

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего профессионального образования
«Тамбовский государственный технический университет»

В.И. БАРСУКОВ, О.С. ДМИТРИЕВ

ФИЗИКА

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

*Допущено Научно-методическим советом по физике
Министерства образования и науки Российской Федерации
в качестве учебного пособия
для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по техническим направлениям подготовки*



Тамбов
Издательство ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
2012

УДК 535.338(0765)
ББК В36я73-5
Б261

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор,
Заслуженный деятель науки Российской Федерации,
заведующий кафедрой общей физики
ФГБОУ ВПО «ТГУ им. Г.Р. Державина»
В.А. Федоров

Доктор технических наук, профессор,
директор Тамбовского филиала МГУКИ
В.М. Тютюнник

Барсуков, В.И.

Б261 Физика. Волновая и квантовая оптика : учебное пособие /
В.И. Барсуков, О.С. Дмитриев. – Тамбов : Изд-во ФГБОУ ВПО
«ТГТУ», 2012. – 132 с. – 250 экз. ISBN 978-5-8265-1122-0.

Представлен материал, подготовленный по разделу «Волновая и квантовая оптика» курса общей физики, читаемого в соответствии с учебной программой; рассмотрены примеры решения задач; даны вопросы для самопроверки, список рекомендуемой литературы, а также приложение с основными формулами волновой и квантовой оптики.

Предназначено для студентов, обучающихся по техническим направлениям подготовки и специальностям дневного и заочного отделений.

УДК 535.338(0765)
ББК В36я73-5

ISBN 978-5-8265-1122-0

© Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования «Тамбовский государственный технический университет» (ФГБОУ ВПО «ТГТУ»), 2012

ВВЕДЕНИЕ

Раздел физики, занимающийся изучением природы света, закономерностей его испускания, распространения и взаимодействия с веществом, называется оптикой.

Основные законы оптики были известны ещё с древних веков, а в конце XVII в. на основе многовекового опыта и развития представлений о свете возникли две теории света: *корпускулярная* (И. Ньютон) и *волновая* (Р. Гук и Х. Гюйгенс).

Согласно корпускулярной теории, свет представляет собой поток частиц (корпускул), испускаемых светящимися телами и летящих по прямолинейным траекториям. Движение световых корпускул описывается законами механики.

Согласно волновой теории, развитой на основе аналогии оптических и акустических явлений, свет представляет собой упругую волну, распространяющуюся в особой среде – эфире. Эфир заполняет всё мировое пространство, пронизывает все тела и обладает механическими свойствами – упругостью и плотностью.

Волновая теория основывается на принципе Гюйгенса: *каждая точка, до которой доходит волна, является центром вторичных волн, а огибающая этих волн даёт положение волнового фронта в следующий момент времени.*

Обе эти теории объясняли прямолинейное распространение света, законы отражения и преломления, явления интерференции, дифракции и поляризации света, но обладали целым рядом недостатков.

К концу XIX столетия, на основе экспериментальных данных, свидетельствующих о взаимосвязи световых, электрических и магнитных явлений, Д. Максвеллу удалось создать электромагнитную теорию света, а Х. Лоренцу – электронную теорию строения вещества.

Обе теории основывались на гипотезе об эфире, только «упругий эфир» был заменён «эфиром электромагнитным» (теория Максвелла) или «неподвижным эфиром» (теория Лоренца). Теория Максвелла не смогла объяснить процессов поглощения и испускания света, фотоэлектрического эффекта, комптоновского рассеяния и др. Теория Лоренца, в свою очередь, не смогла объяснить многие явления, связанные с взаимодействием света с веществом, в частности, вопрос о распределении энергии по длинам волн при тепловом излучении чёрного тела.

Перечисленные затруднения и противоречия были преодолены в 1900 г. М. Планком, выдвинувшим гипотезу, согласно которой излучение и поглощение света происходит не непрерывно, а дискретно, определёнными порциями (квантами), энергия которых определяется частотой ν :

$$\varepsilon = h\nu . \quad (1)$$

Теория Планка не нуждалась в понятии об эфире. Она объяснила тепловое излучение чёрного тела. Эйнштейн А., опираясь на гипотезу Планка, в 1905 г. создал квантовую теорию света, согласно которой не только излучение света, но и его распространение происходит в виде потока световых квантов – фотонов, энергия которых определяется соотношением (1), а масса

$$m_{\phi} = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} = \frac{h}{\lambda c} . \quad (2)$$

Квантовые представления о свете хорошо согласуются с законами излучения и поглощения света, законами взаимодействия света с веществом. Явления же интерференции, дифракции и поляризации света легко объясняются на основе волновых представлений.

Всё многообразие изученных свойств и законов распространения света, его взаимодействия с веществом показывает, что свет имеет сложную природу. Он представляет собой единство противоположных видов движения – *корпускулярного (квантового) и волнового (электромагнитного)*. По современным представлениям свет представляет *двойственную корпускулярно-волновую природу*. Учитывая, что соотношения (1) и (2) связывают корпускулярные характеристики излучения – *массу и энергию кванта* с волновыми – *частотой колебаний и длиной волны*, можно сказать, что свет представляет собой *единство дискретности и непрерывности*.

Часть I. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

1.1. КОГЕРЕНТНЫЕ ВОЛНЫ

Интерференцией называют явление *перераспределения энергии* светового потока между точками пространства в результате наложения *когерентных волн*.

Когерентность – согласованное протекание во времени и пространстве нескольких колебательных или волновых процессов. Этому условию удовлетворяют *монохроматические* волны – неограниченные в пространстве волны одной определённой и строго постоянной частоты. Реальные источники света таких волн не дают.

Следует отметить, что волны, испускаемые атомами, имеют приблизительно постоянные амплитуду и фазу колебаний лишь в течение интервала времени $\approx 10^{-8}$ с. Излучение света за это время называется *волновым углом*. Само время излучения – временем когерентности – $\tau_{\text{ког}}$. За это время в однородной среде волна распространяется на расстояние $l_{\text{ког}} = c\tau_{\text{ког}}$, называемое *длиной когерентности* (длиной цуга).

Наряду с временной когерентностью для описания когерентных свойств волн в плоскости, перпендикулярной направлению их распространения, вводится понятие *пространственной когерентности*.

Пространственная когерентность определяется радиусом когерентности – минимальным поперечным направлением распространения волны расстоянием, на котором возможно проявление интерференции.

Радиус когерентности $r_{\text{ког}} \sim \lambda/\varphi$, где λ – длина волны света; φ – угловой размер источника в точке наблюдения интерференции.

Допустим, что мы имеем электромагнитные (световые) волны, описываемые уравнением

$$x = A \cos(\omega t + \varphi_0) = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} + \frac{r}{\lambda} \right), \quad (1.1)$$

где под x необходимо понимать векторы \vec{E} и \vec{H} – напряжённости электрического и магнитного полей; A – их амплитудное значение.

Эти напряжённости подчиняются принципу суперпозиции. Если в какую-либо точку пространства приходят две волны одинакового направления:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{и} \quad x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2),$$

то результирующее колебание будет иметь вид

$$x = x_1 + x_2 = A \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где амплитуда результирующего колебания определяется как

$$A^2 = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.2)$$

Для когерентных волн $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ имеет постоянное во времени (но своё для каждой точки пространства) значение и интенсивность волны (определяемая квадратом амплитуды колебаний $I \sim A^2$) будет равна

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1I_2} \cos(\varphi_2 - \varphi_1). \quad (1.3)$$

Тогда в точках пространства, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) > 0$ – интенсивность $I > I_1 + I_2$, где $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) < 0$ – интенсивность $I < I_1 + I_2$, т.е. произошло пространственное перераспределение энергии светового потока. При одинаковых амплитудах и фазах ($\varphi_2 - \varphi_1 = 2n\pi$ – чётное число π , т.е. когда $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = 1$) квадрат амплитуды результирующего колебания

$$A^2 = \left(\sum_{i=1}^n A_i \right)^2 = (na)^2 = n^2 a^2,$$

а интенсивность $I = n^2 I_i$ пропорциональна квадрату количества волн, приходящих в данную точку пространства. Когда колебания находятся в противофазе, при равных амплитудах, интенсивность $I = 0$, так как $\cos(\varphi_2 - \varphi_1) = -1$ (см. формулу (1.3)).

Для некогерентных волн разность фаз ($\varphi_2 - \varphi_1$) непрерывно изменяется, среднее во времени значение $\cos(\varphi_2 - \varphi_1)$ будет равно нулю и интенсивность результирующей волны $I = I_1 + I_2$, или пропорциональна количеству волн, т.е. $I = n I_i$. Наблюдаем обыкновенное, равномерное

усиление освещённости без перераспределения энергии светового потока.

Для получения когерентных волн световой поток, излучаемый одним источником, разделяют на две части, которые после прохождения разных *оптических путей* накладываются друг на друга и дают интерференционную картину (рис. 1.1).

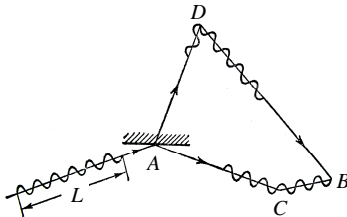


Рис. 1.1

Пусть разделение волны (цуга) произошло в точке A . До точки B , в которой наблюдается интерференционная картина, одна волна в среде с показателем преломления n_1 прошла путь $s_1 = ADB$, вторая – в среде с показателем преломления n_2 – путь $s_2 = ACB$. Если в точке A фаза колебаний была ωt , то в точке B первая волна возбудит колебание с фазой $\omega(t - \tau_1)$, где $\tau_1 = \frac{s_1}{v_1}$, т.е. $A_1 \cos \omega \left(t - \frac{s_1}{v_1} \right)$. Аналогично вторая волна возбудит колебания $A_2 \cos \omega \left(t - \frac{s_2}{v_2} \right)$. Учитывая, что фазовые скорости равны $v_1 = \frac{c}{n_1}$, $v_2 = \frac{c}{n_2}$, найдём разность фаз колебаний в точке B :

$$\Delta\varphi = \omega \left(\frac{s_2}{v_2} - \frac{s_1}{v_1} \right) = \frac{2\pi}{T} \left(\frac{n_2 s_2}{c} - \frac{n_1 s_1}{c} \right) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (n_2 s_2 - n_1 s_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} (l_2 - l_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \delta.$$

Величины $l_1 = n_1 s_1$ и $l_2 = n_2 s_2$, учитывающие оптические свойства среды, называются, в соответствии с теоремой Ферма, *оптической длиной пути*, а $\delta = l_2 - l_1$ – *оптической разностью хода* (пояснение на рис. 1.2). Если оптическая разность хода равна *целому числу длин волн* в вакууме (или *чётному числу полуволен*)

$$\delta = \pm m \lambda_0 = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \quad (1.4)$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$, то разность фаз $\Delta\varphi = \pm 2m\pi$ и колебания в точке B совпадут по фазе.

Следовательно, условие (1.4) является условием интерференционного *максимума*.

Если оптическая разность хода равна *нечётному числу полуволен*

$$\delta = \pm(2m+1) \frac{\lambda_0}{2} \quad (m = 0, 1, 2, 3, \dots), \quad (1.5)$$

то разность фаз $\Delta\varphi = \pm(2m+1)\pi$, и колебания в точке B будут происходить в противофазе.

Условие (1.5) является условием интерференционного *минимума*.

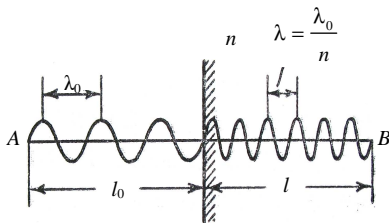


Рис. 1.2

1.2. МЕТОДЫ НАБЛЮДЕНИЯ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

Для наблюдения интерференционной картины применяются различные приёмы *разделения и последующего сведения* световых лучей, исходящих из одного источника. Всё это осуществляется с помощью экранов и щелей (опыт Юнга, рис. 1.3), совокупностью зеркал (бизеркала Френеля, рис. 1.4), преломляющих тел (бипризмы Френеля, рис. 1.5) и др.

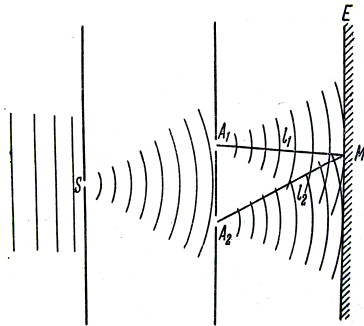


Рис. 1.3

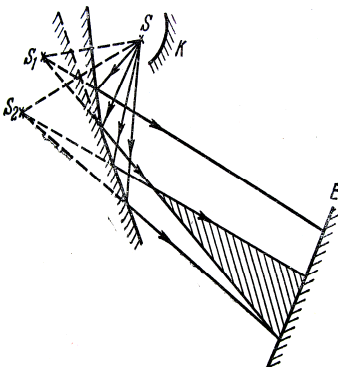


Рис. 1.4

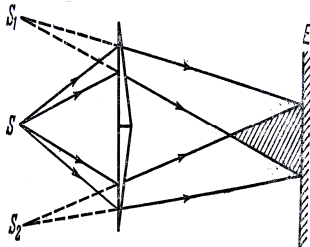


Рис. 1.5

В опыте Юнга источником света служит ярко освещённая щель S , от которой световая волна падает на две равноудалённые узкие щели A_1 и A_2 , параллельные щели S . Эти щели играют роль когерентных источников. Интерференционная картина наблюдается на экране M .

В опыте с зеркалами Френеля свет от источника S падает расходящимся пучком на два плоских зеркала, расположенных относительно друг друга под углом близким к 180° . Световые пучки, отразившиеся от зеркал, можно считать выходящими из мнимых источников S_1 и S_2 , которые являются когерентными. Интерференционная картина наблюдается на экране E , защищённом от прямого попадания света экраном K .

Бипризма Френеля (рис. 1.5) состоит из двух одинаковых, сложенных основаниями, призм с малыми преломляющими углами. Свет от источника S преломляется в обеих призмах, в результате чего за бипризмой распространяются световые лучи, как бы исходящие из мнимых источников S_1 и S_2 , являющихся когерентными. На поверхности экрана E наблюдается интерференционная картина.

1.3. РАСЧЁТ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННОЙ КАРТИНЫ ОТ ДВУХ ИСТОЧНИКОВ

Расчёт интерференционной картины для предложенных методов практически одинаков. Остановимся на опыте Юнга (рис. 1.6).

Щели S_1 и S_2 находятся на малом расстоянии d друг от друга и являются когерентными источниками света. Интерференция наблюдается в произвольной точке M экрана, параллельной обоим щелям и расположенного от них на расстоянии $l \gg d$. Координата x точки M взята относительно оси, расположенной симметрично щелям S_1 и S_2 . Интенсивность света в точке M будет зависеть от оптической разности хода $\delta = l_2 - l_1$. Из рисунка 1.6 имеем

$$l_2^2 = l^2 + (x + d/2)^2; \quad l_1^2 = l^2 + (x - d/2)^2,$$

откуда $l_2^2 - l_1^2 = 2xd$ или $\delta = l_2 - l_1 = 2xd / (l_1 + l_2)$.

Из условия $l \gg d$ следует, что $l_1 + l_2 \approx 2l$, поэтому

$$\delta = xd / l. \quad (1.6)$$

Подставив найденное значение δ (1.6) в выражения (1.4) и (1.5), получим координаты максимумов интенсивности

$$x_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \frac{l}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots) \quad (1.7)$$

и координаты минимумов интенсивности

$$x_{\min} = \pm (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2} \frac{l}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (1.8)$$

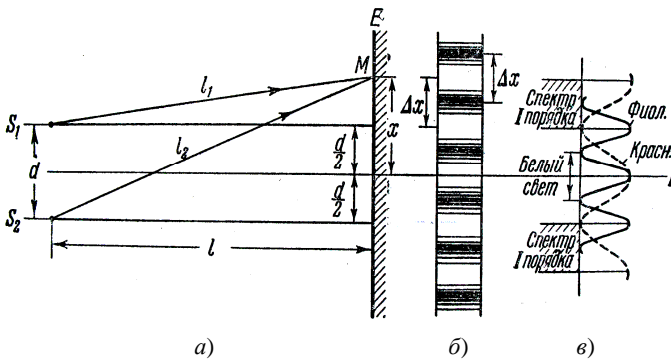


Рис. 1.6

Расстояние между двумя соседними максимумами (или минимумами), называемое *шириной интерференционной полосы*, равно

$$\Delta x = \frac{l}{d} \lambda_0. \quad (1.9)$$

Δx не зависит от порядка интерференции (величины m) и является постоянной для данных l , d и λ_0 . Главный максимум ($m = 0$) расположен на осевой линии, вверх и вниз от него (см. рис. 1.6) на равных расстояниях друг от друга располагаются максимумы (минимумы) первого ($m = 1$), второго ($m = 2$) порядков и т.д.

Если использовать белый свет с длинами волн от 0,39 мкм (фиолетовая граница спектра) до 0,75 мкм (красная граница спектра), то интерференционные максимумы для каждой длины волны будут, согласно (1.9), смещены относительно друг друга и иметь вид радужных полос. При $m = 0$ максимумы всех длин волн совпадают, и в середине экрана наблюдается белая полоса, по обе стороны которой симметрично расположатся спектрально окрашенные полосы максимумов первого, второго порядков и т.д. (ближе к белой полосе расположен фиолетовый цвет, дальше – красный цвет).

1.4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА В ТОНКИХ ПЛЁНКАХ

Очень часто явление интерференции можно наблюдать в естественных условиях. Примером может служить радужная окраска тонких плёнок – мыльных пузырей, плёнок нефти или масла на поверхности воды, прозрачных плёнок оксидов на поверхности металлических деталей и т.п. Образование когерентных волн происходит в этом случае вследствие отражения падающего на плёнку света от её верхней и нижней поверхностей.

Для установления общих закономерностей интерференции света в тонких плёнках рассмотрим плоскопараллельную прозрачную плёнку толщиной d , на которую из воздуха (показатель преломления $n_{\text{возд}} \approx 1$) падает под углом i плоская монохроматическая волна (рис. 1.7). Луч I , падающий на плёнку в точке A , частично отразится, а частично преломится под углом r и войдёт в плёнку. Дойдя до точки C , он частично преломится в воздух, а частично отразится и пойдёт к точке B . Здесь он опять частично отразится и преломится, и часть луча I выйдет в воздух под углом i . С другой стороны, на точку B плёнки падает и частично отражается под тем же углом i луч II . В результате к глазу наблюдателя пойдут два луча: луч I , прошедший путь ACB в веществе плёнки, и луч II , прошедший путь EB в воздухе и отражённый от плёнки.

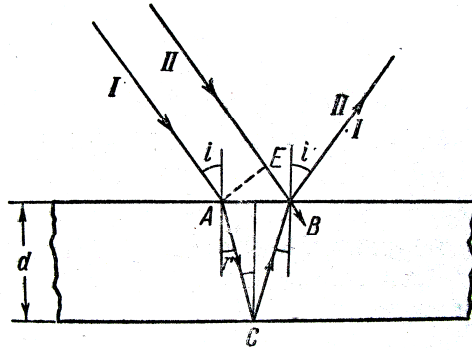


Рис. 1.7

На фронте волны AE оба луча имели одинаковую фазу, но в дальнейшем прошли различные пути в разных средах, кроме того, луч EB при отражении от оптически более плотной среды в точке B теряет полволны. С учётом этого определим оптическую разность хода лучей I и II :

$$\delta = n(AC + CB) - \left(EB + \frac{\lambda_0}{2} \right) = n \frac{2d}{\cos r} - 2d \operatorname{tg} r \sin i - \frac{\lambda_0}{2}.$$

Используя закон преломления $\frac{\sin i}{\sin r} = n$ и исключая угол r , окончательно получим

$$\delta = 2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.10)$$

При освещении плёнки монохроматическим светом и наблюдении отражённого света глазом, аккомодированным на бесконечность (или через линзу), плёнка будет светлой, если $\delta = 2m \frac{\lambda_0}{2}$, и тёмной, если

$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda_0}{2}$. Так как согласно (1.10) величина δ зависит от i , n и d ,

то возможны различные случаи. Так, при изменении угла наклона (непараллельный пучок) будет меняться освещённость плёнки (светлые и тёмные линии равного наклона). Если толщина плёнки d неодинакова, то на её поверхности будут наблюдаться полосы, отвечающие участкам равной толщины, причём те участки, для которых

$$2d \sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2} = 2m \frac{\lambda_0}{2}, \quad (1.11)$$

будут светлыми, а участки, для которых

$$2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i} - \frac{\lambda_0}{2} = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}, \quad (1.12)$$

будут тёмными. В соответствии с этим сами светлые и тёмные полосы также называют полосами равной толщины.

При освещении плёнки или плоскопараллельной пластинки белым светом условие максимума (1.11) будет соблюдено лишь для одной определённой длины волны и вся поверхность плёнки или пластинки окрасится в один определённый цвет, причём с изменением наклона эта окраска будет меняться. Для плёнок и пластинок переменной толщины (клин, поверхность мыльного пузыря, плёнка масла на поверхности воды) эта окраска будет на различных участках различна.

1.5. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА ОТ КЛИНА (КОЛЬЦА НЬЮТОНА)

Частным случаем полос равной толщины являются кольца Ньютона, которые наблюдаются в схеме, изображённой на рис. 1.8. Плосковыпуклая линза большого радиуса кривизны прижимается выпуклой стороной к плоской пластинке так, что между ними образуется воздушный клин переменной толщины d . Толщина этого клина зависит от расположения точки B , характеризуемого радиусом r . Из прямоугольного треугольника ABC имеем

$$r^2 = R^2 - (R - d)^2 = (2R - d)d \approx 2Rd,$$

откуда
$$d \approx \frac{r^2}{2R}. \quad (1.13)$$

Пучок параллельных лучей падает сверху на линзу. Луч, доходящий до точки B , частично отражается, а частично проходит в воздушный клин. Отражаясь в точке D от пластинки, он возвращается обратно и интерферирует с лучом, отражённым в точке B . Учитывая потерю полволны в точке D , определим оптическую разность хода лучей как

$$\delta = 2d + \frac{\lambda_0}{2} = \frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2}. \quad (1.14)$$

При освещении системы монохроматическими лучами в отражённом свете будут наблюдаться перемежающиеся светлые и тёмные кольца постоянных радиусов r (рис. 1.8, б). Радиусы тёмных колец определяются из условия гашения $\delta = (2m+1)\frac{\lambda_0}{2}$, т.е. $\frac{r^2}{R} + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0 + \frac{\lambda_0}{2}$, откуда радиус m -го тёмного кольца равен

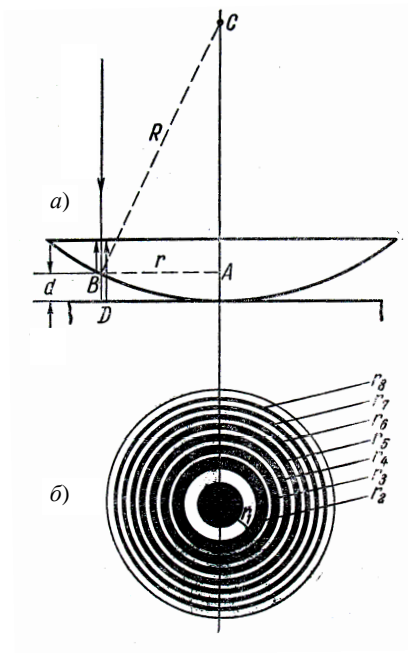


Рис. 1.8

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R} = \sqrt{2m \frac{\lambda_0}{2} R}. \quad (1.15)$$

Радиусы светлых колец находятся из условия максимумов $\delta = 2m \frac{\lambda_0}{2}$ и равны

$$r_m^* = \sqrt{(2m-1) \frac{\lambda_0}{2} R}. \quad (1.16)$$

Счёт тёмных колец начинается с $m = 0$, светлых – с $m = 1$. При освещении прибора белым светом светлые кольца становятся соответственно окрашенными.

1.6. ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРФЕРЕНЦИИ СВЕТА

Явление интерференции света применяется для улучшения качества оптических приборов (просветление оптики) и получения высокоотражающих покрытий.

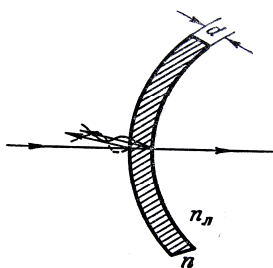


Рис. 1.9

Просветление оптики. Современные объективы содержат большое количество линз; число отражений в них велико, а поэтому велики и потери светового потока. Кроме того, отражения от поверхностей линз приводят к возникновению бликов, что часто демаскирует положение прибора. Для уменьшения отражения света И.В. Гребенчиковым с сотрудниками была разработана технология покрытия наружных поверхностей линзы специальными тонкими плёнками.

Идея метода представлена на рис. 1.9.

При наличии плёнки падающий свет отражается *дважды*: от границы воздух–плёнка и от границы плёнка–линза. Показатель преломления n и толщина плёнки d подбираются так, чтобы оба отражённых луча были в противофазе и гасили друг друга, т.е. $\delta = 2dn = \lambda_0 / 2$.

Толщина плёнки определится из условия

$$d = \frac{\lambda_0}{4n} = \frac{\lambda}{4}, \quad (1.17)$$

где $\lambda = \lambda_0 / n$ есть длина волны света в веществе плёнки.

Условие гашения обычно выбирается для длины волны $\lambda_0 = 555$ нм.

Интерферометр Майкельсона. Интерферометры служат для прецизионных измерений линейных размеров тел. На рисунке 1.10 параллельный пучок лучей от источника S падает под углом 45° на плоскопараллельную стеклянную пластинку. Сторона пластинки, удалённая от S , посеребрённая и полупрозрачная, разделяет луч на две части. Отражённый луч идет к зеркалу S_1 , отражается от него и, возвращаясь обратно, проходит путь вновь через пластинку и попадает в зрительную трубу T .

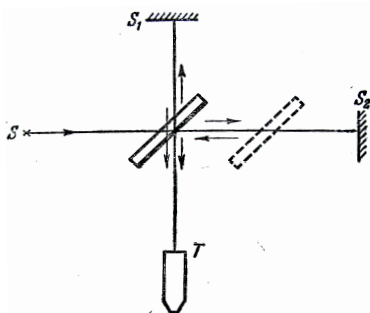


Рис. 1.10

Второй луч идёт к зеркалу S_2 , отражается от него, возвращается обратно и, отражаясь от пластинки, попадает в ту же трубу T , интерферируя с первым. Пунктирно изображённая вторая стеклянная пластинка служит для компенсации хода второго луча. При перемещении зеркала S_2 на расстояние, равное $\lambda/4$, разность хода обоих лучей увеличится на $\lambda/2$ и произойдёт смена освещённости зрительного поля.

С помощью такого интерферометра был впервые измерен и сравнен с длиной стандартной световой волны международный эталон метра.

Микроинтерферометр Линника служит для контроля за чистотой обработки металлических поверхностей высокого класса точности (порядка $0,1\lambda$) и представляет собой комбинацию интерферометра и микроскопа (рис. 1.11). Свет от источника S падает на разделяющий кубик, склеенный из двух призмочек. Гипотенузная грань одной из призмочек посеребрена и выполняет роль полупрозрачного зеркала. Прошедший от S пучок света попадает на зеркало Z , отражается обратно к кубику и, отразившись от полупрозрачной грани, идёт в микроскоп M . Второй луч, отразившись от полупрозрачной грани, падает на исследуемую поверхность и, отразившись от неё, проходит через кубик в микроскоп M , интерферируя с первым лучом. Если на испытуемой поверхности есть неровности, то они изменяют ход второго луча и интерференционные полосы сдвигаются, как показано в средней и правой части рис. 1.11, б).

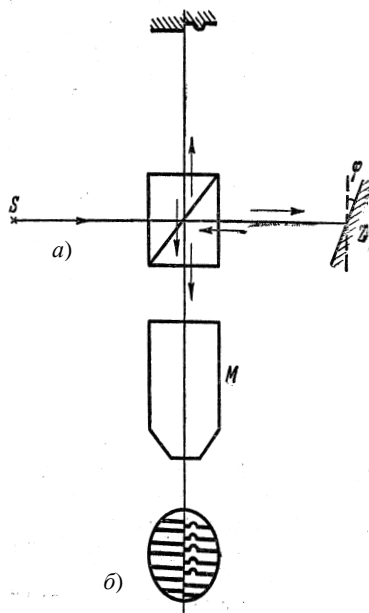


Рис. 1.11

В *газовом интерферометре*, изображённом на рис. 1.12, параллельный пучок света от источника S разделяется диафрагмой D на два пучка, проходящих через две кюветы одинаковой длины l , заполняемые разными газами. Пучки вновь собираются линзой L и интерферируют друг с другом. Оптическая разность хода в этом случае равна

$$\delta = n_1 l - n l = (n_1 - n)l, \quad (1.18)$$

где n – показатель преломления эталонного, а n_1 – испытуемого газа.

Интерференционная картина в виде вертикальных полос наблюдается после преломления пучков в вертикальной цилиндрической линзе B , расположенной перпендикулярно к чертежу. Часть пучков после диафрагмы идёт в воздухе над кюветами и даёт интерференционные полосы в верхней части поля зрения цилиндрической линзы (рис. 1.12, б).

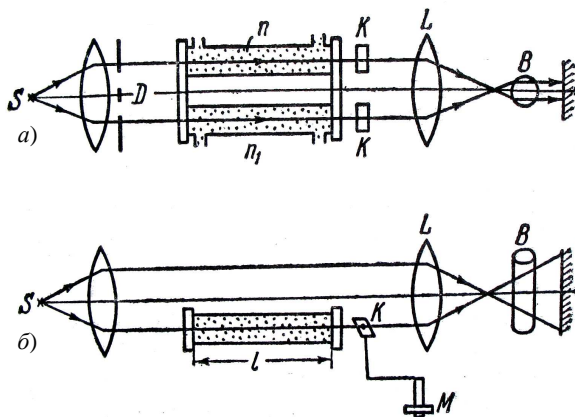


Рис. 1.12

При $n_1 \neq n$ интерференционные полосы пучков, прошедших через кювету, сдвигаются относительно эталонных полос и по величине этого сдвига можно определить разность $n_1 - n$. Таким путём можно измерять разности в показателях преломления с точностью до седьмого знака после запятой. Поскольку показатель преломления n_1 пропорционален плотности газа и зависит от его химического состава, то таким путём можно измерять небольшие концентрации примесей в газе, а также изменения его давления и температуры. Если испытуемый газ с примесью непрерывно просасывается через кювету, то таким путём можно следить за изменениями его концентрации с течением времени.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1.1. Два когерентных источника света S_1 и S_2 ($\lambda = 0,5$ мкм) находятся на расстоянии 2 мм друг от друга. В 2-х м от линии S_1S_2 (рис. 1.13), соединяющей источники, находится экран. Точка A расположена на экране таким образом, что луч S_1A перпендикулярен к плоскости экрана.

Определить:

1. Что будет наблюдаться в точке A экрана – усиление или ослабление света?

2. Что будет наблюдаться в точке A , если на пути луча S_2A перпендикулярно к нему поместить стеклянную плоскопараллельную пластинку толщиной 10,5 мкм?

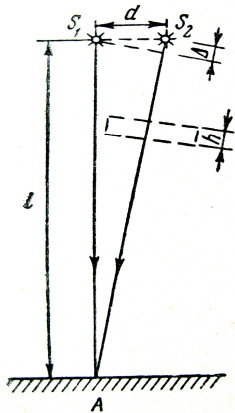


Рис. 1.13

Решение. 1. Условие усиления или ослабления света определяется величиной оптической разности хода Δ лучей.

Если разность хода лучей кратна целому числу длин волн или чётному числу полуволен ($\Delta = k\lambda$, где $k = 0, 1, 2, \dots$), то наблюдается максимум усиления света.

Если разность хода лучей кратна нечётному числу длин полуволен ($\Delta = (2k + 1)\frac{\lambda}{2}$, где $k = 0, 1, 2, \dots$), то наблюдается максимум ослабления света.

Так как в первом случае оба луча идут в вакууме, то оптическая разность хода Δ_1 будет равна геометрической разности:

$$S_2A - S_1A = \sqrt{l^2 + d^2} - l.$$

Подставим данные задачи (в мм) и произведём вычисление:

$$\Delta_1 = \sqrt{(2 \cdot 10^3)^2 + 2^2} - 2 \cdot 10^3 = 10^{-3} \text{ (мм)} = 1 \text{ мкм.}$$

Δ_1 удовлетворяет условию максимального усиления света $\left(k = \frac{\Delta_1}{\lambda} = \frac{1}{0,5} = 2\right)$, следовательно, в точке A будет максимум освещённости.

