

В.Г. МАТВЕЙКИН, Д.Ю. МУРОМЦЕВ

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
энергосберегающего управления
динамическими режимами установок
ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКОГО
НАЗНАЧЕНИЯ

МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2007

УДК 62-52:66.012.37

ББК 32973+31.19

M91

Р е ц е н з е н т ы:

Заслуженный деятель науки и техники РФ,
доктор технических наук, профессор
Московского государственного университета инженерной экологии
В.М. Володин

Доктор технических наук, профессор ТГУ им. Г.Р. Державина
А.А. Арзамасцев

Матвейкин, В.Г.

M9 Теоретические основы энергосберегающего управления дина-
1 мическими режимами установок производственно-технического
назначения : монография / В.Г. Матвейкин, Д.Ю. Муромцев. – М. :
"Издательство Машиностроение-1", 2007. – 128 с. – 400 экз. –
ISBN 978-5-94275-388-7.

Рассмотрены основные положения теории энергосберегающего управле-
ния тепловыми аппаратами, машинами с электроприводами и другими
объектами производственно-технологического назначения, вопросы вве-
дения множества состояний функционирования, идентификации моделей
динамики, пригодных для использования в системах энергосберегающего
управления, методы полного анализа оптимального управления – принцип
максимума и метод синтезирующих переменных.

Предназначена для научных, инженерно-технических работников, пре-
подавателей вузов, аспирантов, студентов.

УДК 62-52:66.012.37

ББК 32973+31.19

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ МД-2025.2007.8

ISBN 978-5-94275-388-7

© "Издательство Машиностроение-1", 2007
© ГОУ ВПО "Тамбовский государственный
технический университет" (ТГТУ), 2007

В.Г. Матвейкин, Д.Ю. Муромцев

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ УСТАНОВОК
ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКОГО
НАЗНАЧЕНИЯ**

Монография



МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2007

Научное издание

МАТВЕЙКИН Валерий Григорьевич,
МУРОМЦЕВ Дмитрий Юрьевич

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ
ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ
ДИНАМИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ УСТАНОВОК
ПРОИЗВОДСТВЕННО-ТЕХНИЧЕСКОГО НАЗНАЧЕНИЯ**

МОНОГРАФИЯ

Редактор Т.М. Глинкина
Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Рыжкова
Корректор О.М. Ярцева

Подписано в печать 2.11.2007.
Формат 60×84/16. 7,44 усл. печ. л.
Тираж 400 экз. Заказ № 690

"Издательство Машиностроение-1",
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Подготовлено к печати и отпечатано в Издательско-полиграфическом центре
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

По вопросам приобретения книги обращаться по телефону 8(4752)638108

Одной из важнейших проблем человечества является экономия энергоресурсов. В связи с ростом цен на электроэнергию и топливо, усилением конкурентной борьбы между фирмами, производящими тепловые аппараты, машины с электроприводами, транспортные средства и другие энергопотребляемые изделия, а также учитывая сложность социально-экономической обстановки, актуальность задач экономии и рационального использования энергоресурсов с каждым годом возрастает [1 – 3]. Проблема экономии топливно-энергетических ресурсов занимает важное место в тематике работ научно-исследовательских организаций, проектных и промышленных фирм всех стран мира. Заметных успехов на практике в этом направлении достигли США, Канада, Япония и страны Западной Европы, в теоретических вопросах энергосбережения одно из ведущих мест занимает российская наука.

Количество потребляемых населением Земли энергоресурсов постоянно возрастает, однако эффективность использования их остается достаточно низкой. По данным Европейской комиссии ООН, уровень полезного использования энергоресурсов составляет лишь 40 %, доля полезного конечного использования топлива – менее 20 %. Вместе с тем обостряется проблема загрязнения окружающей среды, быстро уменьшаются запасы высокоэнергетического сырья, и растет стоимость получения энергии.

В странах Европейского сообщества в настоящее время проводятся работы в рамках проекта "Энергетическая эффективность-XXI" (EE-21) Европейской экономической комиссии ООН под эгидой Комитета по устойчивой энергетике для решения проблем энергоэффективности. В условиях рыночной экономики материальные и невозобновляемые энергетические потоки на входе в социально-экономическую систему учитываются ценами, выражающими лишь затраты на извлечение природных богатств без учета реальной ценности добываемого и потребляемого ресурса. Цены произведенного товара не отражают в себе губительных последствий воздействия на экологическую систему энергетических затрат и потоков отходов в виде твердых, жидких, газообразных сред. Существует предел, выше которого нельзя использовать природные ресурсы при производстве продукции.

Для выпуска отечественной промышленностью конкурентоспособных товаров необходимы комплексные исследования существующих технологических процессов, по результатам которых принимаются меры по реинжинирингу производства. Особое внимание при анализе промышленных ситуаций следует уделять производству продукции, эффективно функционирующей в критических и опасных ситуациях.

В соответствии с ГОСТ Р 513 80–99 (Энергосбережение) в настоящее время сертификации по показателям энергетической эффективности подлежат широкий перечень электрических машин, продукции машиностроительной промышленности, транспортных средств, объектов коммунального хозяйства и др. Вся вновь изготовленная энергопотребляющая продукция должна проверяться на соответствие показателей экономичности энергопотребления соответствующим нормативным значениям. Во многом значения показателей зависят от эффективной работы систем управления.

Одним из основных показателей конкурентоспособности машиностроительных и других предприятий является энергетическая эффективность их продукции. Важным резервом в решении проблемы энерго- и ресурсосбережения является оптимальное по минимуму затрат энергии или топлива управление динамическими объектами, проектирование машин и аппаратов, которые при своем функционировании требуют меньших энергозатрат по сравнению с существующими аналогами.

Теоретические исследования и практические результаты показывают, что при оптимальном управлении уменьшение затрат энергии (расхода топлива) может достигать от 10 до 40 % по сравнению с традиционно используемыми управляющими воздействиями. Кроме того, в динамических режимах, характеризуемых меньшими энергетическими затратами, снижаются механические и тепловые нагрузки, что ведет к повышению долговечности и безопасности эксплуатации объектов.

Серьезным сдерживающим фактором в реализации оптимального энергосберегающего управления динамическими процессами является отсутствие алгоритмов синтеза управляющих воздействий в реальном времени, которые могут быть использованы простыми и дешевыми микропроцессорными устройствами. В каталогах алгоритмического и программного обеспечения отечественных и зарубежных фирм, поставляющих программные и технические средства для промышленной автоматизации (КРУГ, Техноконт, КРУИЗ, Север, Трейс Моуд, Matlab, Siemens, Schneider Electric, Omron, Motorola и др.), отсутствуют сведения об алгоритмах, минимизирующих затраты энергии или расход топлива.

В существующих SCADA-системах и других программных средствах, используемых для проектирования систем автоматического управления и регулирования, предполагается стандартный набор алгоритмов: ПИ- и ПИД-регулирование, линейный квадратичный оптимальный регулятор, оптимальное быстродействие, нечеткий регулятор и некоторые другие, в которых не учитываются характерные для энергосберегающего управления ограничения, например, на лимит энергии или запас топлива. Ряд фирм в проспектах о своей продукции упоминают об энергосбережении и "мягком" пуске электродвигателей, однако используемые для этого алгоритмы не раскрываются и считаются ноу-хау фирмы.

Необходимо отметить, что разработка нового алгоритмического обеспечения для систем управления является наиболее интеллектуальным этапом проектирования. Для выполнения этого этапа привлекаются специалисты высокого класса. Только крупные фирмы могут позволить себе иметь подразделение по разработке и исследованию систем оптимального управления. Для получения алгоритмов энергосберегающего управления требуется проведение трудоемких исследований применительно к каждому новому объекту или новым режимам работы.

К наиболее энергоемким объектам относятся тепловые аппараты, машины с электроприводами, т.е. большинство видов технологических установок в машиностроительной, химической, металлургической, строительной и других отраслях промышленности, а также перемещающиеся объекты и транспортные средства. Затраты на электроэнергию и различные виды топлива при эксплуатации этих объектов для большинства промышленных и сельскохозяйственных предприятий относятся к числу основных и становятся сопоставимыми с затратами на сырье. Миллионы разнообразных энергоемких объектов значительную долю времени работают в динамических режимах, это позволяет снижать их энергопотребление за счет оптимального управления в различных состояниях функционирования.

Эффект энергосбережения при использовании оптимального управления достигается за счет следующих факторов:

- реализация оптимальных траекторий изменения фазовых координат на всем временном интервале управления, например, для тепловых объектов оптимальная траектория изменения температуры обеспечивает сокращение временного участка с наибольшими потерями тепла в окружающую среду;
- оптимальное ведение динамических режимов при всех состояниях функционирования, т.е. в случае изменения модели динамики объекта или условий (исходных данных) задачи управления оперативно (в реальном времени) находится новое решение, и реализуются энергосберегающие управляющие воздействия для существующей ситуации;
- достижение задаваемого конечного значения вектора фазовых координат точно в требуемый момент времени, который, в свою очередь, выбирается оптимальным;
- использование оптимальной стратегии реализации энергосберегающего управления (программной, позиционной или другой) для каждого состояния функционирования;
- замена обычных автоматических регуляторов энергосберегающими, которые устраняют значительные отклонения регулируемой величины от заданного значения с минимумом затрат энергии (расхода топлива);
- создание локальных и бортовых систем энергосберегающего управления на базе простых и дешевых микропроцессорных устройств.

Для создания систем энергосберегающего управления требуется решить комплекс теоретических задач, основными из них являются:

- полный анализ задач оптимального управления для типовых моделей динамики энергоемких объектов, различных видов минимизируемых функционалов и стратегий реализации управляющих воздействий, ограничений на управления и фазовые координаты, встречающиеся в реальных условиях;
- анализ энергосберегающего управления машинами и аппаратами на множестве состояний функционирования, когда возможны изменения моделей объектов стратегий и функционалов;
- анализ энергосберегающего управления многомерными объектами;
- идентификация моделей динамических режимов, в том числе нелинейных и с временным запаздыванием по каналу управления, пригодных для использования в системах энергосберегающего управления.

Основная цель монографии – систематизированное изложение перечисленных задач с использованием полученных авторами научных результатов.

Монография состоит из пяти глав.

В **первой главе** рассматриваются особенности тепловых аппаратов, машин с электроприводами и транспортных средств как объектов энергосберегающего управления, приводятся основные постановки задач и структура системы энергосберегающего управления.

Во **второй главе** задачи энергосберегающего управления рассматриваются с учетом возможных состояний функционирования, которые могут иметь место в процессе реальной эксплуатации объекта. В разделе вводятся понятия расширенного множества состояний функционирования, модели задачи оптимального управления (ОУ), формулируется задача полного анализа ОУ. Приводятся стратегии и структурные схемы систем, реализующих ОУ, кратко рассматриваются задачи синтеза энергосберегающих управляющих воздействий, прямые и обратные задачи оптимального управления, а также методы их решения.

Третья глава посвящена решению задач идентификации моделей динамики. Здесь приводятся алгоритмы определения вида модели и оценки параметров, рассматриваются особенности идентификации моделей нелинейных объектов, при оперативном синтезе ОУ, а также применение информационных технологий для решения задач идентификации.

