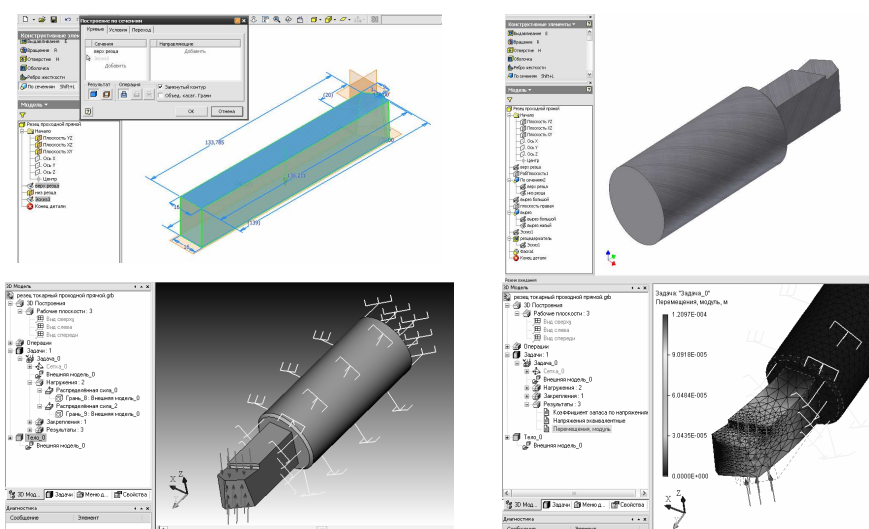


С.И. ПЕСТРЕЦОВ

# КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ



ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ

УДК 621.9.02:52-17  
ББК К63-1с51я73  
П286

Р е ц е н з е н т ы:

Кандидат технических наук, доцент ТГТУ

*А.В. Майстренко*

Главный конструктор ОГК ОАО «Тамбовгальванотехника»

им. С.И. Лившица

*В.В. Каледин*

**Пестрецов, С.И.**

П286 Компьютерное моделирование и оптимизация процессов резания : учеб. пособие / С.И. Пестрецов. – Тамбов :  
Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009 – 104 с. – 100 экз. – ISBN 978-5-8265-0795-7.

Приведены математические модели и методы оптимизации основных процессов резания, программные продукты CAD/CAM/CAE/PDM-системы (достоинства и недостатки, преимущественные области использования), описаны приёмы работы в пакетах Autodesk Inventor 10, SolidWorks 2008, сформулированы требования к расчётно-графической работе и даны варианты индивидуальных заданий.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 151001 – «Технология машиностроения», а также магистерским программам 150400 – «Технологические машины и оборудования», 150900 – «Технология, оборудование и автоматизация машиностроительных производств».

УДК 621.9.02:52-17

ББК К63-1с51я73

ISBN 978-5-8265-0795-7

© ГОУ ВПО «Тамбовский государственный  
технический университет» (ТГТУ), 2009

Министерство образования и науки Российской Федерации

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

**С.И. ПЕСТРЕЦОВ**

## **КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ**

Рекомендовано Учёным советом университета в качестве учебного пособия  
для студентов, обучающихся по специальности 151001  
и магистерским программам 150400, 150900 всех форм обучения



Тамбов

◆ Издательство ТГТУ ◆

2009

Учебное издание

ПЕСТРЕЦОВ Сергей Иванович  
**КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ**

Учебное пособие

Редактор Т.М. Г л и н к и н а  
Инженер по компьютерному макетированию М.А. Филатова

Подписано в печать 30.03.2009.  
Формат 60 × 84/16. 6,04 усл. печ. л. Тираж 100 экз. Заказ № 133.

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

## ВВЕДЕНИЕ

Сокращение сроков проектирования и изготовления нового оборудования, внедрение его в производство обеспечивается применением CALS- и GIS-технологий, которые содержат в себе различные комплексные CAD/CAM/CAE/PDM-системы. Отдельные модули этих систем в рамках одного предприятия позволяют осуществлять управление проектом (PDM-системы), инженерные расчёты, анализ, моделирование и оптимизацию проектных решений (CAE-системы), двух- и трёхмерное проектирование деталей и сборочных единиц (CAD-системы), разработку технологических процессов, синтез управляющих программ для технологического оборудования с ЧПУ, моделирование процессов обработки, в том числе построение траекторий относительного движения инструмента и заготовки в процессе обработки, расчёт норм времени обработки (CAM-системы).

В настоящем учебном пособии рассматривается применение отдельных модулей CAD/CAM/CAE/PDM-систем для решения задач моделирования и оптимизации процессов резания материалов.

Для успешного освоения и закрепления навыков работы с прикладным программным обеспечением студенты выполняют расчётно-графи-ческую работу (варианты индивидуальных заданий приведены в прил. А) и оформляют отчёт по работе.

### *Требования к отчёту:*

– текст: шрифт – Times New Roman, кегль – 12, межстрочный интервал – одинарный; поля: сверху и снизу – 2 см, слева – 3 см, справа – 1 см; красная строка – 1,25 см;

– чертежи, графики, схемы распечатываются на отдельных листах формата А4.

Информация, содержащаяся в отчёте, в том числе расчёты и чертежи режущего инструмента, дублируется в электронном виде и передаётся преподавателю после защиты задания.

### *Структура отчёта:*

1. Индивидуальное задание.
2. Физическая модель процесса резания.
3. Математическая модель процесса резания.
4. Численный эксперимент (расчёты).
5. Чертеж режущего инструмента (2D и 3D-проекции).
6. Оптимизация процесса резания (результаты оптимизации и 3D-чертеж режущего инструмента).
7. Выводы.

# 1. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ

## 1.1. ОБЪЕКТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ В МАШИНОСТРОИТЕЛЬНОМ ПРОИЗВОДСТВЕ

*Объектами моделирования (ОМ) в машиностроительном производстве могут быть:*

- технологические системы (ТС) – участки из универсальных станков, автоматические линии, гибкие производственные системы (ГПС);
- технологические процессы (ТП);
- физические процессы (ФП) – процессы, протекающие при резании металлов, при функционировании технологического оборудования в упругой системе станок–приспособление–инструмент–деталь (СПИД) и т.д.

## 1.2. ВИДЫ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

*Математическая модель (ММ) объекта моделирования* – это система математических элементов (чисел, переменных, уравнений, неравенств, множеств, матриц, графов и т.д.) и отношений между ними, адекватно отражающая некоторые свойства объекта, его состояние в реальных условиях, созданная для решения той или иной задачи. ММ разрабатываются для описания и исследования ФП, ТП, ТС, проектирования и оптимизации ТП, ТС, организации работы ТС и построения САПР.

Различают аналитическое (решение задач оптимизации процессов в ТС и оптимизация самих ТС) и имитационное моделирование (изучение характеристик процесса, протекающего в ходе эксперимента).

*Аналитическое моделирование* основано на косвенном описании ОМ (ММ на основе аппарата математического программирования, корреляционного и регрессионного анализа). Как правило, модель состоит из целевой функции (характеристика объекта (системы), которую требуется вычислить или оптимизировать), варьируемых переменных и системы ограничений на переменные.

*Имитационное моделирование* основано на прямом описании ОМ с законами функционирования каждого элемента объекта и связей между ними. Пересчет системного времени в модели осуществляется двумя способами: шаг по времени выбирается с некоторым постоянным интервалом или от события к событию, при этом считается, что в промежутках времени между событиями в модели изменений не происходит.

*Виды ММ* определяются по различным признакам классификации (табл. 1.1).

### 1.1. Классификация математических моделей

Признаки классификации	Виды математических моделей	Назначение
1. Принадлежность к иерархическому уровню	Модели микроуровня	Отражают физические процессы, протекающие, например, при резании металлов, описывают процессы на уровне перехода (прохода)
	Модели макроуровня	Описывают технологические процессы
	Модели метауровня	Описывают технологические системы (участки, цехи, предприятие в целом)
2. Характер отображаемых свойств объекта	Структурные	Предназначены для отображения структурных свойств объектов (в САПР ТП для представления структуры технологического процесса, расчертовки изделий (используются структурно-логические модели))
	Функциональные	Предназначены для отображения информационных, физических, временных процессов, протекающих в работающем оборудовании, в ходе выполнения технологических процессов и т.д.
3. Способ	Аналитические	Представляют собой явные математические выражения

представления свойств объекта		выходных параметров как функций от параметров входных и внутренних (выражения для сил резания)
	Алгоритмические	Выражают связи между выходными параметрами и параметрами входными и внутренними в виде алгоритма
	Имитационные	Отражают развитие процесса (поведение исследуемого объекта) во времени при задании внешних воздействий на процесс (объект)
4. Способ получения модели	Теоретические	Создаются в результате исследования объектов (процессов) на теоретическом уровне (выражения для сил резания, полученные на основе обобщения физических законов)
	Эмпирические	Создаются в результате проведения экспериментов (изучения внешних проявлений свойств объекта с помощью измерения его параметров на входе и выходе) и обработки их результатов методами математической статистики
5. Особенности поведения объекта	Детерминированные	Описывают поведение объекта с позиций полной определённости в настоящем и будущем (формулы физических законов, технологические процессы обработки деталей и т.д.)
	Вероятностные	Учитывают влияние случайных факторов на поведение объекта, т.е. оценивают его будущее с позиций вероятности тех или иных событий (описание точности размеров в партии деталей с учётом явления рассеяния и т.д.)

### 1.3. ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К МАТЕМАТИЧЕСКИМ МОДЕЛЯМ

*К математическим моделям предъявляются следующие основные требования:*

- универсальности (характеризует полноту отражения в ней свойств реального объекта);
- точности (оценивается степень совпадения значений выходных параметров реального объекта и значений тех же параметров, рассчитанных с помощью модели);
- адекватности (способность модели отражать заданные свойства объекта с погрешностью, не выше заданной);
- экономичности (характеризуется затратами вычислительных ресурсов на ее реализацию);
- вычислимости (возможность ручного или с помощью ЭВМ исследования качественных и количественных закономерностей функционирования объекта (системы));
- модульности (соответствие конструкций модели структурным составляющим объекта (системы));
- алгоритмируемости (возможность разработки соответствующих алгоритма и программы, реализующей математическую модель на ЭВМ);
- наглядности (удобное визуальное восприятие модели).

### 1.4. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ СИЛОВЫХ И ТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ ПРИ РЕЗАНИИ МАТЕРИАЛОВ

#### 1.4.1. ТОЧЕНИЕ

**Физическая модель процесса точения.** Рассмотрим процесс несвободного резания, при котором снятие припуска осуществляется радиусной и прямолинейной частями главной режущей кромки. Сечение остаточного выступа (неровности) на обработанной поверхности оформляется радиусными боковыми сторонами (рис. 1.1, а). Данный случай имеет место при соблюдении следующих соотношений:  $t \geq r(1 - \cos \varphi)$ ,  $s \leq 2r \sin \varphi$  [1].

На переднюю поверхность инструмента действуют сила трения  $F_n$  и нормальная сила  $N$ . Эти силы определяют силу стружкообразования  $R$  (рис. 1.2). Силы  $R_z$  и  $R_y$  являются соответственно горизонтальной (тангенциальной) и вертикальной (радиальной) составляющими силы  $R$ . Так как сила

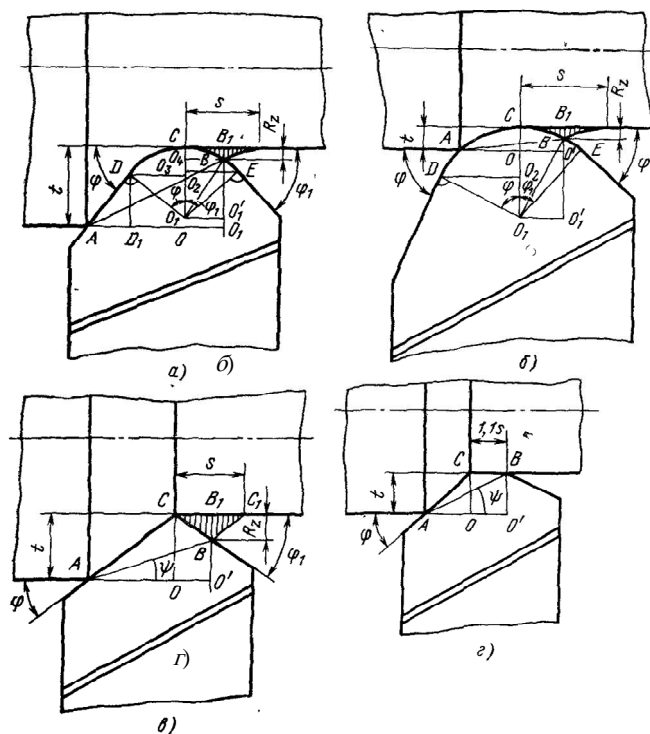
сдвига  $R_c$  является проекцией равнодействующей силы  $R$  на условную плоскость сдвига  $AB$ , то угол между силами  $R_z$  и  $R_c$  равен углу наклона условной плоскости сдвига  $\beta_1$ .

На заднюю поверхность инструмента действуют сила трения  $F_1$  и нормальная сила  $N_1$  (рис. 1.3).

При резании материалов средней пластичности на средних скоростях резания образуются *стружки скалывания*, при резании мягких пластичных материалов или тех же, но на больших скоростях резания образуются *сливные стружки*.

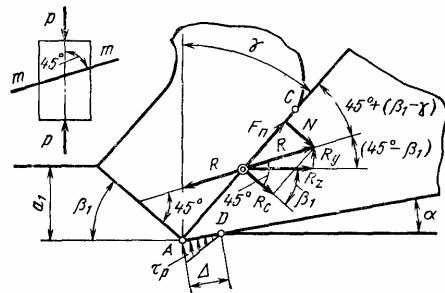
Процесс образования *стружек скалывания* происходит в описанной ниже последовательности (рис. 1.4) [2].

Под действием силы  $P$  резец внедряется в обрабатываемый материал и производит его смятие. По мере перемещения резца длина площадки смятия  $l_{см}$  увеличивается и на элемент будущей стружки действует возрастающая сила. Увеличение этой силы идёт до тех пор, пока не произойдёт скалывание элемента по плоскости 1-1 под углом  $\beta_1$ . Эта плоскость называется *плоскостью скалывания*, а угол – *углом скалывания*.

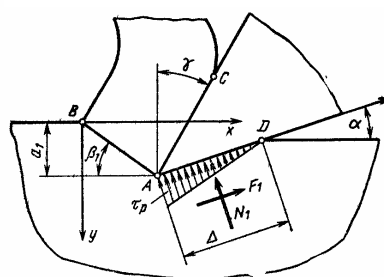


**Рис. 1.1. Расчётная схема процесса резания:**

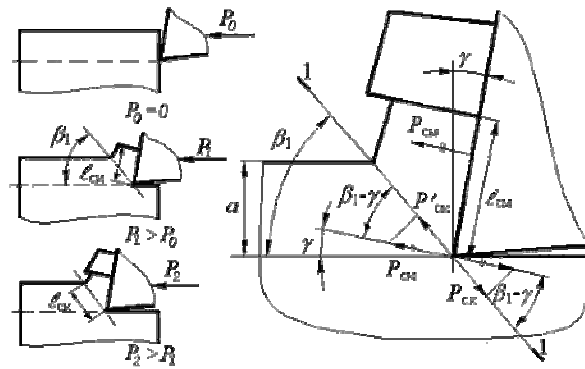
*a* – снятие припуска радиусной и прямолинейной частями главной режущей кромки; *б* – снятие припуска радиусной частью главной режущей кромки; *в* – работа проходным резцом; *г* – работа проходным резцом с режущей кромкой, параллельной оси детали (резцы Колесова для работы с большими подачами)



**Рис. 1.2. Схема действия сил на передней поверхности инструмента**



**Рис. 1.3. Схема действия сил на задней поверхности инструмента**



**Рис. 1.4. Схема образования стружек скалывания**

Со стороны реза на элемент стружки действует сила смятия  $P_{cm}$ :

$$P_{cm} = \sigma_{cm} f_{cm} = \sigma_{cm} l_{cm} b, \quad (1.1)$$

где  $\sigma_{cm}$  – предел прочности обрабатываемого материала на смятие;  $b$  – ширина среза;  $l_{cm}$  – длина площадки смятия.

Элемент удерживается силой  $P_{ck}$ :

$$P_{ck} = \tau_{ck} f_{ck} = \tau_{ck} l_{ck} b, \quad l_{ck} = \frac{a}{\sin \beta_1}, \quad (1.2)$$

где  $\tau_{ck}$  – предел прочности обрабатываемого материала на сдвиг (скалывание).

Для скалывания элемента необходимо, чтобы:

$$P'_{cm} = P_{cm} \cos(\beta_1 - \gamma) \geq P_{ck}. \quad (1.3)$$

Периодический характер образования стружки вызывает колебания силы резания, что делает процесс резания динамически неустойчивым.

В *сливных стружках* деформация смятия происходит одновременно со сдвигом элементов. Как только произойдет его сдвиг, на плоскости сдвига металл упрочнится и прекратит своё движение по плоскости скалывания. При остановке он снова сминается движущимся инструментом, площадка смятия у основания элемента увеличивается, сила  $P_{cm}$  становится больше  $P_{ck}$  и элемент вновь сдвигается. При образовании сливных стружек процесс формирования их продолжается в течение всего времени движения по передней поверхности режущего инструмента.

При резании хрупких металлов образуются *стружки надлома*. Резец, внедряясь в металл, не сдвигает его, а сжимает и вырывает сжатый надломленный элемент. Разрушение идёт по поверхности, произвольно охватывающей напряжённую зону, поэтому обработанная поверхность получается неровной.

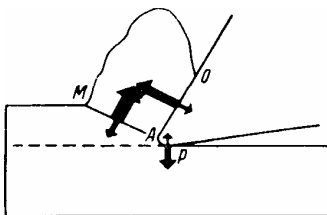
*Тепловые явления при точении.* Теплота  $Q$  (ккал/мин) в процессе резания образуется в результате [3]:

- внутреннего трения между частицами обрабатываемого металла в процессе деформации  $Q_{деф}$ ;
- внешнего трения стружки о переднюю поверхность резца  $Q_{п.тр}$ ;
- внешнего трения поверхности резания и обработанной поверхности о задние поверхности резца  $Q_{з.тр}$ ;
- отрыва стружки, диспергирования  $Q_{дисп}$  (образования новых поверхностей)

$$Q = Q_{деф} + Q_{п.тр} + Q_{з.тр} + Q_{дисп} = \alpha_0 \frac{P_z \nu}{427},$$

где  $R = P_z \nu$  – работа резания, кгс·м/мин;  $\nu$  – скорость резания, м/мин;

$E = 427$  кгс·м/ккал – механический эквивалент теплоты;  $\alpha_0$  – коэффициент, учитывающий переход работы резания в потенциальную энергию искажённой кристаллической решётки, указанные потери незначительны по величине и в обычных расчётах этой потерей пренебрегают).



В процессе образования сливной стружки теплота концентрируется в трёх основных зонах (рис. 1.5): в зоне сдвига элементов стружки  $AM$ , где происходит пластическая деформация; на площади контакта стружки по передней поверхности инструмента  $AO$ ; на площади контакта задней грани инструмента с обрабатываемой деталью.

Наиболее высокая температура (температура резания) наблюдается в

**Рис. 1.5. Зоны концентрации теплоты в системе резец-стружка**



стружке в зоне контакта её с передней поверхностью инструмента, так как наибольшее количество теплоты, образующейся вследствие деформации (на поверхности  $AM$ ), остаётся в стружке и частично поглощается обрабатываемой деталью. Теплота трения стружки (на поверхности  $AO$ ) остаётся в основном в стружке и частично (3...5 %) направляется в инструмент. Теплота трения по задним граням инструмента (поверхность  $AP$ ) направляется в деталь и резец. При обработке металлов с низкой теплопроводностью, например жаропрочных и титановых сплавов, в резец отводится до 20...40 % всей теплоты.

Потери теплоты от конвекции и радиации в процессе резания ничтожно малы; невелико количество теплоты, уходящей в деталь, так как стружка быстро формируется в зоне резания и быстро проходит зону контакта с резцом. Однако теплота, поглощаемая изделием из жаропрочных сталей и сплавов, резко возрастает и при малых скоростях может достичь 35...45 % всей теплоты резания.

Средняя температура стружки, когда последняя покидает зону деформации, °C:

$$\theta_{\text{деф.ср}} = \frac{\alpha_0 p \left[ (1 - \beta_0) - (\sin \gamma + \mu_0 \cos \gamma) \frac{1}{\xi} \right]}{E c_{\text{стр}}},$$

где  $p = \frac{P_z}{ba}$  – удельная сила резания, кгс/мм<sup>2</sup>;  $\alpha_0$  – коэффициент, учитывающий потерю теплоты на скрытую энергию деформации (принимается  $\alpha_0 = 0,95$ );  $\beta_0$  – коэффициент, учитывающий переход части тепла в изделие (по Вейнеру:  $\beta_0 = 0,1$  при  $v = 100$  м/мин,  $\beta_0 = 0,05$  при  $v = 300$  м/мин);  $\mu_0$  – коэффициент трения стружки;  $\xi$  – коэффициент усадки стружки;  $c$  – теплоёмкость нагретой стружки, ккал/кгс·°C;  $\rho_{\text{стр}}$  – плотность стружки, кгс/мм<sup>3</sup>;  $b$  – ширина среза, мм;  $a$  – толщина среза, мм;  $E$  – модуль упругости материала стружки, кгс/мм<sup>2</sup>.

Покидая зону деформации, нагретая до температуры  $\theta_{\text{деф.ср}}$  стружка трётся по передней поверхности резца со скоростью  $\frac{v}{\xi}$  на площади контакта шириной  $b$  и длиной  $l$ . Теплота работы силы трения по передней грани в единицу времени  $Q_{\text{тр.п}} = \frac{F_{\text{п}} v}{E \xi}$ .

Температура на передней поверхности резца, полученная в результате трения стружки:

$$\theta_{\text{тр.п}} = \frac{F_{\text{п}} \sqrt{v \frac{1}{\xi} \pi}}{2 E b \sqrt{\lambda_p c_p \rho_p l}},$$

где  $F_{\text{п}}$  – площадь передней поверхности резца;  $\lambda_p$  – коэффициент теплопроводности резца;  $c_p$  – теплоёмкость резца;  $\rho_p$  – плотность материала резца.

Суммируя температуры деформации стружки и трения её по передней поверхности инструмента, получим температуру резания (среднюю температуру на площади контакта стружки и инструмента):

$$\theta_{\text{рез}} = \theta_{\text{деф.ср}} + \theta_{\text{тр.п}} = \frac{\alpha_0 p \left[ (1 - \beta_0) - (\sin \gamma + \mu_0 \cos \gamma) \frac{1}{\xi} \right]}{E c_p \rho_p} + \frac{F_{\text{п}} \sqrt{\frac{v}{\xi} \frac{\sqrt{\pi}}{2}}}{E b \sqrt{\lambda c_p \rho_p l}}.$$

Температура резания в действительности должна быть более высокой, чем получается расчётом по этой формуле, так как в ней не учтена теплота трения по задней поверхности резца. Последняя будет проявляться с увеличением скорости резания по мере затупления резца; при этом особенно заметно будет повышаться температура обрабатываемой детали.

Обрабатываемая деталь нагревается в основном теплотой деформации. Температура детали уменьшается с увеличением скорости резания, поскольку при этом уменьшается  $\theta_{\text{деф.ср}}$ . Подобный вывод подтверждается на практике при работе острым резцом в нормальных условиях. По мере затупления резца и значительного уменьшения заднего угла  $\alpha$  и угла в плане  $\phi$  положение меняется. С

увеличением силы трения растут работа и теплота трения по задней поверхности резца, и поэтому температура детали повышается с увеличением скорости резания  $v$ .

Рассмотрим температурное поле резца (рис. 1.6) [3]. Линии постоянных температур  $t \dots t$  (изотермы) в стружке ориентировочно расположены параллельно поверхности сдвига, а у резца – почти концентрично вокруг режущей кромки. В этом случае согласно теории теплопроводности тепловые потоки должны быть направлены нормально изотермам; в схеме они показаны соответствующими кривыми со стрелками:  $п$  – в деталь;  $п'$  – в стружку;  $к$  – в резец. Наиболее высокие температуры наблюдаются вблизи режущей кромки и в зоне нароста.

В действительности температура резания зависит и от длины контакта поверхности резания и стружки по задней и передней поверхностям инструмента. Чем меньше длина контакта на задней поверхности, тем ниже

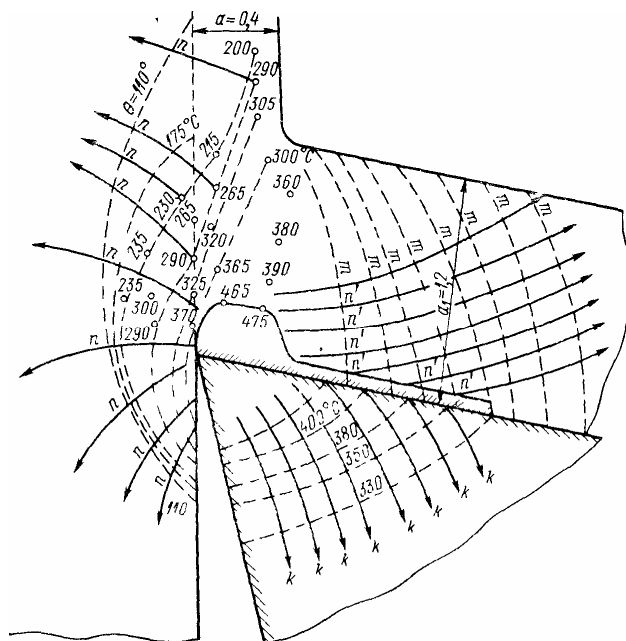


Рис. 1.6. Температурное поле в зоне резания и резца

среднее значение температуры резания и тем ближе к режущей кромке располагается её максимум. С уменьшением длины контакта стружки с передней поверхностью средняя температура также снижается, но максимум температуры удаляется от режущей кромки. При скоростной обработке температура в зоне резания доходит до  $800\text{ }^{\circ}\text{C}$ , а на поверхности трения по передней грани достигает более  $1200\text{ }^{\circ}\text{C}$  [3]. Низкая теплопроводность твердых сплавов и особенно минералокерамики является причиной того, что теплота резания сосредоточивается в передней части резца, прилегающей к его вершине, что способствует её пластической деформации. При этом режущие способности инструмента сохраняются ввиду его значительной красностойкости. Однако очень высокий температурный градиент, свойственный минералокерамическому резцу, способствует тепловому удару, разрушающему режущую кромку инструмента.

При весьма низкой температуре всего изделия и больших скоростях резания тонкий слой его обработанной поверхности может иметь достаточно высокую температуру, способную изменить структуру этого слоя. Поэтому, назначая режим резания, необходимо учитывать последующую чистовую обработку, при которой будет удалён повреждённый слой детали.

Теоретический расчёт температуры резания встречает значительные трудности, так как в расчётных формулах переменные являются взаимозависимыми параметрами. Так, теплоёмкость  $c$  увеличивается, а теплопроводность  $\lambda$  уменьшается с возрастанием температуры. Длина контакта стружки и резца уменьшается с увеличением скорости резания, но заметно растёт по мере износа резца и образования лунки на передней поверхности резца.

Значения постоянных коэффициентов ( $\alpha_0$ ,  $\beta_0$ ,  $\mu_0$ ) также изменяются в зависимости от различных факторов.

Температура резания зависит и от вида процесса резания: при несвободном резании резец нагревается больше, чем при свободном резании. Поэтому для расчёта температуры резания чаще

пользуются эмпирическими формулами, показывающими закономерности изменения температуры резания в зависимости от различных факторов и справедливыми в определённых границах и условиях.

