Министерство образования и науки Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет»

О.А. СОЛОМИНА, Н.И. КУЛИКОВ

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Утверждено Учёным советом университета в качестве учебного пособия для студентов специальности 080105 всех форм обучения и бакалавров направления 080100.62 «Экономика»

Тамбов
• Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ» •
2012

УДК 336.6(075.8)
ББК У262.3я73
С602

Р е ц е н з е н т ы:
Доктор экономических наук, профессор,
декан экономического факультета ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
Б.И. Герасимов

Доктор экономических наук, профессор,
проректор по корпоративной политике
ФГБОУ ВПО «ТГУ имени Г.Р. Державина»
В.В. Смагина

Соломина, О.А.
С602 Финансовые вычисления : учебное пособие / О.А. Соломина, Н.И. Куликов. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО «ТГТУ», 2012. – 80 с. – 50 экз. – ISBN 978-5-8265-1088-9.

Представлены методы начисления простых и сложных процентов, операции дисконтирования, производимые при обслуживании клиентов банка, способы учёта векселей. Приведены формулы расчёта различных параметров регулярных потоков платежей (финансовых рент). Рассмотрены примеры из практической деятельности и предложены задачи для самостоятельного решения.

Предназначено для студентов специальности 080105 всех форм обучения и бакалавров направления 080100.62 «Экономика».

УДК 336.6(075.8)
ББК У262.3я73

ISBN 978-5-8265-1088-9

ВВЕДЕНИЕ

Любая финансовая, кредитная или коммерческая операция предполагает совокупность условий, согласованных её участниками. К таким условиям относятся: сумма кредита, займа или инвестиций, цена товара, сроки, способы начисления процентов и погашения долга и т.д. Совместное влияние на финансовую операцию многих факторов делает конечный её результат неочевидным. Для его оценивания необходим специальный количественный анализ. Совокупность методов расчёта и составляет предмет курса «Финансовые вычисления». В предлагаемом учебном пособии рассматриваются основные понятия, которыми оперируют в финансовых вычислениях, такие как процент, ставка процента, учётная ставка, современная стоимость платежа, методы наращения и дисконтирования платежей.

Один из разделов посвящён анализу потоков платежей, расчёту их параметров, обеспечивающих желательную эффективность.

Рассмотренный материал имеет общий характер и может быть применён в расчётах часто встречающихся на практике финансовых операций: в финансовом менеджменте, страховом деле, анализе инвестиционных проектов, расчёте кредитных и коммерческих операций, эффективности предпринимательской деятельности и т.д.

Успешное овладение данной дисциплиной позволяет применить полученные знания в практике финансовой работы.

Учебное пособие подготовлено в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования подготовки бакалавров направления 080100.62 «Экономика».

1. ФАКТОР ВРЕМЕНИ В ФИНАНСОВЫХ РАСЧЁТАХ

В практических финансовых и коммерческих операциях суммы денег обязательно связываются с некоторыми конкретными моментами или интервалами времени. Для этого в контрактах фиксируются соответствующие сроки, даты, периодичность поступлений денежных средств или их выплат. Фактор времени играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Необходимость учёта фактора времени определяется *принципом неравноценности денег*, относящихся к разным моментам времени.

Дело в том, что даже в условиях отсутствия инфляции и риска 1 млн. р., полученный через год, неравноценен этой же сумме, поступившей сегодня. Неравноценность определяется тем, что теоретически любая сумма денег может быть инвестирована и принести доход. Поступившие доходы в свою очередь могут быть реинвестированы и т.д. Следовательно, сегодняшние деньги в этом смысле ценнее будущих, а будущие поступления менее ценны, чем современные.

Очевидным следствием принципа «неравноценности» является неправомерность суммирования денежных величин, относящихся к разным моментам времени. Подобного рода суммирование допустимо лишь там, где фактор времени не имеет значения, например в бухучёте для получения итогов по периодам и в финансовом контроле.

В финансовых вычислениях фактор времени обязательно учитывается в качестве одного из важнейших элементов. Его учёт осуществляется с помощью начисления процентов.

2. ПРОЦЕНТЫ И ПРОЦЕНТНЫЕ СТАВКИ

Любой человек, имеющий свободные деньги, может предоставить их в долг другому лицу (инвестировать) за определённое вознаграждение.

Сумма денег, данных взаймы, называется *основной суммой, или капиталом*.

Доход от инвестированного капитала, другими словами вознаграждение за использование денег, называется *процентными деньгами, или процентами*.

Процентная ставка – отношение суммы процентных денег, выплачиваемых за фиксированный отрезок времени, к величине основной суммы (капитала). Измеряется в процентах или в виде десятичной дроби.

Интервал времени, к которому относится процентная ставка, называют *периодом начисления* (обычно год, полугодие, квартал, месяц). Как правило, начисление процентов производится дискретно (в отдельные, обычно равноотстоящие, моменты времени).

Проценты либо выплачиваются кредитору сразу после начисления, либо присоединяются к сумме долга. Присоединение начисленных процентов к сумме, которая служила базой для их начисления, называется *капитализацией процентов*.

3. НАРАЩЕНИЕ ПО ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНЫМ СТАВКАМ

Под *наращенной суммой* S понимают сумму первоначального долга P и начисленных процентов I.

Простая процентная ставка

Проценты называются *простыми*, если базой для их начисления служит первоначальная сумма (весь срок действия договора).

$$I = Pin,$$

где i – процентная ставка; n – срок ссуды.

$$S = P + I = P + Pin = P(1 + ni) = Pq,$$

где q – множитель наращения, который показывает, во сколько раз увеличилась первоначальная сумма.

Обычно простая процентная ставка используется для *краткосрочных* кредитов (срок пользования кредитом менее года) или когда проценты не присоединяются к сумме долга, а периодически выплачиваются.

Если n меньше года, то эта величина дробная. Например: полгода – $n = 1/2$, квартал – $n = 1/4$, месяц – $n = 1/12$. Если n измеряется в днях, то вычисляется: $n = \dfrac{t}{K}$, где t – число дней; K – временная база – число дней в году ($K = 360$ – коммерческие проценты, $K = 365{,}366$ – точные проценты).

Время t можно вычислить приближённо (360) и точно (365).

Три варианта расчёта n простых процентов:

– (365/365) – *британская практика* (точные проценты с точным сроком пользования кредитом);

– (365/360) – *французская практика* (обыкновенные проценты с точным сроком пользования кредитом);

– (360/360) – *германская практика* (обыкновенные проценты с приближённым сроком пользования кредитом).

При заключении сделок необходимо оговаривать, по какой методике производится расчёт. Очевидно, что самая выгодная для кредитора – французская методика.

Формула для определения наращенной суммы по простым процентам:

$$S = P\left(1 + \frac{t}{K}i\right).$$

В кредитных соглашениях иногда предусматривается изменение во времени процентной ставки. Это вызвано изменением контрактных условий, предоставлением льгот, предъявлением штрафных санкций, а также изменением общих условий совершаемых сделок, в частности изменение процентной ставки во времени (как правило, в сторону увеличения) связано с предотвращением банковских рисков, возможных в результате изменения экономической ситуации в стране, роста цен, обесценения национальной валюты и т.д.

Расчёт наращенной суммы при изменении процентной ставки во времени может осуществляться начислением как простых процентов, так и сложных. Схема начисления процентов указывается в финансовом соглашении и зависит от срока, суммы и условий операции.

В случае *дискретно изменяющихся во времени процентных ставок* формула расчёта наращенной суммы принимает следующий вид:

$$S = P(1 + n_1 i_1 + n_2 i_2 + \ldots) = P\left(1 + \sum n_t i_t\right),$$

где P – первоначальная сумма (ссуда); i_t – ставка простых процентов в периоде с номером t; n_t – продолжительность периода t – периода начисления по ставке i_t.

Реинвестирование – неоднократное, последовательное повторение наращения.

Если процентные ставки и периоды реинвестиций меняются, то наращенная сумма определяется следующим образом:

$$S = P\prod_{j=1}^{m}(1 + n_j i_j).$$

Если процентные ставки и периоды реинвестиций не меняются, то наращенная сумма определяется как

$$S = P(1 + ni)^m,$$

где m – количество реинвестиций.

Сложная процентная ставка

Когда проценты периодически добавляются к основной сумме, а новая сумма используется как основная для следующего временного периода (капитализация процентов), говорят о начислении *сложных процентов*.

Если наращение процентов (капитализация) происходит 1 раз в год, то наращенная сумма вычисляется по формуле

$$S = P(1 + i)^n.$$

При дробном числе периодов возможны два способа вычисления:

1. Общий метод – $S = P(1 + i)^n$ (n – дробное число).

2. Смешанный метод – $S = P(1+i)^a(1+bi)$, где a – целое число лет; b – дробная часть ($n = a + b$).

Если наращение процентов происходит m раз в год, то формула сложных процентов принимает вид:

$$S = P(1 + \frac{j}{m})^{mn},$$

где m – число периодов начисления в году; j – номинальная процентная ставка.

П р и м е р 1. Рассчитать сумму начисленных процентов и сумму погашения кредита, если выдана ссуда в размере 10 000 р. на срок 1 год при начислении простых процентов по ставке 13% годовых.

Решение.

S = 10 000 (1 + 0,13 · 1) = 11 300 р. (сумма погашения кредита);

I = 11 300 – 10 000 = 1 300 р. (сумма начисленных процентов).

Ответ: 11 300 р., 1300 р.

Пример 2. 2000 р. положены 1 февраля 2008 г. на месячный депозит под 10% годовых. Какова будет наращенная сумма через три месяца? Рассмотреть в случае использования английской, французской и немецкой методик.

Решение.

Так как депозит является месячным, то реинвестиция происходит три раза.

1. Английская методика – в феврале с 13 по 29 (29 дней), в марте с 1 по 31 (31 день), в апреле с 1 по 30 (30 дней):

$$S = 2000 \cdot (1 + \frac{29}{365} \cdot 0{,}1) \cdot (1 + \frac{31}{365} \cdot 0{,}1) \cdot (1 + \frac{30}{365} \cdot 0{,}1) = 2049{,}721 \text{ р.}$$

2. Французская методика – дни исчисляются точно, а временная база – 360 дней:

$$S = 2000 \cdot (1 + \frac{29}{360} \cdot 0{,}1) \cdot (1 + \frac{31}{360} \cdot 0{,}1) \cdot (1 + \frac{30}{360} \cdot 0{,}1) = 2050{,}983 \text{ р.}$$

3. Немецкая методика предусматривает, что в каждом месяце по 30 дней, временная база – 360 дней:

$$S = 2000 \cdot \left(1 + \frac{30}{360} \cdot 0{,}1\right)\left(1 + \frac{30}{360} \cdot 0{,}1\right) \cdot \left(1 + \frac{30}{360} \cdot 0{,}1\right) =$$

$$= 2000 \cdot \left(1 + \frac{30}{360}\right)^3 = 2050{,}418 \text{ р.}$$

Ответ: Наращенная сумма составит:

1) английская методика – 2049,721 р.;
2) французская методика – 2050,983 р.;
3) немецкая методика – 2050,418 р.

Пример 3. Ссуда в размере 250 000 р. выдана 23 января до 3 октября включительно под 13% годовых. Применить французскую методику для вычисления суммы, которую должен заплатить должник в конце срока. Рассмотреть случаи простой и сложной процентных ставок.

Решение.

1. Рассмотрим случай простой процентной ставки:

$$S = P\left(1 + \frac{t}{K} i\right).$$

Точное число дней по французской методике равно 253 (убедитесь в этом самостоятельно). Получаем

$$S = 250\ 000\left(1 + \frac{253}{360} \cdot 0{,}13\right) = 272\ 840{,}3 \text{ р.}$$

2. Рассмотрим случай сложной процентной ставки:

$$S = P(1+i)^n, \text{ где } n \text{ – дробное.}$$

$$S = 250\ 000(1+0{,}1)^{\frac{253}{360}} = 267\ 319 \text{ р.}$$

Действительно, наращение по сложным процентам за период меньше года даёт меньший результат, чем по простым процентам.

Ответ: Наращение по простым процентам – 272 840,3 р. Наращение по сложным процентам – 267 319 р.

Пример 4. Пусть в договоре, рассчитанном на год, принята ставка простых процентов на первый квартал в размере 10% годовых, а на каждый последующий на 1% меньше, чем в предыдущий. Определим множитель наращения за весь срок договора.

Решение.

$$1 + \sum n_t i_t = 1 + 0{,}25 \cdot 0{,}10 + 0{,}25 \cdot 0{,}09 + 0{,}25 \cdot 0{,}08 + 0{,}25 \cdot 0{,}07 = 1{,}085.$$

Ответ: 1,085.

Пример 5. В первый год на сумму 10 000 р. начисляются 10% годовых, во второй – 10,5% годовых, в третий – 11% годовых. Определить сумму погашения, если проценты капитализируются.

Решение.

$$S = 10\ 000\ (1 + 0{,}10 \cdot 1)\ (1 + 0{,}105 \cdot 1)\ (1 + 0{,}11 \cdot 1) = 13\ 492{,}\ 05 \text{ р.}$$

Ответ: 13 492,05 р.

Пример 6. Определить более выгодный вариант вложения денежных средств в объёме 15 000 р.: 1) сроком на 2 года, получая доход в виде простой процентной ставки 20%; 2) по сложной ставке 12% с годовой капитализацией.

Решение.

1. Простые проценты:

$$S = P(1+ni)\,;\quad S = 15\,000(1+2\cdot 0{,}2) = 21\,000 \text{ р.}$$

2. Сложные проценты:

$$S = P(1+i)^n\,;\quad S = 15\,000(1+0{,}2)^2 = 21\,600 \text{ р.}$$

Более выгодный вариант вложения средств – это тот, который даёт большую наращенную сумму.

Ответ: Более выгодный вариант – вложение средств по сложной процентной ставке 12% годовых. Такая финансовая операция даёт результат в виде суммы 21 600 р.

Задачи для самостоятельного решения

1. Молодая семья получила в банке ипотечный кредит на приобретение квартиры в размере 600 000 р. сроком на 5 лет под простую процентную ставку 15% годовых. Определить сумму основного долга и процентов по кредиту.

2. Сравнить наращенные суммы, полученные при различных методиках вычисления, через 25 месяцев, если первоначальная величина ссуды составит 500 тыс. р. Ставка сложных процентов – 20% годовых. Рассмотреть общий и смешанный методы расчёта.

3. Клиент положил вклад в банк на депозит в сумме 10 000 р. под 10% годовых сроком на 5 лет. Определить наращенную сумму, которую клиент будет иметь на своём счёте по окончании срока договора. Рассмотреть случаи простой и сложной процентных ставок.

4. Определить более выгодный вариант вложения денежных средств в объёме 25 000 р.:

а) сроком на 1 год, получая доход в виде простой процентной ставки 10%;

б) на тот же срок по сложной ставке 5% с ежемесячной капитализацией.

5. Сравнить наращенные суммы, полученные при различных методиках вычисления, через 10 месяцев, если первоначальная величина ссуды составит 300 тыс. р. в случае простой ставки 10% годовых.

Найти также наращенную сумму в случае ставки сложных процентов 20% годовых с поквартальным начислением.

4. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ДИСКОНТИРОВАНИЕ В СЛУЧАЯХ ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

Математическое дисконтирование представляет собой формальное решение задачи, обратной наращению первоначальной суммы ссуды.

Величину P, найденную дисконтированием, называют *современной величиной* (текущей стоимостью) суммы S.

Проценты в виде разности S и P называют *дисконтом* или скидкой (D).

Дисконтирование широко применяется в финансовых расчётах, например при оформлении векселей.

Решив уравнения для определения наращенной суммы относительно P, находим текущую стоимость (табл. 1).

1. Нахождение текущей стоимости *P* в случаях простой и сложной процентных ставок

Простые проценты	Сложные проценты	
	Начисление процентов	
	раз в год	m раз в год
$P = \dfrac{S}{1+ni}$	$P = \dfrac{S}{(1+i)^n}$	$P = \dfrac{S}{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^N}$, $N = mn$

Ставка сложных процентов j, начисляемая m раз в году, называется *номинальной*, а проценты каждый период начисляются по ставке j/m.

Пример 1. Через 6 месяцев с момента выдачи ссуды заёмщик уплатил кредитору 21 400 р. Кредит предоставлялся под 14% годовых. Определить сумму кредита и сумму дисконта.

Решение.

$$P = \frac{21\,400}{\left(1+0{,}14\dfrac{6}{12}\right)} = 20\,000 \text{ р.};$$

$$D = 21\,400 - 20\,000 = 1400 \text{ р.}$$

Ответ: 20 000 р., 1400 р.

П р и м е р 2. Инвестор намерен положить деньги в банк под 20% годовых с целью накопления через два года 500 тыс. р. Определить сумму вклада в случае простых и сложных процентов.

Решение.

1. Для случая простых процентов получаем

$$P = \frac{500}{1 + 2 \cdot 0{,}2} = 357{,}1429 \text{ тыс. р.}$$

2. В случае сложных процентов (капитализация один раз в год)

$$P = \frac{500}{(1 + 0{,}2)^2} = 347{,}2222 \text{ тыс. р.}$$

О т в е т: 357,1429 тыс. р. (для простых процентов), 347,2222 тыс. р. (для сложных процентов). Это означает, что при использовании простой процентной ставки при прочих равных условиях инвестор для накопления необходимой суммы должен положить большую сумму, нежели при использовании сложной ставки.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Вкладчик намерен положить деньги в банк под 8% годовых с ежеквартальным начислением процентов. Определить сумму вклада, необходимую для накопления через 3 года 100 тыс. р. в случае простых и сложных процентов.

2. На вклады ежемесячно начисляются проценты по годовой ставке 10% годовых. Определить сумму, необходимую для накопления через 5 лет 100 тыс. р. в случае простых и сложных процентов.

3. Банк начисляет проценты на вклады до востребования по ставке 5% годовых с использованием германской практики. Определить сумму вклада, необходимую для накопления с 10 мая по 25 ноября 500 тыс. р.

4. Через 200 дней после подписания договора должник уплатит 50 тыс. р. Кредит выдан под 16% годовых. Какова первоначальная сумма долга при условии, что временная база равна 365 дням? Рассмотреть случай простых и сложных процентов.

5. Если первоначальный капитал вырос с 1000 до 5000 за 4 года, определить процентную ставку такой финансовой операции. Сравнить случаи простой и сложной процентных ставок.