Четвертая глава является основной, она посвящена решению задач анализа ОУ на множестве состояний функционирования с использованием принципа максимума и метода синтезирующих переменных. При анализе ОУ в качестве минимизируемого функционала рассматриваются в основном затраты энергии. Сформулированы и доказаны утверждения о возможных видах функций ОУ, границах областей существования видов ОУ и др.

В **пятой главе** рассмотрены основные классы систем и стратегии реализации оптимального управления на множестве состояний функционирования. Приведены примеры решения задач, в которых переменная состояния функционирования меняется на временном интервале управления. Рассматриваются вопросы практической устойчивости систем на множестве состояний функционирования и особенности оптимального управления нелинейными объектами.

Монография относится к различным разделам следующих дисциплин: "Основы автоматики и системы автоматического управления", "Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов", "Анализ технических систем", "Основы проектирования радиоэлектронных средств", "Экспертные системы", "Теория автоматического управления", "Управление техническими системами", предусмотренных стандартами по направлениям 210200 "Проектирование и технология ЭС", 657900 "Автоматизированные технологии и производства", 552900 "Технология, оборудование и автоматизация машиностроительных производств", 150400 "Технологические машины и оборудование".

1. ЭНЕРГОПОТРЕБЛЯЕМЫЕ ОБЪЕКТЫ И ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Класс энергопотребляемых объектов, используемых в машиностроении, включает различные виды тепловых аппаратов, машин с электроприводами и двигающихся устройств. Миллионы этих машин функционируют на промышленных предприятиях, в сферах обслуживания и жизнеобеспечения населения. Как объекты управления они имеют свои особенности, которые необходимо учитывать в задачах энергосберегающего управления.

1.1. ТЕПЛОВЫЕ АППАРАТЫ

Тепловые процессы являются наиболее энергоемкими и распространенными процессами в машиностроительной, металлургической, химической, строительной, пищевой и других отраслях промышленности. Нефтеперерабатывающая и нефтехимическая отрасли занимают первое место, а химическая – второе место по потреблению тепла, что составляет соответственно 12,6 и 11,0 % от общего потребления тепла в народном хозяйстве [4 – 7]. Затраты на электроэнергию и различные виды топлива (теплоносителей) для большинства предприятий этих отраслей относятся к числу основных и существенно влияют на показатели эффективности и конкурентоспособности. Значительная доля энергозатрат приходится на нагревательные установки, теплообменники, печи, реакторы и другие аппараты, в которых протекают тепловые процессы. Многие технологические процессы протекают в тепловых аппаратах периодического действия.

Традиционно снижение энергетических затрат на производстве в процессах нагрева достигается за счет: а) повышения производительности технологического оборудования, уменьшения его простоев в рабочем состоянии; б) повышения надежности электротермических аппаратов; в) улучшения теплоизоляции [8 – 14].

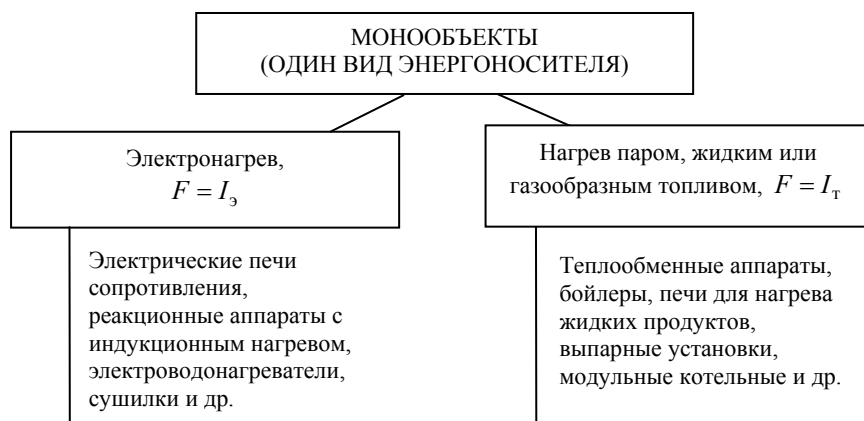
Важным резервом снижения энергопотребления является оптимальное управление динамическими режимами с учетом изменяющихся состояний функционирования. Теоретические исследования показывают, что при оптимальном управлении снижение энергозатрат в динамических режимах достигает 20 % и более при условии, что используются алгоритмы синтеза оптимального управления (ОУ) в реальном времени, реализуемые простыми и дешевыми микропроцессорными устройствами. Наибольший эффект энергосбережения при оптимальном управлении тепловыми аппаратами достигается за счет следующих факторов: 1) оптимальное управление динамическими режимами при нагреве тел; 2) обеспечение достижения требуемой температуры точно в назначенное время (исключаются потери "заблаговременного" нагрева); 3) устранение отклонений регулируемой величины (режим стабилизации) от заданного значения с минимумом затрат энергии; 4) использование резервов своевременного отключения энергоносителей (например, за счет остаточного тепла разогретого электронагревателя).

Для оценки ожидаемого эффекта от оптимального управления тепловым объектом широко используется эксергетический анализ [6, 15]. Этот подход позволяет определить необратимые потери энергии при теплообмене, в частности потери в окружающую среду, потери, когда вследствие неравенства тепловых эквивалентов теплоносителей возникают неодинаковые изменения температур горячего и холодного теплоносителей, и др.

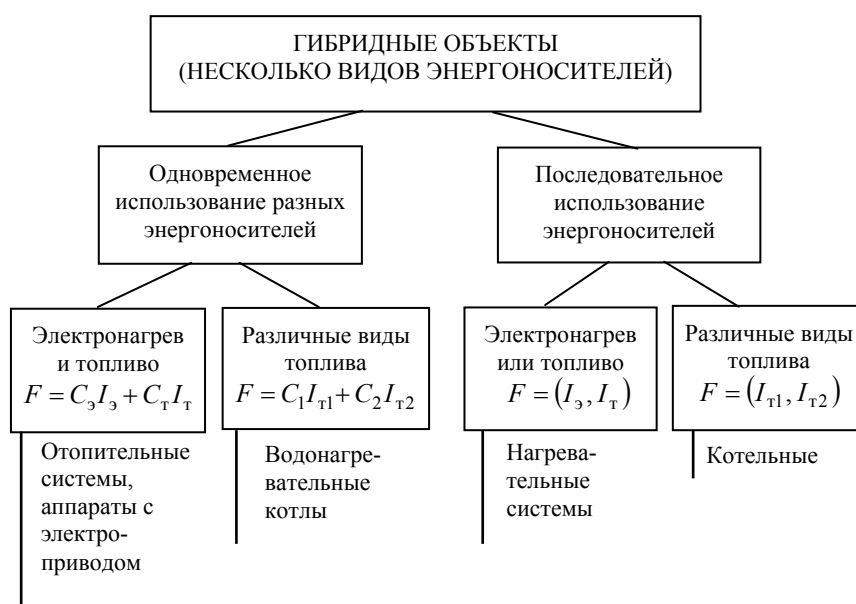
Тепловые аппараты классифицируются по разным признакам. Для решения задач энергосберегающего управления, в которых первостепенное значение имеют задания минимизируемого функционала и выбор стратегии управления, важную роль играет классификация объектов по виду используемого энергоносителя и особенностям режимов работы.

Основные классы тепловых объектов, различающиеся видом энергоносителя и соответственно минимизируемого функционала F , представлены на рис. 1.1. Из приведенной схемы видно, что большое число тепловых объектов используют один вид энергоносителя. Например, в электрических печах сопротивления, электроводонагревателях, сушилках и других аппаратах используется электронагрев, и в качестве функционала здесь обычно рассматривается минимум затрат энергии (I_3) [16, 17]. Широкий класс тепловых объектов в качестве теплоагентов использует пар, высокоорганические теплоносители, а также продукты сжигания жидкого или газообразного топлива. К таким объектам относятся теплообменники, бойлеры, печи для нагрева жидких продуктов, выпарные установки, сушилки и т.п. Здесь в качестве функционала берется расход "топлива" (I_T) [18 – 20].

Наряду с рассмотренными объектами, для которых минимизируются или только затраты энергии, или только расход топлива, назовем их монообъектами, в последнее время начинают получать распространение так называемые гибридные объекты [21]. В задачах энергосберегающего управления гибридными объектами используются комбинированные функционалы в виде взвешенной суммы затрат энергии и расхода топлива или различных видов топлива. К таким объектам относятся водогрейные котлы, отопительные и нагревательные системы, модульные котельные и др. Здесь следует выделить два типа гибридных объектов (см. рис. 1.1) – объекты, в которых одновременно могут использоваться различные энергоносители, и объекты, в которых используемые энергоносители только чередуются во времени. К гибридным объектам близко примыкают тепловые аппараты с электроприводом.



a)



b)

Рис. 1.1. Классификация тепловых объектов по видам минимизируемых функционалов в задачах энергосбережения:

I_3 - затраты энергии; I_T - расход топлива; C_i - весовые коэффициенты;
a - монообъекты; б - гибридные объекты

На рис. 1.2 представлена классификация тепловых аппаратов, различающихся режимами работы, степенью теплоизоляции от внешней среды, а также наличием возмущающих воздействий. Эти факторы имеют большое значение при выборе стратегии S реализации ОУ [22 – 24], а также позволяют сделать предположения о возможном эффекте от оптимизации динамических режимов. Так для объектов периодического действия (сушильные шкафы, бойлеры, выпарные аппараты, автоклавы) целесообразно использовать программные стратегии $S_{пр}$, а для объектов непрерывного действия (печи, барабанные сушилки, ректификационные установки) необходимо сочетать системы автоматического регулирования (АР) при малых изменениях регулируемой величины с оптимальным управлением при значительных возмущениях.

Наибольший эффект от энергосберегающего управления следует ожидать для объектов периодического действия со слабой теплоизоляцией. Как показывают эксперименты, снижение значения функционала здесь может достигать от 15 до 30 % по сравнению с традиционным нагревом [25].

Многие тепловые объекты приходится рассматривать на множестве состояний функционирования [26]. Это, прежде всего, многоцелевые аппараты, в которых происходят изменения фазового состава, структурные переходы и т.п. Для этих объектов приходится вводить модели, отражающие все состояния функционирования. Особый класс объектов управления составляют тепловые аппараты с распределенными параметрами, например, многозонные электрические печи, сушилки, ректификационные колонны и др.

По результатам краткого рассмотрения особенностей тепловых аппаратов применительно к задачам управления можно выделить кластер объектов, для которого наиболее целесообразно применение энергосберегающего управления. К этому кластеру относятся: 1) объекты, у которых время пребывания в динамических режимах составляет существенную часть общего времени работы (не менее 5 %); 2) объекты, динамические режимы которых могут быть описаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений, а также дифференциальных уравнений с разрывной правой частью [27]; 3) объекты с управляемыми тепловыми процессами, т.е. для которых можно реализовывать рассчитанные управляющие воздействия.

Следует отметить, что в настоящее время практически отсутствуют тепловые аппараты с бортовыми контроллерами, которые в реальном времени решают задачи синтеза энергосберегающего управления динамическими режимами.

