие спектров состоит в следующем: оптические электроны молекул находятся в ином состоянии, ибо именно они участвуют в образовании химической связи; каждый электронный уровень расщеплён на большое число простых. Группе простых уровней соответствует одно и то же электронное состояние, но различные энергии колебательного и вращательного движения (рис. 3.4).

4. ФИЗИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА

4.1. КРИСТАЛЛИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ

Твёрдыми телами называются тела, отличающиеся постоянством формы и объёма. Твёрдые тела подразделяются на кристаллические и аморфные.

Кристаллы – твёрдые тела, имеющие правильное периодическое расположение составляющих их частиц (*дальний порядок, кристаллическая решётка*). Кристаллы ограничены плоскими, упорядоченно расположенными друг относительно друга гранями, сходящимися в рёбрах и вершинах.

Характерная черта кристаллического состояния – *анизотропия* – зависимость ряда физических свойств (механические, тепловые, электрические, оптические) от выбранного направления в кристалле.

Кристалл получается путём многократного повторения в трёх различных направлениях одного и того же структурного элемента – *элементарной кристаллической ячейки*.

Длина рёбер a, b, c – периоды решётки, кристаллические оси x, y, z , а также осевые углы α, β, γ – всё это параметры решётки (рис. 4.1).

Различают *монокристаллы* и *поликристаллы*.

Монокристаллы имеют форму правильных многогранников, обусловленную их химическим составом.

Поликристаллы состоят из большого числа сросшихся мелких, хаотически расположенных кристаллов.

Аморфные твёрдые тела (вар, стекло и др.) представляют собой переохлаждённые жидкости и не обладают чётко выраженными свойствами кристаллов.

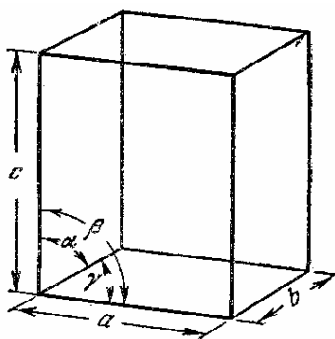


Рис. 4.1

4.2. КЛАССИФИКАЦИЯ КРИСТАЛЛОВ

Из всего многообразия для кристаллов возможны 230 комбинаций элементов симметрии пространственных групп, которые разбиваются на 32 класса и по форме элементарной ячейки все кристаллы делятся на семь кристаллографических систем (классификация Браве – табл. 4.1).

4.1. Кристаллографические системы

Система	Характеристика ячейки	Осевые единицы и углы	Вид
Триклинная	$a \neq b \neq c$ $\alpha \neq \beta \neq \gamma$	a, b, c α, β, γ	Косоугольный параллелепипед
Моноклинная	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \gamma = 90 \neq \beta$	a, b, c β	Прямая призма, в основании параллелограмм
Ромбическая	$a \neq b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90$	a, b, c	Прямоугольный параллелепипед
Тетрагональная	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = \gamma = 90$	a, c	Прямая призма с квадратным основанием
Кубическая	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma$	a	Ячейка в виде куба
Тригональная	$a = b = c$ $\alpha = \beta = \gamma = 120$	a	Деформированный куб (вдоль диагонали)
Гексагональная	$a = b \neq c$ $\alpha = \beta = 90$ $\gamma = 120$	a, c	Шестигранная призма

4.3. ФИЗИЧЕСКИЕ ТИПЫ КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ РЕШЁТОК

В зависимости от природы частиц, расположенных в узлах решёток, характера сил взаимодействия между частицами и типа связи, различают следующие типы решёток (кристаллов).

Ионные кристаллы. Они имеют кристаллические решётки, в узлах которых правильно чередуются положительные и отрицательные ионы (NaCl , CsCl , CaF_2 – полевой шпат). Гетерополярная связь ионов осуществляется, в основном, электростатическими силами. Ионные кристаллы слабо расширяются при нагревании, чем больше заряд иона, тем выше температура плавления кристалла, например, для NaCl – 800 °С, CaO – 2570 °С.

Они обычно не проводят электрический ток, так как электроны прочно удерживаются на орбитах отдельных ионов. Но при нагревании становятся проводниками с ионной проводимостью.

Атомные или валентные кристаллы. У них в узлах кристаллической решётки находятся нейтральные атомы. Гомеополярная связь атомов обу-

словлена квантовомеханическим взаимодействием. Они не проводят электрический ток ни при нагреве, ни при расплаве.

Молекулярные кристаллы. Такие кристаллы образуются молекулами, связанными силами, действующими между молекулярными диполями, которые называются Ван-дер-Ваальсовскими (нафталин, твёрдые органические соединения, CO_2 , O_2 , N_2 , H_2O и др.). Низкая точка плавления, мягкость, сильная сжимаемость, большой коэффициент теплового расширения свидетельствует о том, что связь в них слаба.

Металлические кристаллы. В них узлы кристаллической решётки заняты положительными ионами, образовавшимися при отщеплении от атомов валентных электронов, образующих газ коллективизированных (свободных) электронов. Связь обусловлена электростатическим и обменным взаимодействием ионов и электронов. Металлы имеют решётки одного из трёх типов: кубическую объёмцентрированную, гранецентрированную и гексагональную. Металлы – хорошие проводники электричества, оптически непрозрачны и обладают сильной отражательной способностью.

4.4. ТЕПЛОЁМКОСТЬ КРИСТАЛЛОВ

В отличие от газов, для твёрдых тел не различаются теплоёмкости C_V и C_p . Основной вклад в теплоёмкость неметаллических твёрдых тел вносит энергия тепловых колебаний частиц, находящихся в узлах кристаллических решёток. Для металлов незначительный вклад в теплоёмкость вносит вырожденный электронный газ.

В основе классической теории теплоёмкости твёрдых тел лежит закон равномерного распределения энергии по степеням свободы. Однородное твёрдое тело рассматривается как система независимых друг от друга частиц, имеющих три степени свободы и совершающих тепловые колебания с одинаковой частотой. Средняя энергия \bar{E} , приходящаяся на одну степень свободы: $\bar{E} = kT = \frac{1}{2}kT_{\text{кин}} + \frac{1}{2}kT_{\text{пот}}$. Внутренняя энергия моля твёрдого тела

$$U = 3N_A\bar{E} = 3N_AkT = 3RT, \quad (4.4.1)$$

где N_A – число Авогадро; k – постоянная Больцмана; R – универсальная газовая постоянная. Тогда молярная теплоёмкость твёрдого тела с атомной кристаллической решёткой будет равна

$$C_{\mu} = \frac{\partial U}{\partial T} = 3R = 25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}. \quad (4.4.2)$$

Выражение (4.4.2) носит название «правило Дюлонга и Пти».

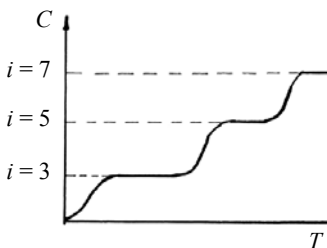


Рис. 4.2

Согласно этому правилу молярная теплоёмкость твёрдых тел не должна зависеть ни от температуры, ни от каких-либо характеристик кристаллов. Опыты опровергают это и указывают на зависимость теплоёмкости от температуры (рис. 4.2), в особенности, в области низких температур.

Причины этого расхождения состоят в ограниченности используемого закона равномерного распределения энергии по степеням свободы и непригодности его использования в области низких температур, где среднюю энергию колеблющихся частиц в кристаллической решётке необходимо вычислять по законам квантовой механики.

В основе квантовой теории теплоёмкости Эйнштейна лежат следующие утверждения:

а) тепловые свойства кристаллов обусловлены колебаниями атомов около положения равновесия и независимо друг от друга ($i = 3$); частота колебаний всех атомов одинакова;

б) так как колебания атомов независимы, то систему из N атомов заменяют $3N$ осцилляторами с одной степенью свободы;

в) энергия, сообщённая телу, распределяется между осцилляторами отдельными квантами по одному, два, три и т.д., по закону Больцмана

$N = N_0 e^{\frac{ih\nu}{kT}}$, где N – число осцилляторов, получивших по i кванту; N_0 – число осцилляторов, не получивших энергию;

г) колебания атомов существуют и при $T = 0$. При этом на каждый атом приходится энергия $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}h\nu_0$. Система из N атомов будет иметь внутреннюю энергию $U_0 = N\varepsilon_0$.

С учётом этих утверждений теплоёмкость определяется по формуле

$$C_{\mu} = 3R \left[\frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)^2} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \right] - \text{формула Эйнштейна.} \quad (4.4.3)$$

Если определять температуру T так, чтобы $\frac{h\nu}{kT} = 1$, то при ней атомные (молярные) теплоёмкости разных тел будут одинаковыми и равными

$$C_{\mu} = 3R \left[\frac{e}{(e-1)^2} \right] \approx 2,78R \approx 3R .$$

Эту температуру $T = \Theta$ называют характеристической температурой Эйнштейна. Тогда

$$C_{\mu} = 3R \left(\frac{\Theta}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\Theta}{T}}}{\left(e^{\frac{\Theta}{T}} - 1 \right)^2} . \quad (4.4.4)$$

Характеристическая температура Θ тем выше, чем больше частота колебаний ν , чем прочнее связь в кристалле (для алмаза $\Theta = 1475$ К; для свинца $\Theta = 88$ К).

Дебай и Борн развили идею Эйнштейна, но предложили рассматривать твёрдое тело как сплошное, упругое, в котором распространяются колебания со всевозможными частотами, соответствующие стоячим волнам, с узлами на границе тела. С учётом этого молярная теплоёмкость для низких температур будет иметь вид

$$C_{\mu} = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 , \quad (4.4.5)$$

где $\Theta_D = \frac{h\nu_{\max}}{k}$ – дебаевская характеристическая температура.

4.5. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ (поглощение, спонтанное и вынужденное излучения, лазеры)

Поглощением света называется уменьшение энергии или интенсивности световой волны при её распространении в веществе вследствие перехода энергии электромагнитного поля волны в другие формы. Основным процессом, при котором происходит поглощение света, являются столкновения атомов, возбуждённых световой волной, с другими атомами, сопровождающиеся передачей энергии от одного атома к другим с помощью безызлучательных переходов. В металлах поглощение света увеличивает кинетическую энергию электронов проводимости и ионов решётки, а также увеличивает число электронов, участвующих в проводимости.

Поглощение света в веществе описывается *законом Бугера–Ламберта*:

$$I = I_0 e^{-\mu d} , \quad (4.5.1)$$

где I_0 – интенсивность световой волны до поглощения; I – интенсивность после прохождения волной слоя вещества толщиной d . Величина μ называется линейным коэффициентом поглощения света. Численное его значение определяет толщину слоя вещества, по прохождению которого интенсивность световой волны уменьшается в $e = 2,7$ раз. Значение μ зависит от длины световой волны и рода вещества.

Поглощение света становится особенно сильным при приближении его частоты к частотам собственных колебаний электронов в атомах вещества или атомов в молекулах вещества (*резонансное поглощение*). Последовательность частот резонансного поглощения может в зависимости от рода и состояния вещества быть дискретной или непрерывной, а также представлять собой их комбинацию. Соответственно этому спектры поглощения называются *линейчатыми, сплошными и полосатыми*.

По закону Кирхгоффа вещество поглощает те линии спектра, которые оно испускает, будучи источником света.

Линейчатые спектры возникают при распространении света в разреженных газах или парах. Сплошные спектры характерны для раскалённых конденсированных сред. Полосатые спектры характерны для молекул.

Спонтанное и вынужденное излучения света. Ранее, при изучении спектра атомарного водорода и электронных составляющих молекулярных спектров, рассматривались только два вида переходов атомов между энергетическими уровнями – спонтанные (самопроизвольные) переходы с более высоких на более низкие уровни и происходящие под действием излучения (вынужденные) переходы с более низких на более высокие уровни. Переходы первого вида приводят к испусканию фотонов, переходы второго вида обуславливают поглощение излучения веществом.

В 1918 году Эйнштейн обратил внимание на то, что двух указанных видов излучения недостаточно для объяснения существования состояний равновесия между излучением и веществом. Действительно, вероятность спонтанных переходов определяется лишь внутренними свойствами атомов и, следовательно, не может зависеть от интенсивности падающего излучения, в то время как вероятность «поглощательных» переходов зависит как от свойств атомов, так и от интенсивности падающего излучения. Для возможности установления равновесия при произвольной интенсивности падающего излучения необходимо существование «испускательных» переходов, вероятность которых возрастала бы с увеличением интенсивности излучения, т.е. «испускательных» переходов, вызванных излучением. Возникающее в результате таких переходов излучение называется *вынужденным* или *индуцированным*.

Исходя из термодинамических соображений, Эйнштейн доказал, что вероятность P_{nm} вынужденных переходов, сопровождающихся излучением, должна быть равна вероятности P_{mn} вынужденных переходов, сопро-

возрастающих поглощением света, т.е. $P_{nm} = P_{mn}$. Тогда при $E_n > E_m$ переходы $m \rightarrow n$ смогут происходить только под воздействием излучения, переходы же $n \rightarrow m$ будут совершаться как вынужденно, так и спонтанно. При условии равновесия, число атомов в состояниях m и n равно

$$N_{mn}^{\text{вынужд}} = N_{nm}^{\text{вынужд}} + N_{nm}^{\text{спонт}}. \quad (4.5.2)$$

С учётом вероятностей перехода и их пропорциональности плотности энергии u_ω вынуждающего переход электромагнитного поля, выражение (4.5.2) примет вид $B_{mn}u_\omega N_m = B_{nm}u_\omega N_n + A_{nm}N_n$, откуда равновесное значение u_ω , т.е. $u(\omega, T)$, будет равно, с учётом распределения атомов по энергетическому состоянию (распределение Больцмана)

$$N_m / N_n = e^{(E_n - E_m) / kT} = e^{\hbar\omega / kT}$$

$$u(\omega, T) = \frac{A_{nm}}{B_{nm}} \frac{1}{e^{\hbar\omega / kT} - 1}. \quad (4.5.3)$$

Замена коэффициента A_{nm} / B_{nm} в (4.5.3) на выражение $\hbar\omega^3 / \pi^2 c^3$ приводит к формуле Планка

$$u(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{\pi^2 c^3} \frac{1}{e^{\hbar\omega / kT} - 1}, \quad (4.5.4)$$

что даёт для испускательной способности абсолютно чёрного тела

$$E(\omega, T) = \frac{\hbar\omega^3}{4\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\hbar\omega / kT} - 1}, \quad \text{или} \quad E(\lambda, T) = \frac{2\pi\hbar c^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\hbar c / \lambda kT} - 1}.$$

Вынужденное излучение обладает весьма важными свойствами. Направление его распространения в точности совпадает с направлением распространения *вынуждающего* излучения, т.е. внешнего излучения, вызвавшего переход. То же самое относится к частоте, фазе и поляризации вынужденного и вынуждающего излучений. Следовательно, вынужденное и вынуждающее излучения оказываются строго когерентными. Эта особенность вынужденного излучения лежит в основе действия усилителей и генераторов света, называемых *лазерами*.

Лазеры. В 1939 году советский физик В. А. Фабрикант впервые указал на возможность получения сред, в которых свет будет усиливаться за счёт вынужденного излучения. В 1953 году советскими учёными Н. Г. Басовым и А. М. Прохоровым и американскими учёными Таунсом и Вебером были созданы первые молекулярные генераторы, работающие в диапазоне сантиметровых волн и получившие название *лазеров*.

В 1960 году Мейманом (США) был создан первый аналогичный прибор, работающий в оптическом диапазоне – *лазер*. Иногда лазеры называют *оптическими квантовыми генераторами (ОКГ)*.

Для усиления световой волны нужно сделать так, чтобы в состоянии с большей энергией E_n находилось большее число атомов, чем в состоянии с меньшей энергией E_m . В этом случае говорят, что данная совокупность атомов имеет *инверсную населённость*. В веществе с инверсной населённостью энергетических уровней вынужденное излучение может превысить поглощение света атомами, вследствие чего падающий пучок света при прохождении через вещество будет усиливаться. Создание лазеров стало возможным после того, как были найдены способы осуществления инверсной населённости уровней в некоторых веществах. В первом лазере рабочим телом был стержень из розового рубина (окись алюминия – Al_2O_3), в котором часть атомов алюминия замещена атомами хрома.

При поглощении света ионы хрома Cr^{+++} переходят в возбуждённое состояние. Обратный переход в основное состояние происходит в два этапа. На первом этапе возбуждённые ионы отдают часть своей энергии кристаллической решётке и переходят в метастабильное состояние. Переход из метастабильного состояния в основное запрещён правилами отбора. Поэтому среднее время жизни иона в метастабильном состоянии примерно в 10^5 раз больше времени жизни в обычном возбуждённом состоянии.