2. Если поместить на пути луча S_2A стеклянную пластинку, то изменится оптическая разность хода лучей. Оптическая длина пути луча S_1A останется прежней, равной l , оптическая длина пути луча S_2A изменится. Она будет складываться из длины пути луча в вакууме $S_2A - h$ (h – толщина пластинки) и оптической длины пути луча в пластинке nh . Тогда оптическая разность хода лучей

$$\Delta_2 = [(S_2A - h) + nh] - S_1A = S_2A - S_1A + h(n - 1) = \Delta_1 + h(n - 1).$$

Подставляя данные в микрометрах и вычисляя, получим

$$\Delta_2 = 1 + 10,5(1,5 - 1) = 6,25 \text{ мкм.}$$

Δ_2 удовлетворяет условию максимального ослабления света:

$$2k + 1 = \frac{\Delta_2}{\lambda} = \frac{6,25}{0,5} = 25.$$

Внесение стеклянной пластинки изменяет интерференционную картину: в точке A будет наблюдаться минимум освещённости.

Пример 1.2. На стеклянный клин нормально к его грани падает монохроматический свет с длиной волны 0,6 мкм. Число интерференционных полос, приходящихся на 1 см, равно 10.

Определить преломляющий угол клина – α .

Решение. Параллельный пучок лучей, падая нормально к грани клина, отражается как от верхней, так и от нижней грани. Эти лучи когерентны, и поэтому наблюдается устойчивая картина интерференции. Так как интерференционные полосы наблюдаются при малых углах клина, то отражённые лучи 1 и 2 (рис. 1.14) будут практически параллельны.

Тёмные полосы видны на тех участках клина, для которых разность хода лучей кратна нечётному числу полувопл:

$$\Delta = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (1)$$

где $k = 0, 1, 2, \dots$

Разность хода двух лучей складывается из разности оптических длин путей этих лучей $2dn \cos i_2$ и половины длины волны $\frac{\lambda}{2}$. Величина $\frac{\lambda}{2}$ представляет собой добавочную разность хода, возникающую при отражении от оптически более плотной среды. Подставляя в формулу (1) значение разности хода лучей Δ , получим

$$2d_k n \cos i_2 + \frac{\lambda}{2} = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (2)$$

где n – коэффициент преломления стекла ($n = 1,5$); d_k – толщина клина в том месте, где наблюдается тёмная полоса, соответствующая номеру k ; i_2 – угол преломления; λ – длина волны.

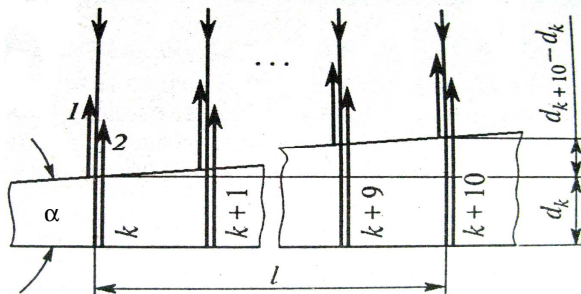


Рис. 1.14

Согласно условию, угол падения равен нулю, следовательно, и угол преломления i_2 равен нулю, а $\cos i_2 = 1$. Раскрыв скобки в правой части равенства (2), после упрощения получим

$$2d_k n = k\lambda. \quad (3)$$

Пусть произвольной тёмной полосе номера k соответствует определённая толщина клина в этом месте d_k , а тёмной полосе номера $(k + 10)$ соответствует толщина клина d_{k+10} . Согласно условию задачи десять полос укладываются на расстоянии $l = 1$ см. Тогда искомый угол (см. рис. 1.14) будет равен

$$\alpha = \frac{d_{k+10} - d_k}{l}, \quad (4)$$

где из-за малости преломляющего угла $\sin \alpha \approx \alpha$ (угол α выражен в радианах).

Находя d_k и d_{k+10} из формулы (3) и подставляя их в формулу (4), будем иметь

$$\alpha = \frac{\frac{k+10}{2n}\lambda - \frac{k}{2n}\lambda}{l} = \frac{5\lambda}{nl}.$$

Подставляя числовые данные, получим

$$\alpha = \frac{5 \cdot 0,6 \cdot 10^{-4}}{1,5 \cdot 1} = 2 \cdot 10^{-4} \text{ рад.}$$

Выразим α в градусах. Для этого можно воспользоваться соотношением между радианом и секундой.

$$1 \text{ рад} = 206\,265'' = 2'',06 \cdot 10^5, \text{ т.е. } \alpha = 2 \cdot 10^{-4} \cdot 2'',06 \cdot 10^5 = 41'',2.$$

Или в соответствии с общим правилом перевода из радиан в градусы

$$\alpha_{\text{град}} = \frac{180}{\pi} \alpha \text{ (рад),}$$

$$\alpha = \frac{180}{3,14} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 1^0,15 \cdot 10^{-2} = 0',688 = 41'',2.$$

Искомый угол равен $41'', 2$.

Пример 1.3. В интерференционной установке с бизеркалами Френеля источником света S служит очень узкая щель, параллельная линии пересечения зеркал, находящаяся на расстоянии $r = 10$ см от неё (рис. 1.15). Угол α между зеркалами I и II равен $12'$. Интерференционная картина наблюдается на экране \mathcal{E} , расположенном на расстоянии $b = 120$ см от линии пересечения зеркал.

Определить ширину интерференционных полос на экране и их число.

Решение. В данном опыте узкую щель можно рассматривать как светящуюся линию. Система бизеркалов Френеля даёт два мнимых изображения этой линии, располагающихся параллельно самому источнику и линии пересечения зеркал, т.е. параллельно оси O_1Z_1 . Каждой точке S светящейся линии соответствуют два мнимых изображения S' и S'' . Эти три точки лежат в плоскости, параллельной плоскости $X_1O_1Y_1$. На рисунке 1.15 изображены точка S_k , соответствующая середине светящейся линии, и её мнимые изображения S'_k и S''_k . Эти мнимые изображения представляют собой точечные когерентные источники, так как они в любой момент в точности повторяют все особенности светящейся точки S_k : начальную фазу, направление колебаний вектора E , возможное отклонение от монохроматичности.

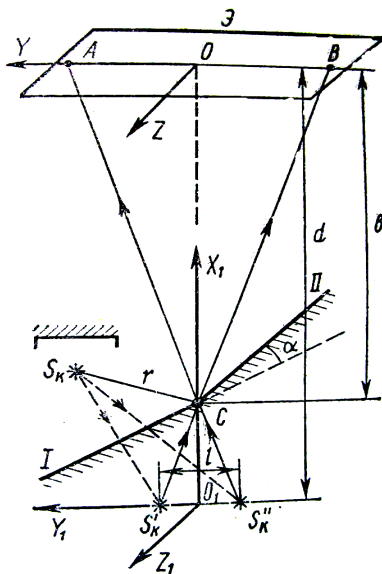


Рис. 1.15

Волны, распространяющиеся от каждой такой пары когерентных источников, образуют в пространстве интерференционную картину. Разность фаз между волнами, приходящими от какой-либо пары когерентных источников (например, S'_k и S''_k) в некоторую точку экрана (например, M , рис. 1.16), зависит в этом случае только от угла θ , который каждый луч образует с осью O_1X_1 . При этом условие интерференционных максимумов имеет вид

$$\Delta\varphi = (2\pi/\lambda)l \sin \theta = 2m\pi$$

или
$$\Delta = l \sin \theta = 2m \frac{\lambda}{2}. \quad (1)$$

Ордината m -й светлой полосы на экране

$$y_m = d \operatorname{tg} \theta. \quad (2)$$

Таким образом, положение интерференционного максимума m -го порядка определяется углом θ и параметрами установки (r ; α , φ), от которых зависят расстояния l и d .

Для того чтобы с помощью равенств (1) и (2) рассчитать положение интерференционных полос и их ширину, рассмотрим ход интерферирующих лучей.

Точки S'_k и S''_k являются мнимыми изображениями точки S_k соответственно в зеркалах I и II (рис. 1.17). По законам построения изображений в плоском зеркале, расстояния $CS'_k = CS''_k = CS_k = r$,

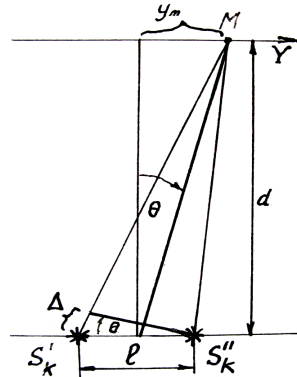


Рис. 1.16

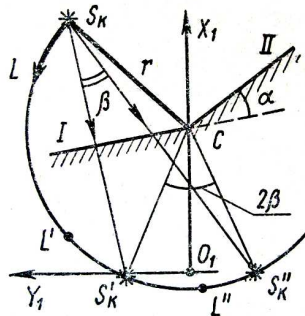


Рис. 1.17

т.е. все три точки S_k , S'_k и S''_k лежат на окружности радиуса r с центром в точке C . Поэтому центральный угол $S'_kCS''_k = 2\beta$, где β – угол между хордами $S_kS'_k$ и $S_kS''_k$. Углы β и α равны как углы с взаимно перпендикулярными сторонами: хорда $S_kS'_k$ перпендикулярна зеркалу I , хорда $S_kS''_k$ перпендикулярна зеркалу II . Таким образом, центральный угол $S'_kCS''_k = 2\alpha$. Поскольку угол α мал, расстояние между источниками

$$S'_kS''_k = l = r2\alpha, \quad (3)$$

а расстояние от источников до экрана (рис. 1.15)

$$d = \epsilon + r. \quad (4)$$

Так как угол θ мал, то $\sin \theta = \text{tg} \theta$ и из выражений (1) и (2) получим

$$y_m = m\lambda d / l$$

или, учитывая (3) и (4), получим

$$y_m = (\epsilon + r)m\lambda / (r2\alpha). \quad (5)$$

Запишем выражение (5) для m -й и $(m + 1)$ -й светлых полос:

$$y_m = (\epsilon + r)m\lambda / (r2\alpha); \quad y_{m+1} = (\epsilon + r)(m+1)\lambda / (r2\alpha).$$

Тогда ширина интерференционной полосы (промежуток между максимумами)

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = (\epsilon + r)\lambda / (r2\alpha). \quad (6)$$

Подставив числовые данные из условия задачи в выражение (6), получим

$$\Delta y = y_{m+1} - y_m = (1,2 + 0,1)5,5 \cdot 10^{-7} / (0,1 \cdot 2 \cdot 0,0035) = 10^{-3} \text{ м} = 1,0 \text{ мм}.$$

Область локализации интерференционной картины ограничена лучами S'_kCB и S''_kCA (рис. 1.15), протяжённость этой области на экране определяется расстоянием AB . Как видно из рисунка, $AB = \epsilon 2\alpha$. Тогда число интерференционных полос

$$N = (AB / \Delta y) + 1 = \epsilon 2\alpha / \Delta y + 1. \quad (7)$$

Подставив в (7) числовые данные, получим

$$N = 1,2 \cdot 2 \cdot 0,0035 / 10^{-3} + 1 = 9,4 .$$

Таким образом, на экране наблюдается девять интерференционных максимумов.

Пример 1.4. Кольца равной толщины наблюдаются следующим образом. На вогнутую линзу с радиусом кривизны R_1 положили плосковыпуклую с меньшим радиусом кривизны R_2 .

Вывести формулу для радиусов светлых и тёмных интерференционных колец, наблюдаемых в отражённом свете с длиной волны λ .

Решение. Рассмотрим световой луч, падающий нормально на систему линз. В результате отражения он разобьётся на два. Первый интерферирующий луч отражается от нижней поверхности выпуклой линзы в точке A , второй – от поверхности вогнутой линзы в точке B (рис. 1.18). Через точку соприкосновения поверхностей линз проведём касательную плоскость PP . В месте наблюдения k -го кольца расстояние точки A от плоскости PP равно h_2 , а расстояние точки B равно h_1 , причём, в соответствии с (1.13)

$$h_2 = \frac{r_k^2}{2R_2}; \quad h_1 = \frac{r_k^2}{2R_1} .$$

Разность хода Δ интерферирующих лучей определяется толщиной воздушного зазора между линзами ($h_2 - h_1$) и потерей полуволны в точке B . Таким образом

$$\Delta = 2(h_2 - h_1) + \frac{\lambda}{2} = 2 \frac{r_k^2}{2} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) + \frac{\lambda}{2} = r_k^2 \frac{1 - \frac{R_2}{R_1}}{R_2} + \frac{\lambda}{2} .$$

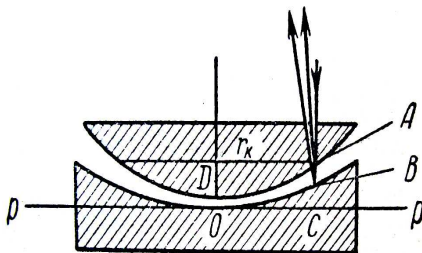


Рис. 1.18

Учитывая, что разность хода для ослабления света кратна нечётному числу полуволен, т.е. $\Delta = (2k + 1)\lambda / 2$, а для усиления – чётному числу полуволен – $\Delta = 2k\lambda / 2$, получим

– для тёмных колец

$$r_k = \sqrt{\frac{R_2 k \lambda}{1 - \frac{R_2}{R_1}}}, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3, \dots;$$

– для светлых колец

$$r'_k = \sqrt{\frac{R_2 (2k - 1) \lambda}{1 - \frac{R_2}{R_1}}}, \text{ где } k = 0, 1, 2, 3, \dots$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какое явление называют интерференцией света?
2. Какую величину называют: временем когерентности, длиной когерентности? Какова связь между ними?
3. Для чего вводятся понятия временной и пространственной когерентности?
4. Что такое: оптическая длина пути, оптическая разность хода?
5. При каких условиях два световых пучка дают в некоторой точке пространства интерференционный максимум или минимум?
6. Почему интерференцию можно наблюдать от двух лазеров и нельзя от двух электроламп?
7. Как изменится интерференционная картина в опыте Юнга (см. рис. 1.6), если эту систему поместить в воду?
8. Что такое полосы равной толщины и равного наклона? Где они локализованы?
9. Почему центр колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете, обычно светлый?
10. Как изменяется размер колец Ньютона: при переходе от одного цвета света к другому, при заполнении воздушного зазора различными прозрачными жидкостями?
11. В чём заключается суть просветления оптики?
12. Нарисуйте упрощённую схему интерферометра Майкельсона.
13. Чем отличается микроинтерферометр Линника от интерферометра Майкельсона?
14. Для каких целей используется газовый интерферометр?

2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА

2.1. ДИФРАКЦИЯ И УСЛОВИЯ ЕЁ НАБЛЮДЕНИЯ. ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА – ФРЕНЕЛЯ. МЕТОД ЗОН ФРЕНЕЛЯ. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ СВЕТА

Совокупность явлений, которые обусловлены волновой природой света и наблюдаются при его распространении в среде с резко выраженной оптической неоднородностью (прохождение света через отверстия в экранах, вблизи границ непрозрачных тел и т.п.), называется дифракцией света.

В более узком смысле под дифракцией понимают огибание светом встречных препятствий. Явление дифракции можно объяснить на основе принципа Гюйгенса и законов интерференции.

Принцип Гюйгенса. Каждая точка фронта волны является источником волн, распространяющихся с характерной для данной среды скоростью v .

Законы интерференции. Все точки фронта волны колеблются с одинаковой частотой и в одинаковой фазе и, следовательно, представляют совокупность когерентных источников. В произвольную точку M перед фронтом они приходят, пройдя различные расстояния, сдвинутыми по фазе.

Однако, одного принципа Гюйгенса недостаточно, так как он не позволяет найти амплитуды колебаний, распространяющихся в различных направлениях, т.е. нельзя определить интенсивность, энергию, огибающих волн. Дополнение к принципу Гюйгенса при объяснении явления дифракции дал Френель. Схема, поясняющая метод Френеля, показана на рис. 2.1.

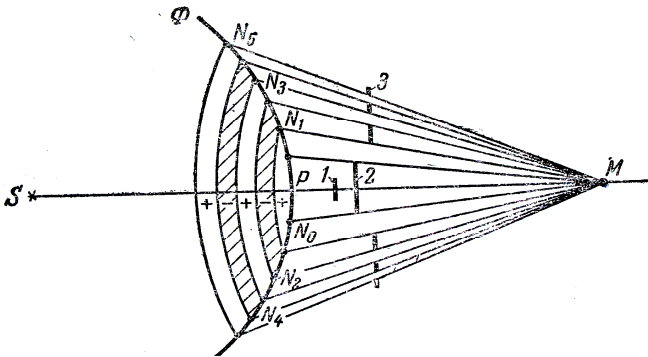


Рис. 2.1

Для определения амплитуды колебаний в какой либо точке M , лежащей перед открытым фронтом волны, надо этот фронт разбить на зоны так, что расстояния от точки M до каждой соседней зоны отличались на $\lambda/2$, (т.е. волны от соседних зон будут приходить в точку наблюдения в противофазах), определить амплитуды колебаний от каждой зоны и сложить их с учётом фаз.

На рисунке 2.1 S есть точечный источник монохроматического света в однородной среде. От него по принципу Гюйгенса распространяется сферическая волна, фронт которой в некоторый момент занимает положение Φ . Точка наблюдения M лежит на осевой линии SM .

Для расчёта результатов интерференции открытый фронт разбиваем рядом сфер с центрами в точке M и радиусами, соответственно равными

$$\begin{aligned} r_0 &= MP, & r_3 &= MP + 3\lambda/2, \\ r_1 &= MP + \lambda/2, & \dots\dots\dots & \\ r_2 &= MP + 2\lambda/2, & r_k &= MP + k\lambda/2. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Получили ряд кольцевых зон, заштрихованных через одну. Покажем, что площади этих зон (амплитуды колебаний) одинаковы (рис. 2.2).

Как известно, площадь сферического сегмента равна

$$\Delta S = 2\pi R h,$$

где R – радиус сферы; h – высота сферического сегмента. Пользуясь изображением на рис. 2.2, определим h . Для этого рассмотрим два

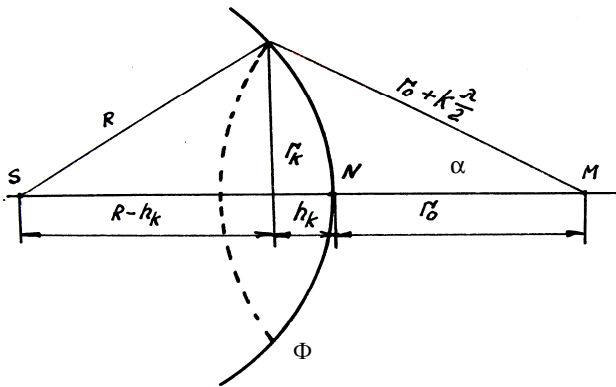


Рис. 2.2

прямоугольных треугольника, у которых общая высота r_k является радиусом k -й зоны, выразим её

$$r_k^2 = R^2 - (R - h_k)^2 \quad (2.2)$$

и

$$r_k^2 = \left(r_0 + k \frac{\lambda}{2} \right)^2 - (r_0 + h_k)^2. \quad (2.3)$$

Решая эти два уравнения, находим h :

$$h = \frac{r_0 k \lambda}{2(R + r_0)} = k \frac{r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2}. \quad (2.4)$$

На площади сферического сегмента ΔS укладывается k зон, площадь которых можно определить как разность сегментов, охватывающих k -ю зону и $(k - 1)$ -ю зону, т.е.

$$\Delta S_{\text{зоны}} = \Delta S_k - \Delta S_{k-1} = k 2\pi R \frac{r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2} - (k - 1) 2\pi R \frac{r_0}{R + r_0} \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi R r_0}{R + r_0} \lambda.$$

Получили, что площади зон (амплитуды колебаний) одинаковы, не зависят от их расположения и определяются только параметрами установки и длиной волны λ монохроматического света. Следовательно, амплитуды колебаний от отдельных зон, доходящих до точки наблюдения M , будут определяться только расстояниями $r_0 + k \frac{\lambda}{2}$ и углом α между нормалью к фронту и направлением к зоне. При увеличении k растут r_k , α и амплитуды будут убывать:

$$A_0 > A_1 > A_2 > A_3 > \dots > A_k > A_{k+1} > \dots$$

В качестве допустимого приближения можно считать, что амплитуда колебаний, приходящих от k -й зоны Френеля равна

$$A_k = \frac{A_{k-1} + A_{k+1}}{2}. \quad (2.5)$$

Амплитуда суммарного колебания в точке M от всех зон с учётом их фаз и (2.5)

$$A_M = \frac{A_0}{2} + \frac{A_0}{2} - A_1 + \frac{A_2}{2} + \frac{A_2}{2} - A_3 + \frac{A_4}{2} + \frac{A_4}{2} - A_5 + \dots \approx \frac{A_0}{2} \pm \frac{A_k}{2}.$$

Последнее слагаемое можно не учитывать, так как с ростом k , оно стремится к нулю. Таким образом, амплитуда суммарного колебания в точке наблюдения равна половине амплитуды колебаний любой зоны.

Число зон, укладываемых на волновом фронте, не закрытом экраном, зависит от отношения размеров отверстия в экране r_k к длине волны λ и от места расположения волнового фронта – r_0 . Подставив в (2.3) выражение (2.4), получим для r_k

$$r_k^2 = k \frac{Rr_0}{R + r_0} \lambda,$$

откуда

$$k = \frac{r_k}{\lambda} \frac{r_k (R + r_0)}{Rr_0}. \quad (2.6)$$

Воспользуемся (2.6) для определения радиуса первой (центральной) зоны при $R = r_0 = 10$ см и $\lambda = 0,5$ мкм, получим, что $r_1 = 0,158$ мм.

Следовательно, распространение света от S к M происходит так, как будто световой поток распространяется внутри очень узкого канала вдоль SM , т.е. *прямолинейно*. Таким образом, принцип Гюйгенса–Френеля позволяет объяснить прямолинейное распространение света в однородной среде.

Правомерность деления волнового фронта на зоны Френеля подтверждается экспериментально с помощью зонных пластинок – системы чередующихся прозрачных и непрозрачных колец, построенных по принципу расположения зон Френеля. Если поместить зонную пластинку на расстоянии R от точечного источника света и на расстоянии r_0 от точки наблюдения, то она перекроет чётные зоны и оставит свободными нечётные, начиная с центральной. В результате этого результирующая амплитуда окажется больше, чем при открытом фронте волны, т.е.

$$A_M = A_1 + A_3 + A_5 + \dots$$

Опыт подтверждает эти выводы: освещённость в точке M действительно увеличивается.

Из (2.6) следует, что для плоского фронта волны при $R \rightarrow \infty$ количество зон будет равно

$$k = \frac{r_k}{\lambda} \frac{r_k}{r_0} = \frac{r_k}{\lambda} \alpha \quad (2.7)$$

и при постоянных λ и R для различных r_0 будет различно. При этом, если k будет чётным, то в точке M наблюдается темнота ($A_M = 0$), при

нечётном k в точке M наблюдается светлое пятно $\left(A_M \geq \frac{A}{2} \right)$.

Поскольку квадрат амплитуды определяет энергию колебаний (освещённость), то при продвижении вдоль NM будут встречаться точки с большей или меньшей освещённостью (подтверждается зависимость освещённости от размеров отверстия $- r_k$ и его отношения к λ).

Получили вывод, что свет не распространяется прямолинейно, а освещённость в точке M определяется размером и положением открытого фронта волны (отверстием в экране). Свет можно считать прямолинейно распространяющимся в случае, когда размеры отверстия значительно больше размеров зоны.

Рассмотренное выше явление обычно называют дифракцией от круглого отверстия или дифракцией Френеля в сходящихся лучах.

2.2. ДИФРАКЦИЯ ФРАУНГОФЕРА (ДИФРАКЦИЯ В ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ ЛУЧАХ)

Дифракция в параллельных лучах впервые была рассмотрена немецким физиком И. Фраунгофером. Для получения пучка параллельных лучей света, падающих на препятствие (отверстие или непрозрачный экран), обычно пользуются небольшим источником света, который помещается в фокусе собирающей линзы. Распределение по различным направлениям интенсивности света за препятствием исследуется с помощью второй собирающей линзы и экрана, расположенного в фокальной плоскости линзы. Наибольший интерес представляют случаи дифракции, наблюдающиеся при прохождении плоской волны сквозь узкую щель или дифракционную решётку. Пусть параллельный пучок монохроматического света падает нормально на непрозрачный экран (рис. 2.3), в котором прорезана длинная узкая щель шириной $AB = a$. В соответствии с принципом Гюйгенса–Френеля точки щели являются вторичными источниками волн, колеблющимися в одной фазе и распространяющимися во все стороны вперед от щели. Если бы свет распространялся прямолинейно, то на экране E , установленном в фокальной плоскости собирающей линзы, получилось бы изображение источника

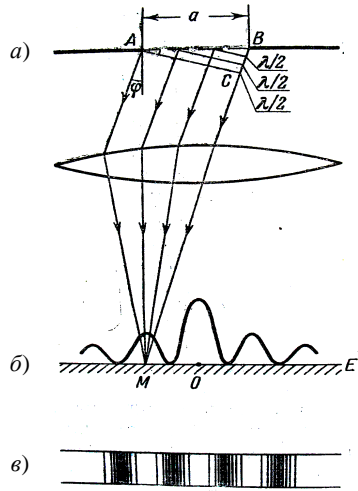


Рис. 2.3

света. Вследствие дифракции на узкой щели картина коренным образом изменяется: на экране наблюдается система интерференционных максимумов – размытых изображений источника света, разделённых темными промежутками интерференционных минимумов (рис. 2.3, б, в). Рассмотрим волны, распространяющиеся под углом φ к первоначальному направлению. Лучи пучка после преломления в линзе сойдутся в некоторой точке M в фокальной плоскости линзы. Опустим из точки A перпендикуляр AC на направление выделенного пучка лучей. Тогда от плоскости AC и до фокальной плоскости лучи не меняют своей разности хода. Разность хода, определяющая условие интерференции, возникает на участке BC и будет различна для разных длин волн. Применяя метод зон Френеля, разобьём BC на отрезки длиной $\lambda/2$. Таких отрезков на расстоянии $BC = a \sin \varphi$ будет

$$z = \frac{a \sin \varphi}{\lambda/2}. \quad (2.8)$$

Проводя из концов этих отрезков линии, параллельные AC , до встречи их с AB , разобьём щель на ряд полосок – зон Френеля. Колебания от этих зон дойдут до точки M с взаимной разностью хода $\lambda/2$.

Таким образом, результат интерференции света в точке M определяется тем, сколько зон Френеля укладывается в щели. Если число зон чётное, т.е.

$$a \sin \varphi = z\lambda/2 = \pm 2k\lambda/2, \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (2.9)$$

то наблюдается *дифракционный минимум*. Знак минус соответствует симметричному расположению минимумов относительно первоначального направления лучей. Если число зон нечётное, т.е.

$$a \sin \varphi = z\lambda/2 = \pm(2k+1)\lambda/2, \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (2.10)$$

то наблюдается *дифракционный максимум*, соответствующий действию одной зоны Френеля. Величина k называется порядком дифракционного максимума. В направлении $\varphi = 0$ наблюдается самый интенсивный *центральный максимум нулевого порядка*. Освещённость боковых максимумов будет убывать от центра к периферии пропорционально величине $\sim 1/(2k+1)^2$ или 1:0,047:0,0083

Ширина и число дифракционных полосок зависят от отношения длины волны λ к ширине щели a . Если щель очень узкая $a \ll \lambda$, то вся поверхность AB является лишь небольшой частью одной зоны, колебания от всех её точек по всем направлениям распространяются практически в одной фазе и так, как показано на рис. 2.4.

Если щель очень широкая, $a \gg \lambda$, то уже первый минимум будет соответствовать очень малому отклонению от прямолинейного распространения под углом

$$\varphi_{1\min} = \arcsin \frac{\lambda}{a} \approx \frac{\lambda}{a} \ll 1.$$

Следующий минимум будет при угле $\varphi_{2\min} \approx 2\lambda/a$ и т.д.

На экране будет наблюдаться геометрическое изображение щели, в виде широкой светлой полосы, окаймлённое по краям тонкими перемежающимися тёмными и светлыми полосками. Распределение интенсивности в такой дифракционной картине показано на рис. 2.5.

Чётко выраженные широкие дифракционные максимумы и минимумы будут наблюдаться лишь в промежуточном случае, когда ширина щели всего в несколько раз превышает длину волны и количество зон z_{\max} порядка 3...5.

Если щель освещать белым светом, то центр дифракционной картины также будет белым (слегка красноватым по краям), а справа и слева от центрального максимума будут наблюдаться *дифракционные спектры* первого, второго и т.д. порядка, обращённые фиолетовым краем к центру.

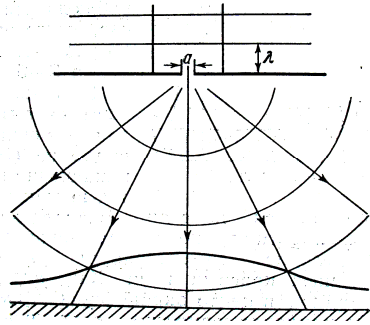


Рис. 2.4

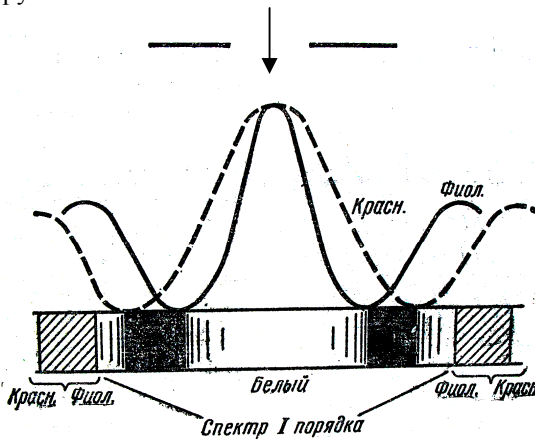


Рис. 2.5

При $z \approx 3 - 5$ максимумы различных цветов будут широкими и могут частично перекрываться.

Для увеличения интенсивности и более чёткого разделения цветов пользуются не одной щелью, а целой дифракционной решёткой. Простейшая одномерная решётка представляет собой ряд параллельных щелей одинаковой ширины a , разделённых между собой непрозрачными промежутками шириной b . Сумма $a + b = l$ называется *периодом* или *постоянной дифракционной решётки*.

Рассмотрим плоскую монохроматическую волну, падающую нормально на решётку, как изображено на рис. 2.6.

Каждая из параллельных щелей даёт на экране E дифракционную картину, показанную на рис. 2.6, б пунктиром. Линза L собирает параллельные лучи, идущие от всех щелей под углом φ к главной оптической оси, в одну и ту же точку M фокальной плоскости. При параллельности всех щелей и строгой одинаковости их размеров амплитуды колебаний, создаваемых в точке M каждой щелью в отдельности, будут одинаковы. Практически одинаковым будет и распределение вдоль экрана интенсивностей и амплитуд колебаний, приходящих от каждой щели.

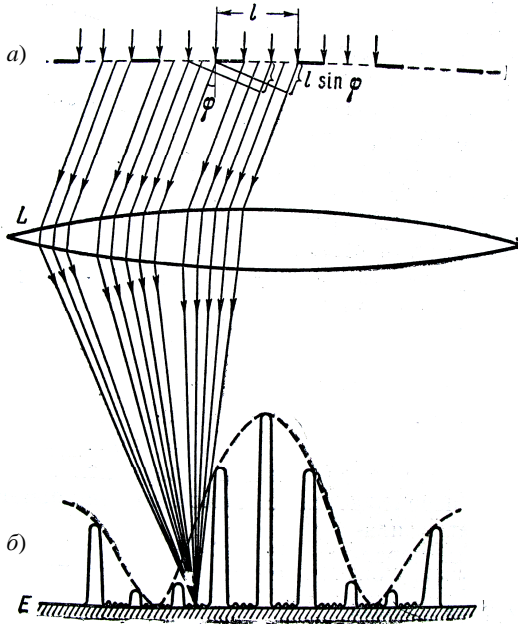


Рис. 2.6

На центральной линии экрана, в точке O , лучи сходятся без дополнительной разности хода, в одинаковой фазе и при наличии N щелей дают интенсивность в N^2 раз больше, чем в случае одной щели. Лучи, идущие под углом φ , сходятся в точке M , пройдя различные пути и имея различные фазы колебаний, дают более сложную интерференционную картину. Рассмотрим несколько попарно расположенных щелей. Лучи, идущие от соответствующих точек обеих щелей (крайних, центральных, промежуточных), имеют одинаковую разность хода

$$\delta = l \sin \varphi \quad (2.11)$$

и приходят в точку M со сдвигом фазы $\Delta\varphi = 2\pi \frac{l \sin \varphi}{\lambda}$. Резкое возрастание амплитуды колебаний будет в тех случаях, когда сдвиг по фазе кратен 2π , что соответствует разности хода кратной чётному числу полуволн

$$l \sin \varphi_k = 2k \frac{\lambda}{2} = k\lambda, \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots \quad (2.12)$$

Условие (2.12) характеризует положения *главных максимумов* дифракционной решётки и называется *формулой дифракционной решётки*.