5. БАНКОВСКИЙ УЧЁТ ПО ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ УЧЁТНЫМ СТАВКАМ. РОСТ ПО УЧЁТНОЙ СТАВКЕ

Банковский учёт – это метод, где проценты за пользование ссудой в виде дисконта $(D = S - P = Snd)$ начисляются на сумму, подлежащую уплате в конце срока договора. При этом применяется *учётная ставка* d (табл. 2).

2. Банковский учёт по простой и сложной учётным ставкам

Вид операции	Простая учётная ставка	Сложная учётная ставка	
		Дисконтирование 1 раз в год	Дисконтирование *m* раз в год
Банковский учёт	$P = S(1 - nd)$	$P = S(1-d)^n$	$P = S\left(1-\dfrac{f}{m}\right)^{mn}$
Наращение	$S = P\dfrac{1}{1-nd}$	$S = \dfrac{P}{(1-d)^n}$	$S = \dfrac{P}{\left(1-\dfrac{f}{m}\right)^{nm}}$

В формулах использованы следующие обозначения:
n – срок от момента учёта до даты погашения векселя в годах;
f – номинальная годовая учётная ставка.

Пример 1. Определить современное значение суммы в 120 000 р., которая будет выплачена через 2 года, при использовании сложной учётной ставки 40% годовых.

Решение.

$$P = S(1-d)^n = 120\,000 \cdot (1-0{,}4)^2 = 43\,200 \text{ р.}$$

Ответ: 43 200 р.

Пример 2. Вексель на сумму 9000 р. предъявлен в банке за полгода до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта для простой и сложной учётной ставки 20% годовых.

Решение.

1. Для случая простой учётной ставки

$$P = 9000\left(1 - \frac{1}{2}\cdot 0{,}2\right) = 8100 \text{ р.}$$

Дисконт: $D = S - P = 9000 - 8100 = 900$ р.

2. Для сложной учётной ставки

$$P = 9000 \cdot (1-0{,}2)^{\frac{1}{2}} = 5760 \text{ р.}$$

Дисконт: $D = S - P = 9000 - 5760 = 3240$ р.

Ответ: 8100 р., 900 р. (для простой учётной ставки); 5760 р., 3240 р. (для сложной учётной ставки). Это значит, что владелец при учёте векселя по сложной учётной ставке получит меньшую сумму при прочих равных условиях, а удержанная сумма (дисконт) будет больше, чем при учёте по простой учётной ставке.

Задачи для самостоятельного решения

1. Вексель на сумму 3000 р. с погашением 5 декабря предъявлен в банк для оплаты 25 ноября по простой учётной ставке 25% годовых. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта при использовании германской практики.

2. Вексель на сумму 40 000 р. предъявлен в банке за два года до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует сложную учётную ставку 5% годовых.

3. Вексель выдан на сумму 20 тыс. р. с уплатой 1 марта 2004 года. Владелец векселя учёл его в банке 3 декабря 2004 года по номинальной учётной ставке 10%. Дисконтирование помесячное. Использовать французскую методику расчёта. Найти современную стоимость и дисконт такой операции.

4. Сколько получит владелец векселя на сумму в 1 000 000 р., если он его учитывает за 2,5 года до наступления срока погашения, чему равна величина дисконта, если расчёт ведётся по годовой сложной учётной ставке 20%?

5. Вексель на сумму 60 000 р. предъявлен в банке за два года до срока его погашения. Определить сумму, выплаченную владельцу векселя, и сумму дисконта, если банк использует номинальную учётную ставку 16% при ежеквартальном дисконтировании.

6. ОПРЕДЕЛЕНИЕ СРОКА ПЛАТЕЖА, ПРОЦЕНТНЫХ И УЧЁТНЫХ СТАВОК. ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ФИНАНСОВЫХ ОПЕРАЦИЙ В СЛУЧАЯХ ПРОСТОЙ И СЛОЖНОЙ ПРОЦЕНТНЫХ СТАВОК

Для определения срока платежа, процентных и учётных ставок нужно решать уравнения, рассмотренные ранее, относительно тех параметров, которые необходимо найти.

Эффективная процентная ставка – годовая ставка сложных процентов, которая даёт тот же результат, что и начисление по номинальной ставке m раз в год (табл. 3).

Вычисление эффективной процентной ставки применяется для определения реальной доходности финансовых операций. Эта доходность определяется соответствующей эффективной процентной ставкой.

Расчёт эффективной процентной ставки в финансовой практике позволяет субъектам финансовых отношений ориентироваться в предложениях различных банков и выбрать наиболее приемлемый вариант вложения средств.

Эффективная учётная ставка характеризует результат дисконтирования за год и находится путём приравнивания множителей дисконтирования по годовой учётной ставке и по номинальной учётной ставке m раз в год (табл. 3).

3. Формулы нахождения эффективной процентной ставки и эффективной учётной ставки

Эффективная процентная ставка	Эффективная учётная ставка
$i_{эф}=\left(1+\frac{j}{m}\right)^m-1$	$d_{эф}=1-\left(1-\frac{f}{m}\right)^m$

Следует отметить, что при прочих равных условиях эффективная учётная ставка всегда меньше или равна номинальной.

Замена одного вида ставки (процентной или учётной) на другой при соблюдении принципа эквивалентности не изменит финансовых результатов. Такие ставки называются *эквивалентными*.

Формулы эквивалентности всегда получаются путём приравнивания соответствующих множителей наращения и решения полученного уравнения (табл. 4).

4. Формулы нахождения эквивалентной процентной ставки и эквивалентной учётной ставки

Простая ставка		Сложная ставка	
процентная	учётная	процентная	учётная
$i_{экв}=\frac{d}{1-nd}$	$d_{экв}=\frac{i}{1+ni}$	$i_{экв}=\frac{d}{1-d}$	$d_{экв}=\frac{i}{1+i}$

Нередко начальная и конечная суммы заданы контрактом и требуется определить либо процентную ставку, либо срок платежа. Для определения срока или ставки финансовой операции необходимо из уже знакомых формул наращения и дисконтирования по процентным и учётным ставкам выразить период или ставку (табл. 5).

5. Определение срока и ставки финансовой операции

Простые проценты		Сложные проценты	
$S = P(1+ni)$ $\frac{S}{P} = 1+ni$ $n = \frac{\frac{S}{P}-1}{i}$	$P = S(1-nd)$ $\frac{P}{S} = 1-nd$ $n = \frac{1-\frac{P}{S}}{d}$	$S = P(1+i)^n$ $\ln\frac{S}{P} = n\ln(1+i)$ $n = \frac{\ln\frac{S}{P}}{\ln(1+i)}$ $S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{nm}$ $\ln\frac{S}{P} = nm\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)$ $n = \frac{\ln\frac{S}{P}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$	$P = S(1-d)^n$ $\ln\frac{P}{S} = n\ln(1-d)$ $n = \frac{\ln\frac{P}{S}}{\ln(1-d)}$ $P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{nm}$ $\ln\frac{P}{S} = nm\ln\left(1-\frac{f}{m}\right)$ $n = \frac{\ln\frac{P}{S}}{m\ln\left(1-\frac{f}{m}\right)}$
$S = P(1+ni)$ $\frac{S}{P} = 1+ni$ $i = \frac{\frac{S}{P}-1}{n}$	$P = S(1-nd)$ $\frac{P}{S} = 1-nd$ $d = \frac{1-\frac{P}{S}}{n}$	$S = P(1+i)^n$ $\sqrt[n]{\frac{S}{P}} = (1+i)$ $i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1$ $S = P\left(1+\frac{j}{m}\right)^{nm}$ $\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} = \left(1+\frac{j}{m}\right)$ $j = \left(\sqrt[mn]{\frac{S}{P}} - 1\right)m$	$P = S(1-d)^n$ $\sqrt[n]{\frac{P}{S}} = (1-d)$ $d = 1-\sqrt[n]{\frac{P}{S}}$ $P = S\left(1-\frac{f}{m}\right)^{nm}$ $\sqrt[mn]{\frac{P}{S}} = 1-\frac{f}{m}$ $f = \left(1-\sqrt[mn]{\frac{P}{S}}\right)m$

П р и м е р 1. Кредитная организация начисляет проценты на срочный вклад исходя из номинальной ставки 10% годовых. Определить эффективную ставку при ежедневном начислении сложных процентов.

Решение.

$$i_{эф} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^m - 1;$$

$$i_{эф} = \left(1+\frac{0{,}10}{365}\right)^{365} - 1 = 0{,}115156, \text{ т.е. } 11\%.$$

О т в е т: Реальный доход вкладчика на 1 р. вложенных средств составит не 10 к. (из условия), а 11 к. Таким образом, эффективная процентная ставка по депозиту выше номинальной.

П р и м е р 2. Банк в конце года выплачивает по вкладам 10% годовых. Какова реальная доходность вкладов при начислении процентов: а) ежеквартально; б) по полугодиям?

Решение.

а) $i_{эф} = \left(1+\frac{0{,}1}{4}\right)^4 - 1 = 0{,}1038$, т.е. 10,38%;

б) $i_{эф} = \left(1+\frac{0{,}1}{2}\right)^2 - 1 = 0{,}1025$, т.е. 10,25%.

О т в е т: Расчёт показывает, что разница между ставками незначительна, однако начисление 10% годовых ежеквартально выгодней для вкладчика.

П р и м е р 3. Какова эффективная ставка процентов, если номинальная ставка равна 35% при помесячном начислении процентов?

Решение.

$$i_{эф} = \left(1+\frac{0{,}35}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}41198.$$

О т в е т: Эффективная ставка процентов, равная 41,2% в год, приводит к тем же финансовым результатам, что и ставка процентов, равная 35%, с капитализацией раз в месяц.

П р и м е р 4. Определить значение учётной ставки банка, эквивалентной ставке простых процентов 35% годовых.

Решение.

$$d_{экв} = \frac{i}{1+nd};$$

$$d_{\text{экв}} = \frac{0{,}35}{1+0{,}35} = 0{,}239259.$$

Ответ: Учётная ставка, эквивалентная ставке простых процентов, равна 23,9%.

Пример 5. За какой срок в годах сумма, равная 75 млн. р., достигнет 200 млн. р. при начислении процентов по сложной ставке 15% раз в году и поквартально?

Решение.

$$n = \frac{\ln\frac{S}{P}}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\frac{200}{75}}{\ln(1+0{,}15)} = \frac{0{,}98}{0{,}14} \approx 7 \text{ лет;}$$

$$n = \frac{\ln\frac{S}{P}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)} = \frac{\ln\frac{200}{75}}{4\ln\left(1+\frac{0{,}15}{4}\right)} \approx 6{,}5 \text{ лет.}$$

Ответ: 7 лет; 6,5 лет.

Пример 6. Сберегательный сертификат куплен за 100 000 р. Выкупная его сумма 160 000 р., срок 2,5 года. Каков уровень доходности инвестиций в виде годовой ставки сложных процентов?

Решение.

$$i = \sqrt[n]{\frac{S}{P}} - 1 = \sqrt[2{,}5]{\frac{160}{100}} - 1 = 0{,}20684;\ i = 20{,}684\ \%.$$

Ответ: 20,684%.

Задачи для самостоятельного решения

1. Определить эффективную учётную ставку и сумму дисконта, если известно, что финансовый инструмент на сумму 5 млн. р., срок платежа по которому наступает через пять лет, продан с дисконтом при поквартальном дисконтировании по номинальной учётной ставке 15%.

2. При оплате векселя на сумму 300 000 р., до срока погашения которого осталось 30 дней, доход банка по операции составил 4000 р. Определить простую учётную ставку банка при учёте этого безусловного денежного обязательства и эквивалентную ставку процентов.

3. При учёте векселя на сумму 2500 р., до срока оплаты которого осталось 30 дней, банк выплатил предъявителю 2000 р. Определить величину сложной учётной ставки банка, если дисконтирование ежеквартальное, а также доходность операции в виде эффективной ставки.

4. При учёте векселя на сумму 100 000 р. банк выплатил предъявителю 50 000 р. Определить срок погашения векселя, если банк учёл его по сложной учётной ставке 10%, а также доходность операции в виде сложной процентной ставки.

5. Сумма в размере 400 р. возрастает до 4500 р. при ставке сложных процентов 15% годовых. Определить срок выполнения такой финансовой операции, а также доходность операции в виде сложной учётной ставки.

7. НАРАЩЕНИЕ СЛОЖНЫХ И ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ С УЧЁТОМ НАЛОГОВ

Учёт налога на проценты уменьшает реальную наращенную сумму. Это ведёт к тому, что финансовая операция осуществляется по уменьшенной ставке процентов (табл. 6).

Обозначим:

q – ставка налога на полученные проценты.

$S_ф$ – фактическая наращенная сумма с учётом налогов.

$i_ф$ – фактическая ставка процентов с учётом налогов.

6. Определение фактической наращенной суммы с учётом налогов

Учёт налога на проценты при начислении	
простых процентов	сложных процентов
$S_ф = P[1+ni(1-q)]$	$S_ф = P[(1+i)^n(1-q)+q]$
$i_ф = i(1-q)$	$i_ф = \sqrt[n]{(1-q)(1+i)^n+q} - 1$

Замечание: в долгосрочных операциях при начислении сложных процентов возможны два варианта расчёта налогов:

1) налог начисляется на всю сумму процентов. При этом сумма налога $G = Iq = qP\left[(1+i)^n - 1\right]$;

2) налог начисляется последовательно в конце каждого периода. В этом случае сумма налога определяется за каждый истёкший период:

$$G_1 = I_1 q = PIq;$$

$$G_2 = I_2 q = \left[P(1+i)^2 - P(1+i)\right] q$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$G_k = Pq\left[(1+i)^k - (1+i)^{k-1}\right],$$

причём $G = G_1 + G_2 + \ldots + G_k$.

П р и м е р 1. Банк начисляет проценты по ставке 20% годовых на сумму 200 тыс. р., ставка налога составляет 35%. Рассмотреть финансовую операцию за два года, если используется простая и сложная ставки процентов. Найти фактическую наращенную сумму, фактическую доходность операции в виде ставки процентов (простой и сложной).

Решение.

1. Рассмотрим случай простой процентной ставки.

Вспомним, что наращенная сумма без учёта налогов рассчитывается как

$$S = P(1+ni) = 200\ 000(1+2\cdot 0{,}2) = 280\ 000 \text{ р.}$$

Наращенная сумма с учётом налогов:

$$S_{\text{ф}} = P\left[1+ni(1-q)\right],$$

$$S_{\text{ф}} = 200\ 000\left[1+2\cdot 0{,}2(1-0{,}35)\right] = 252\ 000 \text{ р.}$$

$$i_{\text{ф}} = i\left(1-q\right) = 0{,}2(1-0{,}35) = 0{,}13.$$

$$i_{\text{ф}} = 13\ \%.$$

2. Аналогично решаем задачу для случая сложной процентной ставки:

$$S = P(1+i)^n = 200\ 000(1+0{,}2)^2 = 288\ 000 \text{ р.}$$

$$S_{\text{ф}} = P\left[(1+i)^n(1-q)+q\right].$$

Подставляя численные значения, получаем фактическую наращенную сумму:

$$S_{\text{ф}} = 200\ 000\left[(1+0{,}2)^2(1-0{,}35)+0{,}35\right] = 257\ 200 \text{ р.}$$

$$i_{\text{ф}} = \sqrt[n]{(1-q)(1+i)^n+q} - 1,$$

$$i_{\text{ф}} = \sqrt[2]{(1-0{,}35)(1+0{,}2)^2+0{,}35} - 1 = 0{,}134.$$

$$i_{\text{ф}} = 13{,}4\ \%.$$

О т в е т: В случае простой процентной ставки наращенная сумма с учётом налогов составляет 252 000 р. Фактическая ставка простых процентов равна 13%.

В случае сложной процентной ставки наращенная сумма с учётом налогов составляет 257 200 р. Фактическая ставка сложных процентов равна 13,4%.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Ставка налога на проценты равна 20%. Процентная ставка 25% годовых. Срок вклада 2 года. Первоначальная ссуда 2000 тыс. р. Определить

наращенную сумму с учётом выплаты налогов для различных вариантов начисления сложных процентов.

2. Банк начисляет проценты по годовой ставке 15%, ставка налога на проценты 18%. Найти фактическую доходность операции в виде сложной процентной ставки, если срок вклада составил 5 лет.

3. Ставка налога на проценты равна 10%. Процентная ставка 15% годовых. Срок вклада 2 года. Первоначальная ссуда 20 000 р. Определить наращенную сумму с учётом выплаты налогов, если начисление по сложной ставке. Рассмотреть два варианта начисления налога: на всю сумму процентов, начисление в конце каждого года.

4. Ставка налога на проценты равна 10%. Процентная ставка 15% годовых. Срок вклада 4 года. Первоначальная ссуда 100 000 р. Определить наращенную сумму с учётом выплаты налогов для различных вариантов начисления процентов.

5. Банк начисляет проценты по годовой ставке 10%, ставка налога на проценты 35%. Найти фактическую доходность операции в виде простой процентной ставки.

8. НАРАЩЕНИЕ СЛОЖНЫХ И ПРОСТЫХ ПРОЦЕНТОВ С УЧЁТОМ ИНФЛЯЦИИ

В современной России возникла необходимость учитывать влияние инфляционных процессов на результаты деятельности предприятий, финансово-кредитных организаций, доходы населения и т.д. С помощью финансовых расчётов можно оценить степень обесценивания денег.

Инфляция представляет собой процесс обесценивания денег, обусловленный чрезмерным увеличением выпущенной в обращение массы бумажных денег и безналичных выплат по сравнению с реальным предложением товаров и услуг в стране.

Инфляция проявляется в росте цен на товары и услуги. Изменение цен на товары и услуги определяется при помощи *индекса потребительских цен* J. Численно индекс цен равен отношению цен на товары, работы, услуги в один период времени t к ценам этих товаров, работ, услуг в другой период времени и показывает, во сколько раз увеличились цены на определённые товары или услуги за конкретный период времени.

Процентное изменение индекса потребительских цен называется *уровнем инфляции*.

От изменения уровня инфляции зависит реальная стоимость денежных средств или финансовый результат от вложения или предоставления денежных средств на временной основе.

Инфляция способствует перераспределению доходов: под влиянием инфляции потери несёт кредитор (если процентная ставка или ставка дисконта не скорректирована с учётом сложившегося уровня инфляции), а заёмщик или плательщик, наоборот, получает дополнительную финансовую выгоду.

В любом случае, инфляционные процессы увеличивают номинальную стоимость денег по сравнению с их реальной величиной. Следовательно, изменение стоимости под влиянием инфляции можно рассчитать.