Простейшие системы оптимального управления состоят из управляющего устройства (УУ) и объекта (О) управления [16, 22]. На рис. 1.3, *a* показана структура системы энергосберегающего управления (СЭУ), которая реализует программную стратегию. Здесь на вход управляющего

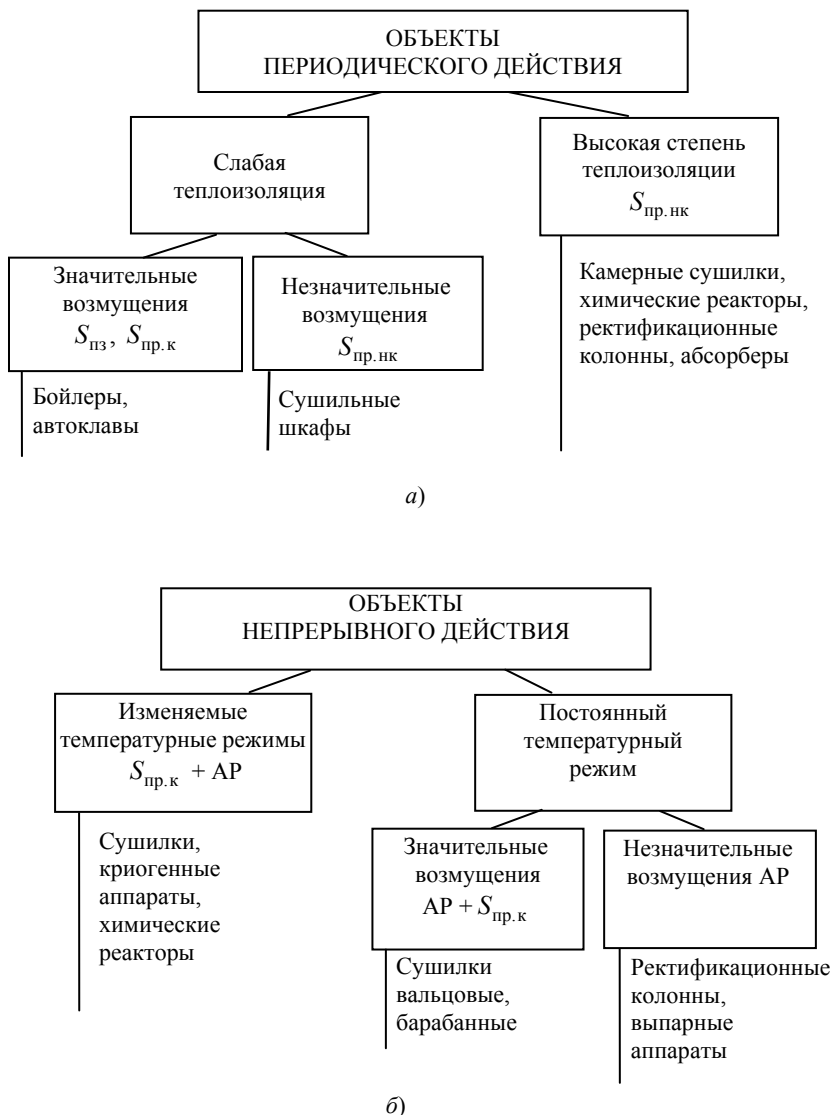


Рис. 1.2. Классификация тепловых объектов по режимам работы, определяющим стратегии реализации ОУ:

$S_{пр.к}$, $S_{пр.нк}$ – программные стратегии, корректируемая и некорректируемая, соответственно; $S_{пз}$ – позиционная стратегия; AP – автоматический регулятор; *a* – объекты периодического действия; *б* – объекты непрерывного действия

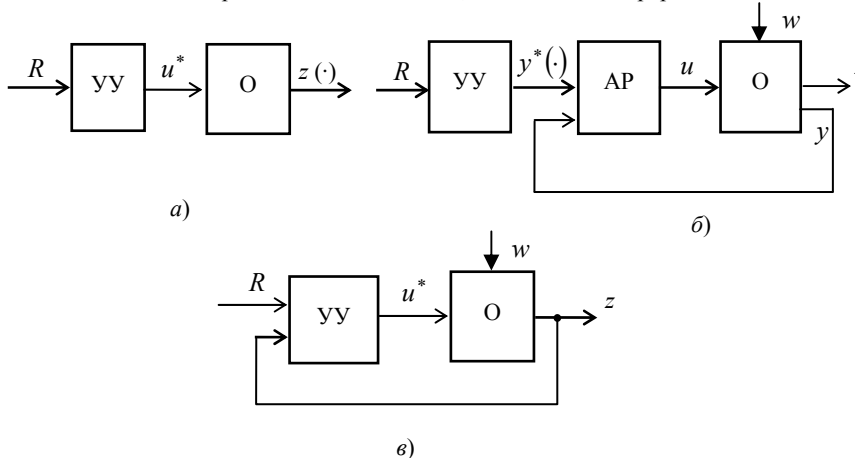


Рис. 1.3. Схемы простейших систем оптимального управления:

- a* – УУ рассчитывает оптимальную программу $u^*(\cdot)$;
- б* – УУ рассчитывает оптимальную траекторию $y^*(\cdot)$;
- в* – УУ использует позиционную стратегию

устройства подается массив исходных данных R , на основе которого УУ рассчитывает оптимальную программу $u^*(\cdot)$. Разновидностью такой СЭУ является включение в схему автоматического регулятора (АР) (см. рис. 1.3, б). Здесь управляющее устройство рассчитывает оптимальную программу изменения, например температуры $y = z_1$, отклонения от траектории $y^*(\cdot) = (y^*(t), t \in [t_0, t_k])$ устраняются с помощью АР. Данная система используется для объектов, которые подвержены значительным возмущающим воздействиям w .

На рис. 1.3, в показана СЭУ с обратной связью (оптимальный регулятор). В этом случае устройство реализует алгоритм в виде синтезирующей функции, т.е. УУ рассчитывает ОУ в каждый момент времени в зависимости от текущего значения фазовых координат z и остаточного времени $t_k - t$. Вид и параметры самой синтезирующей функции определяются значением массива исходных данных R .

Важной особенностью приведенных на рис. 1.3 систем является то, что их анализ производится как систем с одним входом и одним выходом, т.е. это SISO-системы (Single-Input Single-Output).

1.2. МАШИНЫ С ЭЛЕКТРОПРИВОДАМИ И ТРАНСПОРТНЫЕ СРЕДСТВА

На многих машиностроительных предприятиях более 50 % всей потребляемой мощности расходуется на работу электроприводов. С позиции задач оптимального управления в рассматриваемом классе объектов можно выделить машины с одним электроприводом, многоприводные машины, аппараты с нагревательными элементами и электроприводом, перемещающиеся объекты, использующие один источник энергии, и гибридные объекты, использующие различные источники энергии.

К машинам с одним электроприводом относятся различного рода смесители, насосы, вентиляционные установки и т.д. В этих машинах с помощью электропривода осуществляется движение рабочих органов производственного механизма. Машины с одним электроприводом делятся на машины с групповым приводом и однодвигательным приводом. В первом случае один электродвигатель приводит в движение группу производственных машин, во втором – каждая производственная машина приводится в движение отдельным, связанным только с ней электродвигателем.

В машинах с несколькими приводами каждый рабочий орган приводится в движение отдельным электродвигателем. Характерным для многодвигательного привода является наличие того или иного вида связи между отдельными электродвигателями.

Системы автоматического управления электроприводами выполняют следующие функции: 1) автоматический разгон, торможение и реверсирование, а также поддержание постоянства угловой скорости (частоты вращения) электродвигателей при изменениях нагрузки с невысокой точностью, ограниченной жесткостью характеристик; 2) автоматическое задание и поддержание заданной угловой скорости двигателя или другой переменной с высокой точностью в статике и динамике; 3) слежение за вводимыми в систему электропривода сигналами; 4) программное автоматическое управление машинами и механизмами; 5) автоматическое управление промышленными механизмами и комплексами машин, обеспечивающее автоматический выбор целесообразных режимов работы; 6) автоматическое управление комплексами машин и механизмов, объединенных общим технологическим процессом.

В технологических установках применяются электродвигатели (ЭД) постоянного и переменного тока. ЭД постоянного тока, в свою очередь, делятся на ЭД с независимым, параллельным, последовательным и смешанным возбуждением, а ЭД переменного тока – на ЭД асинхронного типа с фазным ротором, с короткозамкнутым ротором и ЭД синхронного типа [28 – 30]. В табл. 1.1 приведены типы электроприводов и примеры аппаратов, в которых они используются, а также доля времени, приходящегося на динамические режимы работы.

1.1. Использование электродвигателей в промышленности

Тип электродвигателя	Область применения	% времени работы в динамических режимах
1. Постоянного тока		
– независимого возбуждения	Транспорт, управление исполнительными устройствами	5...40
– другие		10...20
2. Переменного тока		
– асинхронные с фазным ротором	Мешалки, подъемно-транспортное оборудование,	10...30 20...50
– асинхронные с короткозамкнутым ротором	транспортеры, сепараторы	2...10 5...20
– синхронные	Вентиляторы	1...5

Анализируя таблицу, можно сделать вывод, что создание системы оптимального энергосберегающего управления динамическими режимами работы электроприводов является актуальной задачей для многих отраслей промышленности. Наибольший эффект решение данной задачи может принести в подъемно-транспортном оборудовании и в смешивающих аппа-

ратах реверсивного действия, так как динамические режимы здесь занимают значительную часть времени и электромеханическая система содержит комплекс электроприводов.

Применение той или иной системы управления электроприводом определяется требованиями технологии и режимом работы. Такими особенностями типовых подъемно-транспортных механизмов являются: необходимость обеспечения интенсивных, но плавных переходных процессов; взаимосвязь в подъемно-транспортном оборудовании многомассовой механической части, характеризуемой упругими связями, с электрической частью; необходимость учета люфта в механической части при пуске реверсивных электроприводов и др. [31, 32].

Наиболее массовыми динамическими объектами являются транспортные средства. Важной особенностью управления такими объектами является наличие жестких ограничений, связанных с требованиями безопасности. К ним относятся ограничения на скорость и ускорение при движении, запас топлива и др. [33 – 35]. При этом допустимые значения изменения фазовых координат зависят от состояний функционирования, которые отражают изменения нагрузки, дорожного покрытия, т.е. факторы, влияющие на параметры модели динамики. Поэтому управляющее устройство движущимся объектом должно осуществлять: 1) синтез, в том числе совмещенный, оптимального ресурсосберегающего управления; 2) регистрацию и прогнозирование значений фазовых координат, управляющих воздействий и расхода топлива в пути следования; 3) определение вида и оценку параметров модели динамики.

Полигонные испытания микропроцессорного управляющего устройства, решающего задачи оптимального управления на автомобилях ВАЗ, и результаты имитационного моделирования показали, что его применение позволяет снизить расход топлива на 7...12 % в режимах движения с переменной скоростью. Устройство в реальном времени пересчитывает оптимальное управление при каждом переключении положения коробки передач и используется в режиме советчика водителю. Это же устройство испытывалось на модели электромобиля, экономия энергии в динамических режимах составила около 20 %. Алгоритмическое и программное обеспечение для микропроцессорных устройств управления движущимися объектами разрабатывались с помощью SCADA-системы Трейс Моуд [36]. Имитационное моделирование проводилось также для гибридных транспортных средств, использующих жидкое топливо и электроэнергию, оно показало, что в данном случае эффект ресурсосбережения при оптимальном управлении может достигать 40 %.