*Влияние конструктивных параметров резца и режимных параметров процесса резания на температуру резания.* Температура резания повышается с увеличением подачи  $s$ , но в меньшей степени, чем при повышении скорости  $v$ .

Ещё меньше влияет на температуру резания глубина резания  $t$ , так как нагрузка на единицу длины режущей кромки не изменяется.

По мере нагрева резца разность температур стружки и резца падает, а поэтому интенсивность передачи теплоты от стружки резцу уменьшается. Следовательно, с увеличением скорости резания  $v$  температура резца значительно поднимается, но в меньшей степени, чем скорость.

При резании хрупких металлов, например чугуна, когда работа пластической деформации весьма мала и удельные силы резания незначительны, температура резания заметно ниже, чем при обработке стали. Давление чугунной стружки сосредотачивается непосредственно на режущей кромке или вблизи нее, но это неблагоприятное обстоятельство влияет больше на абразивно-механический износ режущей кромки, чем на температуру резания.

При обработке цветных металлов температура резания сравнительно низкая из-за малой нагрузки и вследствие их большой теплопроводности. При резании жаропрочных сталей и сплавов, обладающих низкой теплопроводностью, температура резания значительно повышается (в 2–3 раза) по сравнению с конструкционными сталями.

С увеличением площади поперечного сечения резца температура резания уменьшается.

С увеличением угла резания  $\delta$  увеличивается сила резания и повышаются количество образующейся теплоты и температура резания.

С уменьшением угла в плане  $\phi$  несколько увеличивается нагрузка на резец, удлиняется режущая кромка, увеличивается угол при вершине  $\epsilon$  и, как следствие, значительно улучшается теплоотвод, снижающий температуру резания.

Применение смазочно-охлаждающих жидкостей (СОЖ) снижает температуру резания, что вызвано как охлаждающим эффектом, так и уменьшением трения в процессе резания.

**Математическая модель процесса точения.** Силы резания определяются по формулам [1]:

$$R_z = \tau_p a_1 b_1 \left(1 + \frac{1}{B}\right); \quad (1.4)$$

$$R_y = \tau_p a_1 b_1 \left(\frac{1}{B} - 1\right); \quad (1.5)$$

$$F_n = \tau_p a_1 b_1 \left(\frac{\cos \gamma + \sin \gamma}{B} - \cos \gamma + \sin \gamma\right); \quad (1.6)$$

$$N = \tau_p a_1 b_1 \left(\frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{B} + \cos \gamma + \sin \gamma\right); \quad (1.7)$$

$$F_1 = 0,625 \tau_p \rho_1 b \sqrt{\frac{B}{\sin \alpha}}; \quad (1.8)$$

$$N_1 = 0,625 \frac{\tau_p \rho_1 b}{\mu_1} \sqrt{\frac{B}{\sin \alpha}}, \quad (1.9)$$

где  $\tau_p$  – сопротивление обрабатываемого материала пластическому сдвигу, Н/м<sup>2</sup>;

$a_1 = \frac{s}{c'} \sin \arctg \frac{c'}{[1 - a'(1 - \cos \phi)] \operatorname{ctg} \phi + a'(\sin \phi + b')}$  – толщина среза, м;  $b_1 = \frac{c' t}{\sin \arctg \frac{c'}{[1 - a'(1 - \cos \phi)] \operatorname{ctg} \phi + a'(\sin \phi + b')}} -$

ширина среза, м;  $a' = r/t$ ;  $c' = 1 - a'(1 - \sqrt{1 - b'^2})$ ;

$$B = \frac{(\operatorname{Pe} B - 2) \operatorname{erf}(0,5 \sqrt{\operatorname{Pe} B}) + 1,125 \sqrt{\operatorname{Pe} B} \exp(-0,25 \operatorname{Pe} B)}{\sqrt{\operatorname{Pe} B} [\sqrt{\operatorname{Pe}} + 0,325 F D^{0,3} (1 - \sin \gamma)^{0,25}]}$$

$$+ \frac{0,665 \operatorname{erf}(0,5\sqrt{\operatorname{Pe}B})}{\sqrt{\operatorname{Pe}B}} + \frac{0,145 F^{0,8} D^{0,25} \operatorname{erf}^{0,25}(0,5\sqrt{\operatorname{Pe}B})}{\operatorname{Pe}^{0,5} B^{0,2}(1-\sin\gamma)^{0,95}} + \frac{\operatorname{Pe}B(1-\sin\gamma)^{0,4} [\cos\gamma + \sin\gamma - B(\cos\gamma - \sin\gamma)]}{(\cos\gamma + B\sin\gamma) [\operatorname{Pe}(1-\sin\gamma)^{0,4} + 0,225FD^{0,3}]} - 1;$$

$\operatorname{Pe} = \frac{va_1}{a}$  – критерий Пекле, характеризующий степень влияния режимных условий процесса  $va_1$  по

сравнению с влиянием теплофизических свойств обрабатываемого материала  $a$ ;  $F = \frac{\lambda_p}{\lambda} \beta \epsilon$  – критерий,

отражающий влияние геометрии инструмента и отношения теплопроводностей инструментального и обрабатываемого материалов;  $D = a_1 / b_1$  – критерий, характеризующий геометрию сечения среза;

$\operatorname{erf}x = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-x^2} dx$  – интеграл вероятности;  $\mu_1$  – коэффициент трения на задней контактной площадке.

Величину  $B$  можно определить расчётным путем, пользуясь прил. Б. Механические характеристики сталей и сплавов приведены в прил. В.

Для случаев:

– рис. 1.1, б:  $t < r(1 - \cos\varphi)$ ;  $s \leq 2r \sin\varphi_1$ ;

$$a_1 = \frac{s}{c'} \operatorname{sinarctg} \frac{c'}{\sqrt{2a' - 1 + a'b'}}; \quad b_1 = \frac{c't}{\operatorname{sinarctg} \frac{c'}{\sqrt{2a' - 1 + a'b'}}$$

$$b = r \left[ \arccos\left(1 - \frac{1}{a'}\right) + \arccos\sqrt{1 - b'^2} \right];$$

– рис. 1.2, в:

$$a_1 = \frac{s}{d'} \operatorname{sinarctg} \frac{d'}{1 + \operatorname{ctg}\varphi - d'}; \quad b_1 = \frac{d't}{\operatorname{sinarctg} \frac{d'}{1 + \operatorname{ctg}\varphi - d'}}$$

$$b = \frac{t}{\sin\varphi} \left[ 1 + \frac{\sin\varphi}{\sin\varphi_1} (1 - d') \right],$$

где  $d' = 1 - \frac{s}{t \operatorname{ctg}\varphi + \operatorname{ctg}\varphi_1}$ ;

– рис. 1.1, г:

$$a_1 = s \operatorname{sinarctg} \frac{1}{\operatorname{ctg}\varphi + 2,2a'b'}; \quad b_1 = \frac{t}{\operatorname{sinarctg} \frac{1}{\operatorname{ctg}\varphi + 2,2a'b'}}$$

$$b = t \left[ \frac{1}{\sin\varphi} + 2,2a'b' \right].$$

При приближённых расчётах средний коэффициент трения можно приравнять к  $\mu_1$ .

Тогда

$$\mu = \mu_1 = \frac{\cos\gamma + \sin\gamma - B\cos(\cos\gamma - \sin\gamma)}{\cos\gamma - \sin\gamma + B\cos(\cos\gamma + \sin\gamma)}. \quad (1.10)$$

Процессы резания характеризуются наличием трёх основных быстро движущихся по отношению к стружке и детали плоских источников тепла шириной  $b_1$  и длиной  $AB = \frac{a_1}{\sin\beta_1}$ ,  $AC = l$  и  $AD = \Delta$  (рис. 1.7).

Источники  $AC$  и  $AD$  по отношению к резу являются неподвижными.

Величину участка  $AD = \Delta$  определим по формуле:

$$\Delta = 1,25 \sqrt{\frac{B}{\sin\alpha}} \rho_1, \quad (1.11)$$

где  $\rho_1$  – радиус скругления режущей кромки реза.

Длину контакта стружки с инструментом  $AC = l$  вычислим по формуле:

$$l = 1,45 \left( \frac{\cos\gamma + \sin\gamma}{B} - \cos\gamma + \sin\gamma \right) a_1. \quad (1.12)$$

Величины подминаемого слоя металла  $h$  и  $h_\gamma$  определяются следующим образом (рис. 1.8):

$$h = \rho_1 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + B^2}} \right); \quad (1.13)$$

$$h_y = \frac{hB}{\cos \gamma + B \sin \gamma}. \quad (1.14)$$

Максимальную температуру трения на передней поверхности (в точке  $M$ ) найдем как:

$$\theta'_M = 0,9675 \frac{\pi \tau_p \sqrt{Pe}}{c\rho} \sqrt{\frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma}}, \quad (1.15)$$

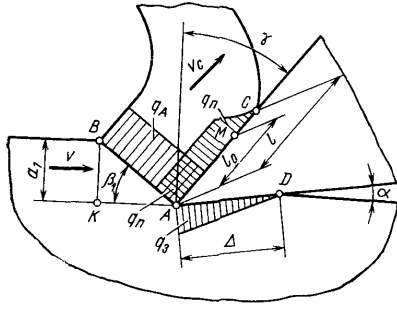


Рис. 1.7. Схема распределения суммарных интенсивностей тепловыделения в плоскости сдвига и на контактных поверхностях инструмента

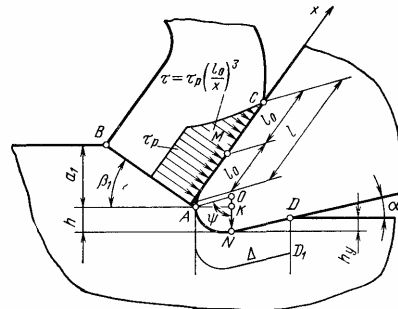


Рис. 1.8. Схема к расчёту контактных площадок на передней и задней поверхностях инструмента

где  $n = \frac{1}{1 + b_0}$ ;  $b_0 = \frac{0,25 FD^{0,3} \sqrt{\cos \gamma + B \sin \gamma}}{\sqrt{Pe} B^{0,3} [\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)^{0,2}]}$ ;  $c$  – теплоёмкость материала заготовки;  $\rho$  – плотность материала заготовки.

Максимальная контактная температура на передней поверхности имеет место в точке  $M$  ( $x = l_0$ ), т.е. в конце зоны пластического контакта, и выражается уравнением

$$\theta_M = \theta_A(1 + \psi_M), \quad (1.16)$$

где  $\theta_A = \frac{\tau_p}{c\rho B} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}$  – максимальная температура пластических деформаций в условной плоскости сдвига (в точке  $A$ , на режущей кромке);  $\psi_M = \frac{0,9675 n B \sqrt{Pe}}{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}} \sqrt{\frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma}}$  – отношение

температур  $\theta'_M / \theta_A$ .

Температура в точке  $C$  – месте отрыва стружки от передней поверхности инструмента (при  $x = 2l_0$ ) определяется по формуле

$$\theta_C = \theta_A(1 + 0,66\psi_M). \quad (1.17)$$

Суммарная контактная температура на передней поверхности равна

$$\theta_n = \theta_A \left( 1 + \psi_M \sqrt{\frac{x}{l_0}} \right), \quad 0 \leq x \leq l_0; \quad (1.18)$$

$$\theta_n = \theta_A \left[ 1 + \psi_M \left( \frac{l_0}{x} \right)^{0,6} \right], \quad x > l_0 \quad (1.19)$$

Максимальная температура трения на задней поверхности инструмента (в точке  $N$ ) (рис. 1.9)

$$\theta'_N = 0,6 \eta_1 \sqrt{PeE} \frac{\tau_p B^{0,25} \cos \alpha}{c\rho \sin^{0,25} \alpha}; \quad (1.20)$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + b_1}, \quad b_1 = \frac{0,25 FD^{0,3} \sin^{0,1} \alpha}{\sqrt{Pe} E^{0,2} B^{0,1}}, \quad E = \rho_1 / a_1.$$

Координата, которой соответствует максимум суммарной контактной температуры на задней поверхности инструмента

$$\left( \frac{x}{\Delta} \right)_m = 0,25 + \sqrt{0,0625 - \frac{0,1 \sin^{0,5} \operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}}{\eta_1 Pe E B^{2,5} \cos \alpha}}. \quad (1.21)$$

Суммарные контактные температуры в точках  $N(x = 0,499\Delta)$  и  $D(x = \Delta)$ :

$$\theta_N = \theta_A \left( 0,5 + \frac{0,36 \sin^{0,25} \alpha}{B^{1,25} \sqrt{PeE}} + \psi_N \right); \quad (1.22)$$

$$\theta_D = \theta_A \left( 0,5 + \frac{0,25 \sin^{0,25} \alpha}{B^{1,25} \sqrt{PeE}} + 0,7 \ln \psi_N \right); \quad (1.23)$$

$$\psi_N = \frac{0,6 \eta_1 B^{1,25} \sqrt{PeE} \cos \alpha}{\sin^{0,25} \alpha \operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}}.$$

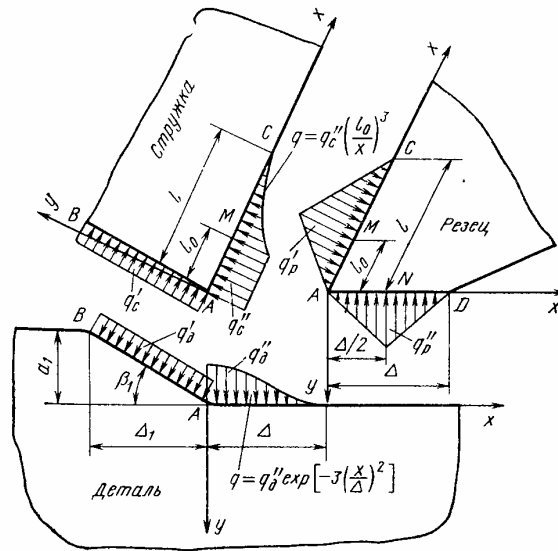


Рис. 1.9. Общая схема для расчёта тепловых явлений при резании

Средняя контактная температура на участке  $AD$ .

$$\bar{\theta}_3 = 0,5 \theta_A \left( 1 + \frac{1}{u} + mu \right), \quad (1.24)$$

$$u = \frac{\sqrt{PeE} B^{1,25}}{\sin^{0,25} \alpha}, \quad m = \frac{1,035 \eta_1 \cos \alpha}{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}}.$$

Для определения тепловых потоков в заготовке воспользуемся схемой, изображённой на рис. 1.9. Теплота  $Q_3$  распределяется между стружкой и резцом:

$$Q_3 = Q_{дз} + Q_{рз}, \quad (1.25)$$

где  $Q_{дз}$  и  $Q_{рз}$  – доли теплоты трения, уходящей соответственно с контактной площадки задней поверхности в деталь и резец, Дж/с.

$$Q_{дз} = 0,625 \eta_1 \tau_p b \rho_1 v \sqrt{\frac{B}{\sin \alpha}} \cos \alpha; \quad (1.26)$$

$$Q_{рз} = 0,625 (1 - \eta_1) \tau_p b \rho_1 v \sqrt{\frac{B}{\sin \alpha}} \cos \alpha; \quad (1.27)$$

$$\eta_1 = \frac{1}{1 + b_1}, \quad b_1 = \frac{0,25 F D^{0,3} \sin^{0,1} \alpha}{\sqrt{Pe} E^{0,2} B^{0,1}}, \quad E = \rho_1 / a_1.$$

Средние удельные тепловые потоки

$$\bar{q}_{дз} = 0,5 \eta_1 \tau_p v \cos \alpha; \quad (1.28)$$

$$\bar{q}_{рз} = 0,5 (1 - \eta_1) \tau_p v \cos \alpha. \quad (1.29)$$

Теплота детали определяется как:

$$Q_d = \tau_p a_1 b_1 v M \left[ \frac{0,665 n_2 \operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}}{\sqrt{PeB}} + \frac{0,625 E n_3 B^{1,5}}{\sin^{0,55} \alpha} \right], \quad (1.30)$$

$$n_2 = \frac{1}{1 + \frac{0,27 FD^{0,3} E^{0,3}}{\sqrt{Pe} \sin^{0,15} \alpha}}, \quad n_3 = \frac{1}{1 + \frac{0,35 FD^{0,3} \sin^{0,1} \alpha}{\sqrt{Pe} E^{0,2}}}.$$

Теплота стружки определяется как:

$$Q_c = \frac{\tau_p a_1 b_1 v}{B} \left[ \psi_c n_1 \operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}} + B n \frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + \sin \gamma} \right]; \quad (1.31)$$

$$\psi_c = 1 - \frac{2}{PeB} + \frac{1,125}{\sqrt{PeB}} \frac{\exp\left(-\frac{PeB}{4}\right)}{\operatorname{erf} \sqrt{\frac{PeB}{4}}};$$

$$n = \frac{1}{1 + \frac{0,325 FD^{0,3} (1 - \sin \gamma)^{0,25}}{\sqrt{Pe}}};$$

$$n_1 = \frac{1}{1 + \frac{0,225 FD^{0,3}}{Pe (1 - \sin \gamma)^{0,4}}}.$$

Теплофизические характеристики сталей и сплавов приведены в прил. Г.

## 1.4.2. ЗЕНКЕРОВАНИЕ

**Физическая модель процесса зенкерования.** На переднюю поверхность инструмента действуют сила трения  $F_n$  и нормальная сила  $N$ . Эти силы определяют силу стружкообразования  $R$  (рис. 1.10) [4]. Силы  $R_z$  и  $R_y$  являются соответственно тангенциальной и радиальной составляющими силы  $R$ . Так как сила сдвига  $R_c$  является проекцией равнодействующей силы  $R$  на условную плоскость сдвига  $AB$ , то угол между силами  $R_z$  и  $R_c$  равен углу наклона условной плоскости сдвига  $\beta_1$ .

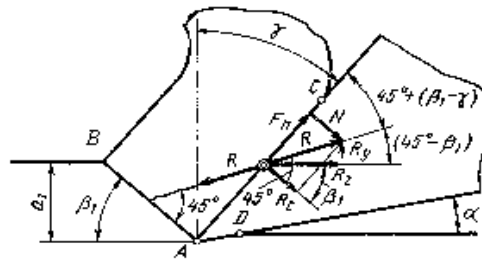


Рис. 1.10. Схема действия сил на передней поверхности инструмента

Сила стружкообразования  $R$  при резании вызывает значительное сжатие и упругопластическое деформирование металла снимаемого припуска с последующим пластическим сдвигом (разрушение) образующихся элементов стружки. Следовательно, можно принять допущение о том, что сила  $R$  всегда должна составлять с условной плоскостью сдвига  $AB$  (с силой  $R_c$ ) угол, равный  $45^\circ$ , с силой  $R_z$  угол  $(45^\circ - \beta_1)$ , а с силой  $F_n$  угол  $45^\circ + (\beta_1 - \gamma)$ .

Осевые силы направлены вдоль оси инструмента. При изготовлении и заточке свёрл, зенкеров и развёрток необходимо строгое расположение всех лезвий и геометрических параметров на их режущей части симметрично относительно оси инструмента. Это обеспечивает действие результирующей осевой силы вдоль их геометрической оси, а также отсутствие радиальных сил, которые вызывают увод инструмента и искривление оси отверстия. Осевая сила  $P_0$  для практически встречающегося диапазона глубин резания  $t$ , подач  $S_0$  и диаметров  $D$  свёрл, зенкеров и развёрток аппроксимируется уравнением

[5]:

$$P_0 = C_p D^{p_p} t^{x_p} S_0^{y_p} HB^{z_p}. \quad (1.32)$$

Результирующий момент вращения  $M_B$  для тех же значений  $t$ ,  $S_0$  и  $D$  у всех рассматриваемых инструментов аппроксимируется уравнением [5]:

$$M_B = C_M D^{p_M} t^{x_M} S_0^{y_M} HB^{z_M}. \quad (1.33)$$

Числовые значения коэффициентов и показателей степени, входящих в уравнения (1.32) и (1.33), для некоторых случаев обработки приведены в табл. 1.2 и 1.3 [5].

### 1.2. Значения коэффициента в уравнениях (1.32, 1.33)

Обрабатываемый материал	Вид обработки	$C_p$	$C_M$
Стали HB 155...265	Сверление	1,5	0,8
	Рассверливание	0,62	1,83
Сталь HB 265... 340	Сверление	1,8	0,96
	Рассверливание	0,74	2,2
Чугуны HB 140...240	Сверление	2,6	1,0
	Рассверливание	0,92	3,6

### 1.3. Значения показателей степеней в уравнениях (1.32) и (1.33)

Обрабатываемый материал	Вид обработки	$p$				$x$			
		$p_p$	$x_p$	$y_p$	$z_p$	$p_M$	$x_M$	$y_M$	$z_M$
Сталь	Сверление	1	0	0,7	0,75	2	0	0,8	0,7
	Рассверливание	0	1,3			1	0,9		
Чугун	Сверление	1	0	0,8	0,6	1,9	0	0,6	
	Рассверливание	0	1,2	0,4		1	0,75		

Инструмент любой формы и сложности состоит из системы простых режущих клиньев, поэтому рассмотрим теплообмен в зоне резания при работе простым режущим клином (рис. 1.11, а) [4].





Таким образом, тепловой режим изделия можно изучить, рассматривая влияние лишь трёх источников со стороны зоны резания:  $Q_{\text{дн}}$  – часть теплоты деформации, уходящей в изделие;  $Q_{\text{тз}}$  – часть теплоты, возникающей в результате трения между изделием и инструментом;  $Q_3$  – часть итогового потока, возникающего в результате теплообмена на площадке контакта поверхности резания с задней поверхностью инструмента.

Рассматривая баланс теплоты в стружке, получаем:

$$Q_c = Q_{\text{дс}} + Q_{\text{тп}} - Q_{\text{п}}. \quad (1.39)$$

Итоговый поток, возникающий между соприкасающимися телами на площадке контакта стружки с передней поверхностью инструмента:

$$Q_{\text{п}} = Q_{\text{тп}}'' + Q_{\text{тп}}''' + Q_{\text{дс}}'' + Q_{\text{дс}}''' + Q_{\text{дс}}'' - Q_{\text{дн}} - Q_{\text{тз}}. \quad (1.40)$$

Температурное поле в стружке можно представить как результат наложения полей, возникающих от двух источников теплоты  $Q_{\text{дс}}$  и  $Q_{\text{тп}}$  и одного стока  $Q_{\text{п}}$ .

Температурное поле в инструменте можно описать, пользуясь выражением:

$$Q_{\text{п}} = Q_{\text{п}} + Q_3. \quad (1.41)$$

На рис. 1.11, б дана схема, в которой учтено приведение отдельных потоков теплоты к итоговым потокам  $Q_3$  и  $Q_{\text{п}}$ . На этой схеме потоки  $Q_3$  и  $Q_{\text{п}}$  относятся не только к инструменту, но и к изделию и стружке.

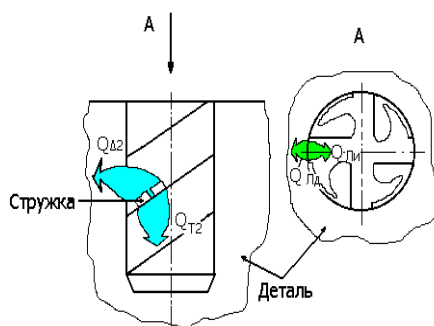
Каждый резец зенкера включается в процесс обработки изделия после того, как впереди него на большем или меньшем расстоянии, зависящем от принятого шага между зубьями, прошли другие зубья, внося в изделие некоторые порции теплоты. Для зенкеров распределение интенсивности теплообразующих потоков может меняться во времени или вдоль режущей кромки вследствие неодинаковой скорости резания и геометрии инструмента в различных точках кромки.

Таким образом, на температуру последующих зубьев оказывает влияние нагрев первым зубом обрабатываемой поверхности детали. Подогрев слоёв металла впереди идущими зубьями быстро стабилизируется. Оказывают влияние лишь две-три кромки, режущие материал впереди данного зуба.

Влияние  $Q_{\text{тз}(з)} = Q_{\text{тз}(з)}'' + Q_{\text{тз}(з)}'$  ничтожно и поэтому при работе острым инструментом оно может не учитываться.

Помимо перечисленных тепловых потоков, существуют три тепловых потока (рис. 1.12), оказывающих существенное влияние на температуру стружки, инструмента и детали:

- а) поток  $Q_{\text{л}}$  (к ленточкам, т.е. к контактными площадкам между периферийными участками зенкера и стенками изделия);
- б) поток  $Q_{\text{лн}}$  (через ленточки в тело инструмента);
- в) поток  $Q_2$  (в тело инструмента за пределами зоны резания (вторичный теплообмен зенкера со стружкой));
- г) поток  $Q_{\text{лд}}$  (в деталь, вследствие трения стружки, при движении по стружечным канавкам, об обработанную поверхность детали).



**Рис. 1.12. Движение потоков тепла в стружечной канавке и на ленточке**

Существенную роль играет теплообмен  $Q_{\text{л}}$  между ленточками зенкера и стенками обработанного отверстия. Температуры точек, расположенных на периферии осевого инструмента, ниже, чем у точек по диаметру  $(0,7 \dots 0,9)D$  из-за теплоотвода через ленточки.

**Математическая модель процесса зенкерования.** Сила сдвига  $R_c$  определяется по формуле [4]:

$$R_c = \frac{\tau_p a_1 b_1}{\sin \beta_1}, \quad (1.42)$$

где  $\tau_p$  – сопротивление обрабатываемого материала пластическому сдвигу, Н/м<sup>2</sup>.

Так как  $R = \sqrt{2} R_c$ , то сила стружкообразования

$$R = \frac{\sqrt{2} \tau_p a_1 b_1}{\sin \beta_1}. \quad (1.43)$$

Тангенциальная и радиальная составляющие силы стружкообразования соответственно

$$R_z = R \cos(45 - \beta_1) = \frac{R}{\sqrt{2}(\cos \beta_1 + \sin \beta_1)}; \quad (1.44)$$

$$R_y = R \sin(45 - \beta_1) = \frac{R}{\sqrt{2}(\cos \beta_1 - \sin \beta_1)}. \quad (1.45)$$

С учётом формулы (1.42)

$$R_z = \tau_p a_1 b_1 \left( \frac{1}{B} + 1 \right); \quad (1.46)$$

$$R_y = \tau_p a_1 b_1 \left( \frac{1}{B} - 1 \right), \quad (1.47)$$

где  $B = \operatorname{tg} \beta_1$  – величина, характеризующая степень пластических деформаций металла снимаемого припуска и поверхностного слоя обрабатываемой детали.

После ряда тригонометрических преобразований с учётом формулы (1.42)

$$F_n = \tau_p a_1 b_1 \left( \frac{\cos \gamma + \sin \gamma}{B} - \cos \gamma + \sin \gamma \right); \quad (1.48)$$

$$N = \tau_p a_1 b_1 \left( \frac{\cos \gamma - \sin \gamma}{B} + \cos \gamma + \sin \gamma \right). \quad (1.49)$$

На передней поверхности инструмента на длине  $AC = l$  всегда имеются две зоны: зона пластического контакта длиной  $AM = l_0$  и зона упругого контакта  $MC = l_0$ , причем  $l_0 = 0,5l$  (рис. 1.13).

В зоне пластического контакта касательные напряжения одинаковы и равны  $\tau_p$ , а в зоне упругого контакта являются убывающими по закону 3-й степени [4].

$$\tau = \tau_p \left( \frac{l_0}{x} \right)^3, \quad (1.50)$$

где  $x = l_0$  – переменная координата на передней поверхности, отсчитываемая от точки  $A$ .

