Министерство образования и науки Российской Федерации

ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

МЕХАНИКА

Рабочая тетрадь
для лабораторных работ

студента ____________________________
Ф.И.О.

группа _______

Подписано в печать 31.08.2009
Формат 60 × 84/16. 2,79 усл. печ. л. Тираж 200 экз. Заказ № 320

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Тамбов
● Издательство ТГТУ ●
2009

УДК 535
ББК В343я73-5
Б907

Р е ц е н з е н т

Доктор технических наук, профессор
кафедры «Автоматизированные системы и приборы» ТГТУ
Д.М. Мордасов

С о с т а в и т е л и:

Н.А. Булгаков, В.Б. Вязовов

Б907 Механика : рабочая тетрадь для лабораторных работ / сост. : Н.А. Булгаков, В.Б. Вязовов. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2009. – 48 с. – 200 экз.

Представлены методические указания по выполнению пяти лабораторных работ раздела «Механика» курса общей физики. Даны описания лабораторных установок, теоретическое обоснование соответствующих методов экспериментального решения поставленных задач, методика обработки полученных результатов, контрольные вопросы, практические (расчётные) части к каждой лабораторной работе и список рекомендуемой литературы.

Лабораторные работы в форме рабочей тетради предназначены для выполнения студентами 1 курса всех специальностей и форм обучения инженерного профиля.

УДК 535
ББК В343я73-5

Учебное издание

МЕХАНИКА

Рабочая тетрадь для лабораторных работ

С о с т а в и т е л и:
БУЛГАКОВ Николай Александрович,
ВЯЗОВОВ Виктор Борисович

Редактор Т.М. Г л и н к и н а
Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Р ы ж к о в а

Подписано в печать 31.08.2009
Формат 60 × 84/16. 2,79 усл. печ. л. Тираж 200 экз. Заказ № 320

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Подписано в печать 31.08.2009
Формат 60 × 84/16. 2,79 усл. печ. л. Тираж 200 экз. Заказ № 320

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ИЗУЧЕНИЕ ЗАТУХАЮЩИХ КОЛЕБАНИЙ

Цель работы: ознакомиться с явлениями, связанными с затухающими колебаниями пружинного маятника; определить жёсткость пружины, коэффициент затухания, логарифмический декремент затухания.

Приборы и принадлежности: пружина, груз, весы, секундомер, вертикальная шкала.

Краткая теория и методические указания

Процессы, обладающие той или иной степенью повторяемости, называются колебаниями. Простейший вид колебаний – свободные и гармонические колебания. Свободные – это колебания системы, предоставленной самой себе после выведения её из состояния равновесия. Гармонические колебания – это колебания, подчиняющиеся закону синуса или косинуса:

$$x = A_0 \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Рассмотрим пружинный маятник – колебательную систему, состоящую из упругой пружины и груза массой m. В состоянии равновесия вес груза уравновешивается силой упругости пружины (рис. 1):

$$mg = k\Delta l, \tag{1}$$

где Δl – удлинение пружины под действием груза; k – жёсткость пружины.

Сместим груз из положения равновесия на расстояние x. Удлинение пружины при этом станет равным $(x + \Delta l)$. Результирующая сила будет равна $F = mg - k(\Delta l + x)$ или с учётом соотношения (1) $F = -kx$.

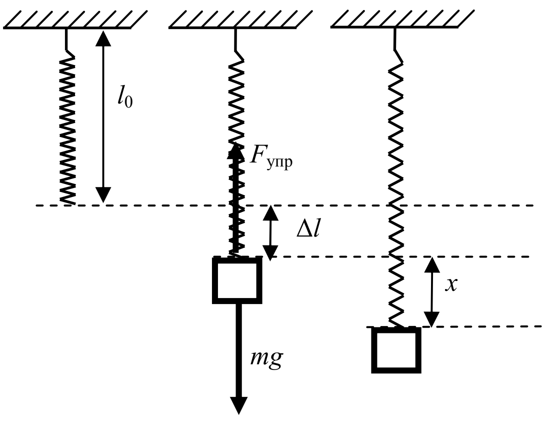


Рис. 1

Колебания, происходящие в вязкой среде, со временем затухают из-за действия сил сопротивления. Если затухание колебаний происходит медленно, то их приближённо можно считать периодическими. При сравнительно медленных движениях колеблющегося груза сила сопротивления

$$R = \frac{-r dx}{dt},$$

где r – коэффициент сопротивления.

Уравнение движения груза для затухающих колебаний:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx - r\frac{dx}{dt}.$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид:

$$x = A_0 e^{-\beta t}\sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $\beta = \frac{r}{2m}$ – коэффициент затухания; A_0 – начальная амплитуда.

Амплитуда колебаний убывает по экспоненциальному закону:

$$A = A_0 e^{-\beta t}.$$

Отношение двух амплитуд, отстоящих по времени на период, называется декрементом затухания:

$$\frac{A_{(t)}}{A_{(T+t)}} = \frac{e^{-\beta t}}{e^{-\beta(t+T)}} = e^{\beta T}.$$

Натуральный логарифм этого отношения называют логарифмическим декрементом затухания:

$$\delta = \ln\frac{A_{(t)}}{A_{(T+t)}} = \ln e^{\beta T} = \beta T. \qquad (2)$$

Для амплитуд, отличающихся друг от друга на n периодов:

$$\delta = \frac{1}{n}\ln\frac{A_0}{A_n}. \qquad (3)$$

Коэффициент затухания β можно выразить из соотношения (2):

$$\beta = \frac{\delta}{T}. \qquad (4)$$

Работа выполняется на установке, состоящей из цилиндрической спиральной пружины с подвешенным к ней деревянным бруском, к которому крепится груз массой m (см. фото). Надпись на бруске указывает его массу m_0. Амплитуда колебаний груза измеряется по вертикальной шкале, проградуированной в сантиметрах. Отсчёт ведётся по верхнему краю бруска.

Порядок выполнения работы

I. Определение жёсткости пружины по её удлинению.

1. Измерьте на весах массу груза и запишите её значение в журнал наблюдений:

$$m = m_{ср} \pm \Delta m.$$

2. Подвесьте груз к бруску, определите удлинение пружины Δl и запишите в журнал наблюдений:

$$\Delta l = \Delta l_{ср} \pm \Delta(\Delta l).$$

3. По формуле (1) определите жёсткость $k_{ср}$ (массу бруска не учитывайте!).

5. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности для k по формулам

$$E_k = \frac{\Delta m}{m_{ср}} + \frac{\Delta(\Delta l)}{\Delta l_{ср}} + \frac{\Delta g}{g_{ср}}; \quad \Delta k = E_k k_{ср}.$$

6. Окончательный результат округлите и запишите в виде

$$k = k_{ср} \pm \Delta k.$$

II. Определение периода колебаний, коэффициента затухания и логарифмического декремента затухания.

Для определения коэффициента затухания β и логарифмического декремента затухания δ проведём 5 опытов, в каждом из которых измерим время 10 полных колебаний, а также амплитуду в начале и в конце колебаний. Измерение времени будем проводить с помощью секундомера, а амплитуду измерять по шкале, цена деления которой 1 см.

1. Оттяните груз пружинного маятника на расстояние A_0 = 25…30 см (ΔA_0 = 0,5 см) от положения равновесия и отпустите его, одновременно включив секундомер. По окончании p = 10 полных колебаний выключите секундомер и зафиксируйте амплитуду A_p последнего десятого колебания. Полученные результаты занесите в табл. 1 и 2. Повторите измерения ещё 4 раза.

Таблица 1

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	t_c	Δt	E, %
1							
...							

Таблица 2

№ п/п	A_{pi}, см	ΔA_{pi}	$\Delta^2 A_{pi}$	S_n	$A_{p\,ср}$	ΔA_p	E, %
1							
...							

2. Рассчитайте среднее значение $t_{ср}$ по формуле

$$t_{ср} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n}.$$

3. Заполните оставшиеся столбцы табл. 1, используя формулы

$$\Delta t_i = t_i - t_{ср}; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 t_i}{n\ (n-1)}}\ ; \quad \Delta t = \alpha_n\, S_n\ ; \quad E = \frac{\Delta t}{t_{ср}},$$

где $n = 5$; $\alpha_n = 2{,}8$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

4. Рассчитайте среднее значение периода колебаний по формуле

$$T_{ср} = \frac{t_{ср}}{n}$$

и абсолютную погрешность периода

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{n}.$$

5. Рассчитайте среднее значение амплитуды колебаний после десяти периодов по формуле

$$A_{p\ ср} = \frac{\sum A_{pi}}{n} = \frac{A_{p1} + A_{p2} + A_{p3} + A_{p4} + A_{p5}}{n}.$$

6. Заполните оставшиеся столбцы табл. 2, используя формулы

$$\Delta A_{pi} = A_{pi} - A_{p\ ср}; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 A_{pi}}{n(n-1)}}\ ; \quad \Delta A_p = \alpha_n\, S_n\,; \quad E_p = \frac{\Delta A_p}{A_{p\,ср}},$$

где $n = 5$; $\alpha_n = 2{,}8$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

7. С помощью соотношения (3) рассчитайте среднее значение логарифмического декремента затухания $\delta_{ср}$, а по формуле (4) – величину коэффициента затухания $\beta_{ср}$, подставляя вместо A_p и T их средние значения из табл. 1 и 2.

8. Найдите абсолютные погрешности $\Delta\delta$ и $\Delta\beta$ по формулам (приводятся без вывода)

$$\Delta\delta = \frac{1}{n}(E_{A_0} + E_{A_p}),$$

где $E_{A_0} = \frac{\Delta A_0}{A_0}$ – относительная погрешность начальной амплитуды; $E_{A_0} = \frac{\Delta A_p}{A_p}$ – относительная погрешность конечной амплитуды;

$$\Delta\beta = E_\beta\, \beta_{ср}, \quad E_\beta = E_\delta + E_T = \frac{1}{n\delta_{ср}}(E_{A_0} + E_{A_p}) + E_T,$$

где $E_T = \dfrac{\Delta T}{T_{ср}}$ – относительная погрешность периода колебаний.

9. Окончательные результаты округлите и запишите в виде

$$\delta = \delta_{ср} \pm \Delta\delta; \;\; \beta = \beta_{ср} \pm \Delta\beta.$$

III. Определение жёсткости пружины по периоду колебаний маятника.

Зная период T колебаний маятника и общую массу $m_0 + m$ груза, можно (пренебрегая затуханием) вычислить жёсткость пружины из формулы $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m_0 + m}{k}}$ и сравнить её с полученным значением из первого опыта (пункт I).

1. По формуле $k = \dfrac{4\pi^2(m_0 + m)}{T_{ср}^2}$ определите жёсткость пружины.
2. Рассчитайте относительную и абсолютную погрешности для k по формулам

$$E_k = \frac{2\Delta\pi}{\pi} + \frac{\Delta m_0 + \Delta m}{m_0 + m} + \frac{2\Delta T}{T_{ср}}; \quad \Delta k = E_k k_{ср}.$$

6. Окончательный результат округлите и запишите в виде

$$k = k_{ср} \pm \Delta k .$$

Подумайте, какими факторами можно объяснить некоторое отличие сравниваемых величин.