На втором этапе ионы из метастабильного состояния переходят в основное, излучая фотон с $\lambda = 6943 \text{ \AA}$. Под действием фотонов такой же длины волны, т.е. при вынужденном излучении, переход ионов хрома из метастабильного состояния в основное происходит значительно быстрее, чем при спонтанном излучении. На рисунке 4.3 дана схема уровней иона хрома (уровень 3 представляет собой полосу, образованную совокупностью близко расположенных уровней). Перевод ионов в возбуждённое состояние (*накачка*) изображено стрелкой W_{13} . Время жизни уровня 3 очень мало (10^{-8} с). В течение этого времени некоторые ионы перейдут спонтанно из полосы 3 на основной уровень 1. Такие переходы показаны стрелкой A_{31} .

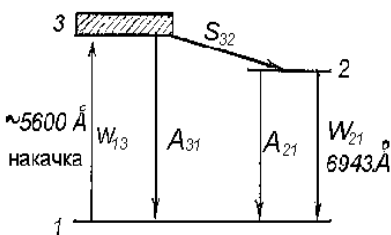


Рис. 4.3

Однако большинство ионов перейдёт на метастабильный уровень 2 (вероятность перехода, показанного стрелкой S_{32} , значительно больше, чем вероятность перехода A_{31}).

При достаточной мощности накачки число ионов хрома, находящихся на уровне 2, становится больше числа ионов на уровне 1. Следо-

вательно, происходит инверсия уровней 1 и 2. Стрелка A_{21} изображает спонтанный переход с метастабильного уровня на основной. Излученный при этом фотон может вызвать вынужденное испускание дополнительных фотонов, (переход W_{21}), которые в свою очередь вызовут вынужденное излучение и т.д. В результате образуется каскад фотонов, летящих в том же направлении, что и падающие фотоны.

Лазеры на рубине работают в импульсном режиме (несколько импульсов в минуту). Внутри кристалла выделяется большое количество тепла, поэтому его приходится интенсивно охлаждать.

В 1961 году Джаваном был создан первый газовый лазер, работающий на смеси гелия и неона. В 1963 году были созданы первые полупроводниковые лазеры. В настоящее время список лазерных материалов насчитывает много десятков твёрдых и газообразных веществ.

Для излучения лазеров характерны замечательные особенности:

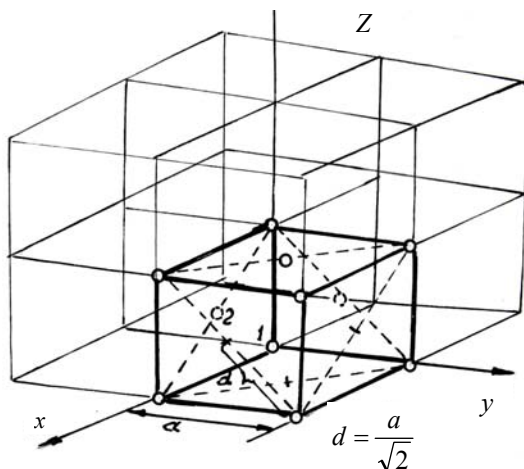
- строгая монохроматичность волн;
- высокая временная и пространственная когерентность;
- большая интенсивность;
- узость пучка.

Эти особенности лазеров дали им возможность применения в различных областях: в машиностроении – прошивание отверстий и обработка деталей, в медицине – терапевтическое лечение, точечная сварка сосудов, пришивание сетчатки глаза и другие; в радио- и телефонной связи; в компьютерной технике и голографии и многих других.

4.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Определить: 1) число n узлов, приходящихся на одну элементарную ячейку; 2) число элементарных ячеек кристалла в объёме V , равном одному кубическому метру; 3) параметр a решётки; 4) расстояние d между ближайшими соседними атомами кристалла меди, если плотность для неё $\rho = 8,93 \cdot 10^3$ кг/м³. Решётка гранецентрированная кубическая.

Решение. 1). Выделим элементарную ячейку в кубической решётке (см. рис.) и определим, скольким соседним элементарным ячейкам принадлежит тот или иной узел выделенной ячейки. Из рисунка видно, что в такой ячейке имеются узлы двух типов: узлы 1, находящиеся в вершинах куба, и узлы 2, находящиеся на гранях куба в месте пересечения диагоналей. Узлы 1 принадлежат одновременно восьми элементарным ячейкам. Следовательно, в выделенную ячейку узел 1 входит с долей 1/8, а узел 2 одновременно входит только в две ячейки и, следовательно, в выделенную ячейку он входит с долей 1/2. Учитывая, что число узлов типа 1 в ячейке равно восьми, а число узлов типа 2 равно шести – по числу граней



куба, то общее число узлов, приходящихся на одну элементарную ячейку в гранецентрированной кубической решётке, будет

$$n = \frac{1}{8} \cdot 8 + \frac{1}{2} \cdot 6 = 1 + 3 = 4 \text{ узла.} \quad (1)$$

Так как число узлов равно числу атомов, то в соответствующей структуре на элементарную ячейку приходится четыре атома.

2) Число элементарных ячеек в одном моле

$$Z_M = N_A / n,$$

где N_A – число Авогадро; n – число атомов, приходящихся на одну ячейку (1). Число же элементарных ячеек кристалла в объёме V равно

$$Z = Z_M \nu = Z_M \frac{m}{M} = Z_M \frac{\rho V}{M} = \frac{N_A \rho V}{nM}. \quad (2)$$

Здесь ν – количество молей в заданном объёме.

3) Выразим объём элементарной ячейки через её параметр a , т.е. $V_{я} = a^3$. С другой стороны, этот же объём можно выразить через молярный объём и число элементарных ячеек в одном моле кристалла:

$V_{я} = \frac{V_M}{Z_M}$, откуда $Z_M = \frac{V_M}{V_{я}} = \frac{V_M}{a^3}$, где молярный объём меди можно выразить через молярную массу и её плотность $V_M = M / \rho$.

С учётом сделанных замечаний будем иметь $\frac{N_A}{n} = \frac{V_M}{a^3} = \frac{M}{\rho a^3}$.

Из этого равенства получим, что $a^3 = \frac{nM}{N_A \rho}$ и, следовательно, параметр решётки a равен

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}}. \quad (3)$$

4) Расстояние d между ближайшими соседними атомами как видно из рисунка равно половине диагонали квадрата, стороной которого является постоянная решётки a , т.е.

$$d = \frac{a}{\sqrt{2}}. \quad (4)$$

Подставим числовые значения в формулы (2), (3) и (4) и найдём искомые величины:

$$Z = \frac{N_A \rho V}{nM} = \frac{6,023 \cdot 10^{23} \cdot 8,93 \cdot 10^3 \cdot 1}{4 \cdot 64 \cdot 10^{-3}} = 2,1 \cdot 10^{28} \text{ ячеек в одном кубометре};$$

$$a = \sqrt[3]{\frac{nM}{\rho N_A}} = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 64 \cdot 10^{-3}}{8,93 \cdot 10^3 \cdot 6,023 \cdot 10^{23}}} = 36,24 \cdot 10^{-11} = 3,6 \cdot 10^{-10} \text{ м};$$

$$d = \frac{a}{\sqrt{2}} = \frac{3,6 \cdot 10^{-10}}{1,4} = 2,6 \cdot 10^{-10} \text{ м}.$$

Пример 2. Используя теорию теплоёмкости Эйнштейна, вычислить удельную теплоёмкость c при постоянном объёме меди при температуре $T = 200$ К. Характеристическую температуру Θ_E Эйнштейна принять для меди, равной 300 К.

Решение. Удельная теплоёмкость c вещества выражается через молярную теплоёмкость C_m соотношением

$$c = C_m / M, \quad (1)$$

где M – молярная масса.

Молярная теплоёмкость при постоянном объёме по теории Эйнштейна выражается формулой

$$C_m = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (2)$$

Подставив в (1) выражение теплоёмкости C_m по формуле (2), получим

$$c = \frac{3R}{M} \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\Theta_E/T}}{(e^{\Theta_E/T} - 1)^2}. \quad (3)$$

Произведём вычисления:

$$c = \frac{3 \cdot 8,31}{64 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{300}{200} \right)^2 \frac{e^{300/200}}{(e^{300/200} - 1)^2} = 325 \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}} \right).$$

Пример 3. Определить теплоту ΔQ , необходимую для нагревания кристалла KCl массой $m = 25,4$ г от температуры $T_1 = 2$ К до температуры $T_2 = 4$ К. Характеристическую температуру Дебая Θ_D для KCl принять равной 320 К и условие $T \ll \Theta_D$ считать выполненным.

Решение. Теплота ΔQ , подводимая для нагревания тела от температуры T_1 до T_2 , может быть вычислена по формуле

$$\Delta Q = \int_{T_1}^{T_2} C_T dT, \quad (1)$$

где C_T – теплоёмкость тела.

Теплоёмкость тела связана с молярной теплоёмкостью соотношением

$$C_T = mC_m / M, \quad (2)$$

где m – масса тела; M – молярная масса.

Подставив выражение C_T в формулу (1), получим

$$\Delta Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_m dT. \quad (3)$$

В общем случае теплоёмкость C_m есть сложная функция температуры, поэтому выносить её за знак интеграла нельзя. Однако если выполнено условие $T \ll \Theta_D$, то нахождение ΔQ облегчается тем, что можно воспользоваться предельным законом Дебая, в соответствии с которым теплоёмкость пропорциональна кубу термодинамической температуры:

$$C_m = \frac{12\pi^4}{5} R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3. \quad (4)$$

Подставляя молярную теплоёмкость (4) в формулу (3), получим

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \int_{T_1}^{T_2} T^3 dT. \quad (5)$$

Произведя интегрирование выражения (5), получим

$$\Delta Q = \frac{12\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} \left(\frac{T_2^4}{4} - \frac{T_1^4}{4} \right).$$

Переписав полученную формулу в виде

$$\Delta Q = \frac{3\pi^4}{5} \frac{m}{M} \frac{R}{\Theta_D^3} (T_2^4 - T_1^4),$$

произведём вычисления

$$\Delta Q = \frac{3 \cdot (3,14)^4}{5} \frac{2,54 \cdot 10^{-2}}{74,5 \cdot 10^{-3}} \frac{8,31}{(320)^3} (4^4 - 2^4) = 1,22 \cdot 10^{-3} \text{ (Дж)}.$$

Вопросы для самопроверки

1. Каково содержание *правила Дюлога и Пти*?
2. Какую температуру называют характеристической температурой Эйнштейна?
3. Какую температуру называют дебаевской характеристической температурой?
4. По какой формуле выражается молярная теплоёмкость в теории Эйнштейна?
5. Как определяется молярная теплоёмкость по Дебаю?

5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА

5.1. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПРОВОДИМОСТИ МЕТАЛЛОВ

Серьёзные затруднения, которые испытывала классическая теория электропроводности металлов при объяснении ряда опытных данных, несомненно, свидетельствует о том, что эта теория не учитывает *некоторых специфических свойств свободных электронов*. Эти свойства учитывает квантовая теория металлов, на основе которой советским физиком Я. И. Френкелем и немецким физиком А. Зоммерфельдом в 20-х гг. XX в. была разработана современная электронная теория металлов.

Квантовая теория металлов позволяет более строго и с единой точки зрения объяснить электрические, магнитные, тепловые и другие свойства металлов. В основе этой теории лежат следующие идеи.

– *Идея о двойственной, корпускулярно-волновой природе электронов.*

По классической теории законы движения микро- и макротел одинаковы, различие наблюдается лишь в геометрических размерах тел и масштабах движения. Электрон является частицей с резкими границами. Его положение и скорость определяются одновременно и однозначно.

По квантовым представлениям электрон одновременно обладает корпускулярными и волновыми свойствами. Движение электрона представляется в виде волнового процесса (дифракция электронов). Понятие траектории неприемлимо. Невозможно одновременное и точное определение положения и скорости электрона.

– *Идея о дискретности значений энергии электронов.*

По классической теории энергия свободных электронов в металле может меняться непрерывно и на любую величину $\left(E \sim \frac{i}{2} kT \right)$.

По квантовой теории энергия электронов может принимать только дискретные значения, изменяется скачками.

– *Идея о неразличимости электронов в металле.*

По статистике Максвелла–Больцмана микрочастицы различимы, могут быть пронумерованы.

По квантовой статистике – статистике Ферми–Дирака – электроны неразличимы. Поэтому по-иному решается вопрос о способе распределения частиц по состояниям.

– *Принцип Паули.* Состояния электрона определяются четырьмя квантовыми числами. Согласно принципу Паули в кристалле, атоме не может быть двух электронов с одинаковым набором квантовых чисел.

5.2. КВАНТОВАНИЕ ЭНЕРГИИ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ В МЕТАЛЛАХ

Для понимания целого ряда физических явлений необходимо знать, как распределяются по *энергетическим состояниям* свободные электроны в металлах.

При этом следует иметь в виду, что полная энергия свободных электронов в металлах складывается из кинетической и потенциальной энергий. Металл для электронов представляет потенциальную яму с крутыми стенками. На электрон, покинувший металл, действуют зеркальные силы, силы двойного электрического слоя. Двойной слой не создаёт поля ни внутри металла, ни за его пределами.

При переходе электрона из металла в вакуум электростатические силы двойного слоя совершают отрицательную работу $A < 0$. Работа равна убыли потенциальной энергии $A = \varepsilon_n - \varepsilon_{n0}$, где ε_n – потенциальная энергия электрона в металле; ε_{n0} – за пределами двойного слоя.

При условии $\varepsilon_{n0} = 0$ работа $A = \varepsilon_n$, а так как $A < 0$, то и $\varepsilon_n < 0$. Так как все электроны преодолевают один и тот же двойной слой, то для всех электронов ε_n будет одинаковой. Изменение потенциальной энергии электронов в металле и за его пределами показано на рис. 5.1.

На величину потенциальной энергии в металле существенное влияние оказывает избыточный заряд, сообщённый извне. Если металл получает положительный заряд, то ε_n уменьшается, если отрицательный заряд, то ε_n увеличивается. Избыточный заряд создаёт своё электрическое поле, поэтому при перемещении электрона за металл, работу совершают силы поля двойного слоя и дополнительного заряда:

$$\varepsilon_n = A + A_{\text{доп}},$$

(при $A_{\text{доп}} < 0$, $q > 0$, ε_n – уменьшается; при $A_{\text{доп}} > 0$, $q < 0$, ε_n – увеличивается).

При наличии избыточного заряда потенциальная энергия электрона, прошедшего двойной слой, не становится равной нулю. Она больше или меньше нуля в зависимости от знака избыточного заряда (рис. 5.2).

Кинетическая энергия электронов как в изолированном атоме, так и в твёрдом теле квантуется, принимает ряд дискретных значений. Разрешённые значения энергии двух одинаковых невзаимодействующих атомов в точности совпадают.

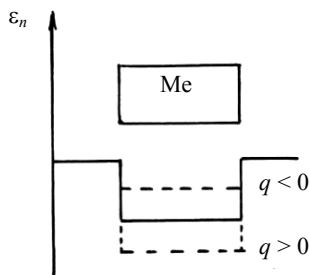


Рис. 5.1

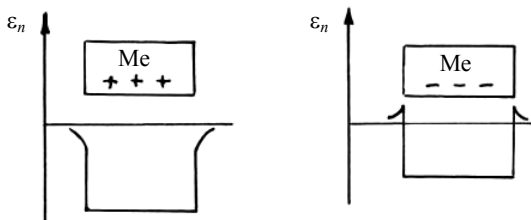


Рис. 5.2

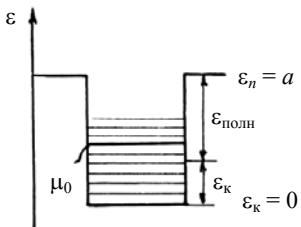


Рис. 5.3

При образовании из отдельных атомов кристаллического тела, атомы сближаются, их электронные оболочки перекрываются. Вместо одного энергетического уровня возникает N близких, но несовпадающих уровней. Образуется полоса или зона разрешённых уровней. Заполнение разрешённых уровней в кристаллическом теле происходит в соответствии с принципом Паули.

Важную роль в твёрдых телах играет валентная зона, образовавшаяся при расщеплении верхнего уровня, на котором в изолированном атоме находятся валентные электроны.

Для металлов характерно то, что в них валентная зона заполнена электронами не полностью. Число возможных квантовых состояний в валентной зоне больше числа электронов. Часть уровней оказывается свободными. Электроны валентной зоны свободны, сама зона называется зоной проводимости, так как электроны этой зоны ответственны за тепло- и электропроводность металлов.