1.3. ГРУППОВЫЕ И МНОГОМЕРНЫЕ ОБЪЕКТЫ

Большинство машиностроительных и других промышленных предприятий имеют участки с группами (совокупностями) однородных энергопотребляемых объектов. К таким объектам относятся сушильные аппараты, гальванические ванны, смесительные машины и т.д. Во многих случаях такие группы аппаратов с позиции теории автоматического управления могут рассматриваться как многомерные объекты без перекрестных связей между компонентами векторов входа и выхода.

Вместе с тем, учитывая выделяемые лимиты для таких групп объектов, задачи энергосберегающего управления ими должны решаться с учетом такого рода ограничений.

В общем случае можно выделить следующие классы многомерных объектов, рассматриваемых с позиции ММО-систем (Multi-Input Multi-Output).

К первому классу относятся совокупности одномерных или SISO-объектов (Single-Input Single-Output), связанных общими ограничениями на выполнение плановых заданий, лимиты энергии и другие ресурсы. Типичным примером такого объекта является участок термообработки деталей с группой камерных печей. Задача энергосберегающего управления такими объектами решается в тесной взаимосвязи с задачей планирования загрузки оборудования.

Второй класс многомерных объектов образуют объекты с однородными входами и выходами, представляющие собой декомпозицию или дискретизацию объектов с распределенными параметрами на отдельные зоны (участки). Примером такого объекта является электрическая многозонная печь, в которой заготовки проходят термообработку, последовательно продвигаясь через зоны печи с разными температурами. Входами здесь являются напряжения (токи), подаваемые на нагревательные элементы, а выходами – температура в зонах печи. Важной особенностью таких объектов является значительное взаимное влияние температурных режимов соседних зон.

К третьему классу относятся многомерные гибридные объекты, компоненты вектора входов для которых имеют разную природу. Например, некоторые сушильные агрегаты используют электронагрев и пар.

В общем случае в многомерных объектах могут иметь место любые перекрестные связи. Как частные случаи могут рассматриваться объекты с несколькими входами и одним выходом (MISO-система) и с одним входом и несколькими выходами (SIMO-система).

Сложные территориально-распределенные системы управления имеют, как правило, иерархическую структуру (см. рис. 1.4). В этом случае УУ верхнего уровня вырабатывает исходные данные R_i или оптимальные программы (синтезирующие функции) для группы объектов (O_1, \dots, O_n) . Управляющие воздействия для каждого объекта рассчитываются бортовыми контроллерами (K_1, \dots, K_n) . Задачи управления в этих системах обычно рассматриваются с позиций SISO-систем.

Многие энергоемкие технологические установки имеют несколько входов и несколько выходов, при этом каждый входной сигнал влияет на группу выходных сигналов. Примером такой установки является многозонная электрическая печь, в которой управление температурой в одной зоне влияет на температуры в соседних зонах. Такие системы относятся к классу систем со многими входами и многими выходами, т.е. ММО-систем (Multi-Input Multi-Output).

Все системы управления, решающие задачи энергосбережения, отличаются сложностью алгоритмического обеспечения, вместе с тем они должны использовать те же аппаратные и инструментальные средства, что и другие АСУТП [38 – 53].

За последние годы наметилась тенденция усложнения АСУТП и решаемых ими задач управления вследствие повышения требований к качеству ведения процессов, усложнения технологических объектов, возросших потребностей в решении интеллектуальных задач управления в реальном времени и задач планирования производства [54 – 58].

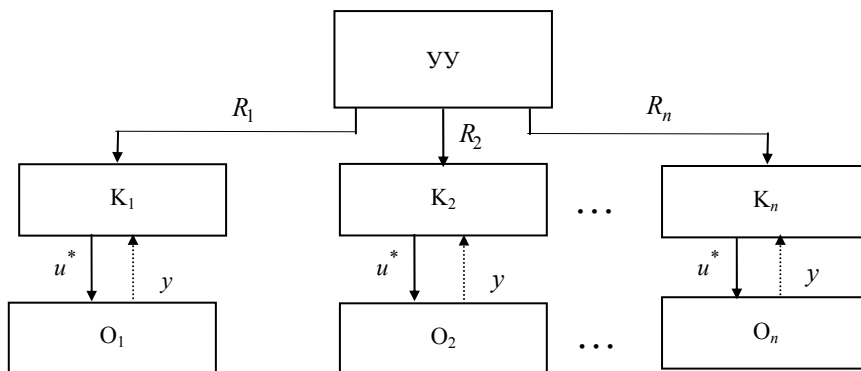


Рис. 1.4 Схема территориально-распределенной системы оптимального управления

Представителями промышленных предприятий предъявляются жесткие требования к разработчикам систем управления, эти требования в первую очередь относятся к поддержке распределенных ресурсов, работе в сетевой среде и реальном времени, использованию многозадачных и многопользовательских режимов, интеграции с верхним уровнем управления, открытости и доступной цене.

В области проектирования АСУТП наметились следующие тенденции: многократное ускорение темпов работ, постоянно возрастающая степень унификации технических и программных средств, быстрый рост числа SCADA-пакетов, возрастающая роль стандартов при проектировании систем, быстрая смена поколений программно-технических комплексов как у зарубежных, так и отечественных фирм, быстрый рост внедряемых систем управления во всех отраслях народного хозяйства, в первую очередь, в нефтехимии, нефтепереработке, газовой промышленности, металлургии и энергетике [59].

Математическое обеспечение систем энергосберегающего управления должно включать методы и алгоритмы, необходимые для решения задач идентификации математических моделей динамики объектов управления, анализа оптимального управления, выбора стратегии реализации оптимального управляющего воздействия, разработки алгоритмов синтеза ОУ, а также имитационного моделирования функционирования СЭУ.

1.4. ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКИМИ ОБЪЕКТАМИ

Энергосберегающее управление динамическими режимами машин и аппаратов является специфическим разделом общей теории оптимального управления. К настоящему времени разработан ряд фундаментальных методов и подходов – вариационное исчисление, принцип максимума, динамическое программирование, аналитическое конструирование оптимальных регуляторов, адаптивное управление, робастные системы и другие, позволяющих решать широкий класс задач оптимального управления. Однако теория энергосберегающего управления далека от своего завершения, в ней еще много нерешенных проблем. Каждая новая задача, связанная с энергосберегающим управлением конкретным объектом, требует серьезных теоретических исследований. В частности, этим объясняется отсутствие алгоритмов энергосберегающего управления в существующих SCADA-системах и прикладном программном обеспечении промышленных контроллеров.

Основные трудности, встречающиеся при решении задач энергосберегающего управления, заключаются в следующем.

Во-первых, вид функции энергосберегающего управления (ЭУ) динамическим режимом объекта зависит от большого числа факторов. К этим факторам прежде всего относятся вид и значения параметров модели динамики объекта, вид минимизируемого функционала (затраты энергии, расход топлива и др.), значения исходных данных задачи управления (границы изменения управления, начальное и конечное значения вектора фазовых координат и т.д.). Для большинства реальных объектов, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями второго и третьего порядков, число различных функций ЭУ составляет несколько десятков. Заметим, что два вида ЭУ считаются различными, если расчет их параметров не может производиться с помощью одной вычислительной процедуры. Вследствие большого числа разных видов функций ЭУ применительно к одной задаче управления возникает проблема оперативного определения вида функции для задаваемого массива исходных данных.

Во-вторых, расчет параметров функции ЭУ, как правило, связан с решением системы сложных нелинейных уравнений. Эти системы уравнений для многих объектов пока еще не получены.

В-третьих, в процессе реализации рассчитанного ЭУ часто происходят непредвиденные изменения данных или условий задачи, связанных, например, с изменением модели динамики объекта, конечного значения вектора фазовых координат и т.п. В этом случае контроллер должен оперативно пересчитать ЭУ, т.е. определить новый вид функции и ее параметры.

В-четвертых, в задачах энергосберегающего управления часто содержатся специфические ограничения на управления и вектор фазовых координат. К таким ограничениям относятся интегральные ограничения на лимит энергии (запас топлива), скорость изменения управляющего воздействия, траектории изменения компонентов вектора фазовых координат и др.

В-пятых, многие энергопотребляемые объекты имеют нелинейные динамические характеристики. Теория энергосберегающего управления такими нелинейными объектами пока только начинает разрабатываться.

Перечисленные трудности носят общий характер для всех задач энергосберегающего управления. Кроме того, для каждого класса объектов (гибридные, многомерные) имеются свои особенности, осложняющие решение задачи.

Наиболее распространенные постановки задач энергосберегающего управления рассматриваются в следующей главе.

Выводы по первой главе

Рассмотрение широкого класса энергоемких объектов – тепловых аппаратов, машин с электроприводами и транспортных средств – показывает, что в настоящее время системы управления ими практически не используют возможности энергосберегающего управления. Имеется большое число постановок задач энергосберегающего управления динамическими объектами, а также структурных схем систем управления.

Важным фактором достижения эффекта энергосбережения является определение оптимальных управляющих воздействий с учетом возможных изменений состояний функционирования.

2. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

В шестидесятых годах прошлого столетия появились известные фундаментальные работы Л.С. Понтрягина, Р. Беллмана, А.М. Летова, Р. Калмана, А.А. Красовского, после которых произошел определенный переход от частотных методов анализа и синтеза систем оптимального управления к решению аналогичных задач на основе математических моделей динамических режимов, описывающих поведение систем в пространстве значений фазовых координат [60 – 66]. Применявшиеся до этого методы логарифмических частотных характеристик, корневого годографа и другие уступили место как в теории, так и в практических расчетах новому направлению, названному аналитическим конструированием оптимальных регуляторов (АКОР). Отличительной особенностью АКОР является то, что модель движения объекта обычно задается системой линейных дифференциальных уравнений, а критерий качества выбирается в виде интегральной квадратичной функции вектора состояния и управляющих воздействий динамической системы.

В большинстве работ, посвященных АКОР, предполагается, что исследуемая система функционирует в соответствии с исходными данными, для которых решалась задача оптимального управления, т.е. при неизменных параметрах модели, граничных условиях и т.д. Однако при реальной эксплуатации могут происходить нарушения составных частей системы, изменяться задаваемые режимные параметры и другие атрибуты задачи управления. В связи с этим повышение эффективности работы систем оптимального управления может быть достигнуто при решении задач анализа и синтеза с учетом возможных изменений состояний функционирования [26].

2.1. ЗАДАЧИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Известно большое число постановок задач оптимального управления (ЗОУ) с минимизируемыми функционалами, учитывающими затраты энергии, расход топлива и их комбинации с другими составляющими [16 – 26, 37 – 47]. В общем виде простейшая задача энергосберегающего управления может быть сформулирована следующим образом.