Контрольные вопросы

1. Классификация колебаний. Основные характеристики колебаний.
2. Поясните вывод дифференциального уравнения затухающих колебаний.
3. Изобразите качественно график зависимости координаты груза от времени при затухающих колебаниях, а также запишите и прокомментируйте соответствующую аналитическую формулу.
4. Какие факторы влияют на затухание колебаний в данной работе? Можно ли добиться того, чтобы колебания совсем не затухали?
5. Как логарифмический декремент затухания и коэффициент затухания характеризуют скорость уменьшения амплитуды колебаний. В чём отличие между ними?
6. Во что превращается механическая энергия при затухающих колебаниях?
7. С помощью каких методов и приёмов можно повысить точность измерений (уменьшить погрешности измеряемых величин в данной работе)?
8. Рассчитайте по данным лабораторной работы время (время релаксации), за которое амплитуда затухающих колебаний уменьшается в e раз.
9. Изменятся ли результаты расчётов, если массу груза увеличить или уменьшить, например, в два раза?
10. Приведите примеры затухающих колебаний в технике, в природе, в окружающем нас мире.
11. Как изменится период колебаний груза, если его поместить в воду? В очень густое

масло?

12. Как изменится логарифмический декремент затухания, если всю установку перенести на Луну?

13. За время $t_1 = 0{,}5$ с амплитуда затухающих колебаний уменьшилась в $n_1 = 5$ раз. За какое время t_2 она уменьшится в $n_2 = 10$ раз?

14. Почему взвешивание груза на весах – однократное измерение, а определение конечной амплитуды и периода колебаний требует нескольких опытов?

15. Как влияет сила тяжести на колебания пружинного маятника? Что будет, если её «выключить»?

16. При определении логарифмического декремента затухания рекомендуется оттянуть груз пружинного маятника на расстояние $A_0 = 25…30$ см от положения равновесия. Почему нельзя использовать большие значения начальной амплитуды, например $A_0 = 50…60$ см?

Литература: [1, с. 181 – 185; 204 – 209], [2, т. 2, с. 238 – 252; 264 –269], [3, с. 181 – 185; 204 – 209], [4, с. – 186 – 190; 194 – 197], [5, с. 358 – 362; 371 – 374], [6, с. 255 – 259; 267 – 270], [7, с. 262 – 268; 284 – 288], [8, с. 88 – 91; 99].

Практическая (расчётная) часть лабораторной работы 1

Работа выполнена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

Работа зачтена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

I. Определение жёсткости пружины по её удлинению.

1. Измеряем на весах массу груза: $m = m_{ср} \pm \Delta m = (\quad \pm \quad)$ г.
2. Определяем удлинение пружины: $\Delta l = \Delta l_{ср} \pm \Delta(\Delta l) = (\quad \pm \quad)$ см.
3. Находим жёсткость пружины:

$$k_{ср} = \frac{m_{ср} g_{ср}}{\Delta l_{ср}} = \qquad \approx \qquad \text{Н/м} .$$

4. Рассчитываем относительную погрешность:

$$E_k = \frac{\Delta m}{m_{ср}} + \frac{\Delta(\Delta l)}{\Delta l_{ср}} + \frac{\Delta g}{g_{ср}} = \qquad \approx \qquad .$$

5. Рассчитываем абсолютную погрешность:

$$\Delta k = E_k k_{ср} = \qquad \approx \text{Н/м} .$$

6. Записываем окончательный результат:

$$k = k_{ср} \pm \Delta k = (\qquad \pm \qquad) \text{Н/м.} \quad .$$

II. Определение периода колебаний, коэффициента затухания и логарифмического декремента затухания.

1. Записываем начальную амплитуду колебаний:

$$A_0 = (\qquad \pm \qquad)\ \text{см}.$$

2. Проводим измерения амплитуды после десяти полных колебаний и времени этих колебаний. Полученные результаты заносим в табл. 1 и 2.

Таблица 1

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

Таблица 2

№ п/п	A_{pi}, см	ΔA_{pi}	$\Delta^2 A_{pi}$	S_n	$A_{p\,ср}$	ΔA_p	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

3. Рассчитываем среднее значение $t_{ср}$:

$$t_{ср} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n} = \underline{\qquad\qquad\qquad\qquad} \approx \qquad \text{с}.$$

4. Находим абсолютные погрешности Δt_i и их квадраты $\Delta^2 t_i$:

$$\Delta t_1 = t_1 - t_{ср} = \qquad - \qquad = \qquad \text{с}, \quad \Delta^2 t_1 = \qquad \approx \qquad \text{с}^2;$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_{ср} = \qquad - \qquad = \qquad \text{с}, \quad \Delta^2 t_2 = \qquad \approx \qquad \text{с}^2;$$

$$\Delta t_3 = t_3 - t_{ср} = \qquad - \qquad = \qquad \text{с}, \quad \Delta^2 t_3 = \qquad \approx \qquad \text{с}^2;$$

$$\Delta t_4 = t_4 - t_{ср} = \qquad - \qquad = \qquad \text{с}, \quad \Delta^2 t_4 = \qquad \approx \qquad \text{с}^2;$$

$$\Delta t_5 = t_5 - t_{ср} = \qquad - \qquad = \qquad \text{с}, \quad \Delta^2 t_5 = \qquad \approx \qquad \text{с}^2.$$

5. Рассчитываем среднюю квадратичную погрешность S_n:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 t_i}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\qquad}{\qquad}} \approx \qquad \text{с.}$$

6. Рассчитываем абсолютную и относительную погрешности времени 10 полных колебаний:

$$\Delta t = \alpha_n\, S_n = \qquad \approx \qquad \text{с,} \quad E = \frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}} = \qquad \approx \qquad = \qquad \%.$$

7. Рассчитываем среднее значение периода колебаний:

$$T_{\text{ср}} = \frac{t_{\text{ср}}}{n} = \frac{\qquad}{\qquad} \approx \qquad \text{с}$$

и его абсолютную погрешность:

$$\Delta T = \frac{\Delta t}{n} = \frac{\qquad}{\qquad} \text{с.}$$

8. Рассчитываем среднее значение $A_{p\,\text{ср}}$:

$$A_{p\,\text{ср}} = \frac{\sum A_{pi}}{n} = \frac{A_{p1} + A_{p2} + A_{p3} + A_{p4} + A_{p5}}{n} =$$

$$= \frac{\qquad}{\qquad} \approx \qquad \text{см.}$$

9. Находим абсолютные погрешности ΔA_{pi} и их квадраты $\Delta^2 A_{pi}$:

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} - A_{p\,\text{ср}} = \quad - \quad = \quad \text{см,} \quad \Delta^2 A_{p1} = \quad \approx \quad \text{см}^2;$$

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} - A_{p\,\text{ср}} = \quad - \quad = \quad \text{см,} \quad \Delta^2 A_{p1} = \quad \approx \quad \text{см}^2;$$

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} - A_{p\,\text{ср}} = \quad - \quad = \quad \text{см,} \quad \Delta^2 A_{p1} = \quad \approx \quad \text{см}^2;$$

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} - A_{p\,\text{ср}} = \quad - \quad = \quad \text{см,} \quad \Delta^2 A_{p1} = \quad \approx \quad \text{см}^2;$$

$$\Delta A_{p1} = A_{p1} - A_{p\,\text{ср}} = \quad - \quad = \quad \text{см,} \quad \Delta^2 A_{p1} = \quad \approx \quad \text{см}^2.$$

10. Рассчитываем среднюю квадратичную погрешность S_n:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 A_{pi}}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\qquad}{\qquad}} \approx \qquad \text{см.}$$

11. Рассчитываем абсолютную и относительную погрешности амплитуды после 10 полных колебаний:

$$\Delta A_p = \alpha_n\, S_n = \qquad \approx \qquad \text{см,} \quad E = \frac{\Delta A_p}{A_{p\,\text{ср}}} = \qquad \approx \qquad = \qquad \%.$$

12. Находим логарифмический декремент затухания:

$$\delta_{\text{ср}} = \frac{1}{n}\ln\frac{A_0}{A_{n\,\text{ср}}} = \text{———}\ \ln \text{———} \approx$$

и коэффициент затухания:

$$\beta_{\text{ср}} = \frac{\delta_{\text{ср}}}{T_{\text{ср}}} = \text{————} \approx \qquad \text{с}^{-1}.$$

13. Находим абсолютные погрешности $\Delta\delta$ и $\Delta\beta$:

$$\Delta\delta = \frac{1}{n}(E_{A_0} + E_{A_p}) = \frac{1}{n}\left(\frac{\Delta A_0}{A_{0\,\text{ср}}} + \frac{\Delta A_p}{A_{p\,\text{ср}}}\right) = -\left(\text{————} + \text{————}\right) \approx \qquad ,$$

$$E_\beta = \frac{1}{n\delta_{\text{ср}}}(E_{A_0} + E_{A_p}) + E_T.$$

Лабораторная работа 2

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ МАТЕМАТИЧЕСКОГО И ФИЗИЧЕСКОГО МАЯТНИКОВ

Цель работы: научиться определять ускорение свободного падения с помощью математического и физического маятников.

Приборы и принадлежности: стальной шарик, подвешенный на нити (модель математического маятника), оборотный маятник (разновидность физического маятника), секундомер, линейка.

Краткая теория и методические указания

Вблизи поверхности Земли все тела падают с одинаковым ускорением, которое называют *ускорением свободного падения* и обозначают буквой g. В системе, связанной с Землей, кроме гравитационной силы, с которой Земля притягивает тело, нужно учитывать центробежную силу инерции, зависящую от широты местности (она максимальна на экваторе и обращается в нуль на полюсах). Из-за сплюснутости Земли гравитационная сила сама по себе изменяется с широтой, будучи на полюсах на 0,2 % больше, чем на экваторе. В итоге ускорение свободного падения изменяется с широтой от 9,780 до 9,832 м/с^2 на полюсах. Значение g = 9,80665 м/с^2 принято в качестве *нормального* (стандартного) значения. Для возможно более точного определения этой величины проводятся *гравиметрические измерения*, результаты которых используются для поиска полезных ископаемых, при изучении внутреннего строения Земли, в целях навигации и т.д.

С высотой, если не учитывать центробежную силу, величина g убывает в соответствии с законом

$$g(h) = g(0)\frac{R^2}{(R+H)^2},$$

где R – радиус Земли; H – высота; $g(0)$ – значение на поверхности.

При опускании вниз (например, в шахту) величина g также убывает, но уже по другому закону:

$$g(x) = g(0)\frac{x}{R},$$

где x – расстояние от центра Земли.

Таким образом, наибольшее значение $g(0)$ она принимает на поверхности планеты.

Для определения ускорения свободного падения существует много методов. Первое, что приходит в голову, это отпустить маленький шарик с некоторой высоты h и, измерив время падения t, рассчитать g по формуле

$$g = \frac{2h}{t^2}.$$

Разумеется, желательно при этом избавиться от сопротивления воздуха, создав необходимый вакуум.

Можно предложить ещё один способ: с помощью точного динамометра, проградуированного в ньютонах, взвесить тело с известной массой и найти g по формуле

$$g = \frac{P}{m},$$

где P – вес тела.

В настоящей работе для определения ускорения свободного падения используются методы физического и математического маятников.

Из курса физики известно, что *математическим маятником* называется материальная точка, способная совершать колебания на невесомой и нерастяжимой нити. Период малых колебаний математического маятника зависит только от длины l нити и ускорения свободного падения g и определяется соотношением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \qquad (1)$$

Маленький шарик, подвешенный на длинной нити, можно с некоторым приближением рассматривать в качестве модели математического маятника. Если измерить время t некоторого числа n полных колебаний шарика, то для периода его колебаний можно записать:

$$T = \frac{t}{n}. \qquad (2)$$

Из (1) и (2) для ускорения g получаем формулу

$$g = \frac{(2\pi)^2 l n^2}{t^2}, \qquad (3)$$

в которой в качестве l будем рассматривать расстояние от точки подвеса до середины шарика.