На рисунке 5.3 изображены разрешённые энергетические уровни зоны проводимости в потенциальной яме.

Так как свободные электроны в металле имеют одинаковую потенциальную энергию, но различную кинетическую, то и полная энергия принимает различные, квантованные значения.

5.3 ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФЕРМИ И ЕЁ СТАТИСТИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Как *распределяются* свободные электроны в металле по энергетическим состояниям?

В соответствии с распределением Максвелла–Больцмана при абсолютной температуре $T = 0$ все частицы системы занимают один нулевой уровень. Такое распределение не согласуется с принципом Паули.

Закон распределения электронов по энергиям в металлах был найден Ферми и Дираком. Важной частью этого закона является *функция распределения Ферми*:

$$f = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + 1}, \quad (5.3.1)$$

где ε – кинетическая энергия соответствующего уровня; μ – термодинамический параметр, называемый энергией Ферми.

Функция распределения Ферми выражает математическую вероятность того, что энергетический уровень ε при данной T занят электронами.

Исследуем поведение функции Ферми, т.е. как зависит f от ε при разных T ?

1) Пусть $T = 0$. Обозначим значение энергии Ферми при этой температуре как μ_0 . Тогда имеем

$$f = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu_0}{0}} + 1}$$

и для всех уровней, энергия которых $\varepsilon < \mu_0$, функция $f = 1$.

При $\varepsilon < \mu_0$ выражение $e^{\frac{\varepsilon - \mu_0}{0}} = e^{-\infty} = 0$ и $f = \frac{1}{e^{-\infty} + 1} = 1$.

Для всех уровней, энергия которых $\varepsilon > \mu_0$, функция $f = 0$.

При $\varepsilon > \mu_0$ выражение $e^{\frac{\varepsilon - \mu_0}{0}} = e^{+\infty}$ и $f = \frac{1}{e^{+\infty} + 1} = 0$.

Таким образом, при $T = 0$ все уровни с $\varepsilon < \mu_0$ заняты электронами ($f = 1$); все уровни, для которых $\varepsilon > \mu_0$, свободны ($f = 0$); т.е. уровень Ферми при $T = 0$ совпадает с самым верхним занятым уровнем, а энергия Ферми принимает максимальное значение ($\mu_0 = \varepsilon_{\text{кин, max}}$).

2) Пусть $T > 0$. При этом, если $\varepsilon \ll \mu$, то $\frac{\varepsilon - \mu}{kT} \ll 0$; а так как при обычных температурах $kT \ll \mu$, то функция $f = 1$.

Если $\varepsilon \gg \mu$, то $\frac{\varepsilon - \mu}{kT} \gg 0$ и функция $f = 0$;

Если $\varepsilon = \mu$, то $f = \frac{1}{e^{\frac{0}{kT}} + 1} = \frac{1}{2}$.

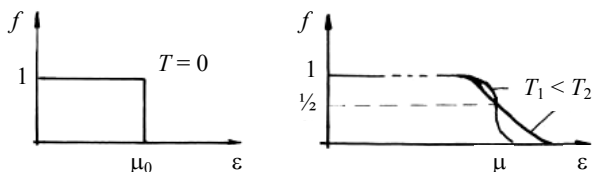


Рис. 5.4

При температурах, отличных от нуля, уровень Ферми совпадает с тем разрешённым уровнем, вероятность заполнения которого равна $1/2$.

При температуре, отличной от нуля, уровень Ферми не является верхней границей заполненных уровней и μ_0 не равна $\varepsilon_{\text{кин, max}}$ – максимальной кинетической энергии, которой обладают свободные электроны при данной температуре (рис. 5.4).

5.4. ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ФЕРМИ–ДИРАКА

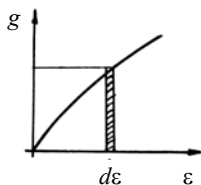
При заполнении энергетических состояний электронами встаёт вопрос, *одинаково* ли «густо» расположены энергетические уровни в разных частях зоны проводимости металлов. Опыт показывает, что не одинаково.

«Густоту» уровней характеризует *плотность состояний* g – число возможных квантовых состояний в единице объёма металла, приходящихся на единичный интервал энергий

$$g = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2}. \quad (5.4.1)$$

Найдём число электронов с энергией от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$ при $d\varepsilon \rightarrow 0$.

При $g = \text{const}$, число возможных состояний равно $gd\varepsilon$. Умножив число возможных состояний $gd\varepsilon$ на вероятность заполнения каждого состояния f ($f = \text{const}$, так как $d\varepsilon \rightarrow 0$), получим число занятых состояний – число электронов в единице объёма с энергиями от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$, т.е. $dn = gf d\varepsilon$. Подставив выражения для f и g , получим закон распределения Ферми–Дирака:



$$dn = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + 1} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon. \quad (5.4.2)$$

Распределение Ферми–Дирака имеет следующие особенности.

Рис. 5.5

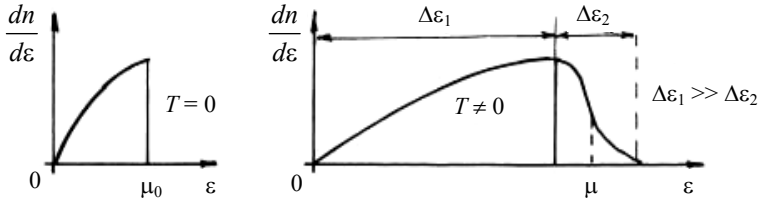


Рис. 5.6

Распределение очень слабо зависит от температуры. Изменение температуры вызывает перераспределение только тех электронов, которые заполняют уровни, близкие к уровню Ферми. В окрестностях уровня Ферми распределение «дышит». Тепловое движение непрерывно перебрасывает электроны с уровня на уровень. При очень высоких температурах кривая распределения Ферми–Дирака переходит в кривую распределения Максвелла–Больцмана (рис. 5.6).

Распределение Ферми–Дирака учитывает наличие у свободных электронов «нулевой энергии». По классической теории проводимости, при $T = 0$, энергия всех электронов равна нулю и они должны покоиться. Это противоречит принципу Паули в квантовой теории, так как на каждом энергетическом уровне может находиться ограниченное число электронов. Поэтому, при $T = 0$, свободные электроны заполняют все разрешённые уровни от самого нижнего до уровня Ферми.

Определим энергию электронов на уровне Ферми при $T = 0$ (при $T = 0$ $0 < \varepsilon < \mu_0$ и $f = 1$).

Общее число электронов равно

$$n = \int dn = \int_0^{\mu_0} 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{\frac{\varepsilon - \mu}{e^{kT}} + 1} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \mu_0^{3/2}, \quad (5.4.3)$$

откуда

$$\mu_0 = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3} \approx 5 \dots 10 \text{ эВ} \quad (5.4.4)$$

(получили, что энергия электронов при $T = 0$ зависит только от их концентрации n !).

Таким образом, квантовая статистика приходит к невероятному с классической точки зрения выводу: при $T = 0$ все свободные электроны находятся в состоянии интенсивнейшего движения и обладают, в среднем, огромной кинетической энергией. Эта энергия электронов нетеплового происхождения.

Сама же энергия Ферми очень слабо зависит от температуры

$$\mu = \mu_0 \left[1 - \frac{\pi^2}{2} \left(\frac{kT}{\mu_0} \right)^2 \right]. \quad (5.4.5)$$

Средняя кинетическая энергия одного электрона при $T = 0$ найдётся как $\bar{\varepsilon} = \frac{E_0}{n_0}$, где E_0 – энергия всех электронов при $T = 0$.

$$E_0 = \int \varepsilon dn = \int_0^{\mu_0} \varepsilon g f d\varepsilon; \quad n_0 = \int_0^{\mu_0} g f d\varepsilon,$$

здесь $f = 1$, тогда

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\int_0^{\mu_0} \varepsilon^3 d\varepsilon}{\int_0^{\mu_0} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon} = \frac{3}{5} \mu_0, \quad \text{т.е.} \approx 3 \dots 6 \text{ эВ} \quad (5.4.6)$$

(для сравнения: при $T = 300 \text{ К}$, $\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2} kT = 0,04 \text{ эВ}$).

5.5. ТЕПЛОЁМКОСТЬ ЭЛЕКТРОННОГО ГАЗА И ЭЛЕКТРОННАЯ ПРОВОДИМОСТЬ МЕТАЛЛОВ ПО КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ

Электроны валентной зоны могут переходить с одного энергетического уровня на другой, если есть свободные уровни и электрон получает добавочную энергию, равную разности энергий уровней. Эта энергия невелика ($10^{-2} \dots 10^{-3}$ эВ) для электронов, занимающих уровни вблизи уровня Ферми и весьма велика (несколько электроновольт) для средних и нижних уровней.

Дополнительную энергию ε электроны могут получить при нагревании металла или за счёт энергии внешнего электрического поля.

При нагревании $\varepsilon \sim kT$ и при температуре $T \approx 300 \text{ К}$ она составит около 1% от ширины всей валентной зоны. Следовательно, подниматься, увеличивать свою энергию могут лишь электроны, находящиеся вблизи уровня Ферми. Основная масса не изменит интенсивности своего движения и именно этим объясняется ничтожно малый вклад электронного газа в теплоёмкость металла.

По классической теории в электропроводности металлов участвуют все свободные электроны. По квантовой теории только те, которые находятся вблизи уровня Ферми.

Под действием электрического поля электроны изменяют свою энергию, что означает переход на другие уровни, а так как все внутренние уровни заняты, то переход возможен только вблизи уровня Ферми, где есть свободные состояния. Таким образом, и в электропроводности участвует лишь малая часть электронов, заполняющих зону проводимости. Электропроводность различных металлов определяется соотношением числа свободных электронов в верхней зоне с общим числом энергетических уровней в ней.

В квантовой теории электропроводности металлов получает своё объяснение и зависимость удельной электрической проводимости от температуры, $\sigma \sim 1/T$, а также аномально большая величина средней длины свободного пробега электрона в металле. Упорядочное движение электронов в металле – электрический ток – рассматривается в квантовой теории как процесс распространения электронных дебройлевских волн, которые рассеиваются на ангармонических тепловых колебаниях узлов решётки металла. С повышением температуры возрастает рассеяние электронных волн на тепловых колебаниях узлов решётки и уменьшается средняя длина свободного пробега электронов.

При этом удельная электрическая проводимость σ в квантовой теории электропроводности вычисляется по формуле

$$\sigma = \frac{n_0 e^2 \bar{\lambda}_F}{m u_F}, \quad (5.5.1)$$

где n_0 – число электронов проводимости в единице объёма металла; $\bar{\lambda}_F$ – средняя длина свободного пробега электрона, имеющего энергию Ферми; u_F – скорость теплового движения такого электрона. При внешнем сходстве этой формулы с формулой для σ в классической теории она имеет совершенно другое физическое содержание. С учётом того, что $\bar{\lambda}_F$ вычисляется по формуле

$$\bar{\lambda}_F = \frac{Ed}{\pi n_0 kT}, \quad (5.5.2)$$

где E – модуль Юнга; d – период кристаллической решётки, удельная электрическая проводимость оказывается обратно пропорциональной абсолютной температуре и не зависит от n_0 :

$$\sigma = \frac{e^2 Ed}{m u_F \pi kT}. \quad (5.5.3)$$

Эта формула согласуется с опытными данными в области комнатных температур.

Рассеяние электронных волн происходит лишь при появлении искажений периодичности в решётке – неоднородностей, играющих роль центра рассеяния. Такими центрами являются, например, флуктуации плотности в решётке, возникающие в результате ангармонических тепловых колебаний положительных ионов металла. Помимо флуктуаций плотности, причиной рассеяния электронных волн и электрического сопротивления металлов являются искажения периодичности кристаллической решётки, вызванные включениями в решётку примесных атомов. Удельное сопротивление ρ металла ($\rho = 1/\sigma$) состоит из двух частей: $\rho = \rho_T + \rho_{пр}$. Здесь ρ_T – удельное сопротивление, обусловленное рассеянием электронных волн на флуктуациях плотности; $\rho_{пр}$ – удельное сопротивление, связанное с рассеянием на примесях. Оно не зависит от температуры, называется *остаточным удельным сопротивлением* и сохраняется у металла при охлаждении вплоть до абсолютного нуля.

Замечено, что у некоторых металлов и сплавов происходит резкое падение удельного сопротивления ρ вблизи определённой температуры T_c . Такое явление получило название *явления сверхпроводимости*, а температура – *температурой перехода в сверхпроводящее состояние*.

Квантовомеханическая теория явление сверхпроводимости рассматривает как сверхтекучесть электронов в металле с присущим сверхтекучести отсутствием трения. Электроны проводимости движутся в сверхпроводнике беспрепятственно – без «трения» об узлы кристаллической решётки.

Возникновение сверхпроводящего состояния вещества связано с возможностью образования в металле связанных пар электронов, находящихся друг от друга на расстояниях порядка 10^4 периодов кристаллической решётки. Вся электронная система сверхпроводника представляет собой связанный коллектив, простирающийся на громадные, по атомным масштабам, расстояния. При этом не происходит рассеяния электронных волн на тепловых колебаниях решётки или примесях. А это и означает отсутствие электрического сопротивления.

Явление сверхпроводимости используется для получения сильных магнитных полей, поскольку при этом отсутствуют тепловые потери. Для получения сильных магнитных полей применяют особые *сверхпроводники II рода* – некоторые сплавы, тонкие сверхпроводящие плёнки. В такие проводники магнитные поля с напряжённостью больше, чем напряжённость критического поля (при переходе в нормальное состояние), проникают в вещество в виде нитей, пронизывающих образец. Вещество между нитями оказывается сверхпроводящим, и сильные токи приводят к сверхсильным магнитным полям.

5.6. ТЕРМОЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ И КОНТАКТНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Работа выхода. Как известно, для удаления электрона из атома, необходимо совершить работу против сил притяжения электрона к ядру. Эта работа характеризует энергию ионизации. Аналогичное понятие, введённое для твёрдого тела, называют работой выхода электрона из металла. Различают полную и эффективную (изотермическую) работу выхода.

Энергию, необходимую для вырывания из металла неподвижного электрона, называют полной работой выхода. Она равна глубине потенциальной ямы – ε_n , а так как неподвижных электронов нет, то эта энергия будет меньше ε_n . Энергия, необходимая для удаления из металла электронов с уровня Ферми, называется эффективной работой выхода: $A = \varepsilon_n - \mu$. Процесс удаления электрона с уровня Ферми является изотермическим. Если электроны удаляются с более низких уровней, чем уровень Ферми, то на освободившиеся уровни будут переходить электроны с верхних уровней, отдавая энергию кристаллической решётке. Металл будет нагреваться. Если электроны удаляются с верхних уровней, то на освободившееся место будут переходить электроны с нижних уровней, отбирая энергию у решётки, металл будет охлаждаться.

Работа выхода характеризуется *потенциалом выхода*. Так как $A = e\varphi$, а при удалении электрона $A = \varepsilon_n - \mu$, то потенциал выхода равен

$$\varphi = \frac{\varepsilon_n - \mu}{e}. \quad \text{Работа (потенциал) выхода зависит от рода металла, нали-$$

чия в нём примесей, состояния поверхности, внешнего электрического поля, температуры металла. Если внешнее электрическое поле ускоряющее, то высота барьера и работа выхода уменьшаются (эффект Шостки), при тормозящем поле работа выхода увеличивается.

Термоэлектронная эмиссия. Электронная эмиссия – это испускание электронов металлами. Она имеет следующие виды: термоэмиссия, фотоэмиссия, вторичная эмиссия, холодная эмиссия и др.

Термоэмиссия наблюдается в вакуумных приборах: радиолампах, тиратронах, газотронах и т.п.

Оценим концентрацию электронов в электронном облаке (непосредственно за двойным электрическим слоем) при равновесии. Воспользуемся функцией Ферми:

$$f = \frac{1}{e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} + 1}. \quad (5.6.1)$$

Покинуть металл могут электроны, для которых $\varepsilon \geq \mu + A$. Такой энергией обладают электроны хвостовой части распределения Ферми–Дирака.

Сопоставим величины A и kT . Обычно $A \sim 2 \dots 5$ эВ, при температуре $T = 1000$ К величина $kT \sim 0,1$ эВ.

Следовательно, величина $\frac{A}{kT} \sim 20 \dots 50$, а так как $\varepsilon - \mu \geq A$, то и $e^{\frac{\varepsilon - \mu}{kT}} \gg 1$, тогда (5.6.1) примет вид

$$f = e^{-\frac{\varepsilon - \mu}{kT}}.$$

Если принять, что энергия электронов, прошедших двойной электрический слой, равна нулю, то $\varepsilon - \mu = A$ и $f = e^{-A/kT}$, т.е. получили вероятность того, что любой электрон может покинуть металл. При этом концентрация электронов в облаке будет равна $n = n_0 e^{-A/kT}$. Из формулы видно, что для увеличения концентрации электронов необходимо увеличивать температуру металла или уменьшать работу выхода.