Задаются: модель динамики объекта, например, в виде системы линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{z} = Az(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (2.1)$$

условия и ограничения на изменения вектора фазовых координат z и управление u

$$z(t = t_0) = z^0 = (z_1^0, z_2^0, \dots, z_n^0)^T, \quad z(t = t_k) = z^k = (z_1^k, z_2^k, \dots, z_n^k)^T; \quad (2.2)$$

$$\forall t \in [t_0, t_k]: \quad u(t) \in [u_n, u_b], \quad (2.3)$$

минимизируемый функционал

$$I = \int_{t_0}^{t_k} f_0(u(t)) dt. \quad (2.4)$$

Здесь A, B – матрицы параметров модели динамики; t_0, t_k – начало и конец временного интервала управления; z^0, z^k – начальное и конечное значения вектора z ; u_n, u_b – нижняя и верхняя границы изменения управления (в данной задаче скалярное); n – размерность вектора z .

Требуется для задаваемого массива исходных данных (реквизитов задачи)

$$R = (A, B, u_n, u_b, z^0, z^k, t_0, t_k) \quad (2.5)$$

определить такое ОУ $u^*(t)$, которое при выполнении условий и ограничений (2.1) – (2.3) доставляет минимум функционалу (2.4).

Функция $f_0(u(t))$ определяет вид функционала и при минимизации затрат энергии записывается в виде [17, 18, 22]

$$I_э = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt, \quad (2.6)$$

а в случае расхода топлива [18, 19]

$$I_т = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt. \quad (2.7)$$

Задача (2.1) – (2.4) представляет собой ЗОУ с ограничением на управление, фиксированным временным интервалом и закрепленными концами траектории изменения вектора фазовых координат. В качестве первой компоненты вектора z применительно к тепловым объектам обычно рассматривается усредненная температура нагреваемого (охлаждаемого) тела, в качестве второй – скорость изменения температуры и т.д. Для объектов управления с электронагревом, а также машин с электроприводом управление u обычно представляет собой электрическое напряжение или силу тока, для других объектов это может быть расход сжигаемого топлива или теплоносителя (хладагента).

Наряду с задачей (2.1) – (2.4) известно большое число других постановок задач оптимального управления. Применительно к энергосберегающему управлению динамическими объектами наибольший интерес представляют следующие задачи.

1. Задачи, в которых временной интервал управления $[t_0, t_k]$ не фиксирован, а время t_k задается интервальным значением или ограничено, т.е.

$$t_k \in [t_{k,н}, t_{k,в}] \quad \text{или} \quad t_k \leq t_{k,доп}, \quad (2.8)$$

где $t_{k,н}, t_{k,в}$ – нижняя и верхняя границы значений t_k , соответственно, $t_{k,доп}$ – допустимое значение t_k .

2. Задачи с интегральным ограничением на управление, в этом случае задается допустимый лимит использования электроэнергии ($I_{э,доп}$) или запас топлива ($I_{т,доп}$), т.е.

$$\int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \leq I_{э,доп}, \quad (2.9)$$

$$\int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \leq I_{т,доп}. \quad (2.10)$$

3. Задачи с комбинированными функционалами, например, минимизируются затраты энергии и время

$$I_{э+б} = \int_{t_0}^{t_k} (c_б + u^2(t)) dt \rightarrow \min_{u, t_k}, \quad (2.11)$$

расход топлива и время

$$I_{т+б} = \int_{t_0}^{t_k} (c_б + |u(t)|) dt \rightarrow \min_{u, t_k}, \quad (2.12)$$

расход топлива (управление u_t) и затраты энергии (управление $u_э$) для гибридных объектов

$$I_{т+э} = \int_{t_0}^{t_k} (c_т |u_t(t)| + c_э u_э^2(t)) dt \rightarrow \min_{u_t, u_э} \quad (2.13)$$

и т.д. Здесь $c_б, c_э, c_т$ – соответствующие весовые коэффициенты.

4. Задачи с дополнительными ограничениями на траектории $z(\cdot)$ изменения фазовых координат, например, скорость изменения температуры не должна превышать допустимого значения. Это ограничение может быть записано в виде

$$z(\cdot) = (z(t), t \in [t_0, t_k]) \in Z(\cdot), \quad (2.14)$$

где $Z(\cdot)$ – допустимая область изменения траекторий фазовых координат.

5. Задачи с частично закрепленным правым концом z^k траектории изменения фазовых координат [см. (2.2)], например, для теплового аппарата первая компонента вектора z – температура может быть закреплена (или задана интервально), а вторая – не закреплена.

По способу реализации рассчитываемого оптимального управления выделяют два класса ЗОУ: задачи определения оптимальной программы изменения ОУ, т.е.

$$u^*(\cdot) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k]), \quad (2.15)$$

и задачи определения синтезирующей функции для систем управления с обратной связью, т.е.

$$u^*(t) = s(z(t), t_k - t), \quad (2.16)$$

здесь ОУ в каждый момент времени рассчитывается в зависимости от текущего значения вектора фазовых координат и остаточного времени.

Достаточно подробно эти и другие задачи будут рассмотрены в последующих главах.

2.2. МНОЖЕСТВО СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Эффективность функционирования любой системы определяется ее надежностными свойствами, условиями работы, воздействиями внешнего окружения и другими факторами, которые могут иметь детерминированную, вероятностную или нечеткую (расплывчатую) природу. Для комплексного учета всех этих факторов на основе интеграции множеств состояний работоспособности (МСР) с множеством производственных ситуаций (МПС) и нечетким множеством (НМ) вводится расширенное множество состояний функционирования (РМСФ).

Задачи определения вероятностей состояний работоспособности и функционирования, а также построения функций принадлежности НМ достаточно исследованы и освещены в научной литературе [67 – 73]. Однако вопросы их "стыковки" в один показатель – вероятность состояния РМСФ до настоящего времени не рассматривались.

Множество состояний работоспособности позволяет анализировать ситуации, связанные с отказами основного оборудования, технических и программных средств информационных систем, ошибками персонала и другими факторами, для которых накоплены достаточные статистические данные. Для расчета вероятностей состояний работоспособности (ВСР) как стационарных, так и нестационарных, используются различные широко опробованные на практике методы [26, 67 – 69]. Все они базируются на декомпозиции системы, построении моделей состояний работоспособности составных частей и всей системы, а затем решении систем уравнений или использовании рекуррентных формул.

Однако знание состояний работоспособности системы и вероятностей этих состояний во многих случаях недостаточно для определения рисков и прогнозирования показателей эффективности проектируемых систем в процессе реальной эксплуатации. Более полно возможные состояния функционирования при длительной эксплуатации системы отражает МСФ [26, 71]. В МСФ наряду с состояниями работоспособности учитываются смены режимов работы, связанные с новыми производственными заданиями, изменения постановок задач управления, интенсивности внешних воздействий и т.д. Структура МСФ аналогична МСР и для определения вероятностей состояний функционирования (ВСФ) используются практически те же методы.

Вместе с тем, ни МСР, ни МСФ не позволяют учитывать быстро меняющуюся обстановку внешнего окружения. Это может быть связано, например, с обострением конкурентной борьбы, изменением запросов потребителей, цен на энергоносители, сырье, а также другими факторами, для которых нет достаточного статистического материала и которые могут быть описаны лишь на качественном уровне. Для описания такого рода ситуаций при оперативном принятии решений используются нечеткие множества (НМ) [70, 72, 73]. Математический аппарат анализа НМ существенно отличается от методов МСР и МСФ. Поэтому для комплексного учета всех факторов требуется введение обобщенного или расширенного множества состояний функционирования (РМСФ) системы.

Определение 2.1. Расширенным множеством состояний функционирования системы называется множество ситуаций при реальной эксплуатации, которое интегрированно учитывает как состояния работоспособности и производственные ситуации для самой системы, так и возможные состояния внешнего окружения.

2.1. Составляющие РМСФ и их характеристики

Характеристики множеств	МСФ		НМ
	МСР	МПС	
Границы между состояниями	Четкие (состояния несовместимые, исключаяющие)		Размытые (состояния совместимые)
Характеристика состояния	Вероятность		Функция принадлежности
Условия нормировки	Выполняются		Не выполняются
Моменты времени изменения состояний	Случайны	Могут быть неслучайными	Не определены
Множества во время эксплуатации	Постоянно	Может незначительно измениться	Меняется
Исходные данные для расчета вероятностей	Показатели надежности частей и схема обслуживания	Вероятности отдельных ситуаций	Функции принадлежности, высказывания экспертов

Вводимое РМСФ должно обладать следующими свойствами: комплексно учитывать факторы надежности, внутренней среды и внешнего окружения системы; каждое состояние РМСФ должно характеризоваться одним показателем, имеющим вероятностную природу и удовлетворяющим условию нормировки; состав РМСФ и вероятности состояний со временем могут изменяться. Сравнительная характеристика множеств состояний работоспособности, множества производственных ситуаций и нечетких множеств приведена в табл. 2.1.

Как видно из таблицы, наиболее существенными отличиями НМ от МСР и МПС, которые необходимо учитывать при интеграции этих множеств, являются то, что в нечетких множествах нет строгой границы между отдельными состояниями, а также не выполняются условия нормировки при вероятностной трактовке возможных ситуаций.

Схематично структура РМСФ H показана на рис. 2.1. Здесь использованы следующие обозначения: $H_1 = \{h_i^1, i = 0, 1, 2, \dots\}$ – множество состояний работоспособности; $H_2 = \{h_i^2, i = 1, 2, \dots\}$ – множество производ-

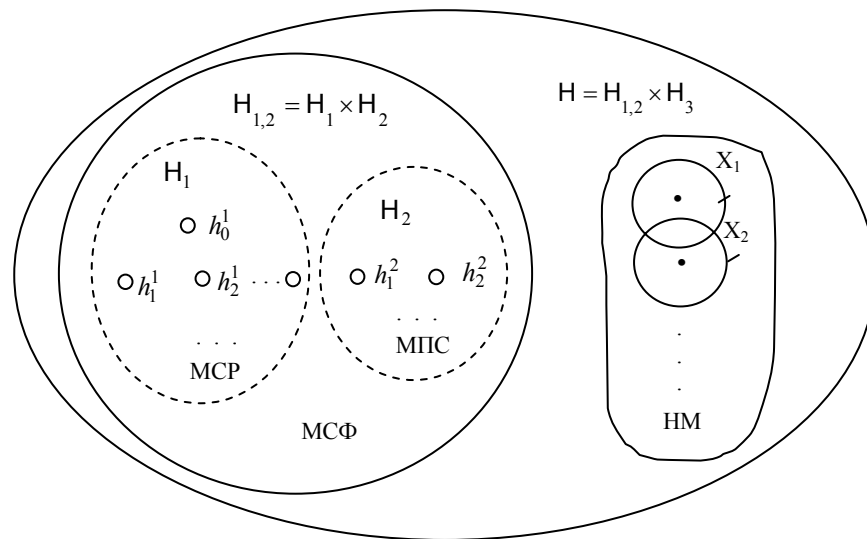


Рис. 2.1. Качественное представление составляющих расширенного множества состояний функционирования

ственных ситуаций; $H_3 = \{h^3\}$ – дискретное множество, получаемое из нечетких множеств X_1, X_2, \dots с применением процедуры, аналогичной лингвистической аппроксимации [73].