Будем использовать следующие обозначения:

S – наращенная сумма по номиналу;

C – наращенная сумма с учётом обесценивания;

$J_{\text{пс}}$ – индекс покупательной способности (<1): $J_{\text{пс}} = \dfrac{C}{S}$;

J_p – индекс потребительских цен (>1): $J_p = \dfrac{1}{J_{\text{пс}}}$;

H – темп инфляции (относительный прирост цен за период (%)): $J_p = 1 + H$;

i_p – среднегодовой темп роста цен: $i_p = \sqrt[n]{J_p}$;

h – среднегодовой темп инфляции: $h = \sqrt[n]{J_p} - 1$.

Индекс цен за несколько периодов: $J_p = (1+h_1)(1+h_2)\ldots(1+h_k)$.

Если $h_1 = h_2 = \ldots = h_k$, то $J_p = (1+h)^k$ (k – общее число периодов);

i^* – барьерная ставка процентов (ставка процентов, выше которой финансовая операция будет приносить в условиях данных показателей инфляции реальный доход);

r – брутто-ставка (ставка процентов, обеспечивающая реальную доходность финансовой операции в условиях инфляции).

Перечисленные параметры связаны между собой соотношениями, представленными в табл. 7.

7. Наращение простых и сложных процентов с учётом инфляции

Показатели	Учёт инфляции	
	простые проценты	сложные проценты
Наращенная сумма	$C = P\dfrac{1+ni}{(1+h)^n} = Pq_u$	$C = P\left(\dfrac{1+i}{1+h}\right)^n$
Барьерная ставка	$i^* = \dfrac{J_p - 1}{n}$	$i^* = h$
Брутто-ставка	$r = \dfrac{J_p(1+ni) - 1}{n}$	$r = h + i + ih$
Реальная доходность	$i = \dfrac{1}{n}\left(\dfrac{1+nr}{J_p} - 1\right)$	$i = \dfrac{r-h}{1+h}$

Учёт инфляции в финансовых операциях чаще всего состоит в решении двух проблем:

1) расчёт реальной наращенной суммы C;

2) расчёт реальной доходности финансовой операции в виде процентной ставки i.

П р и м е р 1. Рассчитать реальную годовую ставку для следующих условий: годовой темп инфляции – 20%, брутто-ставка – 25% годовых, срок – 0,5 года.

Решение.

$$J_p = (1+h)^k = (1+0{,}2)^{0{,}5} = 1{,}0954.$$

$$i = \frac{1}{n}\left(\frac{1+nr}{J_p} - 1\right) = \frac{1}{0{,}5}\left(\frac{1+0{,}5\cdot 0{,}25}{1{,}0954} - 1\right) = 0{,}05404; \quad i = 5{,}404\ \%.$$

О т в е т: 5,404%.

П р и м е р 2. За два года цены выросли в 4 раза. Найти среднегодовые темп роста цен и темп инфляции.

Решение.

$$i_p = \sqrt{4} = 2.$$

$$h = \sqrt{4} - 1 = 1 = 100\%.$$

О т в е т: Среднегодовой темп роста цен равен 2, среднегодовой темп инфляции составляет 100%.

П р и м е р 3. Банк начисляет проценты по вкладу по номинальной ставке 12% годовых с ежемесячной капитализацией. Среднегодовой темп инфляции 2%. Найти реальную доходность операции.

Решение.

Реальную доходность операции обеспечивает брутто-ставка.

Речь идёт о сложных процентах. Найдём эффективную ставку процентов:

$$i_{\text{эф}} = \left(1+\frac{j}{m}\right)^m - 1 = \left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{12} - 1 = 0{,}1047.$$

Таким образом, $i_{\text{эф}} = r.$

Находим реальную доходность в виде сложной процентной ставки:

$$i = \frac{r-h}{1+h} = \frac{0{,}1047 - 0{,}02}{1+0{,}02} = 0{,}0830; \quad i = 8{,}3\ \%.$$

О т в е т: В условиях данной инфляции реальную доходность будет приносить ставка 8,3%.

П р и м е р 4. Какую брутто-ставку должен назначить банк, чтобы при годовой инфляции 12% реальная ставка оказалась 6%?

Решение.

$$r = h + i + ih = 0{,}06 + 0{,}12 + 0{,}6 \cdot 0{,}12 = 0{,}1872;\ \ i = 18{,}72\ \%.$$

О т в е т : 18,72%.

П р и м е р 5. На сумму 1,5 млн. р. в течение трёх месяцев начисляются простые проценты по ставке 28% годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2,0 и 1,8%. Определить наращенную сумму с учётом обесценивания.

Решение.

$$C = P\frac{1+ni}{(1+h_1)(1+h_2)(1+h_3)} = 1{,}5\frac{1+\frac{3}{12}\cdot 0{,}28}{(1+0{,}025)(1+0{,}02)(1+0{,}018)} = 1{,}508 \text{ млн. р.}$$

Ответ: 1,508 млн. р.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Вкладчик намерен внести 8 тыс. р. на три года в банк, который гарантирует выплату 15% сложных годовых с ежеквартальной капитализацией. Ожидаемый среднемесячный темп инфляции составляет 2%. Оценить экономическую целесообразность такого размещения денежных средств. Какой реальный доход или убыток с учётом инфляции будет иметь вкладчик?

2. Темп инфляции по месяцам составил: 2%, 5%, 6%. Определить, насколько уменьшится фактическая наращенная сумма за три месяца, если на сумму 250 тыс. р. начисляются простые проценты по ставке 10%.

3. Найти реальную ставку сложных процентов для условий: годовая инфляция 10%, брутто-ставка 30%.

4. Темп инфляции 2% в месяц. Банк начисляет проценты по вкладу по номинальной ставке 20% годовых с поквартальной капитализацией. Найти барьерную ставку в этих условиях.

5. На сумму 500 тыс. р. в течение двух месяцев начисляются простые проценты по ставке 20% годовых. Темп инфляции по месяцам составил: 2%, 4% соответственно. Найти наращенную сумму с учётом обесценивания.

9. ВИДЫ ПОТОКОВ ПЛАТЕЖЕЙ И ИХ ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Ряд последовательных выплат и поступлений называют *потоком платежей*. Выплаты – отрицательные величины, поступления – положительные.

Аннуитет (*финансовая рента*) − это поток платежей, сделанных через равные промежутки времени. Все члены ренты – положительные величины, обычно одинаковые.

Финансовая рента имеет следующие параметры:

– *член ренты* – величина каждого отдельного платежа.

Различают *постоянные* (с равными членами) и *переменные* ренты;

– *период ренты* – временной интервал между двумя соседними платежами;

– *срок ренты* – время от начала финансовой ренты до конца её последнего периода;

– *процентная ставка* – ставка, используемая при дисконтировании или наращении платежей;

– *число платежей в году* – различают *годовые* (один платёж в году) и *p-срочные* ренты (p – число выплат в году);

– *число начислений процентов в году* – один раз, m раз или непрерывно;

– *моменты платежа внутри периода ренты* – если платежи осуществляются в конце каждого периода, ренты называются *обычными*, или *постнумерандо*. Если же выплаты производятся в начале каждого периода – *пренумерандо*;

– *вероятность выплаты* – различают ренты *верные* (подлежат безусловной выплате) и *условные* (выплачиваются при наступлении некоторого случайного события);

– *число членов* – ренты с конечным числом членов, или *ограниченные*, и *вечные* (бесконечные);

– *момент начала ренты* – в зависимости от наличия сдвига начала срока ренты.

По отношению к началу действия контракта ренты подразделяются на *немедленные* (срок начинается сразу) и *отложенные* (отсроченные).

10. НАРАЩЕННАЯ СУММА ПОСТОЯННОЙ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ

Обозначения:

R – годовой член ренты.

p – количество платежей в году.

m – количество начислений процентов в году.

Расчётные формулы представлены в табл. 8.

8. Определение наращенной суммы постоянной финансовой ренты

Количество платежей в году	Количество начислений в году	Наращенная сумма постоянной финансовой ренты постнумерандо
$P = 1$	$m = 1$	$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}$; $S = Rs_{n;i}$
	$m > 1$	$S = R\frac{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{m} - 1} = Rs_{mn;\frac{j}{m}}$
	$m \to \infty$	$S = R\frac{e^{\delta n} - 1}{e^{\delta} - 1} = Rs_{n;\delta}$
$p > 1$	$m = 1$	$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{p[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1]} = Rs_{n;i}^{(p)}$
	$m = p$	$S = R\frac{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{j} = Rs_{mn,\frac{j}{m}}$
	$m \neq p$	$S = \frac{R}{p}\frac{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1}$

Замечание: для более оперативного решения рекомендуется использование приложения П1 учебного пособия по финансовым вычислениям, где множители наращения при данных условиях занесены в таблицы. Однако табличные значения используются, только если параметры, определяющие коэффициент, будут целыми величинами.

П р и м е р 1. Производятся взносы в течение 15 лет, ежегодно по 10 000 р., на которые начисляются проценты по сложной ставке 12% годовых. Определить наращенную сумму.

Решение.

В данной задаче рассматривается годовая рента постнумерандо. Её наращенная сумма вычисляется по формуле

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Подставляя численные значения, получаем

$$S = 10\ 000\frac{(1+0{,}12)^{15} - 1}{0{,}12} = 372797{,}1466 \text{ р.}$$

Другой способ состоит в использовании таблиц коэффициентов наращения годовой ренты.

По таблице находим: $s_{n;i}$:($n=15$ $i=0{,}12$), $s_{n;i}=37{,}27971466$, после чего определяем наращенную сумму путём умножения коэффициента наращения на размер ренты:

$$S = Rs_{n;i} = 10\ 000 \cdot 37{,}27971466 = 372797{,}1466.$$

О т в е т: Наращенная сумма составит 372797,1466 р.

П р и м е р 2. Для создания пенсионного фонда организация ежегодно перечисляет в банк ренту постнумерандо в размере 10 млн. р. На поступающие платежи начисляют сложные проценты по годовой процентной ставке 18% годовых. Определить размер фонда через 6 лет. Приняв, что банк начисляет проценты ежеквартально, определить, какой вариант начисления процентов выгоден кредитору.

Решение.

$$S = R\frac{(1+i)^n - 1}{i} = 10\frac{(1+0{,}18)^6 - 1}{0{,}18} = 94{,}41 \text{ млн. р.}$$

$$S = R\frac{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{mn} - 1}{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m} - 1} = 10\frac{\left(1+\dfrac{0{,}18}{4}\right)^{24} - 1}{\left(1+\dfrac{0{,}18}{4}\right)^{4}} = 97{,}45 \text{ млн. р.}$$

О т в е т: Кредитору выгодно ежеквартальное начисление процентов на ренту, при этом размер фонда будет составлять 97,45 млн. р.

П р и м е р 3. Господин Петров должен отдать долг в размере 200 тыс. р. Для того чтобы собрать эту сумму, Петров планирует в течение трёх лет в конце каждого полугодия вносить в банк определённую сумму, на которую каждые полгода будут начисляться сложные проценты по годовой ставке 15%. Какова должна быть величина вносимых Петровым вкладов? Рассмотреть случай, когда сумма вносится один раз в конце каждого года и проценты начисляются по той же сложной процентной ставке.

Решение.

$$S = R\frac{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}-1}{j} \Rightarrow$$

$$R = \frac{S\,j}{\left(1+\frac{j}{m}\right)^{mn}-1} = \frac{200\cdot 0{,}15}{\left(1+\frac{0{,}15}{3}\right)^{2\cdot 3}-1} = 55{,}218 \text{ тыс. р.}$$

$$S = R\frac{(1+i)^n-1}{i} \Rightarrow \; R = \frac{Si}{(1+i)^n-1} = \frac{200\cdot 0{,}15}{(1+0{,}15)^3-1} = 57{,}595 \text{ тыс. р.}$$

О т в е т: В первом случае Петрову необходимо вносить в банк сумму, равную 55,218 тыс. р., а во втором случае – сумму в 57,595 тыс. р. Первый вариант вклада для него более выгоден.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Ежегодная финансовая рента сроком на три года составляет для фирмы 40 тыс. р. Платежи осуществляются ежеквартально. Проценты в размере 10% годовых. Определить наращенную сумму такой ренты.

2. Ежегодная финансовая рента сроком на 10 лет составляет для фирмы 30 тыс. р. Проценты в размере 10% годовых начисляются ежемесячно. Определить наращенную сумму такой ренты, если выплаты производятся поквартально.

3. Платежи величиной 6000 р. вносятся ежегодно в течение трёх лет с начислением на них процентов по сложной ставке 15% годовых. Определить наращенную сумму аннуитета и коэффициент наращения.

4. В страховой фонд производятся взносы в течение десяти лет ежегодно по 10 000 тыс. р., на которые начисляются проценты по сложной ставке 5% годовых. Определить наращенную сумму ренты и коэффициент наращения.

5. Производственная фирма приняла решение о создании инвестиционного фонда. Для этого в течение пяти лет в конце каждого года вносится 10 млн. р. под сложные 20% годовых с последующей капитализацией. Определить наращенную сумму.

11. СОВРЕМЕННАЯ СТОИМОСТЬ ПОСТОЯННОЙ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ

Современная стоимость – сумма дисконтированных членов потока платежей на некоторый предшествующий момент времени. Формулы для её расчёта приведены в табл. 9.

9. Определение современной стоимости постоянной финансовой ренты

Количество платежей в году	Количество начислений в году	Современная стоимость постоянной финансовой ренты постнумерандо
$P = 1$	$m = 1$	$A = R\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i} = Ra_{n;i}$
	$m > 1$	$A = R\dfrac{1-\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-nm}}{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m}-1} = Ra_{mn;\frac{j}{m}}$
	$m \to \infty$	$A = R\dfrac{1-e^{-\delta n}}{e^{\delta}-1} = Ra_{n;\delta}$
$p > 1$	$m = 1$	$A = R\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{p[(1+i)^{\frac{1}{p}}-1]} = Ra_{n;i}^{(p)}$
	$m = p$	$A = R\dfrac{1-\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-mn}}{j} = Ra_{mn;\frac{j}{m}}$
	$m \neq p$	$A = R\dfrac{1-\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-mn}}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}}-1\right]} = Ra_{mn;\frac{j}{m}}^{(p)}$

Замечание: как для вычисления наращенной суммы, при определении современной стоимости постоянной ренты можно воспользоваться значениями коэффициентов приведения годовой финансовой ренты (приложение П2).

Пример 1. Ежегодная финансовая рента сроком на 7 лет составляет для фирмы 200 р. Платежи осуществляются поквартально. Проценты в размере 5% годовых капитализируются поквартально. Найти современную стоимость такой ренты.

Решение.

Исходя из условий задачи, выбираем расчётную формулу

$$A = R\frac{1-\left(1+\frac{j}{m}\right)^{-mn}}{j}.$$

Подставляя численные значения, получаем

$$A = 200\frac{1-\left(1+\frac{0,05}{4}\right)^{-4\cdot 7}}{0,05} = 4000 \text{ р.}$$

Ответ: Современная стоимость потока платежей составила 4000 р.

Задачи для самостоятельного решения

1. Ежегодная финансовая рента сроком на 7 лет составляет для фирмы 4000 р. Платежи осуществляются ежемесячно. Проценты в размере 10% годовых капитализируются ежемесячно. Найти современную стоимость такой ренты.

2. Ежегодная финансовая рента сроком на 15 лет составляет для фирмы 600 р. Платежи осуществляются ежегодно. Проценты в размере 20% годовых капитализируются ежемесячно. Найти современную стоимость такой ренты.

3. Ежегодная финансовая рента сроком на 6 лет составляет для фирмы 500 р. Проценты начисляются непрерывно с силой роста 0,3. Найти современную стоимость такой ренты.

4. Ежегодная финансовая рента сроком на 5 лет составляет для фирмы 600 р. Платежи осуществляются ежегодно. Проценты в размере 15% годовых капитализируются по полугодиям. Найти современную стоимость такой ренты.

5. Ежегодная финансовая рента сроком на 2 года составляет для фирмы 8000 тыс. р. Платежи осуществляются по полугодиям. Проценты в размере 5% годовых. Найти современную стоимость такой ренты.

12. ПОГАШЕНИЕ ДОЛГА В РАССРОЧКУ

Погашение основного долга равными суммами

Пусть размер долга равен Dp. Тогда $d = \dfrac{D}{n}$ – сумма, идущая ежегодно на погашение основного долга.

1. Определяем ежегодные процентные платежи: $Y_t = D_{t-1}\, i + d$.

Если долг погашается p раз в году постнумерандо, то $Y_t = \dfrac{D_{t-1}}{p} + \dfrac{D_0}{pn}$.

2. Находим остаток долга на конец года: $D_t = D_{t-1} \dfrac{n-1}{n}$.

Если долг погашается p раз в году постнумерандо, то $D_t = D_{t-1} \dfrac{pn-1}{pn}$.

Погашение долга равными срочными уплатами

1. По заданным n и i определяем коэффициент приведения годовой ренты: $a_{n;i} = \dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i} = \dfrac{1-\dfrac{1}{(1+i)^n}}{i} = \dfrac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n}$.

2. Находим ежегодные расходы по займу: $Y = \dfrac{D}{a_{n;i}}$.

3. Вычисляем $d_1 = Y - D_0 i$.

4. Платежи по погашению основного долга образуют ряд (m номер текущего года, или номер текущего платежа):

$$d_1;$$
$$d_1(1+i);$$
$$d_1(1+i)^2;$$
$$d_1(1+i)^{m-1};$$
$$\dots\dots\dots;$$
$$d_1(1+i)^{n-1}.$$

5. Проценты вычисляются как разница между расходами по займу и расходами по погашению основного долга.

П р и м е р 1. Долг в сумме 1000 тыс. р. необходимо погасить последовательными равными суммами за пять лет платежи постнумерандо. За заём выплачиваются проценты по ставке 10% годовых. Составить план погашения задолженности.

Решение.

1. Заполняется колонка «Погашение основного долга»:

$$d = \frac{1000}{5} = 200 \text{ тыс. р.}$$

2. Заполняется колонка «Остаток долга на начало года»:

$$1000 - 200 = 800;$$

$$800 - 200 = 600 \quad \text{и т.д.}$$

3. Заполняется колонка «Проценты»:

$$1000 \cdot 0{,}1 = 100;$$

$$(1000 - 200) \cdot 0{,}1 = 80 \quad \text{и т.д.}$$

4. В колонку «Расходы по займу» заносится сумма:

«Погашение основного долга» + «Проценты».

Результаты вычислений заносим в табл. 10.