Среднее касательное напряжение на участке  $MC = l - l_0$

$$\tau_{MC} = 0,375 \tau_p. \quad (1.51)$$

На всей длине контакта  $l$

$$\tau_{AC} = \frac{\tau_p l_0 + 0,375 \tau_p l_0}{l} = 0,6875 \tau_p. \quad (1.52)$$

Суммарная сила пластического и внешнего трения стружки о переднюю поверхность инструмента определяется по формуле:

$$F_n = 0,6875 \tau_p b_1 l. \quad (1.53)$$

Распределение касательных напряжений на задней контактной площадке инструмента (рис. 1.14) может быть описано выражением:

$$\tau = \tau_p \exp \left( -3 \left( \frac{x}{l_0} \right)^2 \right). \quad (1.54)$$

Интегрирование функции (1.54) даёт среднее касательное напряжение:

$$\tau' = 0,505 \tau_p. \quad (1.55)$$

Если на участке  $AD = l_3$  принять распределение касательных напряжений по треугольнику с максимумом в точке  $A$ , то:

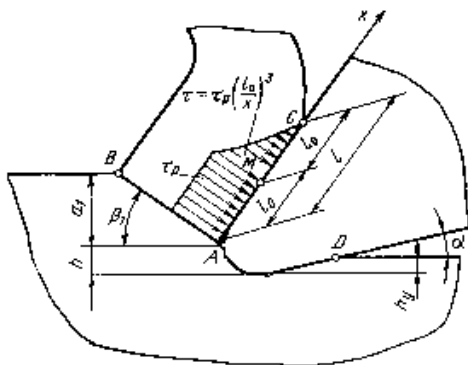
$$\tau = \tau_p \left(1 - \frac{x}{l_3}\right). \quad (1.56)$$

Так как средние касательные напряжения в рассмотренных случаях практически одинаковы, то принимаем упрощённый вариант их распределения в соответствии с функцией (1.56).

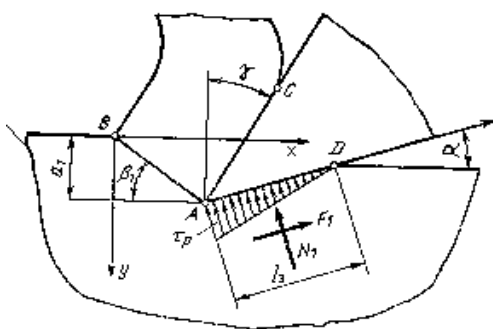
Сила трения определяется следующим образом:

$$F_3 = \tau' b l_3 = 0,505 \tau_p b l_3, \quad (1.57)$$

где  $b$  – ширина площадки контакта.



**Рис. 1.13. Схема к расчёту контактных площадок на передней поверхности инструмента**



**Рис. 1.14. Схема действия сил на задней поверхности инструмента**

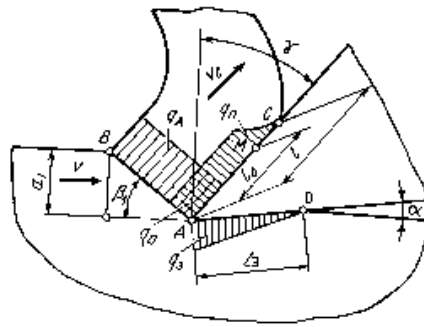
Для нормальной силы  $N_3$  формула имеет вид:

$$N_3 = \frac{F_3}{\mu_3} = 0,505 \frac{\tau_p}{\mu_3} b l_3, \quad (1.58)$$

где  $\mu_3$  – коэффициент трения на задней контактной площадке инструмента.

Процессы резания характеризуются наличием трёх основных быстродвижущихся по отношению к стружке и детали плоских источников тепла шириной  $b_1$  и длиной  $AB = \frac{a_1}{\sin \beta_1}$ ,  $AC = l$  и  $AD = l_3$  (рис.

1.15). Источники  $AC$  и  $AD$  по отношению к инструменту являются неподвижными.



**Рис. 1.15. Схема распределения суммарных интенсивностей тепловыделения в плоскости сдвига и на контактных поверхностях инструмента**

При анализе тепловых явлений при резании характер изменений интенсивностей тепловыделения на участках  $AB$ ,  $AC$  и  $AD$  можно принимать аналогичным характеру изменения касательных напряжений  $\tau$  на этих участках, так как последние определяют величину силы и работы трения.

Максимальная интенсивность тепловыделения на передней поверхности инструмента

$$q_n = \frac{\tau_p v}{k_a} = \frac{\tau_p v B}{\cos \gamma + B \sin \gamma} \quad (1.59)$$

Максимальная интенсивность тепловыделения на задней поверхности инструмента:

$$q_3 = \tau_p v \cos \alpha \quad (1.60)$$

Интенсивность тепловыделения в условной плоскости сдвига  $AB$

$$q_A = \tau_p v \cos \beta_1 \quad (1.61)$$

Общая схема для расчёта тепловых явлений при резании [4] представлена на рис. 1.16.

Механическая энергия на передней поверхности инструмента:

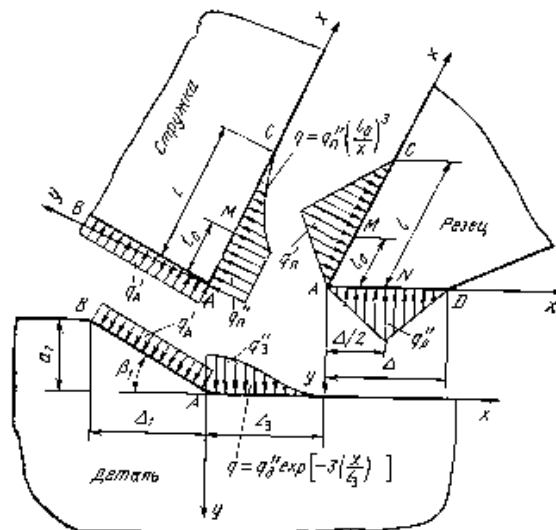
$$L_n = F_n v_c = \frac{F_n v}{k} = \frac{F_n v B}{\cos \gamma + B \sin \gamma} \quad (1.62)$$

или

$$L_n = \tau_p a_1 h v \frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma} \quad (1.63)$$

Если  $L_n = Q_n$  [1], то количество тепла, выделившееся в зоне контакта передней поверхности и стружки будет равно:

$$Q_n = \tau_p a_1 h v \frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma} \quad (1.64)$$



**Рис. 1.16. Общая схема для расчёта тепловых явлений при резании**

Теплота  $Q_n$  распределяется между стружкой и инструментом:

$$Q_n = Q_{с.п.} + Q_{и.п.} \quad (1.65)$$

Для определения  $Q_{с.п.}$  и  $Q_{и.п.}$  введём коэффициент  $\Delta$ , обозначающий отношение количества тепла, оставшегося в стружке к общему количеству тепла, выделившемуся на передней поверхности, тогда

$$Q_{с.п.} = \Delta \tau_p a_1 b_1 v \frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma}; \quad (1.66)$$

$$Q_{и.п.} = (1 - \Delta) \tau_p a_1 b_1 v \frac{\cos \gamma + \sin \gamma - B(\cos \gamma - \sin \gamma)}{\cos \gamma + B \sin \gamma}. \quad (1.67)$$

Формулы (1.66) и (1.67) учитывают лишь теплоту трения, выделяющуюся на контактной площадке  $b_1 l$ , и не учитывают теплоту, выделяющуюся в условной плоскости сдвига  $AB$ .

Механическая энергия на задней поверхности инструмента

$$L_3 = F_3 v \cos \alpha \quad (1.68)$$

или

$$L_3 = 0,505 \tau_p b l_3 v \cos \alpha. \quad (1.69)$$

Аналогично, как и для передней поверхности, теплота, выделяемая на задней поверхности инструмента, равна:

$$Q_3 = 0,505 \tau_p b l_3 v \cos \alpha. \quad (1.70)$$

Теплота трения  $Q_3$  распределяется между деталью и инструментом:

$$Q_3 = Q_{д.з.} + Q_{и.з.}, \quad (1.71)$$

где  $Q_{д.з.}$  и  $Q_{и.з.}$  – доли теплоты трения, уходящей соответственно с контактной площадки задней поверхности в деталь и инструмент.

Для определения  $Q_{д.з.}$  и  $Q_{и.з.}$  введём коэффициент  $\Delta_1$ , обозначающий количество теплоты, оставшееся в детали, к общему количеству теплоты, выделившемуся в результате трения задней поверхности инструмента о деталь, тогда

$$Q_3 = 0,505 \Delta_1 \tau_p b l_3 v \cos \alpha, \quad (1.72)$$

$$Q_3 = 0,505 (1 - \Delta_1) \tau_p b l_3 v \cos \alpha. \quad (1.73)$$

Формулы (1.72) и (1.73) учитывают лишь теплоту трения, выделяющуюся на контактной площадке  $b l_3$ , и не учитывают теплоту, выделяющуюся в условной плоскости сдвига  $AB$ .

Общая выделяющаяся теплота в условной плоскости сдвига выражается уравнением:

$$Q_{AB} = Q_{CD} + Q_{DD}, \quad (1.74)$$

где  $Q_{CD}$  – доля теплоты деформации, уходящей в стружку;  $Q_{DD}$  – доля теплоты деформации, уходящей в деталь.

$$Q_{CD} = 0,375 \frac{Pe^{0,3} \tau_p a_1 b_1 v}{B^{0,7}}; \quad (1.75)$$

$$Q_{DD} = 1,6 \frac{\tau_p a_1 b_1 v}{B^{1,9} Pe^{0,9}}, \quad (1.76)$$

где  $Pe = \frac{v a_1}{a}$  – критерий Пекле, характеризующий степень влияния режимных условий процесса  $v a_1$  по сравнению с влиянием теплофизических свойств обрабатываемого материала  $a$ ;  $a$  – коэффициент температуропроводности обрабатываемого материала,  $m^2/s$ .

Одним из важных факторов, определяющих термический режим инструмента, является вторичный теплообмен последнего со стружкой (теплообмен за пределами зоны резания). Этот теплообмен тем больше, чем более плотной массой движется стружка по канавкам инструмента, чем больше теплоты она несёт с собой, чем меньше проходное сечение канавок, чем хуже поступает в зону резания СОЖ. Следует также учитывать, что во время движения стружки по канавкам инструмента она прижимается к стенкам обрабатываемого отверстия, тем самым вызывая нагрев детали (рис. 1.17).

Сила, действующая на поверхность стружечной канавки (рис. 1.18), определяется по формуле:

$$F_k = G \frac{\cos \mu \operatorname{tg} \varphi_k}{\sin \omega - \cos \omega \operatorname{tg} \varphi_k}, \quad (1.77)$$

где  $G$  – вес частицы стружки;  $\omega$  – угол наклона стружечной канавки;  $\operatorname{tg} \varphi_k = \varphi_k$ .

Сила, действующая на стенку отверстия, равна:

$$F_c = [Rm(\omega_0 - \psi)^2 + G \sin \mu \cos \phi] f_c, \quad (1.78)$$

где  $R$  – радиус инструмента;  $m$  – угол подъёма траектории движения стружки;  $\omega_0$  – критическая угловая скорость инструмента;  $\text{tg} \phi_c = \phi_c$ ;  $\psi$  – угловая скорость элементарной частицы стружки,

$$\psi = \omega_0 - \sqrt{\frac{q}{R} \left[ \frac{\cos \mu}{\text{tg} \phi_c} (\text{ctg} \omega + \text{tg} \phi_k (1 + \text{ctg}^2 \omega)) - \sin \mu \right]}. \quad (1.79)$$

Из рис. 1.18 видно, что скорость  $V_r$  раскладывается на две составляющие:  $V_c$  – скорости скольжения стружки и  $V'_z$  – осевой скорости вдоль оси  $Z$ :

$$V_r = \sqrt{V_z'^2 + V_c^2}, \quad (1.80)$$

где  $S_m$  – минутная подача инструмента;

$$V_z' = R\psi \text{ctg} \omega - S_m, \quad (1.81)$$

$$V_c = R\psi. \quad (1.82)$$

Выражение (1.80) можно трансформировать в уравнение вида:

$$V_r = \sqrt{V_z'^2 + \left( \frac{V_z' + S_m}{\text{ctg} \omega} \right)^2}. \quad (1.83)$$

После подстановки выражения (1.81) в (1.83) получим:

$$V_r = \sqrt{R^2 \psi^2 (1 + \text{ctg}^2 \omega) - S_m (2R\psi \text{ctg}^2 \omega + S_m)}. \quad (1.84)$$

Тогда количество тепла, выделившееся в результате контакта стружки со стружечной канавкой, будет равно:

$$V_r = \frac{G f_k \cos \mu}{\sin \omega - f_k \cos \omega} \sqrt{R^2 \psi^2 (1 + \text{ctg}^2 \omega) - S_m (2R\psi \text{ctg}^2 \omega + S_m)}. \quad (1.85)$$

Теплота трения  $Q_{T2}$  распределится между стружкой и инструментом:

$$Q_{T2} = Q_{c.T2} + Q_{и.T2}, \quad (1.86)$$

где  $Q_{c.T2}$  и  $Q_{и.T2}$  – доли теплоты трения, уходящей соответственно в стружку и инструмент.

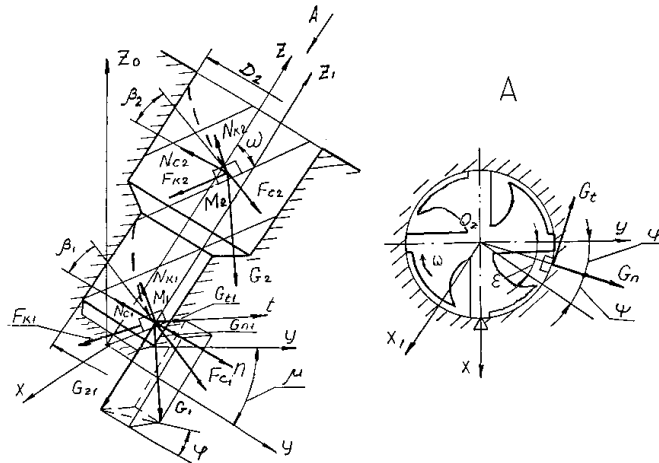


Рис. 1.17. Силы, движущие стружку, при вращении зенкера

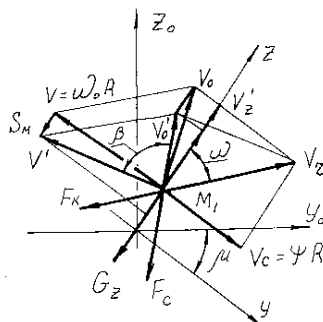


Рис. 1.18. План скоростей движения стружки

Для определения  $Q_{с.Т2}$  и  $Q_{и.Т2}$  введём коэффициент  $\Delta_2$ , обозначающий отношение количества тепла, оставшегося в стружке, к общему количеству тепла, выделившемуся в результате трения, тогда

$$Q_{с.Т2} = \frac{\Delta_2 G f_k \cos \mu}{\sin \omega - f_k \cos \omega} \sqrt{R^2 \psi^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \omega) - S_m (2R\psi \operatorname{ctg}^2 \omega + S_m)} ; \quad (1.87)$$

$$Q_{и.Т2} = \frac{(1 - \Delta_2) G f_k \cos \mu}{\sin \omega - f_k \cos \omega} \sqrt{R^2 \psi^2 (1 + \operatorname{ctg}^2 \omega) - S_m (2R\psi \operatorname{ctg}^2 \omega + S_m)} . \quad (1.88)$$

Количество тепла, выделившееся в результате соприкосновения стружки и стенок обработанного отверстия согласно рис. 1.18 и выражению (1.78), будет равно:

$$Q_{Д2} = [Rn(\omega_0 - \psi)^2 + G \sin \mu \cos \phi] f_c \sqrt{\omega_0^2 R^2 + S_m^2} \cos \beta , \quad (1.89)$$

где  $\beta = \arccos \frac{\omega_0 - \psi}{\sqrt{(\omega_0 - \psi)^2 + \left(\frac{\psi}{\operatorname{tg} \omega} - \frac{S_m}{R}\right)^2}}$ .

Теплота  $Q_{Д2}$  распределится между стружкой и деталью

$$Q_{Д2} = Q_{с.Д2} + Q_{л.Д2} . \quad (1.90)$$

Для определения  $Q_{с.Д2}$  и  $Q_{л.Д2}$  введём коэффициент  $\Delta_3$ , обозначающий количество тепла, оставшееся в стружке, к общему количеству тепла, выделившемуся в этой зоне.

$$Q_{с.Д2} = \Delta_3 [Rn(\omega_0 - \psi)^2 + G \sin \mu \cos \phi] f_c \sqrt{\omega_0^2 R^2 + S_m^2} \cos \beta , \quad (1.91)$$

$$Q_{л.Д2} = (1 - \Delta_3) [Rn(\omega_0 - \psi)^2 + G \sin \mu \cos \phi] f_c \sqrt{\omega_0^2 R^2 + S_m^2} \cos \beta . \quad (1.92)$$

Распределение касательных напряжений на ленточках инструмента может быть описано следующим выражением:

$$\tau = \tau_p \exp\left(1 - 3 \frac{x}{l_n}\right) , \quad (1.93)$$

где  $l_n$  – длина ленточки.

Если на участке  $AB = l_n$  принять распределение касательных напряжений по треугольнику с максимумом в точке  $A$ , то:

$$\tau = \tau_p \left(1 - \frac{x}{l_n}\right) . \quad (1.94)$$

Так как средние касательные напряжения в рассмотренных случаях практически одинаковы, то принимаем упрощённый вариант их распределения в соответствии с функцией (1.94).

Сила трения определяется следующим образом (рис. 1.19):

$$F_n = 0,505 \tau_p b_n l_n , \quad (1.95)$$

где  $b_n$  – ширина ленточки;  $l_n$  – длина участка ленточки, соприкасающегося с деталью.

Максимальная интенсивность тепловыделения на ленточке инструмента равна:

$$q_n = \tau_p \sqrt{\omega^2 R^2 + S_m^2} . \quad (1.96)$$

Количество тепла, выделившееся в результате контакта изделия и ленточки инструмента:

$$Q_n = 0,505 \tau_p b_n l_n \sqrt{\omega^2 R^2 + S_m^2} . \quad (1.97)$$

Теплота трения  $Q_n$  распределяется между изделием  $Q_{л.д}$  и инструментом  $Q_{л.и}$  и зависит от ширины ленточки. Причём, в определённый момент времени образование тепла за счёт трения превалирует над отводом тепла, и температура резко повышается.

Для определения  $Q_{л.д}$  и  $Q_{л.и}$  введём коэффициент  $\Delta_4$ , обозначающий отношение количества тепла, оставшегося в детали, к общему количеству тепла, выделившемуся в результате трения ленточек о стенки отверстия.

$$Q_{л.д} = 0,505 \Delta_4 \tau_p b_n l_n \sqrt{\omega^2 R^2 + S_m^2} , \quad (1.98)$$

$$Q_{л.и} = 0,505 (1 - \Delta_4) \tau_p b_n l_n \sqrt{\omega^2 R^2 + S_m^2} . \quad (1.99)$$



Расчётные значения температуры на передней поверхности сверла приведены на рис. 1.20. Видно, что изменение ширины ленточки приводит к соответствующим изменениям температуры. Первоначальное увеличение ширины вызывает некоторое повышение температуры, что связано с преобладающим воздействием трения. В определённом интервале увеличение ширины приводит к снижению температуры, что объясняется улучшением отвода тепла от инструмента к изделию, когда вследствие сравнительно небольшой нагрузки на ленточки тепловые потоки меняют своё направление, а увеличение поверхности контакта облегчает теплообмен.

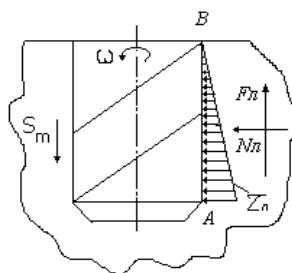


Рис. 1.19. Схема действия сил на ленточке инструмента

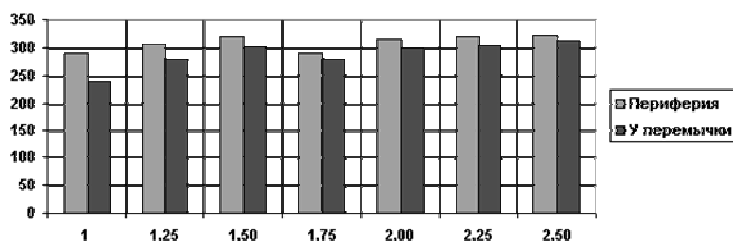


Рис. 1.20. Влияние ширины ленточки на температуру в различных точках передней поверхности сверла ( $d = 32$  мм,  $S = 0,11$  мм/об,  $v = 20$  м/мин, сталь 45)

В дальнейшем образование тепла за счёт трения превалирует над отводом тепла, и температура резко повышается.

С увеличением подачи и, в особенности, скорости резания влияние ленточек на температуру в соответствующем интервале сказывается сильнее, так как с повышением интенсивности резания возрастает разность температур на контактных поверхностях инструмента и изделия. Это приводит к увеличению теплоотвода через ленточку.

В определённых условиях обработки некоторое увеличение ширины ленточек приводит к повышению стойкости инструмента. Эта тенденция усиливается с уменьшением нагрузки на ленточки, а также при благоприятных условиях охлаждения, что имеет место при обработке менее пластичных материалов.

При определении коэффициентов  $\Delta_2$ ,  $\Delta_3$  следует учитывать, что стружка имеет менее плотную структуру, чем материал детали или инструмента, поэтому используют коэффициент заполнения стружечной канавки, величина которого колеблется в пределах от 2,5 до 5 [4].

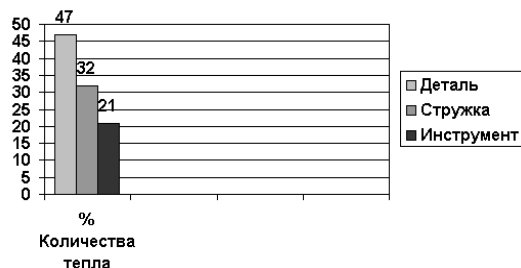
В табл. 1.4 приведена зависимость коэффициентов  $\Delta$  от материала инструмента при обработке углеродистой стали.

#### 1.4. Зависимость коэффициентов $\Delta$ от материала инструмента при обработке углеродистой стали

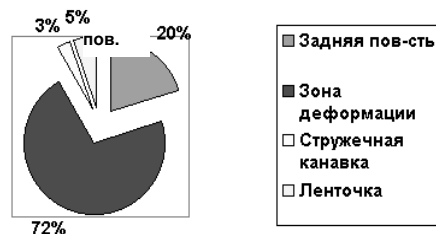
Коэффициент	$\Delta$	$\Delta_1$	$\Delta_2$	$\Delta_3$	$\Delta_4$
Материал	Сталь 45				
P6M5	0,56	0,14	0,125	0,56	
BK8	0,75	0,19			
T15K6	0,97	0,2425			

Обработка конструкционной стали зенкером из стали P6M5 со следующими параметрами:  $\alpha = 10^\circ$ ,  $\gamma = 8^\circ$ ,  $\phi = 45^\circ$ ,  $\omega = 20^\circ$ ,  $d = 30$  мм,  $S = 0,8$  мм/об,

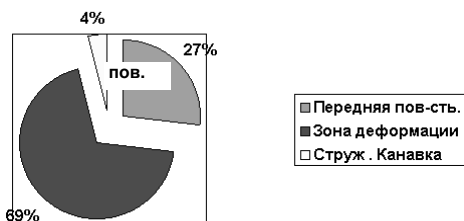
$t = 2$  мм,  $b_d = 1,2$  мм,  $Re = 4,2$ ,  $B = 0,562$ ,  $f_k = 0,12$ ,  $f_c = 0,6$ ,  $\tau_p = 485 \cdot 10^6$  Н/м<sup>2</sup> выявила следующее: 1) наибольшее количество тепла отводится в деталь (рис. 1.21) от поверхностей контакта с инструментом и стружкой, так как обработанная поверхность продолжает находиться в непосредственном контакте с инструментом и стружкой; 2) в деталь наибольшее количество теплоты поступает также из зоны деформации и в результате трения по задней поверхности инструмента; 3) наибольшее количество теплоты в стружку поступает в зоне деформации и на передней поверхности (рис. 1.22); 4) увеличение скорости резания, подачи и глубины резания существенно повышает количество теплоты, уносимое стружкой (рис. 1.23); 5) в инструмент на всех стадиях поступает практически одинаковое количество теплоты (рис. 1.24).



**Рис. 1.21. Процентное соотношение количества тепла, поступившего в стружку, инструмент и деталь**



**Рис. 1.22. Количество тепла (%), поступившее в деталь на разных стадиях обработки**



**Рис. 1.23. Количество тепла (%), поступившее в стружку на разных стадиях процесса обработки**



**Рис. 1.24. Количество тепла (%), поступившее в инструмент на разных стадиях обработки**

По мере затупления инструмента количество тепла на задней поверхности и ленточке увеличится, что может привести к нагреву детали и инструмента, что нежелательно.

Количество теплоты, уходящее из зоны резания в деталь, также возрастает с увеличением  $\tau_p$ , подачи, глубины резания и скорости, но влияние скорости резания меньше, так как критерий Пекле входит в знаменатель. Количество тепла, выделившееся на задней поверхности и ленточке по мере износа последних, значительно увеличивается.

Вопрос о количестве тепла, выделившемся в результате обработки зенкером, остаётся малоизученным. Исследования, посвящённые этой теме, в настоящее время практически отсутствуют.

Оптимальные значения геометрических параметров, установленные на основе обобщения результатов экспериментальных исследований и передового производственного опыта, приведены в табл. 1.5 [4].

### 1.5. Оптимальные значения геометрических параметров свёрл, зенкеров и развёрток

Инструменты	Обрабатываемый материал	Угол наклона винтового зуба, град	Главный угол в плане, град	Задний зачачиваемый угол, град	Передний угол, град
Сверла	Стали	30	58	8...12*	–
	Чугуны	35	45		
	Легкие сплавы	45	70		
Зенкеры		30	45	10	
Развёртки	Углеродистые стали	0	15	10...12	0
	Нержавеющие стали		10		
	Медные сплавы		7		
	Чугуны		5		

\* Угол берется по наружному диаметру сверла.

### 1.4.3. ФРЕЗЕРОВАНИЕ

Фрезерованием обрабатываются плоские или фасонные линейчатые поверхности. Фрезерование ведётся многолезвийными инструментами – цилиндрическими и торцовыми фрезами. В связи с этим различают цилиндрическое или торцовое фрезерование. Главное движение придаётся фрезе, движение подачи обычно придаётся обрабатываемой детали, но может придаваться и инструменту – фрезе. Чаще всего оно является поступательным, но может быть вращательным или сложным.

**Физическая модель процесса фрезерования.** Фрезерование может производиться двумя способами: против подачи и по подаче [2]. Первое фрезерование называется встречным, а второе – попутным. Каждый из этих способов имеет свои преимущества и недостатки.

*Встречное фрезерование* является основным. *Попутное фрезерование* проводят при обработке заготовок без корки и материалов, склонных к сильному обработочному упрочнению, так как при фрезеровании против подачи зуб фрезы, врезаясь в материал, довольно значительный путь проходит по сильно наклёпанному слою. Износ фрез в этом случае протекает излишне интенсивно.

При работе торцовыми или концевыми фрезами различают *симметричное* и *несимметричное резание*. При *симметричном резании* ось фрезы совпадает с плоскостью симметрии обрабатываемой поверхности, а при *несимметричном* – не совпадает.

*Отличительной особенностью фрезерования* является периодичность смены рабочих и холостых циклов каждого из зубьев фрезы. За время рабочего цикла затрачивается энергия, пропорциональная толщине  $a$  срезаемого слоя и силе трения между поверхностями лезвия, сходящей стружкой и поверхностью резания. Примерно 95 % затраченной энергии превращается в теплоту, которая нагревает срезаемую стружку, обрабатываемую заготовку вблизи зоны резания, лезвие инструмента и частично отводится в окружающую среду. Наиболее высокое значение температуры наблюдается на поверхности лезвия.