Число колебаний n выберем равным 20 (при этом колебания не сильно затухают и точность измерения времени оказывается достаточной).

Более точно можно определить ускорение свободного падения с помощью оборотного маятника, который представляет собой частный случай физического маятника. *Физическим маятником* называется тело, которое может совершать колебания относительно оси, не проходящей через его центр масс. Период малых колебаний физического маятника определяется соотношением:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mga}},$$

где I – момент инерции маятника относительно горизонтальной оси, проходящей через точку подвеса; m – масса маятника; a – расстояние от точки подвеса до центра масс маятника; g – ускорение свободного падения.

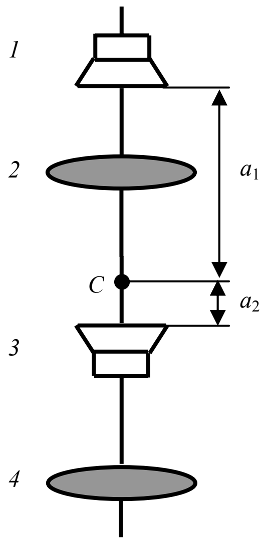


Рис. 1

Оборотный маятник (рис. 1) представляет собой стальной стержень с жёстко закреплёнными параллельными призмами *1* и *3*, неподвижным грузом *2* и подвижным грузом *4*. Передвигая подвижный груз вдоль стержня, можно изменять момент инерции маятника.

Если оборотный маятник установить на призму *1*, то период его колебаний равен

$$T_i = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{mga_1}},$$

где (по теореме Штейнера) $I_1 = I_0 + ma_1^2$ – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через призму *1*, а I_0 – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс C.

Если перевернуть маятник и установить на призму *2*, то его период колебаний равен

$$T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{mga_2}},$$

где $I_2 = I_0 + ma_2^2$.

Исключая величину I_0, получим

$$T_1^2 ga_1 - T_2^2 ga_2 = 4\pi^2(a_1^2 - a_2^2),$$

$$g = \frac{4\pi^2(a_1^2 - a_2^2)}{T_1^2 a_1 - T_2^2 a_2}. \tag{4}$$

С помощью этой формулы можно рассчитать величину ускорения свободного падения, проведя два опыта для измерения периодов T_1 и T_2. Но, кроме этого, потребуется определить также расстояния a_1 и a_2. Это можно сделать, уравновесив оборотный маятник в горизонтальном положении на специальной призме и измерив a_1 и a_2. Дополнительные измерения приводят, как известно, к дополнительным погрешностям. Поэтому на практике поступают иначе.

Регулированием положения груза *4* на стержне маятника можно добиться равенства периодов колебаний маятника на обеих призмах: $T_1 = T_2 = T$. С учётом этого формула (4) примет вид:

$$g = 4\pi^2 L / T^2,$$

где $L = a_1 + a_2$ – расстояние между призмами маятника. Обратите внимание на то, что период колебаний оборотного маятника в этом случае будет равен периоду математического маятника с длиной, равной расстоянию L между призмами *1* и *3* (рис. 1). Этот факт используется в дальнейшем для грубой (предварительной) настройки оборотного маятника.

Выражая период колебаний по формуле

$$T = \frac{t}{n},$$

получим окончательно

$$g = \frac{4\pi^2 L n^2}{t^2}. \tag{5}$$

Порядок выполнения работы

I. Определение ускорения свободного падения с помощью шарика, подвешенного на нити.

1. Регулируя длину нити с помощью лебёдки, установите середину шарика примерно на одной высоте с ребром нижней призмы *2*.
2. Измерьте линейкой расстояние l от точки подвеса до середины шарика и запишите результат с учётом погрешности:

$$l = l_{\text{ср}} \pm \Delta l.$$

3. Отклоните шарик от положения равновесия на небольшой угол ($\approx 5\ldots6°$) и с помощью секундомера измерьте время 20 полных колебаний. Результат занесите в таблицу. Повторите измерения ещё 4 раза.
4. Рассчитайте среднее значение $t_{\text{ср}}$ по формуле

$$t_{\text{ср}} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n}.$$

Таблица

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{\text{ср}}$	Δt	E, %
1							
…							

5. Заполните оставшиеся столбцы таблицы, используя формулы

$$\Delta t_i = t_i - t_{\text{ср}}; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 t_i}{n(n-1)}}; \quad \Delta t = \alpha_n S_n,$$

где $\alpha_n = 2{,}8$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

6. Рассчитайте среднее значение ускорения свободного падения по формуле (3), подставляя в неё измеренные и рассчитанные значения.
7. По формуле

$$E = \frac{2\Delta\pi}{\pi_{\text{ср}}} + \frac{\Delta l}{l_{\text{ср}}} + \frac{2\Delta t}{t_{\text{ср}}}$$

найдите относительную погрешность E, а затем и абсолютную погрешность

$$\Delta g = E\, g_{\text{ср}}.$$

8. Запишите окончательный результат:

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g),\ \text{м/с}^2.$$

II. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

1. Установите оборотный маятник на призму *1*. Регулируя длину нити с помощью лебёдки, установите середину шарика примерно на одной высоте с ребром нижней призмы *2*. Отклонив одновременно шарик на нити и оборотный маятник от положения равновесия на небольшой угол ($\approx$ 5…6°), предоставьте им возможность совершать свободные колебания. Перемещая груз *4* вдоль стержня, добейтесь того, чтобы в течение 10 полных колебаний маятник и шарик двигались примерно с одинаковыми фазами, что соответствует приблизительному равенству периодов. После этого грубую настройку оборотного маятника можно считать законченной.

2. Точная настройка маятника имеет целью добиться равенства периодов колебаний на призмах *1* и *3* с возможно большей точностью. Для этого необходимо сравнить времена t_1 и t_2 достаточно большого числа (например, 50-ти) колебаний на призмах *1* и *3*. Устанавливая маятник последовательно на обе призмы и перемещая груз *4* (в небольших пределах), добейтесь того, чтобы разница $|\,t_1 - t_2\,|$ не превышала 1 с. Следует учесть, что положение груза *4* влияет как на t_1, так и на t_2. Таким образом, после каждого перемещения груза необходимо заново измерять t_1 и t_2. Эта процедура одна из самых трудоёмких в данной работе. Окончательную величину $t_1 \approx t_2 = t_{\text{ср}}$ запишите в тетрадь. В качестве погрешности величины $t_{\text{ср}}$ примите $\Delta t = 1$ с.

3. Измерьте (с помощью линейки и двух угольников) расстояние L между рёбрами призм *1* и *2* и запишите с учётом погрешности:

$$L = L_{\text{ср}} \pm \Delta L.$$

4. Рассчитайте среднее значение ускорения свободного падения по формуле (5).
5. По формуле

$$E = \frac{2\Delta\pi}{\pi_{\text{ср}}} + \frac{\Delta L}{L_{\text{ср}}} + \frac{2\Delta t}{t_{\text{ср}}}$$

найдите относительную погрешность E, а затем и абсолютную погрешность

$$\Delta g = E\, g_{\text{ср}}\,.$$

6. Запишите окончательный результат:

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g),\ \text{м/с}^2.$$

Контрольные вопросы

1. Что называется ускорением свободного падения?
2. От чего зависит величина ускорения свободного падения?
3. Запишите дифференциальное уравнение гармонических колебаний и его решение.
4. Дайте определение физическому и математическому маятникам.
5. Почему маленький тяжёлый шарик является хорошей моделью математического маятника?
6. От чего зависит период колебаний математического маятника?

7. От чего зависит период колебаний физического маятника?

8. Что такое центр масс и момент инерции тела? Как их найти?

9. Сформулируйте теорему Штейнера и покажите её применение на простейших примерах.

10. С какой целью следовало добиваться равенства периодов колебаний оборотного маятника на обеих призмах? Можно ли выполнить работу, если подвижный груз (*4*) не может перемещаться по стержню?

11. Почему амплитуды колебаний обоих маятников должны быть небольшими?

12. Что такое приведённая длина физического маятника?

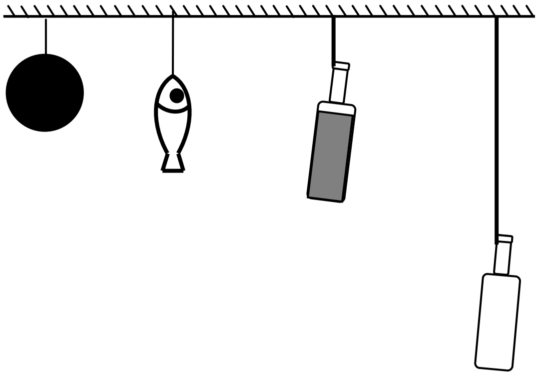
13. Как ещё можно найти величину ускорения свободного падения? Укажите все известные Вам способы?

14. Рассчитайте период T колебаний тонкого стержня длиной L относительно оси, проходящей через один из концов стержня. Как изменится период T, если на второй конец стержня прикрепить точечный груз с такой же массой, как у стержня?

15. Как найти период колебаний маленького заряженного шарика, подвешенного на нити и находящегося под действием однородного электростатического поля?

16. С помощью каких методов и приёмов можно повысить точность измерений (уменьшить погрешности измеряемых величин в данной работе)?

17. Какой из приведённых на рисунке объектов наилучшим образом соответствует модели математического маятника?



Литература: [1, с. 195 – 197], [2, т. 2, с. 248 – 252], [3, с. 195 – 197], [4, с. 191 – 193], [5, с. 360 – 363], [6, с. 258 – 261], [7, с. 269 – 271], [8, с. 95 – 99].

Практическая (расчётная) часть лабораторной работы 2

Работа выполнена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

Работа зачтена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

I. Определение ускорения свободного падения с помощью шарика, подвешенного на нити.

1. Измеряем линейкой расстояние l от точки подвеса до середины шарика:

$$l = l_{ср} \pm \Delta l = (\qquad \pm \qquad) \text{ мм.}$$

2. Измеряем время 20 полных колебаний. Результат заносим в таблицу.

Таблица

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

3. Рассчитываем среднее значение $t_{ср}$:

$$t_{ср} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n} = \frac{\quad + \quad + \quad + \quad + \quad}{\quad} \approx \qquad с.$$

4. Находим абсолютные погрешности Δt_i и их квадраты $\Delta^2 t_i$:

$$\Delta t_1 = t_1 - t_{ср} = \qquad - \qquad = с, \quad \Delta^2 t_1 = \qquad \approx \qquad с^2;$$

$$\Delta t_2 = t_2 - t_{ср} = \qquad - \qquad = с, \quad \Delta^2 t_2 = \qquad \approx \qquad с^2;$$

$$\Delta t_3 = t_3 - t_{ср} = \qquad - \qquad = с, \quad \Delta^2 t_3 = \qquad \approx \qquad с^2;$$

$$\Delta t_4 = t_4 - t_{ср} = \qquad - \qquad = с, \quad \Delta^2 t_4 = \qquad \approx \qquad с^2;$$

$$\Delta t_5 = t_5 - t_{ср} = \qquad - \qquad = с, \quad \Delta^2 t_5 = \qquad \approx \qquad с^2.$$

5. Рассчитываем среднюю квадратичную погрешность S_n:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 t_i}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\qquad}{\qquad}} \approx \qquad с.$$

6. Рассчитываем абсолютную и относительную погрешности времени 20 полных колебаний:

$$\Delta t = \alpha_n S_n = \qquad \approx \qquad с; \quad E = \frac{\Delta t}{t_{ср}} = \qquad \approx \qquad = \qquad \%.$$

7. Рассчитываем среднее значение периода колебаний:

$$T_{ср} = \frac{t_{ср}}{n} = \frac{\qquad}{\qquad} \approx \qquad с$$

и его абсолютную погрешность.