Исследование термоэлектронной эмиссии (получение вольт-амперной характеристики) проводят на вакуумном диоде (рис. 5.7).

При малых значениях анодного тока, вольт-амперные характеристики, снятые при различных температурах, совпадают. Богуславский С. А. (СССР) и Ленгмюр И. (США) показали, что в этой области анодный ток изменяется по закону

$$i_a = CU_a^{3/2}, \quad (5.6.2)$$

получившего название «закон трёх вторых».

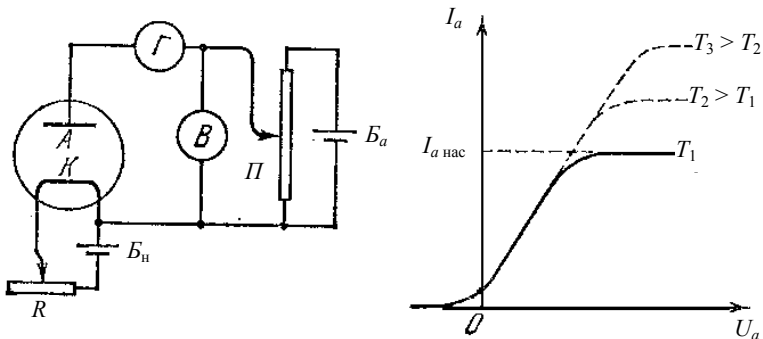


Рис. 5.7

Однако более полной характеристикой эмиссии электронов является *плотность тока насыщения* (рис. 5.8), расчёт по квантовой теории для которой даёт выражение

$$j_{\text{нас}} = BT^2 e^{-A/kT}. \quad (5.6.3)$$

Контактная разность потенциалов. Расположим два металла с различными работами выхода (рис. 5.9) на некотором расстоянии друг от друга. Пусть $A_1 < A_2$.

Уровень Ферми в первом металле расположен на меньшей глубине, чем во втором, т.е. полная энергия электронов в первом металле больше, чем во втором.

Первоначально электрического поля между металлами нет, ничто не мешает электронам перелетать из одного металла в другой. Плотность тока эмиссии из первого металла в соответствии с (5.6.3) будет $j_I = BT^2 e^{-A_1/kT}$, а из второго $j_{II} = BT^2 e^{-A_2/kT}$, но так как $A_1 < A_2$, то $j_I > j_{II}$, и металлы начнут заряжаться. Первый металл зарядится положительно, второй – отрицательно. Возникнет поле, ускоряющее электроны второго металла и тормозящее электроны, вылетающие из первого металла. Разделение зарядов, рост поля происходит до тех пор, пока встречные потоки не уравниваются.

Переход электронов можно объяснить и тем, что $\epsilon_{nI} > \epsilon_{nII}$, и электроны с верхних уровней первого металла переходят на свободные, более низкие уровни второго металла.

В результате обмена электронами и получения телами дополнительных зарядов потенциальная кривая первого металла опускается относительно нулевого уровня, а второго – поднимается (рис. 5.9). При этом энергия Ферми не изменяется, высота уровня от дна остаётся постоянной, так как эта энергия определяется температурой T и концентрацией n свободных электронов.



Рис. 5.8

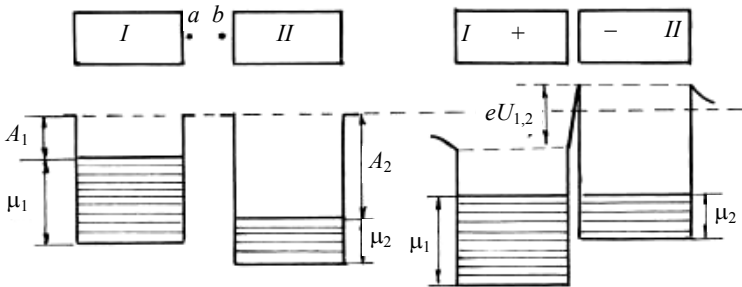


Рис. 5.9

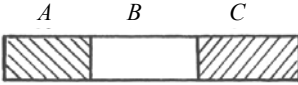


Рис. 5.10

Можно доказать, что переход электронов осуществляется до тех пор, пока уровни Ферми не окажутся на одной высоте от нулевого уровня, т.е. условие равновесия – это равенство полных энергий электронов, занимающих уровни Ферми: $\mu_I + \varepsilon_{nI} = \mu_{II} + \varepsilon_{nII}$.

Потенциальная энергия электронов в точке b больше, чем в точке a . Разность этих энергий равна разности работ выхода и определяет разность потенциалов в точках b и a

$$U_{ba} = \frac{A_2 - A_1}{e} = U_2 - U_1. \quad (5.6.4)$$

Разность потенциалов (5.6.4) между точками вблизи границ металлов I и II называется *внешней контактной разностью потенциалов*.

Для внешней контактной разности потенциалов справедливы два правила (*законы Вольта*).

Разность потенциалов на концах ряда последовательно соединённых металлов зависит лишь от природы крайних металлов и не зависит от природы промежуточных металлов (рис. 5.10):

$$U_{AC} = U_{AB} + U_{BC} = (U_B - U_A) + (U_C - U_B) = U_C - U_A.$$

При образовании замкнутой цепи из последовательно соединённых различных металлов, сумма контактных разностей потенциалов этих металлов не создаёт в цепи результирующей ЭДС:

$$\varepsilon = U_{AB} + U_{BC} + U_{CA} = (U_B - U_A) + (U_C - U_B) + (U_A - U_C) = 0.$$

Этот результат справедлив, если все контакты находятся при одинаковой температуре.

Однако различие в работах выхода не является единственной причиной возникновения разности потенциалов между металлами I и II .

Если два металла имеют одинаковую температуру, но различные энергии Ферми, то это значит, что концентрация электронов в них различна

$$\left(n = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2} \mu_0 \right)^{3/2} \right),$$

и больше у того металла, где больше энергия

Ферми.

Пусть у двух металлов $n_1 > n_2$. Приведём их в соприкосновение (рис. 5.11). Начнётся обмен электронами за счёт диффузии из первого металла во второй. Металлы зарядятся. Первый – положительно, второй – отрицательно. Образуется двойной электрический слой. Возникает электрическое поле, которое приведёт к равновесию – выравниванию уровней

Ферми. При этом между металлами – внутренними точками – устанавливается вполне определённая разность потенциалов, называемая *внутренней контактной разностью потенциалов* ($U'_{1,2}$). Так как при совпадении уровней Ферми $\mu_I \neq \mu_{II}$, то днища потенциальных ям находятся на разной глубине. Эта разность μ_I и μ_{II} определяет изменение потенциальной энергии электрона при переходе из одного металла в другой, т.е. при прохождении контактной разности потенциалов:

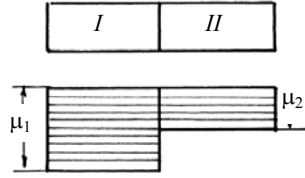


Рис. 5.11

$$U'_{1,2} = \frac{\mu_I - \mu_{II}}{e}. \quad (5.6.5)$$

Качественно (но не достаточно точно) внутреннюю контактную разность потенциалов можно объяснить с точки зрения классической теории проводимости металлов, приняв электронный газ за идеальный.

Тогда избыточное давление газа $dp = kTdn_0$, обусловленное различием концентраций электронов в металлах, будет уравновешено действием электрического поля:

$$dp = \frac{dF}{dS} = \frac{Edq}{dS} = \frac{dUen_0dSdx}{dx dS} = en_0dU,$$

получаем, что $en_0dU = kTdn_0$, а сделав разделение переменных

$dU = \frac{kT}{e} \frac{dn_0}{n_0}$, получаем выражение для контактной разности потенциалов

$$U = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{0I}}{n_{0II}}. \quad (5.6.6)$$

Явление термоЭДС (явление Зеебека, Германия, 1821) – явление, возникающее в электрической цепи, составленной из последовательно соединённых металлов **A** и **B** с различной температурой контактов (рис. 5.12).

Явление объясняется двумя причинами. Зависимостью внутренней контактной разности потенциалов от температуры (энергия Ферми зависит от температуры) и диффузией электронов, обусловленной наличием градиента температур ($n \sim T$). Учитывая обе причины, будем иметь



Рис. 5.12

$$U_{AB} = U_B - U_A + \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{0A}}{n_{0B}}.$$

Полная ЭДС равна сумме скачков потенциалов:

$$\begin{aligned} \varepsilon = U_{AB} + U_{BA} &= U_B - U_A + \frac{kT_1}{e} \ln \frac{n_{0A}}{n_{0B}} + U_A - U_B + \frac{kT_2}{e} \ln \frac{n_{0B}}{n_{0A}} = \\ &= \frac{k(T_2 - T_1)}{e} \ln \frac{n_{0B}}{n_{0A}}. \end{aligned} \quad (5.6.7)$$

Заменяя в (5.6.7) постоянные величины коэффициентом α (коэффициент термоЭДС), получим $\varepsilon_{\text{термо}} = \alpha (T_2 - T_1) = \alpha \Delta T$.

Явление Зеебека используется для измерения температур. Соответствующее устройство называется *термопарой*. Один спай термопары поддерживают при постоянной температуре, другой помещают в ту среду, температуру которой хотят измерить. Предварительно термопару градуируют. С помощью термопар можно измерять с точностью порядка сотых долей градуса как низкие, так и высокие температуры.

Явление Пельтье. Это явление, открытое Пельтье в 1834 г., заключается в том, что при протекании тока через цепь, составленную из разнородных металлов или полупроводников, в одних спаях происходит выделение, а в других – поглощение тепла. Таким образом, явление Пельтье оказывается обратным явлению Зеебека. Явление Пельтье используется для создания холодильных установок.

Явление Томсона. В 1856 году У. Томсон предсказал на основе термодинамических соображений, что тепло, аналогичное теплу Пельтье, должно выделяться (поглощаться) при прохождении тока по однородному проводнику, вдоль которого имеется градиент температуры. Этот эффект был впоследствии обнаружен экспериментально и получил название *явления Томсона*. Количество тепла, выделяющееся в единицу времени в элементе проводника длины dl , при силе тока I и градиенте температуры dT/dl , равно

$$dQ = \tau I \frac{dT}{dl} dl, \quad (5.6.8)$$

где τ – коэффициент пропорциональности, называемый коэффициентом Томсона.

5.7. ПОЛУПРОВОДНИКИ, ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЕ ДИОДЫ И ТРИОДЫ

К полупроводникам относятся кристаллические вещества, у которых валентная зона полностью заполнена электронами, а ширина запрещенной зоны невелика (не более 1 эВ). Полупроводники по величине электропроводности занимают промежуточное положение между металлами и ди-

5 B (1,7)	6 C (5,2)		
	14 Si (1,1)	15 P (1,5)	16 S (2,5)
	32 Ge (0,72)	33 As (1,2)	34 Se (1,7)
	50 Sn (0,7)	51 Sb (0,12)	52 Te (0,36)
			53 J (1,25)

Рис. 5.13

электриками. Для них характерен рост проводимости с повышением температуры (у металлов она уменьшается).

Различают *собственные* и *примесные* полупроводники. К числу собственных относятся химически чистые полупроводники.

В периодической системе Д. И. Менделеева полупроводники образуют группу элементов, изображённую на рис. 5.13. Здесь, кроме порядкового номера элемента, в кружках отмечены значения энергии активации (в эВ) собственной проводимости полупроводниковых элементов. Наиболее типичными и широко применяемыми полупроводниками с хорошо изученными электрическими свойствами являются германий, кремний и теллур.

Электрические свойства примесных полупроводников определяются имеющимися в них искусственно вводимыми примесями.

При рассмотрении электрических свойств полупроводников большую роль играет понятие «дырок».

В собственном полупроводнике при абсолютном нуле все уровни валентной зоны полностью заполнены электронами, а в зоне проводимости электроны отсутствуют (рис. 5.14, а). Электрическое поле не может перебросить электроны из валентной зоны в зону проводимости. Поэтому собственные полупроводники ведут себя при абсолютном нуле как диэлектрики. При температурах, отличных от 0 К, часть электронов с верхних уровней валентной зоны переходит в результате теплового возбуждения на нижние уровни зоны проводимости (рис. 5.14, б).

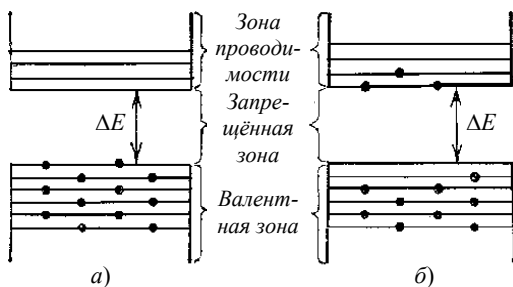


Рис. 5.14

В этих условиях электрическое поле получает возможность изменять состояние электронов, находящихся в зоне проводимости. Кроме того, вследствие образования вакантных уровней в валентной зоне (появление «дырок») электроны этой зоны также могут изменять свою скорость под воздействием внешнего поля. В результате электропроводность полупроводника становится отличной от нуля. Появление дырок в валентной зоне представляется как движение положительно заряженных квазичастиц.

Количество электронов, перешедших в зону проводимости, и количество образовавшихся дырок определяется вероятностью переходов

$$f(E) \approx e^{-\Delta E/2kT} \quad (5.7.1)$$

Эти электроны и дырки являются носителями тока. Электропроводность собственных полупроводников быстро растёт с температурой, изменяясь по закону

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E/2kT}, \quad (5.7.2)$$

где ΔE – ширина запрещённой зоны; σ_0 – константа.

Примесная проводимость возникает, если некоторые атомы данного полупроводника (например, германия) заменить в узлах кристаллической решётки атомами, валентность которых отличается на единицу от валентности основных атомов (например, пятивалентными атомами мышьяка). В таких полупроводниках носителями тока будут только электроны. Соответственно говорят, что такой полупроводник обладает электронной проводимостью или является полупроводником *n*-типа.

Атомы примеси (мышьяка), поставляющие электроны проводимости, называются *донорами* (рис. 5.15, а).

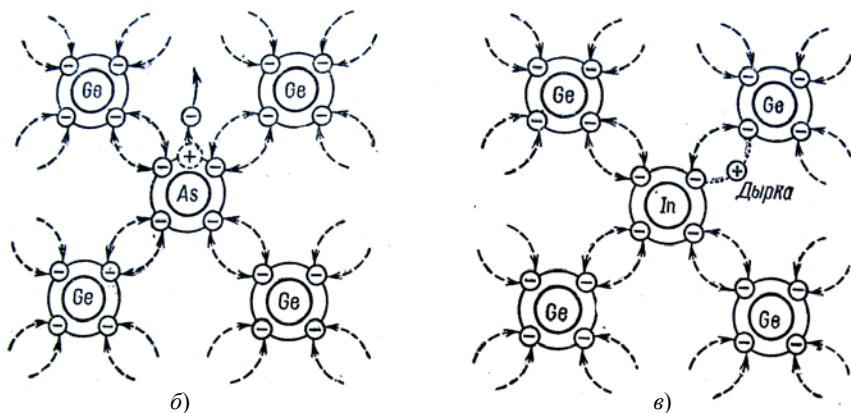


Рис. 5.15

В полупроводниках с примесью, валентность которой на единицу меньше валентности основных атомов (например, германий – трёхвалентный индий), возникают носители тока только одного вида – дырки. Проводимость в этом случае называется дырочной, а полупроводник принадлежит к p -типу (рис. 5.15, б). Примеси, вызывающие возникновение дырок, называются *акцепторными*.

Примеси искажают поле решётки, что приводит к возникновению на энергетической схеме *примесных уровней*, расположенных в запрещённой зоне кристалла. Для полупроводников n -типа примесные уровни называются *донорными*, для полупроводников p -типа – *акцепторными* (рис. 5.16).

Уровень Ферми E_f в полупроводниках n -типа располагается в верхней половине запрещённой зоны, а в полупроводниках p -типа – в нижней половине запрещённой зоны. *При повышении температуры уровень Ферми в полупроводниках обоих типов смещается к середине запрещённой зоны.*

Донорные и акцепторные уровни оказывают существенное влияние на электрические свойства кристаллов в том случае, если они расположены достаточно близко, соответственно, ко дну зоны проводимости или к потолку валентной зоны (рис. 5.16).

При повышении температуры концентрация примесных носителей тока быстро достигает насыщения. Это означает, что практически освобождаются все донорные или заполняются все акцепторные уровни. Вместе с тем по мере роста температуры всё в большей степени начинает сказываться собственная проводимость полупроводника, обусловленная переходом электронов непосредственно из валентной зоны в зону проводимости.