Рассмотренная структура множества H позволяет для его введения использовать метод анализа иерархий [74]. На верхнем уровне иерархии располагаются состояния $h^1 \in H_1$. На втором уровне каждому состоянию h_i^1 соответствует подмножество $H_i^{1,2} \subset H_{1,2}$, элементы которого имеют вид $h_{i1}^{1,2} = (h_i^1, h_1^2)$, $h_{i2}^{1,2} = (h_i^1, h_2^2)$ и т.д. На третьем уровне располагаются подмножества $H_{ij} \subset H$, т.е. $H_{ij} = \{h_{i,j,1} = (h_i^{1,2}, h_1^3), h_{i,j,2} = (h_i^{1,2}, h_2^3), \dots\}$. В этом случае мощность множества H равна произведению мощностей множеств H_1, H_2 и H_3 , т.е. $|H| = \prod_{i=1}^3 |H_i|$.

Серьезные трудности при введении множества H для сложных технических систем связаны с большой мощностью МСР H_1 и соответственно МСФ $H_{1,2}$. Для преодоления этих трудностей в множестве H_1 выделяются наиболее вероятные состояния, которые не ведут к критическим последствиям, они образуют подмножество H_1 . Остальные состояния, в том числе и критические, объединяются в подмножество \bar{H}_1 . Аналогичное выделение подмножеств, в случае необходимости, производится для МСФ $H_{1,2}$.

В предположении, что изменения состояний в множествах H_1, H_2 и H_3 происходят независимо, методика введения РМСФ заключается в следующем.

1. Производится декомпозиция исследуемой системы на части, и вводятся состояния работоспособности частей.
2. Строится МСР системы с учетом резервирования и схемы обслуживания, т.е. возможностей ремонтной службы, приоритетов при устранении отказов и т.д. В множестве H_1 выделяются два подмножества H_{1p} и \bar{H}_1 .
3. Строится множество H_2 , отражающее возможные производственные и эксплуатационные ситуации, которые могут иметь место при функционировании системы.
4. Вводится МСФ $H_{1,2}$ как декартово произведение

$$H_{1,2} = (H_{1p} \cup \bar{H}_1) \times H_2. \quad (2.17)$$

5. На основе нечетких множеств, характеризующих внешнее окружение системы, вводится дискретное множество H_3 .
6. Строится РМСФ

$$H = H_{1,2} \times H_3. \quad (2.18)$$

Пример 2.1. Для введения РМСФ рассмотрим систему управления прецизионной многосекционной электрической печью. Основными частями, определяющими работоспособность печи и на которые приходится наибольшее число отказов, являются нагревательные элементы (НЭ) и устройства автоматического контроля и управления температурными режимами в секциях. В простейшем случае и в предположении, что каждый элемент имеет только два состояния работоспособности – нормальная работа и отказ, МСР печи H_1 имеет структуру, которая приведена на рис. 2.2, а. Здесь h_0^1 – состояние полной работоспособности, т.е. нет отказавших НЭ и устройств автоматики; h_n^1 – состояние с одним отказавшим НЭ; h_a^1 – состояние с отказавшим устройством автоматики в одной секции; \bar{H}_1 – подмножество состояний с двумя и более отказавшими элемента-

ми. Таким образом, $H_{1p} = \{h_0^1, h_n^1, h_a^1\}$ и $H_1 = H_{1p} \cup \bar{H}_1$. Следует заметить, что при необходимости в подмножество H_{1p} могут быть включены состояния с двумя и более отказавшими элементами.

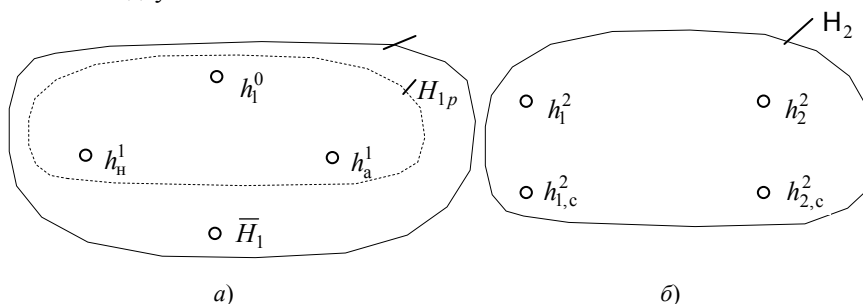


Рис. 2.2. Структуры множеств H_1 (а) и H_2 (б)

При введении МСФ дополнительно учитываются возможные отключения питающей сети и смены режимов работы при переходе на выпуск другой номенклатуры изделий. Для этого вводятся дополнительные гипотетические элементы – сеть с двумя состояниями и изделия в простейшем случае тоже с двумя состояниями. Множество H_2 этих состояний приведено на рис. 2.2, б. Здесь h_i^2 – состояния выпуска изделия i -го вида без отключения сети; $h_{i,c}^2$ – состояние отключения сети при производстве i -го изделия.

МСФ $H_{1,2}$ строится на основе декартова произведения множеств H_1 и H_2 , т.е.

$$H_{1,2} = H_1 \times H_2 = \{h_{0,1}^{1,2} = (h_0^1, h_1^2), h_{0,2}^{1,2} = (h_0^1, h_2^2), \dots, h_{\bar{H},2,c}^{1,2} = (\bar{H}_1, h_{2,c}^2)\}.$$

Фрагмент множества $H_{1,2}$ приведен на рис. 2.3, его мощность определяется мощностями множеств H_1 и H_2 . Множество $H_{1,2}$ содержит два состояния нормального функционирования: $h_{0,1}^{1,2}$ (выпуск изделия первого вида при h_0^1) и $h_{0,2}^{1,2}$ (выпуск изделия второго вида при h_0^1). В состояниях $h_{n,i}^{1,2}$, $i = 1, 2$ идет выпуск изделия i -го вида при одном отказавшем ЭЭ и т.д. Каждому состоянию $h^{1,2} \in H_{1,2}$ соответствует вероятность $p(h^{1,2})$, причем выполняется условие нормировки, т.е.

$$\sum_{h^{1,2} \in H_{1,2}} p(h^{1,2}) = 1. \quad (2.19)$$

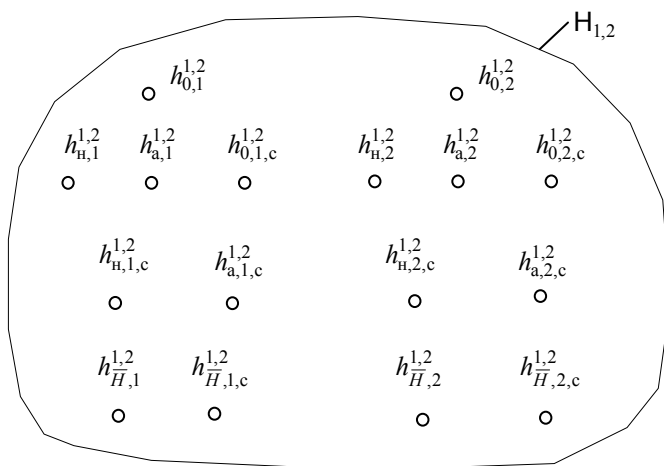


Рис. 2.3. Множество состояний функционирования

Для анализа состояний на рынке сбыта изделий используются НМ. Пусть ситуация на рынке оценивается с помощью нечетких чисел $(\chi_m, \Delta\chi_n, \Delta\chi_b)$, приведенных в табл. 2.2 и на рис. 2.4. Здесь χ_m – максимальное значение (центр); $\Delta\chi_n, \Delta\chi_b$ – величины нечеткости слева и справа, соответственно; μ – функция принадлежности, причем спрос, равный 1, соответствует 100 % продаж изделий. Для рассматриваемого момента времени с использованием данных экспертов определяется нечеткое число $\eta = (\eta_m, \Delta\eta_n, \Delta\eta_b)$, характеризующее спрос на изделия в настоящее время. Пусть, по данным экспертов, $\eta = (0,7; 0,3; 0,2)$, это число показано на рис. 2.4 пунктиром.

2.2. Нечеткие числа, характеризующие уровни спроса продукции на рынке

Описание	Нечеткое число
Высокий, χ_b	$(1; 0,4; 0)$

Средний, $\chi_{\text{ср}}$	(0,5; 0,2; 0,2)
Низкий, $\chi_{\text{н}}$	(0; 0; 0,4)

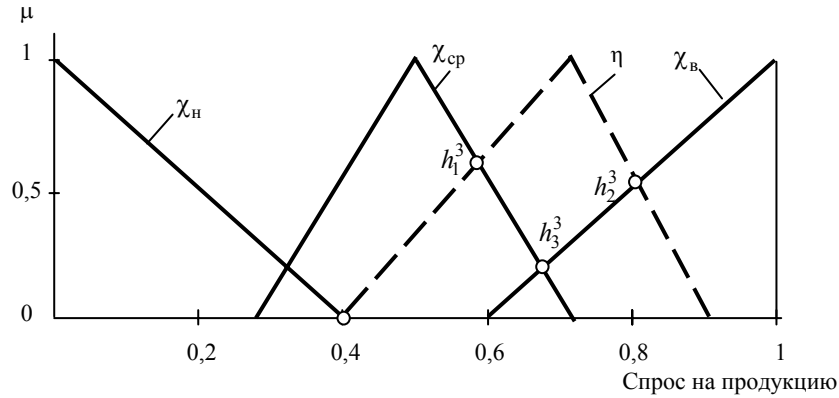


Рис. 2.4. Нечеткие числа χ и η , характеризующие спрос на продукцию

Построение РМСФ в данном примере на основе множеств $H_{1,2}$ и H_3 выполняется следующим образом. С использованием операций нечеткой логики и нормировки определяются множество H_3 с дискретными состояниями и вероятности этих состояний. К дискретным состояниям переход осуществляется на основе процедуры лингвистической аппроксимации с показателями

$$\max \{ \mu_{\chi_{\text{н}}} \wedge \mu_{\eta} \} = 0, \quad \max \{ \mu_{\chi_{\text{ср}}} \wedge \mu_{\eta} \} = 0,6, \\ \max \{ \mu_{\chi_{\text{в}}} \wedge \mu_{\eta} \} = 0,5, \quad \max \{ \mu_{\chi_{\text{в}}} \wedge \mu_{\chi_{\text{ср}}} \wedge \mu_{\eta} \} = 0,17.$$

Так как $\mu_{\chi_{\text{н}}} \wedge \mu_{\eta} = 0$, то множество H_3 содержит три состояния $H_3 = \{h_1^3, h_2^3, h_3^3\}$, при этом h_1^3 соответствует среднему спросу $\chi_{\text{ср}}$, $h_2^3 - \chi_{\text{в}}$ и $h_3^3 - \chi_{\text{ср}}$ — одновременно $\chi_{\text{в}}$ и $\chi_{\text{ср}}$.