8. Определяем среднее значение ускорения свободного падения:

$$g = \frac{(2\pi)^2 l n^2}{t^2} = \frac{\qquad}{\qquad} \approx \qquad м/с.$$

9. Находим относительную и абсолютную погрешности этой величины:

$$E = \frac{2\Delta\pi}{\pi_{\text{ср}}} + \frac{\Delta l}{l_{\text{ср}}} + \frac{2\Delta t}{t_{\text{ср}}} = \underline{\qquad} + \underline{\qquad} + \underline{\qquad} \approx \qquad ;$$

$$\Delta g = Eg_{\text{ср}} = \qquad \approx \qquad \text{м/с}^2.$$

10. Записываем окончательный результат:

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g)\ \text{м/с}^2 = (\qquad + \qquad)\ \text{м/с}.$$

II. Определение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника.

1. Определяем и записываем среднее время 50-ти колебаний оборотного маятника на обеих призмах:

$$t = t_{\text{ср}} \pm \Delta t = (\qquad \pm \qquad)\ \text{с}.$$

2. Измеряем расстояние между призмами:

$$L = L_{\text{ср}} \pm \Delta L = (\qquad \pm \qquad)\ \text{мм}.$$

3. Определяем среднее значение ускорения свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 L n^2}{t^2} = \underline{\qquad\qquad} \approx \qquad \text{м/с}^2.$$

4. Находим относительную и абсолютную погрешности этой величины:

$$E = \frac{2\Delta\pi}{\pi_{\text{ср}}} + \frac{\Delta L}{L_{\text{ср}}} + \frac{2\Delta t}{t_{\text{ср}}} = \underline{\qquad} + \underline{\qquad} + \underline{\qquad} \approx \qquad ;$$

$$\Delta g = Eg_{\text{ср}} = \qquad \approx \qquad \text{м/с}^2.$$

5. Записываем окончательный результат:

$$g = (g_{\text{ср}} \pm \Delta g)\ \text{м/с}^2 = (\qquad + \qquad)\ \text{м/с}.$$

Лабораторная работа 3

ИЗУЧЕНИЕ УДАРА ШАРОВ

Цель работы: ознакомиться с явлениями, связанными с движением и соударением шаров. Определить коэффициенты восстановления скорости и энергии при абсолютно неупругом ударе.

Приборы и принадлежности: установка для изучения удара шаров, технические весы, комплект шаров.

Краткая теория и методические указания

В окружающем нас мире соударения тел происходят довольно часто (удар теннисной ракетки по мячу, столкновения автомобилей, забивка свай при строительстве домов и т.д.). При этом тела в большей или меньшей мере деформируются, а их кинетическая энергия частично или полностью переходит в потенциальную энергию упругой деформации и во внутреннюю энергию тел. Увеличение внутренней энергии приводит к нагреванию тел.

Различают два предельных случая – *абсолютно упругий* и *абсолютно неупругий удары*. При абсолютно упругом ударе полная механическая энергия тел сохраняется. Это в некотором роде идеализация – в макромире таких соударений не происходит, хотя столкновение, например, бильярдных шаров из слоновой кости очень похоже на абсолютно упругий удар.

Абсолютно неупругим называется соударение, в результате которого тела движутся с одинаковой скоростью (как единое целое). Примером может служить попадание пули в мишень. При этом механическая энергия не сохраняется и переходит в другие виды энергий, в частности, в тепловую. Можно говорить также об *упругом* ударе, после которого тела движутся с разными скоростями, а механическая энергия не сохраняется.

В настоящей работе рассматривается упругий центральный удар шаров. При центральном ударе шары движутся вдоль прямой, соединяющей их центры Для оценки степени упругости соударения можно ввести коэффициенты восстановления скорости k и энергии ε. *Коэффициент восстановления скорости*, характеризующий уменьшение относительной скорости тел в результате удара, определяется соотношением

$$k = \frac{|\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1|}{|\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1|},$$

где $\boldsymbol{v}_1$ и $\boldsymbol{v}_2$ – скорости первого и второго тел до, а $\boldsymbol{u}_1$ и $\boldsymbol{u}_2$ – после удара.

Таким образом коэффициент восстановления скорости – это отношение *относительной скорости* тел после соударения к *относительной скорости* до соударения. В свое время Ньютон, анализируя подобные опыты с шарами, пришел к выводу, что величина k постоянна для исследуемых объектов и мало зависит от их скоростей.

Коэффициент восстановления энергии равен отношению суммарной кинетической энергии $E_к$ движущихся тел после удара к их суммарной кинетической энергии $E_{к0}$ до удара: $\varepsilon = E_к / E_{к0}$.

Можно показать, что для абсолютно упругого удара оба коэффициента равны единице. При абсолютно неупругом соударении $k = 0$, а $\varepsilon < 1$. При упругом соударении $k < 1$ и $\varepsilon < 1$.

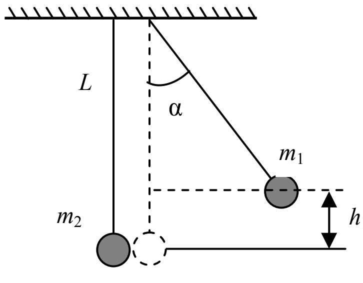


Рис. 1

Рассмотрим два шара, подвешенных на невесомых нерастяжимых нитях длиной L каждая. В положении равновесия шары должны касаться друг друга, а нити направлены вертикально. Пусть в начальный момент времени первый шар массой m_1 отклонён на угол α от положения равновесия, а второй висит неподвижно (рис. 1). Если отпустить первый шар, то он начинает двигаться по дуге окружности; при этом его потенциальная энергия перейдёт в кинетическую. Скорость первого шара перед соударением со вторым можно найти, воспользовавшись законом сохранения полной механической энергии:

$$m_1 g h_1 = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \tag{1}$$

Из соотношения (1) выразим величину скорости первого шара:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1}\ ,$$

где $h_1 = L(1-\cos\alpha) = 2L\sin^2\dfrac{\alpha}{2}$ (см. рис. 1),

или окончательно

$$v_1 = 2\sin\frac{\alpha}{2}\sqrt{gL}\ . \qquad (2)$$

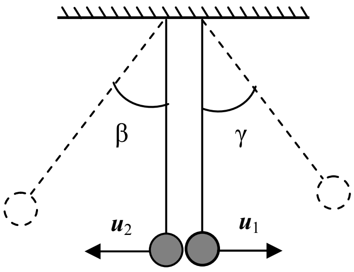


Рис. 2

После соударения шары получают скорости движения u_1 и u_2 и отклоняются соответственно на углы γ и β (рис. 2). Эти скорости можно выразить через углы отклонения аналогично скорости v_1:

$$u_1 = 2\sin\frac{\gamma}{2}\sqrt{gL}\ ,\quad u_2 = 2\sin\frac{\beta}{2}\sqrt{gL}\ . \qquad (3)$$

Коэффициент восстановления скорости в этом случае будет равен:

$$k = \frac{|\boldsymbol{u}_2 - \boldsymbol{u}_1|}{|\boldsymbol{v}_2 - \boldsymbol{v}_1|} = \frac{u_1 + u_2}{v_1}\ . \qquad (4)$$

Казалось бы, зная углы отклонения α, β и γ, можно с помощью соотношений (2) и (3) рассчитать величину *k*. В этом случае, однако, необходимо фиксировать одновременно два угла β и γ, что совсем не просто. Эту трудность можно обойти, связав между собой скорости u_1 и u_2, а значит, и углы β и γ.

При ударе выполняется закон сохранения *проекции импульса* системы шаров на горизонтальное направление:

$$m_1 v_1 = m_2 u_2 - m_1 u_1\ . \qquad (5)$$

Выражая u_1 из (5) и подставляя в (4), получим:

$$k = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\frac{u_2}{v_1} - 1\ . \qquad (6)$$

Используя формулы (2) и (3), получаем окончательную расчётную формулу для коэффициента восстановления скорости в следующем виде:

$$k = \frac{m_1 + m_2}{m_1}\frac{\sin(\beta/2)}{\sin(\alpha/2)} - 1\ . \qquad (7)$$

Перейдём к коэффициенту восстановления энергии. Согласно определению, величина ε равна отношению суммарной кинетической энергии шаров после удара $\dfrac{m_1 u_1^2}{2} + \dfrac{m_2 u_2^2}{2}$ к их суммарной кинетической энергии до удара $\dfrac{m_1 v_1^2}{2}$:

$$\varepsilon = \frac{m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2}{m_1 v_1^2}\ . \qquad (8)$$

Выражая u_1 из (5) и подставляя в (8), получим:

$$\varepsilon = \frac{(m_2u_2 - m_1v_1)^2 + m_1m_2u_2^2}{m_1^2v_1^2} = \frac{m_2(m_1+m_2)u_2^2}{m_1^2v_1^2} - \frac{2m_2u_2}{m_1v_1} + 1 .$$

Из (6) можно найти отношение $\frac{u_2}{v_1} = \frac{(k+1)m_1}{m_1+m_2}$ и с помощью простых преобразований получить окончательную расчётную формулу для коэффициента восстановления энергии:

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2k^2}{m_1+m_2} . \quad (9)$$

Порядок выполнения работы

1. Аккуратно снимите и взвесьте оба шара, запишите результат с учётом погрешности:

$$m_1 = m_{1ср} \pm \Delta m, \quad m_2 = m_{2ср} \pm \Delta m.$$

2. Повесьте шары обратно (не перепутайте!) и отрегулируйте их положение так, чтобы в свободно висящем состоянии получить центральное соприкосновение (если это выполняется, то ничего регулировать не надо). Желательно, чтобы указатели шаров соответствовали нулевым делениям обеих шкал (если это не выполняется, то разницу следует учесть при дальнейших измерениях).
3. Включите стопорный электромагнит, для чего переведите тумблер в состояние «Вкл».
4. Отведите правый шар от положения равновесия и закрепите его электромагнитом. Запишите в журнал наблюдений начальный угол отклонения α и его погрешность Δα в градусах и минутах:

$$\alpha = \alpha_{ср} \pm \Delta\alpha.$$

5. Выключите электромагнит и зафиксируйте максимальный угол отклонения β левого шара. Результат запишите в таблицу. Повторите измерения ещё 4 раза.

Таблица

№ п/п	β_i, °,′	β_i, °	$\Delta\beta_i$	$\Delta^2\beta_i$	S_n	$\beta_{ср}$	$\Delta\beta$	E, %
1								
...								

6. Переведите минуты в градусы. Например: $\beta = 9°24' = 9 + \frac{24}{60} = 9{,}4°$. Рассчитайте среднее значение $\beta_{ср}$ по формуле

$$\beta_{ср} = \frac{\sum \beta_i}{n} = \frac{\beta_1+\beta_2+\beta_3+\beta_4+\beta_5}{n} .$$

7. Заполните оставшиеся столбцы таблицы, используя формулы:

$$\Delta\beta_i = \beta_i - \beta_{ср}\,; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2\beta_i}{n(n-1)}}\,; \quad \Delta\beta = \alpha_n S_n\,, \quad E = \frac{\Delta\beta}{\beta_{ср}}\,,$$

где n = 5; α_n = 2,8 – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

8. Рассчитайте среднее значение коэффициента восстановления скорости по формуле (7).