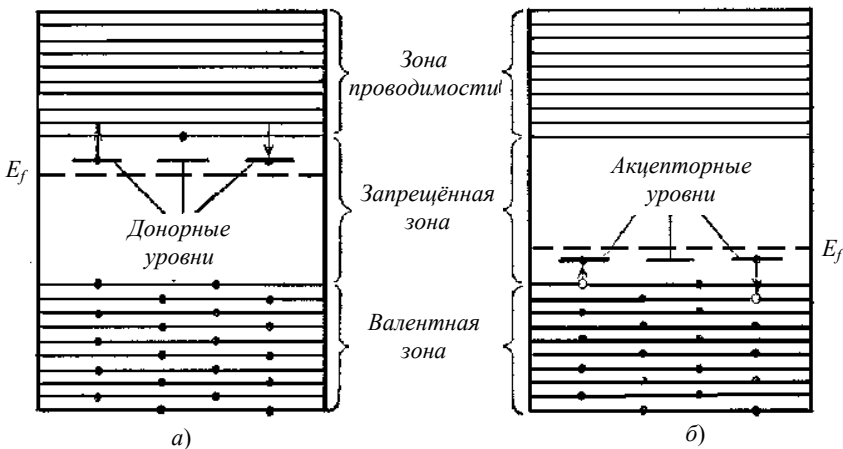


Рис. 5.16

сти. Таким образом, при высоких температурах проводимость полупроводника будет складываться из примесной и собственной проводимостей.

При низких температурах преобладает примесная, а при высоких – собственная проводимость.

На базе полупроводников, для выпрямления токов или усиления напряжения и мощности, изготавливаются устройства, называемые полупроводниковыми диодами или триодами-транзисторами.

Основным элементом полупроводниковых приборов является так называемый *p–n-переход*. Он представляет собой тонкий слой на границе между двумя областями одного и того же кристалла, отличающимися типом примесной проводимости. Для изготовления такого перехода берут, например, монокристалл из очень чистого германия с электронным механизмом проводимости. В вырезанную из кристалла пластинку вплавляют с одной стороны кусочек индия. Во время этой операции атомы индия диффундируют в германий на некоторую глубину. В той области, в которую проникают атомы индия, проводимость германия становится дырочной. На границе этой области возникает *p–n-переход*. Его особенностью является неодинаковость сопротивления в прямом и обратном направлениях, что позволяет использовать *p–n-переход* для выпрямления переменного тока.

Рассмотрим подробнее явления в *p–n-переходе*. В отсутствие внешнего электрического поля за счёт явления диффузии будет наблюдаться переход электронов из полупроводника *n*-типа, где их много, в полупроводник *p*-типа, где их мало, и перемещение дырок в обратном направлении. Процесс диффузии дырок и электронов происходил бы до полного выравнивания концентраций дырок и электронов, если бы они не переносили зарядов. Однако электроны, переходящие из *n*-области в *p*-область, переносят отрицательный заряд, и *n*-область заряжается положительно, а *p*-область – отрицательно. Диффузия дырок в противоположном направлении также заряжает *p*-область отрицательно, а *n*-область положительно, т.е. между *p*- и *n*-областями возникает контактная разность потенциалов.

Появившееся электрическое поле вызывает обратный переход дырок из *n*-области в *p*-область и электронов из *p*-области в *n*-область (рис. 5.17, а).

Действительно, достаточно свободному электрону, находящемуся в *p*-области, при хаотическом движении пересечь границу *A* переходного слоя, как он силами поля будет втянут в *n*-область. То же будет происходить с дырками, находящимися в *n*-области. Дырки же *p*-области, попавшие в переходной слой *AB*, если их кинетическая энергия недостаточна, выталкиваются полем назад в *p*-область, что уменьшает их диффузию. Через слой *AB* смогут пройти в *n*-область только такие дырки, которые движутся в направлении к *n*-области и имеют достаточную кинетическую энергию (рис. 5.17, б). Это относится и к электронам *n*-области.

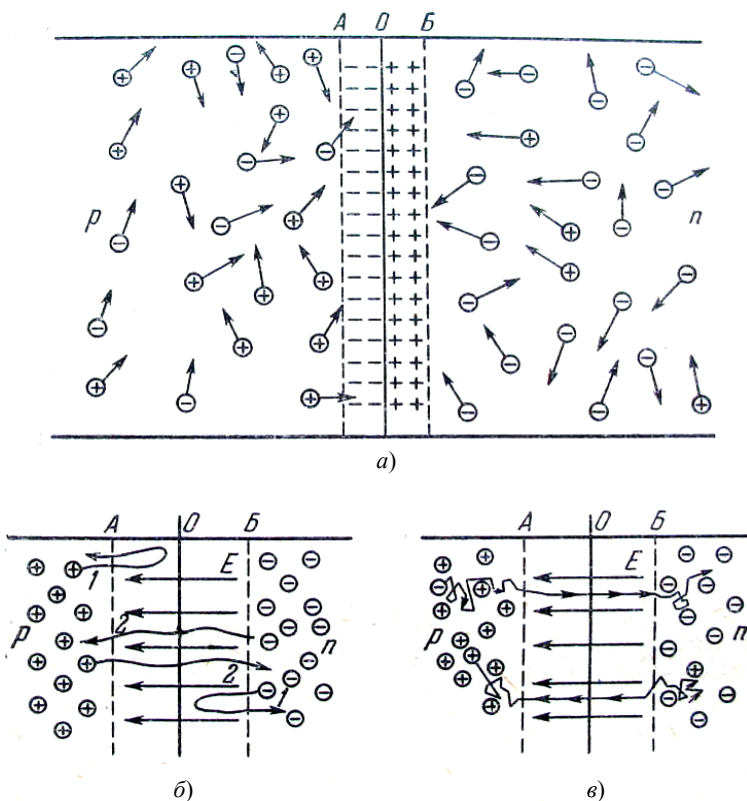


Рис. 5.17

Поэтому в переходном слое AB устанавливается такая постоянная разность потенциалов (около одного вольта), при которой диффузионный поток дырок из p -области в n -область уравновешивается потоком дырок, создаваемым полем в области AB (рис. 5.17, в). Одновременно уравновешиваются и встречные потоки электронов.

В переходной области AB , толщина которой очень мала, подвижные носители зарядов удержаться не могут, поэтому в ней остаются только локализованные ионы акцепторной примеси в области AO и донорной примеси в области OB . Всё электрическое поле оказывается сосредоточенным только между поверхностями A и B и действует на заряды подобно полю конденсатора. При этом поле сосредоточено во всём объёме между A и B .

Поскольку вне области AB электрического поля нет, хаотически движущиеся заряды как слева, так и справа от неё могут беспрепятствен-

но пересекать её границу, о чём говорилось выше. Весь избыточный заряд p -области, получившийся в результате ухода дырок и перехода в неё электронов из n -области, сосредоточен в слое AO , а вся остальная часть p -области оказывается электрически нейтральной. То же относится к n -области. Обеднённый подвижными зарядами слой AB обладает очень большим удельным сопротивлением, в то время как сопротивление остальных частей кристалла мало. Это означает, что *всё электрическое сопротивление кристалла с p - n -переходом создаётся переходным слоем AB .*

Теперь рассмотрим, что произойдёт, если к кристаллу с p - n -переходом приложить внешнее напряжение. На рисунке 5.18, *a* изображён такой кристалл с переходной областью AB при отсутствии напряжения. В этом случае диффузионный поток дырок в n -область равен встречному потоку дырок в p -область, создаваемому полем переходной области AB . Так как это верно и для встречных потоков электронов, то ток в кристалле отсутствует.

Приложим к кристаллу такое внешнее напряжение, при котором потенциал p -области будет выше потенциала n -области (рис. 5.18, *б*). Вследствие большого сопротивления слоя AB всё это напряжение, которое не

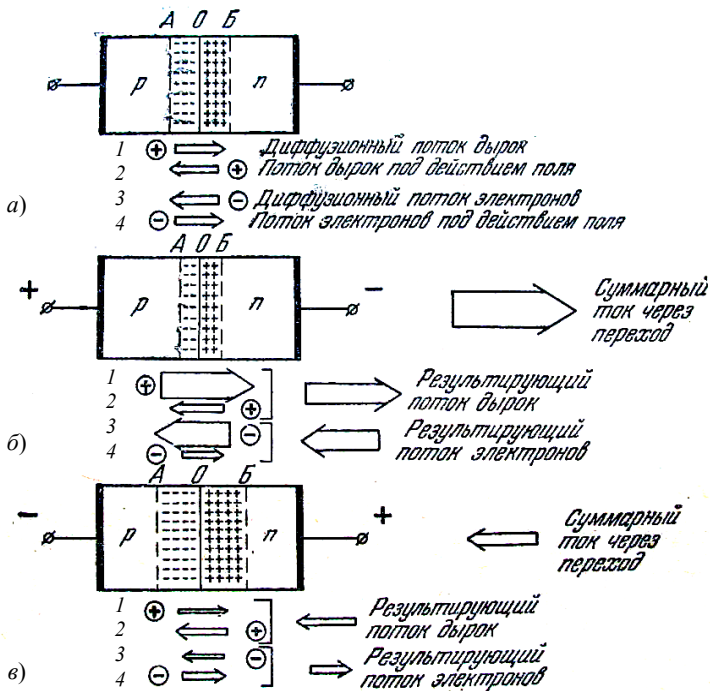


Рис. 5.18

превышает 1 В, окажется приложенным непосредственно к этому слою, а на других частях кристалла наличие внешнего напряжения не отразится. При этом поле в области AB будет ослаблено, так как внешнее поле направлено навстречу внутреннему полю, а сама область сузится. Это нарушит подвижное равновесие между встречными потоками дырок и электронов через p - n -переход. Вследствие ослабления поля в области AB диффузионные потоки дырок слева направо и электронов справа налево резко возрастут, в то время как встречные потоки тех же подвижных носителей останутся неизменными. Следовательно, через кристалл потечёт ток в направлении от p -области к n -области. Приложенное напряжение и ток в кристалле в этом случае называются *прямыми*. При этом потоки электронов и дырок не обязательно будут равными, всё зависит от концентрации примесей в p - и n -областях. С увеличением внешнего напряжения ток тоже будет расти.

Приложим к p - n -переходу напряжение обратной полярности: положительный потенциал подадим на n -область (рис. 5.18, в). В этом случае область p - n -перехода AB расширится, а отрицательный заряд в области AO и положительный заряд в области OB увеличатся, т.е. поле в p - n -переходе усилится. Следовательно, диффузионные потоки дырок и электронов уменьшатся, так как теперь требуется большая энергия для преодоления тормозящего действия p - n -перехода и найдётся меньше дырок и электронов, обладающих такой энергией. Встречные потоки электронов и дырок при этом останутся неизменными и начнут преобладать над диффузионными потоками. Поэтому *появится результирующий ток, направленный из n -области в p -область*.

Приложенное к p - n -переходу напряжение и текущий через него ток в этом случае называются *обратными*. Но дырок в n -области и электронов в p -области очень мало, так как это не основные носители зарядов для указанных областей. Поэтому *плотность обратного тока очень мала*. (несколько микроампер на квадратный сантиметр при напряжении в несколько сот вольт).

При увеличении напряжения обратный ток растёт очень медленно и при некотором напряжении достигает насыщения. Это происходит потому, что диффузионные потоки электронов и дырок практически совсем исчезают, а так как встречные потоки неосновных носителей от напряжения не зависят, то обратный ток при дальнейшем повышении напряжения остаётся неизменным.

Таким образом, *если прямое напряжение на p - n -переходе измеряется долями вольта, то через него протекает ток, измеряемый долями ампера* (для приборов средней мощности). *Если же обратное напряжение измеряется даже сотнями вольт, то через p - n -переход протекает ток, измеряемый сотыми и тысячными долями микроампера*. Кристалл с p - n -переходом подобен вакуумному диоду; работает как вентиль: пропускает ток в одном направлении и не пропускает обратно.

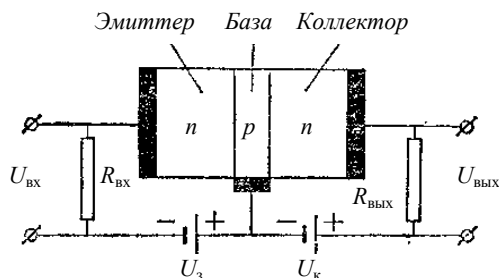


Рис. 5.19

Полупроводниковый триод, или транзистор, представляет собой кристалл с двумя *p-n-переходами*. Средняя часть транзистора называется *базой*. Прилегающие к базе с обеих сторон области с иным, чем у неё, типом проводимости образуют *эмиттер и коллектор*.

На рисунке 5.19 показана схема включения транзистора типа *n-p-n* в цепь усилителя. На переход эмиттер–база подаётся постоянное смещающее напряжение U_3 в прямом направлении, а на переход база–коллектор – постоянное смещающее напряжение $U_к$ в обратном направлении. Усиливаемое переменное напряжение $U_{вх}$ подаётся на небольшое входное сопротивление $R_{вх}$. Усиленное напряжение снимается с выходного сопротивления $R_{вых}$.

При указанных на схеме знаках смещающих напряжений сопротивление перехода эмиттер–база невелико, сопротивление же перехода база–коллектор, напротив, очень велико. Это позволяет взять в качестве $R_{вых}$ сопротивление большой величины. Протекание тока в цепи эмиттера сопровождается проникновением электронов в область базы. Проникшие в базу электроны диффундируют по направлению к коллектору. Если толщина базы небольшая, почти все электроны, не успев рекомбинировать, поступают в цепь коллектора. Обусловленное входным напряжением изменение тока I_3 в цепи эмиттера приводит к изменению количества электронов, проникающих в коллектор и, следовательно, к почти такому же изменению тока $I_к$ в цепи коллектора.

Допустим, что $I_к \approx I_3$. Выразив эти токи через соответствующие напряжения и сопротивления, получим, что $U_{вх} / R_{вх} \approx U_{вых} / R_{вых}$. Отсюда следует: $U_{вых} : U_{вх} \approx R_{вых} : R_{вх}$. Поскольку $R_{вых} \gg R_{вх}$, напряжение $U_{вых}$ значительно превосходит $U_{вх}$. Таким образом, транзистор усиливает напряжения и мощности. Снимаемая с транзистора повышенная мощность появляется за счёт источника тока, включённого в цепь коллектора.

5.8. ЯВЛЕНИЕ СВЕРХПРОВОДИМОСТИ

Явление *сверхпроводимости* состоит в том, что у некоторых металлов и сплавов происходит резкое падение удельного сопротивления вблизи определённой температуры T_c , называемой *температурой перехода в сверхпроводящее состояние*. Вещества, обладающие такими свойствами, называются *сверхпроводниками*. В настоящее время известно свыше 500 чистых элементов и сплавов, обнаруживающих свойство сверхпроводимости. Температурный интервал AB (рис. 5.20) перехода в сверхпроводящее состояние для чистых образцов не превышает тысячных долей градуса, и поэтому имеет смысл определённое значение T_c . Ширина интервала AB зависит от неоднородности металла, в первую очередь, от наличия примесей и внутренних напряжений. Известные в настоящее время температуры T_c изменяются в пределах от 0,155 К (BiPt) до 23,2 К (Nb_3Ge).

Достаточно сильное магнитное поле при данной температуре разрушает сверхпроводящее состояние вещества. При действии на сверхпроводник магнитного поля температура T_c снижается.

Магнитное поле с напряжённостью H_c , которое при данной температуре вызывает переход вещества из сверхпроводящего состояния в нормальное, называется *критическим полем*. При уменьшении температуры сверхпроводника величина возрастает в первом приближении по закону

$H_c = H_0 \left[1 - \left(\frac{T}{T_c} \right)^2 \right]$. Кривая на рисунке 5.21 разделяет области сверх-

проводящего и нормального состояния вещества.

Сверхпроводящие свойства проводников исчезают при пропускании через них сильного электрического тока, создающего магнитное поле, разрушающее сверхпроводящее состояние сверхпроводников.