10. План погашения задолженности

Год	Остаток долга на начало года	Расходы по займу	Погашение основного долга	Проценты
1	1000	300	200	100
2	800	280	200	80
3	600	260	200	60
4	400	240	200	40
5	200	220	200	20
Итого:		1300	1000	300

П р и м е р 2. Ситуация полностью соответствует условию задачи в примере 1, однако погашение производится равными срочными уплатами.

Решение.

1. $a_{5;10} = 3{,}790787$.

2. $Y = \dfrac{1000}{3{,}79079} = 263{,}797$ тыс. р.

3. $d_1 = 263{,}797 - 1000 \cdot 0{,}1 = 163{,}797$ тыс. р.

Далее по приведённой выше методике заполняем табл. 11.

11. План погашения задолженности

Год	Остаток долга на начало года	Расходы по займу	Погашение основного долга	Проценты
1	1000,000	263,797	163,797	100,000
2	836,203	263,797	180,177	83,620
3	656,025	263,797	198,195	65,603
4	457,830	263,797	218,014	45,783
5	239,816	263,797	239,816	23,982
Итого:		1318,985	1000,000	318,985

Задачи для самостоятельного решения

1. Ссуда в размере 150 тыс. р. взята под 15% годовых сроком на 3 года. Составить график ежегодного погашения задолженности, если платежи осуществляются ежегодно постнумерандо равными долями.

2. Ссуда в размере 250 тыс. р. взята под 5% годовых сроком на 4 года. Составить график ежегодного погашения задолженности, если долг погашается равными платежами.

3. Ссуда в размере 1500 тыс. р. взята под 10% годовых сроком на 4 года. Составить график ежегодного погашения задолженности, если платежи осуществляются ежегодно постнумерандо равными долями.

4. Ссуда в размере 200 тыс. р. взята под 15% годовых сроком на 3 года. Составить график ежегодного погашения задолженности, если долг погашается равными платежами.

5. Ссуда в размере 300 тыс. р. взята под 15% годовых сроком на 3 года. Составить график ежегодного погашения задолженности, если платежи осуществляются ежегодно постнумерандо равными срочными уплатами.

13. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПАРАМЕТРОВ ПОСТОЯННОЙ ФИНАНСОВОЙ РЕНТЫ ПОСТНУМЕРАНДО

Основными параметрами постоянной финансовой ренты являются член ренты R, сроки платежей n, годовая процентная ставка i.

Член ренты определяется в зависимости от исходных условий по формулам: $R = \frac{S}{s_{n;i}}$; $R = \frac{A}{a_{n;i}}$. Для расчёта сроков платежей в зависимости от конкретных условий ренты следует применять следующие формулы (табл. 12).

12. Определение срока платежа постоянной финансовой ренты постнумерандо

Количество платежей в году	Количество начислений процентов в году	Сроки платежей (n): S	Сроки платежей (n): A
$p = 1$	$m = 1$	$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{R}i + 1\right)}{\ln(1+i)}$	$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{A}{R}\right)^{-1}}{\ln(1+i)}$
	$m > 1$	$n = \frac{\ln\left\{\frac{S}{R}\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^m - 1\right] + 1\right\}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$	$n = \frac{\ln\left\{\frac{A}{R}\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^m - 1\right]\right\}^{-1}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$
$p > 1$	$m = 1$	$n = \frac{\ln\left\{\frac{S}{R}p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1\right] + 1\right\}}{\ln(1+i)}$	$n = \frac{\ln\left\{1 - \frac{A}{R}p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1\right]\right\}^{-1}}{\ln(1+i)}$
	$m = p$	$n = \frac{\ln\left(\frac{S}{R}j + 1\right)}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$	$n = \frac{\ln\left(1 - \frac{A}{R}j\right)^{-1}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$
	$m \neq p$	$n = \frac{\ln\left\{\frac{S}{R}p\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right] + 1\right\}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$	$n = \frac{\ln\left\{1 - \frac{S}{R}p\left[\left(1+\frac{j}{m}\right)^{\frac{m}{p}} - 1\right]\right\}^{-1}}{m\ln\left(1+\frac{j}{m}\right)}$

П р и м е р 1. Определить размер ежегодных платежей по сложной ставке 10% годовых для создания через пять лет фонда в размере 600 000 р.

Решение.

Член ренты вычисляется по формуле $R = \dfrac{S}{s_{n;i}}$, где $s_{n;i}$ – множитель наращения ренты. Найдём его двумя способами.

Способ 1. По таблицам множителей наращения для n = 5 и i = 0,1 находим $s_{n;i} = 6{,}0151$. Отсюда получаем ответ: $R = \dfrac{600\ 000}{6{,}0151} = 99\ 748{,}97$ р.

Способ 2. Вычисления можно произвести и не используя таблицы.

Для этого из соотношения для расчёта наращенной суммы ренты $S = R\dfrac{(1+i)^n - 1}{i}$ выражаем R:

$$R = \frac{Si}{(1+i)^n - 1} = \frac{600\ 000 \cdot 0{,}1}{(1+0{,}1)^5 - 1} = 99\ 748{,}97 \text{ р.}$$

О т в е т : Размер ежегодных платежей составит 99 748,97 р.

П р и м е р 2. Какой срок необходим для накопления 100 млн. р. при условии, что ежемесячно вносится по 12 млн. р., а на накопления ежегодно начисляются проценты по ставке 25% годовых?

Решение.

В этой задаче S = 100 млн. р.; R = 12 млн. р.; i = 0,25; p = 12; m = 1. Подставляя эти численные значения в формулу для случая $p > 1$ и $m = 1$, получаем

$$n = \frac{\ln\left\{\dfrac{S}{R}p\left[(1+i)^{\frac{1}{p}} - 1\right] + 1\right\}}{\ln(1+i)} = \frac{\ln\left\{\dfrac{100}{12}\cdot 12\left[(1+0{,}25)^{\frac{1}{12}} - 1\right] + 1\right\}}{\ln(1+0{,}25)} = 4{,}7356 \text{ года.}$$

Ответ: 4,7356 года.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Какой срок необходим для погашения задолженности в размере 1100 тыс. р. при условии, что ежегодно вносится 1 тыс. р. На сумму долга начисляются проценты по номинальной ставке 20% с поквартальной капитализацией.

2. Какой срок необходим для накопления 50 тыс. р. при условии, что ежеквартально вносится 5 тыс. р., а на накопления начисляются проценты по номинальной ставке 10% с ежемесячной капитализацией.

3. Определить размер ежегодных взносов, необходимых для создания целевого фонда в сумме 1500 тыс. р. Срок 6 лет, процентная ставка равна 10%, платежи ежегодные постнумерандо.

4. Какой срок необходим для накопления 10 000 р. при условии, что ежемесячно вносится 1 млн. р., а на накопления начисляются проценты по ставке 10% годовых.

5. Фирма «Прогресс» планирует через 3 года провести на своих автозаправочных станциях модернизацию оборудования. На эти цели необходимо выделить 150 млн. р. Банк готов заключить договор на этот срок под сложные проценты 20% годовых. Определить величину ежегодного ассигнования, позволяющую накопить указанную величину фонда.

14. ОБЛИГАЦИИ

Облигация – ценная бумага с фиксированным доходом. Это ценная бумага, свидетельствующая о том, что её держатель предоставил заём эмитенту (эмитент – юридическое лицо, выпускающее ценную бумагу: государство, банк и т.д.) этой ценной бумаги.

Доходом по облигации называется процент или купонный доход.

Существуют бескупонные облигации, доход по которым определяется в виде дисконта.

В зависимости от эмитента выделяют облигации:

– государственные;

– муниципальные;

– корпоративные.

Используем следующие обозначения:

P – рыночная цена;

n – время в годах;

N – номинал (выпускная цена облигации);

q – купонная ставка;

$i_т$ – текущая доходность;

i – полная доходность;

$K = \frac{P}{N} \cdot 100$ – курс (величина безразмерная).

Различают купонную, текущую, полную доходность облигации.

Купонная доходность определена при выпуске облигации, и, следовательно, нет необходимости её рассчитывать.

Текущая доходность характеризует отношение поступлений по купонам к цене приобретения облигаций.

Полная доходность учитывает как купонную, так и текущую доходность. Рассмотрим методику расчёта этой величины для различных видов облигаций.

Облигации без обязательного погашения с периодической выплатой

После её приобретения полная доходность равна текущей, которая, в свою очередь, равна купонной (табл. 13).

13. Определение полной доходности облигации без обязательного погашения с периодической выплатой

Ежегодные выплаты	Выплаты p раз в год
$i = i_{\text{т}} = \dfrac{q}{K} \cdot 100$	$i = \left(1 + \dfrac{100\,q}{Kp}\right)^p - 1$

Замечание: такие облигации могут рассматриваться как разновидность вечной ренты.

Облигации с нулевым купоном

Купонная и текущая доходность таких облигаций равны нулю. Доход представляет собой разность между номиналом и ценой приобретения. Курс такой облигации всегда меньше 100. Полная доходность рассчитывается по формуле

$$i = \frac{1}{\sqrt[n]{\dfrac{K}{100}}} - 1,$$

где n – срок до погашения облигации в годах.

Облигации с выплатой процентов и номинала в конце срока

Проценты начисляются сразу за весь срок и выплачиваются одной суммой вместе с номиналом. Текущая доходность нулевая. Полная доходность рассчитывается по формуле

$$i = \frac{1+q}{\sqrt[n]{\dfrac{K}{100}}} - 1.$$

Облигации с периодической выплатой процентов и погашением номинала в конце срока

Текущая доходность: $i_{\text{т}} = \dfrac{qN}{P} = \dfrac{q}{K} \cdot 100$.

Полная доходность: $i = i' + \dfrac{K' - K}{K' - K''}(i'' - i')$.

Здесь i' и i'' – нижнее и верхнее значения ставки, ограничивающие интервал, в пределах которого, как ожидается, находится неизвестное значение ставки K' и K'' – расчётные значения курса для ставок i' и i'' соответственно.

П р и м е р 1. 98 облигаций номиналом 2500 р. и сроком погашения 2 года куплены по курсу 95 р. Проценты по облигациям выплачиваются в конце срока по сложной ставке 20% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

Решение.

По условию имеем: $N = 2500$ р.; $n = 2$; $K = 95$ р.; $q = 0{,}2$; $d = 98$ – количество облигаций.

Рассмотрим случай облигации с выплатой процентов и номинала в конце срока.

1. Полная доходность определяется по формуле

$$i = \frac{1+q}{\sqrt[n]{\dfrac{K}{100}}} - 1 = \frac{1+0{,}2}{\sqrt{\dfrac{95}{100}}} - 1 = 0{,}23114;\ i = 23{,}11\,\%.$$

2. Находим сумму, потраченную на покупку пакета облигаций:

$$P = d\,\frac{NK}{100} = 98\,\frac{2500 \cdot 95}{100} = 232\ 750 \text{ р.}$$

3. Определим сумму, полученную при наращении по эффективной процентной ставке:

$$S = P(1+i)^n = 232\ 750(1+0{,}23114)^2 = 352\ 628{,}9 \text{ р.}$$

4. Доход владельца облигаций определяется как разность между наращенной суммой и рыночной ценой облигаций:

$$D = S - P = 352\ 628{,}9 - 232\ 750 = 119\ 878{,}9 \text{ р.}$$

Рассмотрим теперь случай облигации с нулевым купоном.

1. Полная доходность определяется как

$$i = \sqrt[n]{\frac{100}{K}} - 1 = \sqrt{\frac{100}{95}} - 1 = 0{,}025978;\ i = 2{,}6\ \%.$$

2. Доход определяется как разница между ценой покупки и номиналом:

$$D = dN - d\,\frac{NK}{100} = dN\left(1 - \frac{K}{100}\right) = 98 \cdot 2500 \cdot \left(1 - \frac{95}{100}\right) = 12\ 250 \text{ р.}$$

О т в е т : Для облигаций с выплатой процентов и номинала в конце срока доходность составила 23,11% , при этом доход равен 119 878,9 р.

Для облигаций с нулевым купоном доходность составила 2,6%, при этом доход равен 12 250 р.

З а д а ч и д л я с а м о с т о я т е л ь н о г о р е ш е н и я

1. Двести облигаций номиналом 100 р. и сроком погашения 2 года куплены по курсу 91 р. Проценты по облигациям выплачиваются в конце срока по сложной ставке 30% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

2. Сорок облигаций номиналом 1000 р. и сроком погашения 2 года куплены по курсу 75 р. Проценты по облигациям выплачиваются в конце срока по сложной ставке 2% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

3. Облигация номиналом 15 000 р. и сроком погашения 2 года куплена по курсу 91 р. Проценты по облигациям выплачиваются в конце срока по сложной ставке 9% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

4. Облигация номиналом 5 тыс. р. и сроком погашения 2 года куплена по курсу 95 р. Проценты по облигации выплачиваются в конце срока по сложной ставке 30% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

5. Четырнадцать облигаций номиналом 500 тыс. р. и сроком погашения 2 года куплены по курсу 94 р. Проценты по облигациям выплачиваются в конце срока по сложной ставке 25% годовых. Определить общий доход и доходность данной финансовой операции в виде эффективной годовой процентной ставки. Решить эту же задачу в случае нулевого купона.

15. ПОКАЗАТЕЛИ ЭФФЕКТА И ЭФФЕКТИВНОСТИ ИНВЕСТИЦИОННЫХ ПРОЕКТОВ

Инвестиции – это долгосрочные финансовые вложения экономических ресурсов с целью создания и получения выгоды в будущем, которая должна быть выше начальной величины вложений.

Инвестиционный процесс – это последовательность связанных инвестиций, растянутых во времени, отдача от которых также распределена во времени. Этот процесс характеризуется двусторонним потоком платежей, где отрицательные члены потока являются вложениями денежных средств в инвестиционный проект, а положительные члены потока – доходы от инвестированных средств.

Поскольку денежные средства распределены во времени, то и здесь фактор времени играет важную роль.

При оценке инвестиционных проектов используется *метод расчёта чистого приведённого дохода*, который предусматривает дисконтирование денежных потоков: все доходы и затраты приводятся к одному моменту времени.

Центральным показателем в рассматриваемом методе является показатель NPV (Net Present Value) – текущая стоимость денежных потоков за вычетом текущей стоимости денежных оттоков. Это обобщённый конечный результат инвестиционной деятельности в абсолютном измерении.

При разовой инвестиции расчёт чистого приведённого дохода можно представить следующим выражением:

$$\mathrm{NPV} = \sum_{k=1}^{n} [R_k / (1+i)^k] - IC,$$

где R_k – годовые денежные поступления в течение n лет, k = 1, 2, …, n; i – ставка дисконтирования; IC – стартовые инвестиции.

Важным моментом является выбор ставки дисконтирования, которая должна отражать ожидаемый усреднённый уровень ссудного процента на финансовом рынке. Для определения эффективности инвестиционного проекта отдельной фирмой в качестве ставки дисконтирования применяется средневзвешенная цена капитала, используемого фирмой для финансирования данного инвестиционного проекта.

Если проект предполагает не разовую инвестицию, а последовательное инвестирование финансовых ресурсов в течение нескольких лет (m), то формула для расчёта модифицируется:

$$\mathrm{NPV} = \sum_{k=1}^{n} [R_k / (1+i)^k] - \sum_{j=1}^{m} [IC_j / (1+i)^j].$$

Показатель NPV является абсолютным приростом, поскольку оценивает, насколько приведённый доход перекрывает приведённые затраты:

- при NPV > 0 проект следует принять;
- при NPV < 0 проект не принимается;
- при NPV = 0 проект не имеет ни прибыли, ни убытков.

Необходимо отметить, что показатель NPV отражает прогнозную оценку изменения экономического потенциала фирмы в случае принятия данного проекта.

Одно из важных свойств данного критерия, что показатель NPV различных проектов можно суммировать, поскольку он аддитивен во времени. Это позволяет использовать его при анализе оптимальности инвестиционного портфеля.

Как правило, основываются на том, что величина NPV находится на начало реализации инвестиционного проекта, однако можно определять эту величину на момент завершения процесса вложений или на иной момент времени.

Напомним, что ставка дисконтирования – результат выбора, субъективного суждения. Кроме того, при высоком уровне ставки отдалённые платежи будут оказывать на величину NPV малое влияние, поэтому варианты, отличающиеся по продолжительности периодов отдачи, могут оказаться равноценными по конечному экономическому эффекту.

Для анализа инвестиций применяют и такой показатель, как *срок окупаемости* (*payback period method*) – продолжительность времени, в течение которого дисконтированные на момент завершения инвестиций прогнозируемые денежные поступления равны сумме инвестиций. Иными словами, это сумма лет, необходимых для возмещения стартовых инвестиций:

$$\sum_{k=1}^{n}[R_k/(1+i)^k]=\sum_{j=1}^{m}IC,$$

т.е. NPV = 0.

Период окупаемости можно определить как ожидаемое число лет по упрощённой формуле

$n_{\text{ок}}$ = Число лет до года окупаемости + (Невозмещённая стоимость на начало года окупаемости / Приток наличности в течение года окупаемости).

Данный показатель определяет срок, в течение которого инвестиции будут "заморожены", поскольку реальный доход от инвестиционного проекта начнёт поступать только по истечении периода окупаемости.

Если доходы можно представить в виде аннуитета, то

$$n_{\text{ок}}=\frac{-\ln\left(1-\frac{IC}{R}i\right)}{\ln(1+i)}.$$

Срок окупаемости существует, если не нарушаются определённые соотношения между поступлениями и размером инвестиций. При ежегодных постоянных поступлениях это соотношение имеет вид:

$$R_k < IC\, i,$$

т.е. не всякий уровень дохода при прочих равных условиях приводит к окупаемости инвестиций.

При анализе эффективности инвестиционных проектов широко используется показатель *внутренней нормы доходности* (IRR – Internal Rate of Return) – это ставка дисконтирования, приравнивающая сумму приведённых доходов от инвестиционного проекта к величине инвестиций, т.е. вложения окупаются, но не приносят прибыль. Величина этой ставки полностью определяется «внутренними» условиями, характеризующими инвестиционный проект.

Применение данного метода сводится к последовательной итерации (повторениям) нахождения дисконтирующего множителя, пока не будет обеспечено равенство NPV = 0.

Выбирают два значения коэффициента дисконтирования, при которых функция NPV меняет свой знак, и используют формулу

$$\mathrm{IRR} = i_1 + \mathrm{NPV}(i_1)/[\mathrm{NPV}(i_1) - \mathrm{NPV}(i_2)]\,(i_2 - i_1).$$

Инвестор сравнивает полученное значение IRR со ставкой привлечённых финансовых ресурсов (CC – Cost of Capital):

– если IRR > CC, то проект можно принять;
– если IRR < CC, проект отвергается;
– если IRR = CC, проект имеет нулевую прибыль.