9. Рассчитайте абсолютную погрешность коэффициента восстановления скорости (формула приводится без вывода). Значения $\Delta\alpha$ и $\Delta\beta$ должны быть выражены в радианах!

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2} + \frac{\Delta m_1}{m_1} + \mathrm{ctg}\frac{\beta}{2}\Delta\beta + \mathrm{ctg}\frac{\alpha}{2}\Delta\alpha \right)(k+1).$$

10. Запишите окончательный результат:

$$k = k_{\text{ср}} \pm \Delta k.$$

11. По формуле (9) рассчитайте среднее значение коэффициента восстановления энергии ε.

12. Рассчитайте относительную погрешность коэффициента восстановления энергии (формула приводится без вывода):

$$E = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta m_1 + k^2\Delta m_2 + 2km_2\Delta k}{m_1 + k^2 m_2} + \frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2}.$$

13. Найдите абсолютную погрешность:

$$\Delta\varepsilon = E\varepsilon_{\text{ср}}.$$

14. Запишите окончательный результат:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ср}} \pm \Delta\varepsilon.$$

Контрольные вопросы

1. Какова классификация возможных типов соударений?
2. Дайте определение абсолютно упругого и абсолютно неупругого ударов.
3. Что называется коэффициентом восстановления скорости и коэффициентом восстановления энергии?
4. Что можно рассчитать, зная величины указанных коэффициентов?
5. В каких пределах могут находиться значения этих коэффициентов?
6. Зависят ли значения этих коэффициентов от выбора системы отсчёта? Если «да», то как?
7. Чем обусловлено уменьшение кинетической энергии при упругом и абсолютно неупругом соударении тел?
8. Каким образом можно повысить точности измерения угла β?
9. Решите простую задачу: «В передний номерной знак автомобиля, движущегося со скоростью 80 км/ч, попадает резиновая пуля от травматического пистолета, летящая навстречу со скоростью 200 км/ч и отскакивает. С какой скоростью будет двигаться пуля относительно земли, если коэффициент восстановления скорости равен 0,8?»
10. Та же задача, но на этот раз пуля попадает в задний номерной знак.
11. Может ли быть так, что ε = 0, а $k \neq 0$? Если «да», то приведите пример.
12. В каком случае $\varepsilon = k = 0$?
13. Происходит центральный удар движущегося шара *1* с покоящимся шаром *2*. Может

ли скорость второго шара быть больше скорости первого? Может ли скорость второго шара быть в два раза больше скорости первого?

14. При выводе расчётной формулы для k используется закон сохранения импульса. Система, состоящая из двух шаров, подвешенных на нитях, не является замкнутой. На каком основании можно пользоваться в данном случае законом сохранения импульса?

15. Как, по Вашему мнению, изменятся величины k и ε, если используемые в работе шары заменить шарами из пластилина?

16. Решите простую задачу: «Мяч, падая без начальной скорости с высоты H, после удара о горизонтальную плоскость подскочил на высоту h. Чему равны величины k и ε?»

Литература: [1, с. 100 – 104], [2, т. 1, с. 57 – 60; 81 – 84], [3, с. 100 – 105], [4, с. 103 – 105; 120 – 123], [5, с. 59 – 64], [6, с. 19–20; 30 – 34], [7, с. 32 – 37; 50 – 55], [8, с. 32 – 34].

Практическая (расчётная) часть лабораторной работы 3

Работа выполнена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

Работа зачтена "___" ______________ 20 ___ г. ______________
(подпись)

1. Определяем массы обоих шаров:

$$m_1 = m_{1ср} \pm \Delta m = (\qquad \pm \qquad)\text{ г},\quad m_2 = m_{2ср} \pm \Delta m = (\qquad \pm \qquad)\text{ г}.$$

2. Измеряем начальный угол отклонения α и его погрешность Δα:

$$\alpha = \alpha_{ср} \pm \Delta\alpha = (\quad {}^\circ \quad {}' \pm \quad {}').$$

3. Проводим пять опытов и записываем полученные значения β_i в таблицу.
4. Переводим минуты в градусы и рассчитываем среднее значение $\beta_{ср}$:

$$\beta_{ср} = \frac{\sum \beta_i}{n} = \frac{\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 + \beta_5}{n} = \frac{\quad \pm \quad \pm \quad \pm \quad}{} \approx \qquad {}^\circ.$$

5. Находим абсолютные погрешности $\Delta\beta_i$ и их квадраты $\Delta^2\beta_i$:

$$\Delta\beta_1 = \beta_1 - \beta_{ср} = \quad - \quad \approx \quad,\quad \Delta^2\beta_1 = \quad \approx \quad;$$

$$\Delta\beta_2 = \beta_2 - \beta_{ср} = \quad - \quad \approx \quad,\quad \Delta^2\beta_2 = \quad \approx \quad;$$

$$\Delta\beta_3 = \beta_3 - \beta_{ср} = \quad - \quad \approx \quad,\quad \Delta^2\beta_3 = \quad \approx \quad;$$

$$\Delta\beta_4 = \beta_4 - \beta_{ср} = \quad - \quad \approx \quad,\quad \Delta^2\beta_4 = \quad \approx \quad;$$

$$\Delta\beta_5 = \beta_5 - \beta_{ср} = \quad - \quad \approx \quad,\quad \Delta^2\beta_5 = \quad \approx \quad.$$

6. Рассчитываем среднюю квадратичную погрешность S_n:

$$S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2\beta_i}{n(n-1)}} = \sqrt{\frac{\qquad\qquad}{\qquad\qquad}} \approx \text{ с}.$$

7. Рассчитываем абсолютную и относительную погрешности времени 20 полных колебаний:

$$\Delta\beta = \alpha_n S_n = \qquad \approx \qquad ^\circ, \quad E = \frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}} = \frac{\qquad}{\qquad} \approx \qquad .$$

8. Заполняем оставшиеся столбцы таблицы:

№ п/п	β_i, °,′	β_i, °	$\Delta\beta_i$	$\Delta^2\beta_i$	S_n	$\beta_{\text{ср}}$	$\Delta\beta$	E, %
1								
2								
3								
4								
5								

9. Рассчитаем среднее значение коэффициента восстановления скорости:

$$k = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \frac{\sin\frac{\beta_{\text{ср}}}{2}}{\sin\frac{\alpha_{\text{ср}}}{2}} - 1 = \frac{\qquad + \qquad}{\qquad} \cdot \frac{\sin\frac{\qquad}{2}}{\sin\frac{\qquad}{2}} - 1 \approx \qquad .$$

10. Рассчитаем абсолютную погрешность коэффициента восстановления скорости:

$$\Delta k = \left(\frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2} + \frac{\Delta m_1}{m_1} + \operatorname{ctg}\frac{\beta_{\text{ср}}}{2}\Delta\beta + \operatorname{ctg}\frac{\alpha_{\text{ср}}}{2}\Delta\alpha \right)(k+1) =$$

$$= \left(\frac{\qquad + \qquad}{\qquad} + \frac{\qquad}{\qquad} + \operatorname{ctg}\frac{\qquad}{2} \qquad + \operatorname{ctg}\frac{\qquad}{2} \qquad \right)(\qquad + 1) \approx \qquad .$$

11. Записываем окончательный результат:

$$k = k_{\text{ср}} \pm \Delta k = \qquad \pm \qquad .$$

12. Рассчитываем среднее значение коэффициента восстановления энергии ε:

$$\varepsilon = \frac{m_1 + m_2 k^2}{m_1 + m_2} = \frac{\qquad + \qquad}{\qquad + \qquad} \approx \qquad .$$

13. Рассчитаем относительную погрешность коэффициента восстановления энергии:

$$E = \frac{\Delta\varepsilon}{\varepsilon} = \frac{\Delta m_1 + k^2\Delta m_2 + 2km_2\Delta k}{m_1 + k^2 m_2} + \frac{\Delta m_1 + \Delta m_2}{m_1 + m_2} =$$

$$= \frac{\qquad + \qquad + \qquad}{\qquad + \qquad} + \frac{\qquad + \qquad}{\qquad + \qquad} \approx \qquad .$$

14. Находим абсолютную погрешность:

$$\Delta\varepsilon = E\varepsilon_{ср} = \qquad \approx \qquad .$$

15. Записываем окончательный результат:

$$\varepsilon = \varepsilon_{ср} \pm \Delta\varepsilon = \qquad \pm \qquad .$$

Лабораторная работа 4

ИЗУЧЕНИЕ УДАРА ШАРА О НАКОВАЛЬНЮ

Цель работы: определить некоторые характеристики взаимодействия тел при соударении (время соударения, среднюю силу взаимодействия, энергию, теряемую при взаимодействии, среднюю мощность потери энергии, коэффициент восстановления механической энергии).

Приборы и принадлежности: установка для изучения удара, частотомер, линейка, весы.

Краткая теория и методические указания

Явления, связанные с соударениями тел, играют существенную роль в окружающем нас мире. Последствия таких явлений могут быть полезными, а подчас и нежелательными (можно привести массу примеров как тех, так и других). Поэтому весьма важно правильно понимать, как и от чего зависят деформации и разрушения, возникающие при соударениях.

Предположим, что на неподвижный тяжелый объект налетает со скоростью v тело массой m. Известно, что чем больше сила, действующая на тело, тем больше величина напряжений (то, что приводит к разрушению), возникающих в теле. Согласно второму закону Ньютона, сила определяется быстротой изменения импульса:

$$F = \frac{dp}{dt},$$

поэтому, очевидно, сила будет тем больше, чем больше масса и скорость тела и *чем меньше время взаимодействия*, которая в свою очередь зависит от тормозного пути тела. Например, пустую бутылку легче разбить о стальной рельс, чем о деревянный столб, и совсем невозможно разбить её о сыпучий песок. По этой же причине мы сгибаем ноги, приземляясь при прыжке с высоты, а автомобилю лучше столкнуться со стогом соломы, чем с бетонной стеной.

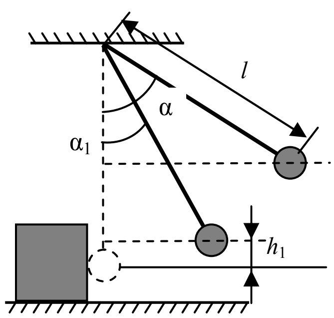


Рис. 1

В настоящей работе предполагается измерить и рассчитать некоторые величины, характеризующие соударение стального шара с наковальней, которая представляет собой массивную опору с закреплёнными на ней пластинами из разных материалов (рис. 1). Шар подвешенный на проволоке, отводится на некоторый фиксированный угол α от положения равновесия и в этом состоянии удерживается электромагнитом. При его отключении шар приходит в движение и сталкивается с наковальней. Время соударения (в мкс) измеряется со помощью частотомера, который вырабатывает и считает импульсы за время контакта. Начальный угол отклонения α и угол отскока α_1 после соударения измеряется с помощью шкалы, проградуированной в градусах.

Пренебрегая сопротивлением воздуха, будем считать, что при движении шара выполняется закон сохранения полной механической энергии. Из этого следует, что потенциальная энергия (отсчитанная от положения равновесия) шара в начальном состоянии равна его кинетической энергии в момент времени перед соударением:

$$\frac{mv^2}{2} = mgh\ ,$$

где h – высота поднятия шара от положения равновесия; m – масса шара; v – скорость шара перед соударением.