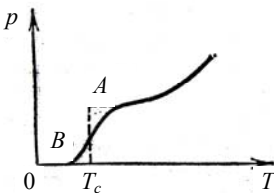


Рис. 5.20

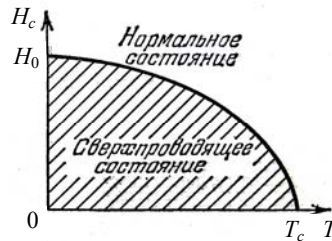


Рис. 5.21

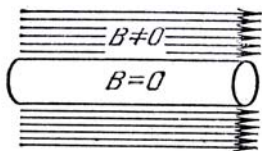


Рис. 5.22

Внешнее магнитное поле, более слабое, чем критическое, не проникает в толщу сверхпроводника. Магнитная индукция B в объеме сверхпроводника всегда равна нулю. На рисунке 5.22 однородное магнитное поле направлено вдоль оси цилиндрического сверхпроводника. Сверхпроводник как бы «выталкивает» магнитное поле из занимаемой им части пространства и является идеальным диамагнетиком с магнитной восприимчивостью $\chi_m = -1$. При этом магнитная проницаемость $\mu = 1 + \chi_m = 0$ и $B = \mu_0 H = 0$. Физическая природа сверхпроводимости была понята лишь в 1957 г. на основе теории сверхтекучести гелия (создана Л. Д. Ландау в 1941 г.). Теория сверхпроводимости создана американскими физиками Д. Бардином, Л. Купером и Д. Шриффером и развита советским физиком Н. Н. Боголюбовым.

Квантовомеханическая теория явления сверхпроводимости рассматривает его как сверхтекучесть электронов в металле с присущим сверхтекучести отсутствием трения. Электроны проводимости движутся в сверхпроводнике беспрепятственно – без «трения» об узлы кристаллической решётки. Основная особенность сверхпроводников заключается в том, что в них возникает взаимное притяжение электронов с образованием электронных пар. Причиной этого притяжения является дополнительное к кулоновскому отталкиванию взаимодействие между электронами, осуществляемое под воздействием кристаллической решётки и приводящее к притяжению электронов. Возникновение этого притяжения показано на рис. 5.23. Электрон проводимости e_1 притягивает к себе ион I кристаллической решётки, смещая его из положения равновесия. При этом изменяется электрическое поле в кристалле – ион I создаёт электрическое поле, действующее на электроны проводимости, в том числе и на электрон e_2 . Взаимодействие электронов e_1 и e_2 осуществляется с помощью кристаллической решётки. Смещение иона под действием электронов приводит к тому, что электрон оказывается окружённым «облаком» положительного заряда, превышающего собственный отрицательный заряд электрона. Электрон вместе с этим «облаком» имеет суммарный положительный заряд и притягивается к другому электрону. Электрон, движущийся в кристалле и взаимодействующий с другим электроном посредством решётки, переводит её в возбуждённое состояние. При переходе решётки в основное состояние

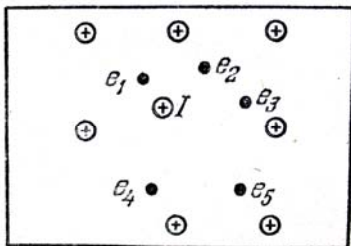


Рис. 5.23

положительного заряда, превышающего собственный отрицательный заряд электрона. Электрон вместе с этим «облаком» имеет суммарный положительный заряд и притягивается к другому электрону. Электрон, движущийся в кристалле и взаимодействующий с другим электроном посредством решётки, переводит её в возбуждённое состояние. При переходе решётки в основное состояние

излучается квант энергии звуковой частоты – *фонон*, который поглощается другим электроном. Притяжение между электронами можно представить как обмен электронами фононами. Электроны, образующие пару, находятся друг от друга на расстояниях порядка 10^4 периодов кристаллической решётки. Вся электронная система сверхпроводника представляет собой связанный коллектив, простирающийся на громадные, по атомным масштабам, расстояния.

Важнейшей особенностью связанного в пары коллектива электронов в сверхпроводнике является возможность обмена энергией между электронами и решёткой малыми порциями, меньшими, чем энергия связи пары электронов. Это означает, что при соударении электронов с узлами кристаллической решётки энергия электронов не изменяется и вещество ведёт себя как сверхпроводник с нулевым удельным сопротивлением. Квантовомеханическое рассмотрение показывает, что при этом не происходит рассеяния электронных волн на тепловых колебаниях решётки или примесях. А это и означает отсутствие электрического сопротивления.

На основе теории сверхпроводимости английский физик Б. Джозефсон в 1962 г. предсказал эффект, названный его именем. *Эффект Джозефсона* – протекание сверхпроводящего тока сквозь тонкий слой диэлектрика (плёнка оксида металла толщиной ≈ 1 нм), разделяющий два сверхпроводника. Электроны проводимости проходят сквозь диэлектрик благодаря туннельному эффекту. Если ток через контакт Джозефсона не превышает некоторое критическое значение, то падения напряжения на нём нет, если превышает – возникает падение напряжения U и контакт излучает электромагнитные волны. Частота ν излучения связана с U на контакте соотношением $\nu = 2eU/h$. Возникновение излучения объясняется тем, что электронные пары, проходя сквозь контакт, приобретают относительно основного состояния сверхпроводника избыточную энергию. Возвращаясь в основное состояние, они излучают квант энергии $h\nu = 2eU$.

Эффект Джозефсона используется для измерения очень слабых магнитных полей (до 10^{-18} Тл), токов (до 10^{-10} А) и напряжений (до 10^{-15} В), а также для создания быстродействующих элементов логических устройств ЭВМ и усилителей.

Явление сверхпроводимости используется для получения сильных магнитных полей, поскольку при прохождении по сверхпроводнику сильных токов, создающих сильные магнитные поля, отсутствуют тепловые потери. Однако, в связи с тем, что магнитное поле разрушает состояние сверхпроводимости, для получения сильных магнитных полей применяются особые *сверхпроводники II рода* – некоторые сплавы, тонкие сверхпроводящие плёнки. В такие сверхпроводники магнитные поля с напряженностью, большей, чем H_c проникают в вещество в виде нитей, пронизывающих образец. Вещество между нитями оказывается сверхпроводя-

щим, и сильные токи могут привести к созданию сверхсильных магнитных полей.

Широкое распространение имеют магниты, основанные на сверхпроводящих соленоидах.

5.9. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Во сколько раз изменится плотность тока насыщения при термоэлектронной эмиссии с вольфрамового катода, находящегося при температуре 2400 °К, если повысить температуру катода на 100°?

Решение. Плотность тока насыщения по формуле Ричардсона-Дёшмана определяется как

$$j_{\text{н}} = BT^2 e^{-\frac{A}{kT}},$$

где B – эмиссионная постоянная; A – работа выхода электрона из металла; k – постоянная Больцмана; T – абсолютная температура.

Тогда при температуре T_1

$$j_{\text{н}1} = BT_1^2 e^{-\frac{A}{kT_1}}, \quad (1)$$

а при температуре T_2

$$j_{\text{н}2} = BT_2^2 e^{-\frac{A}{kT_2}}. \quad (2)$$

Разделив (2) на (1), получим

$$\frac{j_{\text{н}2}}{j_{\text{н}1}} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 e^{-\frac{A}{k}\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right)}. \quad (3)$$

По условию задачи $T_1 = 2400$ °К, $T_2 = 2500$ °К, $A = 4,54$ эВ = $4,54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}$ Дж, $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град. Подставим эти данные в (3) и произведём вычисления

$$\frac{j_{\text{н}2}}{j_{\text{н}1}} = \left(\frac{2500}{2400}\right)^2 2,7^{-\frac{4,54 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{1,38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{2500} - \frac{1}{2400}\right)} = 2,6.$$

Пример 2. Чему равно отношение n_1/n_2 числа свободных электронов в единице объёма у висмута (n_1) и сурьмы (n_2), если при нагревании одного из спаев на $\Delta T = 100$ К возникает термоэлектродвижущая сила $\varepsilon = 0,011$ В?

Какой металл имеет больше свободных электронов в единице объёма, если ток через нагретый спай идёт от висмута к сурьме?

Решение. Будем считать свободные электроны в металле как газ, к которому можно применить положения классической теории проводимости металлов. Тогда возникновение контактной термоЭДС можно будет объяснить через дополнительное давление dp газа на границе двух металлов

$$dp = k\Delta T \cdot dn, \quad (1)$$

которое получили из основного уравнения молекулярно-кинетической теории идеального газа $p = nkT$.

Это дополнительное давление будет уравновешено действием сил со стороны электрического поля

$$dp = \frac{dF_{эл}}{dS},$$

где силу выразим через избыточный заряд и напряжённость поля

$$dF_{эл} = dqE = endVE = endSdlE.$$

Свяжем напряжённость поля с изменением потенциала вблизи границы раздела двух металлов

$$E = -\frac{d\phi}{dl}.$$

Тогда $dF_{эл} = dqE = endSdlE = endSdl\left(-\frac{d\phi}{dl}\right) = -endSd\phi$, а дополнительное давление

$$dp = \frac{dF_{эл}}{dS} = -end\phi. \quad (2)$$

Приравняем (1) и (2)

$$k\Delta T \cdot dn = -end\phi.$$

Произведём разделение переменных

$$-d\phi = \frac{k\Delta T}{e} \frac{dn}{n}$$

и проинтегрируем полученное выражение, предварительно выбрав пределы интегрирования. Если ток течёт от металла с концентрацией электронов (n_1) к металлу с концентрацией (n_2) , то потенциал $\phi_1 > \phi_2$.

$$\int_{\varphi_1}^{\varphi_2} -d\varphi = \int_{n_1}^{n_2} \frac{k\Delta T}{e} \frac{dn}{n}.$$

После интегрирования имеем

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \varepsilon = \frac{k\Delta T}{e} \ln \frac{n_2}{n_1}.$$

Обозначим $\frac{n_2}{n_1} = x$, тогда $\ln x = \frac{e\varepsilon}{k\Delta T}$.

Проведём вычисление

$$\ln x = \frac{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,011}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 100} = \frac{1,6 \cdot 1,1}{1,38} = 1,275, \quad x = 3,57.$$

Следовательно, концентрация электронов в сурьме больше, чем в висмуте в 3,57 раза.

Пример 3. Вычислить максимальную энергию ε_F (энергию Ферми), которую могут иметь свободные электроны в металле (медь) при температуре $T = 0$ К. Принять, что на каждый атом меди приходится по одному валентному электрону.

Решение. Максимальная энергия ε_F , которую могут иметь электроны в металле при $T = 0$ К, связана с концентрацией свободных электронов соотношением

$$\varepsilon_F = \hbar^2 (3\pi^2 n)^{2/3} / 2m, \quad (1)$$

где \hbar – постоянная Планка; m – масса электрона.

Концентрация свободных электронов по условию задачи равна концентрации атомов, которая может быть найдена по формуле

$$n = \rho N_A / M, \quad (2)$$

где ρ – плотность меди; N_A – постоянная Авогадро; M – молярная масса.

Подставляя выражение n в формулу (1), получаем

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2}{2m} \left(3\pi^2 \rho \frac{N_A}{M} \right)^{2/3}.$$

Произведём вычисления:

$$\varepsilon_F = \frac{(1,05 \cdot 10^{-34})^2}{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31}} \left[3 \cdot (3,14)^2 \cdot 8,9 \cdot 10^3 \frac{6,023 \cdot 10^{23}}{64 \cdot 10^{-3}} \right]^{2/3} = 1,18 \cdot 10^{-18} \text{ (Дж)} = 7,4 \text{ (эВ)}.$$

Пример 4. Германиевый кристалл нагревают от температуры $t_1 = 0^\circ\text{C}$ до температуры $t_2 = 10^\circ\text{C}$. Во сколько раз возрастает его удельная проводимость, если ширина ΔE запрещённой зоны равна $0,72\text{ эВ}$?

Решение. Удельная проводимость σ собственных полупроводников связана с температурой T соотношением

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E / (2kT)},$$

где σ_0 – константа; ΔE – ширина запрещённой зоны.

Следовательно, отношение удельных проводимостей при двух разных температурах будет равно

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{e^{-\Delta E / (2kT_1)}}{e^{-\Delta E / (2kT_2)}} = \exp \left[\frac{\Delta E}{2k} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right) \right].$$

Произведём вычисления:

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \exp \frac{0,72 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}{2 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23}} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{283} \right) = 1,49.$$

Вопросы для самопроверки

1. В чём принципиальное отличие квантовой статистики от классической?
2. Запишите распределение Ферми–Дирака и объясните его физический смысл. Когда оно переходит в классическое распределение Максвелла–Больцмана?
3. Как объясняет квантовая статистика отсутствие заметного отличия теплоёмкостей металлов и диэлектриков?
4. Как на основе понятий квантовой теории электропроводности металлов объяснить зависимость удельной проводимости от температуры?
5. Как объяснить явление сверхпроводимости?
6. Что такое эффект Джозефсона?
7. В чём причины возникновения контактной разности потенциалов?
8. Объясните механизм возникновения контактной разности потенциалов согласно зонной теории.
9. Сформулируйте законы Вольта.
10. В чём суть термоэлектронных явлений? Как объяснить их возникновение?
11. Чем различаются по зонной теории полупроводники и диэлектрики? Металлы и диэлектрики?

12. Когда по зонной теории твёрдое тело является проводником электрического тока?

13. Чем отличаются энергетические состояния электронов в изолированном атоме и кристалле? Что такое запрещённые и разрешённые энергетические зоны?

14. Как объяснить увеличение проводимости полупроводника с повышением температуры?

15. Чем обусловлена проводимость собственных полупроводников?

16. Почему уровень Ферми в собственном полупроводнике расположен в середине запрещённой зоны?

17. Каков механизм электронной примесной проводимости полупроводников? Дырочной примесной проводимости?

18. Почему при достаточно высоких температурах в примесных полупроводниках преобладает собственная проводимость?

19. Поясните физические процессы, происходящие в p - n -переходе.

20. Какие типы полупроводниковых диодов вам известны?

6. ЖИДКОСТИ

6.1. НЕКОТОРЫЕ СВОЙСТВА ЖИДКОСТЕЙ

Жидкостями называются тела, которые, имея определённый объём, принимают форму сосуда, в котором они находятся. Характер теплового движения в жидкостях определяет сходство свойств жидкостей со свойствами как твёрдых тел, так и газов. Подобно твёрдым телам жидкости малосжимаемы. Это свойство связано с сильным межмолекулярным взаимодействием частиц в жидкостях. При сжатии жидкостей уменьшаются расстояния между молекулами и резко возрастают силы отталкивания, препятствующие сжатию. Жидкости имеют относительно большие плотности, и, так же как твёрдые тела, сопротивляются не только сжатию, но и растяжению. Это проявляется в том, что изотермы Ван-дер-Ваальса заходят в область отрицательных давлений.

Сходство свойств жидкостей и реальных газов при высоких температурах и малых плотностях проявляется, например, в том, что с повышением температуры уменьшаются коэффициент поверхностного натяжения жидкостей и удельная теплота парообразования. Кроме того, при повышении температуры сближаются значения плотностей сухого насыщенного пара и кипящей жидкости.

Сходство между жидкостями и твёрдыми телами подтверждается данными рентгеноструктурного анализа. При температурах, близких к температуре кристаллизации, расположение частиц в жидкостях сходно с упорядоченным расположением частиц, характерным для закристаллизовавшихся жидкостей. Взаимное расположение соседних частиц в жидкостях сходно с упорядоченным расположением соседних частиц в кристаллах. Однако, эта упорядоченность в жидкостях наблюдается лишь внутри малых объёмов. При расстояниях r , больших в три–четыре раза эффективного диаметра молекул, от некоторой выбранной «центральной» молекулы упорядоченность размывается. Подобная упорядоченность в расположении частиц называется *ближним порядком в жидкостях*.

Рентгенограммы жидкостей не отличаются от рентгенограмм поликристаллических тел, состоящих из очень мелких кристалликов (10^{-9} м), произвольно ориентированных друг относительно друга в так называемых *сиботаксических областях*. В пределах этих областей распределение частиц является упорядоченным, но характер упорядоченности изменяется от одной сиботаксической области к другой. Интенсивное тепловое движение при не слишком низких температурах быстро изменяет с течением времени расположение и структуру сиботаксических областей.

6.2. ПОВЕРХНОСТНОЕ НАТЯЖЕНИЕ. СВОБОДНАЯ ЭНЕРГИЯ ПОВЕРХНОСТНОГО СЛОЯ

На молекулы жидкости, находящиеся в поверхностном слое, действуют нескомпенсированные, направленные внутрь силы притяжения со стороны остальной части жидкости. В результате этого поверхностный слой оказывает на всю жидкость большое *внутреннее давление* порядка десятков тысяч атмосфер.

Частицы поверхностного слоя жидкости имеют большую потенциальную энергию, чем частицы, которые находятся внутри жидкости. Это связано с тем, что для изотермического перехода молекул изнутри жидкости на её поверхность они должны совершить работу по преодолению направленных внутрь жидкости сил внутреннего давления. Эта работа увеличивает потенциальную энергию молекул, переходящих на поверхность. Работа A , которую необходимо совершить для изотермического увеличения поверхностного слоя жидкости, равна:

$$A = \langle (E_s - E_V) \rangle N,$$

где $\langle (E_s - E_V) \rangle$ – средняя разность свободной энергии, приходящейся на одну молекулу на поверхности – E_s и в объёме – E_V ; N – число молекул в поверхностном слое жидкости.