При углах φ_k , удовлетворяющих этому условию, $A = NA_1$ и интенсивность дифракционной картины возрастает в N^2 раз по сравнению с дифракцией от одной щели. С увеличением N возрастает чёткость дифракционной картины – увеличивается интенсивность и уменьшается ширина главных максимумов, тем самым увеличивается точность производимых измерений. Сопоставляя рис. 2.7 с рис. 2.5,

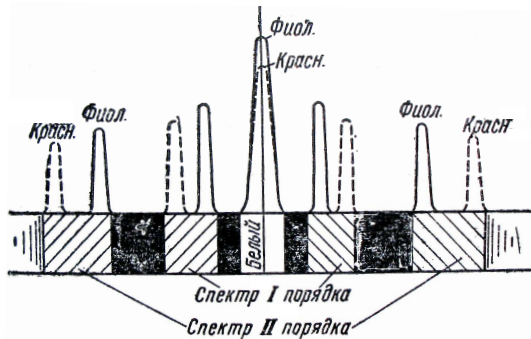


Рис. 2.7

видим, что благодаря узости дифракционных максимумов в случае дифракционной решётки различные цвета почти не накладываются друг на друга. Из условия

$$\sin \varphi_k = k \frac{\lambda}{l} \quad (2.13)$$

видно, что синусы углов в спектре данного порядка прямо пропорциональны длинам волн, т.е. дифракционные спектры, в отличие от призматических, всегда одинаковы и равномерны.

2.3. ДИСПЕРСИЯ И РАЗРЕШАЮЩАЯ СИЛА ДИФРАКЦИОННОЙ РЕШЁТКИ

Основными характеристиками дифракционной решётки, как и всякого спектрального прибора, являются её *дисперсия* и *разрешающая сила*.

Дисперсия определяет угловое или линейное расстояние между двумя спектральными линиями, отличающимися по длине волны на единицу (например, на 1 ангстрем). Разрешающая сила определяет минимальную разность длин волн $\delta\lambda$, при которой две линии воспринимаются в спектре раздельно.

Угловой дисперсией называется величина

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda}, \quad (2.14)$$

где $\delta\varphi$ – угловое расстояние между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta\lambda$.

Для определения угловой дисперсии D продифференцируем формулу (2.12) по переменным φ и λ и получим

$$l \cos \varphi \delta\varphi = k \delta\lambda,$$

откуда

$$D = \frac{\delta\varphi}{\delta\lambda} = \frac{k}{l \cos \varphi}. \quad (2.15)$$

В пределах небольших углов $\cos \varphi \approx 1$, поэтому можно положить

$$D \approx \frac{k}{l}. \quad (2.16)$$

Из полученного выражения следует, что угловая дисперсия обратно пропорциональна периоду решётки l , и чем выше порядок спектра k , тем больше дисперсия. Она не зависит от общего числа штрихов решётки.

Линейной дисперсией называют величину

$$D_{\text{лин}} = \frac{\delta x}{\delta \lambda}, \quad (2.17)$$

где δx – линейное расстояние на экране или на фотопластинке (спроектированное линзой с фокусным расстоянием f') между спектральными линиями, отличающимися по длине волны на $\delta \lambda$ (рис. 2.8). Из рисунка 2.8 видно, что $\delta x \approx f' \delta \varphi$. Следовательно,

линейная дисперсия связана с угловой дисперсией соотношением $D_{\text{лин}} = f' D$, а, учитывая (2.16), получим при небольших φ следующую формулу:

$$D_{\text{лин}} = f' \frac{k}{l}. \quad (2.18)$$

Разрешающая сила указывает, какие спектральные линии с малой разностью длин волн между ними решётка может разрешить. Разрешающая сила – безразмерная величина:

$$r = \frac{\lambda}{\delta \lambda} = kN, \quad (2.19)$$

где $\delta \lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий вблизи выбранной линии λ , при которой эти линии воспринимаются раздельно. На рисунке 2.9 показана результирующая интенсивность (сплошные кривые), наблюдающаяся при наложении двух спектральных линий (пунктирные кривые). В случае *a*) оба максимума воспринимаются как один. В случае *б*) между максимумами лежит минимум. Два близких максимума воспринимаются глазом раздельно в том случае, если интенсивность в промежутке между ними составляет не более 80% от интенсивности максимума. Согласно критерию, предложенному Релеем, такое соотношение имеет место в том случае, если середина одного максимума совпадает с краем другого (рис. 2.9, *б*).

Следует отметить, что разрешающая сила дифракционной решётки пропорциональна порядку спектра k и числу щелей N , но не зависит от её постоянной l .

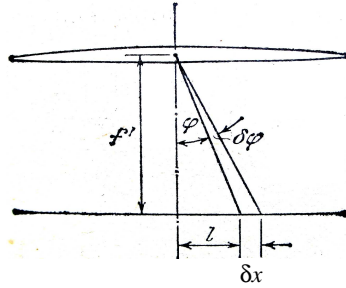


Рис. 2.8

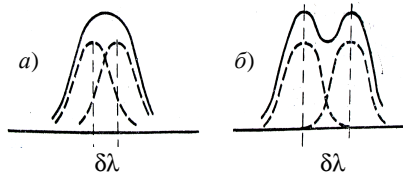


Рис. 2.9

2.4. ДИФРАКЦИЯ РЕНТГЕНОВСКИХ ЛУЧЕЙ

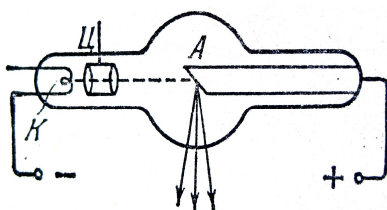


Рис. 2.10

В 1895 г. Рентген обнаружил, что при электрическом разряде в вакуумной трубке возникает излучение, невидимое для глаза и способное проникать через непрозрачные тела. Эти лучи, получившие название рентгеновских, возникают при бомбардировке вещества быстрыми электронами.

Чем больше энергия электронов, тем большие толщи вещества они могут пронизывать. В современных рентгеновских трубках мишенью, обстреливаемой электронами, является тугоплавкий (или охлаждаемый) «антикатод» – А (рис. 2.10), торец которого расположен под углом 45° к потоку электронов, излучаемых нагреваемым током катодом К и фокусируемого цилиндрическим электродом Ц. Первоначально было высказано предположение, что поток рентгеновских лучей представляет собой электромагнитные волны, возникающие в веществе при торможении быстрых электронов. Однако, долгое время доказать это не удавалось. Характерные для волн явления интерференции, дифракции, преломления на границе раздела сред долгое время наблюдать не удавалось. Для наблюдения дифракции необходимо, чтобы размеры щелей и преград, образующих решётку на пути волн, были соизмеримы с длиной волны. Если рентгеновские лучи – электромагнитные волны, то отсутствие дифракции означает, возможно, что длина этих волн так мала, что обычные решётки для обнаружения дифракции непригодны.

В качестве решётки с постоянной d , соизмеримой с очень малой длиной волны (порядка нескольких ангстрем), можно использовать естественные кристаллы, атомы которых образуют трёхмерную решётку с периодом d (расстояние между узлами кристаллической решётки).

Первые методы расчёта дифракции от кристалла (объёмной решётки) дал Лауэ. Совершенно эквивалентные формулам Лауэ, но более удобные для анализа, формулы были даны независимо русским физиком – кристаллографом Ю.В. Вульфом и английскими физиками (отцом и сыном) У.Г. и У.Л. Брэггами.

Метод, предложенный ими, состоит в следующем. Рассмотрим плоскости I, II, III, \dots , в которых лежат атомы кристалла (рис. 2.11).

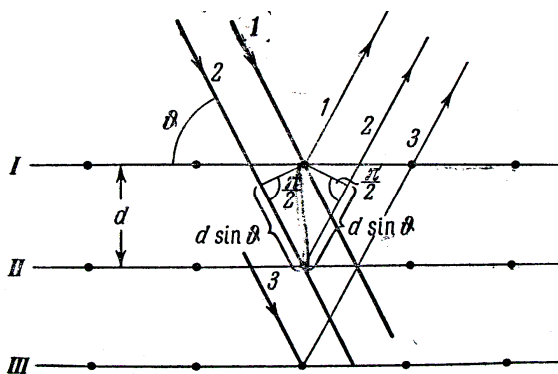


Рис. 2.11

Обозначим угол между направлением падающего луча и плоскостью $I(II, III, \dots)$ через ϑ . Можно считать, что от плоскости I часть лучей правильно отразилась так, что отражение луча 1 происходит также под углом ϑ . Учитывая большую проникающую способность рентгеновских лучей, будем считать, что интенсивность лучей, падающих на плоскости I, II, III, \dots , будет практически одинакова, а отражённые лучи $1, 2, 3, \dots$, будут иметь как общее направление, так и одинаковую интенсивность. Эти лучи будут между собой интерферировать, причём результат интерференции определится их разностью хода, равной, как это видно из рисунка, $2d \sin \vartheta$.

Таким образом, максимумы будут иметь место для углов, удовлетворяющих условию

$$2d \sin \vartheta = k\lambda, \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (2.20)$$

Выражение (2.20) называется *формулой Вульфа–Брэггов* и является доказательством волновой природы рентгеновских лучей.

Рентгеновские лучи нашли широкое применение в технике (просвечивание деталей с целью выявления дефектов), медицине, кристаллографии (исследование структуры вещества) и других областях.

С помощью дифракции рентгеновского излучения на кристаллах можно осуществлять их *рентгеноструктурный анализ*, т.е. исследовать строение кристаллических решёток и определять межплоскостные расстояния.

Как уже отмечалось выше, эта идея впервые высказана немецким физиком Лауэ. Изображение монокристалла, получаемое на фотопластинке в результате дифракции узкого пучка «белого» рентгеновского излучения (с непрерывным спектром) на неподвижном кристалле, называется *лауэграммой*.

Изображение представляет собой совокупность чёрных пятнышек, а их взаимное расположение отражает симметрию кристалла. По расстоянию между пятнышками определяется размещение атомов в кристалле и постоянная кристаллической решётки.

В рентгеноструктурном анализе широко применяется метод исследования поликристаллических образцов, предложенный Дебаем и Шерером. В методе Дебая – Шерера узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения падает на небольшой образец, состоящий из множества мелких кристалликов, которые по-разному ориентированы относительно падающего пучка (например, кристаллический порошок). Рентгенограмма образца, полученная на фотопластинке, называется *дебаеграммой* и имеет вид концентрических колец, соответствующих дифракционным максимумам. Центр этих колец лежит на пересечении пучка с плоскостью фотопластинки. Радиус колец связан с постоянной кристалла d , длиной волны рентгеновского излучения λ , порядком дифракционного максимума k и расстоянием от образца до фотопластинки l соотношением

$$r \approx \frac{kl\lambda}{d}. \quad (2.21)$$

2.5. ПОНЯТИЕ О ГОЛОГРАФИИ

Голография – особый способ записи и последующего восстановления волнового поля, основанный на регистрации интерференционной картины. Она обязана своим возникновением законам волновой оптики – законам интерференции и дифракции. Этот способ фиксирования и воспроизведения пространственного изображения предметов изобретён Д. Габором в 1947 г. Экспериментальное воплощение и дальнейшая его разработка (Ю.Н. Денисюк – 1962 г. и Э. Лейт, Ю. Упатник – 1963) стали возможными после появления в 1960 г. источников высокой степени когерентности – лазеров. Для регистрации и восстановления волны необходимо уметь регистрировать и восстанавливать амплитуду и фазу идущей от предмета волны. Поэтому для регистрации как фазовой, так и амплитудной информации кроме *волны, идущей от предмета* (предметной волны), используют ещё когерентную с ней *волну, идущую от источника света* (опорную волну).

Идея голографирования состоит в том, что фотографируется распределение интенсивности в интерференционной картине, возникающей при суперпозиции волнового поля объекта и когерентной ему опорной волны известной фазы. Последующая дифракция света на зарегистрированном распределении почернений в фотослое восстанавливает волновое поле объекта и допускает изучение этого поля

в отсутствии объекта. Схема осуществления такой идеи приведена на рис. 2.12, а. Лазерный пучок делится на две части, одна отражается зеркалом на фотопластинку (опорная волна), а вторая попадает на фотопластинку, отразившись от предмета (предметная волна). Опорная и предметная волна образуют на фотопластинке интерференционную картину. После проявления фотопластинки получается *голограмма*.

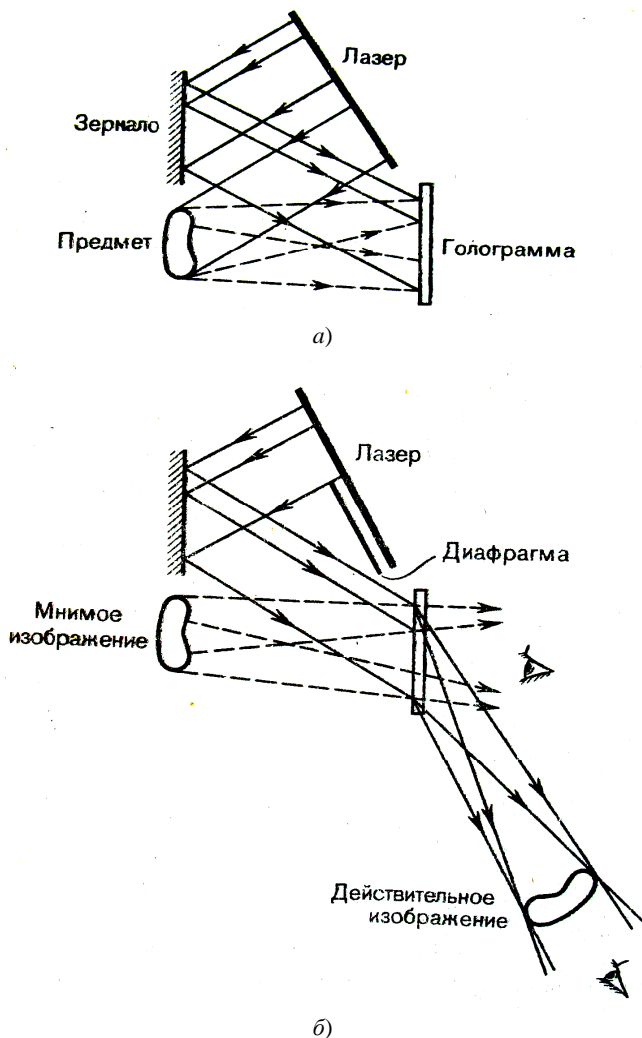


Рис. 2.12

Для восстановления изображения (рис. 2.12, б) голограмма помещается в то же самое положение, где она находилась до регистрации. Её освещают опорным пучком того же лазера. В результате дифракции света на интерференционной структуре голограммы восстанавливается копия предметной волны, образующая объёмное мнимое изображение предмета, расположенное в том месте, где предмет находился при голографировании.

Применения голографии разнообразны, одним из важных является запись и хранение информации. Например, на фотопластинку размером 32×32 мм можно записать 1042 голограммы, соответствующих книге объёмом более тысячи страниц.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 2.1. На круглое отверстие радиусом 1 мм в непрозрачном экране падает нормально параллельный пучок света с длиной волны 0,5 мкм. На пути лучей, прошедших через отверстие, помещают экран.

Определить максимальное расстояние от отверстия до экрана, при котором в центре дифракционной картины ещё будет наблюдаться тёмное пятно.

Решение. Расстояние, при котором будет видно тёмное пятно, определяется числом зон Френеля, укладывающихся в отверстии. Если число зон чётное, то в центре дифракционной картины будет тёмное пятно.

Число зон Френеля, помещающихся в отверстии, убывает по мере удаления экрана от отверстия. Наименьшее чётное число зон равно двум. Следовательно, максимальное расстояние, при котором ещё будет наблюдаться тёмное пятно в центре экрана, определяется условием, согласно которому в отверстии должны поместиться две зоны Френеля. Согласно рис. 2.13 расстояние от центра экрана O до края отверстия на $2 \frac{\lambda}{2}$ больше, чем расстояние от центра экрана до центра отверстия $OO_1 = R_0$.

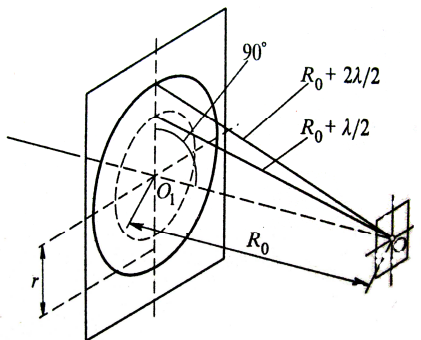


Рис. 2.13

По теореме Пифагора

$$r^2 = \left(R_0 + 2 \frac{\lambda}{2} \right) - R_0^2 = 2R_0\lambda + \lambda^2.$$

Если учесть, что $\lambda \ll R_0$ и что членом, содержащим λ^2 , можно пренебречь, то это равенство можно переписать в виде

$$r^2 = 2R_0\lambda, \text{ откуда } R_0 = \frac{r^2}{2\lambda}.$$

Подставив числовые значения в выражение, определяющее R_0 , получим $R_0 = \frac{(10^{-3})^2}{2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}} = 1 \text{ м}.$

Пример 2.2. На дифракционную решётку нормально к её поверхности падает параллельный пучок лучей с длиной волны $\lambda = 0,5 \text{ мкм}$. Помещённая вблизи решётки линза проектирует дифракционную картину на плоский экран, удалённый от линзы на $L = 1 \text{ м}$. Расстояние между двумя максимумами первого порядка, наблюдаемыми на экране $l = 20,2 \text{ см}$ (рис. 2.14).

Определить:

1. Постоянную дифракционной решётки.
2. Число штрихов на 1 см.
3. Сколько максимумов даёт при этом дифракционная решётка?
4. Максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму.

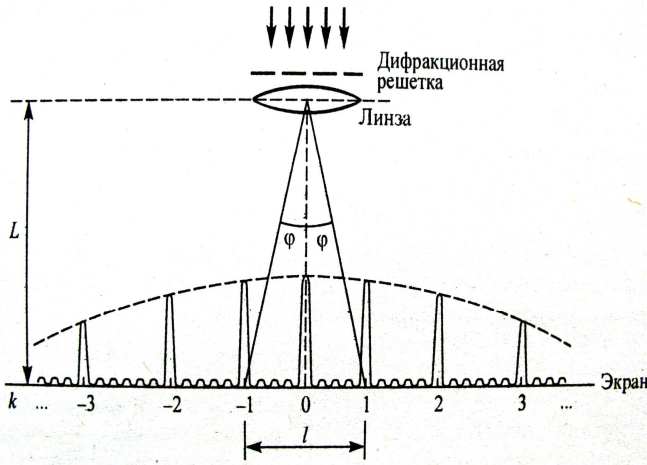


Рис. 2.14

Решение.

1. Постоянная дифракционной решётки $a + b$, длина волны λ и угол отклонения лучей φ , соответствующий k -му дифракционному максимуму, связаны соотношением

$$(a + b) \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

где k – порядок спектра или в случае монохроматического света порядок максимума.

В данном случае $k = 1$, $\sin \varphi = \operatorname{tg} \varphi$ (ввиду того, что $l/2 \ll L$), $\operatorname{tg} \varphi = \frac{l/2}{L}$ (следует из рис. 2.14). С учётом этих трёх равенств соотношение (1) примет вид

$$(a + b) \frac{l}{2L} = \lambda,$$

откуда искомая величина

$$a + b = \frac{2L\lambda}{l}.$$

Подставляя данные, получим

$$a + b = \frac{2 \cdot 1 \cdot 0,5 \cdot 10^{-6}}{0,202} = 4,95 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 4,95 \text{ мкм.}$$

2. Число штрихов на 1 см найдём из формулы

$$N = \frac{1}{a + b}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$N = \frac{1}{4,95 \cdot 10^{-6}} = 202020 \text{ м}^{-1} = 2020 \text{ см}^{-1}.$$

3. Для определения числа максимумов, даваемых дифракционной решёткой, вычислим сначала максимальное значение k_{\max} , исходя из того, что максимальный угол отклонения лучей дифракционной решёткой не может превышать 90° .

Из формулы (1) найдём

$$k_{\max} = \frac{(a + b) \sin \varphi_{\max}}{\lambda}.$$

Подставляя сюда значения величин, получим

$$k_{\max} \frac{4,95}{0,5} = 9,9.$$

Число k обязательно должно быть целым. В то же время оно не может принять значение, равное 10, так как при этом значении $\sin \varphi$ должен быть больше единицы, что невозможно. Следовательно, $k_{\max} = 9$.

Общее число максимумов, даваемых дифракционной решёткой, подсчитаем следующим образом. Влево и вправо от центрального максимума будет наблюдаться по одинаковому числу максимумов, равному k_{\max} , т.е. всего $2k_{\max}$. Если учесть также центральный нулевой максимум, получим общее число максимумов

$$n = 2k_{\max} + 1.$$

Подставляя значение k_{\max} , определим

$$n = 2 \cdot 9 + 1 = 19.$$

4. Максимальный угол отклонения лучей, соответствующих последнему дифракционному максимуму, найдём по формуле (1)

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{k_{\max} \lambda}{a + b}.$$

Подставляя данные, получим

$$\sin \varphi_{\max} = \frac{9 \cdot 0,5}{4,95} = 0,91,$$

отсюда искомое значение угла

$$\varphi_{\max} = 65,5^\circ.$$

Пример 2.3. Период дифракционной решётки $d = 1 \cdot 10^{-2}$ мм, а ширина прозрачной части $a = 2,5 \cdot 10^{-3}$ мм. Длина волны света $\lambda = 500$ нм.

Определить: сколько максимумов не будет наблюдаться в спектре по одну сторону от нулевого максимума до угла $\varphi = 30^\circ$ из-за влияния главных минимумов?

Решение. Наибольший порядок спектра, наблюдаемого под углом меньшим 30° , получим из формулы для дифракционной решётки:

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

откуда $k = \frac{d \sin \varphi}{\lambda}$. Подставив числовые значения, получим

$$k = \frac{1 \cdot 10^{-5} \cdot 0,5}{5 \cdot 10^{-7}} = 10.$$

Положение минимумов, наблюдаемых при дифракции от одной щели шириной a , получим из формулы

$$a \sin \varphi_{\min} = 2m \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $2m$ – чётное число зон Френеля, укладывающихся на ширине щели.

Тогда

$$\sin \varphi_{\min} = m \frac{\lambda}{a}, \quad (3)$$

умножим и разделим правую часть этого выражения на d (период решётки), формула (3) примет вид

$$\sin \varphi_{\min} = m \frac{d \lambda}{a d}. \quad (4)$$

Если $m \frac{d}{a}$ – целое число, то выражение (4) переходит в условие максимума, порядок которого $k' = m \frac{d}{a}$; подставив данные получим

$$k' = m \frac{1 \cdot 10^{-2}}{2,5 \cdot 10^{-3}} = 4m, \text{ т.е. } k' = 4, 8, 12, \dots$$

Максимумы таких порядков наблюдаться не будут, так как они приходятся на главные минимумы. В нашем случае «пропадает» два максимума – четвёртый и восьмой (рис. 2.15).

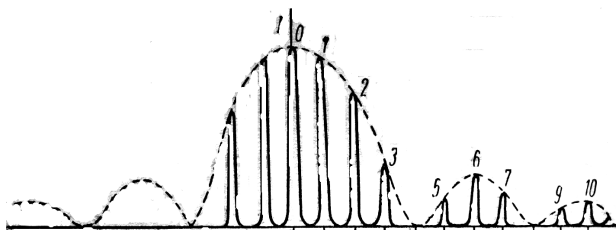


Рис. 2.15

Пример 2.4.

Определить: 1) дисперсию и разрешающую способность дифракционной решётки длиной 6 мм с периодом $d = 3 \cdot 10^{-4}$ см в спектре третьего порядка для красной линии водорода H_α с длиной волны $\lambda = 656,3$ нм; 2) угол, соответствующий $\Delta\lambda = 10$ мнк; 3) $\delta\lambda$, соответствующее разрешающей способности.

Решение.

1. Используя формулу дифракционной решётки

$$d \sin \varphi = k\lambda, \quad (1)$$

найдем её дисперсию

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \cos \varphi} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}}. \quad (2)$$

Из условия главного максимума

$$\sin \varphi = \frac{k\lambda}{d}. \quad (3)$$

Тогда формула (2) примет вид

$$D = \frac{d\varphi}{d\lambda} = \frac{k}{d \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}. \quad (4)$$

Разрешающая способность решётки находится по формуле

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN, \quad (5)$$

где общее число щелей решётки $N = l / d$, тогда

$$r = k \frac{l}{d}; \quad (6)$$

2. Угол, соответствующий $\Delta\lambda = 10$ мнк, определим из формулы (4):

$$d\varphi = \frac{kd\lambda}{d \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}. \quad (7)$$

3. Величину $\delta\lambda$ найдем из формулы (5):

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{r}. \quad (8)$$

Подставив числовые значения в формулы (4), (6), (7) и (8), получим

$$D = \frac{3}{3 \cdot 10^{-6} \sqrt{1 - \left(\frac{3 \cdot 656,3 \cdot 10^{-9}}{3 \cdot 10^{-6}} \right)^2}} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ рад/м} = 4,55 \text{ мин/ммк};$$

$$r = 3 \frac{6 \cdot 10^{-3}}{3 \cdot 10^{-6}} = 6000; \quad d\varphi = 1,3 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-9} = 1,3 \cdot 10^{-2} \text{ рад} = 45 \text{ мин};$$

$$\delta\lambda = 656,3 \cdot 10^{-9} / 6000 = 109,38 \cdot 10^{-12} \text{ м} = 0,109 \text{ нм}.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Какое явление называют дифракцией света?
2. Почему дифракция звука повседневно более очевидна, чем дифракция света?
3. Каковы дополнения Френеля к принципу Гюйгенса?
4. Что позволил объяснить принцип Гюйгенса – Френеля?
5. В чём заключается принцип построения зон Френеля?
6. В чём отличие дифракции Френеля на круглом отверстии при освещении его монохроматическим и белым светом?
7. Когда наблюдается дифракция Френеля? Дифракция Фраунгофера?
8. Чем определяется, будет ли число зон Френеля, открываемых отверстием, чётным или нечётным? Ответ обосновать.
9. Как определить углы дифракции от одной щели при наблюдении минимальной и максимальной интенсивности на экране?
10. Какова предельная ширина щели, при которой ещё будут наблюдаться минимумы интенсивности?
11. Как влияет на дифракцию Фраунгофера от одной щели увеличение длины волны света и ширины щели?
12. Почему дифракционная решётка разлагает белый свет в спектр?
13. Как изменится дифракционная картина, если увеличить общее число штрихов решётки, не меняя постоянную решётки?
14. Почему при использовании белого света только центральный максимум белый, а боковые максимумы радужно окрашены?
15. Запишите условия дифракционных минимумов для одной щели и главных максимумов для решётки. Каков характер этих дифракционных картин?
16. Каковы принципиальные пути повышения разрешающей способности оптических приборов?

3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ

3.1. ДИСПЕРСИЯ СВЕТА

Дисперсия света – явление, обусловленное зависимостью показателя преломления n вещества от длины волны света λ (частоты ν) или зависимостью фазовой скорости v световых волн от его частоты.

Дисперсия света представляется в виде зависимости

$$n = f(\lambda). \quad (3.1)$$

Дисперсия вещества – величина, определяющая скорость изменения показателя преломления n при изменении длины волны λ . Средняя дисперсия

$$\bar{D} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta \lambda}. \quad (3.2)$$

Вблизи данной длины волны будет $D = dn / d\lambda = df(\lambda) / d\lambda$.

Следствием дисперсии является разложение в спектр пучка белого света при прохождении его через призму. Впервые дисперсию наблюдал И. Ньютон (1672). Схема дисперсии при прохождении света через призму показана на рис. 3.1. На экране наблюдался спектр, т.е. широкая полоса, окрашенная в непрерывно чередующиеся цвета радуги – от красного до фиолетового.

Для всех прозрачных веществ показатель преломления возрастает с уменьшением длины волны, т.е. дисперсия всех этих веществ возрастает. Пример изменения n от значения λ для стекла (лёгкий флинт) (кривая 1), кварца (кривая 2) и флюорита (кривая 3) показан на рис. 3.2.

Мерой дисперсии является уменьшение показателя преломления $-\Delta n$ на определённом интервале длин волн $\Delta \lambda$. Отношение $\frac{-\Delta n}{\Delta \lambda}$, вообще говоря, различно в различных областях спектра.

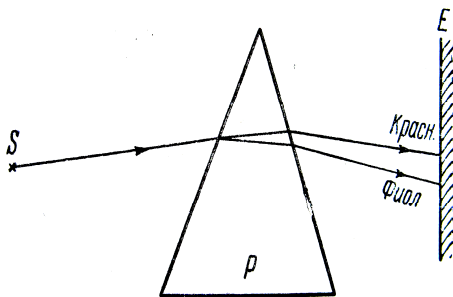


Рис. 3.1

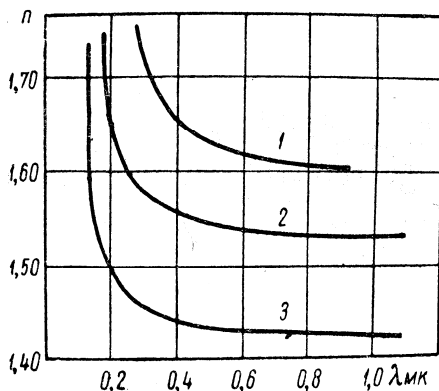


Рис. 3.2

Как видно из рис. 3.3, для стекла в фиолетовой части спектра $\frac{-\Delta n}{\Delta \lambda}$ больше, чем в красной, и одинаковый интервал длин волн $\Delta \lambda$ будет после преломления призмой пространственно более растянут в фиолетовой области. Поэтому призматические спектры неравномерны и степень неравномерности зависит от сорта стекла.

Если продолжить кривую зависимости $n = f(\lambda)$ в область ультрафиолетовых и инфракрасных лучей, то эта кривая будет немонотонной. Наряду с участками нормальной дисперсии, у которых $\frac{-\Delta n}{\Delta \lambda} > 0$, появятся и участки так называемой *аномальной дисперсии*, для которых $\frac{-\Delta n}{\Delta \lambda} < 0$, и с увеличением λ показатель преломления возрастает.

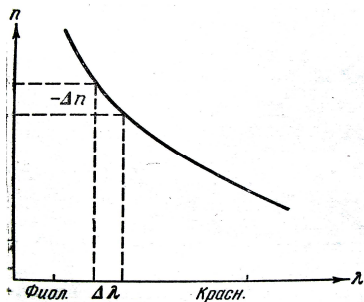


Рис. 3.3

Участки аномальной дисперсии наблюдаются вблизи резонанса, когда частота падающего света ν приближается к одной из частот собственных колебаний ν_i электрических зарядов в веществе. С увеличением ν и приближением её к ν_i амплитуда вынужденных колебаний зарядов резко возрастает, происходит сильное поглощение энергии первичной волны и задержка с её обратным испусканием. Благодаря этой задержке средняя

скорость движения фотонов в среде $v_{\text{ср}}$ сильно падает, а коэффициент преломления $n = c/v_{\text{ср}}$ круто возрастает. При переходе за резонансную частоту амплитуда вынужденных колебаний круто падает, а фаза меняется на противоположную. Это приводит к уменьшению поглощения фотонов, возрастанию их средней скорости распространения и уменьшению показателя преломления на узком участке аномальной дисперсии (рис. 3.4). При дальнейшем уменьшении λ_0 частота падающего света начинает приближаться к следующей резонансной частоте и показатель преломления вновь возрастает. Таким образом, широкие области нормальной дисперсии перемежаются в спектре данного вещества узкими участками аномальной дисперсии, соответствующими резонансным частотам.

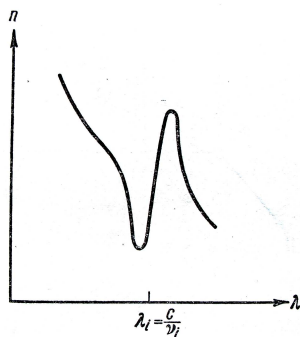


Рис. 3.4

Наблюдение аномальной дисперсии позволяет определять собственные частоты колебаний атомов и расшифровывать детали строения тел. В 1912 г. Д.С. Рождественский разработал интерференционный метод «крюков», позволяющий точно измерять аномальную дисперсию паров и определить энергетические уровни электронов в атоме.

Пусть разложенный в спектр белый свет преломляется веществом (рис. 3.5) и отклоняется вниз. Участки спектра с большими n отклоняются сильнее, и на участке аномальной дисперсии форма отклоненного спектра воспроизводит кривую (в соответствии с формулой (3.1)), как это показано на рис. 3.5. Когда ν близко к ν_i , то амплитуда вынужденных колебаний электрических зарядов становится большой и часть поглощённой световой энергии, благодаря их взаимным столкновениям, не излучается обратно, а переходит в тепловую. Поэтому в области аномальной дисперсии происходит сильное поглощение и понижение прозрачности тел.