В связи с периодической сменой рабочего и холостого циклов развитие тепловых явлений при фрезеровании имеет несколько другой характер, чем при точении, сверлении, зенкерении и развёртывании. За время рабочего цикла лезвие каждого зуба фрезы успевает нагреться до температуры около 400 °С, что примерно в два раза ниже, чем на резцах и свёрлах. За время последующего холостого цикла лезвие зуба фрезы охлаждается, а накопленная за рабочий цикл теплота отводится в

окружающую среду и в глубь массы фрезы. Даже с учётом роста температуры в период рабочего цикла значение температуры недостаточно велико, чтобы существенно повысить интенсивность изнашивания фрез [5].

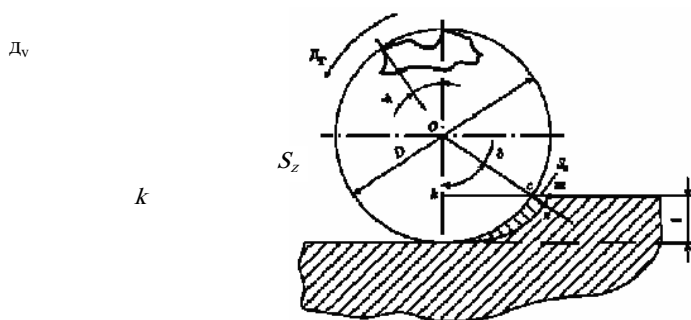
Существенную роль в условиях циклического температурного нагружения лезвий зубьев фрезы играет среда, в которой происходит их перемещение во время холостого цикла. При фрезеровании всухую колебания температуры лезвий во время рабочих и холостых циклов незначительны, так как воздушная среда слабо способствует отводу теплоты. Полив фрезы СОЖ позволяет более интенсивно охлаждать лезвия фрез. Эффективность использования СОЖ определяется видом обрабатываемого и инструментального материалов.

При обработке чугунов и других хрупких материалов, когда образующаяся стружка мало трётся о переднюю поверхность инструмента, нагрев режущих лезвий незначителен и использование СОЖ не требуется.

Обработка стальных заготовок фрезами, зубья которых оснащены твердосплавными пластинками, также ведётся всухую. Это объясняется тем, что при применении охлаждения твердосплавные пластинки, нагретые за время рабочего цикла до высоких температур, в начале холостого цикла попадают под воздействие струи СОЖ. Вследствие резкого охлаждения поверхностных слоёв пластинки в ней возникают большие внутренние напряжения. Эти периодически возникающие напряжения часто приводят к растрескиванию пластин и выкрашиванию лезвий.

Обработка стальных заготовок быстрорежущими фрезами обычно ведётся с поливом фрезы, стружки и заготовки в зоне резания струёй СОЖ. Быстрорежущие стали благодаря своим физико-механическим свойствам менее чувствительны к температурным циклическим нагрузкам, чем твёрдые сплавы. СОЖ, омывая фрезу, способствует отводу теплоты и снижению интенсивности изнашивания лезвий.

**Расчет сил резания при фрезеровании.** Плавность работы фрезы зависит от глубины резания, диаметра фрезы и числа зубьев. Она определяется величиной угла  $\delta$  контакта фрезы с обрабатываемой заготовкой (центральный угол, соответствующий длине дуги соприкосновения фрезы с обрабатываемой заготовкой) (рис. 1.25):  $\cos \delta = 1 - \frac{2t}{D}$  [2].



**Рис. 1.25. Угол контакта фрезы**

Для обеспечения плавности работы фрезы число одновременно работающих зубьев должно быть не менее двух:  $Z_{pz} = \frac{\delta Z}{360^\circ}$ . Толщина среза при фрезеровании переменная, её величина зависит от подачи на зуб  $S_z$  и угла контакта фрезы  $\delta$ :  $a = S_z \sin \delta$ .

При расчёте режима резания глубина резания  $t$  назначается максимально возможной по условиям жёсткости технологической системы, ширина фрезерования  $B$  определяется размерами обрабатываемой поверхности. Подача на зуб  $S_z$  выбирается по таблицам справочников в зависимости от вида и размеров применяемого инструмента, мощности станка и свойств обрабатываемого материала.

В условиях равномерного фрезерования сила резания  $P_n$ , нормальная к винтовому лезвию зуба, равна [5]:

$$P_z = \frac{2\pi k_p \sigma_b S_z t k}{Z \sin \delta} \quad (1.100)$$

Учитывая угол наклона винтового зуба, окружная составляющая силы резания

$$P_{\text{окр}} = P_z \cos \delta, \quad (1.101)$$

а осевая составляющая, действующая вдоль оси вращения фрезы:

$$P_{\text{ос}} = P_z \sin \delta. \quad (1.102)$$

Обобщённые результаты экспериментальных исследований окружной (главной) составляющей силы  $P_{\text{окр}}$  различными видами фрез выражаются уравнением [5]:

$$P_{\text{окр}} = C_p t^x s_z^y Z_{\text{пз}} B D^n, \quad (1.103)$$

где  $t$  – глубина фрезерования;  $s_z$  – подача на зуб;  $B$  – ширина фрезерования;  $D$  – диаметр фрезы.

Значения коэффициентов  $C_p$ , а также показатели степени для некоторых видов фрез и обрабатываемых материалов приведены в табл. 1.6 [5].

Значения скорости резания и переднего угла зубьев фрезы учитывают, умножая число, полученное по уравнению (1.103), на поправочные коэффициенты  $k_v$  и  $k_\gamma$  (табл. 1.7) [5].

Эффективная мощность, кВт, затрачиваемая в процессе фрезерования металлов, равна [5]:

$$N_{\text{эф}} = P_{\text{окр}} v / 60, \quad (1.104)$$

где  $v$  – скорость резания, м/мин, а  $P_{\text{окр}}$  – окружная сила резания, кН.

Масса металла, кг, превращённая в стружку за один час фрезерования [5]:

$$m = 610^{-8} n z t B S_{\text{др}}, \quad (1.105)$$

### 1.6. Коэффициенты и показатели степени в уравнении (1.103)

Обрабатываемый материал	Фрезы	$C_p$	$x$	$y$	$n$
Сталь	Цилиндрические, концевые	68	0,86	0,74	-0,86
	Угловые	39			
	Торцовые (симметричное фрезерование), дисковые, отрезные	82	0,95	0,8	-1,1
	Торцовые (несимметричное фрезерование)	68	0,86	0,74	-0,86
Чугун	Торцовые (несимметричное фрезерование), цилиндрические, концевые	48	0,83	0,65	-0,83
	Торцовые (симметричное фрезерование), дисковые, отрезные	70	0,9	0,7	-1,14

### 1.7. Поправочные коэффициенты $k_v$ и $k_\gamma$

$v$ , м/мин	50	75	100	125	150	175	200	250
$k_v$	1,04	1,02	1,00	0,98	0,96	0,94	0,92	0,88
$\gamma$	+15	+10	+5	0	-5	-10	-15	-20
$k_\gamma$	0,75	0,83	0,92	1,00	1,08	1,17	1,25	1,33

где  $t$  – глубина фрезерования, мм;  $B$  – ширина фрезерования, мм;  $S_z$  – подача, мм/зуб;  $z$  – число зубьев фрезы;  $n$  – частота вращения фрезы, об/мин;  
 $\rho$  – плотность обрабатываемого металла, кг/м<sup>3</sup>.

Энергозатраты, кВт·ч, при фрезеровании определяются отношением работы, затраченной в течение часа, к массе срезанной при этом стружки [5]:

$$\Xi = 0,278 \cdot 10^6 P_{\text{окр}} v / (nztBS_z \rho). \quad (1.106)$$

#### 1.4.4. ПРОТЯГИВАНИЕ

Протягивание применяется как окончательный вид обработки деталей, обеспечивающий высокую точность размеров и качество обработанных поверхностей. Метод высоко производительный, поскольку полная обработка изделия производится за один проход инструмента. Инструментами служат протяжки и прошивки. Протяжки протягиваются через обрабатываемое изделие, а прошивки продавливаются (прошиваются) через него.

**Физическая модель процесса протягивания.** *Главное движение* – движение протяжки, а скорость его – *скорость резания*. Срезание припуска обеспечивается увеличением размера (подъемом) зубьев: каждый последующий зуб выше предыдущего на величину подачи  $s_z$ . *Глубиной резания* при протягивании является ширина обрабатываемой поверхности или периметр обрабатываемого отверстия.

Срезание припуска производится последовательно (последойно) режущими зубьями протяжки (рис. 1.26) [2]. Первый зуб не срезает припуск. Второй зуб срезает слой припуска 2. Третий зуб срежет слой 3 и так далее. Последние зубья протяжки имеют одинаковый размер и потому срезания припуска не производят, а лишь зачищают поверхность и калибруют её.



Рис. 1.26. Схема срезания припуска при протягивании

Последовательность срезания припуска определяется конструкцией протяжки и схемой резания. Различают три схемы резания: профильную, генераторную и прогрессивную.

*Профильная схема резания* предусматривает последовательное срезание припуска зубьями, профиль которых подобен профилю обрабатываемой поверхности.

*Генераторная схема* характеризуется тем, что каждый зуб не повторяет, а формирует (генерирует) профиль обрабатываемой поверхности.

*Прогрессивная схема резания* заключается в разделении ширины срезаемого слоя между несколькими зубьями одной секции. Высота зубьев одной секции одинакова. Подача на зуб здесь значительно увеличивается. Таким образом, создаются более выгодные условия резания: режущие кромки зубьев проходят в объеме основного, не упрочненного слоя обрабатываемого материала и меньше изнашиваются.

**Расчёт сил резания при протягивании.** Сила резания при протягивании рассчитывается по величине длины одновременно работающих режущих кромок зубьев протяжки [2]:

$$P_z = PpZ_{pz}, \quad (1.107)$$

где  $P$  – сила резания, приходящаяся на 1 мм длины режущего лезвия зуба протяжки;  $B$  – общая длина режущих кромок;  $p$  – периметр обрабатываемой поверхности;  $Z_{pz}$  – число одновременно работающих зубьев.

Силу резания делят на две составляющие, действующие вдоль направления движения протяжки и перпендикулярно её направлению движения. Первая составляющая определяет необходимую силу протягивания, которую должно обеспечить применяемое оборудование, а также необходимую прочность конструктивных элементов протяжки (шейки, сечения по впадине первого зуба). Вторая составляющая, отжимающая протяжку от обрабатываемой заготовки, определяет точность размеров детали после протягивания и поэтому должна учитываться при наружном и несимметричном внутреннем протягивании.

Положим, что каждый миллиметр длины передней поверхности лезвия зуба нагружен силой  $\Delta P_x$ , направленной параллельно скорости  $v$ , а участок такой же длины задней поверхности лезвия нагружен силой  $\Delta P_y$ , направленной перпендикулярно силе  $\Delta P_x$ . Тогда сила, действующая на каждый зуб протяжки, равна [5]:

$$\begin{aligned} P_x &= b_z \Delta P_x; \\ P_y &= b_z \Delta P_y, \end{aligned} \quad (1.108)$$

где  $b_z$  – суммарная ширина срезаемого одним зубом слоя, мм.

Значения удельных сил  $\Delta P_x$  и  $\Delta P_y$  зависят от толщины  $a_r$  срезаемого слоя, скорости резания  $v$ , переднего  $\gamma$  и заднего  $\alpha$  углов, а также от числа  $k_k$  стружкоделительных канавок на лезвии каждого зуба.

Учитывая возрастание силы от износа, уравнения для расчёта максимальных сил, действующих на протяжку при одновременной работе нескольких зубьев, принимают вид [5]:

$$\begin{aligned} P_x &= 1,15 b_z (C_1 a_z^x + C_2 k_k - C_3 v - C_4 \gamma - C_5 \alpha); \\ P_y &= 1,15 b_z (C_6 a_z^x + C_7 v - C_8 \gamma - C_9 \alpha). \end{aligned} \quad (1.109)$$

Числовые значения коэффициентов и показателей степени приведены в табл. 1.8 [5].

### 1.8. Значения коэффициентов и показателей степени в уравнениях (1.109)

Обрабатываемый материал	$x$	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$
Стали						
20	0,85	115	0,060	0,57	0,20	0,12
35		160	0,080		0,24	0,13
45		220	0,108		0,32	0,14
20X		265	0,137		0,40	0,15
40X		230	0,117		0,34	0,14
Чугун (НВ 140)		170	–		0,30	
Обрабатываемый материал	$y$	$C_6$	$C_7$	$C_8$	$C_9$	
Стали						
20	1,2	55	0,065	0,018	0,045	
35		125		0,053	0,090	
45		215		0,081	0,117	

Расчёт энергозатрат производят по формуле [5]:

$$\Theta = 16,7 \cdot 10^3 P_x / (a_z z b_p), \quad (1.110)$$

где  $a_r$  – толщина слоя, срезаемого одним зубом протяжки, мм;  $z$  – число зубьев, одновременно участвующих в резании.

## 1.4.5. ШЛИФОВАНИЕ

При изготовлении деталей машин и приборов шлифование применяется для завершающей чистовой обработки, позволяя получать поверхности с точностью размеров по 6–7-му квалитетам с шероховатостью  $Ra = 0,08...0,32$  мкм [5].

Различают следующие основные *схемы шлифования*: наружное и внутреннее круглое шлифование, плоское шлифование и заточку.

**Физическая модель процесса шлифования.** В процессе шлифования каждое режущее зерно абразивного инструмента вырезает царапину на поверхности обрабатываемой заготовки, превращая срезаемый металл в стружку. На протяжении всего рабочего цикла, соответствующего углу контакта  $\psi$ , срезаемая каждым зерном стружка может накапливаться в порах инструмента. За время холостого цикла, соответствующего повороту круга на угол  $(2\pi - \psi)$ , накопившаяся в объёме поры стружка под действием центробежных сил и потока охлаждающей жидкости имеет возможность удалиться из пор. Часть стружки застревает в объёмах пор и через некоторый промежуток времени поры на режущей поверхности оказываются заполненными обрабатываемым материалом (*засаливание круга*). Засаленный круг теряет режущие свойства, вызывает повышение затрат энергии, выделение большого количества теплоты и повышение температуры на режущей поверхности круга и обрабатываемой поверхности заготовки, что приводит к снижению качества обработки и браку детали.

**Расчёт сил резания при шлифовании.** При наружном и внутреннем круглом шлифовании, а также при плоском шлифовании сила резания раскладывается на две составляющие – тангенциальную  $P_z$  и радиальную  $P_y$ .

Составляющая  $P_z$  действует в направлении главного движения резания и определяет значение эффективной мощности  $N_3 = P_z v_k$ . Сила  $P_z$  определяется для [5]:

– наружного внутреннего и круглого шлифования

$$P_{z\text{круг}} = C_0 D_3^n S_{\text{прод}} S_{\text{окр}}^{0,7} S_{\text{поп}}^{0,7} k_1 k_2 k_3 / v_k, \quad (1.111)$$

– а для плоского шлифования

$$P_{z\text{пл}} = C_0 S_{\text{прод}}^{0,7} S_{\text{верт}}^{0,7} S_{\text{поп}} k_1 k_2 k_3 / v_k, \quad (1.112)$$

где  $S_{\text{прод}} = (0,6...0,8) \cdot B$  – продольная подача (для плоского шлифования – поперечная подача), мм/об;  $S_{\text{поп}} = 0,005...0,05$  – поперечная подача, мм/дв. ход (для плоского шлифования – вертикальная подача);  $S_{\text{окр}} = v_3$  – окружная подача, равная линейной скорости точек на обрабатываемой поверхности заготовки, м/мин;  $B$  – ширина шлифовального круга, мм;  $k_1, k_2, k_3$  – коэффициенты, учитывающие твердость круга, ширину круга  $B$ , вид обрабатываемого материала (табл. 1.9) [5].

Энергозатраты при шлифовании [5]

$$\Theta = N_3 / 6 \cdot 10^{-5} S_{\text{прод}} S_{\text{поп}} S_{\text{верт}} \rho. \quad (1.113)$$

### 1.9. Значения коэффициентов $k_1, k_2, k_3$

Твёрдость круга	$k_1$	Ширина шлифовального круга, мм	$k_2$	Обрабатываемый материал	$k_3$
M2, M3	0,9	26...40	0,8	Серый чугун	0,9
CM1, CM2	1,0	40...63	0,9	Сталь	1
C1, C2	1,16	63...100	1	Термообработанная сталь	1,1
CT1, CT2	1,36				
CT3, T1	1,58			Жаропрочная сталь	



## 1.5. МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ

Для оптимизации математическая модель должна иметь следующие элементы:

- критерий (критерии) оптимизации;
- целевую функцию;
- систему ограничений;
- систему уравнений, описывающих объект;
- входные, выходные и внутренние параметры;
- управляемый (варьируемый) или управляемые (варьируемые) параметры, которые выделяются из числа внутренних параметров.

*Целевая функция* – это аналитическая зависимость между критерием (критериями) оптимальности и подлежащими оптимизации параметрами с указанием направления экстремума.

Отличие понятий «критерий» и «целевая функция» состоит в следующем: целевая функция может включать в себя более одного критерия и для целевой функции всегда обязательно указывается вид экстремума:  $f(x) \rightarrow \max$  ( $f(x) \rightarrow \min$ ).

Различают два вида задач оптимизации: задачу минимизации и задачу максимизации.

*Задача минимизации функции  $f$*  на множестве  $X: a \leq x \leq b, f(x) \rightarrow \min$ . Целевая функция имеет вид, как показано на рис. 1.27. Здесь  $x_0$  – глобальный минимум, а  $x_1$  – локальный минимум целевой функции.

*Задача максимизации функции  $f$*  на множестве  $X: a \leq x \leq b, f(x) \rightarrow \max$ , а целевая функция имеет вид, как показано на рис. 1.28. Здесь  $x_0$  – точка глобального максимума, а  $x_1$  – точка локального максимума целевой функции.

Эти задачи оптимизации имеют решение не при любых целевых функциях и допустимых множествах. Существуют задачи, в которых невозможно найти оптимальное решение и экстремум целевой функции. Например, не существует точек минимума функции одной переменной  $f$  на множестве  $X (f(x) \rightarrow \min)$  в случаях, приведённых в табл. 1.10.

*Задача оптимизации разрешима, если выполняются следующие три условия:* множество допустимых решений  $X$  замкнуто (предельные точки принадлежат этому множеству) и ограничено, целевая функция  $f(x)$  непрерывна.

Существуют *однокритериальные задачи оптимизации (задачи математического программирования)* двух видов: линейного и нелинейного программирования. *Формулировка такой задачи:* найти значения переменных  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , при которых целевая функция  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  имеет максимум (минимум) при условиях:  $g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq (\geq, =) b_j, j = \overline{1, m}$ .

Задачу математического программирования (максимум двухпараметрическую задачу оптимизации) можно решить *графоаналитическим методом*.

*Постановка задачи однопараметрической однокритериальной задачи оптимизации:* дан один критерий  $y$ . Объект (процесс) описан уравнением (уравнениями), включающим один искомый параметр  $y = f(x)$ . Имеется система ограничений:  $x \geq a_1; a_2 \leq x \leq b_1$  и т.д. Необходимо найти оптимальное значение параметра  $x = x_{\text{опт}}$ , обращающее целевую функцию  $f(x)$  в максимум или минимум.

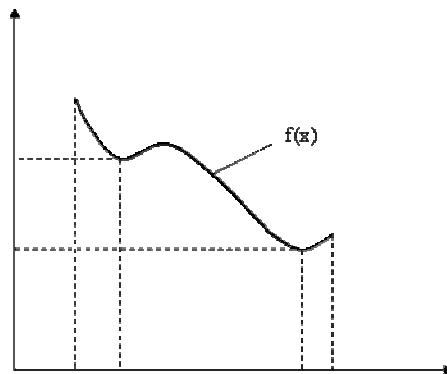
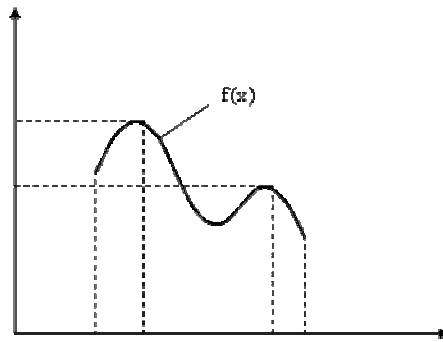
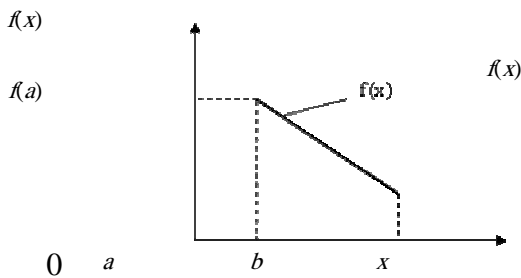


Рис. 1.27. Иллюстрация понятий «локальный минимум» и «глобальный минимум» целевой функции

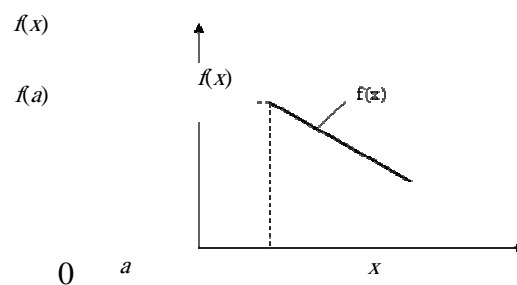


**Рис. 1.28.** Иллюстрация понятий «локальный максимум» и «глобальный максимум» целевой функции

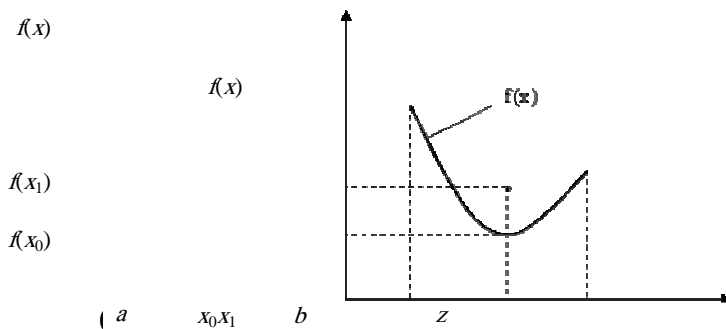
**1.10. Случаи, при которых невозможно найти решение задачи оптимизации**



Множество допустимых решений не замкнуто: граница « $a$ » множества допустимых решений в интервал входит, а граница « $b$ » нет.  $X = (a, b)$  – множество  $X$  не замкнуто, следовательно,  $f(b)$  – не существует



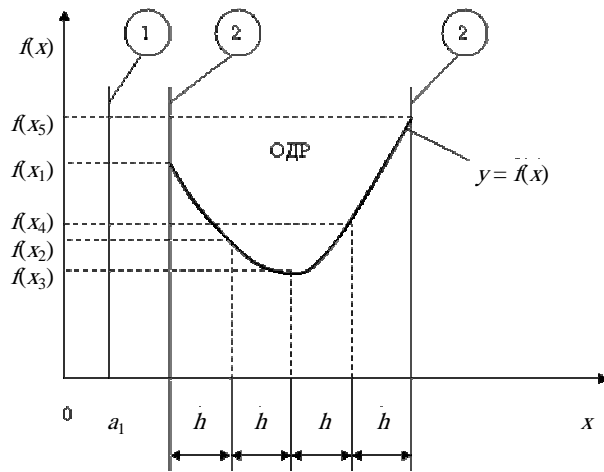
Неограниченность множества допустимых решений: определена лишь одна левая граница множества допустимых решений  $X = (a, \infty)$  – множество допустимых решений неограниченно



Функция  $f(x)$  не является непрерывной в т.  $x_0(x_1)$  существуют два значения функции –  $f(x_0)$  и  $f(x_1)$

Задача решается в два этапа.

На первом этапе рассматривается система ограничений, которые должны выполняться. Выполнение первого ограничения означает, что искомое значение параметра  $x$  должно находиться правее  $a_1$ , причём  $a_1$  в разрешённый интервал входит (рис. 1.29). Выполнение второго ограничения означает, что искомое значение параметра  $x$  должно находиться в интервале  $[a_2, b_1]$ , при этом границы в интервал входят.



**Рис. 1.29. Графическая иллюстрация решения однопараметрической однокритериальной задачи оптимизации**

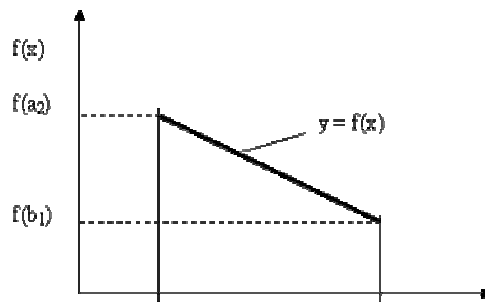
На втором этапе применяют *метод перебора*. В пределах области допустимых решений (ОДР) через интервал  $h$  выбирается ряд значений параметра  $x_i$  (ОДР разбита на четыре отрезка и выбрано пять значений параметра  $x_i$ ). Для каждого  $x_i$  рассчитываются соответствующие значения целевой функции. Среди них находят минимальное (максимальное) значение. Значение параметра  $x_i$ , обращающее целевую функцию в минимум (максимум), является оптимальным (если  $f(x)$  стремится к минимуму, то  $x_{\text{опт}} = x_3$ , если к максимуму, то  $x_{\text{опт}} = x_5$ ).

Если целевая функция линейная (рис. 1.30), то на втором этапе вычисляют её значения только на границах ОДР. Эти значения сравнивают и выбирают наименьшее или наибольшее. Если  $f(x) \rightarrow \min$ , то  $x_{\text{опт}} = b_1$ , если  $f(x) \rightarrow \max$ , то  $x_{\text{опт}} = a_2$ .

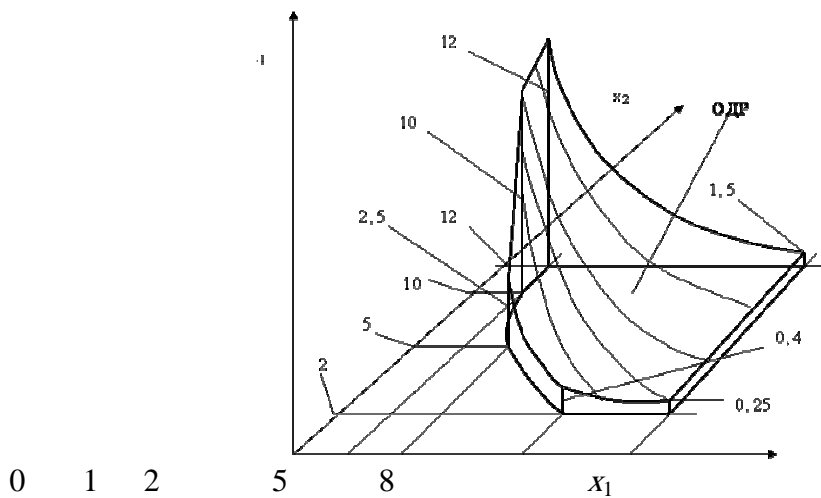
**Пример.** Дан критерий  $y = x_2/x_1$ . Требуется найти  $x_{1\text{опт}}$ ,  $x_{2\text{опт}}$ , обращающие в максимум целевую функцию  $y$ . Ограничения:  $1 \leq x_1 \leq 8$ ;  $2 \leq x_2 \leq 12$ ;  $x_1 x_2 \geq 10$ . Построение ОДР осуществляется в двух направлениях. В итоге в плоскости  $x_1 O x_2$  ОДР будет представлять собой многогранник (рис. 1.31).