Из-за наличия поверхностной энергии жидкость обнаруживает стремление к сокращению своей поверхности (предоставленная самой себе стремится принять форму шара – минимум отношения площади к объёму).

Работа изотермического образования единицы площади поверхности называется *поверхностным натяжением* σ данной жидкости на границе с другой фазой:

$$\sigma = \frac{A}{S} = \langle (E_s - E_V) \rangle \frac{N}{S}.$$

Поверхностное натяжение можно вычислять по формуле $\sigma = \Delta E / \Delta S$, где ΔE – изменение свободной энергии поверхностного слоя; ΔS – изменение площади поверхности.

Поверхностное натяжение σ зависит от химического состава жидкости и её температуры. С увеличением температуры σ уменьшается и обращается в нуль при критической температуре. При введении в жидкости примесей *поверхностно-активных веществ* поверхностное натяжение уменьшается, что связано с абсорбцией этих веществ в поверхностный слой жидкости и уменьшением свободной энергии этого слоя.

Если поверхность жидкости ограничена периметром смачивания, то величина силы, действующей на единицу длины периметра смачивания, направленная перпендикулярно к ней, называется *коэффициентом поверхностного натяжения* – α ($\alpha = F/L$). При этом сила лежит в плоскости, касательной к свободной поверхности жидкости (рис. 6.1). Можно показать, что $\sigma = \alpha$ и измеряются в одних и тех же единицах – Дж/м² или Н/м.

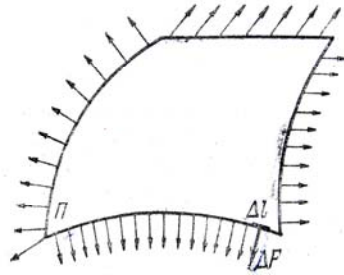


Рис. 6.1

6.3. ДАВЛЕНИЕ ЖИДКОСТИ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ КРИВИЗНОЙ ЕЁ ПОВЕРХНОСТИ, И ЕГО СВЯЗЬ С ПОВЕРХНОСТНЫМ НАТЯЖЕНИЕМ. ФОРМУЛА ЛАПЛАСА

Рассмотрим поверхность жидкости, опирающуюся на некоторый плоский контур (рис. 6.2, а). Если поверхность жидкости неплоская, то стремление её к сокращению приведёт к возникновению давления, дополнительного к тому, которое испытывает жидкость с плоской поверхностью. Оно может быть как отрицательным (рис. 6.2, б), так и положительным (рис. 6.2, в). Величина добавочного давления, очевидно, должна возрастать с увеличением σ и кривизны поверхности.

Определим добавочное давление для сферической поверхности жидкости. Для этого рассечём мысленно сферическую каплю жидкости диаметральной плоскостью на два полушария (рис. 6.2). Под действием поверхностного натяжения оба полушария притягиваются друг к другу с силой, равной $F = \sigma L = \sigma 2\pi R$. Эта сила прижимает оба полушария по поверхности $S = \pi R^2$ и, следовательно, обуславливает дополнительное давление:

$$\Delta p = \frac{F}{S} = \frac{\sigma 2\pi R}{\pi R^2} = \frac{2\sigma}{R}. \quad (6.3.1)$$

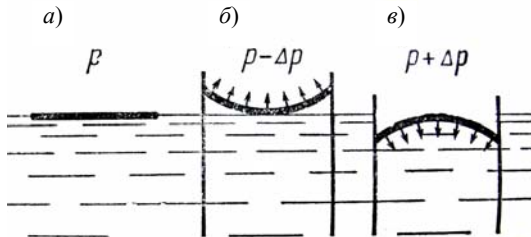


Рис. 6.2

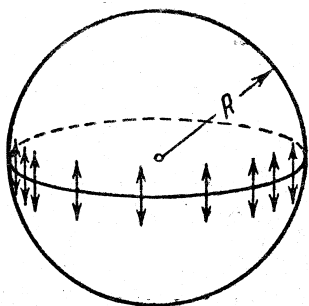


Рис. 6.3

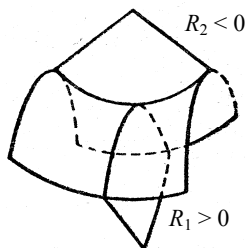


Рис. 6.4

Как показал Лаплас, дополнительное давление, оказываемое поверхностью жидкости произвольной формы (рис. 6.4), равно

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right), \quad (6.3.2)$$

где R_1, R_2 – радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости. Радиус кривизны R_1 считается положительным, если центр кривизны соответствующего сечения находится внутри жидкости, и отрицательным – R_2 , если центр кривизны находится вне жидкости (рис. 6.4).

Формула (6.3.2) называется *формулой Лапласа*.

Добавочное давление (6.3.2) обуславливает изменение уровня жидкости в узких трубках (капиллярах), вследствие чего называется иногда капиллярным давлением.

6.4. СМАЧИВАЮЩИЕ И НЕСМАЧИВАЮЩИЕ ЖИДКОСТИ

При рассмотрении явлений на границе раздела различных сред следует иметь в виду, что поверхностная энергия жидкости или твёрдого тела зависит не только от свойств данной жидкости или твёрдого тела, но и от свойств того вещества, с которым они граничат. Нужно рассматривать суммарную поверхностную энергию граничащих друг с другом веществ.

Если граничат друг с другом сразу три вещества: твёрдое, жидкое и газообразное (рис. 6.5), то вся система принимает конфигурацию, соответствующую минимуму суммарной потенциальной энергии. В частности, контур, по которому граничат все три вещества, располагается по поверхности твёрдого тела таким образом, что сумма проекций всех сил поверхностного натяжения на направление возможного перемещения, равна нулю.

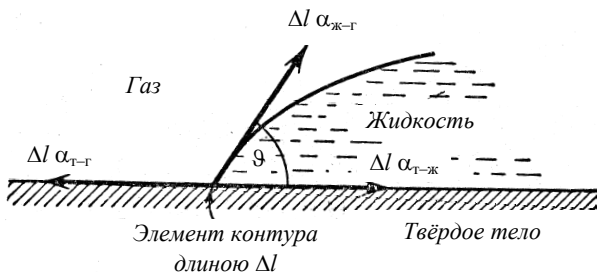


Рис. 6.5

Из рисунка 6.5 следует, что условие равновесия элемента контура длиной Δl запишется следующим образом:

$$\sigma_{т-г} \Delta l = \sigma_{т-ж} \Delta l + \sigma_{ж-г} \Delta l \cos \vartheta, \quad (6.4.1)$$

где $\sigma_{т-г}$, $\sigma_{т-ж}$, $\sigma_{ж-г}$ – поверхностные натяжения (коэффициенты поверхностного натяжения) на границах: твёрдое тело–газ, твёрдое тело–жидкость и жидкость–газ.

Отсчитываемый внутри жидкости угол ϑ между касательными к поверхности твёрдого тела и к поверхности жидкости называется *краевым углом*. В соответствии с (6.4.1)

$$\cos \vartheta = \frac{\sigma_{т-г} - \sigma_{т-ж}}{\sigma_{ж-г}}. \quad (6.4.2)$$

Краевой угол определяется выражением (6.4.2) только при условии, что

$$\cos \vartheta = \frac{|\sigma_{т-г} - \sigma_{т-ж}|}{\sigma_{ж-г}} \leq 1. \quad (6.4.3)$$

Если (6.4.3) не выполняется, т.е. $|\sigma_{т-г} - \sigma_{т-ж}| > \sigma_{ж-г}$, ни при каком значении ϑ не может установиться равновесие. Это имеет место в двух случаях.

1) $\sigma_{т-г} > \sigma_{т-ж} + \sigma_{ж-г}$. Как бы ни был мал угол ϑ , сила $\sigma_{т-г}$ перевешивает две другие (рис. 6.6, а). В этом случае жидкость неограниченно растекается по поверхности твёрдого тела – имеет место *полное смачивание*.

Замена поверхности твёрдое тело–газ двумя поверхностями, твёрдое тело–жидкость и жидкость–газ оказывается энергетически выгодной. При полном смачивании краевой угол равен нулю.

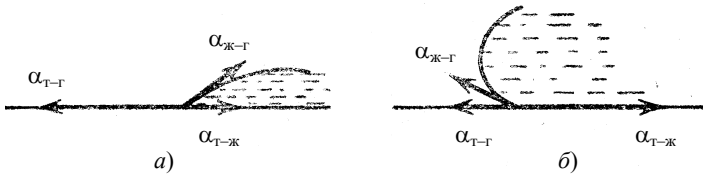


Рис. 6.6

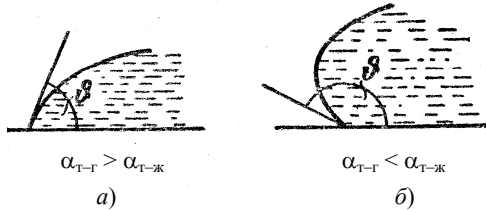


Рис. 6.7

2) $\sigma_{Т-Ж} > \sigma_{Т-Г} + \sigma_{Ж-Г}$. Как бы ни был угол ϑ близок к π , сила $\sigma_{Т-Ж}$ перевешивает две другие (рис. 6.6, б). В этом случае поверхность, по которой жидкость граничит с твёрдым телом, стягивается в точку, жидкость отделяется от твёрдой поверхности – имеет место *полное несмачивание*. Замена поверхности твёрдое тело–жидкость двумя поверхностями, твёрдое тело–газ и жидкость–газ, оказывается энергетически выгодной. При полном несмачивании краевого угол равен π .

При соблюдении условия (6.4.3) краевого угол может оказаться острым или тупым в зависимости от соотношения между $\sigma_{Т-Г}$ и $\sigma_{Т-Ж}$. Если $\sigma_{Т-Г}$ больше, чем $\sigma_{Т-Ж}$, то $\cos \vartheta > 0$ и угол ϑ – острый (рис. 6.7, а). В этом случае имеет место частичное смачивание. Если $\sigma_{Т-Г}$ меньше, чем $\sigma_{Т-Ж}$, то $\cos \vartheta < 0$ и угол ϑ – тупой (рис. 6.7, б). В этом случае имеет место частичное несмачивание.

6.5. КАПИЛЛЯРНЫЕ ЯВЛЕНИЯ

Существование краевого угла приводит к тому, что вблизи стенок сосуда наблюдается искривление поверхности жидкости. В узкой трубке или в узком зазоре между двумя стенками искривлённой оказывается вся поверхность. Если жидкость смачивает стенки, поверхность имеет вогнутую форму, если не смачивает – выпуклую (рис. 6.8). Такого рода изогнутые поверхности называются *менисками*.

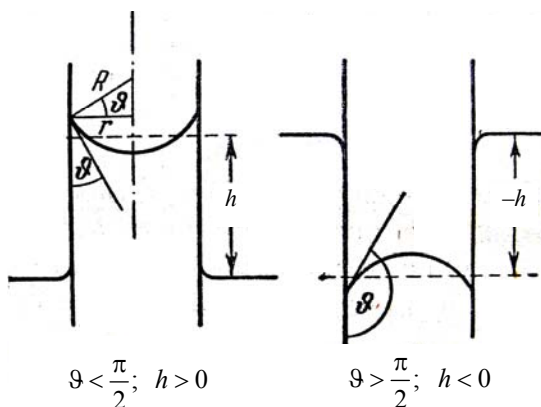


Рис. 6.8

Если капилляр погрузить одним концом в жидкость, налитую в широкий сосуд, то под искривлённой поверхностью в капилляре давление будет отличаться от давления под плоской поверхностью в широком сосуде на величину Δp , определяемую формулой (6.3.2). В результате при смачивании капилляра уровень жидкости в нём будет выше, чем в сосуде, при несмачивании – ниже.

Между жидкостью в капилляре и широком сосуде устанавливается такая разность уровней h , чтобы гидростатическое давление ρgh уравновешивало капиллярное давление Δp :

$$\rho gh = \frac{2\sigma}{R}. \quad (6.5.1)$$

В этой формуле σ – поверхностное натяжение на границе жидкость–газ, R – радиус кривизны мениска. Его можно выразить через краевой угол ϑ и радиус капилляра r .

В самом деле, из рис. 5.8 видно, что $R = r / \cos \vartheta$. Подставив это значение в (6.5.1) и решив уравнение относительно h , получим формулу

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{\rho gr}. \quad (6.5.2)$$

В соответствии с тем, что смачивающая жидкость поднимается по капилляру, а несмачивающая – опускается, формула (6.5.2) даёт в случае $\vartheta < \pi/2$ положительные h , и в случае $\vartheta > \pi/2$, отрицательные h .

Закон поднимания или опускания жидкости в капиллярной трубке установил Жюрен в XVIII в. Теорию капиллярных явлений в России развивали А. Ю. Давидов и И. С. Громека.

6.6. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1. Вычислить величину коэффициента поверхностного натяжения и его относительную погрешность для раствора, если для отрыва от поверхности жидкости кольца прямоугольного сечения (с внешним и внутренним диаметром $D_1 = 60$ мм и $D_2 = 56$ мм) была приложена сила $F = 0,035$ Н. Сила определялась с помощью рычажных весов с точностью (цена деления) до $2 \cdot 10^{-3}$ Н, а диаметр – с помощью штангенциркуля с точностью до 0,1 мм

Решение. Разрыв плёнки жидкости происходит по внешнему и внутреннему диаметрам кольца (границы поверхностного слоя), поэтому сила поверхностного натяжения будет равна $F = \sigma\pi(D_1 + D_2)$, откуда

$$\sigma = \frac{F}{\pi(D_1 + D_2)}.$$

Для определения относительной ошибки прологарифмируем и продифференцируем последнее выражение, заменим знаки дифференциала знаками абсолютной ошибки Δ , применяя теорему о погрешности суммы, все знаки « \rightarrow » поменяем на « $+$ », чтобы величина относительной ошибки была максимальной:

$$E = \frac{\Delta\sigma}{\sigma} = \frac{\Delta F}{F} + \frac{\Delta D_1}{D_1 + D_2} + \frac{\Delta D_2}{D_1 + D_2} + \frac{\Delta\pi}{\pi},$$

где $\Delta D_1 = \Delta D_2 = 0,05$ мм; $\Delta F = 1 \cdot 10^{-3}$ Н; $\pi = 3,14$; $\Delta\pi = 0,005$.

Вычислим коэффициент поверхностного натяжения и его ошибку:

$$\sigma = \frac{0,035}{3,14 \cdot (60 + 56) \cdot 10^{-3}} = 0,096 \text{ Н/м};$$

$$E = \frac{1 \cdot 10^{-3}}{35 \cdot 10^{-3}} + \frac{2 \cdot 0,05}{116} + \frac{0,005}{3,14} = 0,03 + 0,001 + 0,002 = 0,033 = 0,03; E = 3\%.$$

Пример 2. Воздушный пузырёк находится на глубине 250 мм от свободной поверхности керосина, в котором возбуждены ультразвуковые колебания. Вычислить максимальное и минимальное давления внутри пузырька, если его радиус меняется по закону $R = R_0 + A \sin \omega t$, где $R_0 = 0,01$ мм, $A = 0,005$ мм. Атмосферное давление принять равным $1,013 \cdot 10^5$ Н/м². Испарением жидкости внутри пузырька пренебречь.

Решение. Полное давление внутри пузырька будет складываться из атмосферного давления, давления, вызванного кривизной поверхности

жидкости, и гидростатического давления, определяемого глубиной погружения:

$$p_{\text{полн}} = p_{\text{атм}} + \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \rho gh.$$

Так как $R_1 = R_2 = R$, то можно записать

$$p_{\text{полн}} = p_{\text{атм}} + \frac{2\sigma}{R_0 + A \sin \omega t} + \rho gh.$$

Максимальное давление будет при условии: $\sin \omega t = -1$, а минимальное при $\sin \omega t = +1$. Тогда

$$p_{\text{max}} = p_{\text{атм}} + \frac{2\sigma}{R_0 - A} + \rho gh; \quad p_{\text{min}} = p_{\text{атм}} + \frac{2\sigma}{R_0 + A} + \rho gh;$$

После подстановки данных и вычислений получим:

$$p_{\text{max}} = 1,1366 \text{ Н/м}^2; \quad p_{\text{min}} = 1,0672 \text{ Н/м}^2.$$

Пример 3. На какую высоту поднимется жидкость в зазоре ($d = 0,3 \text{ мм}$) между широкими плоскопараллельными стальными пластинами, если опустить пластины нижними гранями в сосуд с глицерином. Считать смачивание полным, коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = 6,6 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$.