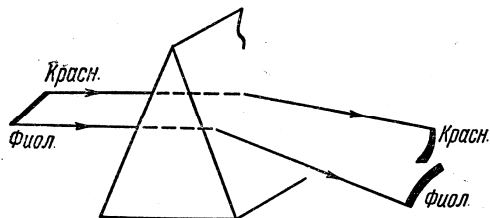


Рис. 3.5

Рентгеновские лучи имеют очень высокую частоту, превышающую все резонансные частоты электрических зарядов в атомах, молекулах и кристаллах. Поэтому они почти не поглощаются веществом и свободно проходят сквозь большие толщи тел. Соответственно этому их скорость в веществе практически не отличается от скорости света в пустоте, и показатель преломления можно считать равным единице.

3.2. ПОГЛОЩЕНИЕ (АБСОРБЦИЯ) СВЕТА

Поглощением (абсорбцией) света называется явление уменьшения энергии световой волны при её распространении в веществе вследствие преобразования энергии волны в другие виды энергии. В результате поглощения интенсивность света при прохождении через вещество уменьшается.

Поглощение света в веществе описывается законом Бугера – Ламберта

$$I = I_0 e^{-\alpha x}, \quad (3.3)$$

где I_0 и I – интенсивности света на входе и выходе из слоя среды толщиной x ; α – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества, и не зависящий от интенсивности света. При $x = 1/\alpha$ интенсивность света I по сравнению с I_0 уменьшается в e раз. Для веществ, в которых атомы расположены на значительных расстояниях друг от друга (одноатомные газы, пары металлов) коэффициент поглощения близок к нулю и лишь для очень узких спектральных областей ($10^{-12} \dots 10^{-11}$ м) наблюдаются резкие максимумы (так называемый *линейчатый спектр поглощения*). Эти линии соответствуют частотам собственных колебаний электронов в атомах. Спектр поглощения молекул, определяемый колебаниями атомов в молекулах, характеризуется *полосами поглощения*.

Коэффициент поглощения для диэлектриков невелик ($10^{-3} \dots 10^{-5} \text{ см}^{-1}$), диэлектрики имеют сплошной спектр поглощения. Это связано с тем, что в диэлектриках нет свободных электронов, и поглощение света обусловлено явлением резонанса при вынужденных колебаниях электронов в атомах и атомов в молекулах диэлектрика. Коэффициент поглощения для металлов имеет большие значения (примерно $10^3 \dots 10^5 \text{ см}^{-1}$) и поэтому металлы непрозрачны для света. В металлах из-за наличия свободных электронов, движущихся под действием электрического поля световой волны, возникают быстропеременные токи, сопровождающиеся выделением джоулевой теплоты. Поэтому энергия световой волны быстро уменьшается, превращаясь во внут-

ренную энергию металла. Чем выше проводимость металла, тем сильнее в нём поглощение света.

Зависимостью коэффициента поглощения от длины волны объясняется окрашенность поглощающих тел. Например, стекло, слабо поглощающее красные и оранжевые лучи и сильно поглощающее зелёные и синие, при освещении белым светом будет казаться красным. Если же его освещать зелёным и синим светом, то из-за сильного поглощения этих лучей оно будет казаться чёрным. Это явление используется при изготовлении светофильтров.

Поскольку структура спектров поглощения определяется составом и строением молекул, то изучение спектров поглощения (абсорбционный спектральный анализ) является одним из основных методов количественного и качественного состава веществ.

3.3. РАССЕЯНИЕ СВЕТА

Рассеянием света называется явление преобразования света веществом, сопровождающееся изменением направления распространения света и проявляющееся как несобственное свечение вещества. С классической точки зрения процесс рассеяния света заключается в том, что свет, проходящий через вещество, вызывает колебания электронов в атоме. Колеблющиеся электроны возбуждают вторичные волны, распространяющиеся по всем направлениям.

В однородной среде вторичные волны полностью гасят друг друга во всех направлениях, кроме направления распространения первичной волны. Поэтому рассеяния в такой среде нет.

В неоднородной среде световые волны, дифрагируя на неоднородностях, дают дифракционную картину, характеризующуюся равномерным распределением интенсивности по всем направлениям. Такую дифракцию на неоднородностях называют рассеянием света в мутных средах. К их числу относятся думы, туманы, взвеси или суспензии, эмульсии, твёрдые тела (молочные и другие стёкла) и т.п. При этом свет может быть частично поляризованным.

Если размеры неоднородностей малы по сравнению с длиной волны, интенсивность рассеянного света определяется законом Рэлея:

$$I \approx v^4 \approx \frac{1}{\lambda^4}. \quad (3.4)$$

Вследствие рассеяния след пучка в среде (например, в жидкости) хорошо виден сбоку, причём, поскольку короткие волны рассеиваются гораздо сильнее длинных волн, этот след представляется голубоватым. На выходе, в направлении падения пучка, он кажется красноватым.

4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА

4.1. ЕСТЕСТВЕННЫЙ И ПОЛЯРИЗОВАННЫЙ СВЕТ

Поляризацией света называется выделение линейно поляризованного света из естественного или частично поляризованного.

Как известно, периодически колеблющийся электрический диполь $\vec{p}(t)$ испускает во все стороны электромагнитные волны, как это показано на рис. 4.1. Волны, идущие вдоль радиус-вектора \vec{r} , обладают тем свойством, что электрический вектор \vec{E} лежит всегда в плоскости, содержащей \vec{p} и \vec{r} , а магнитный вектор \vec{H} перпендикулярен к этой плоскости. «Моментальный снимок» электромагнитной волны изображен на рис. 4.2. Из него видно, что во всех точках вдоль луча колебание вектора \vec{E} происходит в одной и той же плоскости, проходящей через луч и носящей название *плоскости колебаний*. Перпендикулярная к ней плоскость, в которой колеблется вектор \vec{H} , была условно названа *плоскостью поляризации*. Такой луч носит название *плоско-* (или *линейно-*) *поляризованного*. Поскольку на электрические заряды среды, в которой распространяется свет, действует в первую очередь электрический вектор \vec{E} (световой вектор), то при изображении поляризованных лучей будем отмечать лишь направление колебаний этого вектора, не забывая о существовании перпендикулярного ему вектора \vec{H} .

Свет представляет собой суммарное электромагнитное излучение множества атомов с всевозможными равновероятными колебаниями светового вектора. Свет со всевозможными равновероятными ориентациями вектора \vec{E} называется *естественным*.

Колебания электрических зарядов в излучающем атоме не всегда могут быть сведены к простейшему случаю колеблющегося диполя.

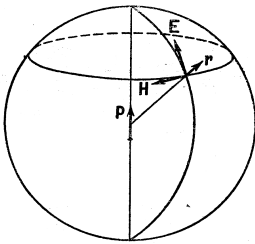


Рис. 4.1

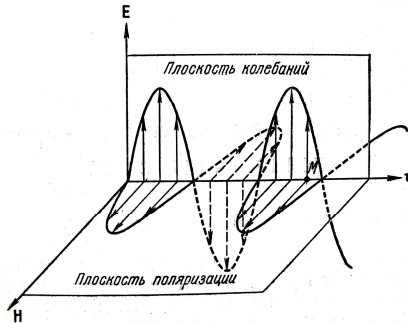


Рис. 4.2

Кроме *дипольного* возможно квадрупольное и более сложные типы излучений. В этом случае свет не будет поляризован в одной определённой плоскости и его можно представить как сумму двух поляризованных взаимно перпендикулярно лучей с закономерно сдвинутыми фазами. Простейшим случаем такого плоскополяризованного луча будет луч, *поляризованный по кругу*. Пусть в направлении $\vec{0}$ распространяются две плоскопараллельные волны одинаковой амплитуды $A_1 = A_2 = A$, сдвинутые по фазе на 90° , как показано на рис. 4.3. Уравнения этих колебаний в точке M будут

$$E_x = A \cos \omega t \quad \text{и} \quad E_y = A \cos \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right). \quad (4.1)$$

Результирующий вектор равен

$$\vec{E} = \vec{E}_x + \vec{E}_y. \quad (4.2)$$

Из рисунка 4.3, *a* видно, что угол α , который вектор \vec{E} составляет с осью x , определяется как

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{E_y}{E_x} = \frac{A \sin \omega t}{A \cos \omega t} = \operatorname{tg} \omega t, \quad \text{т.е.} \quad \alpha = \omega t. \quad (4.3)$$

Величина же вектора \vec{E}

$$E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = A \sqrt{\cos^2 \omega t + \sin^2 \omega t} = A \quad (4.4)$$

остаётся постоянной.

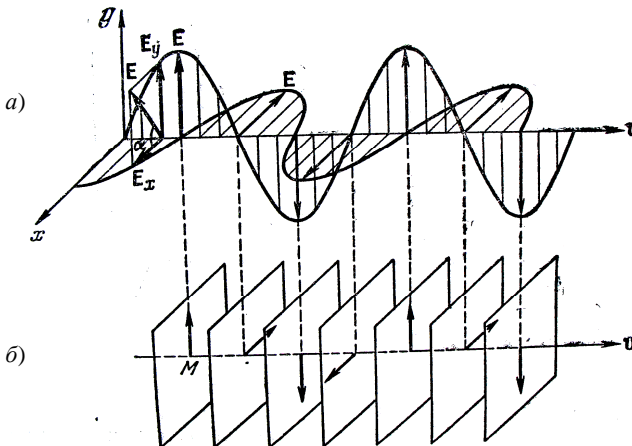


Рис. 4.3

Из (4.3) и (4.4) следует, что в точке M конец электрического вектора \vec{E} (и \vec{H}) равномерно вращается по кругу. В соседней точке луча это вращение будет соответственно сдвинуто по фазе и при «моментальном» снимке концы вектора \vec{E} и \vec{H} будут расположены по спирали вокруг луча. С течением времени вся эта «спираль» будет равномерно смещаться вдоль своей оси. Если амплитуды обеих взаимно перпендикулярных волн будут различны ($A_1 \neq A_2$), то получится *эллиптически поляризованный* луч – конец вектора \vec{E} будет описывать эллипс.

Ввиду хаотичности величины и направления вектора \vec{E} , интенсивности лучей, поляризованных в любых двух взаимно перпендикулярных плоскостях, в среднем одинаковы и

$$\overline{E_x^2} = \overline{E_y^2} = \frac{1}{2} \overline{E^2}. \quad (4.5)$$

4.2. ПОЛУЧЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛУЧЕЙ

Получение поляризованных лучей основано на анизотропии электрических свойств тех сред, через которые проходит световая волна.

Например, если анизотропен кристалл, то его диэлектрические проницаемости по координатным осям ϵ_x и ϵ_y будут различными.

Различными будут и показатели преломления $n_x = \sqrt{\epsilon_x}$ и $n_y = \sqrt{\epsilon_y}$ (так как $\mu = 1$) для лучей, поляризованных вдоль координатных осей с электрическими векторами \vec{E}_x и \vec{E}_y (рис. 4.4). Если в вакууме или однородной среде оба луча двигались совместно, то при падении на такой кристалл они преломятся под разными углами и пространственно разойдутся. Это явление носит название *двойного лучепреломления*. Оба луча будут иметь различные скорости распространения $v_x = c/n_x$,

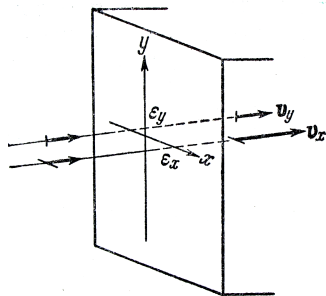


Рис. 4.4

$v_y = c/n_y$ и, соответственно, различную оптическую длину волны.

В так называемых *одноосных* кристаллах имеется одно направление распространения света, при котором не наблюдается двойного лучепреломления. Это направление называется *оптической осью* кристалла. Для этой оси диэлектрические проницаемости во всех перпендикулярных к ней направлениях одинаковы: $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_0$ и луч будет

распространяться с одинаковой скоростью, независимо от его поляризации.

Рассмотрим случай нормального падения естественного света на отрицательный кристалл ($\epsilon < \epsilon_0$, а $v = c/\sqrt{\epsilon}$ больше, чем $v_0 = c/\sqrt{\epsilon_0}$), грань которого не перпендикулярна к оптической оси и эта ось AA лежит в плоскости чертежа (рис. 4.5). Волна, поляризованная в плоскости чертежа (отмечена точками, вектор $\vec{E} \perp AA$), дойдя до поверхности кристалла, будет распространяться во все стороны с одинаковой скоростью v_0 . Поэтому из точек M и M' надо провести полусферы радиусом $v_0\Delta t$ и огибающая их OO' даст положение фронта в кристалле спустя промежуток времени Δt .

Видно, что фронт остаётся плоским и лучи не изменяют своего направления. Эти лучи называются *обыкновенными*.

Волна, поляризованная перпендикулярно к плоскости чертежа (отмечена чёрточками), в кристалле распространяется более сложным образом.

В разных направлениях от точек M и M' электрический вектор будет составлять различные углы с оптической осью и для таких лучей будут разными ϵ и v . Применяя построение Гюйгенса, из точек M и M' в этом случае надо проводить не полусферы, а полуэллипсоиды. Огибающая эллипсоидов представляет собой плоскость HH' . Эта волна существенно отличается от волны OO' и называется *необыкновенной*. Для необыкновенной волны лучи MH и $M'H'$ уже не перпендикулярны к фронту HH' . Для них не выполняется закон преломления — закон синусов.

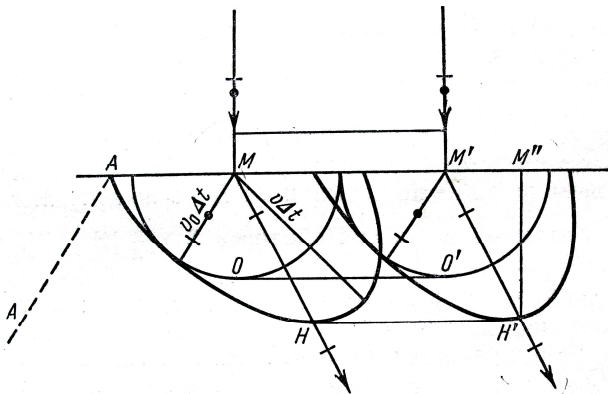


Рис. 4.5

Таким образом, если на пластинку, вырезанную из кристалла так, как показано на рис. 4.5, падает нормально *естественный* луч, то он расщепляется на два луча – *обыкновенный* и *необыкновенный*. Обыкновенный луч проходит, не преломляясь и не изменяя своего направления. Необыкновенный луч внутри кристалла отклоняется, а на выходе идет параллельно обыкновенному, но смещается относительно последнего тем сильнее, чем больше толщина пластинки. Оба луча поляризованы во взаимно перпендикулярных плоскостях.

При прохождении сквозь диэлектрик свет частично поглощается и его интенсивность уменьшается. В анизотропном кристалле поглощение будет зависеть от ориентации плоскости поляризации, т.е. обыкновенный и необыкновенный лучи будут поглощаться в разной степени. Это явление носит название *дихроизма*. В кристалле турмалина необыкновенный луч полностью поглощается при толщине пластины в 1 мм. Выходящий из неё луч полностью поляризован в одном направлении. Такую пластинку называют *поляризатором*.

Явление поляризации света имеет место и при отражении или преломлении света на границе двух диэлектриков, когда имеет место *анизотропия условий распространения*, т.е. когда условия отражения и преломления для лучей, поляризованных в плоскости падения и перпендикулярно к ней, различны. При этом *отражённый и преломлённый лучи будут в той или иной степени поляризованы*.

Рассмотрим подобное явление с помощью рис. 4.6.

Пусть из вакуума на плоскую границу диэлектрика под углом i падает плоская волна с электрическим вектором E_0 , поляризованная в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения. Эта волна частично отразится под углом i , а частично преломится под углом r . Среда немагнитная – $\mu = 1$, диэлектрическая проницаемость – ϵ . Отражённая и преломлённая волны поляризованы в той же плоскости, что и падающая, а их амплитуды E_i и E_r . Углы r и i связаны соотношением

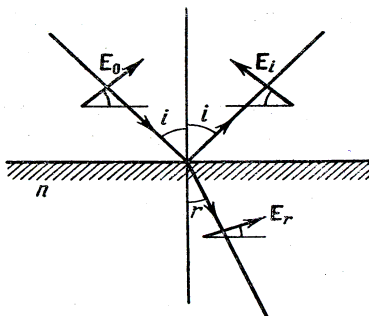


Рис. 4.6

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \text{ где } n^2 = \epsilon. \quad (4.6)$$

На границе раздела вакуум – диэлектрик число линий поля меняется скачкообразно и выполняются условия

$$\vec{E}_{\tau_{\text{вак}}} = \vec{E}_{\tau_{\text{среды}}} \text{ и } 1 \cdot E_{n_{\text{вак}}} = \epsilon E_{n_{\text{среды}}}. \quad (4.7)$$

Применим закон сохранения энергии, учитывая, что электриче-

ское поле в вакууме складывается из полей падающей и отражённой волн, а в диэлектрике есть только электрический вектор преломлённой волны. Получим для касательных составляющих электрического вектора

$$E_0 \cos i - E_i \cos i = E_r \cos r, \quad (4.8)$$

для нормальных составляющих с учётом (4.6)

$$E_0 \sin i + E_i \sin i = n^2 E_r \sin r \quad (4.9)$$

или

$$E_0 + E_i = n E_r. \quad (4.10)$$

Три уравнения (4.6), (4.8) и (4.10) позволяют определить три искомые величины r , E_i и E_r , и выразить их через заданные i , n и E_0 . Решая эти уравнения, можно найти коэффициент отражения R , т.е. отношение интенсивностей отражённой и падающей волн

$$R_{\perp} = \frac{E_i^2}{E_0^2} = f(n, i) \quad (4.11)$$

для среды с данным показателем преломления n в зависимости от угла падения i . При нормальном падении ($i = 0$, $r = 0$)

$$R_{\perp} = \left(\frac{n-1}{n+1} \right)^2, \quad (4.12)$$

а при скользющем падении

$$(i \rightarrow \pi/2) R_{\perp} \rightarrow 1. \quad (4.13)$$

Анализ показывает, что зависимость R_{\perp} от i немонотонная и при некотором значении $i = i_{\text{кр}}$ отражённого луча нет вовсе ($R_{\perp} = 0$). Для нахождения критического угла рассмотрим уравнения (при $E_i = 0$):

$$\frac{\sin i}{\sin r} = n, \quad E_0 \cos i = E_r \cos r, \quad E_0 = n E_r, \quad (4.14)$$

откуда

$$\frac{E_0}{E_r} = \frac{\cos r}{\cos i} = n = \frac{\sin i}{\sin r}.$$

Тригонометрическое равенство $\frac{\cos r}{\cos i} = \frac{\sin i}{\sin r}$ имеет основное решение

$$\cos r = \sin i \text{ и } \cos i = \sin r, \quad \text{т.е. } i + r = \pi/2. \quad (4.15)$$

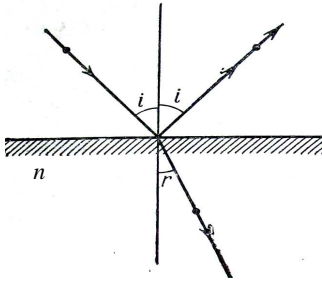


Рис. 4.7

Подставляя эти соотношения в (4.6), найдём:

$$n = \frac{\sin i}{\sin r} = \frac{\sin i}{\cos i} = \operatorname{tgi}, \text{ т.е. } \operatorname{tgi}_{\text{кр}} = n. \quad (4.16)$$

Для лучей, поляризованных в плоскости падения, из рис. 4.7 видно, что векторы \vec{E}_0 , \vec{E}_i и \vec{E}_r направлены параллельно границе раздела и не имеют нормальных составляющих. В результате чего оказывается, что коэффициент отражения волны, поляризованной в плоскости падения, $R_{\parallel} = f(n, i)$

монотонно возрастает с углом падения, ни при каких значениях i не обращается в нуль, а в предельных случаях $i = 0$ и $i = \pi/2$ совпадает с R_{\perp} . Зависимости R_{\perp} и R_{\parallel} от i показаны на рис. 4.8.

Уравнение (4.16) выражает так называемый закон Брюстера. Если на границу диэлектрика под углом Брюстера ($i = i_{\text{кр}}$) падает луч, поляризованный перпендикулярно к плоскости падения, то он целиком преломится (рис. 4.9, а).

При падении под тем же углом луча, поляризованного в плоскости падения (рис. 4.9, б), происходит частичное отражение и частичное преломление. Если под этим же углом падает естественный луч, то отражённый луч поляризован *полностью*, а преломлённый – *частично* (рис. 4.9, в). Поэтому угол $i_{\text{кр}}$, определяемый по формуле (4.16), называется *углом полной поляризации*.

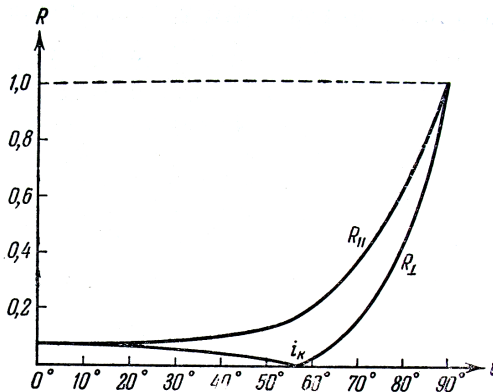


Рис. 4.8

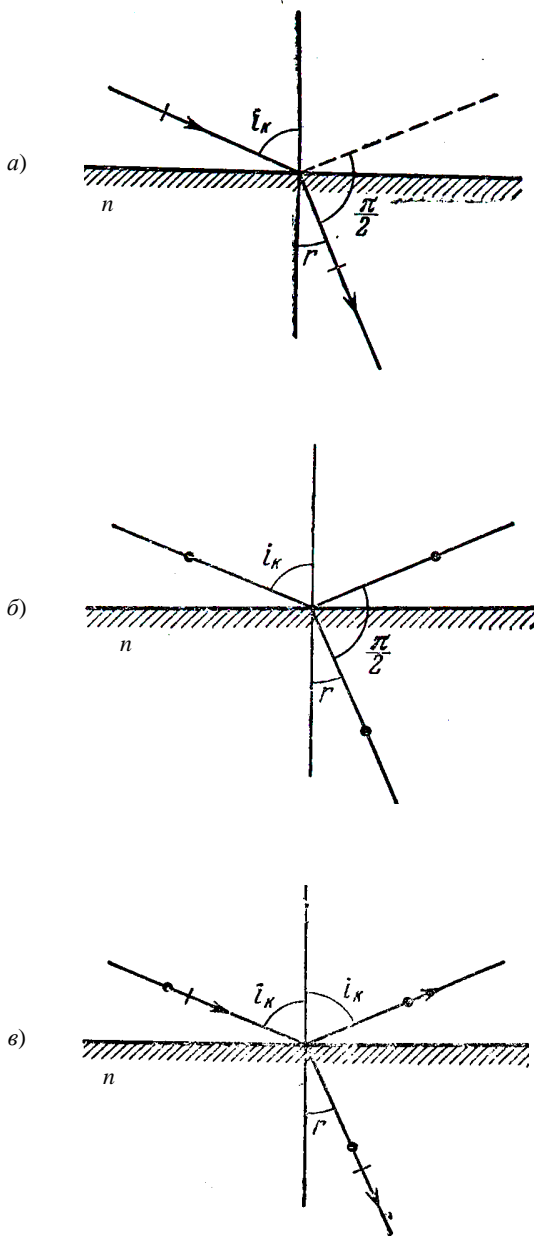


Рис. 4.9

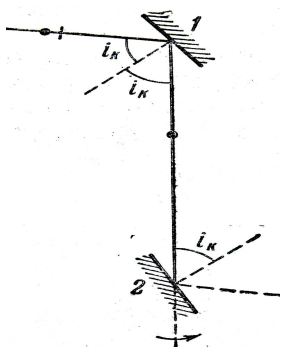


Рис. 4.10

Неподвижное зеркало 1, на которое падает естественный луч под углом Брюстера, является поляризатором, а зеркало 2, вращающееся вокруг луча так, что его нормаль составляет все время с поляризованным лучом тот же угол i_k , — анализатором (рис. 4.10).

Для стекла с $n = 1,5$ угол полной поляризации равен

$$i_k = \text{arctg } n = \text{arctg} 1,5 \approx 56^\circ.$$



Рис. 4.11

На рисунке 4.11 изображена *стопа Столетова*, состоящая из ряда параллельных пластинок, ориентированных под углом Брюстера к падающему лучу. На каждой границе частично отражаются только лучи, поляризованные в

плоскости падения, и в результате многократных преломлений выходящий из стопы луч практически *полностью поляризован* в плоскости, перпендикулярной к плоскости падения.

Кроме поляризации на двупреломляющем кристалле, поляризации, обусловленной явлением дихроизма или поляризации при отражении и преломлении, существует ещё множество способов, в том числе поляризация при рассеянии света и др.

4.3. ЗАКОН МАЛЮСА

Пусть свет падает на поляризатор в виде пластинки со штриховкой, параллельной плоскости колебаний электрического вектора пропускаемых поляризатором лучей. На рисунке 4.12 показано, как из поляризатора выходит луч, интенсивность которого, в соответствии с (4.5), равна половине начальной (даже меньше, вследствие поглощения и рассеяния на пути луча). Чтобы убедиться в том, что полученный луч поляризован, и выяснить направление поляризации, поставим на его пути дальше вторую такую же поляризующую пластинку, называемую *анализатором*. Если плоскости пропускания поляризатора и анализатора параллельны друг другу, то поляризованный свет пройдет через анализатор, почти не снижая своей интенсивности (рис. 4.12, а).

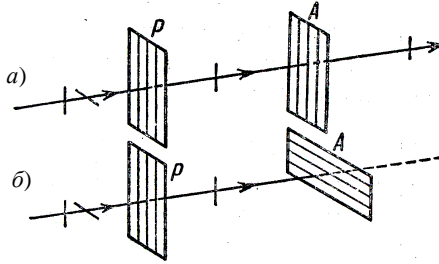


Рис. 4.12

Если же плоскости поляризатора и анализатора перпендикулярны друг другу (рис. 4.12, б), то анализатор полностью погасит падающий на него поляризованный луч.

В этом случае говорят, что поляризатор и анализатор *скрещены*. В промежуточных случаях интенсивность света, прошедшего через систему, будет зависеть от ориентации анализатора относительно поляризатора и имеет значение I , находящееся между I_0 и нулем.

Пусть амплитуда луча, прошедшего через поляризатор, равна E_0 , плоскость анализатора A повернута относительно поляризатора P на угол α (рис. 4.13). Разложим вектор \vec{E}_0 на две составляющие: параллельную плоскости анализатора (\vec{E}_{\parallel}) и перпендикулярную к ней (\vec{E}_{\perp}). Одна из них \vec{E}_{\parallel} пройдет через анализатор, а перпендикулярная \vec{E}_{\perp} погасится. При этом

$$\vec{E}_{\parallel} = \vec{E}_0 \cos \alpha. \quad (4.17)$$

Отношение интенсивностей пропорционально отношению квадратов амплитуд

$$\frac{I}{I_0} = \frac{E_{\parallel}^2}{E_0^2} = \cos^2 \alpha,$$

и, следовательно, $I = I_0 \cos^2 \alpha$. (4.18)

Выражение (4.18) называется *законом Малюса*: Интенсивность света, прошедшего через анализатор I , равна интенсивности света, прошедшего через поляризатор I_0 , умноженной на квадрат косинуса угла α между осями анализатора и поляризатора.

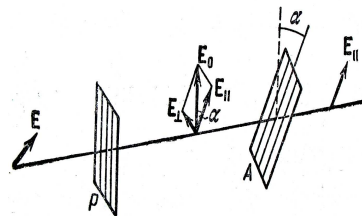


Рис. 4.13

При толстых пластинках надо вносить поправку на частичное поглощение и отражение проходящего луча (коэффициенты k_1, k_2). Для естественного света, падающего на поляризатор, выражение (4.18) преобразуется в выражение

$$I = \frac{1}{2} I_0 (1 - k_1) \cos^2 \alpha (1 - k_2). \quad (4.19)$$

4.4. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ВОЛН

При падении на двупреломляющий кристалл луча, поляризованного под произвольным углом к плоскости падения, на выходе из него получаются взаимно когерентные обыкновенный и необыкновенный лучи, которые могут интерферировать друг с другом (рис. 4.14). Разность фаз для этих лучей обусловлена различием показателей преломления.

Оптический ход для обыкновенного луча равен $n_0 \Delta$, где Δ – толщина кристаллической пластинки. Для необыкновенного луча внутри пластинки показатель преломления $n_{\text{н}}$ зависит от ориентации оптической оси. Если оптическая ось параллельна пластинке, то оптический ход необыкновенного луча равен $n_{\text{н}} \Delta$ и полная разность хода равна

$$\delta = n_0 \Delta - n_{\text{н}} \Delta = (n_0 - n_{\text{н}}) \Delta, \quad (4.20)$$

и характер поляризации сведённого на экране луча зависит от соотношения δ и λ . Если δ кратно целому числу полуволин

$$\delta = m \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{4}, \quad (4.21)$$

то сведённый луч поляризован линейно, при m чётном эта поляризация параллельна исходному лучу до его падения на кристалл, а при m нечётном – перпендикулярна. Если

$$\delta = (2m + 1) \frac{\lambda}{4}, \quad (4.22)$$

то при равных амплитудах сведённый луч имеет круговую поляризацию. В общем же случае при произвольной δ сведённый луч становится эллиптически поляризованным.

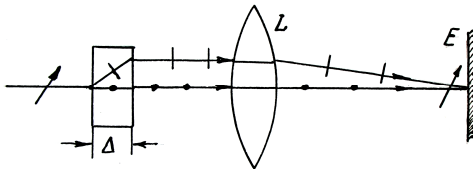


Рис. 4.14

Вырезанная параллельно оптической оси пластинка, для которой

$$(n_0 - n_n)\Delta = m\lambda_0 + \lambda_0 / 4$$

называется *четвертьволновой пластинкой*. С помощью такой пластинки по результатам интерференции можно судить о характере поляризованного света.

4.5. ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ПРИБОРЫ И ПРИМЕНЕНИЕ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЛУЧЕЙ

Для изготовления поляризаторов и анализаторов на практике часто применяют двоякопреломляющие кристаллы. Из монокристаллов исландского шпата изготавливают так называемые *призмы Николя*, ход лучей естественного и поляризованного лучей в которых показан на рис. 4.15.

Как видно из рис. 4.15, необыкновенный луч, проходя насквозь, не изменяет своего направления. Обыкновенный луч испытывает полное внутреннее отражение и выходит через боковую грань призмы.

Поляризатором являются и пластинки из дихроичного кристалла (турмалин) или кристаллики герпатита (иод-хинин), нанесённые на целлулоидную плёнку.

Кристаллы различных веществ создают различное по величине и направлению двойное лучепреломление. Поэтому, пропуская через них поляризованный свет и измеряя его изменение после прохождения, можно определять оптические характеристики изучаемых кристаллов и производить минералогический анализ. Для этого применяется *поляризационный микроскоп*, схема которого изображена на рис. 4.16. Здесь *P* – поляризатор; *Ш* – тонкий шлиф исследуемого минерала; *A* – анализатор; *M* – собственно микроскоп. Лучи, прошедшие анализатор, дают определённым образом окрашенную интерференционную картину, зависящую от характеристик минерала.

Как отмечалось выше, двойное лучепреломление имеет место в естественных

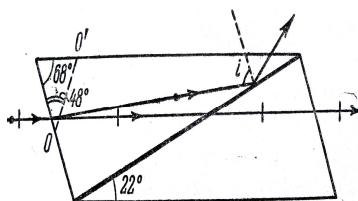


Рис. 4.15

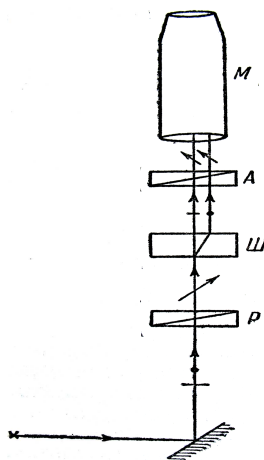


Рис. 4.16

анизотропных средах. Существуют, однако, различные способы получения *искусственной оптической анизотропии*, т.е. сообщения оптической анизотропии естественно изотропным веществам.

Такие вещества становятся оптически анизотропными под действием: 1) одностороннего сжатия (кристаллы кубической формы, различные стекла и др.); 2) электрического поля (эффект Керра, жидкости, газы); 3) магнитного поля (жидкости, стекла, коллоиды).

В перечисленных случаях вещество принимает свойства одноосного кристалла, оптическая ось которого совпадает с направлением деформации, электрического или магнитного полей соответственно указанным выше воздействиям.