Пример 1. Фирма рассматривает целесообразность инвестиционного проекта, стоимость которого составляет 210 тыс. долларов. По прогнозам ежегодные поступления составят 55 тыс. долларов. Проект рассчитан на 5 лет. Необходимая норма прибыли составляет 8%. Следует ли принять этот проект?

Решение.

(Задача решается с использованием формулы современной величины обычной ренты.)

Чистая стоимость проекта равна

$$\mathrm{NPV} = 55\,000\,(1{,}08)^{-1} + 55\,000\,(1{,}08)^{-2} + 55\,000\,(1{,}08)^{-3} + 55\,000\,(1{,}08)^{-4} +$$

$$+ 55\,000\,(1{,}08)^{-5} - 210\,000 = 50\,926 + 42\,867 + 39\,692 + 36\,751 +$$

$$+ 34\,029 - 210\,000 = 204\,265 - 210\,000 = -5735 \text{ долларов.}$$

Ответ: поскольку величина чистой текущей стоимости –5735 долларов, т.е. NPV < 0, то проект не может быть принят.

П р и м е р 2. Рассчитать срок окупаемости проекта, для которого размер инвестиций составляет 1 млн р., а денежные поступления в течение 5 лет будут составлять: 200; 500; 600; 800; 900 тыс. р. соответственно. Ставка дисконтирования 15%.

Решение.

Рассчитаем дисконтированный денежный поток.

Период	0	1	2	3	4	5
Денежный поток	–1000	200	500	600	800	900
Дисконтированный денежный поток	–1000	174	378	394	458	447
Накопленный дисконтированный денежный поток	–1000	–826	–448	–54	404	851

Срок окупаемости проекта

$$k_{\text{ок}} = 3 + 54/458 = 3{,}12.$$

О т в е т: Таким образом, период, реально необходимый для возмещения инвестированной суммы, составит 3,12 года, или 3 года и 44 дня.

П р и м е р 3. Рассчитать внутреннюю ставку доходности по проекту, где затраты составляют 1200 тыс. р., а доходы 50; 200; 450; 500 и 600 тыс. р.

Решение.

Расчёт по ставке 5%:

$$NPV = 47\,619 + 181\,406 + 388\,767 + 411\,351 + 470\,116 - 1\,200\,000 = 299\,259.$$

Поскольку NPV > 0, то новая ставка дисконтирования должна быть больше 5%.

Расчёт по ставке 15%:

$$NPV = 43\,478 + 151\,229 + 295\,882 + 285\,877 + 298\,306 - 1\,200\,000 = -125\,228.$$

Вычисляем внутреннюю ставку доходности:

$$IRR = 5 + \left[299\,259 / [299\,259 - (-125\,228)]\right] (15 - 5) = 12{,}05.$$

Внутренняя норма доходности проекта равна 12,05%.

О т в е т: 12,05 %.

Точность вычисления обратна величине интервала между выбираемыми процентными ставками, поэтому для уточнения величины процентной ставки длина интервала принимается за 1%.

Пример 4. Уточнить величину ставки для предыдущего примера.

Решение.

Для процентной ставки 11%

NPV = 45 045 + 162 324 + 329 036 + 329 365 + 356 071 – 1 200 000 = 21 841.

Для процентной ставки 12%

NPV = 44 643 + 159 439 + 320 301 + 317 759 + 340 456 – 1 200 000 = –17 402.

Уточнённая величина

IRR = 11 + [21 841 / [21 841 – (–17 402)]] (12 – 11) = 11,56.

Ответ: Ставка 11,56% является верхним пределом процентной ставки, по которой фирма может окупить кредит для финансирования инвестиционного проекта.

Задачи для самостоятельного решения

1. В течение трёх лет каждый год инвестируется по 10 тыс. долларов с 15% доходом. Определить стоимость размещённого капитала в конце периода.

2. Инновационный проект потребует для своего осуществления 5 лет и затрат капитала 365 млн. р., которые необходимо инвестировать сразу же, и ещё 135 млн. р. в следующем году.

Прибыль, которую предполагается получать в год после завершения проекта, – 175 млн. р. Проект намечается финансировать из собственных средств. Определить, выгодно ли осуществление проекта для его организатора в условиях, когда средний процент, выплачиваемый по депозитам, равен 30.

3. Компания А считает, что для покупаемого оборудования период окупаемости 2 года или менее. Капиталовложения в оборудование 5 000 долларов. И ожидается, что отдача составит 1000 долларов в течение 10 лет жизненного цикла проекта. Используется ставка дисконтирования 10%.

Следует ли покупать оборудование?

4. Инвестор решил приобрести деревообрабатывающее предприятие стоимостью 600 млн. р. Ежегодные прогнозируемые в течение последующих 10 лет свободные от долгов поступления составят 1300 млн. р. В конце 10-го года инвестор планирует продать предприятие по цене

900 млн. р. Ставка дисконтирования принимается на уровне минимально приемлемого для инвестора дохода и равна 13% годовых.

Требуется рассчитать величину чистого приведённого дохода и принять решение об инвестировании.

5. Акционерное общество планирует осуществление инвестиционного проекта, предполагающего ежегодные вложения по 100 млн. р. в течение трёх лет, после чего – в начале 4-го года – новый объект можно начать использовать. По расчётам, это обеспечит АО получение чистого дохода (после уплаты налогов) в размере 100 млн. р. ежегодно на протяжении 5 лет. Ставка дисконтирования в АО принята на уровне 10% в год. Оценить приемлемость инвестиционного проекта применительно к дате сдачи нового объекта в эксплуатацию.

ТЕСТЫ

Тест № 1 (*простые проценты*)

1. Что означает принцип финансовой неравноценности денег, относящихся к различным моментам времени?

а) обесценивание денег в связи с инфляцией;

б) возрастание риска с увеличением срока ссуды;

в) возможность инвестировать деньги с целью получить доход;

г) снижение себестоимости товаров в связи с научно-техническим прогрессом.

2. Укажите возможные способы измерения ставок процентов:

а) только процентами;

б) только десятичной дробью;

в) только натуральной дробью с точностью до 1/32;

г) процентами, десятичной или натуральной дробью.

3. Укажите формулу наращения по простым процентам:

а) $S = P(1 + ni)$; в) $P = S(1 - ni)$;

б) $S = P(1 - nd)$; г) $P = S(1 - nd)$.

4. В чём сущность французской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближённого срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближённого срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

5. В чём сущность германской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближённого срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближённого срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

6. В чём сущность британской практики начисления простых процентов?

а) в использовании обыкновенных процентов и приближённого срока ссуды;

б) в использовании точных процентов и приближённого срока ссуды;

в) в использовании точных процентов и точного срока ссуды;

г) в использовании обыкновенных процентов и точного срока ссуды.

7. Укажите формулу расчёта наращенной суммы, когда применяется простая ставка, дискретно изменяющаяся во времени:

а) $S = P\left(1-n_1d_1\right)\left(1-n_2d_2\right)...\left(1-n_kd_k\right)$;

б) $S = P\left(1-n_1d_1\right)^{-1}\left(1-n_2d_2\right)^{-1}...\left(1-n_kd_k\right)^{-1}$;

в) $S = P\left(1+n_1i_1+n_2i_2+...+n_ki_k\right)$;

г) $S = P\left(1+n_1i_1\right)\left(1+n_2i_2\right)...\left(1+n_ki_k\right)$.

8. Укажите формулу расчёта наращенной суммы в операции с реинвестированием под дискретно изменяющуюся простую ставку процентов:

а) $S = P\left(1-n_1d_1\right)\left(1-n_2d_2\right)...\left(1-n_kd_k\right)$;

б) $S = P\left(1-n_1d_1\right)^{-1}\left(1-n_2d_2\right)^{-1}...\left(1-n_kd_k\right)^{-1}$;

в) $S = P\left(1+n_1i_1+n_2i_2+...+n_ki_k\right)$;

г) $S = P\left(1+n_1i_1\right)\left(1+n_2i_2\right)...\left(1+n_ki_k\right)$.

9. Укажите формулу математического дисконтирования в случае применения простой процентной ставки:

а) $P = S(1 + ni)^{-1}$; в) $S = P(1 - dn)$;

б) $S = P(1 - ni)$; г) $P = S(1 - dn)$.

10. Укажите формулу банковского учёта по простой учётной ставке:

а) $P = S(1 + ni)^{-1}$; в) $S = P(1 - dn)$;

б) $S = P(1 - ni)$; г) $P = S(1 - dn)$.

Тест № 2 (*сложные проценты*)

1. Укажите формулу, по которой вычисляется срок удвоения первоначальной суммы при применении сложных процентов:

а) $n = \frac{1}{i}$; б) $n = \frac{0,7}{i}$; в) $n = \frac{0,5}{i}$; г) $n = \frac{0,3}{i}$.

2. Укажите формулу наращения по сложным процентам:

а) $S = Pn(1 + i)$; в) $S = P(1 + i)^n$;

б) $S = P^n(1 + i)$; г) $S = P(1 + ni)^n$.

3. Как вычисляется наращенная сумма при применении сложных процентов, если ставка дискретно меняется во времени?

а) $S = P^{n_1 n_2 \dots n_k}(1+i_1)(1+i_2)\dots(1+i_k)$;

б) $S = P\left(1+i_1^{n_1}\right)\left(1+i_2^{n_2}\right)\dots\left(1+i_k^{n_k}\right)$;

в) $S = P(1+i_1)^{n_1}(1+i_2)^{n_2}\dots(1+i_k)^{n_k}$;

г) $S = P(1+n_1 i_1)(1+n_2 i_2)\dots(1+n_k i_k)$.

4. Укажите формулу математического дисконтирования по сложной ставке:

а) $P = S(1+i)^{-n}$; в) $P = S(1-ni)^{-1}$;

б) $P = S(1-nd)$; г) $P = S(1-d)^{-n}$.

5. Укажите формулу банковского учёта по сложной учётной ставке:

а) $P = S(1+i)^{-n}$; в) $P = S(1-ni)^{-1}$;

б) $P = S(1-nd)$; г) $P = S(1-d)^{-n}$.

6. Какая из формул верно определяет сложную учётную ставку?

а) $d = \left(\frac{P}{S}\right)^{1/n} - 1$; в) $d = 1 - \left(\frac{P}{S}\right)^{1/n}$;

б) $d = \left(\frac{S}{P}\right)^{1/n} - 1$; г) $d = 1 - \left(\frac{S}{P}\right)^{1/n}$.

7. Какая из формул определяет сложную ставку?

а) $d = \left(\frac{P}{S}\right)^{1/n} - 1$; в) $d = 1 - \left(\frac{P}{S}\right)^{1/n}$;

б) $d = \left(\frac{S}{P}\right)^{1/n} - 1$; г) $d = 1 - \left(\frac{S}{P}\right)^{1/n}$.

8. Какая из формул верно определяет номинальную сложную учётную ставку?

а) $f = m\left[1-\left(\frac{P}{S}\right)^{\frac{1}{mn}}\right]$; в) $f = m\left[1-\left(\frac{S}{P}\right)^{\frac{1}{mn}}\right]$;

б) $f = m\left[\left(\frac{P}{S}\right)^{\frac{1}{mn}}-1\right]$; г) $f = m\left[\left(\frac{S}{P}\right)^{\frac{1}{mn}}-1\right]$.

9. Какая формула верно отражает связь между сложной номинальной учётной ставкой и сложной годовой учётной ставкой?

а) $f = m\left[(1-d)^{1/m}-1;\right]$; в) $f = m\left[1-(1-d)^{n/m}\right]$;

б) $f = m\left[(1-d)^{n/m}-1\right]$; г) $f = m\left[1-(1-d)^{1/m}\right]$.

10. Какая формула верно определяет силу роста?

а) $\delta = \frac{1}{n}\log\left(\frac{S}{P}\right)$; в) $\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{S}{P}\right)$;

б) $\delta = \frac{1}{n}\lg\left(\frac{S}{P}\right)$; г) $\delta = \frac{1}{n}\ln\left(\frac{P}{S}\right)$.

Тест № 3 (*инфляция*)

1. Как определяется брутто-ставка простых процентов r по реальной ставке i и индексу цен J_p ?

а) $r = \frac{1+ni}{J_p}-1$; в) $r = \frac{1+ni}{J_p}$;

б) $r = \left(1+\frac{ni}{J_p}\right)-1$; г) $r = \frac{(1+ni)J_p-1}{n}$.

2. Как определяется брутто-ставка сложных процентов r по реальной ставке i и темпу инфляции h?

а) $r = i+h+ih$; в) $r = i-h$;

б) $r = i+h$; г) $r = \frac{i}{1+h}$.

3. Как определяется инфляционная премия при начислении простых процентов?

а) $\dfrac{S-P}{J_p}$; в) $r-i$;

б) $\dfrac{S}{PJ_p}$; г) $r-\left(\sqrt[n]{J_p}-1\right)$.

4. Как определяется инфляционная премия при начислении сложных процентов?

а) $h+ih$; в) h;

б) $r-\left(\sqrt[n]{J_p}-1\right)$; г) $\dfrac{S}{PJ_p}$;

5. Как годовой темп инфляции (прироста цен) h связан с индексом цен J_p за срок n?

а) $h=J_p-1$; в) $h=\left(J_p\right)^n-1$;

б) $h=\sqrt[n]{J_p}-1$; г) $h=\left(J_p-1\right)^n$.

6. Как индекс покупательской способности денег связан с индексом цен?

а) $J_{\text{пс}}=J_p-1$; в) $J_{\text{пс}}=\dfrac{1}{J_p-1}$;

б) $J_{\text{пс}}=\dfrac{1}{J_p}$; г) $J_{\text{пс}}=\dfrac{1}{J_p/n}$.

7. Цены выросли за квартал в 1,2 раза. Какому годовому индексу цен соответствует такой темп?

а) $(1{,}2-1)\cdot 4+1=1{,}8$; в) $\sqrt[4]{1{,}2}=1{,}0466$;

б) $1{,}2^4=2{,}0736$; г) $1{,}2^4-1=1{,}0736$.

8. Как измеряется реальная ставка простых процентов при годовом темпе инфляции h?

а) $i=\dfrac{1}{n}\left[\dfrac{1+nr}{(1+h)^n}-1\right]$; в) $i=\dfrac{1}{n}\left[1+n\left(\dfrac{r}{h}\right)\right]$;

б) $i = \sqrt[n]{\left[\frac{1+nr}{(1+h)^n} - 1\right]}$; г) $i = \frac{1}{n}\left(\frac{1+r}{1+h} - 1\right)$.

9. Как измеряется реальная ставка сложных процентов при годовом темпе инфляции h?

а) $i = \frac{r-h}{1-h}$; в) $i = \frac{r-h-rh}{1+h}$;

б) $i = \frac{r-h+rh}{1+h}$; г) $i = \frac{r-h}{1+h}$.

10. Чему равен налог за год t при начислении сложных процентов, если налоговая ставка равна g?

а) $P = \left[(1+i)^t - (1+i)^{t-1}\right]g$; в) $Pg^t(1+i)$;

б) $Pg(1+i)^t$; г) $P[g(1+i)]^t$.

Тест № 4 (рента)

1. Что такое рента постнумерандо?

а) рента, образуемая платежами после некоторого указанного момента времени;

б) рента, платежи которой поступают в конце каждого периода;

в) рента, платежи которой скорректированы с учётом инфляции;

г) рента, платежи которой скорректированы на величину налога.

2. Что такое рента пренумерандо?

а) рента, образуемая платежами до некоторого указанного момента времени;

б) рента, платежи которой поступают в начале каждого периода;

в) рента, платежи которой поступают до корректировки на инфляцию;

г) рента, платежи которой поступают до корректировки на величину налога.

3. Что такое p-срочная рента?

а) рента со сроком p лет;

б) рента с периодом начисления процентов p лет;

в) рента с p платежами в году;

г) рента с p начислениями процентов в году.

4. Как связаны между собой современная величина и наращенная сумма ренты?

а) $A(1+i)^n = S$; в) $Ani = S$;

б) $An(1+i) = S$; г) $A = S\,i^n$.

5. Укажите коэффициент наращения обычной годовой ренты при однократном начислении процентов в году:

а) $\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$;   в) $\dfrac{(1+i)^n-1}{(1+i)}$;

б) $\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$;   г) $\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{1-i}$.

6. Укажите коэффициент приведения обычной годовой ренты при однократном начислении процентов в году:

а) $\dfrac{(1+i)^n-1}{i}$;   в) $\dfrac{(1+i)^n-1}{(1+i)}$;

б) $\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{i}$;   г) $\dfrac{1-(1+i)^{-n}}{1-i}$.

7. Укажите коэффициент наращения обычной p-срочной ренты при m-кратном начислении процентов в году в общем случае:

а) $\dfrac{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{mn}-1}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$;   в) $\dfrac{\left(1-\dfrac{j}{m}\right)^{mn}-1}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$;

б) $\dfrac{1-\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-mn}}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$;   г) $\dfrac{1-\left(1-\dfrac{j}{m}\right)^{mn}}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$.

8. Укажите коэффициент приведения обычной p-срочной ренты при m-кратном начислении процентов в году в общем случае:

а) $\dfrac{\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{mn}-1}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$;   в) $\dfrac{\left(1-\dfrac{j}{m}\right)^{mn}-1}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$;

б) $\dfrac{1-\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{-mn}}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$; г) $\dfrac{1-\left(1-\dfrac{j}{m}\right)^{mn}}{p\left[\left(1+\dfrac{j}{m}\right)^{m/p}-1\right]}$.

9. Укажите формулу определения срока обычной годовой ренты при однократном начислении процентов в году:

а) $\dfrac{\ln\left(\dfrac{S}{R}i+1\right)}{\ln(1+i)}$; в) $\dfrac{-\ln\left(\dfrac{S}{R}i+1\right)}{\ln(1+i)}$;

б) $\dfrac{-\ln\left(1-\dfrac{S}{R}i\right)}{\ln(1+i)}$; г) $\dfrac{\ln\left(\dfrac{S}{Ri}+1\right)}{\ln(1+i)}$.

ДОПОЛНИТЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

1. Предоставлена ссуда в размере 7 тыс. р. 10 февраля с погашением 10 июня под простую ставку 20% годовых (год не високосный). Рассчитать всеми известными способами сумму к погашению.

2. Найти величину дохода кредитора, если за предоставление в долг на полгода некоторой суммы денег он получил от заёмщика в совокупности 6,3 тыс. р. При этом применялась простая процентная ставка в 10% годовых.