Эквиваленты вероятностей этих состояний соответственно равны

$$\tilde{p}(h_1^3) = \frac{\max \{ \mu_{\chi_{\text{ср}}} \wedge \mu_{\eta} \}}{\sum_{\chi} \max \{ \mu_{\chi} \wedge \mu_{\eta} \}} = 0,472; \quad \tilde{p}(h_2^3) = \frac{\max \{ \mu_{\chi_{\text{в}}} \wedge \mu_{\eta} \}}{\sum_{\chi} \max \{ \mu_{\chi} \wedge \mu_{\eta} \}} = 0,394; \\ \tilde{p}(h_3^3) = \frac{\max \{ \mu_{\chi_{\text{в}}} \wedge \mu_{\chi_{\text{ср}}} \wedge \mu_{\eta} \}}{\sum_{\chi} \max \{ \mu_{\chi} \wedge \mu_{\eta} \}} = 0,134.$$

Окончательно РМСФ H получается по аналогии с $H_{1,2}$, т.е.

$$H = H_{1,2} \times H_3 = \{h_{0,1,\text{ср}} = (h_{0,1}^{1,2}, h_1^3), h_{0,1,\text{н}} = (h_{0,1}^{1,2}, h_2^3), \dots, h_{\bar{H}_{1,2},\text{с},(\text{ср},\text{н})} = (h_{\bar{H}_{1,2},\text{с}}^{1,2}, h_3^3)\}.$$

Полученное множество H обладает требуемыми свойствами, в частности, для каждого состояния могут быть определены вероятность и эффективность функционирования. Это позволяет оценить эффективность системы с учетом всего комплекса факторов, воздействующих на работу исследуемой системы. Усредненная эффективность \bar{E} функционирования технологической установки на РМСФ определяется по формуле

$$\bar{E} = \sum_{h \in H} e(h)p(h), \quad (2.20)$$

где $e(h), p(h)$ — эффективность работы в состоянии h и вероятность этого состояния, соответственно.

2.3. МОДЕЛИ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Решение задач анализа и синтеза энергосберегающего управления в автоматизированном режиме требует многократного использования формализованного описания исследуемых ЗОУ с учетом всех их особенностей. Для краткого и точного представления математической постановки конкретной задачи оптимального управления вводится понятие модели ЗОУ.

Определение 2.2. Моделью ЗОУ называется кортеж, который содержит условные обозначения ключевых компонентов, входящих в математическую постановку задачи оптимального управления, и позволяет однозначно идентифицировать задачу всем лицам, участвующим в проектировании систем энергосберегающего управления и программных средств для автома-

тизированного проектирования. К ключевым компонентам относятся модель динамики объекта, минимизируемый функционал, стратегия реализации ОУ, а также накладываемые ограничения и условия.

В общем виде постановка ЗОУ (2.1) – (2.4) включает модель объекта M (2.1), вид минимизируемого функционала F (2.4), стратегию реализации ОУ S (2.15), (2.16) и ряд ограничений и условий O (2.2), (2.3). Поэтому для данного класса ЗОУ можно использовать модель в виде кортежа K из четырех символов [78]:

$$K = \langle M, F, S, O \rangle, \quad M \in \mathbf{M}, \quad F \in \mathbf{F}, \quad S \in \mathbf{S}, \quad O \in \mathbf{O}, \quad (2.21)$$

здесь $\mathbf{M}, \mathbf{F}, \mathbf{S}, \mathbf{O}$ – множества соответственно моделей объекта управления, видов функционала, стратегий реализации ОУ и особенностей задачи.

Порядок расположения компонентов в "четверке" определен в соответствии с принципами "наследования". В кортеже (2.1) первые места занимают модель объекта управления M и функционал F , которые определяют вид гамильтониана, а следовательно, и возможные виды функций ОУ [60]. В случае функционала (2.6) вид функции ОУ и ее параметры однозначно определяет массив исходных данных (2.5).

В качестве примера приведем математическую постановку ЗОУ, определяемую кортежем $\langle \text{ДАз}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$, т.е.

$M = \text{ДАз}$:

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= \dot{z}_2(t), \\ \dot{z}_2 &= a_1 z_1(t) + a_2 z_2(t) + bu(t - \tau), \end{aligned} \quad (2.22)$$

$F = \text{Э}$:

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_k - \tau} u^2(t) dt \rightarrow \min_u, \quad (2.23)$$

$S = \text{Пр}$:

$$u^*(\cdot) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k]), \quad (2.24)$$

$O = O_1$:

$$\forall t \in [t_0, t_k]: \quad u(t) \in [u_n, u_b], \quad \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \leq I_{\text{доп}}, \quad (2.25)$$

$$z(t_0) = z^0 = (z_1^0, z_2^0)^T, \quad z(t_k) = z^k = (z_1^k, z_2^k)^T, \quad (2.26)$$

здесь (2.22) – модель динамики объекта в виде двойного апериодического звена с запаздыванием по каналу управления, сокращенно ДАз (a_1, a_2, b – параметры модели, τ – время запаздывания); (2.23) – минимизируемый функционал в виде затрат энергии I_3 ; (2.24) – ОУ ищется в виде оптимальной программы $u^*(\cdot)$ и (2.25), (2.26) – особенности (ограничения) в данной задаче, т.е. ограничение на управление в каждый момент времени и интегральное (на лимит энергии), а также закрепление концов траектории изменения фазовых координат и фиксирование временного интервала управления.

Массив исходных данных, соответствующий модели ЗОУ $\langle \text{ДАз}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$, имеет следующий вид:

$$R = (a_1, a_2, b, \tau, u_n, u_b, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0, t_k, I_{\text{доп}}).$$

По существу модель (2.21) является идентификатором, сокращенным обозначением математической постановки ЗОУ. В этом контексте термин "модель" часто в дальнейшем будет опускаться, т.е. будут использоваться выражения, например, ЗОУ $\langle \text{ДАз}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$.

Определение 2.3. Модель ЗОУ в виде кортежа (2.21) называется простой (элементарной), если для его компонентов выполняются следующие условия: а) динамика объекта представлена одним дифференциальным уравнением (в векторно-матричной форме); б) вид минимизируемого функционала сохраняется на всем временном интервале управления; в) используется одна стратегия реализации ОУ либо $S_{\text{пр}}$, либо $S_{\text{пз}}$; г) управление ограничено, в каждый момент времени концы траектории изменения фазовых координат закреплены и временной интервал фиксирован.

Определение 2.4. Модель ЗОУ, которая отличается от простой тем, что четвертый компонент кортежа K включает другие ограничения или условия, называется моделью ЗОУ с дополнительными ограничениями.

Дополнительными ограничениями могут быть ограничения на лимит энергии (запас топлива), скорости изменения управления, фазовых координат и т.п.

Определение 2.5. Модель ЗОУ, в которой на временном интервале управления изменяются компоненты M, F, S кортежа K , называется сложной.

Например, в задаче энергосберегающего программного управления разогревом теплового аппарата при малых температурах используется модель двойного интегрирования (ДИ), а затем динамика описывается моделью ДА. В этом случае сложная модель ЗОУ записывается в виде $\langle \text{ДИ} + \text{ДА}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О} \rangle$.

В процессе реальной эксплуатации систем управления происходят изменения компонентов массива R , поэтому для оперативного проектирования систем энергосберегающего управления необходимо решать задачи полного анализа ОУ на множестве состояний функционирования [79].

Определение 2.6. Под полным анализом простой ЗОУ $\langle M, F, S, O \rangle$ понимается определение условий существования решений задачи, возможных видов функций ОУ, получение аналитических соотношений для определения видов функций ОУ и расчета их параметров, а также значений функционала и траекторий изменения фазовых координат для всех возможных значений массива исходных R .

Таким образом, задача полного анализа формулируется следующим образом. Задаются: модель объекта, вид функционала, стратегия и ограничения для всех возможных значений массива R . Требуется определить область существования решений ЗОУ, все возможные виды функций ОУ, соотношения для нахождения вида функции ОУ и расчета ее параметров в пространстве возможных значений массива R . Результатом выполнения полного анализа простой ЗОУ является объем знаний, достаточный для оперативного решения ЗОУ при любых исходных данных. Этот объем знаний представляет собой по существу модель всех возможных решений для конкретной задачи $\langle M, F, S, O \rangle$.

Определение 2.7. ЗОУ, для которых выполнен полный анализ ОУ, будем называть базовыми. Результаты полного анализа простой ЗОУ $K = \langle M, F, S, O \rangle$ будем называть моделью расчетного пространства и обозначать $KR = \langle \langle M, F, S, O \rangle \rangle$.

В ряде случаев пользователю не требуется вся модель KR , а нужна только ее часть, например, для использования в контроллере для ограниченной области значений массива R применительно к конкретному объекту управления. В этом случае может использоваться часть (фрагмент) модели KR .

Определение 2.8. Фрагментом модели KR , соответствующим некоторому множеству $R = \{R_1, R_2, \dots\}$, называется ее часть KR , необходимая для расчета ОУ для задаваемого множества исходных данных.

Следует заметить, что массивы R могут задаваться интервальными значениями компонентов, в этом случае R имеет континуальную природу.

2.4. ПРЯМЫЕ И ОБРАТНЫЕ ЗАДАЧИ

Разработанные модели KR , содержащие результаты полного анализа ЗОУ, образуют вычислительное пространство W , которое позволяет решать широкий круг прямых и обратных задач оптимального управления на множестве H [80, 81].

Определение 2.9. Задачи, в которых по задаваемым значениям исходных данных R и информации о МСФ с использованием моделей KR рассчитываются $u^*(\cdot)$, $z^*(\cdot)$, I^* и другие результаты решения исследуемой ЗОУ, будем называть прямыми. Возможные результаты решения ЗОУ обозначим Y , а множество операторов (алгоритмов) решения прямых задач – π .

Таким образом, решения прямых задач можно представить отображением

$$\pi: KR \times R \times H \rightarrow Y, \quad (2.27)$$

здесь KR , R – множества соответственно моделей KR и значений массива R .

Определение 2.10 Задачи, используя результаты решения прямых задач Y , модели KR , информацию о множестве H , определяются необходимые изменения в модели K и массиве данных R , будем называть обратными.

Решения обратных задач условно можно представить в виде

$$\Omega: KR \times Y \times H \rightarrow K \times R, \quad (2.28)$$

где Ω – оператор (алгоритмы) решения обратных задач; K – множество моделей ЗОУ K .

Под необходимыми изменениями модели ЗОУ K и массива R в определении 2.10 понимается, какой из компонентов надо изменить в постановке ЗОУ или в исходных данных, чтобы разрабатываемая СОУ удовлетворяла необходимым требованиям, например, по точности, устойчивости, надежности и т.п. Для выполнения этих требований может потребоваться внесение изменений в множество H . Решение обратной задачи часто связано с многократным решением прямой задачи.

При разработке программных средств, обеспечивающих автоматизированное проектирование СЭУ, в частности модулей базы знаний экспертной системы, предусматривается, чтобы они обеспечивали решение как прямых, так и обратных задач при синтезе алгоритмического обеспечения систем управления. Наиболее часто решаются следующие обратные задачи.

1. Определение исходных данных R , при которых решение ЗОУ существует. На рис. 2.5 показана область G_r значений массива данных R , для которых решение ЗОУ существует. Здесь r_1, r_2 – компоненты массива R , допустимые для изменения при решении обратных задач. Если $R_1 \notin G_r$, то для данных R_1 невозможно перевести объект из начального состояния z^0 в конечное z^k за заданное время при имеющихся ограничениях на управление. Необходимо изменить значение каких-либо компонентов в массиве R_1 так, чтобы новое значение $R_2 \in G_r$.