Мерой возникающей анизотропии служит разность показателей преломления обыкновенного и необыкновенного лучей в направлении, перпендикулярном оптической оси.

На рисунке 4.17 представлена схема *оптического метода исследования напряжений* на прозрачных моделях (органические стёкла). Просвечивая модель поляризованным светом, можно определить деформации и напряжения в модели, а потом пересчитать их на реальную конструкцию.

На рисунке 4.18 схематически изображена *ячейка Керра*. Жидкий нитробензол заполняет пространство между пластинами конденсатора K , к которому приложено внешнее напряжение. Прозрачная ячейка помещена между скрещенными николями P и A . При этом свет от источника S не доходит до фотоэлемента. При включении внешнего поля нитробензол становится двоякопреломляющим, и свет доходит до фотоэлемента. Такая ячейка используется в качестве затвора при сверхскоростных фотосъёмках.

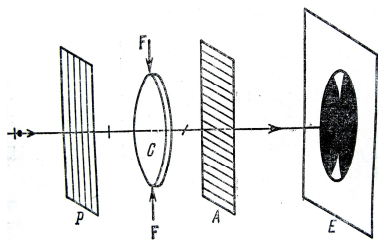


Рис. 4.17

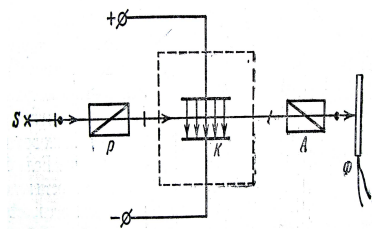


Рис. 4.18

Поляризованные лучи используются для предотвращения слепящего действия автомобильных фар. При этом смотровые стёкла и стёкла фар покрываются поляроидными плёнками, ориентированными под одинаковым углом 45° к горизонтали, т.е. являются скрещенными.

Некоторые вещества (кварц, сахар, киноварь, винная кислота,

скипидар и др.), называемые *оптически активными*, обладают способностью вращать плоскость поляризации.

Вращение плоскости поляризации можно наблюдать на следующем опыте (рис. 4.19, а). Если между скрещенными поляризатором P и анализатором A , дающими тёмное поле зрения, поместить оптически активное вещество (например, кювету с раствором сахара), то поле зрения анализатора просветляется. При повороте анализатора на некоторый угол φ можно вновь получить тёмное поле зрения. Угол φ и есть угол, на который оптически активное вещество поворачивает плоскость поляризации луча, прошедшего через поляризатор.

Опыт показывает, что угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей $\varphi = \alpha d$, а для растворов

$$\varphi = [\alpha]Cd, \quad (4.23)$$

где d – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе; α или $[\alpha]$ – *удельное вращение*, численно равное углу поворота плоскости поляризации света слоем оптически активного вещества единичной длины (единичной концентрации – для растворов); C – массовая концентрация вещества в растворе ($\text{кг}/\text{м}^3$).

Оптически активные вещества в зависимости от направления вращения плоскости поляризации разделяются на *право-* и *лево-*вращающие, что объясняется различием скорости распространения света для лучей, поляризованных по кругу вправо и влево (теория Френеля). Это явление обычно используется в *полутеневых поляриметрах* для определения концентрации сахара в растворах (*сахариметры*). Простейшая схема такого полутеневого сахариметра приведена на рис. 4.19, а. Освещение полей анализатора, в зависимости от свойств вещества, показано на рис. 4.19, б.

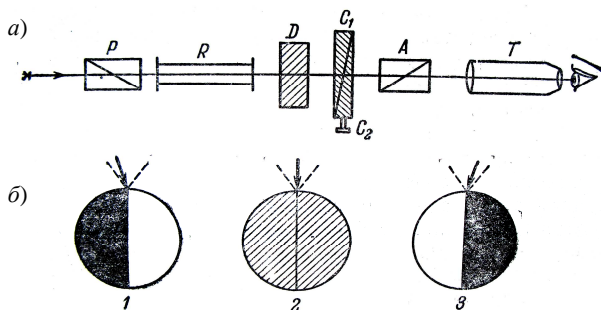


Рис. 4.19

Вращение плоскости поляризации в оптически неактивных телах может возникать под действием магнитного поля, что впервые было обнаружено М. Фарадеем. Это явление получило название *эффекта Фарадея* (или *магнитного вращения плоскости поляризации*). Оно установило связь между оптическими и электромагнитными явлениями.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

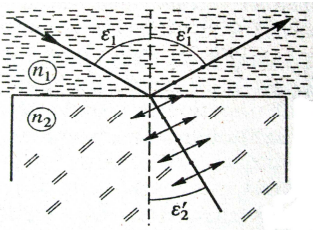


Рис. 4.20

Пример 4.1. Пучок естественного света падает на полированную поверхность стеклянной пластины, погруженной в жидкость. Отражённый от пластины пучок света образует угол $\varphi = 97^\circ$ с падающим пучком (рис. 4.20).

Определить показатель преломления n_1 жидкости, если отражённый свет максимально поляризован.

Решение. Согласно закону Брюстера, пучок света, отражённый от диэлектрика, максимально поляризован в том случае, если тангенс угла падения численно равен относительному показателю преломления $\operatorname{tg} \varepsilon = n_{21}$, где n_{21} – показатель преломления второй среды (стекла) относительно первой (жидкости).

Относительный показатель преломления равен отношению абсолютных показателей преломления. Следовательно, $\operatorname{tg} \varepsilon = n_2 / n_1$.

Так как угол падения равен углу отражения, то $\varepsilon = \varphi / 2$ и, следовательно, $\operatorname{tg}(\varphi / 2) = \frac{n_2}{n_1}$, откуда

$$n_1 = \frac{n_2}{\operatorname{tg}(\varphi / 2)}.$$

Произведём вычисления:

$$n_1 = \frac{1,5}{\operatorname{tg}(97^\circ / 2)} = \frac{1,5}{1,13} = 1,33.$$

Пример 4.2. Два николя N_1 и N_2 расположены так, что угол между их плоскостями пропускания составляет $\alpha = 60^\circ$.

Определить, во сколько раз уменьшится интенсивность I_0 естественного света: 1) при прохождении через один николю N_1 ; 2) при прохождении через оба николя. Коэффициент поглощения света в николе $k = 0,05$. Потери на отражение света не учитывать.

Решение. 1. Естественный свет, падая на грань призмы Николя (рис. 4.21), расщепляется вследствие двойного лучепреломления на два пучка: обыкновенный и необыкновенный. Оба пучка одинаковы по интенсивности и полностью поляризованы. Плоскость колебаний необыкновенного пучка лежит в плоскости чертежа (плоскость главного сечения). Плоскость колебаний обыкновенного пучка перпендикулярна плоскости чертежа. Обыкновенный пучок света (*o*) вследствие полного отражения от границы *AB* отбрасывается на зачерненную поверхность призмы и поглощается ею, необыкновенный пучок (*e*) проходит через призму, уменьшая свою интенсивность вследствие поглощения. Таким образом, интенсивность света, прошедшего через первую призму,

$$I_1 = \frac{1}{2} I_0 (1 - k).$$

Относительное уменьшение интенсивности света получим, разделив интенсивность I_0 естественного света, падающего на первый николю, на интенсивность I_1 поляризованного света:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2I_0}{I_0(1-k)} = \frac{2}{1-k}. \quad (1)$$

Произведём вычисления:

$$\frac{I_0}{I_1} = \frac{2}{1-0,05} = 2,1.$$

Таким образом, интенсивность уменьшается в 2,1 раза.

2. Плоскополяризованный пучок света интенсивности I_1 падает на второй николю N_2 и также расщепляется на два пучка различной интенсивности: обыкновенный и необыкновенный. Обыкновенный пучок

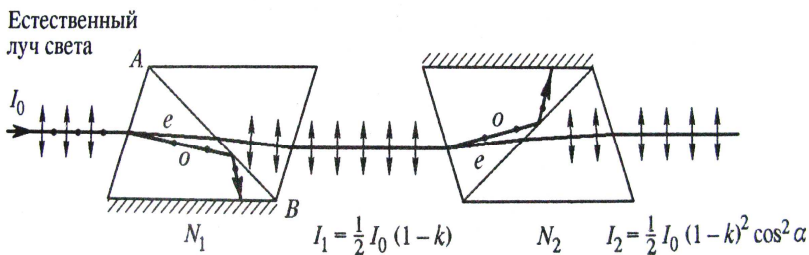


Рис. 4.21

полностью поглощается призмой, поэтому интенсивность его нас не интересует. Интенсивность I_2 необыкновенного пучка, вышедшего из призмы N_2 , определяется законом Малюса (без учёта поглощения света во втором николе):

$$I_2 = I_1 \cos^2 \alpha, \quad (2)$$

где α – угол между плоскостью колебаний в поляризованном пучке и плоскостью пропускания николя N_2 .

Учитывая потери интенсивности на поглощение во втором николе, получаем

$$I_2 = I_1(1-k) \cos^2 \alpha. \quad (3)$$

Искомое уменьшение интенсивности при прохождении света через оба николя найдём, разделив интенсивность I_0 естественного света на интенсивность I_2 света, прошедшего систему из двух николей:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{I_0}{I_1(1-k) \cos^2 \alpha}. \quad (4)$$

Заменяя отношение I_0/I_1 его выражением по формуле (1), получаем

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-k)^2 \cos^2 \alpha}. \quad (5)$$

Произведём вычисления:

$$\frac{I_0}{I_2} = \frac{2}{(1-0,05)^2 \cos^2 60^\circ} = 8,86.$$

Таким образом, после прохождения света через два николя интенсивность его уменьшится в 8,86 раза.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что такое дисперсия света?
2. Как связаны между собой преломляющий угол призмы и угол отклонения лучей ею?
3. Что показывает дисперсия вещества?
4. Чем отличается нормальная дисперсия от аномальной?
5. По каким признакам можно отличить спектры, полученные с помощью призмы и дифракционной решётки?
6. В чём заключаются основные положения и выводы электронной теории дисперсии света?

7. Какой свет называется поляризованным? Возможна ли поляризация для продольных волн? Почему?
8. Что называется естественным светом, плоскополяризованным светом, частично поляризованным светом, эллиптически поляризованным светом?
9. Какие способы получения поляризованного света вам известны?
10. Как изменяется интенсивность света за поляризатором при его вращении вокруг пучка естественного света?
11. Чем замечателен угол Брюстера? Покажите, что при выполнении закона Брюстера отражённый и преломлённый лучи взаимно перпендикулярны.
12. Что называется оптической осью кристалла? Чем отличаются двуосные кристаллы от одноосных?
13. Чем обусловлено двойное лучепреломление в оптически анизотропном одноосном кристалле?
14. Чем отличаются отрицательные кристаллы от положительных?
15. Какие поляризационные приборы вы знаете? В чём заключается принцип их действия?
16. Что такое эффект Керра? Какова физическая причина его возникновения? Как действует световой затвор с использованием ячейки Керра, поляризатора и анализатора?
17. Какие вещества называются оптически активными? В чём отличие оптической активности от двойного лучепреломления?
18. Чем отличается обыкновенный луч от необыкновенного?
19. Запишите закон Малюса для естественного света, падающего на толстые поляризационные пластинки.
20. При каких обстоятельствах можно наблюдать интерференцию поляризованных волн?
21. В чём отличие оптической активности от двойного лучепреломления?

Часть II. КВАНТОВАЯ ОПТИКА

В предыдущем разделе курса физики «Волновая оптика» рассматривались явления интерференции, дифракции, дисперсии и поляризации света, подтверждающие волновую природу света. Однако есть явления, например, тепловое излучение, фотоэффект, эффект Комптона и ряд других, которые невозможно объяснить волновой природой света. В приведённом ниже материале и будет исследована природа подобных явлений.

5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ

5.1. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ СРЕДИ ДРУГИХ ВИДОВ ИЗЛУЧЕНИЯ. ОСНОВНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ

Как известно, излучение и поглощение света телами осуществляется в результате колебаний заряженных частиц в атоме или молекуле. Для этого могут использоваться различные виды энергии. Например, при *фотолюминесценции* происходит поглощение, а затем излучение световой энергии, при *хемиллюминесценции* излучение происходит за счёт энергии химических реакций, *разряженный газ* светится под действием тока, *нагретые* до достаточно высокой температуры тела светятся за счёт внутренней энергии.

Свечение тел при их нагревании называется температурным или тепловым излучением.

При этом если тело получает от окружающих тел путём поглощения тепла или поглощения излучения количество энергии, компенсирующее энергию, которое оно само излучает, то процесс излучения происходит *равновесно*. Равновесное излучение устанавливается в адиабатно замкнутой (теплоизолированной) системе, все тела которой находятся при одной и той же температуре.

Основными количественными энергетическими характеристиками излучения являются *лучеиспускающая и лучепоглощательная способности*.

Лучеиспускающая способность – e_T (Дж/м²с) – лучистая энергия, испускаемая единичной поверхностью за единицу времени при данной температуре. Аналогичным будет определение и для лучепоглощательной способности. С учётом того, что эта энергия уносится электромагнитными волнами различной длины ($0 \leq \lambda \leq \infty$), получим

$$e_T = \int de_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda, T} d\lambda, \quad (5.1)$$

где de_T – энергия волн с длиной от λ до $\lambda + d\lambda$; $e_{\lambda, T}$ – лучеиспускательная способность тела при температуре T и для длины волны λ . Вид спектральной характеристики $e_{\lambda, T}$ при постоянной температуре T показан на рис. 5.1.

Площадь заштрихованной фигуры численно равна интегральной лучеиспускательной способности (интегральная энергетическая светимость). С ростом температуры увеличивается интенсивность теплового движения частиц и энергия, излучаемая телом с электромагнитными волнами любых длин λ (пунктирная кривая). При $T = 0$ К тепловое движение отсутствует, ($e_{\lambda, 0} = 0$) и тепловое излучение прекращается.

В общем случае, когда на поверхность тела падает поток излучения Φ_0 (рис. 5.2), то часть его $\Phi_{\text{отр}} < \Phi_0$ отразится от поверхности, часть потока может пройти через неё – $\Phi_{\text{прох}} < \Phi_0$, а часть потока $\Phi_{\text{погл}} < \Phi_0$ – поглотится, в результате чего тело нагреется.

Баланс энергий даст

$$\Phi_0 = \Phi_{\text{отр}} + \Phi_{\text{прох}} + \Phi_{\text{погл}}. \quad (5.2)$$

Разделив обе части этого равенства на Φ_0 , получим

$$1 = \frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{\text{прох}}}{\Phi_0} + \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi_0} \quad \text{или} \quad 1 = \rho + D + a, \quad (5.3)$$

где $\rho = \frac{\Phi_{\text{отр}}}{\Phi_0}$ – лучеотражательная способность (коэффициент отражения);

$a = \frac{\Phi_{\text{погл}}}{\Phi_0}$ – лучепоглощательная способность (коэффициент поглощения);

$D = \frac{\Phi_{\text{прох}}}{\Phi_0}$ – лучепропускательная способность (прозрачность). При $D = 0$ (непрозрачные тела) будем иметь $1 = \rho + a$.

Для какой-либо определённой длины волны при температуре T будем иметь $\rho_{\lambda, T}$ и $a_{\lambda, T}$, которые связаны между собой как

$$\rho_{\lambda, T} = 1 - a_{\lambda, T}.$$

Если тело абсолютно не поглощает излучение и полностью отражает все лучи, т.е. $a_{\lambda, T} = 0$ и $\rho_{\lambda, T} = 1$, то такое тело называется

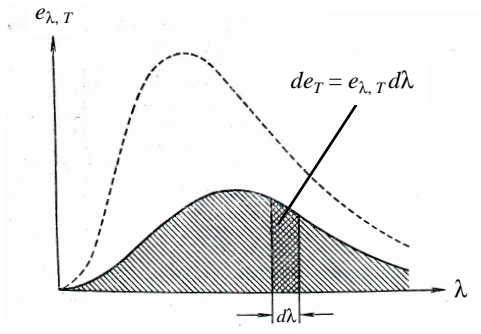


Рис. 5.1

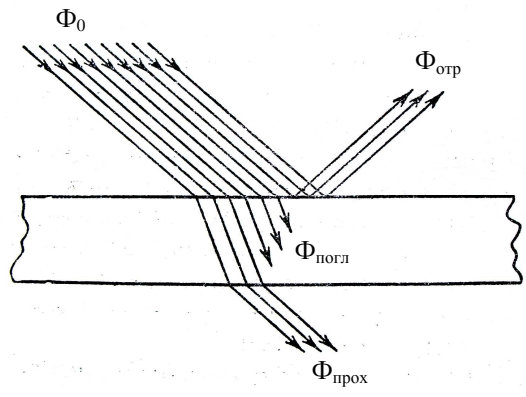


Рис. 5.2

абсолютно белым телом (цвет тела будет определяться цветом падающего на него светового потока). При $a_{\lambda, T} = 1$ и $\rho_{\lambda, T} = 0$, т.е. когда тело полностью поглощает все падающие на него лучи, оно называется *абсолютно чёрным телом*. Если поглощательная способность тела для всех длин волн одинакова, но меньше единицы, т.е. $a_{\lambda, T} = \text{const} < 1$, то оно называется *серым телом*.

5.2. ЗАКОН КИРХГОФА. ИЗЛУЧЕНИЕ АБСОЛЮТНО ЧЁРНОГО ТЕЛА

При тепловом излучении энергия теплового движения в теле переходит в энергию испускаемых электромагнитных волн. При поглощении света происходит обратный процесс перехода лучистой энергии в тепловую энергию тела. В обоих случаях взаимные превращения

тепловой и лучистой энергии протекают через промежуточную стадию колебания электрических зарядов в теле. Поэтому лучеиспускательная и лучепоглощательная способности тела обусловлены одними и теми же деталями его строения и тесно связаны друг с другом, и к ним применимы термодинамические методы исследования.

Пусть система двух тел (рис. 5.3) состоит из бесконечной однородной пластины 1 и параллельно ей расположенной пластины 2, вырезанной из абсолютно чёрного тела. При температуре T лучеиспускательная способность нечёрного тела e_T , а лучепоглощательная способность a_T . Для абсолютно чёрного $a_T = 1$, лучеиспускательную способность тела обозначим как E_T . Если в пространстве между пластинами 1 и 2 создать абсолютный вакуум, то они будут обмениваться энергией только с помощью излучения. Через некоторое время наступит термодинамическое равновесие, и температуры пластин сравняются. Составим баланс лучистой энергии для каждой из пластин.

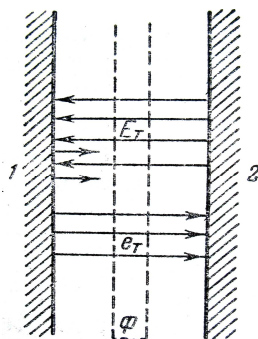


Рис. 5.3

Для нечёрной пластины поток лучистой энергии, испускаемой с единицы поверхности в единицу времени e_T , в это же время на неё падает со стороны абсолютно чёрного тела лучистая энергия E_T и только часть её $a_T E_T$ поглощается пластиной 1, а остальная часть $(1 - a_T)E_T$ отразится обратно. Следовательно,

$$e_T + (1 - a_T)E_T = E_T \quad \text{или} \quad e_T = a_T E_T. \quad (5.4)$$

Абсолютно чёрное тело с единицы поверхности испускает в единицу времени лучистую энергию E_T , в это же время на него со стороны пластины 1 приходит энергия e_T и отражённая энергия $(1 - a_T)E_T$ и вся эта энергия поглощается. Следовательно,

$$E_T = e_T + (1 - a_T)E_T, \quad \text{откуда} \quad a_T E_T = e_T. \quad (5.5)$$

Из уравнений (5.4) и (5.5) вытекает одно и то же соотношение:

$$\frac{e_T}{a_T} = \frac{E_T}{1} = E_T. \quad (5.6)$$

Отношение полной лучеиспускательной способности любого тела к его лучепоглощательной способности при данной температуре

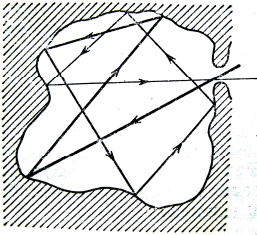


Рис. 5.4

есть величина постоянная, равная лучеиспускательной способности абсолютно чёрного тела при той же температуре.

Соотношение (5.6) теоретически выведено Кирхгофом в 1860 г. и получило название закона Кирхгофа.

Если между пластинами поместить светофильтр ϕ , пропускающий лишь узкий участок длин волн, то и для него можно доказать справедливость закона Кирхгофа (дифференциальная запись)

$$\frac{e_{\lambda, T}}{a_{\lambda, T}} = \frac{E_{\lambda, T}}{1} = E_{\lambda, T}, \quad (5.7)$$

т.е. для любых тел при одинаковой их температуре это отношение не зависит от природы тел. Оно является универсальной функцией лишь от длины волны и температуры и равно $E_{\lambda, T}$.

Так как для абсолютно чёрного тела $a_{\lambda, T} = 1$, а для других тел $a_{\lambda, T} < 1$, то из (5.7) следует, что то излучение, которое тело сильнее поглощает, сильнее будет и испускаться.

При данной температуре абсолютно чёрное тело является наиболее сильным излучателем на любой волне и суммарно. Проверка этого утверждения проводилась на модели В.А. Михельсона (полость с маленьким отверстием для любого материала) (рис. 5.4).

Луч, падающий извне на отверстие, попадая внутрь полости, после многократного отражения практически не выходит из неё. Это отверстие можно считать абсолютно чёрным телом. Если же полость нагреть, то излучение из отверстия можно измерять. Направляя излучение на термоэлемент или болометр, можно измерить интегральное излучение E_T , а, разлагая излучение с помощью призмы, можно детально изучить спектральный состав теплового излучения и построить функцию $E_{\lambda, T}$.

5.3. ЗАКОНЫ ИЗЛУЧЕНИЯ АБСОЛЮТНО ЧЁРНОГО ТЕЛА

Выражение (5.7) показывает, что излучательная способность абсолютно чёрного тела $E_{\lambda, T}$ есть функция от длины волны и температуры.

Чисто термодинамические рассуждения не позволяют найти вид этой функции, но они позволяют установить ряд законов, которым подчиняется излучение абсолютно чёрного тела.

Закон Стефана–Больцмана связывает энергию излучения с абсолютной температурой тела. *Интегральная энергетическая светимость* (лучеиспускательная способность) абсолютно чёрного тела *возрастает пропорционально четвёртой степени температуры*

$$R_3 = E_T = \sigma T^4 \quad \text{или} \quad E_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda, T} d\lambda = \sigma T^4, \quad (5.8)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м²·град⁴ – постоянная Стефана – Больцмана.

Первый закон Вина (закон смещения) касается положения максимума кривых распределения $E_{\lambda, T} = f(\lambda)$. *Длина волны λ_{\max} , на которую приходится максимум излучательной способности $E_{\lambda, T}$, меняется обратно абсолютной температуре*

$$\lambda_{\max} = C' / T, \quad (5.9)$$

где $C' = 2,89 \cdot 10^{-3}$ Вт/м·град – первая постоянная Вина.

Второй закон Вина выражает зависимость плотности энергии излучения от температуры. *Максимальная излучательная способность абсолютно чёрного тела возрастает пропорционально пятой степени температуры*

$$r_{\lambda_{\max}} = \frac{W_{\max}}{V} = C'' T^5, \quad (5.10)$$

где $C'' = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/м³·град⁵ – вторая постоянная Вина.

Постоянные Вина C' и C'' не могли быть определены термодинамическими методами, они найдены экспериментально.

Для вывода формулы $E_{\lambda, T} = f(\lambda, T)$ было сделано много попыток. Так, в 1887 г. В.А. Михельсон, применяя методы статистической физики, получил формулу, которая в общих чертах отвечала экспериментальной кривой $E_{\lambda, T}$, но не совпадала с ней.

Вин предложил интерполяционную формулу вида

$$E_{\lambda, T} = \frac{\alpha}{\lambda^5} e^{-\frac{\beta}{\lambda T}}, \quad (5.11)$$

которая при должном выборе постоянных α и β приводила к хорошему совпадению в области коротких волн, но давала преуменьшенные значения в области больших λ .

Более строгая попытка теоретического вывода $E_{\lambda, T}$ была сделана Рэлеем. Он исходил из рассмотрения стоячих электромагнитных волн в замкнутой полости и получил выражение

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi c k T}{\lambda^4}. \quad (5.12)$$

Формула Рэлея давала хорошие совпадения в области длинных волн, но приводила к абсурдному результату при определении полной лучеиспускательной способности. Интегрируя (5.12) по λ , получаем

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda, T} d\lambda = 2\pi c k T \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^4} = \infty, \quad (5.13)$$

т.е. полная лучеиспускательная способность должна быть бесконечно большой.

Все эти затруднения, получившие в науке образное наименование «ультрафиолетовой катастрофы», указывали на наличие в теории каких-то коренных дефектов. Электромагнитная теория света становилась неприменимой для объяснения коротковолнового излучения. Её положения должны быть пересмотрены.

Этот пересмотр был произведён М. Планком. В 1900 г. Планк показал, что правильное выражение для $E_{\lambda, T}$ можно получить, лишь предположив, что *излучение испускается телами не непрерывно, но в виде отдельных порций. Энергия каждой такой порции – кванта излучения – пропорциональна его частоте:*

$$\varepsilon = h\nu = \frac{hc}{\lambda}, \quad (5.14)$$

где $h = 6,6 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка, одинаковая по всему спектру.

Предположение Планка находится в резком противоречии с законами классической физики. В ней все величины – энергия, импульс, действие – могут иметь произвольные значения, меняться плавно, непрерывно.

Исходя из предположения о дискретности испускаемого излучения и пользуясь статистическими методами, Планк теоретически вывел выражение для $E_{\lambda, T}$, полностью совпадающее с опытом:

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda k T}} - 1}. \quad (5.15)$$

Это выражение носит название *формулы Планка* для лучеиспускательной способности абсолютно чёрного тела.

5.4. СВЯЗЬ ФОРМУЛЫ ПЛАНКА С ЗАКОНАМИ ИЗЛУЧЕНИЯ АБСОЛЮТНО ЧЁРНОГО ТЕЛА

Формула Планка позволяет объяснить все полученные экспериментально законы излучения абсолютно чёрного тела. На рисунке 5.5 изображена серия кривых $E_{\lambda, T}$ для различных температур. Согласно (5.15) для каждой длины волны λ с ростом температуры возрастает лучеиспускательная способность, но в разной степени для разных участков спектра.

Рассчитаем полную лучеиспускательную способность тела, интегрируя (5.15) по всем длинам волн:

$$E_T = \int_0^{\infty} E_{\lambda, T} d\lambda = 2\pi hc^2 \int_0^{\infty} \frac{d\lambda}{\lambda^5 (e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1)} = \frac{2\pi^5}{15} \frac{k^4}{c^2 h^3} T^4 = \sigma T^4. \quad (5.16)$$

Таким образом, из формулы Планка получили закон Стефана – Больцмана. Подставляя численные значения универсальных постоянных, получим величину константы в законе Стефана – Больцмана:

$$\sigma = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{град}^4.$$

Определим лучеиспускательную способность тела в области коротких волн, воспользовавшись (5.15). В этом случае можно пренебречь единицей в знаменателе формулы и получить

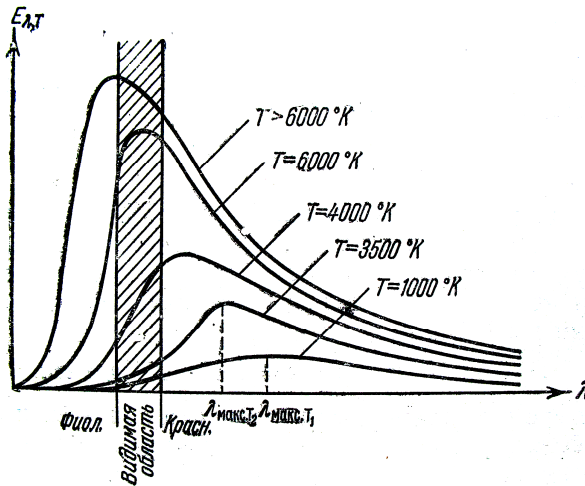


Рис. 5.5

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}}} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} e^{-\frac{hc}{\lambda kT}} = \frac{a}{\lambda^5} e^{-\frac{b}{\lambda T}}, \quad (5.17)$$

что в точности совпадает с формулой Вина.

При использовании (5.15) для определения лучеиспускательной способности абсолютно чёрного тела в области длинных волн разложим экспоненциальную функцию $e^{\frac{hc}{\lambda kT}}$ в ряд, ограничившись двумя первыми членами:

$$e^{\frac{hc}{\lambda kT}} = 1 + \frac{hc}{\lambda kT} + \dots \approx 1 + \frac{hc}{\lambda kT}.$$

Подставляя это разложение в (5.15) и сопоставляя с (5.12), получаем

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi ckT}{\lambda^4},$$

что также в точности совпадает с формулой Рэлея.

Блестящие результаты, достигнутые при применении гипотезы Планка, были первыми серьёзными указаниями на то, что к явлениям лучеиспускания законы классической физики уже неприменимы. Гипотеза Планка показывала, что должна быть создана новая теория, отражающая тот факт, что некоторые физические величины способны принимать не непрерывный, но дискретный ряд значений.

5.5. ПОНЯТИЕ ОБ ОПТИЧЕСКОЙ ПИРОМЕТРИИ

Оптической пирометрией называется совокупность оптических методов измерения высоких температур, основанных на законах теплового излучения. Приборы, применяемые для этого, называются пирометрами.

В радиационных пирометрах регистрируется интегральное излучение исследуемого нагретого тела, а в оптических пирометрах – излучение тела в каком-либо одном или двух узких участках спектра. В зависимости от того, какой закон теплового излучения используется при измерении температуры тел, различают *радиационную, цветовую и яркостную температуры*.

Радиационная температура – такая температура чёрного тела, при которой его энергетическая светимость R_c равна энергетической светимости R_T исследуемого тела. В данном случае регистрируется

энергетическая светимость исследуемого тела и по закону Стефана – Больцмана вычисляется его радиационная температура

$$T_p = \sqrt[4]{R_T / \sigma}. \quad (5.18)$$

Радиационная температура T_p тела всегда меньше его истинной температуры T . С учётом степени черноты α тела истинная температура определится как $T = T_p / \sqrt[4]{\alpha}$.

Цветовой температурой $T_{ц}$ тела называется такая температура чёрного тела, при которой относительные распределения спектральной плотности $r_{\lambda, T}$ чёрного и рассматриваемого тела максимально близки в видимой области спектра. В этом случае применим закон смещения Вина, а, зная длину волны, соответствующую максимальной спектральной плотности исследуемого тела, можно определить его температуру:

$$T_{ц} = T = \frac{C'}{\lambda_{\max}}. \quad (5.19)$$

В этом случае цветовая температура совпадает с истинной температурой.

Яркостной температурой $T_я$ тела называется температура чёрного тела, при которой его спектральная плотность энергетической светимости для какой-либо определённой длины волны равна спектральной плотности энергетической светимости исследуемого тела для той же длины волны. В качестве яркостного пирометра *используется пирометр с исчезающей нитью*, схема которого приведена на рис. 5.6.

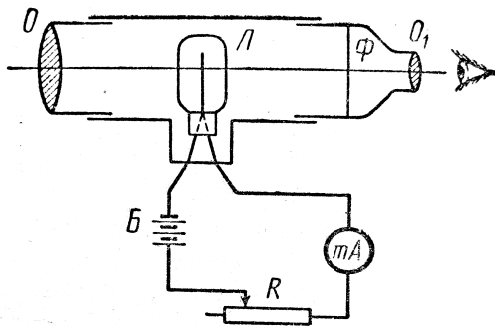


Рис. 5.6

С помощью объектива O изображение светящейся поверхности исследуемого тела совмещается с плоскостью нити накала фотометрической лампы L . Нить и изображение тела рассматриваются через окуляр O_1 и светофильтр Φ , пропускающий красный свет с длиной волны в вакууме $\lambda_0 = 660$ нм. Яркость накала нити можно регулировать путём изменения идущего по ней тока с помощью реостата R . При измерениях ток I в цепи нити подбирают таким образом, чтобы нить не была видна на фоне поверхности исследуемого тела, т.е. чтобы лучеиспускательные способности нити и тела были одинаковы для выбранного монохроматического света. Миллиамперметр пирометра предварительно градуируется в градусах Цельсия ($^{\circ}C$) или Кельвина (K) по излучению абсолютно чёрного тела.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 5.1. Длина волны, на которую приходится максимум энергии в спектре излучения чёрного тела, $\lambda_{\max} = 0,58$ мкм.

Определить энергетическую светимость (излучательность) R_e поверхности тела.

Решение. Энергетическая светимость R_e абсолютно чёрного тела в соответствии с законом Стефана – Больцмана пропорциональна четвёртой степени термодинамической температуры и выражается формулой

$$R_e = \sigma T^4, \quad (1)$$

где σ – постоянная Стефана – Больцмана; T – термодинамическая температура.