3. При обращении 6 июля в банк с целью получения кредита предприниматель получил 10 тыс. р. Найти, какую сумму должен будет возвратить предприниматель, если долг необходимо вернуть 14 сентября того же года и начисленные простые проценты по ставке 12% годовых, которые были удержаны банком в момент предоставления кредита. Использовать способ 365/360.

4. Товар ценой в 3 тыс. р. продаётся в кредит на 2 года под 12% годовых с равными ежеквартальными погасительными платежами, причём начисляются простые проценты. Определить долг с процентами, проценты и величину разового погасительного платежа.

5. Через полгода после заключения финансового соглашения о получении кредита должник обязан заплатить 2,14 тыс. р. Какова первоначальная величина кредита, если он выдан под 14% годовых и начисляются обыкновенные простые проценты с приближённым числом дней?

6. Векселедержатель предъявил для учёта вексель на сумму 50 тыс. р. со сроком погашения 28 сентября 1997 г. Вексель предъявлен 13 сентября 1997 г. Банк согласился учесть вексель по простой учётной ставке 30% годовых. Определить сумму, которую векселедержатель получит от банка.

7. Вексель на сумму 15 тыс. р. предъявлен в банк за 90 дней до срока погашения. Банк учитывает вексель по простой процентной ставке 22% годовых. Определить сумму, полученную предъявителем векселя, и величину дисконта банка, если при учёте использовался способ 365/365.

8. Банк учитывает вексель за 210 дней до срока по простой учётной ставке 12%, используя временную базу в 360 дней. Определить доходность такой операции по простой процентной ставке наращения при временной базе, равной 365.

9. На капитал в 3 млн. р. в течение 3 лет осуществляется наращение простыми процентами по учётной ставке 33%. Найти приращение первоначального капитала за каждый год и общую наращенную сумму.

10. Предприятие продало товар на условиях потребительского кредита с оформлением простого векселя: номинальная стоимость 150 тыс. р., срок векселя 60 дней, ставка простых процентов за предоставленный кредит 15% годовых. Через 45 дней с момента оформления векселя предприятие решило учесть вексель в банке; предложенная банком дисконтная ставка простых процентов составляет 25%. Рассчитать суммы, получаемые предприятием и банком, если используется способ 365/360.

11. Депозит в 200 тыс. р. положен в банк на 4 года под 15% годовых. Найти наращенную сумму, если ежегодно начисляются сложные проценты.

12. Предприниматель получил в банке ссуду в размере 25 тыс. р. сроком на 6 лет на следующих условиях: для первого года процентная ставка сложных процентов равна 10% годовых; на следующие два года устанавливается маржа в размере 0,4% и на последующие годы маржа равна 0,7%. Найти сумму, которую предприниматель должен вернуть в банк по окончании срока ссуды.

13. Банк предоставил ссуду в размере 10 тыс. р. на 30 месяцев под 30% годовых на условиях ежегодного начисления процентов по смешанной схеме. Какую сумму предстоит вернуть банку по истечении срока?

14. Вкладчик хотел бы за 5 лет удвоить сумму, помещаемую в банк на депозит. Какую годовую номинальную процентную ставку должен предложить банк при начислении сложных процентов каждые полгода?

15. Предприниматель может получить ссуду либо на условиях ежемесячного начисления процентов из расчёта 26% годовых, либо на условиях полугодового начисления процентов из расчёта 27%. Какой вариант более предпочтителен?

16. Из какого капитала можно получить 4 тыс. р. через 5 лет наращением сложными процентами по ставке 12%, если наращение осуществлять ежеквартально? Какая получится при этом величина дисконта?

17. Определить современное значение суммы в 4 тыс. р. смешанным способом, если она будет выплачена через 2 года и 3 месяца и дисконтирование производилось по полугодиям по номинальной годовой учётной ставке 10%.

18. Рассчитать эффективную годовую учётную ставку при различной частоте начисления дисконта (ежегодно, ежемесячно, ежедневно) и номинальной учётной ставке сложных процентов, равной 10%. Количество дней в году принять равным 365.

19. На вклад ежемесячно начисляются сложные проценты по номинальной годовой процентной ставке 16%. За какой срок первоначальный капитал увеличится в 3 раза? Чему будет равна эффективная ставка, эквивалентная номинальной?

20. За долговое обязательство в 300 тыс. р. банком было выплачено 200 тыс. р. За какое время до срока погашения было учтено это обязательство, если банком использовалась эффективная учётная ставка 8% годовых? Чему будет равна при таких условиях номинальная учётная ставка при ежемесячном дисконтировании?

21. На какой срок клиент банка может взять кредит в размере 4 тыс. р. под простые проценты с условием, чтобы величина возвращаемой суммы не превышала 4,2 тыс. р., если процентная ставка равна 12% и в расчёт принимаются точные проценты с точным числом дней?

22. Каковы будут эквивалентные номинальные годовые процентные ставки с начислениями по полугодиям и ежеквартально, если соответствующая им эффективная ставка равна 20%?

23. Срок оплаты векселя составляет 3 месяца по сложной учётной ставке 27%. Оценить доходность операции по эквивалентной номинальной ставке дисконтирования и силе роста, если номинальная ставка начисляется раз в полгода.

24. На вклад в 2 тыс. р. начисляются непрерывные проценты. Найти наращенную сумму за 7 лет, если сила роста изменяется следующим образом: в первые два года равна 8%; в следующие три года – 10% и в каждый оставшийся год увеличивается на 0,5%.

25. На вклад начисляются сложные проценты: а) ежегодно; б) ежеквартально; в) ежемесячно. Какова должна быть годовая номинальная процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если ежемесячный темп инфляции составляет 3%?

26. При выдаче кредита на несколько лет на условиях начисления сложных процентов банк желает обеспечить реальную доходность такой финансовой операции в 16% годовых по сложной ставке процентов. Какую процентную ставку по кредиту должен установить банк, если инфляция прогнозируется в среднем 10% в год.

27. Вексель на сумму 45 тыс. р. был учтён за 3 года до срока погашения, и предъявитель векселя получил 18 тыс. р. Найти реальную доходность этой финансовой операции в виде эффективной учётной ставки, если среднегодовой темп инфляции ожидается равным 14%.

28. На вклад в течение 15 месяцев начисляются проценты: а) по схеме сложных процентов; б) по смешанной схеме. Какова должна быть процентная ставка, при которой происходит реальное наращение капитала, если каждый квартал цены увеличиваются на 8%?

29. Клиент положил в банк 60 тыс. р. под простую процентную ставку 40% годовых и через полгода с учётом уплаты налога на проценты получил 70,2 тыс. р. Определить ставку налога на проценты.

30. На вклад в 2 млн. р. в течение четырёх лет начислялись каждые полгода сложные проценты по годовой номинальной ставке наращения 12%. Определить наращенную сумму после уплаты налога на проценты, если ставка налога равна 8%.

31. В течение шести лет на счёт в банке ежедневно будут поступать одинаковые платежи, каждый год, составляя в сумме 40 тыс. р. Определить сумму, накопленную к концу шестого года при использовании процентной ставки 12% годовых. Количество дней в году принять равным 360.

32. Страховая компания, заключив на 4 года договор с некоторой фирмой, получает от неё страховые взносы по 20 тыс. р. в конце каждого полугодия. Эти взносы компания помещает в банк под 12% годовых. Найти современную стоимость суммы, которую получит страховая компания по данному контракту, если проценты начисляются ежемесячно.

33. Некоторое предприятие хочет создать фонд в размере 200 тыс. р. С этой целью в конце каждого года предприятие предполагает вносить по 50 тыс. р. в банк под 18% годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда.

34. Некоторая фирма хочет создать фонд в размере 350 тыс. р. С этой целью в конце каждого года фирма предполагает вносить по 60 тыс. р. в банк под 28% годовых. Найти срок, необходимый для создания фонда, если банк начисляет сложные проценты: ежегодно, по полугодиям, ежемесячно.

35. Предприниматель получил на 5 лет ссуду в размере 400 тыс. р., причём ежегодно он должен выплачивать кредитору проценты по ставке 20%. Одновременно с получением ссуды предприниматель (для её погашения) создаёт страховой фонд, в который в конце каждого года будет делать одинаковые взносы, чтобы к моменту возврата долга накопить 400 тыс. р. Определить суммарные ежегодные затраты предпринимателя, если на деньги, находящиеся в фонде, начисляются сложные проценты по ставке 24%.

36. Вы имеете возможность инвестировать одинаковую сумму денег в один из двух проектов. Первый проект позволит получить бессрочную ренту постнумерандо с ежегодными выплатами в размере 20 тыс. р. Второй проект принесёт 40 тыс. р. и 100 тыс. р. в течение одного года и двух лет соответственно. Какой из этих проектов лучше, если процентная ставка составляет 25% годовых? Можно ли так изменить процентную ставку, что ответ изменится на противоположный?

37. Фирма собирается учредить фонд для ежегодной (в конце года) выплаты пособий своим работникам. Определить сумму, которую фирма должна поместить на депозит в банк, чтобы обеспечить получение неограниченно долго в конце каждого года 12 тыс. р., если банк начисляет сложные проценты по ставке 28%: ежегодно, ежеквартально, непрерывно.

38. Банк предлагает ренту постнумерандо на 10 лет с ежеквартальной выплатой 100 долларов США. Годовая процентная ставка в течение всего периода остаётся постоянной и равна 12% годовых. По какой цене можно приобрести такую ренту, если выплаты начнут осуществляться через 2 года?

39. Кредитор заключил контракт, согласно которому должник обязуется выплатить сумму, современная величина которой 60 тыс. р., за 5 лет равными суммами в конце каждого года, причём на непогашенный остаток будут по полугодиям начисляться сложные проценты по годовой номинальной процентной ставке 24%. По какой цене кредитор

может продать этот контракт банку, который на ссуженные деньги начисляет ежеквартально сложные проценты по годовой номинальной процентной ставке 28%?

40. Клиент в конце каждого года вкладывает 3 тыс. р. в банк, выплачивающий сложные проценты по ставке 25% годовых. Определить сумму, которая будет на счёте клиента через 7 лет. Если эта сумма получается в результате однократного помещения денег в банк в начале первого года, то какой величины должен быть взнос? Как изменятся найденные величины, если деньги вкладываются в начале каждого года?

41. Компания за предыдущий год выплатила 2,7 тыс. р. на акцию. Согласно прогнозам дивиденды по акциям этой компании будут расти на 4% ежегодно в течение неопределённо долгого времени. Сделать вывод о целесообразности покупки акций компании по цене 20 тыс. р., если можно поместить деньги на депозит под 14% годовых.

42. Согласно условиям финансового соглашения на счёт в банке в течение 7 лет в конце или в начале года будут поступать денежные суммы, первая из которых равна 6 тыс. р., а каждая последующая будет увеличиваться на 0,3 тыс. р. Оценить этот поток платежей, если банк применяет процентную ставку 22% годовых и сложные проценты начисляются один раз в конце года. Как изменятся оценки потока, если денежные суммы будут уменьшаться на 0,3 тыс. р.?

43. За 10 лет необходимо накопить 50 тыс. р. Какова должна быть величина первого вклада, если предполагается каждый год увеличивать величину денежного поступления на 400 р. и процентная ставка равна 20% годовых? Денежные поступления и начисление сложных процентов осуществляются в конце года. Определить, на какую величину необходимо увеличивать каждый год денежное поступление, если первый вклад будет равен 1,5 тыс. р.

44. По условиям контракта на счёт в банке поступают в течение семи лет в конце года платежи. Первый платёж равен 4 тыс. р., а каждый следующий по отношению к предыдущему увеличивается на 10%. Оценить этот поток, если банк начисляет в конце каждого года сложные проценты из расчёта 28% годовых.

45. Сдан участок в аренду на десять лет. Арендная плата будет осуществляться ежегодно по схеме постнумерандо на следующих условиях: в первые семь лет – по 20 тыс. р., в оставшиеся три года – по 12 тыс. р. Требуется оценить приведённую стоимость этого договора, если процентная ставка сложных процентов равна 22% годовых.

ОТВЕТЫ

1. $S_{365/365}$ = 7460 р.; $S_{365/360}$ = 7467 р.; $S_{360/360}$ = 7459 р.
2. I = 0,3 тыс. р.
3. I = 0,239 тыс. р.; P = 10,239 тыс. р.
4. S = 3,72 тыс. р.; I = 0,72 тыс. р.; R = 0,465 тыс. р.
5. P = 2 тыс. р.
6. P = 49,375 тыс. р.
7. P = 14,228 тыс. р.; D = 0,772 тыс. р.
8. i = 13,082%.
9. S = 300 млн. р.; I_1 = 1,5 млн. р.; I_2 = 4,3 млн. р.; I_3 = 291,2 млн. р.
10. $P_{\text{предпр}}$ = 152,15 тыс. р.; $D_{\text{банк}}$ = 1,6 тыс. р.
11. S = 349 801,24 р.
12. S = 45,469 тыс. р.
13. S = 19,435 тыс. р.
14. j = 14,35%.
15. i_{12} = 29,33%; i_2 = 28,82%.
16. P = 2,215 тыс. р.; D_i = 1,785 тыс. р.
17. P = 3,177 тыс. р.
18. d_1 = 10%; d_{12} = 9,55%; d_{365} = 9,52%.
19. n = 6,912 года; i = 17,23%.
20. n = 4,863 года; f = 8,31%.
21. n = 152,1 дня.
22. j_2 = 19,09%; j_4 = 18,65%.
23. f = 29,12%; δ = 31,47%.
24. S = 3,928 тыс. р.
25. J_p = 1,4258; а) j > 42,58%; б) j > 37,09; в) j > 36%.
26. r = 27,6%.
27. d = 16,01%.
28. а) i > 36,05%; б) i > 35,08%.
29. g = 15%.
30. $S_{\text{н}}$ = 3,093 млн. р.
31. S = 343,662 тыс. р.
32. A = 123,452 тыс. р.
33. n = 3,277 года.
34. n_1 = 3,922 года; $n_{1/2}$ = 3,857 года; $n_{1/12}$ = 3,797 года.
35. R = 129,699 тыс. р.
36. A_1 = 80 тыс. р.; A_2 = 96 тыс. р.; i < 19,26%.

37. A_1 = 42 857 р.; $A_{1/4}$ = 38 611 р.; $A_{непр}$ = 37 137 р.

38. A = 1824,7 доллара.

39. $A_{1/4}$ = 53,716 тыс. р.

40. $S_{пост}$ = 45,221 тыс. р.; $A_{пост}$ = 9,483 тыс. р.; $S_{пре}$ = 56,526 тыс. р.; $A_{пре}$ = 11,854 тыс. р.

41. $A_{пост.веч}$ = 27 тыс. р.

42. $S_{пост+}$ = 91 628 р., $A_{пост+}$ = 22 778 р.; $S_{пост-}$ = 73 247 р., $A_{пост-}$ = 18 208 р.; $S_{пре+}$ = 111 786 р., $A_{пре+}$ = 27 789 р.; $S_{пре-}$ = 89 361 р., $A_{пре-}$ = 22 214 р.

43. R = 697 р.; a = 139 р.

44. S = 81 795 р.; A = 14 530 р.

45. A = 74,402 тыс. р.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА ДЛЯ СТУДЕНТОВ ЗАОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ

Пояснительная записка

Для студентов заочного обучения на курс «Финансовые вычисления» рассматриваются не все разделы курса, а только следующие разделы: понятие процента, простые проценты, сложные проценты, эквивалентность процентных ставок, влияние инфляции на ставку процента, ренты – наращенная сумма обычной ренты, современная ценность финансовой ренты.

Контрольная работа состоит из 13 задач. Две последние цифры номера зачётной книжки студента определяют его вариант. На титульном листе студент указывает:

- факультет;
- курс;
- группу;
- номер зачётной книжки;
- свою фамилию и инициалы;
- дисциплину;
- фамилию и инициалы преподавателя;
- год.

После проверки работы студент должен устранить замечания.

Задачи

1. Банк выдал ссуду размером S р. Дата выдачи ссуды – $T_н$, возврата – $T_к$. День выдачи и день возврата считать за один день. Проценты рассчитываются по простой процентной ставке i % годовых.

Найти: 1) точные проценты с точным числом дней ссуды; 2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды; 3) обыкновенные проценты с приближённым числом дней ссуды.

2. Через $T_{дн}$ дней после подписания договора должник уплатит S р. Кредит выдан под i % годовых (проценты обыкновенные). Какова первоначальная сумма и дисконт?

3. Через $T_{дн}$ дней предприятие должно получить по векселю S р. Банк приобрёл этот вексель с дисконтом. Банк учёл вексель по учётной ставке i % годовых (год равен 360 дням). Определить полученную предприятием сумму и дисконт.

4. В кредитном договоре на сумму S р. и сроком на $T_{лет}$ зафиксирована ставка сложных процентов, равная i % годовых. Определить наращенную сумму.

5. Ссуда размером S р. предоставлена на $T_{лет}$. Проценты сложные, ставка – i % годовых. Проценты начисляются m раз в году. Вычислить наращенную сумму.

6. Вычислить эффективную ставку процента, если банк начисляет проценты m раз в году, исходя из номинальной ставки i % годовых.

7. Определить, какой должна быть номинальная ставка при начислении процентов m раз в году, чтобы обеспечить эффективную ставку i % годовых.

8. Через $T_{лет}$ предприятию будет выплачена сумма S р. Определить её современную стоимость при условии, что применяется сложная процентная ставка i % годовых.

9. Через $T_{лет}$ по векселю должна быть выплачена сумма S р. Банк учёл вексель по сложной учётной ставке i %. Определить дисконт.

10. На какую годовую ставку простых процентов можно заменить номинальную годовую ставку i %, если начисление по ней производилось m раз в году в течение $T_{лет}$?

11. Банк выдал на $T_{лет}$ кредит S р. Ожидаемый годовой уровень инфляции – 2%, требуемая реальная доходность операции равна i % годовых. Определить ставку процентов по кредиту с учётом инфляции, размер наращенной суммы и величину процентного платежа.

12. В течение $T_{лет}$ лет на расчётный счёт в конце каждого года поступает по S р., на которые m раз в году начисляются проценты по сложной годовой ставке i %. Определить сумму на расчётном счёте к концу указанного срока.

13. Владелец малого предприятия предусматривает создание в течение $T_{лет}$ фонда развития в размере S р. Для этого ассигнуется ежегодно 50 000 р., которые помещаются в банк под i % годовых (сложные проценты). Какая сумма потребовалась бы фирме для создания фонда в S р., если бы она была помещена в банк на $T_{лет}$ под i % годовых? Значения всех необходимых показателей приведены в табл. 14.