Аналогичное соотношение выполняется и после соударения:

$$\frac{mv_1^2}{2} = mgh_1\ ,$$

где h_1 – высота поднятия шара от положения равновесия; v_1 – скорость шара после соударения.

Энергия, теряемая шаром при взаимодействии с наковальней, равна, очевидно, убыли его кинетической энергии:

$$E = \frac{mv^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = mg\left(h - h_1\right).$$

Из геометрических соображений следует, что $h = l\left(1-\cos\alpha\right)$ и $h_1 = l\left(1-\cos\alpha_1\right)$, поэтому:

$$E = mgl\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha\right). \qquad (1)$$

Среднюю мощность потери энергии можно рассчитать по формуле:

$$N = \frac{E}{t} = \frac{mgl\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha\right)}{t}. \qquad (2)$$

Коэффициент восстановления механической энергии представляет собой отношение энергии системы *после* взаимодействия к энергии системы *до* взаимодействия:

$$\varepsilon = \frac{E_1}{E} = \frac{h_1}{h} = \frac{1-\cos\alpha_1}{1-\cos\alpha}. \qquad (3)$$

Для нахождения средней силы взаимодействия воспользуемся вторым законом Ньютона:

$$F_{\text{ср}}\,\Delta t = \Delta p = p_1 - p.$$

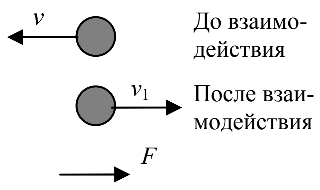


Рис. 2

Направления соответствующих векторов показаны на рис. 2.

Если спроектировать векторное равенство на ось, направленную вправо, то получим:

$$F_{\text{ср}}\Delta t = p_1 + p = m\left(v_1 + v\right).$$

Скорости v_1 и v шара можно выразить через углы отклонений α_1 и α:

$$v_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha_1\right)};$$
$$v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2gl\left(1-\cos\alpha\right)}.$$

Таким образом, для средней силы взаимодействия получаем окончательную формулу:

$$F = \frac{m\sqrt{2gl}\left(\sqrt{1-\cos\alpha_1} + \sqrt{1-\cos\alpha}\right)}{t}. \qquad (4)$$

Порядок выполнения работы

1. Измерьте линейкой расстояние l от середины шара до оси вращения, запишите результат с учётом погрешности:

$$l = l_{\text{ср}} \pm \Delta l.$$

2. Взвесьте шар, запишите результат с учётом погрешности:

$$m = m_{\text{ср}} \pm \Delta m.$$

3. *С помощью преподавателя или лаборанта включите частотомер и проверьте его готовность к работе. Поверните опору наковальни так, чтобы соударение шара происходило с пластиной из указанного преподавателем материала.*

4. Включите стопорный электромагнит, для чего переведите тумблер, укреплённый на основании установки, в положение «Вкл».

5. Отведите шар от положения равновесия и закрепите его электромагнитом. Запишите значение начального угла отклонения α с учётом погрешности:

$$\alpha = \alpha_{\text{ср}} \pm \Delta\alpha.$$

6. Выключите электромагнит и после соударения шара с пластиной зафиксируйте максимальный угол α_1 его отклонения. При возврате шара задержите его рукой, не допуская повторного соударения. Запишите в табл. 1 и 2 значения угла α_1 и времени t (мкс) (согласно показанию частотомера).

Таблица 1

№ п/п	α_{1i}, град	$\Delta\alpha_{1i}$	$\Delta^2\alpha_{1i}$	S_n	$\alpha_{1\text{ср}}$	$\Delta\alpha_1$	E, %
1							
...							

Таблица 2

№ п/п	t_i, мкс	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{\text{ср}}$	Δt	E, %
1							
...							

7. Обнулите показания частотомера, переключив тумблер «СБРОС».

8. Повторите измерения п.п. 5 и 6 ещё 4 раза. Результаты запишите в табл. 1 и 2. Начальный угол отклонения α должен оставаться одним и тем же (однократное измерение).

9. Рассчитайте среднее значение $\alpha_{1ср}$ по формуле:

$$\alpha_{1ср} = \frac{\sum \alpha_{1i}}{n} = \frac{\alpha_{11} + \alpha_{12} + \alpha_{13} + \alpha_{14} + \alpha_{15}}{n}.$$

10. Заполните оставшиеся столбцы табл. 1, используя формулы:

$$\Delta\alpha_{1i} = \alpha_{1i} - \alpha_{1ср}; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 \alpha_{1i}}{n(n-1)}}; \quad \Delta\alpha_1 = \alpha_n S_n,$$

где $\alpha_n = 2{,}8$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

11. Рассчитайте среднее значение $t_{ср}$ по формуле

$$t_{ср} = \frac{\sum t_i}{n} = \frac{t_1 + t_2 + t_3 + t_4 + t_5}{n}.$$

12. Заполните оставшиеся столбцы табл. 2, используя формулы:

$$\Delta t_i = t_i - t_{ср}; \quad S_n = \sqrt{\frac{\sum \Delta^2 t_i}{n\,(n-1)}}; \quad \Delta t = \alpha_n S_n,$$

где $\alpha_n = 2{,}8$ – коэффициент Стьюдента для пяти измерений.

13. По формуле (1) рассчитайте энергию E, теряемую шаром при взаимодействии с наковальней.

14. Рассчитайте относительную E_E и абсолютную погрешности величины E (формула приводится без вывода). Значения $\Delta\alpha$ и $\Delta\alpha_1$ должны быть выражены в радианах!

$$E_E = \frac{\Delta E}{E_{ср}} = \frac{\Delta m}{m_{ср}} + \frac{\Delta g}{g_{ср}} + \frac{\Delta l}{l_{ср}} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha_{1ср} - \cos\alpha}\Delta\alpha + \frac{\sin\alpha_{1ср}}{\cos\alpha_{1ср} - \cos\alpha}\Delta\alpha_{1ср},$$

$$\Delta E = E_E E_{ср}.$$

15. Запишите окончательный результат:

$$E = E_{ср} \pm \Delta E.$$

16. По формуле (2) рассчитайте среднюю мощность N потери энергии.

17. Рассчитайте относительную E_N и абсолютную погрешности величины N:

$$E_N = E_E + \frac{\Delta t}{t_{ср}}, \qquad \Delta N = E_N N_{ср}.$$

18. Запишите окончательный результат:

$$N = N_{ср} \pm \Delta N.$$

19. По формуле (3) рассчитайте коэффициент восстановления энергии ε.

20. Рассчитайте относительную E_ε и абсолютную погрешности величины ε:

$$E_\varepsilon = \frac{\sin\alpha_1}{1 - \cos\alpha_1}\Delta\alpha_1 + \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}\Delta\alpha, \qquad \Delta\varepsilon = E_\varepsilon \varepsilon_{ср}.$$

21. Запишите окончательный результат:

$$\varepsilon = \varepsilon_{ср} \pm \Delta\varepsilon.$$

22. По формуле (4) рассчитайте среднюю силу взаимодействия F.

23. Рассчитайте относительную E_F и абсолютную погрешности величины F:

$$E_F = \frac{\Delta m}{m_{ср}} + \frac{1}{2}\left(\frac{\Delta g}{g_{ср}} + \frac{\Delta l}{l_{ср}}\right) + \frac{\Delta t}{t_{ср}} + \frac{\dfrac{\sin\alpha_{1ср}}{2\sqrt{(1-\cos\alpha_{1ср})}}\Delta\alpha_1 + \dfrac{\sin\alpha}{2\sqrt{(1-\cos\alpha)}}\Delta\alpha}{\sqrt{(1-\cos\alpha_{1ср})} + \sqrt{(1-\cos\alpha)}},$$

$$\Delta F = E_F F_{ср}.$$

24. Запишите окончательный результат:

$$F = F_{ср} \pm \Delta F.$$

Контрольные вопросы

1. Дайте определение механической работы и мощности, укажите единицы их измерений. Могут ли эти величины быть отрицательными?
2. Как найти работу при переменной силе?
3. Какие силы называются консервативными?
4. Что называется кинетической и потенциальной энергией? Напишите соответствующие формулы.
5. Сформулируйте закон сохранения полной механической энергии системы.
6. Что такое коэффициент восстановления энергии?
7. От чего зависит сила, возникающая при соударении? Как можно её уменьшить?
8. Попробуйте объяснить на простой модели, почему при увеличении относительной скорости соударяющихся тел сила взаимодействия будет больше?
9. Во что переходит механическая энергия, теряемая при соударении?
10. Предлагается ряд материалов, обладающих различными механическими свойствами (плотность, предел прочности, модуль Юнга, твёрдость). Из какого материала нужно изготовить плиту, чтобы было легче разбить об неё бутылку?
11. Каков знак работы силы упругости, действующей на шар в процессе соударения?
12. Решите простую задачу: «Автомобиль разгоняется из состояния покоя с постоянным ускорением. Как соотносятся *средняя* мощность, развиваемая силой тяги за время разгона, с *максимальной* мощностью за это же время?»
13. Объясните научно смысл пословицы: «Знать бы, что упадёшь, соломки бы постелил».
14. Может ли угол отскока шара α_1 быть больше начального угла отклонения α? Почему?
15. Каким образом можно повысить точности измерения угла отскока α_1?
16. Любителям математики. Получите формулу, выражающую массу m шара через силу F, работу A, мощность N и коэффициент восстановления энергии ε. Проверьте размерность полученного выражения

$$m = \frac{F^2 A\left(1+\sqrt{\varepsilon}\right)}{2N^2\left(1-\sqrt{\varepsilon}\right)}.$$

Л и т е р а т у р а: [1, с. 108–109; 131 – 144], [2, т. 1, с. 84 – 88; 94 – 108], [3, с. 108; 134 – 144], [4, с. 78–79; 128 – 133; 136 – 143], [5, с. 47 – 56], [6, с. 34 – 38], [7, с. 59 – 67], [8, с. 71 – 76].

Практическая (расчётная) часть лабораторной работы 4

Работа выполнена "___" _____________ 20 ___ г. _____________
(подпись)

Работа зачтена "___" _____________ 20 ___ г. _____________
(подпись)

1. Измеряем расстояние l от середины шара до оси вращения:

$$l = l_{ср} \pm \Delta l = (\qquad \pm \qquad) \text{ мм.}$$

2. Определяем массу шара:

$$m = m_{ср} \pm \Delta m = (\qquad \pm \qquad) \text{ г.}$$

3. Измеряем начальный угол отклонения α и его погрешность Δα:

$$\alpha = \alpha_{ср} \pm \Delta\alpha = (\qquad \pm \qquad)^\circ.$$

4. Проводим пять опытов и записываем полученные значения α_i в таблицы:

Таблица 1

№ п/п	α_{1i}, град	$\Delta\alpha_{1i}$	$\Delta^2\alpha_{1i}$	S_n	$\alpha_{1ср}$	$\Delta\alpha_1$	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

Таблица 2

№ п/п	t_i, мкс	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

Пункты 5 – 9 выполнить аналогично, как в лабораторной работе 1.