Температуру T можно вычислить с помощью закона смещения Вина:

$$\lambda_{\max} = \frac{C'}{T}, \quad (2)$$

где $C' = 2,9 \cdot 10^{-3}$ м·К – первая постоянная Вина.

Используя формулы (2) и (1), получаем

$$R_e = \sigma (C'/\lambda_0)^4. \quad (3)$$

Произведём вычисления:

$$R_e = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,90 \cdot 10^{-3}}{5,8 \cdot 10^{-7}} \right)^4 = 3,54 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2 = 35,4 \text{ МВт/м}^2.$$

Пример 5.2. Металлический шар радиусом $R = 1$ см и теплоёмкостью $C = 14$ Дж/К при температуре $T_0 = 1200$ К выброшен в межпланетное пространство.

Найти закон убывания температуры со временем, если коэффициент поглощения $a = 0,4$. Через сколько времени температура шара уменьшится вдвое?

Решение. Количество теплоты dQ , отдаваемое телом при охлаждении в окружающее пространство за малый промежуток времени $d\tau$, можно определить по формуле

$$dQ = -CdT = ESd\tau, \quad (1)$$

где dT – изменение температуры тела за время $d\tau$; E – лучеиспускательная способность тела; S – величина поверхности излучения.

С учётом коэффициента поглощения и закона Стефана – Больцмана излучаемая телом энергия равна

$$dQ = a\sigma T^4 Sd\tau. \quad (2)$$

Используя выражения (1) и (2), получим $-CdT = a\sigma T^4 Sd\tau$, откуда

$$-\frac{dT}{T^4} = \frac{a\sigma S}{C} d\tau. \quad (3)$$

Интегрирование выражения (3) даёт

$$\frac{1}{3T^3} = \frac{a\sigma S}{C} \tau + A, \quad (4)$$

где A – постоянная интегрирования, определяемая из начальных условий: при $\tau = 0$ температура $T = T_0$ и $A = \frac{1}{3T_0^3}$. Подставив значение A в (4) найдём закон изменения температуры T со временем

$$T = T_0 \left(1 + \frac{3a\sigma S T_0^3}{C} \tau \right)^{-1/3}. \quad (5)$$

Из выражения (4) с учётом значения постоянной интегрирования найдём время убывания температуры от T_0 до T :

$$\tau = \frac{C}{3a\sigma S} \left(\frac{1}{T^3} - \frac{1}{T_0^3} \right), \quad (6)$$

где S для шара радиусом R равна $4\pi R^2$, тогда (6) примет вид

$$\tau = \frac{C}{12\pi a\sigma R^2 T_0^3} \left(\frac{T_0^3}{T^3} - 1 \right). \quad (7)$$

Подставляя в (7) числовые данные, получим время, за которое температура тела уменьшится вдвое:

$$\tau = \frac{14}{12 \cdot 3,14 \cdot 0,4 \cdot 5,7 \cdot 10^{-8} \cdot (10^{-2})^2 1200^3} (2^3 - 1) = 660 \text{ с} = 11 \text{ мин.}$$

Пример 5.3. Исследование спектра излучения шара радиусом $r = 0,5$ м показало, что максимум спектральной плотности энергетической светимости соответствует длине волны $\lambda_{\max} = 500$ нм.

Определить, принимая шар за абсолютно чёрное тело: 1) энергетическую светимость R_3 шара; 2) поток энергии; 3) массу m электромагнитных волн (всех длин), излучаемых шаром за 1 с.

Решение. 1. Энергетическая светимость R_3 абсолютно чёрного тела найдём по формуле Стефана – Больцмана

$$R_3 = \sigma T^4, \quad (1)$$

где температура T излучающей поверхности определяется из закона смещения Вина: $\lambda_{\max} = C'/T$. Выразив отсюда температуру T и подставив её в формулу (1), получим

$$R_3 = \sigma \left(\frac{C'}{\lambda_{\max}} \right)^4. \quad (2)$$

Подставив в формулу (2) числовые данные и произведя вычисления, получим

$$R_3 = 5,67 \cdot 10^{-8} \left(\frac{2,9 \cdot 10^{-3}}{500 \cdot 10^{-9}} \right)^4 = 6,4 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2.$$

2. Поток энергии Φ_e , излучаемой шаром, равен произведению энергетической светимости R_3 на площадь S его поверхности:
 $\Phi_e = R_3 S$ или

$$\Phi_e = 4\pi r^2 R_3 = 4 \cdot 3,14 \cdot 0,5^2 \cdot 6,4 \cdot 10^7 = 20 \cdot 10^7 \text{ Вт.} \quad (3)$$

3. Массу электромагнитных волн определим, применив закон пропорциональности массы и энергии $E = mc^2$. Энергия волн, излучаемая за время t , равна произведению потока энергии Φ_e (мощности излучения) на время $E = \Phi_e t$. Следовательно, $\Phi_e t = mc^2$, откуда

$$m = \frac{\Phi_e t}{c^2}. \quad (4)$$

Произведя вычисления по этой формуле, найдём

$$m = \frac{20 \cdot 10^7 \cdot 1}{(3 \cdot 10^8)^2} = 2,2 \cdot 10^{-9} \text{ кг.}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что называется тепловым излучением? Какие характеристики теплового излучения вы знаете?
2. Чем отличается серое тело от чёрного?
3. В чём заключается физический смысл универсальной функции Кирхгофа?
4. Раскройте физический смысл законов Стефана – Больцмана и двух законов Вина.
5. Используя формулу Планка, найдите постоянную Стефана – Больцмана.
6. При каких условиях из формулы Планка получаются формулы Вина и Рэлея – Джинса?
7. Как связаны истинная температура излучения чёрного тела с радиационной, цветовой и яркостной температурами?
8. Опишите принцип действия оптического пирометра.

6. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ И ПРИРОДА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

6.1. ФОТОЭФФЕКТ. ЗАКОНЫ ФОТОЭФФЕКТА. УРАВНЕНИЕ ЭЙНШТЕЙНА

Гипотеза Планка о том, что свет испускается и поглощается отдельными порциями- квантами нашла своё подтверждение и дальнейшее развитие в ряде других явлений: фотоэлектрическом эффекте, химическом действии света, эффекте Комптона и т.д.

В 1887 г. Г. Герц обнаружил, что ультрафиолетовое излучение в области искрового промежутка облегчает разряд. В 1888 г. В. Гальвакс устанавливает, что причиной этого является появление свободных зарядов при облучении излучения.

В 1888 – 1890 гг. А.Г. Столетов проводит подробное изучение действия света на заряженные тела. Схема опыта изображена на рис. 6.1. Плоский конденсатор, состоящий из медной сетки C и цинковой пластины D , был включён через гальванометр G в цепь аккумуляторной батареи B . При освещении отрицательно заряженной пластины D светом от источника S в цепи возникал электрический ток, называемый *фототоком*. Освещение положительно заряженной обкладки C конденсатора не приводило к воз-

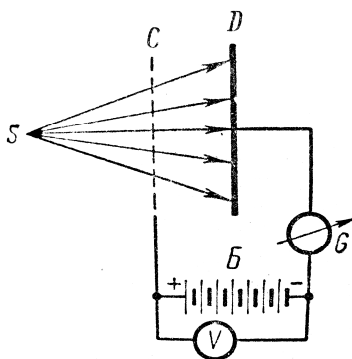


Рис. 6.1

никновению фототока. Так было экспериментально доказано, что под действием света металл теряет *отрицательно* заряженные частицы. Измерение удельного заряда этих частиц показало, что они представляют собой электроны. Явление вырывания электронов из твёрдых и жидких веществ под действием света получило название внешнего фотоэффекта. Ионизация атомов и молекул газа под действием света называется фотоионизацией. Экспериментальные исследования внешнего фотоэффекта у металлов показали, что это явление зависит не только от химической природы металла, но и от состояния его поверхности (загрязнения, степени полировки и др.). Поэтому для изучения фотоэффекта пользуются вакуумной трубкой (рис. 6.2). Катод K , покрытый исследуемым металлом, освещается монохроматическим светом, проходящим в трубку через окно D . Напряжение U между анодом и катодом регулируется потенциометром R и измеряется вольтметром V . Две аккумулятор-

ные батареи B_1 и B_2 , включенные «навстречу друг другу», позволяют с помощью потенциометра изменять значение и знак напряжения U . Сила фототока измеряется гальванометром G . На рисунке 6.3 изображены кривые зависимости силы фототока I от напряжения U , соответствующие двум различным энергетическим освещённостям катода: E_1 (кривая a) и $E_2 > E_1$ (кривая b). Частота света в обоих случаях одинакова. Существование тока в области отрицательных напряжений от 0 до $-U_0$ объясняется наличием у электронов начальной кинетической энергии. Максимальное значение силы тока I_H называется *фототоком насыщения*:

$$I_H = en,$$

где n – число фотоэлектронов, вылетающих из катода за секунду.

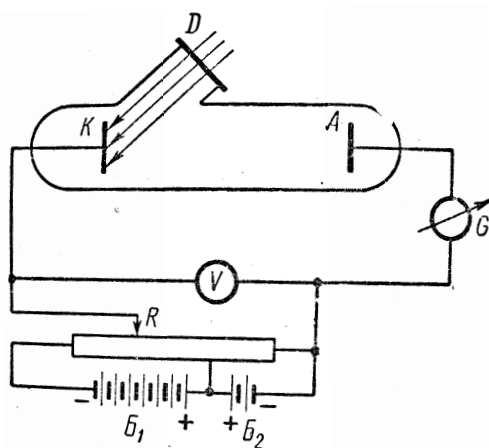


Рис. 6.2

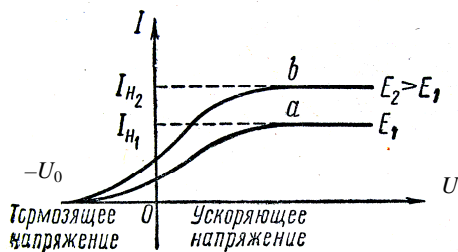


Рис. 6.3

Опытным путём установлены следующие основные законы внешнего фотоэффекта:

1. Для каждого вещества существует красная граница фотоэффекта, т.е. минимальная частота ν_0 света, при которой ещё возможен внешний фотоэффект.

2. Максимальная начальная скорость фотоэлектронов определяется исключительно частотой света и не зависит от его интенсивности.

3. Число фотоэлектронов n , вырываемых из катода за единицу времени, пропорционально интенсивности света (фототок насыщения пропорционален величине светового потока).

Опыты показывают, что фотоэффект практически безинерционен.

Эти экспериментальные законы Эйнштейн выразил с точки зрения предложенной им гипотезы световых квантов в виде основного уравнения

$$h\nu = A_{\text{вых}} + \frac{1}{2} m\nu^2, \quad (6.1)$$

где $\frac{1}{2} m\nu^2$ – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона;

$A_{\text{вых}}$ – работа выхода, работа по освобождению электрона из вещества, равная работе по преодолению контактной разности потенциалов, т.е. $A_{\text{вых}} = eU_0$. Для «красной границы», когда $\nu = 0$ выражение (6.1) примет вид $h\nu_0 = eU_0$. Запишем это равенство для двух металлов:

$$h\nu_0 = eU_0; \quad h\nu'_0 = eU'_0,$$

откуда
$$h(\nu_0 - \nu'_0) = e(U_0 - U'_0) \quad \text{или} \quad \frac{h}{e} = \frac{U_0 - U'_0}{\nu_0 - \nu'_0}, \quad (6.2)$$

где величины $e, U_0, U'_0, \nu_0, \nu'_0$ экспериментально определяемы и из (6.2) можно вычислить постоянную Планка. Если её величина будет соответствовать табличному значению, то гипотеза Планка – Эйнштейна верна – свет поглощается отдельными квантами.

6.2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ КВАНТОВЫХ СВОЙСТВ СВЕТА

Уравнение Эйнштейна было подтверждено опытами Милликена. В его приборе поверхность исследуемого металла подвергалась очистке в вакууме. Исследовалась зависимость максимальной кинетической энергии фотоэлектронов от частоты и определялась постоянная Планка.

В 1926 г. российские физики П.И. Лукирский и С.С. Прилежаев для исследования фотоэффекта применили метод вакуумного сферического конденсатора (рис. 6.4). Анодом в установке служили посеребрённые стенки стеклянного сферического баллона, а катодом – шарик из исследуемого металла, помещённый в центр сферы. В остальной схеме не отличается от описанной ранее (рис. 6.2). Такая форма электродов позволила увеличить наклон вольт-амперных характеристик и тем самым более точно определять задерживающее напряжение и, следовательно, h . Значения h , полученные из данных опыта, хорошо согласовывались со значениями, найденными другими методами. Всё это явилось доказательством правильности уравнения Эйнштейна, а вместе с тем его квантовой теории фотоэффекта.

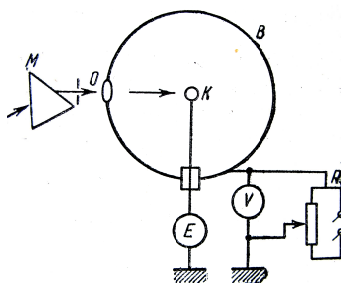


Рис. 6.4

Идея Эйнштейна о распространении света в виде потока отдельных фотонов и квантовом характере взаимодействия электромагнитного излучения с веществом подтверждена в 1922 г. опытами А.Ф. Иоффе и Н.И. Добронравова. В электрическом поле плоского конденсатора AB (рис. 6.5) уравнивалась заряженная пылинка W из висмута. Нижней обкладкой конденсатора являлась тончайшая алюминиевая фольга, выполняющая роль анода A миниатюрной рентгеновской трубки. Анод бомбардировался ускоренными до 12 кВ фотоэлектронами, испускаемыми катодом K под действием ультрафиолетового излучения, пропускаемого сквозь окошко L . Освещение подбиралось настолько слабым, чтобы с катода K срывалось около 1000 фотоэлектронов в секунду. Ускоренные полем электроны ударялись о фольгу A , резко тормозились, испуская рентгеновские лучи. Таким образом, из анода испускалось около 1000 рентгеновских импульсов в секунду. Опыт показал, что в среднем через каждые 30 мин уравновешенная пылинка W выходила из равновесия, т.е. рентгеновское излучение освобождало из неё фотоэлектрон.

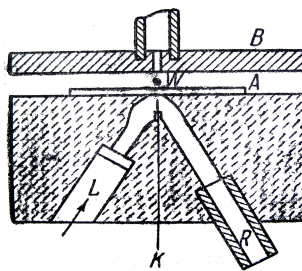


Рис. 6.5

Если бы рентгеновское излучение распространялось в виде сферических волн, а не отдельных фотонов, то каждый рентгеновский импульс отдавал бы пылинке очень малую часть своей энергии, которая распределялась бы, в свою очередь, между огромным числом электро-

нов, содержащихся в пылинке. Поэтому при таком механизме трудно вообразить, что один из электронов за такое короткое время, как 30 мин, может накопить энергию, достаточную для преодоления работы выхода из пылинки. Напротив, с точки зрения квантовой гипотезы это возможно. Так, если рентгеновское излучение есть поток дискретных фотонов, то электрон выбивается из пылинки только тогда, когда в неё попадет фотон. Элементарный расчёт для выбранных условий даёт, что в среднем в пылинку попадает один фотон из $1,8 \cdot 10^6$. Так как в одну секунду вылетало 1000 фотонов, то в пылинку будет попадать один фотон за 30 мин, что согласуется с результатами опыта.

Следует заметить, что если свет представляет собой поток фотонов, то каждый фотон, попадая в регистрирующий прибор (глаз, фотоэлемент), должен вызывать то или иное действие независимо от других фотонов. Это означает, что при регистрации *слабых* световых потоков должны наблюдаться *флуктуации* их интенсивности. Эти флуктуации слабых потоков *видимого света* действительно наблюдались С.И. Вавиловым, причём, чем слабее был световой поток, тем явственнее была картина. Таким образом, и опыт Вавилова явился подтверждением квантовых свойств света.

6.3. ПРИМЕНЕНИЕ ФОТОЭФФЕКТА

На явлении фотоэффекта основано действие фотоэлектронных приборов, получивших применение в различных областях науки и техники: для контроля, управления и автоматизации различных процессов, в различных системах связи, телевидении, в военной технике для сигнализации и локации невидимым излучением и т.д.

Часть приборов основана на явлении внешнего фотоэффекта. Это *вакуумные и газонаполненные* фотоэлементы. Фотокатодом у них является внутренняя поверхность баллона, покрытая фоточувствительным слоем. В качестве анода обычно используется кольцо или сетка, помещаемая в центре баллона. Интегральная чувствительность газонаполненных фотоэлементов (≈ 1 мА/лм) гораздо выше, чем для вакуумных (20...150 мкА/лм), но они обладают большей инерционностью.

Для усиления фототока применяются фотоэлектронные умножители (ФЭУ), коэффициент усиления которых $\approx 10^7$, а интегральная чувствительность может достигать 10 А/лм. В ФЭУ наряду с внешним фотоэффектом используется явление вторичной электронной эмиссии.

На явлении внутреннего фотоэффекта основана работа полупроводниковых фотоэлементов или *фотоспротивлений*. Они имеют гораздо большую интегральную чувствительность, чем вакуумные фото-

элементы. Могут применяться в далёкой инфракрасной области спектра, малогабаритны, имеют низкое напряжение питания, но достаточно инерционны.

Фотоэлементы с вентильным фотоэффектом (*фотоэлементы с запирающим слоем* – диэлектрик-полупроводник) имеют большую интегральную чувствительность (2...30 мА/лм), чем фотоэлементы с внешним фотоэффектом и не нуждаются во внешнем источнике э.д.с.

Вентильные фотоэлементы применяются для создания солнечных батарей, непосредственно преобразующих световую энергию в электрическую. Их к.п.д. составляет примерно 10%, но может быть доведен до $\approx 22\%$, что открывает широкие перспективы их использования в качестве источников электроэнергии для бытовых и производственных нужд.

6.4. МАССА И ИМПУЛЬС ФОТОНА. ДАВЛЕНИЕ СВЕТА

Согласно гипотезе световых квантов Эйнштейна, свет испускается, поглощается и распространяется дискретными порциями (квантами), названными *фотонами*. Энергия фотона $\epsilon_0 = h\nu$. Его масса находится из закона взаимосвязи массы и энергии:

$$m = \epsilon_0 / c^2 = h\nu / c^2. \quad (6.3)$$

Фотон – элементарная частица, которая всегда движется со скоростью света c и имеет массу покоя, равную нулю.

Импульс фотона определяется как

$$p = \epsilon_0 / c = h\nu / c. \quad (6.4)$$

Из приведённых рассуждений следует, что фотон, как и любая другая частица, характеризуется энергией, массой и импульсом. Выражения (6.3) и (6.4) связывают *корпускулярные* характеристики фотона – массу, импульс и энергию – с *волновой* характеристикой света – его частотой ν .

Если фотоны обладают импульсом, то свет, падающий на тело, должен оказывать на него давление. Рассчитаем его величину. Если в единицу времени на единицу площади поверхности тела падает N фотонов, то при коэффициенте отражения ρ света от поверхности тела ρN фотонов отразится, а $(1 - \rho)N$ – поглотится. Каждый поглощённый фотон отдаст поверхности импульс $p_\phi = h\nu / c$, а каждый отражённый – $2p_\phi = 2h\nu / c$. Давление света на поверхность равно импульсу, который передают поверхности в одну секунду N фотонов:

$$p = \frac{2h\nu}{c} \rho N + \frac{h\nu}{c} (1 - \rho) N = (1 + \rho) \frac{h\nu}{c} N,$$

где $Nh\nu$ – энергия всех фотонов, падающих на единицу поверхности в единицу времени, т.е. энергетическая освещённость E_e , а $E_e / c = \omega$ – объёмная плотность энергии излучения. Поэтому давление, производимое светом при нормальном падении на поверхность

$$p = \frac{E_e}{c} (1 + \rho) = \omega(1 + \rho). \quad (6.5)$$

Формула (6.5), выведенная на основе квантовых представлений, совпадает с выражением, получаемым из электромагнитной (волновой) теории Максвелла. Экспериментальное доказательство существования светового давления на твёрдые тела и газы дано в опытах П.Н. Лебедева.

6.5. ЭФФЕКТ КОМПТОНА

Наиболее полно корпускулярные свойства света проявляются в явлении, которое получило название *эффекта Комптона*. В 1923 г. американский физик А. Комптон, исследуя рассеяние рентгеновских лучей различными веществами, обнаружил, что в рассеянных лучах, наряду с излучением первоначальной длины волны λ содержатся также лучи большей длины волны λ' . Разность $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda$ оказалась зависящей только от угла ϑ , образуемого направлением рассеянного излучения с направлением первичного пучка. От длины волны λ и от природы рассеивающего вещества $\Delta\lambda$ не зависит. Схема опыта Комптона представлена на рис. 6.6. Выделяемый диафрагмами Д узкий пучок монохроматического рентгеновского излучения направлялся на рассеивающее вещество РВ.

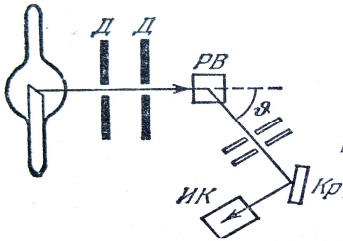


Рис. 6.6

Спектральный состав рассеянного излучения исследовался с помощью спектрографа, состоящего из кристалла Кр и ионизационной камеры ИК.

Наблюдения показали, что комптоновское рассеяние подчиняется следующим закономерностям: 1) оно интенсивно для веществ с малым атомным весом и слабо для веществ с большим атомным весом; 2) при увеличении угла рассеяния интенсивность комптоновского рассеяния возрастает;

3) смещение длины волны зависит от угла рассеяния, а именно, оно возрастает при увеличении угла рассеяния; 4) при одинаковых углах рассеяния величина смещения одна и та же для всех рассеивающих веществ. Эти закономерности иллюстрируются рис. 6.7 и 6.8. На рисунке 6.7 представлен результат наблюдения рассеяния рентгеновских лучей от графита при разных углах рассеяния. На рисунке 6.7, а изображен контур так называемой K_{α} – линии молибдена с $\lambda = 0,07126$ Нм; светом этой линии освещался рассеивающий кусок графита. На рисунке 6.7 б, в, г представлен спектральный состав лучей, рассеянных от графита под углами 45° , 90° и 135° . Видно, что с возрастанием угла возрастает интенсивность смещённого компонента M и увеличивается величина смещения; интенсивность несмещённого компонента P убывает с возрастанием угла.

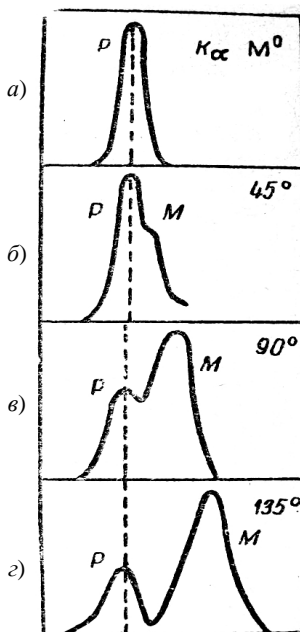


Рис. 6.7

На рисунке 6.8 представлен спектральный состав лучей, рассеянных различными веществами под одним и тем же углом. Первичной линией служила K_{α} – линия серебра с длиной волны $\lambda = 0,05627$ Нм. В случае лёгкого вещества (Be, атомный вес 9) линия P с неизменной длиной волны очень слаба, а линия M , смещённая в сторону больших длин волн, интенсивна.

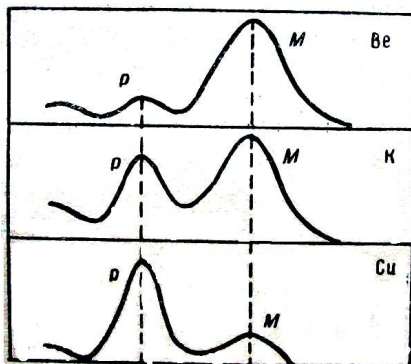


Рис. 6.8

Для калия (атомный вес 39) обе линии P и M мало отличаются по интенсивности, для меди (атомный вес 63) смещённая линия M много слабее линии с неизменной длиной волны P .

Из того, что величина смещения линии не зависит от природы рассеивающего вещества, следует, что механизм явления не связан с индивидуальными свойствами атомов. Оно происходит за счёт столь слабо связанных с атомами электронов, что этой связью можно пренебречь.

По мере увеличения атомного номера всё большая часть излучения рассеивается без изменения длины волны.

Все особенности эффекта Комптона можно объяснить, рассматривая рассеяние как процесс упругого столкновения рентгеновских фотонов с практически свободными электронами.

Пусть на первоначально покоящийся свободный электрон (энергия покоя $W_0 = m_0 c^2$, m_0 – масса покоя электрона) падает фотон с энергией $\epsilon_{\phi_0} = h\nu$ и импульсом $p_{\phi_0} = h\nu/c$ (рис. 6.9).

Фотон, столкнувшись с электроном, передаёт ему часть своей энергии и импульса и изменяет направление движения (рассеивается). При каждом столкновении выполняются законы сохранения энергии и импульса:

$$W_0 + \epsilon_{\phi_0} = W + \epsilon_{\phi}, \quad \vec{p}_{\phi_0} = \vec{p}_e + \vec{p}_{\phi}.$$

Решая эти два уравнения с учётом зависимости массы электрона от скорости и спроектировав импульсы на начальное направление движения фотона, получим

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \varphi) = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (6.6)$$

где $\Lambda = h/m_0 c = 2,426$ нм – называется комптоновской длиной волны.

Выражение (6.6) можно переписать как

$$\Delta\lambda = 2\Lambda \sin^2 \frac{\varphi}{2}, \quad (6.7)$$

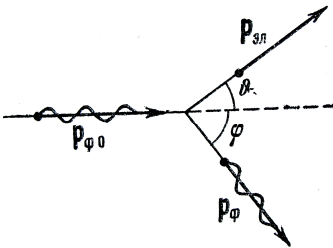


Рис. 6.9

полученное Комптоном экспериментально. Из этой формулы следует, что увеличение длины волны зависит только от угла рассеяния φ . Наибольшее увеличение длины волны будет в случае, когда фотон рассеивается в сторону, противоположную первоначальному направлению его движения.

Таким образом, рассмотренные выше явления показывают, что свет *одновременно* обладает свойствами непрерывных электромагнитных волн и свойствами дискретных фотонов. Эти свойства не исключают, а наоборот, дополняют друг друга.

6.6. КОМБИНАЦИОННОЕ РАССЕЙНИЕ СВЕТА. ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Изменение частоты рассеянного света наблюдается не только в эффекте Комптона, но и при взаимодействии фотонов со сложными частицами – атомами и молекулами. Возможность такого рассеяния была теоретически выведена в 1918 г. Л.И. Мандельштамом. В 1928 г. Л.И. Мандельштам и Г.С. Ландсберг при изучении рассеяния света в кристаллах обнаружили это новое явление, получившее название «комбинационного рассеяния» или эффекта Мандельштама – Ландсберга. Независимо от них это явление, но только в жидкостях, наблюдал индийский физик Раман.

Суть явления состоит в том, что в рассеянном излучении, кроме исходной частоты ν_0 наблюдаются линии с частотами $\nu = \nu_0 \pm \nu_i$, где ν_i – частоты вращательных или колебательных переходов молекулы. При этом каждому «красному» спутнику с частотой $\nu = \nu_0 - \nu_i$ соответствует «фиолетовый» спутник – $\nu = \nu_0 + \nu_i$.

С точки зрения квантовомеханического объяснения процесс рассеяния можно рассматривать как неупругое соударение фотонов с молекулами. При *отдаче фотоном* молекуле энергии ΔE возникает «красный» спутник с частотой $\nu_i = \Delta E / h$, если молекула *отдаёт* фотону энергию при переходе из одного состояния в другое, то возникает «фиолетовый» спутник с частотой $\nu_i = \Delta E / h$. При обычных температурах число молекул, находящихся в возбужденном состоянии, значительно меньше числа молекул, находящихся в основном состоянии. Поэтому интенсивность «фиолетовых» спутников меньше интенсивности «красных».

При повышении температуры число возбуждённых молекул быстро растёт, что приводит к увеличению интенсивности «фиолетовых» спутников.

Исследуя спектры комбинационного рассеяния, можно определить возможные энергетические состояния молекул и сделать заключения об их строении и свойствах. В настоящее время с помощью комбинационного рассеяния исследуется строение сложных молекул органических соединений и структура кристаллических тел.

Явление холодного свечения тел, обусловленное превращением других форм энергии в световую называется *люминесценцией*.

Различают: хемилюминесценцию (энергия химических реакций), электролюминесценцию (энергия электрического поля) и фотолюминесценцию (энергия поглощённого света). В свою очередь фотолюминесценцию делят на *флуоресценцию*, когда послесвечение прекращается почти одновременно с прекращением освещения, и *фосфоресценцию*, когда послесвечение имеет место в течение длительного времени.

При фотолюминесценции энергия поглощённого фотона $h\nu_0$ может частично растрачиваться на различные внутримолекулярные процессы и отдаваться соседним молекулам. Поэтому энергия испускаемого фотона $h\nu$ может оказаться меньше, чем $h\nu_0$, на величину энергии, оставшуюся в веществе, т.е. $h\nu = h\nu_0 - A$. Так как $A > 0$, то $\nu < \nu_0$ и $\lambda > \lambda_0$, т.е. длины волн испускаемого света становятся больше длин волн поглощённого света (*правило Стокса*).

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 6.1.

Определить максимальную скорость v_{\max} фотоэлектронов, вырываемых с поверхности серебра: 1) ультрафиолетовым излучением с длиной волны $\lambda_1 = 0,155$ мкм; 2) γ -излучением с длиной волны $\lambda_2 = 1$ пм.

Решение. Максимальную скорость фотоэлектронов можно определить из уравнения Эйнштейна для фотоэффекта:

$$\varepsilon = A + T_{\max}, \quad (1)$$

где ε – энергия фотонов, падающих на поверхность металла; A – работа выхода; T_{\max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектронов.

Энергия фотона вычисляется также по формуле

$$\varepsilon = \frac{hc}{\lambda}, \quad (2)$$

где h – постоянная Планка; c – скорость света в вакууме; λ – длина волны.

Кинетическая энергия электрона может быть выражена или по классической формуле

$$T = \frac{m_0 v^2}{2}, \quad (3)$$

или по релятивистской формуле

$$T = E_0 \left(\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} - 1 \right) \quad (4)$$

в зависимости от того, какая скорость сообщается фотоэлектрону. Скорость фотоэлектрона зависит от энергии фотона, вызывающего фотоэффект: если энергия ϵ фотона много меньше энергии покоя E_0 электрона, то может быть применена формула (3), если же ϵ сравнима по величине с E_0 , то вычисление по формуле (3) приводит к ошибке, поэтому нужно пользоваться формулой (4).

1. Вычислим энергию фотона ультрафиолетового излучения по формуле (2):

$$\epsilon_1 = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{1,55 \cdot 10^{-7}} = 1,28 \cdot 10^{-18} \text{ Дж}$$

или

$$\epsilon_1 = \frac{1,28 \cdot 10^{-18}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 8 \text{ эВ.}$$

Полученная энергия фотона 8 эВ много меньше энергии покоя электрона $E_0 = 0,51 \text{ МэВ}$. Следовательно, для данного случая кинетическая энергия фотоэлектрона в формуле (1) может быть выражена по классической формуле (3):

$$\epsilon_1 = A + \frac{m_0 v_{\max}^2}{2},$$

откуда

$$v_{\max} = \sqrt{2(\epsilon_1 - A) / m_0}. \quad (5)$$

Проверим, даёт ли полученная формула единицу скорости. Для этого в правую часть формулы (5) вместо символов величин подставим обозначения единиц:

$$\left(\frac{[\epsilon_1 - A]}{[m_0]} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 \text{ Дж}}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = \left(\frac{1 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}^2}{1 \text{ кг}} \right)^{1/2} = 1 \text{ м/с.}$$

Найденная единица является единицей скорости.