Для построения нелинейного ограничения  $x_1 x_2 \geq 10$  сначала необходимо приравнять левую и правую части неравенства ( $x_1 x_2 = 10$ ;  $x_2 = 10/x_1$ ) и построить соответствующую кривую.

Выберем произвольную точку на плоскости  $x_1 O x_2$  с любой стороны кривой, например точку с координатами  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = 5$ , «справа-вверху» от кривой. Вычислим значение левой части неравенства:  $5 \cdot 5 = 25$ ;  $25 > 10$ , следовательно



**Рис. 1.30. Графическая иллюстрация решения однопараметрической однокритериальной задачи оптимизации для случая линейной целевой функции**



**Рис. 1.31. Графическая иллюстрация решения двухпараметрической однокритериальной задачи оптимизации**

неравенство выполняется. Это значит, что выбранная точка находится в ОДР, которая находится «справа-вверху» от кривой. На втором этапе вычисляем значения целевой функции в пределах ОДР: искомая точка, определяющая оптимальные значения искомых параметров, находится на границе ОДР:  $x_{1\text{опт}} = 1$ ,  $x_{2\text{опт}} = 12$ . Если  $x_2/x_1 \rightarrow \min$ , то  $x_{1\text{опт}} = 8$ ,  $x_{2\text{опт}} = 2$ .

### 1.5.1. ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Методы решения задач нелинейного программирования классифицируются следующим образом.

#### 1. Численные методы поиска экстремума функции одной переменной.

*Постановка задачи:* найти значение переменной  $x$ , при которой целевая функция  $y = f(x)$  имеет минимум или максимум при условиях  $g_j(x) = (\leq, \geq) b_j, j = \overline{1, m}$ .

##### 1.1. Классический метод.

Пусть  $a \leq x \leq b$ , функция  $f(x)$  непрерывна на этом отрезке и имеет на нём непрерывную производную. Вычисляют значение производной  $f'(x)$  и определяют критические точки (точки отрезка  $[a, b]$ , в которых производная обращается в нуль или не существует). В окрестности каждой критической точки исследуют знак производной и отбирают те из них, при переходе через которые производная меняет знак с минуса на плюс (точки локального минимума) или с плюса на минус (точки локального максимума). Затем вычисляют значения целевой функции в этих точках и на границах отрезка  $[a, b]$ . Эти значения сравнивают между собой и определяют точку, в которой достигается минимум (максимум) целевой функции. Эта точка является точкой глобального минимума (максимума) функции  $f(x)$  на отрезке  $[a, b]$ .

При решении реальных задач оптимизации данный метод применяется редко, так как зачастую производную целевой функции определить сложно или невозможно.

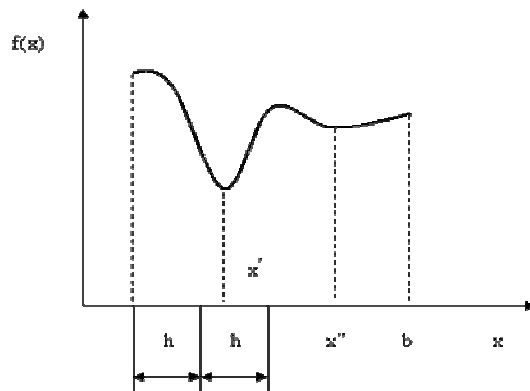
##### 1.2. Метод равномерного перебора.

Пусть дана функция  $y = f(x) \rightarrow \min$  (рис. 1.32).

Фиксируют величину шага  $h > 0$ . Вычисляют значения целевой функции в точках  $x_1 = a$  и  $x_2 = x_1 + h - f(x_1)$  и  $f(x_2)$ . Полученные значения сравнивают. Запоминают меньшее из этих двух значений. Далее выбирается точка  $x_3 = x_2 + h$  и в ней вычисляется значение целевой функции  $f(x_3)$ . Сравнивается оставшееся на предыдущем шаге значение и значение  $f(x_3)$ . Наименьшее из них опять запоминают. Так поступают до тех пор, пока очередное значение  $x$  не превысит  $b$ . Последнее оставшееся значение является приближённым значением глобального минимума.

Если целевая функция имеет узкую впадину (рис. 1.32), то можно её проскочить, и вместо точки глобального минимума определить точку локального минимума (вместо  $x'$  можно найти  $x''$ ). Эта проблема частично снимается, если выбрать очень маленький шаг, но при этом потребуется много времени (в том числе и машинного) для решения задачи.

1.3. Метод золотого сечения прост, эффективен и широко применяется в практической оптимизации.

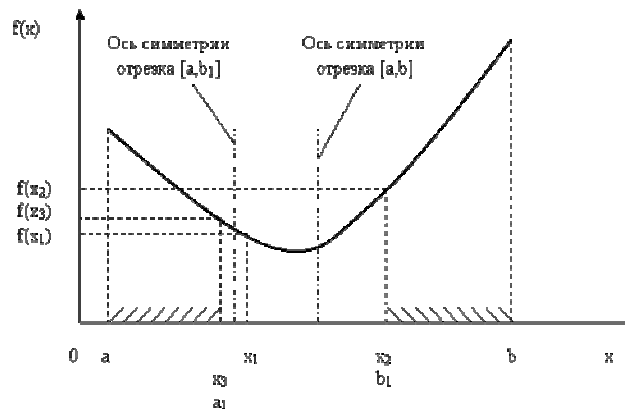


**Рис. 1.32. Графическая иллюстрация метода равномерного перебора**

Рассматриваемая в данном методе функция должна быть *униmodalной*. Функция  $f(x)$  является *униmodalной* на отрезке  $[a, b]$ , если она на этом отрезке имеет единственную точку глобального минимума и слева от этой точки является строго убывающей, а справа строго возрастающей.

Суть метода *золотого сечения* заключается в том, чтобы определить точку глобального минимума на отрезке  $[a, b]$  за минимальное количество шагов (за минимальное количество вычислений целевой функции).

Алгоритм метода золотого сечения заключается в следующем (рис. 1.33). На исходном отрезке  $[a, b]$  выбираются две точки  $x_1$  и  $x_2$ . Вычисляются значения целевой функции в этих точках  $f(x_1)$ ,  $f(x_2)$  и сравниваются.



**Рис. 1.33. Иллюстрация алгоритма метода золотого сечения**

Из дальнейшего рассмотрения исключается отрезок, прилегающий к точке, дающей большее значение целевой функции (отрезок  $[x_2, b]$ ). Для нового отрезка  $[a, b_1]$  находится его середина, и по отношению к ней симметрично оставшейся точке  $x_1$  ставится точка  $x_3$ . Для нее рассчитывается значение целевой функции  $f(x_3)$  и сравнивается с  $f(x_1)$ . Из дальнейшего рассмотрения опять исключается отрезок, прилегающий к точке с большим значением целевой функции, здесь это отрезок  $[a, x_3]$ . Текущий отрезок «стягивается» до нового отрезка  $[a_1, b_1]$  и т.д.

## 2. Численные методы поиска экстремума функции $n$ переменных.

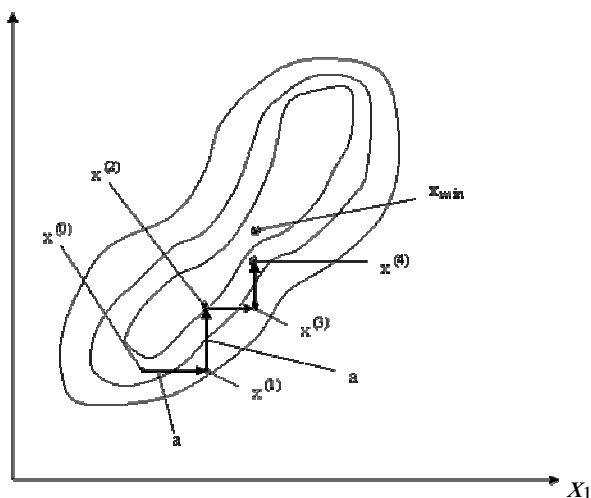
### 2.1. Численные методы в задачах без ограничений.

#### 2.1.1. Метод покоординатного спуска.

Это задача *безусловной минимизации* (задачи минимизации целевой функции  $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$  на всем пространстве переменных). Если требуется решить задачу максимизации, то выражение целевой функции умножают на  $(-1)$  и снова решается задача минимизации. При этом строится последовательность точек  $x^{(0)}, x^{(1)}, x^{(2)}, \dots, x^{(n)}$ , монотонно уменьшающих значение целевой функции  $f(x^{(0)}) \geq f(x^{(1)}) \geq f(x^{(2)}) \geq \dots \geq f(x^{(n)})$ . Направление спуска выбирается параллельно координатным осям (сначала спуск осуществляется вдоль первой оси  $Ox_1$ , затем вдоль второй оси  $Ox_2$  и так до последней оси  $Ox_n$ ).

Имеем начальную точку  $x^{(0)}$  и некоторое положительное число  $a$  (рис. 1.34). Вычисляем значение целевой функции  $f(x^{(0)})$ , значение целевой функции при  $x = x^{(0)} + a$  и проверяем выполнение неравенства:

$$f(x^{(0)} + a) < f(x^{(0)}). \quad (1.114)$$



**Рис. 1.34. Графическая иллюстрация поиска точки минимума методом покоординатного спуска**

Если это неравенство справедливо, то вдоль направления оси  $Ox_1$  значение функции  $f$  уменьшилось, и поэтому полагают  $x^{(1)} = x^{(0)} + a$ . Если неравенство (1.114) не выполняется, то делают шаг в противоположном направлении и проверяют выполнение неравенства

$$f(x^{(0)} - a) < f(x^{(0)}). \quad (1.115)$$

В случае выполнения этого неравенства полагают  $x^{(1)} = x^{(0)} - a$ . Если оба неравенства (1.114) и (1.115) не выполняются, то  $x^{(1)} = x^{(0)}$ .

Второй шаг производят вдоль координатной оси  $Ox_2$ . Вычисляют значение функции в точке  $(x^{(1)} + a)$  и сравнивают его с предыдущим значением:

$$f(x^{(1)} + a) < f(x^{(1)}). \quad (1.116)$$

Если это неравенство выполняется, то полагают  $x^{(2)} = x^{(1)} + a$ . Если оно не выполняется, то делают шаг в противоположном направлении и проверяют выполнение неравенства

$$f(x^{(1)} - a) < f(x^{(1)}). \quad (1.117)$$

В случае выполнения неравенства (1.117) считают, что  $x^{(2)} = x^{(1)} - a$ . Если оба неравенства (1.116) и (1.117) не выполняются, то принимают  $x^{(2)} = x^{(1)}$ .

Так перебирают все  $n$  направлений координатных осей. На этом первая итерация закончена. На  $n$ -м шаге будет получена некоторая точка  $x^{(n)}$ . Если  $x^{(n)} \neq x^{(0)}$ , то аналогично, начиная с  $x^{(n)}$ , осуществляют вторую итерацию. Если же  $x^{(n)} = x^{(0)}$  (это имеет место, если на каждом шаге ни одно из пары неравенств не окажется выполненным), то величину шага нужно уменьшить, взяв, например,  $a_{n+1} = a_n/2$ , и в следующей итерации использовать новое значение величины шага.

Последующие итерации выполняют аналогично. Вычисления прекращают при выполнении какого-либо условия окончания счёта, например  $|f(x)_{(k+1)} - f(x)_{(k)}| < \delta$ , где  $f(x)_{(k+1)}$  – значение целевой функции на  $(k+1)$  итерации;  $f(x)_{(k)}$  – значение целевой функции на  $k$ -й итерации;  $\delta$  – некоторое положительное число, характеризующее точность решения исходной задачи минимизации целевой функции.

Применяют также следующие методы: метод Хука-Дживса, градиентный метод, метод Ньютона, метод сопряжённых направлений и т.д.

## 2.2. Численные методы в задачах с ограничениями.

### 2.2.1. Метод покоординатного спуска.

Данный метод распространяется на задачи с простыми ограничениями типа:  $a_1 \leq x_1 \leq b_1; a_2 \leq x_2 \leq b_2, \dots, a_n \leq x_n \leq b_n$ . Основные процедуры данного метода аналогичны предыдущему методу.

2.2.2. Метод линеаризации (приведения задачи нелинейного программирования к задаче линейного программирования).

Рассмотрим суть данного метода на примере, который приводился выше.

Приводим данную задачу к задаче линейного программирования: логарифмируем ограничения и целевую функцию:  $\lg 1 \leq \lg x_1 \leq \lg 8$ ;  $\lg 2 \leq \lg x_2 \leq \lg 12$ ;  $\lg x_1 + \lg x_2 \geq \lg 10$ . После вычислений получим:

$$0 \leq \lg x_1 \leq 0,903; \quad (1.118)$$

$$0,301 \leq \lg x_2 \leq 1,079; \quad (1.119)$$

$$\lg x_1 + \lg x_2 \geq 1. \quad (1.120)$$

После логарифмирования целевой функции  $\lg y = \lg x_2 - \lg x_1 \rightarrow \max$ .

Далее задача решается с применением симплекс-алгоритма или графоаналитически (рис. 1.35 и вычисления, сопровождающие построения).

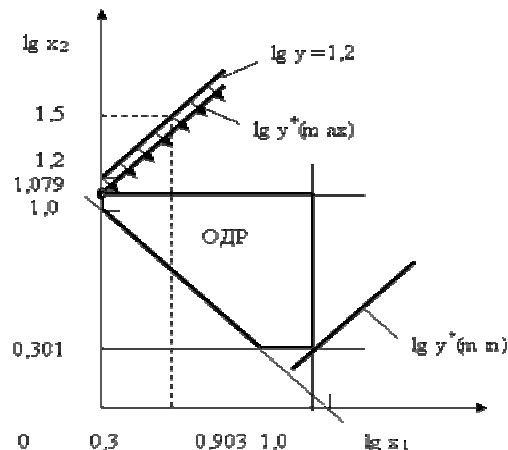


Рис. 1.35. Графическая иллюстрация графоаналитического решения задачи оптимизации методом линеаризации

Ограничения (1.118) и (1.119) представляют собой прямые линии, параллельные соответственно осям  $0 - \lg x_2$  и  $0 - \lg x_1$ . Причём, левая ограничительная линия в ограничении (1.118) совпадает с осью  $0 - \lg x_2$ . Ограничение (1.120) представляет собой прямую линию, наклонную под углом  $45^\circ$  к осям, и имеющую координаты пересечения осей  $(0, 1)$ . Для нахождения точки касания линии, соответствующей целевой функции, сначала строим «произвольную» линию для целевой функции, приравнявая её выражение к произвольному числу в данном масштабе: приравняем выражение для целевой функции к числу 1,2:  $\lg x_2 - \lg x_1 = 1,2 \Rightarrow \lg x_2 = 1,2 + \lg x_1$ .

$\lg x_1$	0	0,3
$\lg x_2$	1,2	1,5

Далее строим линию, параллельную данной линии и касающуюся границы ОДР. Находим координаты точки касания:  $\lg x_{1\text{опт}} = 0 \Rightarrow x_{1\text{опт}} = 1$ ;  $\lg x_{2\text{опт}} = 1,079 \Rightarrow x_{2\text{опт}} = 12$ . Если целевая функция стремится к минимуму ( $\lg y = \lg x_2 - \lg x_1 \rightarrow \min$ ), то прямая линия, соответствующая ей, коснётся границы ОДР в точке с координатами:  $\lg x_{1\text{опт}} = 0,903 \Rightarrow x_{1\text{опт}} = 8$ ;  $\lg x_{2\text{опт}} = 0,301 \Rightarrow x_{2\text{опт}} = 2$ .

Применяются также методы: условного градиента, барьерных функций, штрафных функций и т.д.

## 1.5.2. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Рассмотрим некоторые методы решения многокритериальных задач оптимизации.

*Метод поиска Парето-эффективных решений.*

Пусть имеется множество вариантов решения, по которым определены значения всех критериев. Представим множество оценок вариантов решения в пространстве равнозначных критериев (рис. 1.36): Парето-эффективные оценки состоят из точек кривой  $bc$ , исключая точку  $c$ , и линии  $de$ .

*Правило.* Множество Парето-эффективных оценок  $P(Y)$  представляет собой «северо-восточную» границу множества  $Y$  без тех его частей, которые параллельны одной из координатных осей или лежат в «глубоких» провалах.

К преимуществам метода относят равнозначность критериев и математическую объективность метода. Недостаток метода: одно окончательное решение получается только в частном случае (количество Парето-эффективных решений, как правило, более одного).

Пример. Имеется 10 вариантов металлорежущих станков, среди которых для проектируемого участка необходимо выбрать наилучший. Станки оценены экспертами по производительности и надёжности. Оценивание производилось по 11-балльной шкале от 0 до 10. Результаты оценки станков приведены в табл. 1.11.

### 1.11. Экспертные оценки станков по критериям производительности и надёжности

Критерии	Оценки экспертов (баллы) для станков									
	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	C <sub>4</sub>	C <sub>5</sub>	C <sub>6</sub>	C <sub>7</sub>	C <sub>8</sub>	C <sub>9</sub>	C <sub>10</sub>
Производительность (П)	6	4	10	3	10	0	2	4	6	7
Надёжность (Н)	6	2	1	7	4	4	10	4	8	2

Представим множество оценок вариантов металлорежущих станков в пространстве критериев (рис. 1.37): Парето-эффективными решениями здесь являются варианты станков C<sub>5</sub>, C<sub>7</sub> и C<sub>9</sub>.

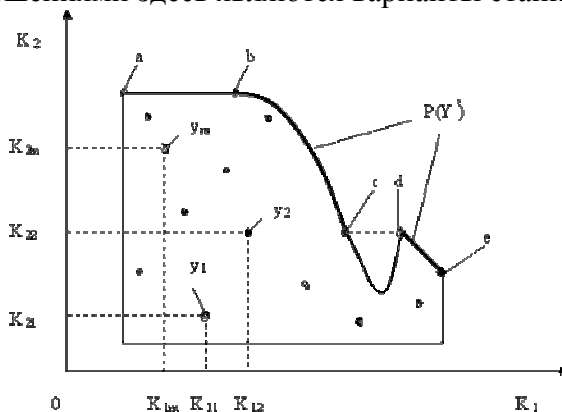


Рис. 1.36. Иллюстрация поиска Парето-эффективных решений:

$K_1$  и  $K_2$  – критерии оценки вариантов решения;

$Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$  – множество оценок альтернативных вариантов решения;

$K_{11}, K_{12}, \dots, K_{1m}$  – значения первого критерия для 1, 2, ...,  $m$ -го варианта решения;

$K_{21}, K_{22}, \dots, K_{2m}$  – значения второго критерия для 1, 2, ...,  $m$ -го варианта решения;

$P(Y)$  – множество Парето-эффективных оценок решений

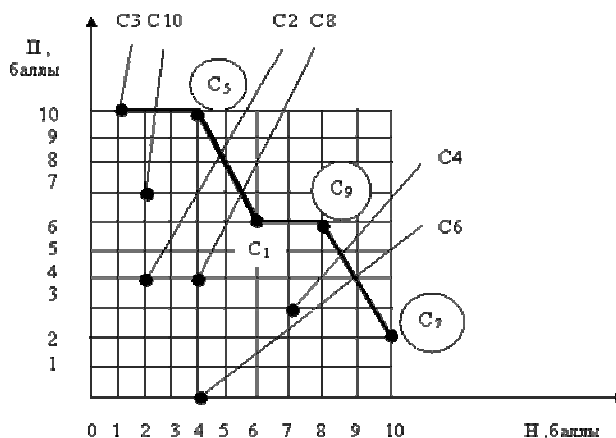


Рис. 1.37. Пример поиска Парето-эффективных решений



Метод решения многокритериальных задач оптимизации с использованием обобщённого (интегрального) критерия основан на объединении частных критериев  $F_i(X)$ ,  $i = \overline{1, n}$  в один интегральный критерий  $F(X) = \Phi(F_1(X), F_2(X), \dots, F_n(X))$  и нахождении затем максимума или минимума данного критерия.

В зависимости от того, каким образом частные критерии объединяются в обобщённый критерий, различают следующие виды обобщённых критериев:

- аддитивный;
- мультипликативный;
- максиминный (минимаксный).

В аддитивных критериях целевая функция в общем виде имеет следующий вид:

$$F(X) = \sum_{i=1}^n C_i \frac{F_i(X)}{F_i^0(X)} = \sum_{i=1}^n C_i f_i(X) \rightarrow \max(\min),$$

где  $n$  – количество объединяемых частных критериев;  $C_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го частного критерия;  $F_i(X)$  – числовое значение  $i$ -го частного критерия;  $F_i^0(X)$  –  $i$ -й нормирующий делитель;  $f_i(X)$  – нормированное значение  $i$ -го частного критерия.

В качестве нормирующих делителей принимаются директивные значения параметров или критериев, заданных заказчиком (считается, что значения параметров, заложенные в техническом задании, являются оптимальными или наилучшими), или максимальные (минимальные) значения критериев, достигаемые в области допустимых решений.

Обобщённый аддитивный критерий является безразмерной величиной.

Пример. Определить оптимальный вариант машины с использованием обобщённого (интегрального) аддитивного критерия. Наилучшими вариантами машины являются те из них, которые обеспечивают наибольшую её производительность и надёжность. Исходные данные для решения задачи приведены в табл. 1.12.

### 1.12. Исходные данные для определения оптимального варианта исполнения машины

Критерий $F_i$	Весовой коэффициент $C_i$	Значения критериев для вариантов исполнения машины		
		вариант 1	вариант 2	вариант 3
Производительность $F_1$ , шт./ч	0,6	1000	2000	4000
Надёжность (наработка на отказ) $F_2$ , ч	0,4	1500	1000	500

Целевая функция на основе аддитивного критерия запишется следующим образом:

$$F(X) = C_1 \frac{F_1(X)}{F_1^0(X)} + C_2 \frac{F_2(X)}{F_2^0(X)} \rightarrow \max.$$

В качестве нормирующих делителей в данной задаче примем наилучшие (максимальные) значения частных критериев:  $F_1^{(0)}(X) = 4000$  шт./ч,  $F_2^{(0)}(X) = 1500$  шт./ч. Значения обобщённого аддитивного критерия рассчитываются для каждого варианта машины:

- Вариант 1:  $F(X) = 0,6 \cdot (1000/4000) + 0,4 \cdot (1500/1500) = 0,55$ ;
- Вариант 2:  $F(X) = 0,6 \cdot (2000/4000) + 0,4 \cdot (1000/1500) = 0,558$ ;
- Вариант 3:  $F(X) = 0,6 \cdot (4000/4000) + 0,4 \cdot (500/1500) = 0,732$ .

Оптимальным является третий вариант машины, так как ему соответствует максимальное значение обобщённого аддитивного критерия.

*Преимущество данного метода:* как правило, всегда удаётся определить единственный оптимальный вариант решения.

*Недостатки:*

- трудности (субъективизм) в определении весовых коэффициентов;
- аддитивный критерий не вытекает из объектной роли частных критериев и поэтому выступает как формальный математический приём;
- в аддитивном критерии происходит взаимная компенсация частных критериев, т.е. уменьшение одного из них может быть компенсировано увеличением другого критерия.

В мультипликативном критерии целевая функция записывается следующим образом:

$$F(X) = \prod_{i=1}^n C_i F_i(X) \rightarrow \max(\min),$$

где  $C_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го частного критерия;  $F_i(X)$  – числовое значение  $i$ -го частного критерия.

*Преимущества мультипликативного критерия:*

- не требуется нормирование частных критериев;
- практически всегда определяется одно оптимальное решение.

*Недостатки:*

- трудности (субъективизм) в определении весовых коэффициентов;
- перемножение разных размерностей;
- взаимная компенсация значений частных критериев.

*Максиминный (минимаксный) критерий* основывается на идее равномерности: стараются найти такие значения переменных (параметров)  $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$ , при которых нормированные значения всех частных критериев равны между собой:

$$C_i f_i(X) = K,$$

где  $C_i$  – весовой коэффициент  $i$ -го частного критерия;  $f_i(X)$  – нормированное значение  $i$ -го частного критерия;  $K$  – константа.

На практике так варьируют значениями переменных проектирования  $x_1, x_2, \dots, x_m$ , при которых последовательно «подтягиваются» те нормированные критерии, численные значения которых в исходном решении оказались наименьшими. При этом подтягивание «отстающего» критерия неизбежно приводит к снижению значений части остальных критериев. Но при проведении ряда шагов можно добиться определённой степени уравнивания противоречивых частных критериев.

Формально принцип максимина формулируется следующим образом: выбрать такой набор переменных  $X^{(0)} \in X$ , при котором реализуется максимум из минимальных нормированных значений частных критериев:  $F(X^{(0)}) = \max \min f_i(X)$ . Такой принцип выбора  $X^{(0)}$  иногда носит название *гарантированного результата*. Если частные критерии необходимо минимизировать, то самым отстающим критерием является тот, который принимает максимальное значение. В этом случае применяют принцип минимакса:  $F(X^{(0)}) = \min \max f_i(X)$ .

Универсального метода, с помощью которого можно было бы решить любую задачу оптимизации, не существует. Поэтому для решения конкретной задачи применяют один или несколько своих численных методов.

### 1.5.3. ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ВЫБОРА КРИТЕРИЕВ ОПТИМАЛЬНОСТИ

Если требуется оптимизировать один из показателей качества проектируемого объекта при соблюдении ограничений на остальные показатели, то нужно сформировать один частный критерий. Задача оптимизации при этом сводится к задаче максимизации (минимизации) данного критерия с учётом заданных ограничений.

При наличии нескольких критериев выбирают:

а) *аддитивный критерий*, если существенное значение имеют абсолютные значения критериев при выбранном векторе параметров  $X$ ;

б) *мультипликативный критерий*, если существенную роль играет изменение абсолютных значений частных критериев при вариации вектора  $X$ ;

в) *максиминный (минимаксный) критерий*, если стоит задача достижения равенства нормированных значений противоречивых (конфликтных) частных критериев.

**Рекомендации по выбору ограничений, целевой функции и критериев оптимальности при обработке резанием.** Для следующих критериев оптимизации следует принимать значения: штучная

себестоимость, штучное время, компромисс стоимости и времени – минимум; число (в штуках); доля прибыли – максимум [6].

Зависимость для штучного времени должна быть приведена к проходу в пределах операции и к составляющим затрат времени, зависящим от режимов обработки. Во вспомогательном времени должно быть учтено только время на смену инструмента  $\tau_{\text{сми}}$  и поворот режущей пластины  $\tau_{\text{прп}}$ . Время обслуживания и отдыха ( $\tau_{\text{обсл}} + \tau_{\text{отд}}$ ) можно не учитывать.

Система ограничений для процессов резания приведена в табл. 1.13.

**1.13. Технические ограничения при точении**

Ограничения		Станок	Зажимное приспособление	Оптимальные рабочие режимы	Заготовка
Геометрические		Рабочее пространство (максимальный, минимальный диаметр заготовки, высота рабочей зоны, максимальная длина обработки и др.)	Диапазоны запрещённых диаметров, биение детали в патроне	Геометрия режущей части, форма державки, токарный резец, токарная штанга	Размеры (громоздкость), геометрические погрешности (макро- и микроотклонения формы)
По нагрузке (износ)		Мощность, крутящий момент	Ограничение по частоте вращения, ограничение по силе зажима токарного патрона, задней баки	Материал режущей части, режущая пластина, резцедержавка	Материал, предварительная подготовка, обрабатываемость
Прочность, деформация и упругость	Статическая	Упругость (шпиндель, станина, суппорт, задняя бабка, механизм подачи)	Жёсткость закрепления	Прогиб державки	Прогиб заготовки (упругость заготовки)
	Динамическая	Аналитически пока не описано	Колебания (появление вибрации) в системе СПИД		
	Термическая		Термические деформации		

Основное время  $\tau_{\text{осн}}$ , определяемое только для станков, относят к длине прохода с рабочей подачей (может быть принята длина заготовки).