14. Варианты контрольной работы

Две последние цифры номера зачетной книжки	Сумма S	Дата начальная $T_н$	Дата конечная $T_к$	Время в днях $T_{дн}$	Время в годах $T_{лет}$	Ставка i, %	Число начислений m
01, 31, 61, 91	500 000	21.01.12	11.03.12	180	4	10	2
02, 32, 62, 92	1 000 000	18.01.12	12.03.12	270	2	15	3
03, 33, 63, 93	1 500 000	17.01.12	14.04.12	90	2	20	4
04, 34, 64, 94	2 000 000	16.01.12	14.03.12	180	3	12	2
05, 35, 65, 95	1 000 000	15.01.12	15.03.12	90	3	10	4
06, 36, 66, 96	400 000	14.02.12	17.12.12	180	4	25	2
07, 37, 67, 97	500 000	12.02.12	14.04.12	270	2	20	4
08, 38, 68, 98	1 200 000	16.02.12	24.04.12	90	4	15	3
09, 39, 69, 99	2 000 000	18.01.12	26.04.12	180	4	25	2
00, 10, 40, 70	1 500 000	22.02.12	27.04.12	90	2	10	6
11, 41, 71	1 000 000	19.01.12	24.03.12	180	3	15	4
12, 42, 72	400 000	15.02.12	25.04.12	270	3	20	3
13, 43, 73	2 000 000	14.03.12	26.12.12	180	5	30	2
14, 44, 74	1 500 000	23.01.12	27.03.12	90	4	25	3
15, 45, 75	500 000	18.02.12	26.04.12	90	4	10	2
16, 46, 76	2 500 000	21.01.12	24.03.12	180	3	20	4
17, 47, 77	3 000 000	17.02.12	27.04.12	90	4	10	3
18, 48, 78	1 500 000	12.01.12	23.03.12	180	2	20	4
19, 49, 79	1 000 000	14.03.12	24.12.12	180	5	15	2
20, 50, 80	1 000 000	16.01.12	22.03.12	90	3	25	4
21, 51, 81	1 500 000	23.01.12	25.04.12	180	2	40	4
22, 52, 82	1 000 000	22.02.12	26.04.12	270	4	30	3
23, 53, 83	1 500 000	13.01.12	24.03.12	90	2	10	6
24, 54, 84	500 000	19.01.12	24.03.12	180	4	15	2
25, 55, 85	100 000	12.01.12	17.04.12	90	3	20	4
26, 56, 86	400 000	21.02.12	25.04.12	90	4	15	2
27, 57, 87	300 000	14.03.12	23.12.12	180	2	20	4
28, 58, 88	1 000 000	26.01.12	17.04.12	180	4	10	2
29, 59, 89	2 000 000	17.01.12	26.03.12	90	5	25	2
30, 60, 90	1 500 000	22.02.12	26.04.12	180	5	20	2

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данном учебном пособии рассмотрены основные результаты финансовых вычислений, в первую очередь представленные базовыми формулами: наращение по простой постоянной и переменной ставкам процентов; дисконтирование по простой постоянной учётной ставке; наращение по сложной постоянной и переменной ставкам процентов; дисконтирование по сложной постоянной учётной ставке.

В содержании пособия можно выделить два крупных смысловых блока. Первый из них посвящён количественному анализу сделок, предусматривающих разовые платежи. Во втором анализируются сделки, в которых платежи распределены во времени, т.е. являются денежными потоками, разновидностью которых выступает финансовая рента. В то же время изучение данных блоков должно осуществляться в том порядке, в каком они излагаются. Это обусловлено спецификой содержания дисциплины «Финансовые вычисления». В ней каждая последующая тема основывается на результатах, полученных в предыдущей.

Закреплению основных понятий и базовых формул в значительной мере будет способствовать выполнение тестовых заданий.

Изучение тем должно обязательно сопровождаться решением соответствующих примеров. При этом недостаточно ограничиться примерами, рассмотренными в тексте лекций. Важное значение имеет самостоятельное выполнение индивидуальных заданий.

Финансовые вычисления имеют разнообразные сферы практического применения, которые не нашли всестороннего отражения в данном пособии. Приведённый список рекомендуемой литературы восполняет данный пробел, позволяя более подробно ознакомиться с различными аспектами практического применения финансовых вычислений.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лукашин, Ю.П. Финансовая математика / Ю.П. Лукашин ; Московская финансово-промышленная академия. – М. , 2004. – 81 с.

2. Кочович, Е. Финансовая математика / Е. Кочович. – М. : Финансы и статистика, 1994. – 371 с.

3. Уланов, В.А. Сборник задач по курсу финансовых вычислений / В.А. Уланов ; под ред. проф. В.В. Ковалева. – М. : Финансы и статистика, 2000. – 400 с.

4. Финансовый менеджмент : учебник для вузов / под ред. акад. Г.Б. Поляка. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : ЮНИТИ-Дана, 2008. – 527 с.

5. Фомин, Г.П. Финансовая математика : сборник задач / Г.П. Фомин. – М. : Изд-во МГУК, 1998. – 33 с.

6. Фомин, Г.П. Финансовая математика : учебное пособие / Г.П. Фомин. – М. : Изд-во МГУК, 1998. – 50 с.

7. Четыркин, Е.М. Финансовая математика : учебник / Е.М. Четыркин. – 7-е изд., испр. – М. : Дело, 2007. – 400 с.

8. Музюкова, Е.С. Финансовая математика : учебное пособие / Е.С. Музюкова, А.Э. Просвиров, А.В. Копылов / под общ. ред. д-ра экон. наук, проф. В.И. Копылова. – Волгоград : Волгоградское научное изд-во, 2004. – 75 с.

9. Клетвин, В.А. Финансовая математика : методические указания / В.А. Клетвин. – Домодедово, 2007. – 73 с.

10. Экономическая оценка инвестиций : учебник / под ред. Н.И. Римера. – 3-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Питер, 2009. – 416 с.

ГЛОССАРИЙ

Аннуитет – см. финансовая рента.

Брутто-ставка – ставка процентов, скорректированная на инфляцию.

Дисконт, или скидка – проценты в виде разности $D = S - P$, где S – сумма на конец срока; P – сумма на начало срока.

Дисконтирование суммы S – расчёт её текущей стоимости P.

Дисконтный множитель – коэффициент, показывающий, какую долю составляет первоначальная сумма ссуды в окончательной величине долга (наращенной сумме).

Индекс покупательной способности денег равен обратной величине индекса цен.

Индекс цен показывает, во сколько раз выросли цены за указанный промежуток времени.

Инфляционная премия – корректировка ставки процентов для компенсации обесценения денег.

Капитализация процентов – присоединение начисленных процентов к сумме, которая служила базой для их определения.

Коэффициент наращения ренты – отношение наращенной суммы ренты к сумме её годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Коэффициент приведения ренты – отношение современной стоимости ренты к сумме её годовых платежей или к размеру отдельного платежа.

Математическое дисконтирование – вид дисконтирования, представляющий собой решение задачи, обратной наращению первоначальной ссуды.

Множитель наращения – коэффициент, который показывает, во сколько раз наращенная сумма больше первоначальной.

Наращение, или рост первоначальной суммы – процесс увеличения денег в связи с присоединением процентов к сумме долга.

Наращенная сумма потока платежей – сумма всех членов последовательности платежей с начисленными на них процентами к концу срока ренты.

Наращенная сумма ссуды (*долга, депозита, других видов инвестированных средств*) – первоначальная её сумма вместе с начисленными на неё процентами к концу срока.

Переменная рента – рента с изменяющимися членами.

Период начисления – интервал времени, к которому относится (применяется) процентная ставка.

Период ренты – временной интервал между двумя соседними платежами.

Постоянная рента – рента с равными членами.

Поток платежей – ряд последовательных выплат и поступлений.

Практика расчёта простых процентов различает три варианта расчёта: 1) точные проценты с точным числом дней ссуды (британская практика); 2) обыкновенные проценты с точным числом дней ссуды (французская практика); 3) обыкновенные проценты с приближённым числом дней ссуды (германская практика).

Приведение – это определение любой стоимостной величины на некоторый момент времени. Если некоторая сумма приводится к более ранней дате, чем текущая, то применяется дисконтирование; если же речь идёт о более поздней дате, то – наращение.

Принцип неравноценности денег – деньги, относящиеся к разным моментам времени, имеют различную текущую стоимость.

Процент обыкновенный, или коммерческий, получают, когда за базу измерения времени берут год, условно состоящий из 360 дней (12 месяцев по 30 дней в каждом).

Процент точный получают, когда за базу измерения времени берут действительное число дней в году: 365 или 366.

Процентная ставка – отношение суммы процентных денег, выплачиваемых за фиксированный отрезок времени, к величине ссуды. Ставка измеряется в процентах, в виде десятичной или натуральной дроби.

Процентные деньги, или, кратко, *проценты*, в финансовых расчётах – это абсолютная величина дохода от предоставления денег в долг в любой форме.

Реинвестирование – неоднократное повторение процесса инвестирования суммы депозита вместе с начисленными на неё в предыдущем периоде процентами.

Рента финансовая – см. финансовая рента.

Рента верная – рента, члены которой подлежат безусловной выплате.

Рента немедленная – рента, срок которой начинается немедленно.

Рента отложенная, или отсроченная – рента, начало срока которой запаздывает.

Рента постнумерандо (*или обычная рента*) – рента, платежи которой осуществляются в конце каждого периода.

Рента пренумерандо – рента, платежи которой осуществляются в начале каждого периода.

Рента p-срочная – рента, предусматривающая p равных платежей в году.

Рента условная – рента, выплата членов которой ставится в зависимость от наступления некоторого случайного события.

Рентабельность – отношение приведённых по ставке сравнения доходов к приведённым на ту же дату капиталовложениям.

Сила роста δ представляет собой номинальную ставку процентов при $m \to \infty$, где m – число начислений процентов в году.

Современная величина (*текущая стоимость*) суммы S – величина P, найденная дисконтированием.

Современная величина потока платежей – сумма всех его членов, дисконтированных (приведённых) на некоторый момент времени, совпадающий с началом потока платежей или предшествующий ему.

Срок окупаемости – продолжительность периода, в течение которого сумма чистых доходов, дисконтированных на момент завершения инвестиций, равна сумме приведённых на этот же момент инвестиций.

Срок ренты – время, измеренное от начала финансовой ренты до конца её последнего периода.

Ставка номинальная – годовая ставка сложных процентов j при числе периодов начисления в году m. Тогда за каждый период проценты начисляют по ставке j/m.

Ставка процентов номинальная учётная – сложная годовая учётная ставка f, применяется при дисконтировании m раз в году. Тогда в каждом периоде, равном $1/m$ части года, дисконтирование осуществляется по сложной учётной ставке f/m.

Ставка процентов простая – это ставка, которая применяется к одной и той же начальной сумме на протяжении всего срока ссуды.

Ставка процентов сложная – это ставка, которая применяется к сумме с начисленными в предыдущем периоде процентами.

Ставка процентов сложная учётная – дисконтирование по сложной годовой учётной ставке осуществляется по формуле $P = S(1 - d_{сл})n$, где $d_{сл}$ – сложная годовая учётная ставка; S – дисконтируемая величина; n – срок дисконтирования; P – современная стоимость S.

Ставка учётная – ставка, применяемая для расчёта процентов при учёте векселей.

Ставка эффективная – годовая ставка сложных процентов, приводящая к тому же финансовому результату, что и m-разовое наращение в год по ставке j/m, где j – номинальная ставка.

Ставка эффективная учётная – сложная годовая учётная ставка, эквивалентная (по финансовым результатам) номинальной учётной ставке, применяемой при заданном числе дисконтирований в году m.

Уравнение эквивалентности – уравнение, в котором сумма заменяемых платежей, приведённых к какому-либо одному моменту времени, приравнивается к сумме платежей по новому обязательству, приведённых к той же дате. Разрабатывается при изменении условий контракта.

Учёт, банковский или коммерческий учёт – учёт (покупка) векселей заключается в том, что банк до наступления срока платежа по векселю или другому платёжному обязательству покупает его у владельца (кредитора) по цене ниже той суммы, которая должна быть выплачена по нему в конце срока, т.е. приобретает (учитывает) его с дисконтом.

Член ренты – величина каждого отдельного платежа ренты.

Финансовая рента, или аннуитет – поток платежей, все члены которого положительные величины, а временные интервалы постоянны.

ПРИЛОЖЕНИЕ

П1. Коэффициенты наращения годовой финансовой ренты $s_{n;i}$

Число периодов	Процентная ставка									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00	1,00
2	2,01	2,02	2,03	2,04	2,05	2,06	2,07	2,08	2,09	2,10
3	3,03	3,06	3,09	3,12	3,15	3,18	3,21	3,25	3,28	3,31
4	4,06	4,12	4,18	4,25	4,31	4,37	4,44	4,51	4,57	4,64
5	5,10	5,20	5,31	5,42	5,53	5,64	5,75	5,87	5,98	6,11
6	6,15	6,31	6,47	6,63	6,80	6,98	7,15	7,34	7,52	7,72
7	7,21	7,43	7,66	7,90	8,14	8,39	8,65	8,92	9,20	9,49
8	8,29	8,58	8,89	9,21	9,55	9,90	10,26	10,64	11,03	11,44
9	9,37	9,75	10,16	10,58	11,03	11,49	11,98	12,49	13,02	13,58
10	10,46	10,95	11,46	12,01	12,58	13,18	13,82	14,49	15,19	15,94
11	11,57	12,17	12,81	13,49	14,21	14,97	15,78	16,65	17,56	18,53
12	12,68	13,41	14,19	15,03	15,92	16,87	17,89	18,98	20,14	21,38
13	13,81	14,68	15,62	16,63	17,71	18,88	20,14	21,50	22,95	24,52
14	14,95	15,97	17,09	18,29	19,60	21,02	22,55	24,21	26,02	27,97
15	16,10	17,29	18,60	20,02	21,58	23,28	25,13	27,15	29,36	31,77
16	17,26	18,64	20,16	21,82	23,66	25,67	27,89	30,32	33,00	35,95
17	18,43	20,01	21,76	23,70	25,84	28,21	30,84	33,75	36,97	40,54
18	19,61	21,41	23,41	25,65	28,13	30,91	34,00	37,45	41,30	45,60
19	20,81	22,84	25,12	27,67	30,54	33,76	37,38	41,45	46,02	51,16

Продолжение прил. П1

Число периодов	Процентная ставка									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	22,02	24,30	26,87	29,78	33,07	36,79	41,00	45,76	51,16	57,27
21	23,24	25,78	28,68	31,97	35,72	39,99	44,87	50,42	56,76	64,00
22	24,47	27,30	30,54	34,25	38,51	43,39	49,01	55,46	62,87	71,40
23	25,72	28,84	32,45	36,62	41,43	47,00	53,44	60,89	69,53	79,54
24	26,97	30,42	34,43	39,08	44,50	50,82	58,18	66,76	76,79	88,50
25	28,24	32,03	36,46	41,65	47,73	54,86	63,25	73,11	84,70	98,35
26	29,53	33,67	38,55	44,31	51,11	59,16	68,68	79,95	93,32	109,18
27	30,82	35,34	40,71	47,08	54,67	63,71	74,48	87,35	102,72	121,10
28	32,13	37,05	42,93	49,97	58,40	68,53	80,70	95,34	112,97	134,21
29	33,45	38,79	45,22	52,97	62,32	73,64	87,35	103,97	124,14	148,63
30	34,78	40,57	47,58	56,08	66,44	79,06	94,46	113,28	136,31	164,49
31	36,13	42,38	50,00	59,33	70,76	84,80	102,07	123,35	149,58	181,94
32	37,49	44,23	52,50	62,70	75,30	90,89	110,22	134,21	164,04	201,14
33	38,87	46,11	55,08	66,21	80,06	97,34	118,93	145,95	179,80	222,25
34	40,26	48,03	57,73	69,86	85,07	104,18	128,26	158,63	196,98	245,48
35	41,66	49,99	60,46	73,65	90,32	111,43	138,24	172,32	215,71	271,02
36	43,08	51,99	63,28	77,60	95,84	119,12	148,91	187,10	236,12	299,13
37	44,51	54,03	66,17	81,70	101,63	127,27	160,34	203,07	258,38	330,04
38	45,95	56,11	69,16	85,97	107,71	135,90	172,56	220,32	282,63	364,04
39	47,41	58,24	72,23	90,41	114,10	145,06	185,64	238,94	309,07	401,45
40	48,89	60,40	75,40	95,03	120,80	154,76	199,64	259,06	337,88	442,59

Продолжение прил. П1

Число периодов	Процентная ставка								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2	2,1	2,1	2,1	2,1	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2
3	3,3	3,4	3,4	3,4	3,5	3,5	3,5	3,6	3,6
4	4,7	4,8	4,8	4,9	5,0	5,1	5,1	5,2	5,3
5	6,2	6,4	6,5	6,6	6,7	6,9	7,0	7,2	7,3
6	7,9	8,1	8,3	8,5	8,8	9,0	9,2	9,4	9,7
7	9,8	10,1	10,4	10,7	11,1	11,4	11,8	12,1	12,5
8	11,9	12,3	12,8	13,2	13,7	14,2	14,8	15,3	15,9
9	14,2	14,8	15,4	16,1	16,8	17,5	18,3	19,1	19,9
10	16,7	17,5	18,4	19,3	20,3	21,3	22,4	23,5	24,7
11	19,6	20,7	21,8	23,0	24,3	25,7	27,2	28,8	30,4
12	22,7	24,1	25,7	27,3	29,0	30,9	32,8	34,9	37,2
13	26,2	28,0	30,0	32,1	34,4	36,8	39,4	42,2	45,2
14	30,1	32,4	34,9	37,6	40,5	43,7	47,1	50,8	54,8
15	34,4	37,3	40,4	43,8	47,6	51,7	56,1	61,0	66,3
16	39,2	42,8	46,7	51,0	55,7	60,9	66,6	72,9	79,9
17	44,5	48,9	53,7	59,1	65,1	71,7	79,0	87,1	96,0
18	50,4	55,7	61,7	68,4	75,8	84,1	93,4	103,7	115,3
19	56,9	63,4	70,7	79,0	88,2	98,6	110,3	123,4	138,2
20	64,2	72,1	80,9	91,0	102,4	115,4	130,0	146,6	165,4