Подставив значения величин в формулу (5), найдём

$$v_{\max} = \sqrt{\frac{2(1,28 \cdot 10^{-19} - 0,75 \cdot 10^{-19})}{9,11 \cdot 10^{-31}}} = 1,08 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

2. Вычислим энергию фотона γ -излучения:

$$\varepsilon_2 = \frac{hc}{\lambda} = \frac{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8}{10^{-12}} = 1,99 \cdot 10^{-13} \text{ Дж.}$$

или во внесистемных единицах

$$\varepsilon_2 = \frac{1,99 \cdot 10^{-13}}{1,6 \cdot 10^{-19}} = 1,24 \cdot 10^6 \text{ эВ} = 1,24 \text{ МэВ.}$$

Работа выхода электрона $A = 4,7$ эВ пренебрежимо мала по сравнению с энергией фотона $\varepsilon_2 = 1,24$ МэВ, поэтому можно принять, что максимальная кинетическая энергия электрона равна энергии фотона: $T_{\max} = \varepsilon_2 = 1,24$ МэВ. Так как в данном случае кинетическая энергия электрона больше его энергии покоя, то для вычисления скорости электрона следует взять релятивистскую формулу кинетической энергии (4). Из этой формулы найдём

$$\beta = \sqrt{(2E_0 + T)T} / (E_0 + T).$$

Заметив, что $v = c\beta$ и $T_{\max} = \varepsilon_2$, получим

$$v_{\max} = c \sqrt{(2E_0 + \varepsilon_2)\varepsilon_2} / (E_0 + \varepsilon_2).$$

Произведём вычисления:¹

$$v_{\max} = 3 \cdot 10^8 \frac{\sqrt{(2 \cdot 0,51 + 1,24) \cdot 1,24}}{0,51 + 1,24} = 2,85 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Пример 6.2. Пучок монохроматического света с длиной волны $\lambda = 663$ нм падает нормально на зеркальную плоскую поверхность. Поток излучения $\Phi_e = 0,6$ Вт.

Определить: 1) силу давления F , испытываемую этой поверхностью; 2) число фотонов ежесекундно падающих на поверхность.

Решение.

1. Сила светового давления на поверхность равна произведению светового давления p на площадь S поверхности:

$$F = pS. \quad (1)$$

¹ Энергии E_0 и ε_2 входят в формулу в виде отношения, поэтому их можно не выражать в единицах СИ.

Световое давление может быть найдено по формуле

$$p = E_e(1 + \rho) / c, \quad (2)$$

где E_e – энергетическая освещенность; c – скорость света в вакууме; ρ – коэффициент отражения.

Подставляя правую часть выражения (2) в формулу (1), получаем

$$F = E_e S(1 + \rho) / c. \quad (3)$$

Так как $E_e S$ представляет собой поток излучения Φ_e то

$$F = \Phi_e(1 + \rho) / c. \quad (4)$$

Произведём вычисления, учитывая, что для зеркальной поверхности $\rho = 1$:

$$F = \frac{0,6}{3 \cdot 10^8}(1 + 1) = 4 \cdot 10^{-9} = 4 \text{ нН}$$

2. Произведение энергии ε одного фотона на число фотонов n_1 , ежесекундно падающих на поверхность, равно мощности излучения, т.е. потоку излучения: $\Phi_e = \varepsilon n_1$, а так как энергия фотона $\varepsilon = hc / \lambda$, то

$$\Phi_e = \frac{hcn_1}{\lambda}, \text{ откуда } n_1 = \Phi_e \lambda / hc. \quad (5)$$

Произведём вычисления:

$$n_1 = \frac{0,6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-7}}{6,63 \cdot 10^{-34} \cdot 3 \cdot 10^8} = 2 \cdot 10^{18} c^{-1}.$$

Пример 6.3. В результате эффекта Комптона фотон при соударении с электроном был рассеян на угол $\vartheta = 90^\circ$. Энергия рассеянного фотона $\varepsilon_2 = 0,4$ МэВ.

Определить энергию фотона ε_1 до рассеяния.

Решение. Для определения энергии первичного фотона воспользуемся формулой Комптона:

$$\Delta\lambda = 2 \frac{h}{m_0 c} \sin^2 \vartheta, \quad (1)$$

где $\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1$ – изменение длины волны фотона в результате рассеяния на свободном электроне; h – постоянная Планка; m_0 – масса покоя электрона; c – скорость света в вакууме; ϑ – угол рассеяния фотона.

Преобразуем формулу (1):

1. Заменяем в ней $\Delta\lambda$, на $\lambda_2 - \lambda_1$.

2. Выразим длины волн λ_1 и λ_2 через энергии ε_1 и ε_2 соответствующих фотонов, воспользовавшись формулой $\varepsilon = hc/\lambda$.

3. Умножим числитель и знаменатель правой части формулы на c , тогда

$$\frac{hc}{\varepsilon_2} - \frac{hc}{\varepsilon_1} = \frac{hc}{m_0c^2} 2 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Сократим на hc и выразим из этой формулы искомую энергию:

$$\varepsilon_1 = \frac{\varepsilon_2 m_0 c^2}{m_0 c^2 - \varepsilon_2 2 \sin^2(\vartheta/2)} = \frac{\varepsilon_2 E_0}{E_0 - 2\varepsilon_2 \sin^2(\vartheta/2)}, \quad (2)$$

где $E_0 = m_0 c^2$ – энергия покоя электрона.

Вычисления по формуле (2) удобнее вести во внесистемных единицах. Так как для электрона $E_0 = 0,511$ МэВ, то

$$\varepsilon_1 = \frac{0,4 \cdot 0,511}{0,511 - 2 \cdot 0,4 \cdot \sin^2(90^\circ/2)} = 1,85 \text{ МэВ.}$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1 Что называют внешним фотоэффектом, внутренним фотоэффектом, вентильным фотоэффектом?

2 Почему фотоэлектрические измерения весьма чувствительны к природе и состоянию поверхности фотокатода?

3 Как при заданной частоте света изменится фототок насыщения с уменьшением освещённости катода?

4 Как с помощью уравнения Эйнштейна объяснить законы фотоэффекта?

5 Как из опытов по фотоэффекту определяется постоянная Планка?

6 Нарисуйте и объясните вольтамперные характеристики, соответствующие двум различным освещённостям катода при заданной частоте света и двум различным частотам при заданной освещённости.

7 Где применяются явления фотоэффекта?

8 Чему равно отношение давлений света на зеркальную и зачёрнённую поверхности?

9 В чём отличие характера взаимодействия фотона и электрона при фотоэффекте и эффекте Комптона?

7. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

7.1. КОРПУСКУЛЯРНО-ВОЛНОВАЯ ДВОЙСТВЕННОСТЬ СВОЙСТВ ЧАСТИЦ ВЕЩЕСТВА. ВОЛНЫ де БРОЙЛЯ

Французский ученый де Бройль, осознавая существующую в природе симметрию и развивая представления о двойственной корпускулярно-волновой природе света, выдвинул в 1923 г. гипотезу об универсальности корпускулярно-волнового дуализма. Он утверждал, что не только фотоны, но и электроны и любые другие частицы материи наряду с корпускулярными обладают также волновыми свойствами.

Согласно де Бройлю, с *каждым микрообъектом* связываются, с одной стороны, *корпускулярные* характеристики – энергия E и импульс p , а с другой – *волновые* характеристики – частота ν и длина волны λ . Количественные соотношения, связывающие корпускулярные и волновые свойства частиц, такие же, как для фотонов:

$$E = h\nu, \quad p = h/\lambda. \quad (7.1)$$

Таким образом, любой частице, обладающей импульсом, сопоставляют волновой процесс с длиной волны, определяемой *по формуле де Бройля*:

$$\lambda = h/p. \quad (7.2)$$

Вскоре гипотеза де Бройля была подтверждена экспериментально в опытах американских физиков К. Дэвиссона и Л. Джермера (1927), наблюдавших рассеяние электронов монокристаллом никеля. Схема опыта изображена на рис. 7.1. Электронный пучок, вылетающий из раскалённой нити K , ускорялся полем с разностью потенциалов V , затем проходил через ряд диафрагм и в виде узкого параллельного пучка падал на монокристалл A . Ионизационная камера B , соединённая с гальванометром G , измеряла по силе возникающего тока I число электронов, отражённых от кристалла по закону отражения под углом α . Угол α во время опыта не менялся.

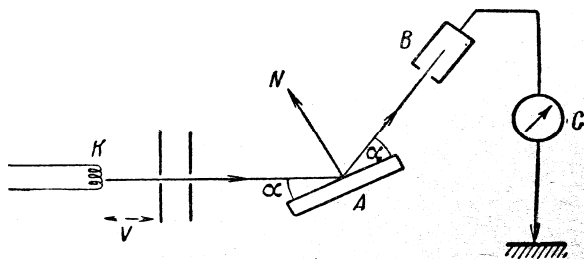


Рис. 7.1

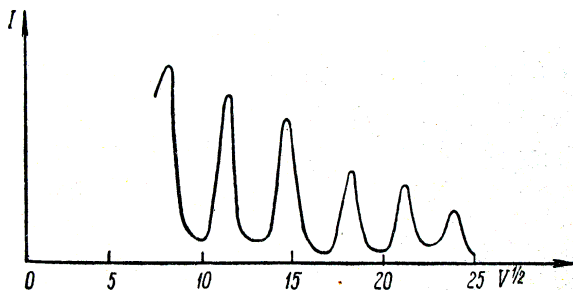


Рис. 7.2

Опыт состоял в определении зависимости тока I от ускоряющей разности потенциалов V . Оказалось, что при монотонном изменении разности потенциалов V ток I менялся не монотонно, а давал ряд максимумов (рис. 7.2). Картина очень напоминала дифракцию рентгеновских лучей на кристалле. Положение максимумов тока соответствовало положению дифракционных максимумов в формуле Вульфа – Брэггов, а брэгговская длина волны оказалась в точности равной длине волны, вычисленной по формуле (7.2).

В дальнейшем формула де Бройля была подтверждена опытами П.С. Тартаковского и Г. Томсона, наблюдавших дифракционную картину при прохождении пучка быстрых электронов (энергия ≈ 50 кэВ) через металлическую фольгу (толщина ≈ 1 мкм).

Так как дифракционная картина исследовалась для потока электронов, то необходимо было доказать, что волновые свойства присущи не только потоку большой совокупности электронов, но и каждому электрону в отдельности. Это удалось экспериментально подтвердить группе советских физиков Л.М. Биберману, Н.Г. Сушкину и В.А. Фабриканту. Они доказали, что даже в случае столь слабого электронного пучка, когда каждый электрон проходит через прибор независимо от других, возникающая при длительной экспозиции дифракционная картина не отличается от дифракционных картин, получаемых при короткой экспозиции для потоков электронов, в десятки миллионов раз более интенсивных. Следовательно, волновые свойства частиц не являются свойством их коллектива, а присущи каждой частице в отдельности.

Сочетая в себе свойства частицы и волны, микротела «не ведут себя ни как волны, ни как частицы...». Отличие микрочастицы от волны заключается в том, что она всегда обнаруживается как неделимое целое. Никто никогда не наблюдал, например, полэлектрона. В то же время волну можно разделить на части (при интерференции, поляризации и др.) и воспринимать затем каждую часть в отдельности. Отличие микрочастицы от привычной нам макрочастицы заключается в том,

что она не обладает одновременно определёнными значениями координаты и импульса, вследствие чего понятие траектории применительно к микрочастице утрачивает смысл.

Своеобразие свойств частиц отчётливо прослеживается в следующем эксперименте. Направим на преграду с двумя узкими щелями 1–2 параллельный пучок моноэнергетических электронов (рис. 7.3, *а*). За преградой будем ставить фотопластинку Фп. Вначале закроем щель 2 и произведём экспонирование в течение времени τ . Почернение на обработанной фотопластинке будет характеризоваться кривой 1 на рис. 7.3, *б*. Закроем щель 1 и сделаем те же операции. Характер почернения передаётся в этом случае кривой 2 на рис. 7.3, *б*. Наконец, откроем обе щели и подвергнем экспонированию в течение времени τ третью пластинку. Полученный результат представлен на рис. 7.3, *в*. Эта картина отнюдь не эквивалентна наложению первых двух картин. Она оказывается аналогичной картине, получающейся при интерференции двух когерентных световых волн. Характер картины свидетельствует о том, что на движение каждого электрона оказывают влияние оба отверстия.

Такой вывод несовместим с представлениями о траекториях. Если бы электрон в каждый момент времени находился в определённой точке пространства и двигался по траектории, он проходил бы через определённое отверстие – первое или второе. Явление же дифракции доказывает, что в прохождении каждого электрона участвуют оба отверстия – и первое и второе.

Не следует, однако, представлять дело так, что какая-то часть электрона проходит через одно отверстие, а другая часть – через второе. Электрон, как и другие микрочастицы, всегда обнаруживается как целое, с присущей ему массой, зарядом и другими характерными для него величинами.

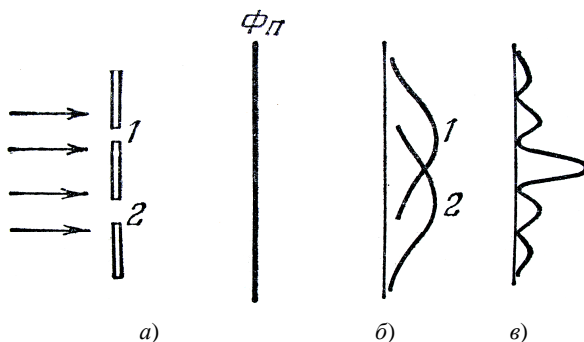


Рис. 7.3

7.2. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЁННОСТЕЙ

Двойственная природа электронов, как и других микрочастиц, показывает, что преимущественные свойства этой природы определяются характером и условиями взаимодействия этих частиц с внешними по отношению к ним телами.

Квантовомеханическая теория как раз и учитывает условия, в которых находится микрочастица.

Рассмотрим поведение электрона как частицы и как волны.

Электрон – частица. Известно, что пространственная локализация точечного объекта определяется координатами, скоростью, импульсом. Используя очевидные дифференциальные соотношения:

$$v_x = \frac{dx}{dt}; \quad a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2};$$

можно переписать второй закон динамики $m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x$ в виде двух уравнений

$$\frac{dp_x}{dt} = F_x \quad \text{и} \quad \frac{dx}{dt} = \frac{1}{m} p_x. \quad (7.3)$$

Эти уравнения представляют собой формулировку *принципа причинности* в классической механике: если известны силы F_x , действующие на материальную точку, то из (7.3) можно определить приращения её координаты dx и импульса dp_x в последовательные промежутки времени dt , и тем самым рассчитать все её движения.

Таким образом, для точечного объекта характерны следующие свойства:

1. Материальная точка обладает одновременно определёнными значениями координаты x и импульса p_x .

2. Совокупность последовательных положений движущейся точки образует определённую линию в пространстве – траекторию движения.

3. Принцип причинности (7.3) позволяет определить положение и импульс движущейся точки на её траектории в любой последовательный момент времени.

Электрон – волна. Для волны всё обстоит иначе.

1. Волна протяжённа и не сосредоточена в одной точке с координатой x .

2. Любая волна характеризуется некоторой волновой функцией, например, $\Psi = \Psi(x, t)$.

3. Локализация волновой функции может быть различной. Для простейшей монохроматической волны, распространяющейся вдоль оси OX (рис. 7.4), будем иметь

$$\Psi = A \sin 2\pi \frac{vt - x}{\lambda}, \quad (7.4)$$

Такая монохроматическая волна заполняет *всё бесконечное пространство*. Интервал координат Δx , в котором заключен волновой объект, равен бесконечности. Для волны импульс равен

$$p = h/\lambda. \quad (7.5)$$

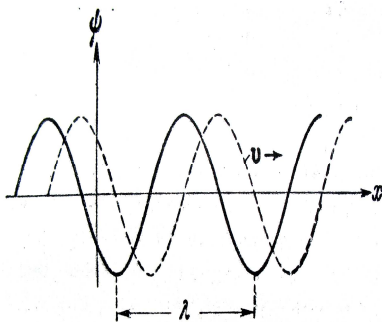


Рис. 7.4

Так как волна монохроматическая, $\lambda = \text{const}$, то ей отвечает вполне определённый импульс p , а интервал Δp , в котором заключены возможные значения импульса частицы, равен нулю. Следовательно, волна, изображённая на рис. 7.4, характеризуется соотношениями $\Delta x = \infty$ и $\Delta p = 0$. Если волну локализовать в определённом интервале $\Delta x \neq 0$, что можно сделать с помощью волнового пакета – набора волн от λ до $\lambda + \Delta\lambda$ (рис. 7.5), то при $\Delta x \rightarrow 0$, $\Delta p = \Delta\left(\frac{h}{\lambda}\right) = \frac{h}{\lambda^2} (\Delta\lambda) \rightarrow \infty$.

Следовательно, увеличение определённости в локализации волны связано с одновременным возрастанием в неопределённости импульса. Такой волновой объект имеет вполне определённую координату, но совершенно неопределённый импульс.

Волновая природа микрочастиц приводит к тому, что они, так же как и фотон, не могут иметь одновременно определённую координату x и импульс p_x .

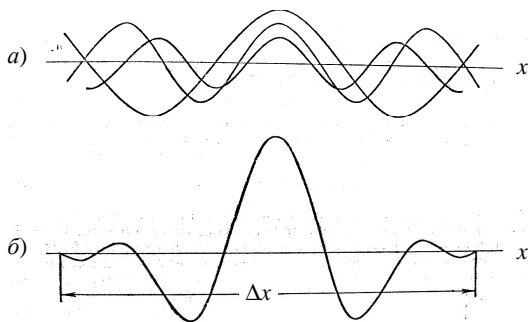


Рис. 7.5

Соотношение между величинами Δx и Δp_x впервые проанализировал В. Гейзенберг и получил, что

$$\Delta x \Delta p_x \geq \lambda \frac{h}{\lambda} \geq h. \quad (7.6)$$

Это соотношение носит название *соотношения неопределённостей*. Его можно обосновать, рассматривая дифракцию электронов от одной щели (рис. 7.6).

Пусть поток электронов проходит через узкую щель шириной d , расположенную перпендикулярно потоку. Так как электроны обладают волновыми свойствами, то на экране получим дифракционную картину. Ограничимся рассмотрением центрального максимума. До прохождения через щель электроны двигались вдоль оси Y , поэтому составляющая импульса $p_x = 0$, так что $\Delta p_x = 0$, а координата x частицы является совершенно неопределённой. В момент прохождения щели положение электронов определяется с точностью до ширины щели, т.е. с точностью $\Delta x = d$.

При этом появляется неопределённость в значении составляющей импульса вдоль оси X , которая, как следует из рис. 7.6 и формулы (7.5), равна

$$\Delta p_x = p \sin \varphi = \frac{h}{\lambda} \sin \varphi. \quad (7.7)$$

С точки зрения волновой теории для первого минимума

$$d \sin \varphi = \lambda. \quad (7.8)$$

Из формул (7.7) и (7.8), учитывая, что $d = \Delta x$, получим

$$\Delta x \Delta p_x \geq h,$$

т.е. соотношение неопределённостей (7.6).

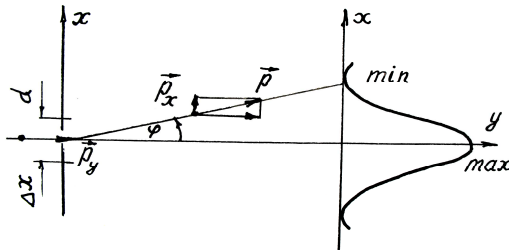


Рис.7.6

Сам Гейзенберг трактовал это соотношение как наличие предела возможности познания состояния материальных частиц. На самом деле оно отражает объективно особенности природы микрочастиц, обусловленные их корпускулярно-волновой двойственностью.

Характеристику микрочастицы с помощью физических величин, присущих обычной макрочастице, можно сделать лишь с определённым приближением.

Рассмотрим пример, показывающий, что чем точнее определена координата частицы, тем менее точно определяется её скорость.

1. Имеется пучок электронов, движущихся со скоростью $v = 10^5$ м/с, её абсолютная ошибка (неопределённость) равна $\Delta v = 10^2$ м/с. Найти неопределённость координаты – Δx .

Воспользуемся соотношением (7.6), учитывая, что $\Delta p = m\Delta v_x$, тогда

$$\Delta x = \frac{h}{m\Delta v_x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^2} \approx 7 \cdot 10^{-6} \text{ м} = 7 \cdot 10^{-3} \text{ мм},$$

т.е. имеем достаточно высокую точность определения положения пучка.

2. Электрон движется внутри атома со скоростью $v = 10^6$ м/с. Найти ошибку в определении скорости, если принять размеры атома равными $r = \Delta x = 10^{-8}$ см = 10^{-10} м. Применяя соотношение неопределённостей, получим

$$\Delta v_x = \frac{h}{m\Delta x} = \frac{6,6 \cdot 10^{-34}}{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-10}} \approx 7 \cdot 10^6 \text{ м/с}.$$

Ошибка в определении скорости больше самой скорости! Сохранить представления об орбите электрона, проходящего по ней с определённой скоростью, в этом случае нельзя. Классические представления неприемлемы.

Ещё раз подчеркнём, что соотношение неопределённостей служит *мерой пригодности применения моделей классической физики* к описанию поведения микрочастиц. Явления в микромире протекают в пространстве и во времени, но иначе, чем в макромире. Квантовомеханическая теория характерна тем, что она выражает свойства изучаемого объекта в специфических условиях его взаимодействия с окружающими телами, что является иллюстрацией основного положения диалектического материализма о всеобщей связи и взаимообусловленности явлений природы.

7.3. ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ЕЁ СТАТИСТИЧЕСКИЙ СМЫСЛ

Теория, охватывающая все свойства элементарных частиц, должна учитывать не только их корпускулярные свойства, но и волновые. Из опытов, рассмотренных ранее, следует, что пучок элементарных частиц обладает свойствами плоской волны, распространяющейся в направлении скорости частиц. Этот волновой процесс может быть описан уравнением волны де Бройля

$$y = A \cos 2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda} \right) = A \cos 2\pi \left(\nu t - \frac{x}{\lambda} \right);$$

вводя соотношения $\nu = E/h$ и $1/\lambda = p/h$, получим

$$y = A \cos \frac{2\pi}{h} (Et - px). \quad (7.9)$$

Если это уравнение представить в комплексном виде, то оно будет называться волновой функцией:

$$\Psi = \Psi_0 e^{-\frac{2\pi i}{h}(Et - \vec{p}\vec{r})}, \quad (7.10)$$

её физический смысл выясняется путём сравнения дифракции световых волн и микрочастиц.

Согласно волновым представлениям о природе света, интенсивность дифракционной картины пропорциональна квадрату амплитуды световой волны. По представлениям фотонной теории, интенсивность определяется числом фотонов, попадающих в данную точку дифракционной картины. Следовательно, число фотонов в данной точке дифракционной картины задаётся квадратом амплитуды световой волны, в то время как для одного фотона квадрат амплитуды определяет вероятность попадания фотона в ту или иную точку.

Дифракционная картина, наблюдаемая для микрочастиц, также характеризуется неодинаковым распределением потоков микрочастиц. Наличие максимумов в дифракционной картине с точки зрения волновой теории означает, что эти направления соответствуют наибольшей интенсивности волн де Бройля. Интенсивность же больше там, где больше число частиц. Таким образом, дифракционная картина для микрочастиц является проявлением статистической закономерности и можно говорить, что знание вида волны де Бройля, т.е.

Ψ -функции, позволяет судить о вероятности того или иного из возможных процессов.

Итак, в квантовой механике состояние микрочастиц описывается принципиально по-новому – с помощью волновой функции, которая является *основным носителем информации* об их корпускулярных и волновых свойствах.

Вероятность нахождения частицы в элементе объёмом dV равна

$$d\omega = |\Psi|^2 dV . \quad (7.11)$$

Величина $|\Psi|^2 = d\omega / dV$ имеет смысл *плотности вероятности*, т.е. определяет вероятность нахождения частицы в единичном объёме в окрестности заданной точки. Таким образом, физический смысл имеет не сама Ψ -функция, а квадрат её модуля $|\Psi|^2$, которым задаётся интенсивность волн де Бройля.

Вероятность найти частицу в момент времени t в конечном объёме V , согласно теореме сложения вероятностей, равна

$$\omega = \int_V d\omega = \int_V |\Psi|^2 dV ,$$

а так как частица существует, то она обязательно где-то обнаруживается в пространстве. Вероятность достоверного события равна единице, тогда

$$\int_{-\infty}^{+\infty} |\Psi|^2 dV = 1 . \quad (7.12)$$

Выражение (7.12) называется *условием нормировки вероятности*.

Функция Ψ , характеризующая вероятность обнаружения действия микрочастицы в элементе объёма, должна быть *конечной* (вероятность не может быть больше единицы), *однозначной* (вероятность не может быть неоднозначной величиной) и *непрерывной* (вероятность не может изменяться скачком).

Волновая функция Ψ , являясь основной характеристикой состояния микрообъектов, позволяет в квантовой механике вычислять средние значения физических величин, характеризующих данный микрообъект.

Например, среднее расстояние $\langle r \rangle$ электрона от ядра вычисляют по формуле

$$\langle r \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} r |\Psi|^2 dV, \quad (7.13)$$

где интегрирование производится по всему бесконечному пространству. Среднее значение силы, действующей на электрон со стороны ядра, определяется по формуле

$$\langle F \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} F |\Psi|^2 dV, \quad (7.14)$$

где $F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r^2}$; $dV = 4\pi r^2 dr$.

7.4. УРАВНЕНИЕ ШРЕДИНГЕРА (ВРЕМЕННОЕ И ДЛЯ СТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ)

Статистическое толкование волн де Бройля и соотношение неопределённостей Гейзенберга привели к выводу, что уравнением движения в квантовой механике, описывающим движение микрочастиц в различных силовых полях, должно быть уравнение, из которого бы вытекали наблюдаемые на опыте волновые свойства частиц. Основное уравнение должно быть уравнением относительно волновой функции Ψ .

Основное уравнение *нерелятивистской квантовой механики* сформулировано в 1926 г. Э. Шредингером. Оно, как и все основные уравнения физики, не выводится, а постулируется. Его правильность подтверждается согласием с опытом.

Уравнение Шредингера имеет вид

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t}, \quad (7.15)$$

где $\hbar = h/(2\pi)$; m – масса частицы; i – мнимая единица; Δ – оператор

Лапласа $\left(\Delta \Psi = \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} \right)$; $U(x, y, z, t)$ – потенциальная

функция частицы в силовом поле, в котором она движется, $\Psi(x, y, z, t)$ – искомая волновая функция частицы. Уравнение (7.15) справедливо для любой частицы, движущейся с малой ($v \ll c$) скоростью. Оно дополняется условиями, накладываемыми на волновую функцию: 1) волновая функция должна быть конечной, однозначной и

непрерывной; 2) её производные по координатам и времени должны быть непрерывны; 3) функция $|\Psi|^2$ должна быть интегрируема.

Уравнение (7.15) является *общим уравнением Шредингера*. Его также называют *уравнением Шредингера, зависящим от времени*.

Для многих физических явлений, происходящих в микромире, уравнение (7.15) можно упростить, исключив зависимость Ψ от времени, иными словами, найти уравнение Шредингера для *стационарных состояний* – состояний с фиксированными значениями энергии. Это возможно, если силовое поле, в котором частица движется, стационарно, т.е. функция $U = U(x, y, z)$ не зависит явно от времени и имеет смысл потенциальной энергии. Тогда уравнение Шредингера примет вид

$$\Delta\Psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E - U)\Psi = 0, \quad (7.16)$$

где E – полная энергия частицы, постоянная в случае стационарного поля.

Уравнение (7.16) называется *уравнением Шредингера для стационарных состояний*.

В этом уравнении функция Ψ должна быть конечной, однозначной и непрерывной во всём рассматриваемом пространстве. Значение уравнения Шредингера заключается, например, в том, что оно даёт соответствующее опыту распределение частиц; из него вытекают правила квантования энергии, совпадающие с энергиями стационарных состояний атома водорода в теории Бора.

Для свободных частиц решение конечно, однозначно и непрерывно для любых значений $(E - U)$, т.е. энергия свободной частицы может принимать любое значение.

7.5. ДВИЖЕНИЕ СВОБОДНОЙ ЧАСТИЦЫ

Свободная частица – частица, движущаяся в отсутствие внешних полей. Так как на свободную частицу (при движении вдоль оси x) силы не действуют, то её потенциальная энергия постоянна и можно принять равной нулю. Тогда полная энергия частицы равна её кинетической. Уравнение Шредингера (7.16) для стационарных состояний примет вид

$$\frac{\partial^2\Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2}T\Psi = 0. \quad (7.17)$$

Прямой подстановкой можно убедиться в том, что частным решением этого уравнения является функция

$$\Psi(x) = Ae^{ikx},$$

где $A = \text{const}$ и $k = \text{const}$, с собственным значением энергии

$$T = \hbar^2 k^2 / (2m). \quad (7.18)$$

Функция $\Psi(x) = Ae^{ikx}$ представляет собой только координатную часть волновой функции $\Psi(x, t)$ и представляет собой плоскую монохроматическую волну де Бройля.

Из выражения (7.18) следует, что зависимость энергии от импульса

$$T = \hbar^2 k^2 / (2m) = p_x^2 / (2m)$$

оказывается обычной для нерелятивистских частиц. Следовательно, энергия свободной частицы может принимать любые значения (так как волновое число k может принимать любые положительные значения), т.е. энергетический спектр частицы является *непрерывным*.

7.6. ЧАСТИЦА В ОДНОМЕРНОЙ ЯМЕ С АБСОЛЮТНО НЕПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ

Пусть частица находится в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками». Такая «яма» описывается потенциальной энергией вида

$$U(x) = \begin{cases} \infty, & x < 0; \\ 0, & 0 \leq x \leq a; \\ \infty, & x > a, \end{cases}$$

где a – ширина «ямы», а энергия отсчитывается от её дна (рис. 7.7).

Уравнение Шредингера в этом случае запишется в виде

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0. \quad (7.19)$$

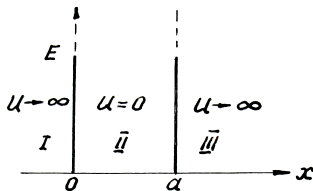


Рис. 7.7

В пределах «ямы» ($0 \leq x \leq a$) уравнение (7.19) сведётся к уравнению

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} T \Psi = 0 \quad \text{или}$$

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + k^2 \Psi = 0, \quad (7.20)$$

где $k^2 = 2mT / \hbar^2$. (7.21)

Общее решение дифференциального уравнения (7.20) имеет вид

$$\Psi(x) = A \sin kx + B \cos kx. \quad (7.22)$$

По условию задачи частица не проникает за пределы «ямы», поэтому вероятность её обнаружения за пределами «ямы» равна нулю, т.е. $|\Psi|^2 = 0$, а это будет, когда при $x = 0$ и $x = a$ функция $\Psi(x) = 0$. При $x = 0$ функция $\Psi(x) = 0$ только при $B = 0$. Тогда $\Psi(x) = A \sin kx$.

Условие $\Psi(x) = 0$ при $x = a$ выполняется в случае, когда $ka = n\pi$, где n – целые числа, т.е. необходимо, чтобы

$$k = n\pi / a. \quad (7.23)$$

Из выражений (7.21) и (7.23) следует, что энергия частицы

$$T_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots), \quad (7.24)$$

т.е. стационарное уравнение Шредингера, описывающее движение частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками», удовлетворяется только при собственных значениях T_n , зависящих от целого числа n .

Следовательно, энергия T_n частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» принимает лишь *определённые дискретные значения*, т.е. *квантуется*. Квантованные значения энергии T_n называются *уровнями энергии*, а число n , определяющее энергетические уровни частицы, называется *главным квантовым числом*.

Подставив в $\Psi(x) = A \sin kx$ значения k из (7.23), найдём собственные функции:

$$\Psi_n(x) = A \sin \frac{n\pi}{a} x.$$

Постоянную A можно найти из условия нормировки (7.12), которое для данного случая запишется как

$$A^2 \int_0^a \sin^2 \frac{n\pi}{a} x dx = 1.$$

В результате интегрирования получим $A = \sqrt{2/a}$, а собственные функции будут иметь вид

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x \quad (n=1, 2, 3, \dots). \quad (7.25)$$

Графики собственных функций (7.25), соответствующие уровням энергии (7.24) при $n=1, 2, 3$, приведены на рис. 7.8, а. На рисунке 7.8, б изображена плотность вероятности обнаружения частицы на различных расстояниях от «стенок ямы», равная $|\Psi_n(x)|^2$ для $n=1, 2$ и 3. Из рисунка видно, что, например, в квантовом состоянии с ($n=2$) частица не может находиться в середине «ямы», в то время как одинаково часто может пребывать в её левой и правой частях. Такое поведение частицы указывает на то, что представления о траекториях частицы в квантовой механике несостоятельны.