В качестве технологических составляющих себестоимости должны быть учтены стоимость одного часа работы станка  $C_{\text{ст}}$ , часовая заработная ставка  $C_{\text{зс}}$ , стоимость других расходов  $C_{\text{др}}$  и стоимость инструмента  $C_{\text{инстр}}$ .

Ограничения могут быть образованы элементами системы СПИД, проявлением характеристик (геометрии, кинематики, нагрузки, износа) или совокупностью переменных (силами резания, производительностью, периодом стойкости), причём не всегда возможно однозначное разделение их.

## 1.6. МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КАК СРЕДСТВО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ

### 1.6.1. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, РЕАЛИЗУЮЩЕЕ МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Сущность метода конечных элементов (МКЭ) заключается в том, что область, занимаемая телом, разбивается на конечные элементы (треугольники в плоском случае и тетраэдры в пространственном). Внутри каждого элемента задаются некоторые функции формы, позволяющие определить перемещения внутри элемента по перемещениям в узлах (в местах стыков конечных элементов).

Комплексы МКЭ (ANSYS, NASTRAN, ABAQUS, COSMOS и др.) относятся к категории CAE-систем (Computer Aided Engineering), применяемых при проектировании машиностроительных, строительных и других конструкций.

Лидером комплексов МКЭ (FEA-пакетов) является ANSYS. Детальное описание пакета ANSYS можно найти на официальном сайте компании ANSYS [7] или (русский, сокращённый вариант) на сайте компании CAD-FEM-Russia [8]. Достоинством этой системы является наиболее полная документация и система помощи.

Имеются следующие конфигурации программы ANSYS, различающиеся своими возможностями:

- *ANSYS Structural<sup>TM</sup>* – статические и динамические расчёты в линейной и нелинейной постановках;
- *ANSYS Mechanical<sup>TM</sup>* (с модулем ANSYS Thermal) – расчёт полей температур из решения задач стационарной и нестационарной теплопроводности, конвекции, теплообмена излучением, расчёты фазовых превращений (замерзание, плавление, сварка и т.д.). Поля температур можно автоматически передать в ANSYS Structural для прочностных расчётов;
- *ANSYS Professional<sup>TM</sup>* – решение контактных задач, проведение геометрически нелинейные расчётов и оптимизации;
- *ANSYS DesignSpace<sup>®</sup>* – несложные прочностной, частотный или температурный расчёты, оптимизация, оценка в первом приближении правильности принятых конструктивных решений;
- *ANSYS Workbench* – многодисциплинарный анализ.

Лицензионные дистрибутивы программ ANSYS и NASTRAN стоят довольно дорого – до 10 000\$. У пользователей есть альтернатива использования freeware-программ конечно-элементного анализа. Далеко не полный их список можно найти на Web-страницах [9, 10].

*ELCUT* – это интерактивная система моделирования двумерных краевых задач методом МКЭ [11]. Система позволяет решать плоские и осесимметричные задачи стационарной и нестационарной теплопередачи, анализа упругого напряжённого состояния, совмещённые задачи и др. Имеется собственный модуль описания геометрии, можно импортировать фрагменты модели из AutoCAD или других САПР.

*MatLab* – профессиональный пакет для решения математических задач разной сложности, моделирования, решения уравнений, построения графиков. Пакет позволяет решать задачи тепломассопередачи и переноса, выполнять прочностные расчёты, а также совместные задачи. Имеется обширная библиотека встроенных функций с возможностью дополнения пользователем.

*FemLAB* – пакет для математического моделирования практически любых процессов, описываемых дифференциальными уравнениями. Имеется возможность взаимодействия с Matlab и CAD-пакетами [12]. Основным достоинством данного пакета является графическое представление расчётной модели на координатной сетке. Сетка может быть выполнена в реальном масштабе моделируемого объекта.

*ABAQUS* – универсальная конечно-элементная программа для проведения углублённого анализа поведения конструкции и решения задач теплопередачи, а также анализ контактного взаимодействия конструкции.

*LS-DYNA (LSTC)* предназначена для анализа нелинейного динамического отклика трёхмерных неупругих структур, решения контактных задач (удар, разрушение и формование). Пользователями программы являются все известные мировые автомобильные концерны, множество фирм оборонной отрасли и др.

*ADAMS* позволяет определить все параметры движения системы как из абсолютно жёстких, так и упругих звеньев; вычислить усилия в связях и реакции в опорах, усилия на элементы управления; определять взаимное перемещение составных частей и перемещения и углы поворота в шарнирах и др.

## **1.6.2. ПАКЕТ ТВЁРДОТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ SOLIDWORKS И ЕГО МОДУЛИ**

Программа SolidWorks<sup>®</sup> – это САПР, использующая привычный графический интерфейс пользователя Microsoft Windows<sup>®</sup>. Для проектируемых трёхмерных деталей и сборок можно создавать двухмерные чертежи. Детали, сборки и чертежи являются связанными документами; при внесении любых изменений в детали или сборки документ чертежа изменяется.

Пакет SolidWorks содержит следующие основные модули.

*DriveWorksXpress* используется для автоматизации процесса проектирования, которая позволяет внедрить правила проектирования и повторно использовать проектную информацию в целях сохранения времени и средств. Дополнительная информация о DriveWorks на веб-узле [13].

COSMOSMotion (в версии SolidWorks Office Premium) даёт возможность определить движение механизмов, моделировать его и анимировать результаты без выхода из среды SolidWorks, а также рассчитывать нагрузки, которые могут быть использованы для определения эпюр нагрузок в структурном анализе. Источниками движения могут быть перемещения/углы поворота, скорости/ускорения и силы/моменты. В качестве результатов программа предоставляет набор диаграмм, отображающих координаты, скорости, ускорения, усилия в зависимости от времени.

Используя функциональность *ScanTo3D* (в версии SolidWorks Office Premium), можно открыть данные сканирования любого сканирующего устройства, подготовить данные и затем преобразовать их в поверхность или твёрдотельную модель.

*SolidWorks Routing* создаёт пути маршрута трубопровода, труб или электрических кабелей между компонентами, также включает в себя выравнивание проводки и функции оформления, позволяющие получать двухмерные чертежи по изготовлению проводки из трёхмерных электрических маршрутных сборок.

*SolidWorks Toolbox* включает библиотеку стандартных деталей: подшипники, болты, гайки, кулачки, зубчатые колеса, кондукторные втулки, вкладыши, стопорные кольца, винты, звёздочки, конструкционные профили, включая алюминий и сталь, шкивы для зубчатых ремней, шайбы, канавки для добавления стандартных канавок в цилиндрическую деталь.

К сожалению, крепежи являются приблизительными изображениями и не включают точное описание резьбы, что может повлиять на их использование в некоторых типах анализов, например расчётов напряжения. Кроме того, *SolidWorks Toolbox* позволяет выполнить расчёт балки для определения напряжения и отклонения балки и расчёт подшипника для определения нагрузки и жизненного цикла подшипника.

*TolAnalyst™* – анализ допусков для определения влияния допусков и методов сборки на размерный анализ между двух элементов сборки.

*COSMOSXPress* позволяет провести статический анализ конструкции. Результаты расчета представляются в виде изображения на конструкции эквивалентных напряжений, запаса прочности и деформированного вида.

### 1.6.3. ПРОДУКТЫ-АНАЛОГИ SOLIDWORKS

*MSC.visualNastran 4D* позволяет имитировать кинематику и динамику механизмов. Его функциональность сопоставима с COSMOSMotion. При этом реальная податливость деталей также не учитывается. Нагрузки в местах соединений и силы инерции могут быть использованы в качестве граничных условий, приложенных к детали при её псевдостатическом анализе; добавлен кинематический анализ зубчатых зацеплений, имитации качения.

Возможности *vNastran 2002*, отсутствующие в *COSMOSWorks*: температурная зависимость коэффициента теплоотдачи при конвекционном теплообмене и трансляция динамических нагрузок из динамического в статический анализ.

В *vNastran*, в частности, отсутствуют возможность задания контактных граничных условий (выход из контакта, вступление в контакт, посадка с натягом, нелинейный контакт с большими перемещениями) и модель контактной теплопроводности.

Продукт оптимален для динамического анализа механизмов с последующим статическим расчётом деталей.

*CATIA V5 & Structural Analysis* – CAD/CAE-комплекс расчёта на прочность. Можно воспользоваться продуктами из конфигурации *Structural Analysis*:

- *Generative Part Structural Analysis (GPS)* – статический анализ и расчёт собственных частот единственной детали;
- *Generative Assembly Structural Analysis (GAS)* – статический анализ и расчёт собственных частот сборки. При наложении граничных условий в зонах контакта используется информация о сопряжениях в геометрической модели сборки;
- *Elfini Structural Analysis* – выбор типов конечных элементов, пре- и постпроцессоров;
- *FEM Surface* – модуль генерации сеток на поверхностях с возможностью управления качеством сетки.

*Pro/ENGINEER & Pro/MECHANICA* содержит следующие модули:

- **Structural Simulation Package** – статический и динамический анализы, расчёт собственных частот деталей и сборок, анализ чувствительности конструкции к изменению параметров, определяющих форму. Геометрическая модель разрабатывается или импортируется. Граничные условия могут быть взяты также из модулей теплового и кинематического анализа.

- **Motion Simulation Package** – кинематическое и динамическое моделирование механизмов;
- **Thermal Simulation Package** – стационарный тепловой расчёт деталей и сборок;
- **Fatigue Advisor** – прогноз долговечности конструкции в зависимости от формы циклов напряжений, типа материала, состояния поверхности и вида технологической обработки.

Функциональность *Pro/MECHANICA*, если исключить из рассмотрения *Fatigue Advisor*, несколько более ограничена по сравнению с комбинацией *COSMOSWorks+COSMOSMotion*. У *COSMOSWorks* лучше возможности моделирования поверхностей и более обширная номенклатура моделей контактного взаимодействия.

*MechSoft* (функционирует как приложение CAD-программ: *SolidWorks*, *SolidEdge* и др.) позволяет выполнить поперечный и проектировочный расчёты типовых объектов машиностроительных конструкции (можно определить статическую прочность или ресурс, уточнить геометрию на основе требований к конструкции) [14]. В базе данных присутствуют:

- прямозубые, косозубые и червячные, ременные, цепные и клиноременные передачи;
- шпоночные, сварные, штифтовые, резьбовые и паяные соединения;
- эвольвентные профили;
- подшипники скольжения;
- цилиндрические соединения с натягом.

Программа наделена инструментами параметрической оптимизации, позволяет анализировать плоские и пространственные размерные цепи.

*MechSoft* основана на аналитических вычислениях и не имеет никакого отношения к конечно-элементным и сходным процедурам. Из этого вытекают достоинства и ограничения программы. К числу первых относятся высокая степень достоверности расчётов (методы апробированы и в подавляющем большинстве узаконены в отраслевых документах), скорость и возможность проектировочного расчёта с учётом статической, усталостной и, в некоторых ситуациях, динамической прочности. Границы применимости – это стандартизованные объекты и условия их функционирования.

#### **1.6.4. ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ, РЕАЛИЗУЮЩЕЕ ТВЁРДОТЕЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ**

Одними из наиболее распространённых и освоенных специалистами комплексов CAD являются AutoCAD и созданный на его основе Autodesk Mechanical Desktop. Эти продукты имеют понятный и доступный интерфейс, а также обладают большими возможностями для моделирования в двух- и трёхмерном пространстве. Дополнительным удобством является наличие литературы об этих комплексах на русском языке.

Графические пакеты T-Flex, Компас-3D, SolidWorks также позволяют выполнять чертежи в 2D и 3D-проекциях. Кроме того, пакеты T-Flex и SolidWorks содержат расчётные модули, позволяющие проводить механические расчёты и решать задачи оптимизации.

*CADWorx* – пакет на базе AutoCAD® для проектирования промышленных предприятий. Комплект программ *CADWorx* полностью поддерживает и легко адаптируется ко всем отраслям промышленности. *Модули CADWorx обеспечивают следующие возможности:*

- *CADWorx Plant* и *Plant Professional*: проектирование трубопроводов, оборудования, металлоконструкций, кабельных трасс, а также связи с базой данных; реализована возможность конвертации режимов черчения из 2D в 3D и наоборот, в любой момент времени;

- *CADWorx Steel* и *Steel Professional (Металлоконструкции)* – полнофункциональный пакет трёхмерного моделирования металлоконструкций;

*CADfix (Finite Element Graphical Systems, FEES)* – проектирование, инженерный анализ, моделирование производственных процессов, обмен данными и моделями между комплексами САПР без потери данных. Программа восстанавливает геометрические модели, вплоть до получения твёрдотельной модели по несвязанному каркасному набору опорных линий, а также производит

модификации и экспорт геометрических файлов. CADfix может использоваться для создания расчётных моделей для конечно-элементного расчёта (доводка твёрдотельной геометрии до приемлемого для разбиения состояния и непосредственная разбивка на конечные элементы).

## 2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ

### 2.1. ЗАДАНИЕ КОНСТРУКТИВНЫХ И РЕЖИМНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ ПРИ ТОЧЕНИИ

В качестве примера рассмотрим процесс несвободного резания (рис. 1.1, а).

Материал режущего инструмента – сплав Т15К6, материал заготовки – сталь 40Х. Теплофизические и механические свойства указанных материалов приведены в табл. 2.1 [1].

Геометрические параметры резца: главный угол резца в плане  $\varphi = 35^\circ$ , вспомогательный угол резца в плане  $\varphi_1 = 15^\circ$ , главный задний угол резца  $\alpha = 9^\circ$ , передний угол резца  $\gamma = 10^\circ$ , угол заострения резца  $\beta = 70,95^\circ$ , угол при вершине резца в плане  $\varepsilon = 130^\circ$ , радиус при вершине резца в плане  $r = \rho_1 = 0,001$  м. Сечение резца  $H \times B = 25 \times 16$  мм [5, 15]. Режимы резания [5, 15]: глубина резания  $t = 0,006$  м, подача  $S = 0,006$  мм/об, скорость резания  $v = 2,9$  м/с, диаметр заготовки  $d_s = 100$  мм, частота вращения заготовки  $n_s = 307,8$  об/мин.

#### 2.1. Теплофизические и механические свойства материалов режущего инструмента и заготовки

Материал	Предел прочности при растяжении $\sigma_B \cdot 10^6$ , Н/м <sup>2</sup>	Сопротивление пластическому сдвигу $\tau_p \cdot 10^6$ , Н/м <sup>2</sup>	Коэффициент теплопроводности, Дж/(м·с·°С)	Коэффициент температуропроводности, м <sup>2</sup> /с
Сплав Т15К6			$\lambda = 27,2$	
Сталь 40Х	615	563	$\lambda_p = 33,9$	$A = 6,75 \cdot 10^{-6}$

#### 2.1.1. РАСЧЁТ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РЕЖУЩИЙ ИНСТРУМЕНТ

Результаты расчётов по формулам (1.4) – (1.10) приведены в табл. 2.2. За расчётные силы принимаем  $N = 3570,6$  Н и  $N_1 = 9044,4$  Н. Сила стружкообразования  $R = \sqrt{R_z^2 + R_y^2} = \sqrt{6480,7^2 + 2427,1^2} = 6920,2$  Н. Из треугольника сил  $R_x = R \cos 45 = 4893,3$  Н.

#### 2.2. Результаты расчёта нагрузок, действующих на режущий инструмент

Расчётный параметр	Величина
Критерий Пекле $Pe$	199,8
Тангенциальная составляющая силы стружкообразования $R_z$ , Н	6480,7
Радиальная составляющая силы стружкообразования $R_y$ , Н	2427,1
Сила трения на передней поверхности $F_{п}$ , Н	1125,36
Нормальная сила $N$ , Н	3570,6
Сила трения на задней поверхности $F_1$ , Н	5334,3
Нормальная сила на задней поверхности $N_1$ , Н	9044,4
Толщина среза $a_1$ , м	0,00047
Ширина среза $b_1$ , м	0,008
Коэффициент трения на задней контактной площадке $\mu_1$	0,59

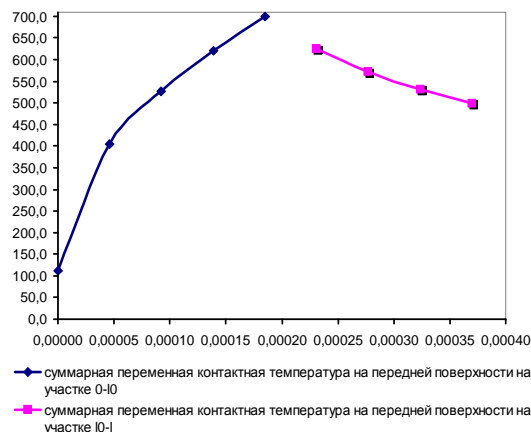
## 2.1.2. РАСЧЁТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ПЕРЕДНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ РЕЗЦА

Результаты расчётов по формулам (1.11) – (1.17) приведены в табл. 2.3.

### 2.3. Результаты расчёта температуры на передней поверхности резца

Расчётный параметр	Величина
Длина $AB$ , м	0,001
Длина $AD$ , м	0,0021
Длина $AC$ , м	0,00037
$h$ , м	0,0000898
$h_v$ , м	0,0000657
Максимальная температура трения на передней поверхности $\theta'_{M}$ , °C	1289,75
Максимальная контактная температура на передней поверхности $\theta_M$ , °C	699
Максимальная температура пластических деформаций в условной плоскости сдвига $\theta_A$ , °C	112,1
Температура в месте отрыва стружки от передней поверхности инструмента $\theta_C$ , °C	499,43

Результаты расчетов по формулам (1.18) – (1.19) представлены на рис. 2.1.



**Рис. 2.1. Зависимость суммарной контактной температуры на передней поверхности резца от длины контакта стружки с инструментом**

## 2.1.3. РАСЧЁТ ТЕМПЕРАТУРЫ НА ЗАДНЕЙ ПОВЕРХНОСТИ РЕЗЦА

Результаты расчётов по формулам (1.21) – (1.24): координата, которой соответствует максимум суммарной контактной температуры на задней поверхности инструмента  $(x/\Delta)_m = 0,499$ , максимальная температура трения на задней поверхности инструмента  $\theta'_N = 1897,9$  °C, суммарная контактная температура в точке  $N$ :  $\theta_N = 922,75$  °C, суммарная контактная температура в точке  $D$ :  $\theta_D = 672,3$  °C, средняя контактная температура на участке  $AD$ :  $\bar{\theta}_3 = 805,2$  °C.

## 2.1.4. РАСЧЁТ ТЕПЛОТЫ НА ПОВЕРХНОСТИ ЗАГОТОВКИ

Результаты расчётов по формулам (1.26) – (1.30): доля теплоты трения, уходящей с контактной площадки задней поверхности в деталь  $Q_{д3} = 21\,965,7$  Дж/с, доля теплоты трения, уходящей с контактной площадки задней поверхности в резец  $Q_{р3} = 258,1$  Дж/с,  $\bar{q}_{д3} = 796\,934\,122,1$  Дж/с,  $\bar{q}_{р3} = 9\,365\,254,7$  Дж/с, теплота детали  $Q_d = 11\,947,3$  Дж/с.





## 2.1.5. РАСЧЁТ ТЕПЛОТЫ ПОВЕРХНОСТИ СТРУЖКИ

Согласно принятым исходным данным теплота на поверхности стружки составит  $Q_c = 16887,6$  Дж/с (см. формулу (1.31)).

## 2.2. СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ РЕЖУЩЕГО ИНСТРУМЕНТА

Для создания объёмного изображения можно использовать ряд пакетов: Autodesk Inventor®, Solid Works®, T-Flex CAD®, Компас-3D® и т.д.

Рассмотрим этапы построения геометрии резца в пакете Autodesk Inventor 10.

Для создания новой детали в **Стандартной панели инструментов** выберите **Создать** , при этом откроется диалоговое окно, в котором предлагается выбрать один из шести стандартных шаблонов, выделите значок **Обычный.ipt**  и нажмите **ОК**. Откроется рабочее окно, в котором в верхней части располагается основное меню, слева инструментальная палитра и браузер, а справа от них рабочая область, в которой происходит построение изображения детали (рис. 2.2).

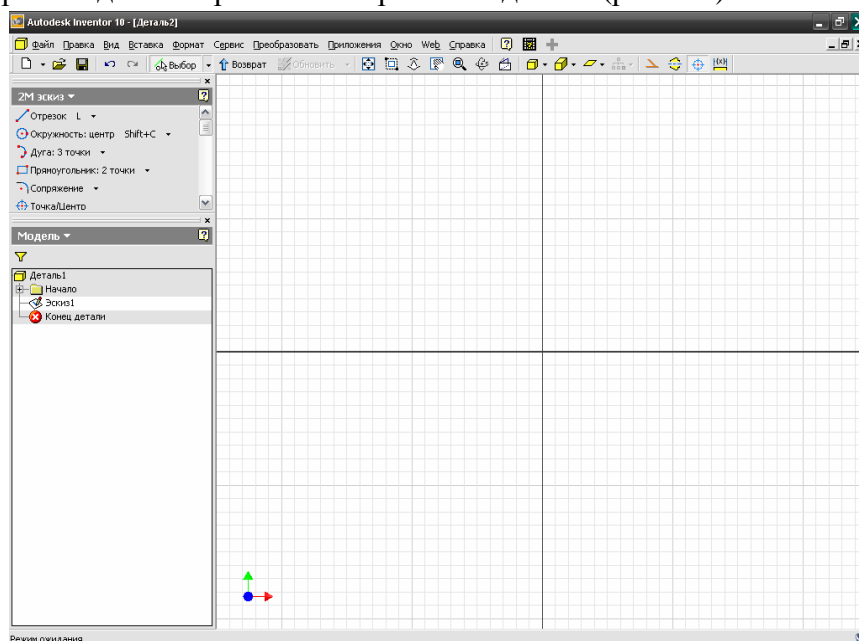


Рис. 2.2. Рабочее окно Autodesk Inventor 10

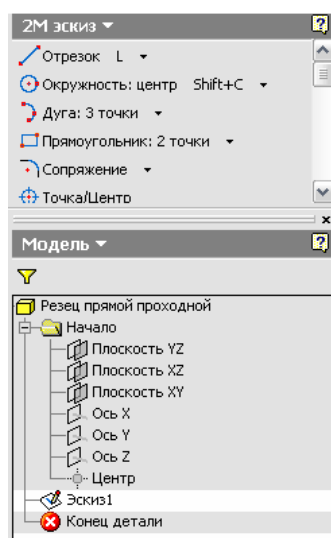


Рис. 2.3. Редактирование браузера

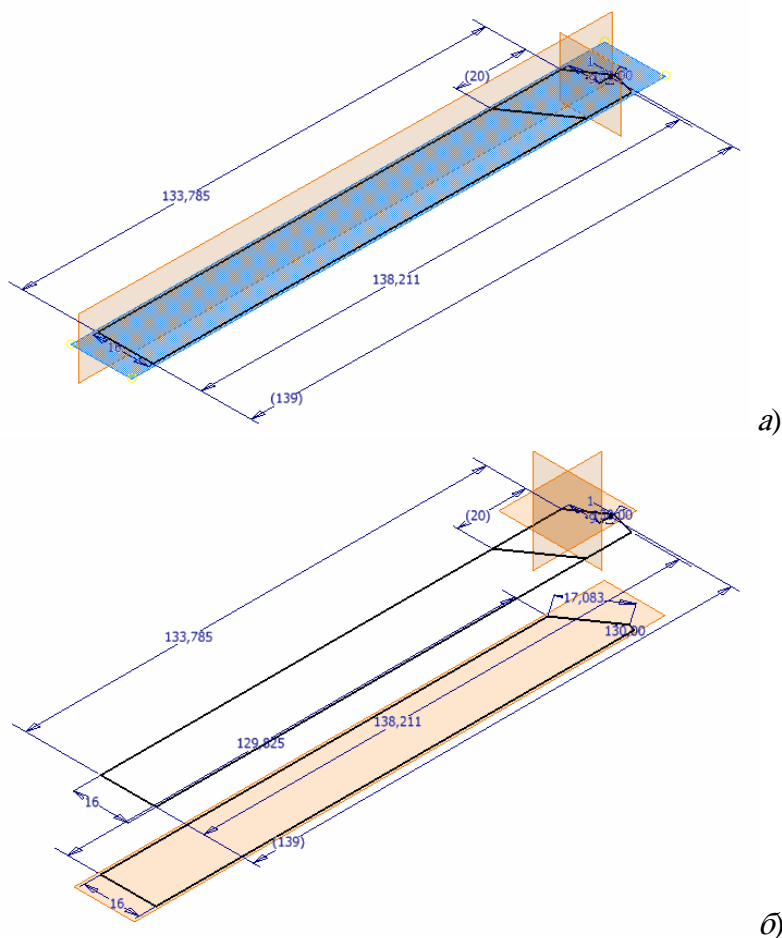
При создании новой детали в браузере отображаются имя детали, автоматически присваиваемое по умолчанию, папка «Начало», «Эскиз1», «Конец детали», рабочие плоскости и оси. Программа автоматически переходит в режим создания эскизов, а в инструментальной палитре появляется набор инструментов для эскизирования: **Отрезок**, **Окружность**, **Дуга** и др. (рис. 2.3). После завершения построения эскиза он заменяется на набор инструментов для превращения плоских эскизов в объёмные модели деталей. В графической области для удобства построений отображается координатная сетка. Начало координат помещается в центр графической области.

Поменяем имя детали «Деталь1» на «Резец проходной прямой», развернём щелчком по знаку + папку «Начало» (рис. 2.3). Сделаем видимыми плоскости  $YZ$ ,  $XZ$ ,  $XY$ , наведя курсор на каждую из них и щелкнув правой клавишей мыши. В раскрывшемся диалоговом окне ставим флажок на опции **Видимость** (при необходимости отключить видимость убираем флажок). Нажав клавишу **F6**, переходим к изометрическому виду. При наведении указателя мыши на имя плоскости в браузере или на изображение плоскости в рабочей области она будет также подсвечиваться соответственно в рабочей области или браузере.

Переименуем «Эскиз1» в «**верх резца**», подсветив его и нажав правую клавишу мыши. В раскрывшемся диалоговом окне выбираем **Редактировать эскиз**, нажимаем клавишу **Page Up** и, указав мышью на «**верх резца**», получаем вид на эскиз. Используя пиктограмму **Отрезок** в инструментальной палитре, вычерчиваем контуры верха резца с учётом принятой геометрии инструмента. Чтобы полученный эскиз был полностью определён, нанесём размеры, нажав пиктограмму **Размеры D**. Указателем мыши подсвечиваем требуемые линии эскиза, на которых необходимо проставить размеры. После щелчка левой клавишей мыши для каждой линии появляется её размер. Если необходимо, например, проставить параллельный размер, то дополнительно нужно щёлкнуть правой клавишей мыши и из раскрывающегося списка выбрать **параллельный размер**. Двойным щелчком левой клавишей мыши по размеру его можно отредактировать, исправив число в раскрывшейся панели **Редактирование размера**. Линия автоматически изменит свою длину и весь эскиз перестроится в соответствии с принятым размером. Весь эскиз можно просмотреть, выбрав в основном меню **Вид/Показать все (Home)**, нажав аналогичную пиктограмму или клавишу **Home**. Нажав правую клавишу мыши в рабочем окне и выбрав **Принять эскиз**, завершаем построения в эскизе, нажав клавишу **F6**, получим изометрический вид эскиза. «**Верх резца**» показан на рис. 2.4, а.

Создадим новую плоскость для нижней части резца, выбрав пиктограмму **Рабочая плоскость** или нажав клавишу **J**.левой клавишей мыши выделим плоскость «**верх резца**» и переместим указатель вниз, при этом появится окно **Сдвиг**, в котором укажем **-25**. В браузере появится **РабПлоскость1**. «**Низ резца**» будет лежать в основной плоскости. Используя ранее перечисленные команды, строим эскиз нижней части резца (рис. 2.4, б).