Продолжение прил. П1

Число периодов	Процентная ставка								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
21	72,3	81,7	92,5	104,8	118,8	134,8	153,1	174,0	197,8
22	81,2	92,5	105,5	120,4	137,6	157,4	180,2	206,3	236,4
23	91,1	104,6	120,2	138,3	159,3	183,6	211,8	244,5	282,4
24	102,2	118,2	136,8	158,7	184,2	214,0	248,8	289,5	337,0
25	114,4	133,3	155,6	181,9	212,8	249,2	292,1	342,6	402,0
26	128,0	150,3	176,9	208,3	245,7	290,1	342,8	405,3	479,4
27	143,1	169,4	200,8	238,5	283,6	337,5	402,0	479,2	571,5
28	159,8	190,7	227,9	272,9	327,1	392,5	471,4	566,5	681,1
29	178,4	214,6	258,6	312,1	377,2	456,3	552,5	669,4	811,5
30	199,0	241,3	293,2	356,8	434,7	530,3	647,4	790,9	966,7
31	221,9	271,3	332,3	407,7	501,0	616,2	758,5	934,3	1151,4
32	247,3	304,8	376,5	465,8	577,1	715,7	888,4	1103,5	1371,2
33	275,5	342,4	426,5	532,0	664,7	831,3	1040,5	1303,1	1632,7
34	306,8	384,5	482,9	607,5	765,4	965,3	1218,4	1538,7	1943,9
35	341,6	431,7	546,7	693,6	881,2	1120,7	1426,5	1816,7	2314,2
36	380,2	484,5	618,7	791,7	1014,3	1301,0	1670,0	2144,6	2754,9
37	423,0	543,6	700,2	903,5	1167,5	1510,2	1954,9	2531,7	3279,3
38	470,5	609,8	792,2	1031,0	1343,6	1752,8	2288,2	2988,4	3903,4
39	523,3	684,0	896,2	1176,3	1546,2	2034,3	2678,2	3527,3	4646,1
40	581,8	767,1	1013,7	1342,0	1779,1	2360,8	3134,5	4163,2	5529,8

Число периодов	Процентная ставка								
	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,2	2,3	2,3	2,3	2,3
3	3,6	3,7	3,7	3,7	3,8	3,8	3,8	3,9	3,9
4	5,4	5,4	5,5	5,6	5,7	5,8	5,8	5,9	6,0
5	7,4	7,6	7,7	7,9	8,0	8,2	8,4	8,5	8,7
6	9,9	10,2	10,4	10,7	11,0	11,3	11,5	11,8	12,1
7	12,9	13,3	13,7	14,2	14,6	15,1	15,5	16,0	16,5
8	16,5	17,1	17,8	18,4	19,1	19,8	20,6	21,4	22,2
9	20,8	21,7	22,7	23,7	24,7	25,8	26,9	28,1	29,4
10	26,0	27,3	28,7	30,1	31,6	33,3	34,9	36,7	38,6
11	32,2	34,0	36,0	38,0	40,2	42,6	45,0	47,6	50,4
12	39,6	42,1	44,9	47,8	50,9	54,2	57,7	61,5	65,5
13	48,5	52,0	55,7	59,8	64,1	68,8	73,8	79,1	84,9
14	59,2	63,9	69,0	74,5	80,5	86,9	93,9	101,5	109,6
15	72,0	78,3	85,2	92,7	100,8	109,7	119,3	129,9	141,3
16	87,4	95,8	104,9	115,0	126,0	138,1	151,4	165,9	181,9
17	105,9	116,9	129,0	142,4	157,3	173,6	191,7	211,7	233,8
18	128,1	142,4	158,4	176,2	196,0	218,0	242,6	269,9	300,3
19	154,7	173,4	194,3	217,7	244,0	273,6	306,7	343,8	385,3
20	186,7	210,8	238,0	268,8	303,6	342,9	387,4	437,6	494,2

Окончание прил. П1

Число периодов	Процентная ставка								
	20	21	22	23	24	25	26	27	28
21	225,0	256,0	291,3	331,6	377,5	429,7	489,1	556,7	633,6
22	271,0	310,8	356,4	408,9	469,1	538,1	617,3	708,0	812,0
23	326,2	377,0	435,9	503,9	582,6	673,6	778,8	900,2	1040,4
24	392,5	457,2	532,8	620,8	723,5	843,0	982,3	1144,3	1332,7
25	472,0	554,2	651,0	764,6	898,1	1054,8	1238,6	1454,2	1706,8
26	567,4	671,6	795,2	941,5	1114,6	1319,5	1561,7	1847,8	2185,7
27	681,9	813,7	971,1	1159,0	1383,1	1650,4	1968,7	2347,8	2798,7
28	819,2	985,5	1185,7	1426,6	1716,1	2064,0	2481,6	2982,6	3583,3
29	984,1	1193,5	1447,6	1755,7	2129,0	2580,9	3127,8	3789,0	4587,7
30	1181,9	1445,2	1767,1	2160,5	2640,9	3227,2	3942,0	4813,0	5873,2
31	1419,3	1749,6	2156,8	2658,4	3275,7	4035,0	4968,0	6113,5	7518,7
32	1704,1	2118,1	2632,3	3270,8	4062,9	5044,7	6260,6	7765,1	9625,0
33	2045,9	2563,8	3212,5	4024,1	5039,0	6306,9	7889,4	9862,7	12 321,0
34	2456,1	3103,3	3920,2	4950,7	6249,4	7884,6	9941,6	12 526,6	15 771,8
35	2948,3	3755,9	4783,6	6090,3	7750,2	9856,8	12 527,4	15 909,8	20 189,0
36	3539,0	4545,7	5837,0	7492,1	9611,3	12 322,0	15 785,6	20 206,5	25 842,9
37	4247,8	5501,3	7122,2	9216,3	11 919,0	15 403,4	19 890,8	25 663,2	33 079,9
38	5098,4	6657,5	8690,1	11 337,0	14 780,5	19 255,3	25 063,4	32 593,3	42 343,2
39	6119,0	8056,6	10 602,9	13 945,6	18 328,9	24 070,1	31 580,9	41 394,5	54 200,4
40	7343,9	9749,5	12 936,5	17 154,0	22 728,8	30 088,7	39 793,0	52 572,0	69 377,5

П2. Коэффициенты приведения годовой финансовой ренты $a_{n;i}$

Число периодов	Процентная ставка									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,990	0,980	0,971	0,962	0,952	0,943	0,935	0,926	0,917	0,909
2	1,970	1,942	1,913	1,886	1,859	1,833	1,808	1,783	1,759	1,736
3	2,941	2,884	2,829	2,775	2,723	2,673	2,624	2,577	2,531	2,487
4	3,902	3,808	3,717	3,630	3,546	3,465	3,387	3,312	3,240	3,170
5	4,853	4,713	4,580	4,452	4,329	4,212	4,100	3,993	3,890	3,791
6	5,795	5,601	5,417	5,242	5,076	4,917	4,767	4,623	4,486	4,355
7	6,728	6,472	6,230	6,002	5,786	5,582	5,389	5,206	5,033	4,868
8	7,652	7,325	7,020	6,733	6,463	6,210	5,971	5,747	5,535	5,335
9	8,566	8,162	7,786	7,435	7,108	6,802	6,515	6,247	5,995	5,759
10	9,471	8,983	8,530	8,111	7,722	7,360	7,024	6,710	6,418	6,145
11	10,368	9,787	9,253	8,760	8,306	7,887	7,499	7,139	6,805	6,495
12	11,255	10,575	9,954	9,385	8,863	8,384	7,943	7,536	7,161	6,814
13	12,134	11,348	10,635	9,986	9,394	8,853	8,358	7,904	7,487	7,103
14	13,004	12,106	11,296	10,563	9,899	9,295	8,745	8,244	7,786	7,367
15	13,865	12,849	11,938	11,118	10,380	9,712	9,108	8,559	8,061	7,606
16	14,718	13,578	12,561	11,652	10,838	10,106	9,447	8,851	8,313	7,824
17	15,562	14,292	13,166	12,166	11,274	10,477	9,763	9,122	8,544	8,022
18	16,398	14,992	13,754	12,659	11,690	10,828	10,059	9,372	8,756	8,201
19	17,226	15,678	14,324	13,134	12,085	11,158	10,336	9,604	8,950	8,365
20	18,046	16,351	14,877	13,590	12,462	11,470	10,594	9,818	9,129	8,514

Продолжение прил. П2

Число периодов	Процентная ставка									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
21	18,857	17,011	15,415	14,029	12,821	11,764	10,836	10,017	9,292	8,649
22	19,660	17,658	15,937	14,451	13,163	12,042	11,061	10,201	9,442	8,772
23	20,456	18,292	16,444	14,857	13,489	12,303	11,272	10,371	9,580	8,883
24	21,243	18,914	16,936	15,247	13,799	12,550	11,469	10,529	9,707	8,985
25	22,023	19,523	17,413	15,622	14,094	12,783	11,654	10,675	9,823	9,077
26	22,795	20,121	17,877	15,983	14,375	13,003	11,826	10,810	9,929	9,161
27	23,560	20,707	18,327	16,330	14,643	13,211	11,987	10,935	10,027	9,237
28	24,316	21,281	18,764	16,663	14,898	13,406	12,137	11,051	10,116	9,307
29	25,066	21,844	19,188	16,984	15,141	13,591	12,278	11,158	10,198	9,370
30	25,808	22,396	19,600	17,292	15,372	13,765	12,409	11,258	10,274	9,427
31	26,542	22,938	20,000	17,588	15,593	13,929	12,532	11,350	10,343	9,479
32	27,270	23,468	20,389	17,874	15,803	14,084	12,647	11,435	10,406	9,526
33	27,990	23,989	20,766	18,148	16,003	14,230	12,754	11,514	10,464	9,569
34	28,703	24,499	21,132	18,411	16,193	14,368	12,854	11,587	10,518	9,609
35	29,409	24,999	21,487	18,665	16,374	14,498	12,948	11,655	10,567	9,644
36	30,108	25,489	21,832	18,908	16,547	14,621	13,035	11,717	10,612	9,677
37	30,800	25,969	22,167	19,143	16,711	14,737	13,117	11,775	10,653	9,706
38	31,485	26,441	22,492	19,368	16,868	14,846	13,193	11,829	10,691	9,733
39	32,163	26,903	22,808	19,584	17,017	14,949	13,265	11,879	10,726	9,757
40	32,835	27,355	23,115	19,793	17,159	15,046	13,332	11,925	10,757	9,779

Продолжение прил. П2

Число периодов	Процентная ставка								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
1	0,901	0,893	0,885	0,877	0,870	0,862	0,855	0,847	0,840
2	1,713	1,690	1,668	1,647	1,626	1,605	1,585	1,566	1,547
3	2,444	2,402	2,361	2,322	2,283	2,246	2,210	2,174	2,140
4	3,102	3,037	2,974	2,914	2,855	2,798	2,743	2,690	2,639
5	3,696	3,605	3,517	3,433	3,352	3,274	3,199	3,127	3,058
6	4,231	4,111	3,998	3,889	3,784	3,685	3,589	3,498	3,410
7	4,712	4,564	4,423	4,288	4,160	4,039	3,922	3,812	3,706
8	5,146	4,968	4,799	4,639	4,487	4,344	4,207	4,078	3,954
9	5,537	5,328	5,132	4,946	4,772	4,607	4,451	4,303	4,163
10	5,889	5,650	5,426	5,216	5,019	4,833	4,659	4,494	4,339
11	6,207	5,938	5,687	5,453	5,234	5,029	4,836	4,656	4,486
12	6,492	6,194	5,918	5,660	5,421	5,197	4,988	4,793	4,611
13	6,750	6,424	6,122	5,842	5,583	5,342	5,118	4,910	4,715
14	6,982	6,628	6,302	6,002	5,724	5,468	5,229	5,008	4,802
15	7,191	6,811	6,462	6,142	5,847	5,575	5,324	5,092	4,876
16	7,379	6,974	6,604	6,265	5,954	5,668	5,405	5,162	4,938
17	7,549	7,120	6,729	6,373	6,047	5,749	5,475	5,222	4,990
18	7,702	7,250	6,840	6,467	6,128	5,818	5,534	5,273	5,033
19	7,839	7,366	6,938	6,550	6,198	5,877	5,584	5,316	5,070
20	7,963	7,469	7,025	6,623	6,259	5,929	5,628	5,353	5,101

Продолжение прил. П2

Число периодов	Процентная ставка								
	11	12	13	14	15	16	17	18	19
21	8,075	7,562	7,102	6,687	6,312	5,973	5,665	5,384	5,127
22	8,176	7,645	7,170	6,743	6,359	6,011	5,696	5,410	5,149
23	8,266	7,718	7,230	6,792	6,399	6,044	5,723	5,432	5,167
24	8,348	7,784	7,283	6,835	6,434	6,073	5,746	5,451	5,182
25	8,422	7,843	7,330	6,873	6,464	6,097	5,766	5,467	5,195
26	8,488	7,896	7,372	6,906	6,491	6,118	5,783	5,480	5,206
27	8,548	7,943	7,409	6,935	6,514	6,136	5,798	5,492	5,215
28	8,602	7,984	7,441	6,961	6,534	6,152	5,810	5,502	5,223
29	8,650	8,022	7,470	6,983	6,551	6,166	5,820	5,510	5,229
30	8,694	8,055	7,496	7,003	6,566	6,177	5,829	5,517	5,235
31	8,733	8,085	7,518	7,020	6,579	6,187	5,837	5,523	5,239
32	8,769	8,112	7,538	7,035	6,591	6,196	5,844	5,528	5,243
33	8,801	8,135	7,556	7,048	6,600	6,203	5,849	5,532	5,246
34	8,829	8,157	7,572	7,060	6,609	6,210	5,854	5,536	5,249
35	8,855	8,176	7,586	7,070	6,617	6,215	5,858	5,539	5,251
36	8,879	8,192	7,598	7,079	6,623	6,220	5,862	5,541	5,253
37	8,900	8,208	7,609	7,087	6,629	6,224	5,865	5,543	5,255
38	8,919	8,221	7,618	7,094	6,634	6,228	5,867	5,545	5,256
39	8,936	8,233	7,627	7,100	6,638	6,231	5,869	5,547	5,257
40	8,951	8,244	7,634	7,105	6,642	6,233	5,871	5,548	5,258

Продолжение прил. П2

Число периодов	Процентная ставка								
	20	21	22	23	24	25	26	27	28
1	0,833	0,826	0,820	0,813	0,806	0,800	0,794	0,787	0,781
2	1,528	1,509	1,492	1,474	1,457	1,440	1,424	1,407	1,392
3	2,106	2,074	2,042	2,011	1,981	1,952	1,923	1,896	1,868
4	2,589	2,540	2,494	2,448	2,404	2,362	2,320	2,280	2,241
5	2,991	2,926	2,864	2,803	2,745	2,689	2,635	2,583	2,532
6	3,326	3,245	3,167	3,092	3,020	2,951	2,885	2,821	2,759
7	3,605	3,508	3,416	3,327	3,242	3,161	3,083	3,009	2,937
8	3,837	3,726	3,619	3,518	3,421	3,329	3,241	3,156	3,076
9	4,031	3,905	3,786	3,673	3,566	3,463	3,366	3,273	3,184
10	4,192	4,054	3,923	3,799	3,682	3,571	3,465	3,364	3,269
11	4,327	4,177	4,035	3,902	3,776	3,656	3,543	3,437	3,335
12	4,439	4,278	4,127	3,985	3,851	3,725	3,606	3,493	3,387
13	4,533	4,362	4,203	4,053	3,912	3,780	3,656	3,538	3,427
14	4,611	4,432	4,265	4,108	3,962	3,824	3,695	3,573	3,459
15	4,675	4,489	4,315	4,153	4,001	3,859	3,726	3,601	3,483
16	4,730	4,536	4,357	4,189	4,033	3,887	3,751	3,623	3,503
17	4,775	4,576	4,391	4,219	4,059	3,910	3,771	3,640	3,518
18	4,812	4,608	4,419	4,243	4,080	3,928	3,786	3,654	3,529
19	4,843	4,635	4,442	4,263	4,097	3,942	3,799	3,664	3,539
20	4,870	4,657	4,460	4,279	4,110	3,954	3,808	3,673	3,546

Окончание прил. П2

Число периодов	Процентная ставка								
	20	21	22	23	24	25	26	27	28
21	4,891	4,675	4,476	4,292	4,121	3,963	3,816	3,679	3,551
22	4,909	4,690	4,488	4,302	4,130	3,970	3,822	3,684	3,556
23	4,925	4,703	4,499	4,311	4,137	3,976	3,827	3,689	3,559
24	4,937	4,713	4,507	4,318	4,143	3,981	3,831	3,692	3,562
25	4,948	4,721	4,514	4,323	4,147	3,985	3,834	3,694	3,564
26	4,956	4,728	4,520	4,328	4,151	3,988	3,837	3,696	3,566
27	4,964	4,734	4,524	4,332	4,154	3,990	3,839	3,698	3,567
28	4,970	4,739	4,528	4,335	4,157	3,992	3,840	3,699	3,568
29	4,975	4,743	4,531	4,337	4,159	3,994	3,841	3,700	3,569
30	4,979	4,746	4,534	4,339	4,160	3,995	3,842	3,701	3,569
31	4,982	4,749	4,536	4,341	4,161	3,996	3,843	3,701	3,570
32	4,985	4,751	4,538	4,342	4,162	3,997	3,844	3,702	3,570
33	4,988	4,753	4,539	4,343	4,163	3,997	3,844	3,702	3,570
34	4,990	4,755	4,540	4,344	4,164	3,998	3,845	3,703	3,571
35	4,992	4,756	4,541	4,345	4,164	3,998	3,845	3,703	3,571
36	4,993	4,757	4,542	4,345	4,165	3,999	3,845	3,703	3,571
37	4,994	4,758	4,543	4,346	4,165	3,999	3,845	3,703	3,571
38	4,995	4,759	4,543	4,346	4,165	3,999	3,846	3,703	3,571
39	4,996	4,759	4,544	4,346	4,166	3,999	3,846	3,703	3,571
40	4,997	4,760	4,544	4,347	4,166	3,999	3,846	3,703	3,571

СОДЕРЖАНИЕ

Учебное издание

СОЛОМИНА Ольга Александровна,
КУЛИКОВ Николай Иванович

ФИНАНСОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор Е.С. Кузнецова

Инженер по компьютерному макетированию И.В. Евсеева

Подписано в печать 02.04.2012.
Формат 60×84 /16. 4,65 усл. печ. л. Тираж 50 экз. Заказ № 132

Издательско-полиграфический центр ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14