10. По формуле (1) рассчитываем энергию E, теряемую шаром при взаимодействии с наковальней:

$$E = mgl\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha\right) = \qquad (\qquad) \approx \qquad \text{Дж.}$$

11. Рассчитываем относительную E_E и абсолютную погрешности величины E:

$$E_E = \frac{\Delta E}{E_{\text{ср}}} = \frac{\Delta m}{m_{\text{ср}}} + \frac{\Delta g}{g_{\text{ср}}} + \frac{\Delta l}{l_{\text{ср}}} + \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha_{1\text{ср}} - \cos\alpha}\Delta\alpha + \frac{\sin\alpha_{1\text{ср}}}{\cos\alpha_{1\text{ср}} - \cos\alpha}\Delta\alpha_{1\text{ср}} =$$

$$= \qquad + \qquad + \qquad + \qquad + \qquad \approx \qquad .$$

$$\Delta E = E_E E_{\text{ср}} = \qquad \approx \qquad .$$

12. Записываем окончательный результат:

$$E = E_{\text{ср}} \pm \Delta E = (\qquad \pm \qquad) \text{ Дж.}$$

13. По формуле (2) рассчитываем среднюю мощность N потери энергии:

$$N = \frac{E}{t} = \frac{mgl\left(\cos\alpha_1 - \cos\alpha\right)}{t} = \qquad \approx \qquad \text{Вт.}$$

14. Рассчитываем относительную E_N и абсолютную погрешности величины N:

$$E_N = E_E + \frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}} = \qquad + \qquad \approx \qquad ,$$

$$\Delta N = E_N N_{\text{ср}} = \qquad \approx \qquad .$$

15. Записываем окончательный результат:

$$N = N_{\text{ср}} \pm \Delta N = (\qquad \pm \qquad) \text{ Вт.}$$

16. По формуле (3) рассчитываем коэффициент восстановления энергии ε:

$$\varepsilon = \frac{1 - \cos\alpha_1}{1 - \cos\alpha} = \qquad \approx \qquad .$$

17. Рассчитываем относительную E_ε и абсолютную погрешности величины ε:

$$E_\varepsilon = \frac{\sin\alpha_1}{1 - \cos\alpha_1}\Delta\alpha_1 + \frac{\sin\alpha}{1 - \cos\alpha}\Delta\alpha = \qquad + \qquad \approx \qquad ,$$

$$\Delta\varepsilon = E_\varepsilon \varepsilon_{\text{ср}} = \qquad \approx \qquad .$$

18. Записываем окончательный результат:

$$\varepsilon = \varepsilon_{\text{ср}} \pm \Delta\varepsilon = \qquad \pm \qquad .$$

19. По формуле (4) рассчитываем среднюю силу взаимодействия F:

$$F=\frac{m\sqrt{2gl}\left(\sqrt{1-\cos\alpha_1}+\sqrt{1-\cos\alpha}\right)}{t}=$$

$$= \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \approx \qquad\qquad \text{Н}.$$

20. Рассчитываем относительную E_F и абсолютную погрешности величины F:

$$E_F=\frac{\Delta m}{m_{\text{ср}}}+\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta g}{g_{\text{ср}}}+\frac{\Delta l}{l_{\text{ср}}}\right)+\frac{\Delta t}{t_{\text{ср}}}+\frac{\dfrac{\sin\alpha_{1\text{ср}}}{2\sqrt{\left(1-\cos\alpha_{1\text{ср}}\right)}}\Delta\alpha_1+\dfrac{\sin\alpha}{2\sqrt{\left(1-\cos\alpha\right)}}\Delta\alpha}{\sqrt{\left(1-\cos\alpha_{1\text{ср}}\right)}+\sqrt{\left(1-\cos\alpha\right)}}=$$

$$= \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad \approx \qquad\qquad ,$$

$$\Delta F=E_F F_{\text{ср}}= \qquad\qquad \approx \qquad\qquad \text{Н}.$$

21. Записываем окончательный результат:

$$F=F_{\text{ср}}\pm\Delta F=(\qquad\pm\qquad)\ \text{Н}.$$

Лабораторная работа 5

ИЗУЧЕНИЕ ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ ТВЁРДОГО ТЕЛА

Цель работы: проверить основной закон динамики вращательного движения при постоянном моменте инерции, проверить свойство аддитивности момента инерции.

Приборы и принадлежности: маятник Обербека, счетчик-секундомер, набор грузов, линейка, штангенциркуль, весы.

Краткая теория и методические указания

При вращательном движении твёрдого тела вокруг неподвижной оси его угловое ускорение α определяется суммарным моментом M всех сил, действующих на тело, относительно оси и моментом инерции I тела относительно этой же оси:

$$\alpha=\frac{M}{I}.$$

Момент инерции является мерой инертности тела при вращательном движении; он зависит от массы тела и распределения её относительно оси вращения:

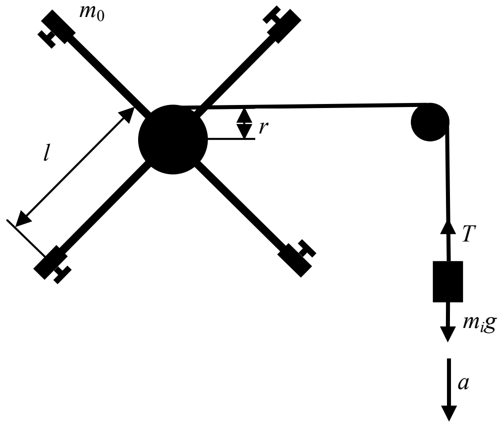
$$I=\sum m_i r_i^2 .$$

Если момент инерции I тела остаётся постоянным, то выполняется соотношение:

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{M_1}{M_2}. \qquad (1)$$

Это равенство мы и должны проверить в данной работе. Следующей задачей является экспериментальное определение момента инерции маятника Обербека и проверка свойства аддитивности. (Величина является аддитивной, если её значение для всего тела равно сумме значений для всех частей этого тела. К подобным величинам относятся, например, масса, объём, энергия.)

Маятник Обербека представляет собой крестовину, образованную четырьмя одинаковыми стержнями, ввинченными в муфту. На концах стержней можно закреплять грузы массой m_0 каждый. Муфта жёстко соединена с осью, которая может свободно вращаться в подшипниках. Кроме муфты на оси расположен блок с намотанной на него тонкой нитью, к свободному концу которой прикрепляется груз массой m_i .



Если отпустить груз, он начнёт опускаться и приведёт во вращение маятник. Угловое ускорение α маятника связано с тангенциальным ускорением a_τ точки, расположенной на поверхности блока, соотношением $\alpha = \frac{a_\tau}{r}$. Опускаясь равноускоренно, груз за время t проходит расстояние $h = \frac{1}{2}at^2$, где $a = a_\tau$. Таким образом, угловое ускорение маятника можно рассчитать по формуле

$$\alpha = \frac{2h}{rt^2}. \qquad (2)$$

Пренебрегая трением в подшипниках и сопротивлением воздуха, можно представить момент сил M, действующих на маятник относительно его оси, как произведение силы натяжения нити T на плечо этой силы, равное радиусу r блока:

$$M = Tr.$$

Для груза, висящего на конце нити, следует воспользоваться вторым законом Ньютона в проекции на вертикальную ось:

$$ma = mg - T,$$

откуда

$$T = m(g-a) = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right).$$

Момент сил равен:

$$M = mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \tag{3}$$

Момент инерции маятника можно найти по формуле:

$$I = \frac{M}{\alpha} = \frac{mr\left(g - \frac{2h}{t^2}\right)}{\alpha = \frac{2h}{rt^2}} = mr^2\left(\frac{gt^2}{2h} - 1\right). \tag{4}$$

Проводя измерения с различными грузами m_1 и m_2, будем получать разные значения времени t_1 и t_2, угловых ускорений α_1 и α_2 и моментов сил M_1 и M_2, но соотношение (1) должно выполняться:

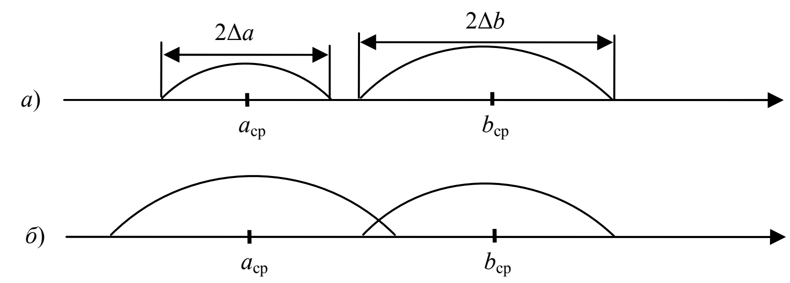
$$\frac{\left(\frac{2h}{rt_1^2}\right)}{\left(\frac{2h}{rt_2^2}\right)} = \frac{m_1 r\left(g - \frac{2h}{t_1^2}\right)}{m_2 r\left(g - \frac{2h}{t_2^2}\right)};$$

или после упрощений

$$m_1\left(gt_1^2 - 2h\right) = m_2\left(gt_2^2 - 2h\right). \tag{5}$$

В полученное выражение входят экспериментально определяемые величины и выполнение этого равенства (с учётом погрешностей) эквивалентно выполнению равенства (1).

Предположим, что необходимо сравнить два числа a и b, каждое из которых определено с некоторой погрешностью: $a = a_{\text{ср}} \pm \Delta a$, $b = b_{\text{ср}} \pm \Delta b$. На числовой оси эти числа расположены внутри соответствующих интервалов:



Если эти интервалы не перекрываются (*а*), то равенство между числами нельзя считать выполнимым; а если перекрываются (*б*), то можно. Из приведённых рисунков видно, что перекрытие будет иметь место в том случае, если выполняется неравенство:

$$\left|a_{\text{ср}} - b_{\text{ср}}\right| < (\Delta a + \Delta b).$$

Таким образом, в качестве критерия того, равны или не равны обе части равенства (5), примем выполнение неравенства:

$$\left|m_1\left(gt_1^2 - 2h\right) - m_2\left(gt_2^2 - 2h\right)\right| < \left(\Delta\left(m_1\left(gt_1^2 - 2h\right)\right) + \Delta\left(m_2\left(gt_2^2 - 2h\right)\right)\right). \tag{6}$$

Если оно выполняется, то можно говорить о справедливости равенства (1) с учётом погрешностей измерений.

Для расчёта абсолютных погрешностей, входящих в правую часть неравенства, воспользуемся тем, что $\Delta a = Ea_{\text{ср}}$, где E – относительная погрешность величины a. Следовательно:

$$\Delta\left(m\left(gt^2 - 2h\right)\right) = E\left(m\left(gt^2 - 2h\right)\right). \qquad (7)$$

Относительная погрешность E может быть рассчитана по формуле:

$$E = \frac{\Delta m}{m_{\text{ср}}} + \frac{\Delta g t^2 + 2gt\Delta t + 2\Delta h}{gt^2 - 2h}. \qquad (8)$$

Для проверки свойства аддитивности следует измерить момент инерции I маятника без грузов на концах стержней, а затем, закрепив на стержнях грузы, снова измерить момент инерции I_0 маятника. Считая дополнительные грузы материальными точками массой m_0, расположенными на расстоянии l от оси, можно ожидать, что значение I_0 будет больше значения I на величину $4m_0l^2$:

$$I_0 = I + 4m_0l^2. \qquad (9)$$

Выполнение этого равенства и будет свидетельствовать об аддитивности момента инерции. Естественно, что речь идёт о приближённом равенстве. Расчёт погрешностей в данном случае (в виде исключения) необязателен.

Регистрация времени t движения груза, за которое он опускается на высоту h, производится счётчиком-секундомером. Отсчёт времени начинается автоматически в момент прохождения груза мимо верхнего фотодатчика и заканчивается при прохождении мимо нижнего фотодатчика, расстояние между которыми равно h.