Выбрав пиктограмму **По сечениям** или нажав **Shift+L**, переходим к построению резца. В открывшемся диалоговом окне (рис. 2.5) в разделе **Сечения** указываем «**верх резца**», «**низ резца**». В рабочей области на предварительном просмотре можно увидеть полученный по сечениям резец. Для принятия резца нажимаем **ОК**. Переименуем в браузере указанную операцию по сечениям в «**профиль резца**».



**Рис. 2.4. Эскизы резца:**  
а – верх резца; б – низ резца

Создадим угол заострения резца или передний угол, имеющий величину  $10^\circ$ . Для этого построим новую плоскость, параллельную плоскости  $YZ$ , отстоящую от нее на 16 мм вправо. В браузере появится новая плоскость, назовём её «плоскость правая». На плоскости  $YZ$  создадим эскиз с именем «вырез большой» с длиной сегмента 20 мм, углом между горизонтальной и наклонной линией  $10^\circ$  и радиусом сопряжения между ними 1 мм. На «правой плоскости» создадим новый эскиз с именем «вырез малый» с длиной сегмента 14,012 мм, углом между горизонтальной и наклонной линией  $10^\circ$  и радиусом сопряжения между ними 1 мм. Применим операцию **По сечениям** к этим двум эскизам и получим передний угол резца, равный  $10^\circ$ . Эту операцию назовём «вырез».

На торце резца выполним фаску величиной 1,5 мм. Для этого применим команду **Фаска (Shift+K)**. В диалоговом окне укажем размер фаски, торцевые рёбра резца и нажмём **ОК**.

Изобразим цилиндрическую поверхность, имитирующую резцедержатель. На торцевой поверхности резца создадим новый эскиз. Начертим окружность диаметром 40 мм. Применим операцию **Выталкивание (E)** с ограничением на расстояние 90,5 мм к этому эскизу.

В завершение построений нажмём клавишу **F6** и тем самым получим изометрическое изображение резца (рис. 2.6). Сохраним изображение в файл **резец проходной прямой.ipt**.

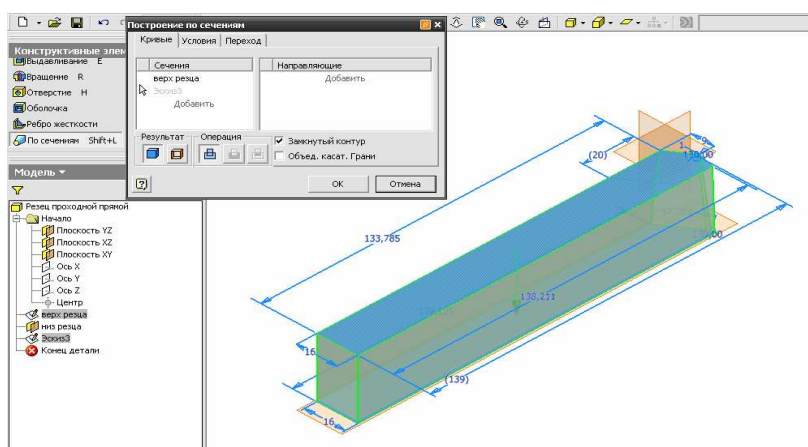


Рис. 2.5. Построение объекта по сечениям

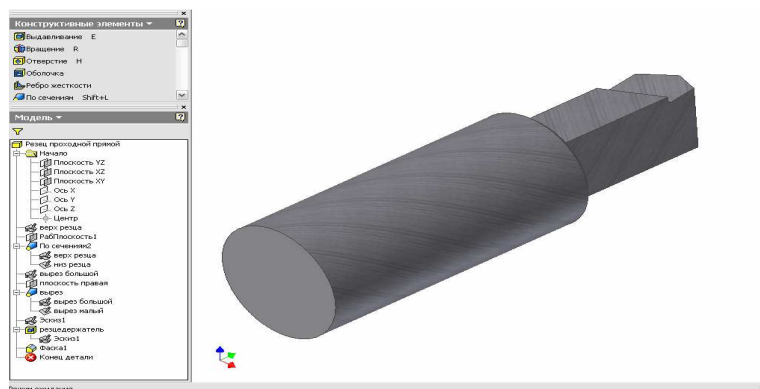


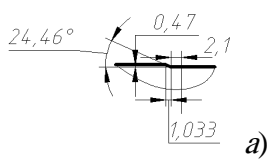
Рис. 2.6. Изометрическое изображение резца

Для передачи данного файла в пакеты Solid Works®, T-Flex CAD® сохраним его с расширениями **iges (igs)** и **step (stp)**, предварительно развернув изображение резца на переднюю кромку и отключив видимость всех компонентов модели. Для поворота с видом на главную режущую кромку нажмём клавишу **F4**.

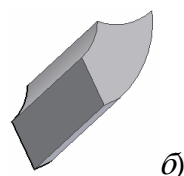
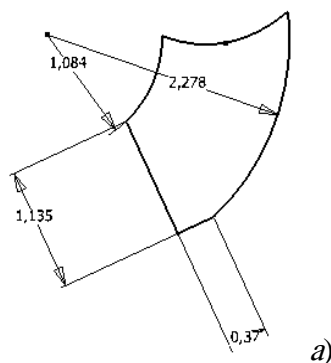
### 2.3. СОЗДАНИЕ ГЕОМЕТРИИ ЗАГОТОВКИ И ЭЛЕМЕНТА СТРУЖКИ

Прежде чем создавать эскиз, полученную расчётным путём геометрию элементов (см. формулы (1.12) – (1.14)) желательно прорисовать в натуральную величину на миллиметровой бумаге или в пакете AutoCad.

Для создания геометрии в пакете Autodesk Inventor 10 заготовки используем эскиз (рис. 2.7, *а*) и операцию выдавливания (рис. 2.7, *б*), для элемента стружки – эскиз (рис. 2.8, *а*) и операции выдавливания на длину контакта прямолинейной и радиусной частями главной режущей кромки, которая составляет  $b_1 = 8$  мм (рис. 2.8, *б*). Сохраним файлы с расширением *iges*.



**Рис. 2.7. Изометрическое изображение заготовки:**  
*а* – контур внешней поверхности заготовки на участке соприкосновения с резцом; *б* – применение операции выдавливания к эскизам контуров внешних поверхностей заготовки



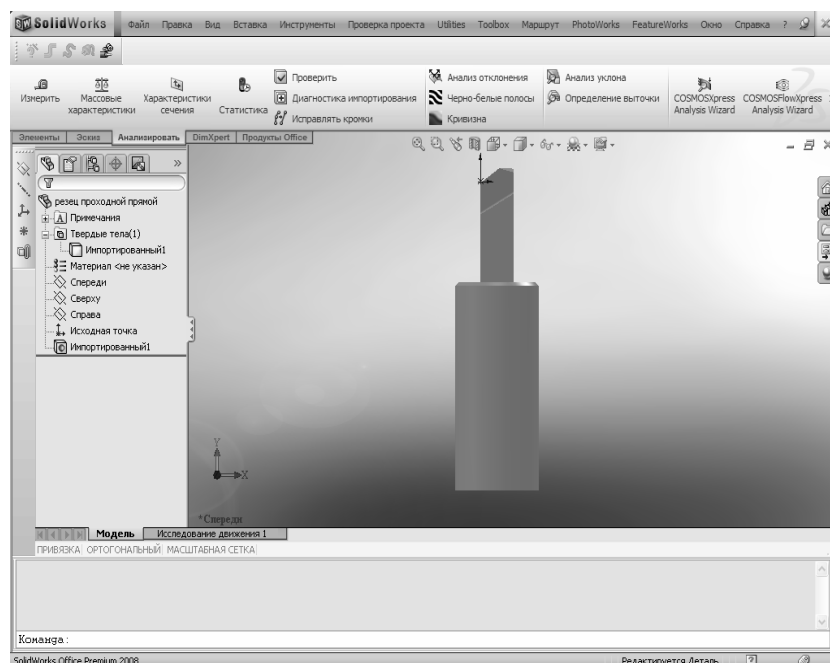
**Рис. 2.8. Изометрическое изображение элемента стружки:**

*а* – эскиз контура сечения элемента стружки; *б* – применение операции выдавливания к эскизу контура сечения элемента стружки

### 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РЕЖУЩИЙ ИНСТРУМЕНТ

#### 3.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ SolidWorks 2008

Импортируем файл **резец проходной прямой.igs** в SolidWorks 2008. Вызываем команду **Открыть (Ctrl+O)**. Программа может потребовать выполнение диагностики импортирования детали: нажимаем **Да**. В открывшемся окне слева от рабочей области панели браузера в графе **Дополнительно** нажимаем **Исправить все грани** и **ОК**. Далее действуем согласно запросам и на выходе нажимаем **Esc**. В результате имеем изображение резца (рис. 3.1).

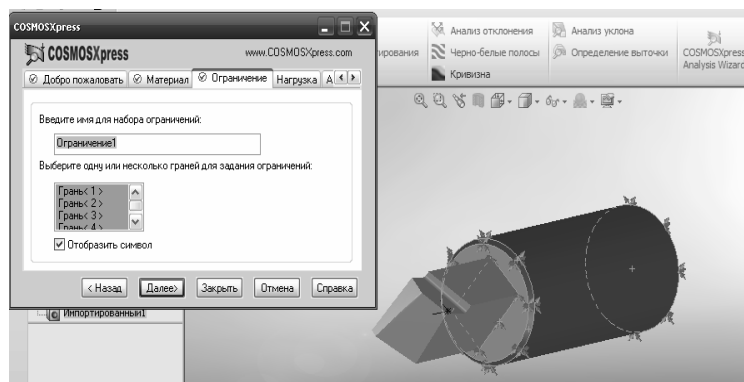


**Рис. 3.1. Изометрическое изображение реза в SolidWorks 2008**

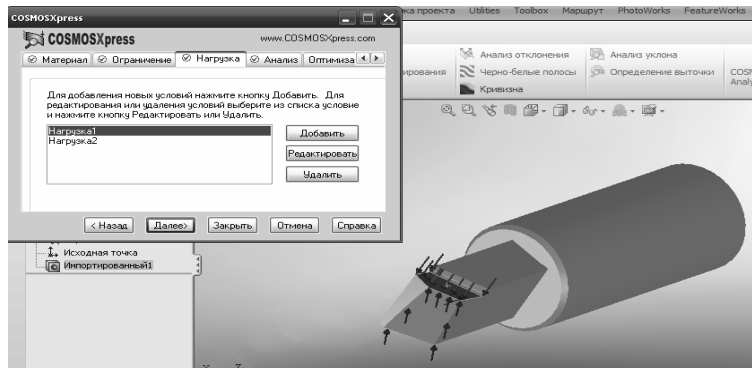
Назначим материал реза, щелкнув правой клавишей мыши по **Материал реза не указан** в панели браузера, выберем **Материал реза**. В открывшемся окне **Редактор материалов** отметим **Материалы SolidWorks/Другие металлы/Титан**.

Щёлкнув правой клавишей мыши в рабочей области и выбрав команду **Вращать вид**, повернём модель таким образом, чтобы была видна главная режущая кромка реза. В панели основного меню пакета выберем команду **Инструменты/COSMOSXpress**. Нажимаем кнопку **Далее**. В разделе **Ограничение** укажем на цилиндрическую поверхность, имитирующую резцедержатель (рис. 3.2). В разделе **Нагрузка** выберем **Сила** и приложим нагрузку на переднюю и заднюю поверхности инструмента расчётными силами  $N = 3570,6 \text{ Н}$  и  $N_1 = 9044,4 \text{ Н}$ , как показано на рис. 3.3. В следующем окне раздела **Нагрузка** введём расчётное значение силы в ньютонах. Далее следуем указаниям расчётного модуля COSMOSXpress. Сохраним данный проект.

В разделе **Результаты** будут отображаться опасные сечения реза (рис. 3.4), распределение напряжений (рис. 3.5), распределение смещений (рис. 3.6) и деформированная форма реза (рис. 3.7). Нажав на кнопку **Выполнить**, можно запустить анимацию. Выбрав пункт **Создать отчет HTML**, результаты расчёта просматриваются как html-страницы.

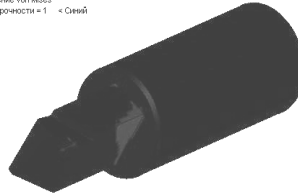


**Рис. 3.2. Наложение ограничений на модель**

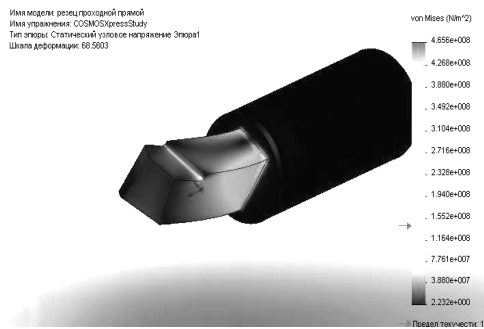


**Рис. 3.3. Приложение нагрузки к режущей кромке**

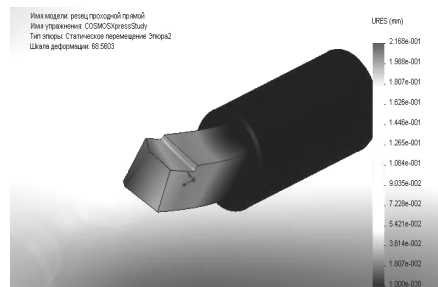
Имя модели: резец-проточной-прямой  
 Имя управления: COSMOSXpressStudy  
 Тип эскиза: Проверка проектирования Эскиз4  
 Критерий: Максимальное напряжение von Mises  
 Красный < Коэффициент запаса прочности = 1 < Синий



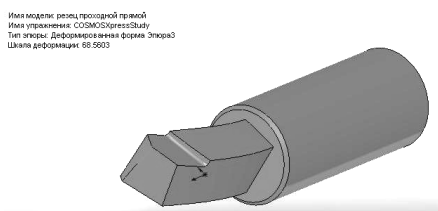
**Рис. 3.4. Опасные сечения резца**



**Рис. 3.5. Распределение напряжений**



**Рис. 3.6. Распределение смещений**



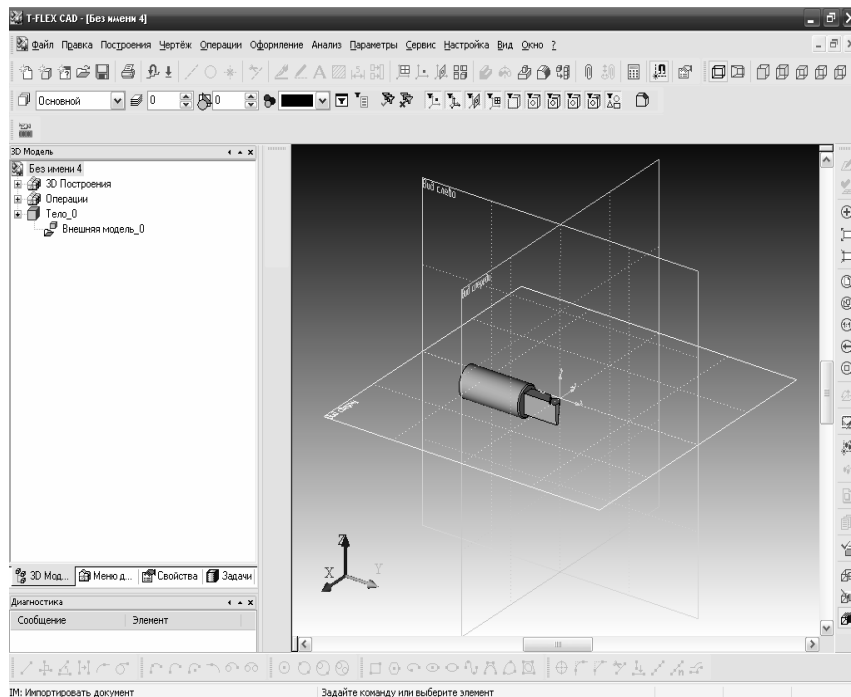
**Рис. 3.7. Деформированная форма резца**

### 3.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ T-FLEX CAD 10

Импортируем файл **резец проходной прямой.stp** в **T-FLEX CAD 10**. Вызываем команду **Файл/Новая 3D модель**, затем **Файл/ Импортировать**. Программа проведёт конвертацию расширения step (stp) в файл T-FLEX CAD 10. Нажимаем **Старт** и **ОК**. В результате имеем следующее окно T-FLEX CAD 10 (рис. 3.8).

В верхней части рабочего окна T-FLEX CAD 10 располагается основное меню и пиктограммы команд, слева браузер, а справа от браузера рабочая область, в которой происходит построение детали.

Развернём вкладку браузера **3D Построения/Рабочие плоскости:3** и отключим видимость плоскостей. Это можно сделать как наведением указателя мыши на имя плоскости в браузере, так и на вид плоскости в рабочем окне. Нажмём правую клавишу мыши и выберем **Погасить**. Перенесём указатель мыши на резец и, удерживая левую клавишу, развернём модель таким образом, чтобы была видна главная режущая кромка резца.

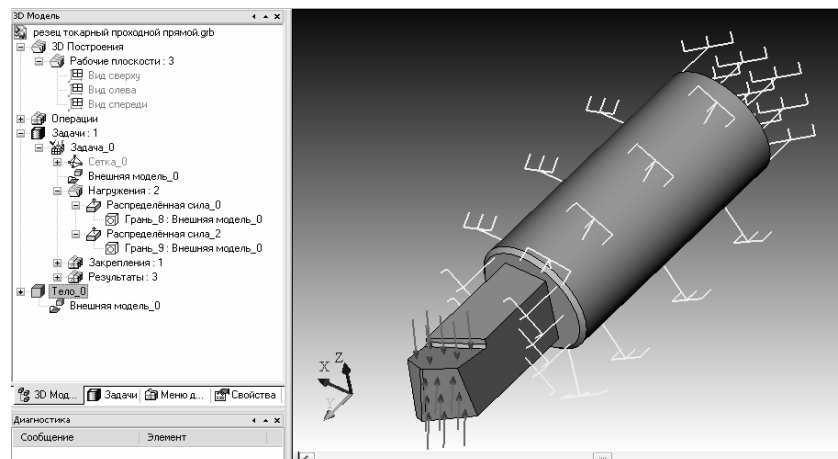


**Рис. 3.8. Изометрическое изображение резца в T-FLEX CAD 10**

В основном меню вызовем команду **Анализ/Новая задача**. Появится окно, в котором выберем **Закончить ввод <Enter>**. Установим параметры сетки как **Точнее**. Подтвердим выбор. Произойдёт генерация конечно-элементной сетки, которая будет нанесена на резец.

Назначим материал резца, вызвав команду **Анализ/Материал**, и выберем материал резца – титан.

Для моделирования нагрузок, действующих на резец, вызовем команду **Анализ/Нагружение/Сила**. В открывшемся окне (рис. 3.9) укажем величину силы в ньютонах и те грани, на которые она действует.



**Рис. 3.9. Задание величины и направления действия силы**

Определим закрепление резца, вызвав команду **Анализ/ Закрепление/Полное закрепление**. В открывшемся окне (рис. 3.10) укажем грани, образующие цилиндрическую поверхность, имитирующую резцедержатель.

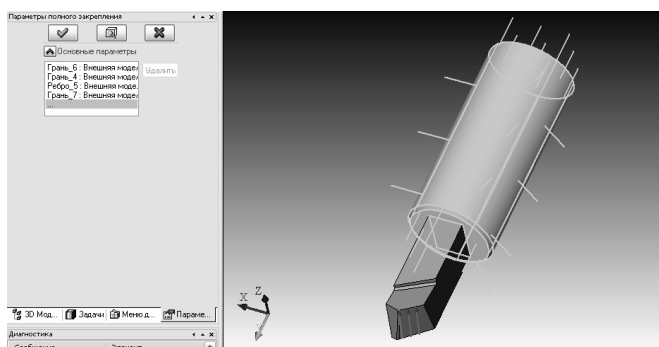


Рис. 3.10. Задание условий закрепления

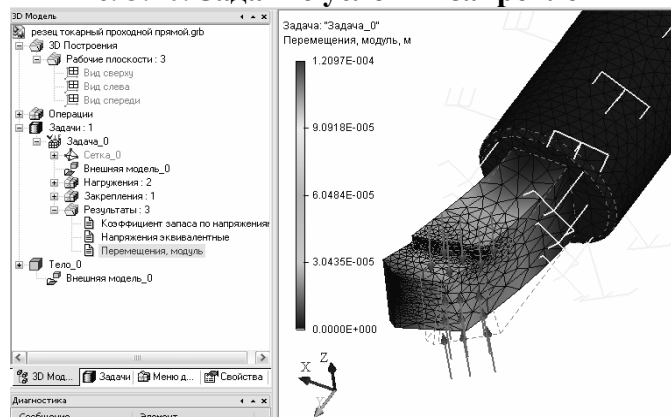


Рис. 3.11. Иллюстрация величины перемещения

Командой **Анализ/Расчет** запустим процедуру расчёта нагрузок.

В окне браузера появится пункт **Результаты:3**. Развернём его и последовательно выбираем подпункты. В рабочей области будет прорисована геометрия резца с учётом нагрузок (рис. 3.11).

## 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ЗАГОТОВКУ И ЭЛЕМЕНТ СТРУЖКИ

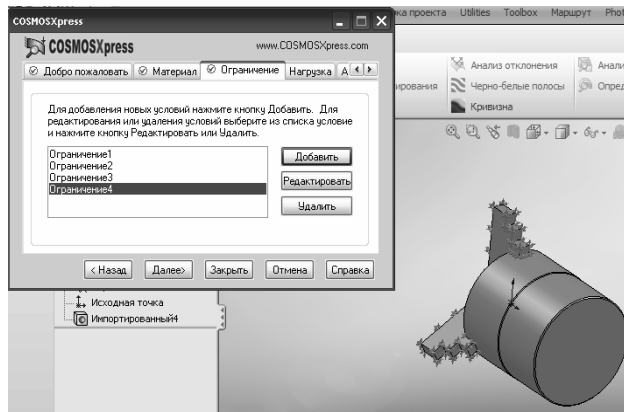
### 4.1. МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ SolidWorks 2008

Импортируем чертеж заготовки с элементами трёхкулачкового патрона. Повернём модель таким образом, чтобы была видна обрабатываемая поверхность заготовки. Назначим материал заготовки: легированная сталь.

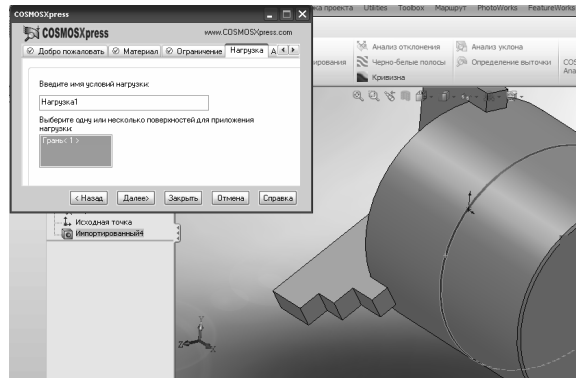
Запустим COSMOSXpress. В разделе **Ограничение** укажем на поверхности, имитирующие трёхкулачковый патрон (рис. 4.1). В разделе **Нагрузка** выберем **Сила** и приложим нагрузку величиной  $R_z = 6470,8$  Н на поверхность, образованную на заготовке прямолинейной и радиусной частями главной режущей кромки резца, как показано на рис. 4.2. В следующем окне раздела **Нагрузка** введём расчётное значение силы в ньютонах. Далее следуем указаниям расчётного модуля COSMOSXpress. Сохраним данный проект.

В разделе **Результаты** будут отображаться опасные сечения заготовки (рис. 4.3), распределение напряжений (рис. 4.4), распределение смещений (рис. 4.5) и деформированная форма заготовки (рис. 4.6).





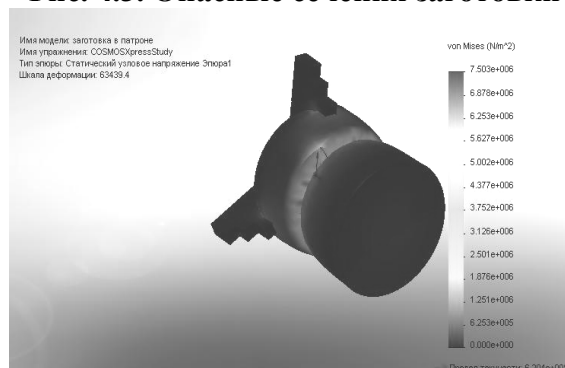
**Рис. 4.1. Наложение ограничений на заготовку**



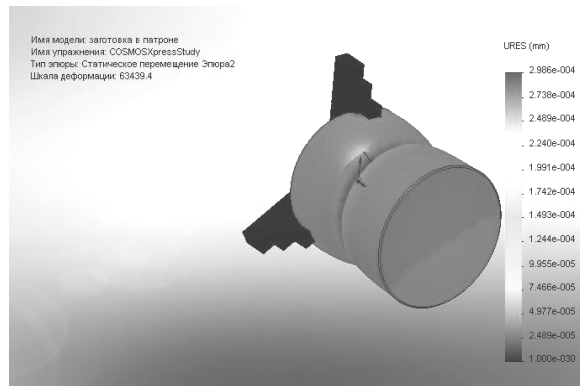
**Рис. 4.2. Приложение нагрузки к поверхности резания**



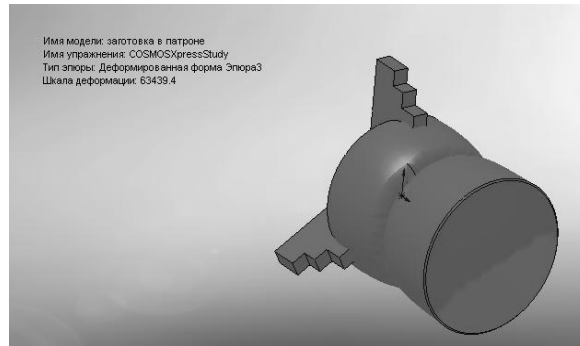
**Рис. 4.3. Опасные сечения заготовки**



**Рис. 4.4. Распределение напряжений**



**Рис.4.5** Распределение смещений заготовки



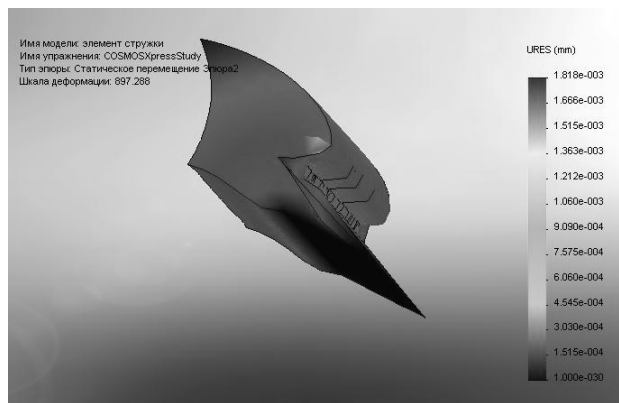
**Рис. 4.6.** Деформированная форма заготовки



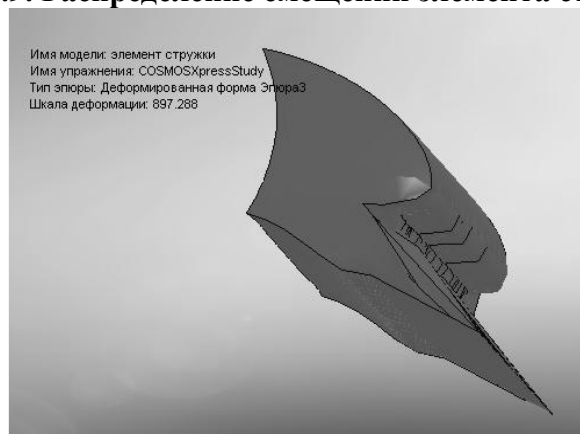
**Рис. 4.7.** Опасные сечения элемента стружки



**Рис. 4.8.** Распределение напряжений



**Рис. 4.9. Распределение смещений элемента стружки**



**Рис. 4.10. Деформированная форма элемента стружки**

Аналогично получим данные статического анализа элемента стружки (материал элемента стружки – легированная сталь). Повернём модель таким образом, чтобы была видна прямолинейная площадка, контактирующая с передней поверхностью резца. Запустим COSMOSXpress. В разделе **Ограничение** укажем на поверхность, соприкасающуюся с поверхностью условной плоскости сдвига. В разделе **Нагрузка** выберем **Сила** и приложим нагрузку величиной  $R = R_z \cdot \cos\gamma = 4893,3 \cdot \cos 10 = 4820$  Н на прямолинейную площадку, контактирующую с передней поверхностью резца. Сохраним данный проект.