Из выражения (7.24) вытекает, что энергетический интервал между двумя соседними уровнями равен

$$\Delta T_n = T_{n+1} - T_n = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2ma} (2n+1) \approx \frac{\pi^2 \hbar^2}{ma^2} n. \quad (7.26)$$

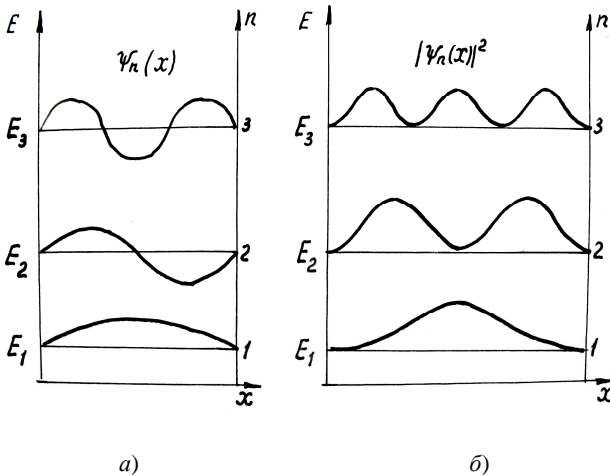


Рис. 7.8

Например, для электрона при размерах ямы $a = 10^{-1}$ м (свободные электроны в металле) $\Delta T_n \approx n \cdot 10^{-35}$ Дж $\approx n \cdot 10^{-16}$ эВ, т.е. энергетические уровни расположены столь тесно, что спектр практически можно считать непрерывным. Если же размеры ямы соизмеримы с атомными ($a \approx 10^{-10}$ м), то для электрона $\Delta T_n \approx n \cdot 10^{-17}$ Дж $\approx n \cdot 10^2$ эВ, т.е. получаются явно дискретные значения энергии (линейчатый спектр). Таким образом, применение уравнения Шредингера к частице в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками» приводит к квантованным значениям энергии, в то время как классическая механика на энергию этой частицы никаких ограничений не накладывает.

7.7. ПРОХОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦЫ СКВОЗЬ ПОТЕНЦИАЛЬНЫЙ БАРЬЕР

Качественное различие свойств макроскопических частиц и микрочастиц особенно резко сказывается в поведении их при встрече с потенциальным барьером. Предположим, что механическая частица движется в силовом поле, носящем такой характер, что область движения частицы вдоль оси ox разделена потенциальным барьером. В случае, изображённом на рис. 7.9, этот потенциальный барьер обусловлен тем, что потенциальная энергия равна нулю для всех значений $x < 0$ и $x > a$, и имеет постоянное значение U для значений координаты x , заключённых в пределах: $0 \leq x \leq a$. Если полная энергия частицы $E < U$, то, с классической точки зрения, частица может двигаться либо в области I , где $x < 0$, либо в области III , где $x > a$. Проникнуть в область барьера II она не может, так как там её кинетическая энергия $T = E - U$ оказалась бы отрицательной, что невозможно. Частица, полная энергия которой E меньше «высоты» потенциального барьера U , не может с классической точки зрения перейти через барьер из области I в область III .

Не так обстоит дело для микрочастицы, поведение которой выражается уравнением Шредингера. Волновая функция Ψ будет в этом случае отлична от нуля и в области II , благодаря чему вероятность проникнуть частице сквозь барьер окажется отличной от нуля. Следовательно, микрочастица с энергией, меньшей высоты барьера, способна пройти («просочиться») через барьер. Данное явление получило название «туннельного эф-

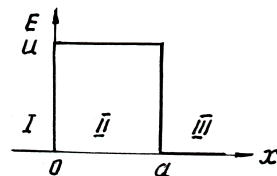


Рис. 7.9

факта». Примером этого может служить выбрасывание α -частицы из ядра радиоактивного атома. Квантовомеханический расчёт позволяет количественно учесть вероятность прохождения частицы через барьер.

Оказывается, что вероятность проникновения частицы через барьер из области I в область II убывает экспоненциально с увеличением ширины барьера a . Кроме того, она сильно зависит от разности энергий $U - E$. Вероятность проникновения частицы через барьер тем больше, чем меньше разность $U - E$, т.е. чем меньше разность «высот» энергетического уровня E и потенциального барьера U . Например, если разность энергий $U - E$ равна немногим электрон-вольтам, а ширина барьера – атомных размеров ($a \cong 10^{-8}$ см), то вероятность прохождения электронов через барьер значительна.

Существование факта «просачивания» микрочастиц через потенциальный барьер («*туннельный эффект*») подтверждается многочисленными данными. Таким образом, квантовая механика объясняет ещё одно явление, непонятное с классической точки зрения.

«Просачивание» микрочастиц через потенциальный барьер тесно связано с их волновыми свойствами, оно аналогично явлению проникновения волн через тонкую прослойку, разделяющую две оптически более плотные среды, когда с точки зрения лучевой оптики должно было бы иметь место явление полного внутреннего отражения.

Для широких барьеров и больших разностей энергии вероятность прохождения через барьер практически равна нулю, т.е. в этих случаях выводы из квантовомеханической теории совпадают с выводами из классической механики.

7.8. ГАРМОНИЧЕСКИЙ ОСЦИЛЛЯТОР

Гармоническим осциллятором называют частицу, совершающую одномерное движение под действием квазиупругой силы $F = -kx$. Потенциальная энергия такой частицы имеет вид

$$U = \frac{kx^2}{2}. \quad (7.27)$$

Собственная частота классического гармонического осциллятора равна $\omega = \sqrt{k/m}$, где m – масса частицы. Выразив в формуле (7.27) k через m и ω , получим

$$U = \frac{m\omega^2 x^2}{2}.$$

Поэтому уравнение Шредингера для осциллятора будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0. \quad (7.28)$$

В теории дифференциальных уравнений доказывается, что уравнение (7.28) имеет конечные, однозначные и непрерывные решения при значениях параметра E , равных

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega = (n + 1/2)h\nu \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (7.29)$$

На рисунке 7.10 дана схема энергетических уровней гармонического осциллятора (пунктиром). Для наглядности уровни вписаны в кривую потенциальной энергии. Однако следует помнить, что в квантовой механике полная энергия не может быть представлена в виде суммы точно определённых энергий T и U . Уровни энергии гармонического осциллятора являются эквидистантными, т.е. отстоящими друг от друга на одинаковое расстояние. Наименьшее возможное значение энергии равно

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega = \frac{1}{2} h\nu.$$

Это значение называется *нулевой энергией*. Существование нулевой энергии подтверждается экспериментами по изучению рассеяния света кристаллами при низких температурах.

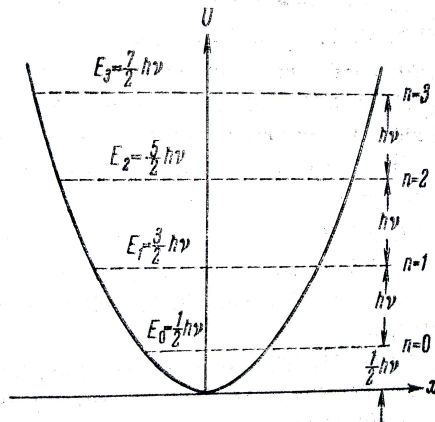


Рис. 7.10

Оказывается, что интенсивность рассеянного света по мере понижения температуры стремится не к нулю, а к некоторому конечному значению, указывающему на то, что и при абсолютном нуле колебания атомов в кристаллической решётке не прекращаются.

Квантовая механика позволяет вычислить вероятности различных переходов квантовой системы из одного состояния в другое. Подобные вычисления показывают, что для гармонического осциллятора возможны лишь переходы между соседними уровнями. При таких переходах квантовое число n изменяется на единицу: $\Delta n = \pm 1$.

Условия, накладываемые на изменения квантовых чисел при переходах системы из одного состояния в другое, называются *правилами отбора*.

При переходах осциллятор излучает или поглощает фотон с частотой, равной собственной частоте осциллятора, и энергией, равной разности энергий между двумя соседними уровнями осциллятора:

$$E_{n+1} - E_n = (n+1+1/2)h\nu - (n+1/2)h\nu = h\nu,$$

т.е. $h\nu$. Таким образом, осциллятор частоты ν испускает излучение той же частоты ν , как и в классической теории. Существенное различие состоит в *механизме* излучения: классический осциллятор испускает излучение непрерывно, постепенно затухая при этом.

Квантовый осциллятор в стационарном состоянии совершает колебания, ничего не излучая. Излучение возникает лишь при переходе осциллятора из данного энергетического состояния в ближайшее нижнее. При этом вся энергия, теряемая осциллятором, отдаётся с одним единственным, возникающим в момент перехода, фотоном. Будучи в состоянии с минимальной энергией $E_0 = \frac{1}{2}h\nu$, осциллятор колеблется, но излучения испустить не может.

То же относится к поглощению излучения. Классический осциллятор способен черпать энергию из поля излучения непрерывно, так же непрерывно увеличивая амплитуду колебаний. Квантовый осциллятор поглощает излучение (частоты ν) порциями, поднимаясь скачком на ближайший энергетический уровень.

ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 7.1. На узкую щель шириной $a = 1$ мкм направлен параллельный пучок электронов, имеющих скорость $3,65 \cdot 10^8$ см/с.

Определить, учитывая волновые свойства электронов, расстояние между двумя максимумами первого порядка в дифракционной картине, полученной на экране, отстоящем на $L = 10$ см от щели.

Решение. Согласно гипотезе де Бройля длина волны λ , соответствующая частице массы m , движущейся со скоростью v , выражается формулой

$$\lambda = \frac{h}{mv}. \quad (1)$$

Условие максимального усиления волны при дифракции от одной щели имеет вид

$$a \sin \varphi = (2k + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (2)$$

где $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер максимумов; a – ширина щели.

Для максимумов первого порядка ($k = 1$) угол φ заведомо мал, поэтому $\sin \varphi = \varphi$ и, следовательно, формула (2) примет вид

$$a\varphi = 3\lambda / 2, \quad (3)$$

а искомая величина x , как следует из рис. 7.11, равна $x = 2L \operatorname{tg} \varphi = 2L\varphi$, так как $\operatorname{tg} \varphi = \varphi$.

Подставив значение φ из (3) в (4), получим

$$x = 2L \frac{3\lambda}{2a} = 3 \frac{L\lambda}{a}.$$

Подставив в последнее равенство длину волны де Бройля по (1), найдём

$$x = 3 \frac{Lh}{amv}.$$

После подстановки числовых значений получим

$$x = 3 \frac{0,1 \cdot 6,62 \cdot 10^{-34}}{10^{-6} \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 3,65 \cdot 10^6} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ м или } x = 0,06 \text{ мм.}$$

Пример 7.2. Кинетическая энергия электрона в атоме водорода составляет величину порядка $T = 10$ эВ. Используя соотношение неопределённостей, *оценить* минимальные линейные размеры атома.

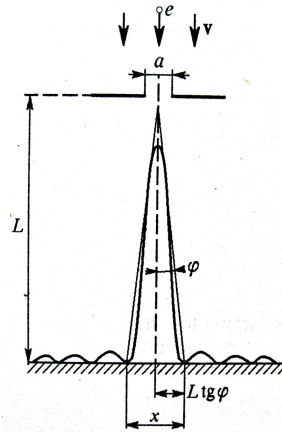


Рис. 7.11

Решение. Соотношение неопределённостей для координаты и импульса имеет вид

$$\Delta x \Delta p_x \geq \hbar, \quad (1)$$

где Δx – неопределённость координаты частицы (в данном случае электрона); Δp_x – неопределённость импульса частицы (электрона); \hbar – постоянная Планка.

Из соотношения неопределённостей следует, что чем точнее определяется положение частицы в пространстве, тем более неопределённым становится импульс, а, следовательно, и энергия частицы. Пусть атом имеет линейные размеры l , тогда электрон атома будет находиться где-то в пределах области с неопределённостью $\Delta x = l/2$.

Соотношение неопределённостей (1) можно записать в этом случае в виде

$$(l/2)\Delta p_x \geq \hbar, \quad \text{откуда} \quad l \geq 2\hbar / \Delta p_x. \quad (2)$$

Физически разумная неопределённость импульса Δp_x во всяком случае не должна превышать значения самого импульса p_x , т.е. $\Delta p_x \leq p_x$. Импульс p_x связан с кинетической энергией T соотношением $p_x = \sqrt{2mT}$. Заменим Δp_x значением $\sqrt{2mT}$ (такая замена не увеличивает l). Переходя от неравенства к равенству, получим

$$l_{\min} = 2\hbar / \sqrt{2mT}. \quad (3)$$

Проверим, даёт ли полученная формула единицу длины. Для этого в правую часть формулы (3) вместо символов величин подставим обозначения их единиц:

$$\frac{[\hbar]}{([m][T])^{1/2}} = \frac{\text{Дж} \cdot \text{с}}{(\text{кг} \cdot \text{Дж})^{1/2}} = \left(\frac{\text{Дж}}{\text{кг}}\right)^{1/2} \cdot \text{с} = \left(\frac{\text{кг} \cdot \text{м}^2/\text{с}^2}{\text{кг}}\right)^{1/2} \cdot \text{с} = \text{м}.$$

Найденная единица является единицей длины.

Произведём вычисления:

$$l_{\min} = \frac{2 \cdot 1,05 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 10 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19}}} = 1,24 \cdot 10^{-10} \text{ м} = 0,124 \text{ нм}.$$

Пример 7.3. Электрон находится в одномерном, бесконечно глубоко, прямоугольном, потенциальном ящике шириной l .

Вычислить вероятность того, что электрон, находящийся в возбужденном состоянии ($n = 2$), будет находиться в средней трети ящика.

Решение. Вероятность ω обнаружить частицу в интервале $x_1 < x < x_2$ определяется равенством

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi_n(x)|^2 dx, \quad (1)$$

где $\Psi_n(x)$ – нормированная собственная Ψ -функция, отвечающая данному состоянию.

Нормированная собственная Ψ -функция, описывающая состояние электрона в потенциальном ящике, имеет вид

$$\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{\pi n}{l} x.$$

Возбужденному состоянию ($n = 2$) отвечает собственная функция

$$\Psi_2(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin \frac{2\pi}{l} x. \quad (2)$$

Подставив $\Psi_2(x)$ в подынтегральное выражение формулы (1) и вынося постоянные величины за знак интеграла, получим

$$\omega = \frac{2}{l} \int_{x_1}^{x_2} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx. \quad (3)$$

Согласно условию задачи $x_1 = \frac{1}{3}l$ и $x_2 = \frac{2}{3}l$ (рис. 7.2).

Подставим эти пределы интегрирования в (3), произведём замену

$$\sin^2 \frac{2\pi}{l} x = \frac{1}{2} \left(1 - \cos \frac{4\pi}{l} x \right)$$

и разобьём интеграл на два:

$$\begin{aligned} \omega &= \frac{2}{l} \int_{l/3}^{2l/3} \sin^2 \frac{2\pi}{l} x dx = \frac{1}{l} \left\{ \int_{l/3}^{2l/3} dx - \int_{l/3}^{2l/3} \cos \frac{4\pi}{l} x dx \right\} = \\ &= \frac{1}{l} \left\{ \frac{l}{3} - \frac{l}{4\pi} \sin \frac{4\pi}{l} x \Big|_{l/3}^{2l/3} \right\} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} \left(\sin \frac{8\pi}{3} - \sin \frac{4\pi}{3} \right). \end{aligned}$$

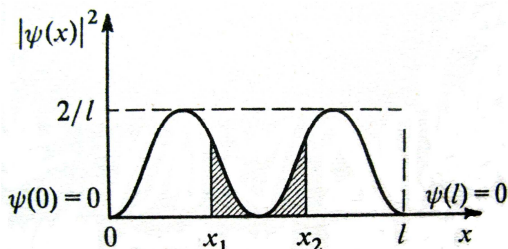


Рис. 7.2

Заметив, что $\sin \frac{8\pi}{3} = \sin \frac{\pi}{3}$, $\sin \frac{4\pi}{3} = -\sin \frac{\pi}{3}$, получим

$$\omega = \frac{1}{3} - \frac{1}{4\pi} 2 \sin \frac{\pi}{3} = \frac{1}{3} - \frac{\sqrt{3}}{4\pi} = 0,333 - 0,138 = 0,195.$$

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОПРОВЕРКИ

1. Что представляют собой волны де Бройля?
2. Чему равны фазовая и групповая скорости фотона?
3. В каком случае и почему при условиях $\frac{\Delta v_x}{v_x} \ll 1$ и $\frac{\Delta v_x}{v_x} \approx 1$

можно говорить о движении частицы по определённой траектории?

4. Что определяет квадрат модуля волновой функции?
5. В чём отличие понимания причинности в классической и квантовой механике?
6. Какова наименьшая энергия частицы в «потенциальной яме» с бесконечно высокими «стенками»?
7. Какими свойствами микрочастиц обусловлен туннельный эффект?
8. В чём отличие поведения классической и квантовой частиц с энергией $E < U$ при их падении на прямоугольный потенциальный барьер конечной ширины?
9. Чему равна разность энергий между четвёртым и вторым энергетическими уровнями квантового осциллятора?
10. Может ли частица находиться на дне «потенциальной ямы»? Определяется ли это формой «ямы»?
11. В чём отличие квантовомеханического и классического описания гармонического осциллятора; в выводах этих описаний?

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Завершилось изучение ещё одного из разделов курса физики, из которого узнали, что глубокие внутренние связи между классикой и современной физикой находят выражение в принципе соответствия, согласно которому между дальнейшим развитием разделов физики и их предшествующим содержанием устанавливаются определённые связи: в определённых предельных случаях новое физическое явление переходит в старое. Установленные на определённом этапе развития физики закономерности, правильно объясняющие экспериментальные данные, не отбрасываются с развитием нового этапа учения, а включаются в него как предельный случай, справедливый в определённых условиях.

В случае заинтересованности или необходимости более глубокого изучения того или иного явления, описанного в данном пособии, необходимо пользоваться фундаментальными учебниками или монографиями.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев, И.В. Курс общей физики : учеб. пособие для вузов. В 3 т. Т. 2 : Электричество и магнетизм. Волны. Оптика. Т. 3 : Квантовая оптика. Атомная физика ... / И.В. Савельев. – 4-е изд. стер. – СПб. : Лань, 2005.
2. Зисман, Г.А. Курс общей физики / Г.А. Зисман, О.М. Тодес. – М. : Наука, 1972. – Т. 3.
3. Детлаф, А.А. Курс физики : учеб. пособие для втузов / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – 4-е изд., испр. – М. : Высш. шк., 2002. – 718 с.
4. Трофимова, Т.И. Курс физики : учеб. пособие для вузов / Т.И. Трофимова. – 7-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 2001. – 541 с.
5. Чертов, А.Г. Задачник по физике : учеб. пособие для втузов / А.Г. Чертов, А.А. Воробьев. – 8-е изд., перераб. и доп. – М. : Физматлит, 2006. – 640 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ ВОЛНОВОЙ И КВАНТОВОЙ ОПТИКИ

Явление интерференции света. Скорость света в вакууме (воздухе)

$$c = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с.}$$

Скорость света в среде с показателем преломления n

$$v = c / n .$$

Условия когерентности при интерференции двух волн

$$\omega_1 = \omega_2 = \omega = \text{const};$$

$$\Delta\varphi = \varphi_{0_2} - \varphi_{0_1} = \text{const},$$

где ω_1 и ω_2 – частота колебаний; φ_{0_1} , φ_{0_2} – начальные фазы колебаний двух волн, пришедших в точку наблюдения интерференционной картины.

Оптическая длина пути световой волны в соответствии с теоремой Ферма

$$l = ns,$$

где s – геометрическая длина пути световой волны в среде с показателем преломления n .

Оптическая разность хода двух световых волн

$$\delta = l_2 - l_1.$$

Оптическая разность хода световых волн, выраженная через разность их фаз

$$\delta = \frac{\Delta\varphi}{2\pi} \lambda_0,$$

где λ_0 – длина световой волны, приведённая к вакууму.

Условие максимального усиления света при интерференции

$$\delta_{\text{max}} = \pm m\lambda = \pm 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots).$$

Условие максимального ослабления света при интерференции

$$\delta_{\min} = \pm(2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Координаты максимумов интенсивности в опыте Юнга

$$x_{\max} = \pm 2m \frac{\lambda_0}{2} \frac{l}{d} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где l – расстояние от щелей до экрана, на котором наблюдается интерференционная картина; d – расстояние между щелями; λ_0 – длина световой волны.

Условие интерференционного максимума при отражении света от тонкой плёнки или плоскопараллельной пластины, толщиной d с показателем преломления n

$$\delta_{\max} = 2d\sqrt{n^2 - \sin^2 i_0} - \frac{\lambda}{2} = 2m \frac{\lambda}{2} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где i_0 – угол падения света на плёнку или пластину.

Радиус тёмных колец Ньютона в отражённом свете

$$r_m = \sqrt{m\lambda_0 R} = \sqrt{2m \frac{\lambda_0}{2} R} \quad (m = 0, 1, 2, \dots),$$

где m – номер кольца; R – радиус кривизны линзы.

Радиус светлых колец Ньютона в отражённом свете

$$r'_m = \sqrt{(2m-1) \frac{\lambda_0}{2} R} \quad (m = 1, 2, 3, \dots).$$

Явление дифракции света. Площадь зоны Френеля на открытом фронте сферической волны

$$\Delta S_{\text{зоны}} = \frac{\pi R r_0}{R + r_0} \lambda,$$

где R – радиус сферы; r_0 – расстояние от полюса сферы до экрана.

Число зон, укладывающихся на открытом волновом фронте

$$k = \frac{r_k}{\lambda} \frac{r_k (R + r_0)}{R r_0},$$

где r_k – радиус отверстия в непрозрачном экране.

Число зон Френеля, укладывающихся на плоскопараллельной щели шириной a , при наблюдении дифракции Фраунгофера

$$z = \frac{a \sin \varphi}{\lambda / 2},$$

где φ – угол наблюдения дифракции.

Условие для определения положения главных дифракционных максимумов – формула дифракционной решётки

$$d \sin \varphi_k = 2k \frac{\lambda}{2} \quad (k = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots),$$

где k – порядок максимума; d – период дифракционной решётки.

Разрешающая способность дифракционной решётки

$$r = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN,$$

где $\delta\lambda$ – минимальная разность длин волн двух спектральных линий вблизи выбранной линии λ ; k – порядок спектра; N – полное число щелей решётки.

Формула Вульфа – Брэггов для дифракции рентгеновских лучей

$$2d \sin \vartheta = k\lambda,$$

где d – расстояние между атомными плоскостями кристалла; ϑ – угол скольжения.

Взаимодействие света с веществом. Средняя дисперсия для какого-либо вещества

$$\bar{D} = \frac{n_2 - n_1}{\lambda_2 - \lambda_1} = \frac{\Delta n}{\Delta\lambda}.$$

Закон Бугера – Ламберта для поглощения света в веществе

$$I = I_0 e^{-\alpha x},$$

где I_0 и I – интенсивность света на входе и выходе из слоя среды толщиной x ; α – коэффициент поглощения, зависящий от длины волны света, химической природы и состояния вещества.

Закон Рэлея для интенсивности рассеянного света

$$I \approx \nu^4,$$

где ν – частота рассеянного света.

Явление поляризации света. Закон Брюстера

$$\operatorname{tg} i_{\text{кр}} = n_{2,1},$$

где $i_{\text{кр}}$ – угол падения, при котором отразившийся от диэлектрика луч полностью поляризован; $n_{2,1}$ – относительный показатель преломления второй среды относительно первой.

Закон Малюса

$$I = I_0 \cos^2 \alpha.$$

Закон Малюса для толстых пластинок с учётом частичного поглощения и отражения проходящего луча сквозь поляризатор и анализатор (коэффициенты k_1, k_2)

$$I = \frac{1}{2} I_0 (1 - k_1) \cos^2 \alpha (1 - k_2),$$

где I_0 – интенсивность плоскополяризованного света, падающего на анализатор; I – интенсивность света на выходе из анализатора; α – угол между плоскостями пропускания света поляризатора и анализатора.

Угол поворота плоскости поляризации для оптически активных кристаллов и чистых жидкостей

$$\varphi = \alpha d,$$

где α – постоянная вращения; d – расстояние, пройденное светом в оптически активном веществе.

Угол поворота плоскости поляризации для оптически активных растворов

$$\varphi = [\alpha] C d,$$

где C – массовая концентрация вещества в растворе; $[\alpha]$ – удельное вращение.

Тепловое излучение. Лучеиспускательная способность

$$e_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda, T} d\lambda,$$

где $e_{\lambda, T}$ – лучеиспускательная способность тела при температуре T и для длины волны λ ; $d\lambda$ – интервал длин волн вблизи выбранной λ .

Закон Кирхгофа

$$\frac{e_T}{a_T} = E_T,$$

где a_T – лучепоглощательная способность тела; E_T – лучеиспускательная способность абсолютно чёрного тела.

Закон Стефана – Больцмана

$$R_s = E_T = \int_0^{\infty} e_{\lambda, T} d\lambda = \sigma T^4,$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/м² · град⁴ – постоянная Стефана – Больцмана.

Первый закон Вина (закон смещения)

$$\lambda_{\max} = C' / T,$$

где $C' = 2,89 \cdot 10^{-3}$ м · град – первая постоянная Вина.

Второй закон Вина

$$r_{\lambda_{\max}} = \frac{W_{\max}}{V} = C'' T^5,$$

где $C'' = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Вт/м³ · град⁵ – вторая постоянная Вина.

Формула Планка для лучеиспускательной способности абсолютно чёрного тела

$$E_{\lambda, T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{e^{\frac{hc}{\lambda kT}} - 1},$$

где $h = 6,63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/град – постоянная Больцмана.

Радиационная температура

$$T_p = \sqrt[4]{R_T / \sigma}.$$

Истинная температура тела, выраженная через радиационную

$$T = T_p / \sqrt[4]{\alpha},$$

где α – коэффициент нечёрноты тела.

Цветовая температура тела

$$T_{\text{ц}} = T = \frac{C'}{\lambda_{\text{max}}}$$

Явление фотоэффекта. Формула Эйнштейна для фотоэффекта

$$\varepsilon = h\nu = A_{\text{вых}} + T_{\text{max}} = A_{\text{вых}} + m\nu^2 / 2,$$

где $\varepsilon = h\nu = hc / \lambda$ – энергия одного фотона, падающего на поверхность отрицательно заряженного металла; $A_{\text{вых}}$ – работа выхода электрона из металла; T_{max} – максимальная кинетическая энергия фотоэлектрона.

Масса фотона

$$m_{\text{ф}} = \varepsilon_0 / c^2 = h\nu / c^2.$$

Импульс фотона

$$p_{\text{ф}} = \varepsilon_0 / c = h\nu / c.$$

Давление света при его нормальном падении на поверхность

$$p = \omega(1 + \rho),$$

где $\omega = E_e / c$ – объёмная плотность энергии излучения; ρ – коэффициент отражения.

Эффект Комптона. Формула для изменения длины волны фотона при рассеянии на свободной частице (электроне)

$$\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = \frac{2h}{m_0c} \sin^2 \frac{\varphi}{2},$$

где λ – длина волны фотона, падающего на свободный или слабосвязанный электрон; λ' – длина волны фотона, рассеянного на угол φ ; m_0 – масса покоящегося электрона.

Волновые свойства частиц. Формула де Бройля

$$\lambda = h / p = h / m\nu,$$

где λ – длина волны для движущейся частицы; p – импульс частицы.

Импульс частицы и его связь с кинетической энергией T :

а) по классической теории

$$p = \sqrt{2m_0T} ;$$

б) релятивистский импульс

$$p = m\upsilon = \frac{m_0\upsilon}{\sqrt{1-(\upsilon/c)^2}} \text{ или } p = \frac{1}{c} \sqrt{(2E_0 + T)T} ,$$

где m_0 – масса покоя частицы; m – релятивистская масса; υ – скорость частицы; c – скорость света в вакууме; $E_0 = m_0c^2$ – энергия покоя частицы.

Соотношение неопределённостей Гейзенберга:

а) $\Delta x \Delta p_x \geq h$ (для координаты и импульса), где Δx – неопределённость координаты; Δp_x – неопределённость проекции импульса на ось x ;

б) $\Delta E \Delta t \geq h$ (для энергии и времени), где ΔE – неопределённость энергии; Δt – время жизни квантовой системы в данном энергетическом состоянии.

Общее уравнение Шредингера (зависящее от времени)

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + U(x, y, z, t) \Psi = i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} ,$$

где Δ – оператор Лапласа, $U(x, y, z, t)$ – потенциальная функция частицы в силовом поле, в котором она движется; $\Psi(x, y, z, t)$ – искомая волновая функция частицы; i – мнимая единица.

Уравнение Шредингера для стационарных состояний

$$\Delta \Psi + \frac{2m}{\hbar^2} (E - U) \Psi = 0 ,$$

то же при движении частицы вдоль оси x

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} T \Psi = 0 .$$

Решение уравнения Шредингера для одномерного, бесконечно глубокого, прямоугольного потенциального ящика:

а) $\Psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi}{a} x$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) (собственная волновая функция);

б) $T_n = \frac{n^2 \pi^2 \hbar^2}{2ma^2}$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) (собственное значение энергии частицы).

Вероятность нахождения частицы в элементе объёмом dV

$$d\omega = |\Psi|^2 dV.$$

Вероятность обнаружения частицы в интервале от x_1 до x_2

$$\omega = \int_{x_1}^{x_2} |\Psi|^2 dx.$$

Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial x^2} + \frac{2m}{\hbar^2} \left(E - \frac{m\omega^2 x^2}{2} \right) \Psi = 0,$$

где E принимает значения

$$E_n = (n + 1/2)\hbar\omega = (n + 1/2)h\nu \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Наименьшее возможное значение энергии осциллятора

$$E_0 = \frac{1}{2} \hbar\omega = \frac{1}{2} h\nu.$$

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
Часть I. ВОЛНОВАЯ ОПТИКА	5
1. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА	5
1.1. Когерентные волны	5
1.2. Методы наблюдения интерференции света	8
1.3. Расчёт интерференционной картины от двух источников	9
1.4. Интерференция света в тонких плёнках	10
1.5. Интерференция света от клина (кольца Ньютона)	12
1.6. Практическое применение интерференции света	13
Примеры решения задач	16
Вопросы для самопроверки	24
2. ДИФРАКЦИЯ СВЕТА	25
2.1. Дифракция и условия её наблюдения. Принцип Гюйгенса – Френеля. Метод зон Френеля. Прямолинейное распространение света	25
2.2. Дифракция Фраунгофера (дифракция в параллельных лучах)	29
2.3. Дисперсия и разрешающая сила дифракционной решётки	34
2.4. Дифракция рентгеновских лучей	36
2.5. Понятие о голографии	38
Примеры решения задач	40
Вопросы для самопроверки	46
3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ СВЕТА С ВЕЩЕСТВОМ	47
3.1. Дисперсия света	47
3.2. Поглощение (абсорбция) света	50
3.3. Рассеяние света	51
4. ПОЛЯРИЗАЦИЯ СВЕТА	52
4.1. Естественный и поляризованный свет	52
4.2. Получение поляризованных лучей	54
4.3. Закон Малюса	60
4.4. Интерференция поляризованных волн	62
4.5. Поляризационные приборы и применение поляризованных лучей	63
Примеры решения задач	66
Вопросы для самопроверки	68

Часть II. КВАНТОВАЯ ОПТИКА	70
5. ТЕПЛОВОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ	70
5.1. Тепловое излучение среди других видов излучения. Основные характеристики излучения	70
5.2. Закон Кирхгофа. Излучение абсолютно чёрного тела	72
5.3. Законы излучения абсолютно чёрного тела	74
5.4. Связь формулы Планка с законами излучения абсолютно чёрного тела	77
5.5. Понятие об оптической пирометрии	78
Примеры решения задач	80
Вопросы для самопроверки	83
6. ФОТОЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ЭФФЕКТ И ПРИРОДА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ	84
6.1. Фотоэффект, законы фотоэффекта. Уравнение Эйнштейна	84
6.2. Экспериментальное подтверждение квантовых свойств света	86
6.3. Применение фотоэффекта	88
6.4. Масса и импульс фотона. Давление света	89
6.5. Эффект Комптона	90
6.6. Комбинационное рассеяние света. Люминесценция	93
Примеры решения задач	94
Вопросы для самопроверки	98
7. ЭЛЕМЕНТЫ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ	99
7.1. Корпускулярно-волновая двойственность свойств частиц вещества. Волны де Бройля	99
7.2. Соотношение неопределённостей	102
7.3. Волновая функция и её статистический смысл	106
7.4. Уравнение Шредингера (временное и для стационарных состояний)	108
7.5. Движение свободной частицы	109
7.6. Частица в одномерной яме с абсолютно непроницаемыми стенками	110
7.7. Прохождение частицы сквозь потенциальный барьер	113
7.8. Гармонический осциллятор	114
Примеры решения задач	116
Вопросы для самопроверки	120
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	121
СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	122
ПРИЛОЖЕНИЕ	123

Учебное издание

БАРСУКОВ Владимир Иванович
ДМИТРИЕВ Олег Сергеевич

ФИЗИКА

ВОЛНОВАЯ И КВАНТОВАЯ ОПТИКА

Учебное пособие

Редактор З.Г. Чернова
Инженер по компьютерному макетированию Т.Ю. Зотова

Подписано в печать 15.09.2012
Формат 60 × 84/16. 7,67 усл. печ. л. Тираж 250 экз. Заказ № 482
Издательско-полиграфический центр ФГБОУ ВПО «ТГТУ»
392000, г. Тамбов, ул. Советская, д. 106, к. 14