Порядок выполнения работы

1. Взвесьте оба груза m_1 и m_2, запишите результат с учётом погрешности:

$$m_1 = m_{1\text{ср}} \pm \Delta m, \quad m_2 = m_{2\text{ср}} \pm \Delta m.$$

2. Включите электросекундомер и проверьте его работоспособность. (Он должен начинать отсчёт времени при прохождении груза мимо верхнего фотодатчика и заканчивать его при прохождении груза мимо нижнего фотодатчика. Значение времени высвечивается на панели прибора. Сброс показаний производится специальной кнопкой «СБРОС»).

3. Прикрепите меньший из грузов m_1 к нити и намотайте её на большой блок. Подберите такое начальное положение груза (придерживая маятник), при котором отсчёт времени ещё не начинается, а при малейшем движении груза вниз счетчик включается. С этого положения отпустите маятник и запишите измеренное значение времени в табл. 1.

Таблица 1

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{\text{ср}}$	Δt	E, %
1							
...							

4. Повторите измерения п. 3 ещё 4 раза. Результаты запишите в табл. 1.

5. Поменяйте меньший груз m_1 на больший m_2. Проведите 5 измерений согласно п. 3 и запишите результаты в табл. 2.

Таблица 2

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
...							

6. Взвесьте одновременно четыре груза массой m_0:

$$4m_0 = \qquad\qquad .$$

7. С помощью винтов симметрично закрепите 4 груза массой m_0 на концах стержней так, чтобы концы стержней находились на одном уровне с боковыми поверхностями грузов. Проведите 5 измерений согласно п. 3 и запишите результаты в табл. 3.

Таблица 3

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
...							

8. Измерьте линейкой высоту h между серединами фотодатчиков и запишите результат:

$$h = h_{ср} \pm \Delta h.$$

9. Измерьте штангенциркулем диаметр d большого блока и запишите результат:

$$d = d_{ср} \pm \Delta d,$$

$$r = \frac{d}{2} = r_{ср} \pm \Delta r.$$

10. Измерьте линейкой расстояние $2l$ между серединами грузов, закреплённых диаметрально противоположно на концах стержней, и запишите результат:

$$2l = 2l_{ср} \pm \Delta(2l),$$

$$l = l_{ср} \pm \Delta l.$$

11. Рассчитайте значения левой и правой частей равенства (5) и запишите в виде приближённого равенства.

12. Рассчитайте абсолютные погрешности этих выражений и проверьте выполнение неравенства (6).

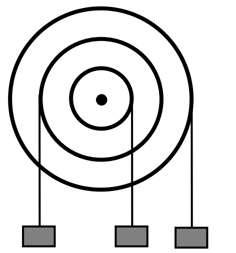
13. По формуле (4) рассчитайте значения моментов инерции I_1 и I_2, используя измеренные значения m_1, m_2, r, h, $t_{1ср}$, $t_{2ср}$, и убедитесь в их равенстве (так как момент инерции маятника в первых двух опытах не менялся):

$$I_1 \approx I_2 = I\ .$$

14. По формуле (4) рассчитайте значение момента инерции I_0, используя измеренные значения m_2, r, h, $t_{3ср}$. Рассчитайте значение выражения $4m_0l^2$ и проверьте выполнение равенства (8). Сделайте вывод о выполнении (или невыполнении) свойства аддитивности момента инерции.

Контрольные вопросы

1. Дайте определения момента силы относительно оси и относительно точки, момента инерции, углового ускорения. Укажите единицы измерения этих величин в системе СИ.
2. Что означает свойство аддитивности? Приведите примеры аддитивных величин.
3. Сформулируйте закон динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси.
4. Почему момент инерции обруча относительно его оси больше момента инерции диска при одинаковых массах и радиусах?
5. Почему время, измеренное при наличии грузов на концах стержней, всегда больше, чем при их отсутствии?
6. Во сколько раз уменьшится момент инерции сплошного стального цилиндра относительно его оси, если геометрические размеры цилиндра уменьшатся в два раза?
7. Как изменится угловое ускорение α маятника, если расстояние между фотодатчиками уменьшить в два раза?
8. Как повлияет отсутствие одного, двух или трёх стержней в маятнике Обербека на результаты измерений? Можно ли вообще в этом случае выполнить работу?
9. Как можно сравнить между собой два приближённых числа? В каком случае равенство между ними можно считать удовлетворительным?
10. Три блока, жёстко связанные между собой, могут без трения вращаться вокруг общей оси. На нитях, намотанных на блоки, висят три груза. В каком направлении начнет вращаться система, если грузы отпустить?



11. Понятие «маятник» обычно ассоциируется с колебаниями. Подумайте, почему в названии установки, используемой в данной работе, есть слово «маятник»?
12. У кого больше момент инерции – у молодого слона или взрослого комара?
13. Какие неучтенные факторы могли повлиять на результаты лабораторной работы?
14. От чего зависят точность и правильность измерения времени движения груза?
15. Можно ли с помощью данной установки измерить момент инерции, например, пустой бутылки относительно её оси? Как это сделать? Может быть, нужно что-то изменить в конструкции установки?
16. Представьте декартову систему координат. К точке с координатой +2 (м), расположенной на оси OY, приложена в положительном направлении оси OX сила, равная 10 Н. Куда направлен момент этой силы относительно начала координат? Чему равен модуль момента силы?

Литература: [1, с. 53–54; 77 – 81; 103–104, [2, т. 1, с. 38; 64 – 67], [3, с. 53–54; 77 – 81], [4, с. 76–77; 79 – 81; 102], [5, с. 24; 33 – 37; 59 – 61], [6, с. 15–16; 23–24; 30 – 34], [7, с. 37 – 41], [8, с. 30 – 32; 51 – 53].

Практическая (расчётная) часть лабораторной работы 5

Работа выполнена "___" _____________ 20 ___ г. _____________
(подпись)

Работа зачтена "___" _____________ 20 ___ г. _____________
(подпись)

1. Определяем массы грузов m_1 и m_2:

$$m_1 = m_{1ср} \pm \Delta m = (\quad \pm \quad) \text{ г}, \quad m_2 = m_{2ср} \pm \Delta m = (\quad \pm \quad) \text{ г}.$$

2. Измеряем время движения груза массой m_1 и результаты заносим в табл. 1:

Таблица 1

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

3. Измеряем время движения груза массой m_2 и результаты заносим в табл. 2:

Таблица 2

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							
2							
3							
4							
5							

4. Определяем общую массу четырёх грузов m_0:

$$4m_0 = (\qquad) \text{ г}.$$

5. Измеряем время движения груза массой m_2 при наличии четырёх грузов на концах стержней и результаты заносим в табл. 3:

Таблица 3

№ п/п	t_i, с	Δt_i	$\Delta^2 t_i$	S_n	$t_{ср}$	Δt	E, %
1							

2							
3							
4							
5							

6. Измеряем высоту h между серединами фотодатчиков, диаметр d большого блока и расстояние $2l$ между серединами грузов, закреплённых диаметрально противоположно на концах стержней:

$$h = h_{\text{ср}} \pm \Delta h = (\qquad \pm \qquad)\ \text{мм};$$

$$r = \frac{d}{2} = r_{\text{ср}} \pm \Delta r = (\qquad \pm \qquad)\ \text{мм};$$

$$2l = 2l_{\text{ср}} \pm \Delta(2l) = (\qquad \pm \qquad)\ \text{мм};$$

$$l = l_{\text{ср}} \pm \Delta l = (\qquad \pm \qquad)\ \text{мм}.$$

Пункты 7 – 10 выполнить аналогично лабораторной работе 1.

11. Рассчитываем значения левой и правой частей равенства (5) и записываем в виде приближённого равенства:

$$\qquad \approx \qquad .$$

12. Рассчитываем относительные и абсолютные погрешности этих выражений и проверяем выполнение неравенства (6):

$$E_1 = \frac{\Delta m_1}{m_1} + \frac{\Delta g t_1^2 + 2 g t_1 \Delta t_1 + 2\Delta h}{g t_1^2 - 2h} =$$
$$= \frac{\qquad}{\qquad} + \frac{\qquad + \qquad \cdot \qquad + \qquad}{\qquad - \qquad} \approx \qquad ;$$

$$E_2 = \frac{\Delta m_2}{m_2} + \frac{\Delta g t_2^2 + 2 g t_2 \Delta t_2 + 2\Delta h}{g t_2^2 - 2h} =$$
$$= \frac{\qquad}{\qquad} + \frac{\qquad + \qquad \cdot \qquad + \qquad}{\qquad - \qquad} \approx \qquad ;$$

$$\Delta\left(m_1\left(g t_1^2 - 2h\right)\right) = E\left(m_1\left(g t_1^2 - 2h\right)\right) =$$
$$= \qquad \left(\quad \left(\quad \cdot \quad - 2 \quad \right)\right) \approx \qquad ;$$

$$\Delta\left(m_2\left(g t_2^2 - 2h\right)\right) = E\left(m_2\left(g t_2^2 - 2h\right)\right) =$$
$$= \qquad \left(\quad \left(\quad \cdot \quad - 2 \quad \right)\right) \approx \qquad ;$$

$$\left| \qquad - \qquad \right| < \qquad + \qquad .$$

13. Рассчитываем значения моментов инерции I_1 и I_2:

$$I_1 = m_1 r^2 \left(\frac{g t_1^2}{2h} - 1\right) = \qquad \cdot \qquad \left(\frac{\quad \cdot \quad}{2 \quad} - 1\right) \approx \qquad \text{кг·м}^2;$$

$$I_2 = m_2 r^2 \left(\frac{g t_2^2}{2h} - 1 \right) = \qquad \cdot \qquad \left(\frac{\quad \cdot \quad}{2} - 1 \right) \approx \qquad \text{кг·м}^2.$$

$$I = \frac{I_1 + I_2}{2} \approx \qquad \text{м/с}^2.$$

14. Рассчитываем значение момента инерции I_0 (при наличии грузов на концах стержней), а также значение выражения $4m_0l^2$:

$$I_0 = m_2 r^2 \left(\frac{g t_3^2}{2h} - 1 \right) = \qquad \cdot \qquad \left(\frac{\quad \cdot \quad}{2} - 1 \right) \approx \qquad \text{кг·м}^2,$$

$$4m_0 l^2 = 4 \cdot \qquad \cdot \qquad \approx \qquad \text{кг·м}^2.$$

15. Проверяем выполнение равенства $I_0 = I + 4m_0 l^2$:

$$\approx \qquad + \qquad .$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1982. – Т. 1.
2. Савельев, И.В. Курс физики / И.В. Савельев. – М. : Наука, 1989. – Т. 1, 2.
3. Савельев, И.В. Курс общей физики / И.В. Савельев. – М. : Лань, 2005. – Т. 1.
4. Бондарев, Б.В. Курс общей физики / Б.В. Бондарев, Н.П. Калашников, Г.Г. Спирин. – М. : Высшая школа, 2003. – Т. 1.
5. Детлаф, А.А. Курс физики / А.А. Детлаф, Б.М. Яворский. – М. : Высшая школа, 1999.
6. Трофимова, Т.И. Курс физики / Т.И. Трофимова. – М. : Высшая школа, 2001.
7. Зисман, Г.А. Курс общей физики / Г.А. Зисман, О.М. Тодес. – М. : Наука, 1967. – Т. 1.
8. Грабовский, Р.И. Курс физики / Р.И. Грабовский. – М. : Лань, 2004.

СОДЕРЖАНИЕ