В разделе **Результаты** будут отображаться опасные сечения элемента стружки (рис. 4.7), распределение напряжений (рис. 4.8), распределение смещений (рис. 4.9) и деформированная форма элемента стружки (рис. 4.10).

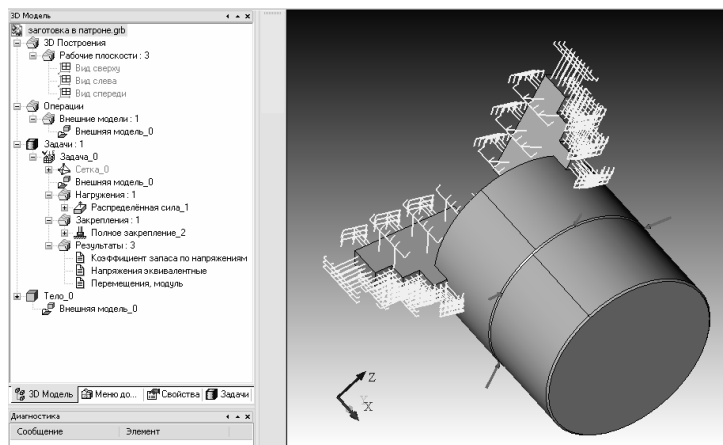
## 4.2. МОДЕЛИРОВАНИЕ В СРЕДЕ T-FLEX CAD 10

Импортируем файл заготовки.

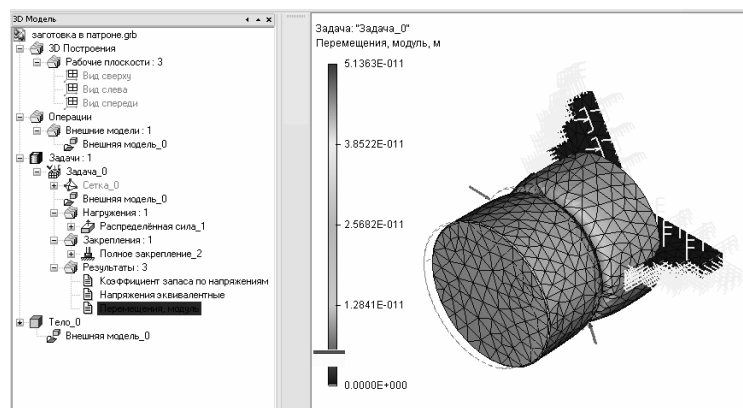
Назначим новую задачу статического расчёта, произведём генерацию конечно-элементной сетки и зададим конструкционный материал. Определим величину и направление действующей силы и закреплённые поверхности (рис. 4.11).

Запустим процедуру расчёта нагрузок. В окне браузера появится пункт **Результаты:3**. Развернём его и последовательно выбираем подпункты. В рабочей области будет прорисована геометрия заготовки, закреплённой в патроне, с учётом нагрузок (рис. 4.12).

Повторим указанные процедуры применительно к элементу стружки.



**Рис. 4.11. Задание величины и направления действия силы, условий закрепления**



**Рис. 4.12. Иллюстрация величины перемещения заготовки**

В окне браузера появится пункт **Результаты:3**. Развернём его и последовательно выбираем подпункты. В рабочей области будет прорисована геометрия элемента стружки с учётом нагрузок.

## 5. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ РЕЗЦА В T-FLEX CAD 10

Импортируем файл **резец проходной прямой.stp** в T-FLEX CAD 10. Сохраняем этот файл в T-FLEX CAD 10 как **резец проходной прямой\_оптимизация.grb**.

Пусть геометрические параметры резца изменяются в следующих интервалах: главный угол резца в плане  $\varphi = 30...60^\circ$ , вспомогательный угол резца в плане  $\varphi_1 = 10...30^\circ$ , главный задний угол резца  $\alpha = 6...12^\circ$ , радиус при вершине резца в плане  $r = r_1 = 0,5...2 \text{ мм} = 0,0005...0,002 \text{ м}$ , высота резца  $H = 10...32 \text{ мм}$ , ширина резца  $B = 10...20 \text{ мм}$  [15].

Зададим переменные командой **Параметры/Переменные**. В раскрывшемся окне **Редактор переменных** заполняем строки с именем переменной, её значением и комментариями к этой переменной. При вызове в этом редакторе команды **Переменная/Новая** открывается окно **Создание новой переменной**, в котором записываем её имя, например, **фи** и нажимаем **ОК**. При этом в **Редакторе переменных** в первой строке первого столбца **Имя** видно название переменной – **фи**. Столбцы **Выражение** и **Комментарий** необходимо заполнить. Для заполнения столбца **Выражение** заходим в **Список/Создать/Текст**. В открывшееся окно **Список значений переменных** можем вписать диапазон изменения главного угла резца в плане  $\varphi = 30...60^\circ$  с шагом  $10^\circ$  (текст также можно скопировать из любого текстового редактора). В поле **Комментарий** запишем **главный угол резца в плане**. Таким же образом зададим остальные переменные. Окно **Редактора переменных** с заполненными переменными показано на рис. 5.1.

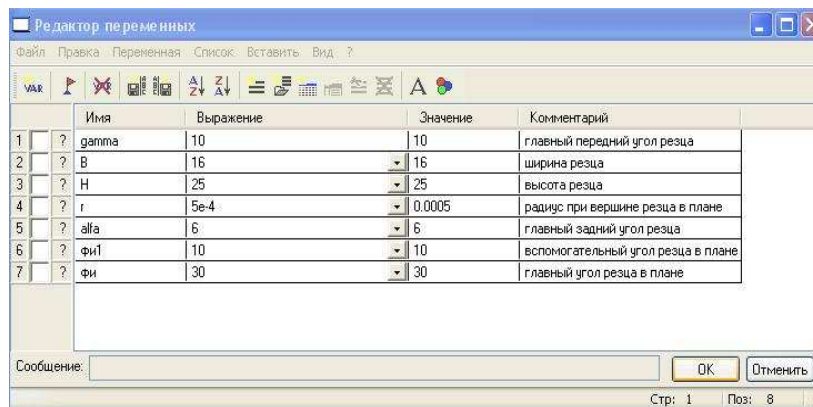


Рис. 5.1. Окно Редактор переменных

Оптимизация модели в T-FLEX CAD 10 осуществляется вызовом команды **Параметры/Оптимизация**. Команда предназначена для решения задач оптимизации 2D-чертежа или 3D-модели. Решением задачи является подбор значений существующих переменных, наилучшим образом удовлетворяющих поставленным условиям. После вызова данной команды появляется окно **Задания на оптимизацию**, в котором нажимаем кнопку **Добавить**. Откроется окно **Параметры оптимизации** (рис. 5.2), содержащее следующие окна:

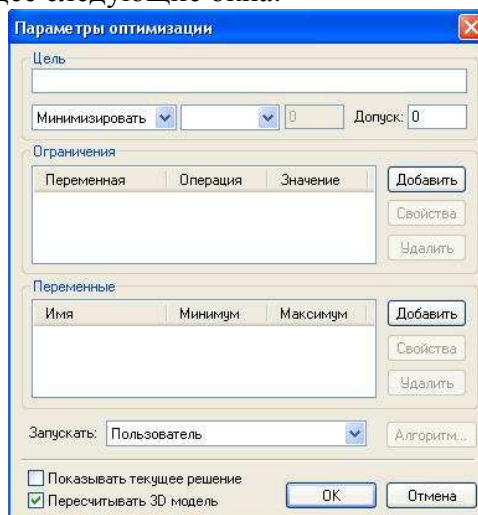


Рис. 5.2. Окно Параметры оптимизации

- **Цель.** Содержит текстовую строку, являющуюся комментарием задания на оптимизацию. Далее следует поле выбора типа целевой функции (**равенство**, **минимизация**, **максимизация**), **имени** переменной и значения **допуска**. Выбор переменной осуществляется с помощью списка, содержащего все существующие в документе числовые переменные. Если выбран тип функции **Приравнять**, то становится доступно поле для ввода целевого значения переменной. Значение допуска определяет интервал значений целевой переменной, в пределах которого значение переменной будет являться решением задачи оптимизации.

- **Ограничения.** Ввод нового ограничения производится после нажатия кнопки **Добавить**. Кнопки **Свойства** и **Удалить** позволяют редактировать и удалять строку ограничений соответственно.

- **Переменные.** Выбирается из списка имя переменной (для одной переменной можно задать несколько ограничений). В поле **Условие** выбирается один из способов сравнения (<, >, <=, >=) значения переменной с граничным значением (поле **Значение**). Необходимым условием формирования задания на оптимизацию является указание **области определения** хотя бы для одной из переменных. Графические кнопки **Добавить**, **Свойства**, **Удалить** действуют аналогично описанному выше разделу.

- **Запускать.** Может принимать одно из значений:

- **Пользователь.** Поиск решения задачи оптимизации будет производиться только при нажатии пользователем кнопки **Выполнить**, расположенной в окне **Задания на оптимизацию**. В сложных

чертежах или 3D-моделях оптимизация может занимать длительное время. В таком случае данная установка позволит не выполнять оптимизацию при пересчёте модели.

– **При оптимальном пересчёте модели.** Поиск решения задачи оптимизации будет производиться при оптимальном пересчёте (пересчёте изменившихся элементов).

– **При полном пересчёте модели.** Поиск решения задачи оптимизации будет производиться при полном пересчёте (пересчёте всего чертежа или модели).

В диалоговом окне (рис. 5.2) имеется пиктограмма Алгоритм, позволяющая выбрать пользователю алгоритм оптимизации:

1. **Быстрый поиск.** Данный алгоритм подходит для функций, имеющих один или два экстремума.

2. **Последовательных приближений.** Данный алгоритм подходит для функций, имеющих сложную структуру и много экстремумов.

3. **Метод дихотомии.** Данный алгоритм подходит для функций, зависящих только от одной переменной. Плохо работает с ограничениями.

В диалоговом окне (рис. 5.2, 5.3) пользователь может поставить флажки на:

• **Показывать текущее решение.** При установленном флаге в окне **Поиск решения** отображается динамически изменяемые в процессе решения значения переменных.

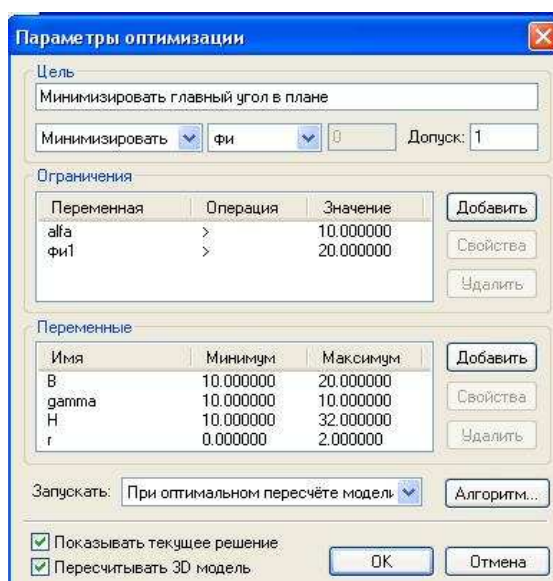


Рис. 5.3. Заполненное окно Параметры оптимизации

• **Пересчитывать 3D-модель.** При установке данного флага на каждом шаге алгоритма оптимизации производится пересчёт 3D-модели. Если целевая функция оптимизации (переменная) связана с 3D-элементами, то для получения правильного результата оптимизации необходима установка этого флага.

Из теории резания известно [5, 15], что вспомогательный угол в плане  $\phi_1$  не должен быть слишком малым, так как при резании вспомогательная режущая кромка будет врезаться в обработанную поверхность и портить её. Вместе с тем главный задний угол резца  $\alpha$ , также имеющий малую величину, вызывает трение поверхности резания о главную заднюю поверхность резца. Исходя из этих соображений, ограничим диапазон изменения этих параметров следующим образом: вспомогательный угол резца в плане  $\phi_1$  будет изменяться в пределах  $20...30^\circ$ , главный задний угол резца  $\alpha - 10...12^\circ$ . Задачей оптимизации будет являться минимизация величины главного угла резца в плане  $\phi$ . На рис. 5.3 показано окно **Параметры оптимизации**, заполненное в соответствии с вышеизложенными ограничениями.

В результате решения задачи оптимизации при любой целевой функции (минимум или максимум угла  $\phi$ ) получены следующие значения геометрических параметров резца: главный угол резца в плане  $\phi = 30^\circ$ , вспомогательный угол резца в плане  $\phi_1 = 20^\circ$ , главный задний угол резца  $\alpha = 10^\circ$ , радиус при вершине резца в плане  $r = 1$  мм, высота резца  $H = 21$  мм, ширина резца  $B = 15$  мм.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В учебном пособии рассмотрен ряд программ, которые могут использоваться при проектировании как самого режущего инструмента или станков различного назначения, так и при разработке технологического процесса резания материалов.

Столь широкий набор программ, представленный в настоящем пособии, обусловлен желанием автора дать читателю такой объём информации, который позволил бы ему уверенно ориентироваться в современных методах проектирования и оптимизации процессов и оборудования, применяемых при этом программных средствах. Освоив на практике методы работы с описанными выше САД-программами, читатель сможет оценить преимущества и недостатки каждой из них, подобрать для условий своей профессиональной деятельности наиболее приемлемую.

Следует отметить, что само по себе компьютерное моделирование не заменит натуральный эксперимент, оценивающий влияние эксплуатационных и иных условий, возникающих в процессе работы оборудования и инструмента, а лишь поможет оценить влияние таких условий на стадии проектирования или при модернизации производства с целью сокращения материальных затрат. Вместе с тем, как полагает автор пособия, использование в учебных целях программ твёрдотельного моделирования и встроенных в них, расчётных модулей позволит студенту получить лучшее представление о конструкции объекта проектирования и реальных условиях его работы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Силин, С.С. Метод подбора при резании материалов / С.С. Силин. – М. : Машиностроение, 1979. – 152 с.
2. Подгорков, В.В. Резание металлов. Электронный конспект лекций / В.В. Подгорков. – Ивановский государственный энергетический университет. <http://elib.ispu.ru/library/lessons/Podgorkov/index.html>.
3. Исследование температуры в зоне резания при точении на токарном станке. Студенческая контрольная работа. Тольяттинский филиал Самарского государственного педагогического университета. – Тольятти – 1999 г. <http://mixport.ru/referat/referat/57696/>.
4. Мирошниченко, А.В. НИРС. Определение количества тепла, выделяемого при зенкероании / А.В. Мирошниченко. <http://www.masters.donntu.edu.ua/2000/mehf/miroshn/nirs.htm>.
5. Грановский, Г.И. Резание металлов : учебник для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов / Г.И. Грановский, В.Г. Грановский. – М. : Высшая школа, 1985. – 304 с.
6. Якобс, Г.Ю. Оптимизация резания. Параметризация способов обработки резанием с использованием технологической оптимизации / Г.Ю. Якобс, Э. Якоб, Д. Кохан. – М.: Машиностроение, 1981. – 279 с.
7. Welcom to ANSYS, Inc. – Corporate Homepage. <http://www.ansys.com>.
8. Компания КАДФЕМ. [http://www.cae-services.ru/index.php?option=com\\_content&view=article&id=54&Itemid=58](http://www.cae-services.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=54&Itemid=58).
9. ANSYS, Inc. Products. <http://www.ansys.com/products/default.asp>.
10. Consistent Software. <http://www.consistent.ru/soft/>.
11. Сервер поддержки программы ELCUT. <http://www.tor.ru/elcut>.
12. COMSOL: COMSOL – Multiphysics Modeling..
13. SolidWorks:: <http://www.solidworks.com/sw/products/details.htm?productid=514>.
14. SolidWorks:: 3D CAD Design Engeniring Software Tools. <http://www.solidworks.com/sw/3d-cad-design-software.htm>.
15. Справочник технолога-машиностроителя. В 2 т. / под ред. А.М. Дальского, А.Г. Косиловой, Р.К. Мещерякова, А.Г. Сулова. – 5-е изд., перераб. и доп. – М. : Машиностроение-1, 2001. – Т. 2. – 912 с.



## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	3
1. МОДЕЛИРОВАНИЕ И ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ РЕЗАНИЯ .....	4
1.1. Объекты моделирования в машиностроительном производстве .....	4
1.2. Виды математических моделей .....	4
1.3. Требования, предъявляемые к математическим моделям ...	7
1.4. Математические модели силовых и тепловых процессов при резании материалов .....	7
1.5. Методы оптимизации процессов резания	47
1.6. Метод конечных элементов как средство моделирования процессов резания .....	63
2. ПОДГОТОВКА ИСХОДНЫХ ДАННЫХ	68
2.1. Задание конструктивных и режимных параметров процесса резания при точении	68
2.2. Создание геометрии режущего инструмента	71
2.3. Создание геометрии заготовки и элемента стружки ...	76
3. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА РЕЖУЩИЙ ИНСТРУМЕНТ..	77
3.1. Моделирование в среде SolidWorks 2008 .	77
3.2. Моделирование в среде T-FLEX CAD 10	80
4. МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРУЗОК, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ЗАГОТОВКУ И ЭЛЕМЕНТ СТРУЖКИ	82
4.1. Моделирование в среде SolidWorks 2008.....	82
4.2. Моделирование в среде T-FLEX CAD 10	86
5. ОПТИМИЗАЦИЯ ГЕОМЕТРИИ РЕЗЦА В T-FLEX CAD 10 .....	87
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	92
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	93
ПРИЛОЖЕНИЯ .....	94

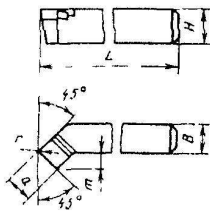
# ПРИЛОЖЕНИЯ

## Приложение А

### Варианты индивидуальных заданий для выполнения расчётно-графической работы

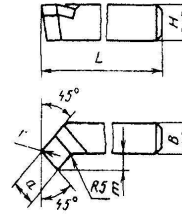
Токарные проходные отогнутые резцы (правые и левые)

с пластинами из быстрорежущей стали  
(по ГОСТ 18868-73)



а)

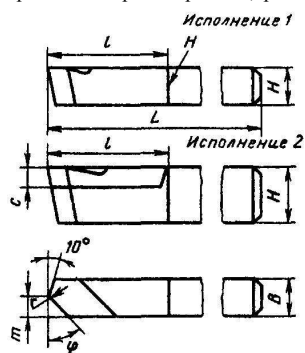
с пластинами из твёрдого сплава



б)

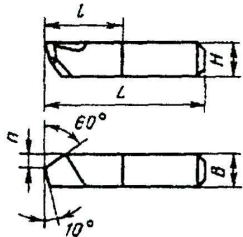
№ варианта	<i>H</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>m</i>	<i>a</i>	<i>R</i>	Рисунок
1	16	10	100	6	10	0,5	а
2	20	12	120	7	12	1	б
3	25	16	140	8	16		
4	32	20	170	10	20		
5	40	25	200	12	25	1,5	а
	<i>H</i>	<i>B</i>	<i>L</i>	<i>m</i>	<i>a</i>	<i>r</i>	б
6	16	10	100	8	8	0,5	а
7	20	12	120	7	10	1	б
8		8		14			
9		16		14			
10	25	20	140	10	18	1,5	а
11	170						
12	170						
13	40	25	200	12	25	2	б
14	50	32	240	14			

Токарные проходные прямые резцы (правые и левые)

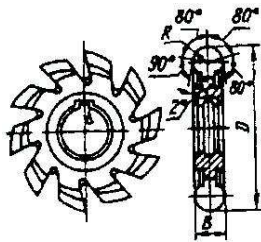


№ варианта	H	B	L	l	m			c	r	
					$\varphi = 45^\circ$	$\varphi = 60^\circ$	$\varphi = 75^\circ$			
15	10		60	30	-		3	-	0,5	
16	16	10	100	40	6	4,5	-		1,0	
17		16	80	30	9	7				
18	20	12	120	40	7	6				6
19		20			12	9				
20	25	16	140	50	9	7				8
21	32	20	170	60	12	9				10

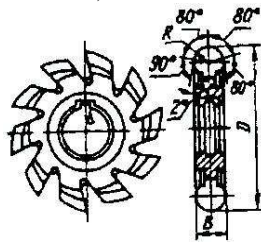
Расточные державочные резцы с углом в плане $\varphi = 60^\circ$ из быстрорежущей стали, тип 1 (ГОСТ 10044-73)	№ варианта	$H \times B$	$L$	$n$
	22	6	20, 25, 32	2
	23	8	25, 32, 40	3
	24	10	32, 40, 50	4
	25	12	40, 50, 63	5
	26	16	63, 80	6



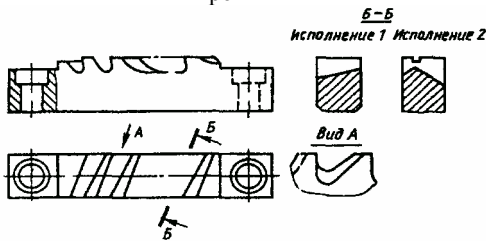
Полуокруглые выпуклые фрезы (ГОСТ 9305-93)	№ варианта	$R$	$D(h15)$	$B(h14)$	$d(h7)$	Число зубьев	
	27	1,6	50	3,2	22		14
	28	2,0		4,0			
	29	2,5		5,0			
	30	3,0	63	6,0	27	12	
	31						4,0
	32						8,0
	33	5,0	80	10,0	27	10	
	34						6,0
	35						7,0
	36						8,0
	37	8,0	100	16,0	32	10	
	38						9,0
	39	9,0	100	16,0	32	10	



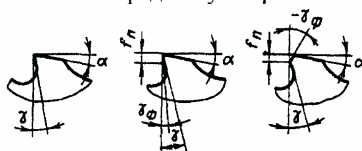
Полуокруглые выпуклые фрезы (ГОСТ 9305-93)	40	10,0	100	20,0	32	10	
	50	11,0		22,0			
	60	12,0		24,0			
	61		28,0				
	62	14,0	125	32,0			
	63	16,0		36,0			
	64	18,0		40,0			
	65	20,0		50,0			
	66	25,0	130,0	50,0			40



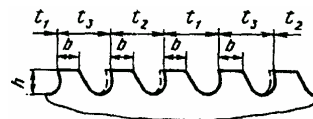
Протяжки



Передний угол  $\gamma$

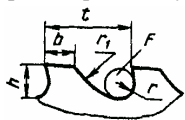


Профиль чистовых и калибрующих зубьев



1. Для протяжек с односторонним расположением зубьев (шпоночных, плоских, пазовых и т.п.) передний угол не следует увеличивать более  $15^\circ$  во избежание втягивания протяжки в обрабатываемую поверхность.
2. При обработке стальных деталей круглыми протяжками диаметром до 20 мм допускается уменьшение угла  $\gamma$  до  $8 \dots 10^\circ$ .
3. Для увеличения работоспособности протяжек на чистовых и калибрующих зубьях рекомендуется дополнительная фаска  $t_{II} = 0,5 \dots 1$  мм, углы для ковкого чугуна  $\gamma_\phi = 5^\circ$ , для серого чугуна, бронзы и латуни  $\gamma_\phi = -5^\circ$ .

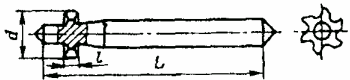
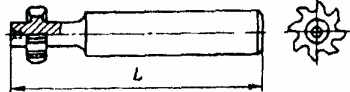
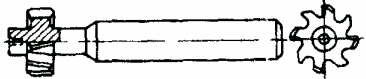
## Профиль черновых зубьев



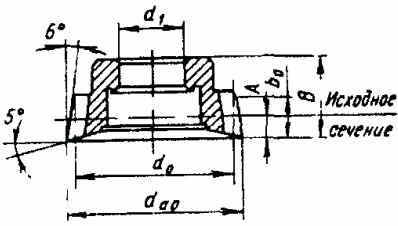
4. Размеры профиля чистовых и калибрующих зубьев  $h$ ,  $b$  устанавливаются в зависимости от шага  $h_1$  (для всех трёх шагов одинаковые). Форма профиля зубьев протяжек для шагов  $t_2$  и  $t_3$  удлинённая.

5. При номинальном шаге  $t = 6 \dots 32$  мм:  $t_3 = t_1 + 1$ ;  $t_2 = t_1 + 0,5$ ; при  $t = 12 \dots 19$  мм  $t_3 = t_1 + 2$ .

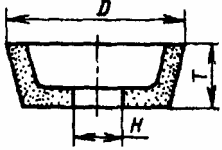
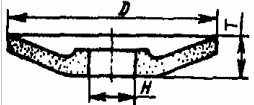
№ варианта	$\gamma$	$\alpha$	$t$	$t_1$	$h$	$r$	$b$	$r_1$	Тип протяжки	Обрабатываемый материал		
67	20...16	3° – черновые и переходные зубья; 2° – чистовые зубья; 1° – калибрующие зубья	4,0	4,0	1,6	0,8	1,5	2,5	Внутренние круглые	Сталь с НВ < 197		
68	15		5,0				2,2			Сталь с НВ 198-229		
69	10		6,0	4,5			1,8	0,9		2,7	2,8	Сталь с НВ > 229
70			7,0	5,0			2,5	1,3		3,0	4,0	Серый чугун с НВ < 180
71	6	3...5° – черновые и переходные зубья; 2° – чистовые зубья; 1° – калибрующие зубья	8,0	5,5	3,0	1,5	4,0	5,0	Наружные нерегулируемые	Серый чугун с НВ > 180		
72	10		3,3				Ковкий чугун					
73	20		9,0	6,0			4,3	Алюминий и сплавы на его основе, красная медь, баббит				
74	10		3,6				1,8	3,5		5,5	Титановые сплавы	

Фрезы для пазов сегментных шпонок <i>Исполнение 1</i>  <i>Исполнение 2</i>  <i>Исполнение 3</i> 	№ варианта	Номинальный размер шпонок (диаметр×ширина)	$d(h11)$	$l(e8)$	$L$	Число зубьев
76	7×1,5	7,5	1,5			
77	7×2,0		2,0			
78	10×2,0	10,8	2,5			
79	10×2,5					

Чашечные прямозубые долбки 	№ варианта	Модуль $\tau_0$	Число зубьев $z_0$	Диаметр окружности	$A$	$b_0$		$B$
						$d_0$	$d_{d0}$	
80	1	50	50	53,3	3,8	12	25	
81	1,25	40		53,88	3,6			
82	1,5	34	51	55,47	3,4			
83	2	25	50	55,6	2,8	15	25	
84	2,5	20		56,75	2,4			
85	3	17	51	58,92	2	17		

## Круги шлифовальные

ЧК (11) – чашечные конические 	Диаметр $D$	Высота $T$	Отверстие $H$
№ варианта			
86	150	100	50
87	300	150	150
1Т (14) – тарельчатые 	Диаметр $D$	Высота $T$	Отверстие $H$
№ вар.			
88	80	25	25
89	200	35	50
90	350	40	100