Решение. Дополнительное давление под вогнутой поверхностью жидкости составит

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right).$$

Так как в зазоре между пластинами поверхность жидкости цилиндрическая, то $R_1 = \infty$, $R_2 = \frac{d}{2 \cos \theta}$, где θ – угол смачивания (краевой угол, при полном смачивании равен нулю). Тогда $\Delta p = \frac{2\sigma \cos \theta}{d}$. Это давление будет уравновешено столбом жидкости, поднявшейся на высоту h :

$$\frac{2\sigma \cos \theta}{d} = \rho gh, \quad \text{откуда} \quad h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\rho gd}.$$

Подставив числовые данные и произведя вычисления, получим:

$$h = \frac{2 \cdot 6,6 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{1,23 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 0,3 \cdot 10^{-3}} = 3,65 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 36,5 \text{ мм}.$$

Вопросы для самопроверки

1. Что называется поверхностной энергией жидкости? От чего она зависит?
2. Что такое поверхностное натяжение? Почему оно у всех веществ уменьшается с ростом температуры?
3. Что представляют собой поверхностно-активные вещества?
4. При каком условии жидкость смачивает твёрдое тело? Не смачивает?
5. Как изменяется давление под искривлённой поверхностью жидкости?
6. Что называют капиллярным явлением?
7. От чего зависит высота поднятия смачивающей жидкости в капилляре?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Современная физика принадлежит к числу наиболее быстро развивающихся наук. Её динамический характер особенно сказывается в развитии таких разделов, как физика атомного ядра и элементарных частиц, физика твёрдого тела и других, а также ряда пограничных, соприкасающихся с физикой наук (астрофизика, биофизика, электроника и др.).

Изучение таких разделов, как строение и свойства атома, атомного ядра, строение и свойства молекул, а также физика твёрдого тела – достижения XX столетия.

Оно стало возможным благодаря быстрому расширению технических возможностей эксперимента – фактору, сыгравшему огромную роль в развитии современной физики, и созданию двух теорий – теории относительности и квантовой механики, которые произвели революцию в физике. Они привели физику к осознанию тех особых законов, которыми управляется микромир.

Теория относительности уже достаточное время является основой для получения расчётных инженерных формул ускорительной техники и исследования термоядерных реакций.

Квантовая механика в её применениях к теории твёрдых тел, расчётам ядерных реакторов, электронных приборов, квантовых генераторов и усилителей является дисциплиной, основы которой вошли в инженерную практику.

Из сказанного ясно, какое значение имеет для современного инженера изучение физики в целом и отдельных её разделов, предложенных в данном учебном пособии.

В случае заинтересованности или необходимости более глубокого изучения того или иного явления, описанного в данном пособии, необходимо пользоваться фундаментальными учебниками или монографиями.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Савельев, И. В.** Курс общей физики : учебное пособие для вузов. В 3 т. Т.3: Квантовая оптика. Атомная физика / И. В. Савельев. – 4-е изд. стер. – Санкт-Петербург : Лань, 2005.
2. **Зисман, Г. А.** Курс общей физики / Г. А. Зисман, О. М. Тодес. – Москва : Наука, 1972. – Т. 3.
3. **Детлаф, А. А.** Курс физики : учебное пособие для втузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 4-е изд., испр. – Москва : Высшая школа, 2002. – 718 с.
4. **Трофимова, Т. И.** Курс физики : учебное пособие для вузов / Т. И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – Москва : Высшая школа, 2001. – 541 с.
5. **Чертов, А. Г.** Задачник по физике : учебное пособие для втузов / А. Г. Чертов, А. А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – Москва : Изд-во физ.-мат. лит., 2006. – 640 с.

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ЗАКОНЫ

Физика атома. Первый постулат Бора

$$r_n m v_n = n \frac{h}{2\pi},$$

где m – масса электрона; r_n – радиус n -й орбиты электрона; v_n – скорость электрона на этой орбите; $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $r_n m v_n = L_{\text{мех}}$ – механический момент импульса электрона.

Магнитный момент электрона

$$p_m = iS = \frac{e v r}{2} = n \frac{e \hbar}{2m},$$

где $\frac{e \hbar}{2m} = 0,9273 \cdot 10^{-23}$ Дж/Тл – магнетон Бора.

Второй постулат Бора

$$h \nu_{k,n} = E_n - E_k,$$

где $\nu_{k,n}$ – частота излучение при переходе электрона с n -й орбиты на k -ю ($n > k$).

Скорость электрона на n -й орбите

$$v_n = \frac{Z e^2}{2 \epsilon_0 \hbar n},$$

где $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Радиус n -й стационарной орбиты

$$r_n = \frac{\epsilon_0 \hbar^2 n^2}{\pi Z e^2 m} = a_0 n^2,$$

где $a_0 = 0,529 \cdot 10^{-10}$ м – первый Боровский радиус.

Кинетическая энергия электрона в атоме водорода

$$E_{\text{кин}} = \frac{Z^2 e^4 m}{8 \epsilon_0 \hbar^2 n^2}.$$

Потенциальная энергия электрона в атоме водорода

$$E_{\text{пот}} = -\frac{Z^2 e^4 m}{4\epsilon_0 h^2 n^2}.$$

Полная энергия электрона в атоме водорода

$$E = -\frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0 h^2 n^2}.$$

Формула Бальмера

$$\nu_{k,n} = \frac{Z^2 e^4 m}{8\epsilon_0 h^3} \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right) = R_H \left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{n^2} \right),$$

где $R_H = 3,28805 \cdot 10^{15} \text{ с}^{-1}$ – постоянная Ридберга.

Закон Мозли

$$\nu_{k,n} = R(Z - \sigma)^2 \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{k^2} \right),$$

где σ – постоянная экранирования.

Атомное ядро. Радиоактивность. Массовое число ядра

$$A = Z + N,$$

где Z – зарядовое число (число протонов); N – число нейтронов.

Дефект массы ядра

$$\Delta m = \{ [Zm_p + (A - Z)m_n] - m_{\text{я}} \},$$

где m_p – масса протона; m_n – масса нейтрона; $m_{\text{я}}$ – масса ядра.

Энергия связи ядра

$$E_{\text{св}} = \Delta m c^2,$$

где c – скорость света в вакууме.

Закон радиоактивного распада

$$N = N_0 e^{-\lambda t},$$

где N_0 – число ядер в данном объёме вещества в начальный момент времени $t = 0$; N – число ядер в том же объёме к моменту времени t ; λ – постоянная распада.

Период полураспада

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda} = 0,693\tau,$$

где $\tau = 1/\lambda$ – средняя продолжительность жизни радиоактивного изотопа.

Активность вещества

$$A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t},$$

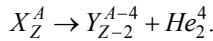
где A_0 – начальная активность радиоактивного вещества.

Ядерный магнетон

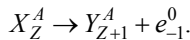
$$\mu_{\text{я}} = \frac{e\hbar}{2m_p} = 5,051 \cdot 10^{-27} \text{ Дж/Тл},$$

где m_p – масса протона.

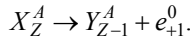
Закон смещения для α -распада



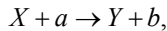
Закон смещения для β^- -распада



Закон смещения для β^+ -распада



Уравнение ядерной реакции



где X и Y – исходные ядра; a и b – лёгкие частицы.

Теплоёмкость кристаллов. Внутренняя энергия моля твёрдого тела

$$U = 3N_A \bar{E} = 3N_A kT = 3RT,$$

где N_A – число Авогадро; k – постоянная Больцмана; R – универсальная газовая постоянная.

Молярная теплоёмкость твёрдого тела с атомной кристаллической решёткой – «правило Дюлонга и Пти»

$$C_{\mu} = \frac{\partial U}{\partial T} = 3R = 25 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}.$$

Средняя энергия квантового одномерного осциллятора

$$\langle \varepsilon \rangle = \varepsilon_0 + \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/(kT)} - 1},$$

где ε_0 – нулевая энергия ($\varepsilon_0 = 1/2\hbar\omega$); \hbar – постоянная Планка; ω – циклическая (круговая) частота колебаний осциллятора; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

Молярная теплоёмкость по Эйнштейну

$$C_{\mu} = 3R \left[\frac{e^{\frac{h\nu}{kT}}}{\left(e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1 \right)} \left(\frac{h\nu}{kT} \right)^2 \right].$$

При характеристической температуре Эйнштейна Θ_E молярная теплоёмкость

$$C_{\mu} = 3R \left(\frac{\Theta_E}{T} \right)^2 \frac{e^{\frac{\Theta_E}{T}}}{\left(e^{\frac{\Theta_E}{T}} - 1 \right)^2}.$$

Молярная внутренняя энергия системы, состоящей из невзаимодействующих квантовых осцилляторов,

$$U_{\mu} = U_{\mu 0} + 3R\Theta_E / (e^{\Theta_E/T} - 1),$$

где $U_{\mu 0} = 2/3R\Theta_E$ – молярная нулевая энергия; $\Theta_E = \hbar\omega/k$ – характеристическая температура Эйнштейна.

Молярная теплоёмкость кристаллического твёрдого тела в области низких температур (по Дебаю–Борну)

$$C_{\mu} = \frac{12}{5} \pi^4 R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 = 234R \left(\frac{T}{\Theta_D} \right)^3 \quad \text{при } T \ll \Theta_D,$$

где $\Theta_D = \frac{h\nu_{\max}}{k}$ – дебаевская характеристическая температура.

Количество теплоты, необходимое для нагревания тела

$$Q = \frac{m}{M} \int_{T_1}^{T_2} C_{\mu} dT,$$

где m – масса тела; M – молярная масса; T_1 и T_2 – начальная и конечная температуры тела.

Элементы квантовой статистики. Функция распределения Ферми:

$$f = \frac{1}{\frac{\varepsilon - \mu}{e^{kT}} + 1},$$

где ε – кинетическая энергия соответствующего уровня; μ – термодинамический параметр, называемый энергией Ферми.

Плотность состояний – «густота» уровней

$$g = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \varepsilon^{1/2}.$$

Закон распределения электронов в металле по энергетическим уровням – закон Ферми–Дирака

$$dn = 4\pi \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \frac{1}{\frac{\varepsilon - \mu}{e^{kT}} + 1} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon,$$

где dn – концентрация электронов, энергия которых заключена в пределах от ε до $\varepsilon + d\varepsilon$.

Общее число электронов на уровне Ферми при $T = 0$ (при $0 < \varepsilon < \mu_0$ и $f = 1$)

$$n = \int dn = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{2m}{h^2} \right)^{3/2} \mu_0^{3/2}.$$

Энергия уровня Ферми при $T = 0$

$$\mu_0 = \frac{h^2}{2m} \left(\frac{3n_0}{8\pi} \right)^{2/3} \approx 5 \dots 10 \text{ эВ}.$$

Термоэлектрические явления. Ток при термоэлектронной эмиссии – закон трёх вторых

$$i_a = CU_a^{3/2},$$

где i_a – анодный ток; U_a – разность потенциалов между анодом и катодом.

Плотность тока насыщения по квантовой теории

$$j_{\text{нас}} = BT^2 e^{-A/kT}.$$

Разность потенциалов между точками a и b вблизи границ металлов – внешняя контактная разность потенциалов

$$U_{ba} = \frac{A_2 - A_1}{e} = U_2 - U_1,$$

где A_1 и A_2 – работа выхода электрона из металлов.

Внутренняя контактная разность потенциалов

$$U'_{1,2} = \frac{\mu_I - \mu_{II}}{e},$$

где μ_I и μ_{II} – энергии уровней Ферми в металлах.

Внутренняя контактная разность потенциалов по классической теории

$$U = \frac{kT}{e} \ln \frac{n_{0I}}{n_{0II}},$$

где n_{0I} и n_{0II} – концентрация электронов в контактирующих металлах.

Удельная проводимость собственных полупроводников

$$\sigma = \sigma_0 e^{-\Delta E/2kT},$$

где ΔE – ширина запрещённой зоны; σ_0 – константа.

Сила тока в p - n -переходе

$$I = I_0 \left(e^{\frac{eU}{kT}} - 1 \right),$$

где I_0 – максисальное значение обратного тока; U – напряжение, приложенное к p - n -переходу.

Жидкости. Коэффициент поверхностного натяжения

$$\alpha = F/l \quad \text{или} \quad \alpha = \Delta E / \Delta S,$$

где F – сила поверхностного натяжения, действующая на контур l , ограничивающий поверхность жидкости; ΔE – изменение свободной энергии поверхности жидкости, связанное с изменением площади ΔS этой поверхности.

Дополнительное давление, оказываемое поверхностью жидкости произвольной формы – формула Лапласа

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1, R_2 – радиусы кривизны двух любых взаимно перпендикулярных нормальных сечений поверхности жидкости.

Высота подъёма (опускания) жидкости в капиллярной трубке

$$h = \frac{2\sigma \cos \vartheta}{\rho g r},$$

где ϑ – краевой угол (при полном смачивании капилляра жидкостью $\vartheta = 0$; при полном несмачивании – $\vartheta = \pi$); r – внутренний радиус трубки; g – ускорение свободного падения; ρ – плотность жидкости.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ФИЗИКА АТОМА	4
1.1. Представления о первоначальной модели атома Резерфорда–Бора	4
1.2. Постулаты Бора	6
1.3. Опыты Франка и Герца. Комбинационный принцип Ритца	9
1.4. Квантовомеханическая модель атома водорода	10
1.5. Спектральные серии атомарного водорода	13
1.6. Распределение электронов по энергетическим уровням в атоме. Принцип Паули. Периодическая система элементов ...	15
1.7. Рентгеновские спектры. Сплошное и характеристическое рентгеновские излучения. Закон Мозли	21
1.8. Примеры решения задач	24
2. ФИЗИКА АТОМНОГО ЯДРА	29
2.1. Состав и характеристики атомного ядра	29
2.2. Масса и энергия связи ядра	30
2.3. Природа ядерных сил	31
2.4. Радиоактивность. Закон радиоактивного распада	33
2.5. Ядерные реакции. Использование ядерной энергии	35
2.6. Примеры решения задач	37
3. СТРОЕНИЕ И ОПТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МОЛЕКУЛ	42
3.1. Молекулы. Взаимодействия атомов. Основные виды межатомных связей	42
3.2. Молекулярные спектры и их составляющие	43
4. ФИЗИКА ТВЁРДОГО ТЕЛА	47
4.1. Кристаллическое состояние	47
4.2. Классификация кристаллов	47
4.3. Физические типы кристаллических решёток	48
4.4. Теплоёмкость кристаллов	49
4.5. Взаимодействие света с веществом (поглощение, спонтанное и вынужденное излучения, лазеры)	51
4.6. Примеры решения задач	55

5. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА	60
5.1. Основные положения квантовой теории проводимости металлов	60
5.2. Квантование энергии свободных электронов в металлах	61
5.3. Функция распределения Ферми и её статистический смысл	62
5.4. Закон распределения Ферми–Дирака	64
5.5. Теплоёмкость электронного газа и электронная проводимость металлов по квантовой теории	66
5.6. Термоэлектрические и контактные явления	69
5.7. Полупроводники, полупроводниковые диоды и триоды	74
5.8. Явление сверхпроводимости	83
5.9. Примеры решения задач	86
6. ЖИДКОСТИ	91
6.1. Некоторые свойства жидкостей	91
6.2. Поверхностное натяжение. Свободная энергия поверхностного слоя	92
6.3. Давление жидкости, обусловленное кривизной её поверхности, и его связь с поверхностным натяжением. Формула Лапласа	93
6.4. Смачивающие и несмачивающие жидкости	94
6.5. Капиллярные явления	96
6.6. Примеры решения задач	98
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	101
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	102
ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ И ЗАКОНЫ	103

Учебное издание

БАРСУКОВ Владимир Иванович
ДМИТРИЕВ Олег Сергеевич

ФИЗИКА

**ЭЛЕМЕНТЫ АТОМНОЙ ФИЗИКИ, ФИЗИКИ ЯДРА,
ФИЗИКИ ТВЁРДОГО ТЕЛА И ЖИДКОСТИ**

Учебное пособие

Редактор И. В. К а л и с т р а т о в а
Инженер по компьютерному макетированию М. Н. Р ы ж к о в а

ISBN 978-5-8265-1250-0



Подписано в печать 20.02.2014
Формат 60 × 84/16. 6,51 усл. печ. л.
Тираж 300 экз. Заказ № 83

Издательско-полиграфический центр
ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, Тамбов, ул. Советская, 106, к. 14
Тел./факс (4752) 63-81-08, 63-81-33
E-mail: izdatelstvo@admin.tstu.ru