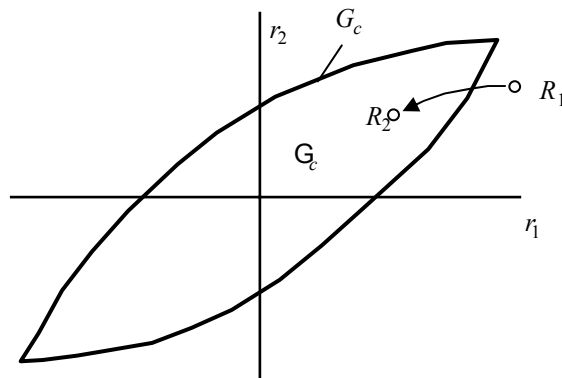


Рис. 2.5. Обеспечение существования решения ЗОУ изменением компонентов массива исходных данных R

2. Обеспечение требуемого запаса практической устойчивости замкнутой системы энергосберегающего управления с позиционной стратегией. Если при $t = t_0$ значение $R(t_0) \in G_c$, но близко к границе G_c области G_c , то при незначительных изменениях одного из компонентов массива R система может потерять устойчивость и задаваемое значение z^k не будет достигнуто. Для избежания этого значения $R(t_0)$ "отодвигается" внутрь области G_c с соответствующим изменением компонентов массива $R(t_0)$.

3. Определение значения минимизируемого функционала I не выше требуемого за счет увеличения времени t_k или изменения других компонентов R , например, для выполнения ограничения на лимит энергии или запас топлива (см. (2.9), (2.10)).

Для автоматизированного решения прямых и обратных задач энергосберегающего управления вводится вычислительное пространство W , которое позволяет в несколько раз сокращать сроки проектирования алгоритмического обеспечения управляющих устройств.

Определение 2.11. Вычислительным пространством для решения прямых и обратных задач оптимального управления на МСФ будем называть пространство W , которое определяется множествами K, KR, R, H, Y и двумя операторами π, Ω в виде алгоритмов решения прямых и обратных задач, т.е.

$$W = (K, KR, R, H, Y; \pi, \Omega). \quad (2.29)$$

Для разработки вычислительного пространства широко используются различные методы, прежде всего это принцип максимума Понтрягина, методы динамического программирования Беллмана и аналитического конструирования оптимальных регуляторов [60 – 65]. В качестве примера фрагментов вычислительного пространства для автоматизированного решения задач оптимального регулирования при квадратичном функционале могут рассматриваться функции lqr и другие системы Matlab [82]. Серьезным недостатком используемого здесь математического аппарата является невозможность учета разного рода ограничений в постановке ЗОУ и, прежде всего, ограничений на управление. Наряду с известными классическими методами в настоящее время применяется большое число методов, учитывающих специфические особенности объектов управления [83 – 91]. К сожалению, большинство из этих методов не позволяют решать ЗОУ в реальном времени при изменяющихся исходных данных. Вместе с тем одной из особенностей динамических процессов является то, что они практически никогда не протекают в идентичных условиях. При реальной эксплуатации могут изменяться начальные и конечные значения вектора z , параметры модели и даже ее вид и т.д.

Большими возможностями обладает метод решения прямых и обратных задач оптимального управления, представляющий комбинацию принципа максимума, динамического программирования и метода синтезирующих переменных [92]. Эти методы обеспечивают синтез оптимального управления многостадийными процессами в объектах, модели динамики которых имеют вид дифференциальных уравнений с разрывной правой частью, минимизируемые функционалы – затраты энергии, расход топлива и др. Методы позволяют оперативно пересчитывать управляющие воздействия при частых изменениях исходных данных задачи управления. Созданные на их основе вычислительное пространство и программные средства максимально визуализируют ход и результаты анализа энергосберегающего управления.

Выводы по второй главе

Сформулированы прямые и обратные задачи энергосберегающего управления.

Рассмотрены различные стратегии реализации оптимального управления.

Разработана структура модели задачи энергосберегающего оборудования. Основными компонентами модели являются модель динамики объекта, вид минимизируемого функционала, используемая стратегия и ограничения.

Разработана структура расширенного множества состояний функционирования технических систем, которое комплексно учитывает состояния работоспособности частей системы, производственные ситуации и состояния внешнего окружения, характеризуемые нечеткими множествами. Предложена методика построения РМСФ с дискретными состояниями, которые характеризуются показателем вероятностной природы, удовлетворяющим условию нормировки.

Введено понятие вычислительного пространства для оперативного решения прямых и обратных задач оптимального управления. Кратко рассмотрены методы, используемые для разработки вычислительного пространства.

3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЭНЕРГОЕМКИХ ОБЪЕКТОВ

Важным этапом проектирования систем энергосберегающего управления является идентификация моделей динамики. В данном разделе под идентификацией понимается получение или уточнение по экспериментальным данным модели объекта управления, выраженной в виде системы дифференциальных уравнений. В настоящее время для построения модели разработано большое число методов [22, 93 – 99]. Модели динамики, используемые в системах оптимального управления, имеют свои особенности, они должны удовлетворять ряду требований, в том числе противоречивых. К этим требованиям относятся: адекватность описания динамических режимов при всех состояниях функционирования, возможность их использования для синтеза оптимального управления в реальном времени и совмещенного синтеза, простота алгоритмов идентификации. Модель должна иметь допустимые характеристики быстродействия и компактности (при размещении в запоминающих устройствах).

В определенной степени этим требованиям для нелинейных объектов удовлетворяют модели в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывной правой частью или "многозонные" модели [27, 100, 101].

3.1. ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Задача идентификации модели динамики в общем случае формулируется следующим образом: по результатам измеренных значений входных x и выходных y переменных объекта должна быть получена оптимальная в некотором смысле или допустимая по величине погрешности модель, пригодная для решения задач анализа и синтеза оптимального управления на множестве состояний функционирования. В зависимости от конкретной ситуации возможны следующие постановки частных задач идентификации.

Задача 3.1. Для известного вида модели по измеренным значениям входных и выходных переменных $x(t_i), y(t_i), i = \overline{1, n}$ требуется рассчитать массив параметров модели, при котором критерий, учитывающий разницу между экспериментальными $y(t_i)$ и расчетными $\tilde{y}(t_i)$ значениями, достигает минимального значения. При этом задаваемый вид модели принадлежит к множеству моделей $M_{бз}$, содержащихся в базе знаний, т.е. для этого вида модели выполнен полный анализ ЗОУ. В терминах множеств значений переменных данная задача может быть записана в следующем виде

$$\mu_1 : X \times Y \times T \times M_{бз} \xrightarrow{Q} A, \quad (3.1)$$

$$Q(Y, \tilde{Y}(A)) \rightarrow \min_{A \in A}, \quad (3.2)$$

здесь X – множество значений вектора входных переменных; Y, \tilde{Y} – множества значений вектора выходных переменных, измеренных и рассчитанных по модели, соответственно; T – множество моментов времени; A – множество значений массива A параметров модели; Q – критерий, характеризующий точность модели; μ_1 – оператор (отображение) расчета параметров модели по измеренным значениям входных и выходных переменных.

В данной задаче предполагается, что модель имеет вид системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Задача 3.1а. Эта задача формулируется аналогично задаче 3.1, но вместо минимизации критерия (3.2) здесь должно выполняться ограничение на величину допустимой погрешности, т.е.

$$Q(Y, \tilde{Y}(A)) \leq Q_{доп}. \quad (3.3)$$

Задача 3.1б. Данная задача отличается от задач 3.1 и 3.1а тем, что время, отводимое на получение экспериментальных данных, ограничено, т.е.

$$\Delta t \leq \Delta t_{доп}, \quad (3.4)$$

где $\Delta t = t_n - t_1$.

Задача 3.1в. В данной задаче отсутствует ограничение на то, что вид модели должен содержаться в базе знаний, т.е. отображение (3.1) имеет вид

$$\mu_{1в} : X \times Y \times T \times M \xrightarrow{Q} A. \quad (3.1а)$$

Таким образом, задачи 3.1, 3.1а, 3.1б, 3.1в представляют собой задачи оценки параметров при известном виде модели динамики объекта.

Задача 3.2. По измеренным значениям входов и выходов $x(t_i), y(t_i), i = \overline{1, n}$ требуется определить вид модели и рассчитать для нее массив параметров, при этом критерий, учитывающий разницу между экспериментальными и расчетными значениями y , должен достигать минимального значения, а вид модели принадлежать множеству моделей $M_{бз}$. По аналогии с (3.1) данная задача может быть записана в следующем виде

$$\mu_2 : X \times Y \times T \xrightarrow{Q} M_{бз} \times A, \quad (3.5)$$

$$Q(Y, \tilde{Y}(M, A)) \rightarrow \min_{M \in M_{\text{бз}}, A \in A} . \quad (3.6)$$

Задача 3.2а. Эта задача формулируется аналогично задаче 3.2, но вместо минимизации критерия (3.6) на него накладывается ограничение на величину допустимой погрешности, т.е.

$$Q(Y, \tilde{Y}(M, A)) \leq Q_{\text{доп}} . \quad (3.7)$$

Задача 3.2б. Данная задача отличается от задач 3.2 и 3.2а тем, что время получения экспериментальных данных ограничено, т.е. должно выполняться ограничение (3.4).

Задача 3.2в. В данной задаче отсутствует ограничение на то, что вид модели должен содержаться в базе знаний, т.е. отображение (3.5) имеет вид

$$\mu_{2в} : X \times Y \times T \xrightarrow{Q} M \times A . \quad (3.5а)$$

Таким образом, в задачах 3.2, 3.2а, 3.2б, 3.2в определяется вид модели и оцениваются ее параметры. При этом предполагается, что динамика объекта описывается системой дифференциальных уравнений вида (1.1).

Если модель динамики нельзя представить одной системой дифференциальных уравнений, например в случае большого диапазона изменения вектора фазовых координат, то рассматриваются задачи идентификации многозонных или многостадийных моделей.

Задача 3.3. Для известных видов моделей в каждой зоне M_1, M_2, \dots, M_k и границ зон по измеренным значениям $x(t_i), y(t_i), i = \overline{1, n}$ требуется рассчитать массивы параметров моделей такие, что критерий, учитывающий разницу между экспериментальными и расчетными значениями y , достигает минимального значения. При этом виды моделей принадлежат к множеству $M_{\text{бз}}$. Математически данная задача записывается в следующем виде:

$$\mu_3 : X \times Y \times T \times M_1 \times M_2 \times \dots \times M_k \times Y_{\text{п}} \xrightarrow{Q} A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k , \quad (3.8)$$

$$Q(Y, \tilde{Y}(A_1, \dots, A_k)) \rightarrow \min_{A_1 \in A_1, \dots, A_k \in A_k} , \quad (3.9)$$

здесь k – число зон; M_i, A_i – вид модели i -й зоны и значения ее параметров, соответственно; $Y_{\text{п}}$ – множество значений y , при которых происходит "переключение" с одной зоны на другую.

Задача 3.3а. Эта задача формулируется аналогично задаче 3.3, но вместо минимизации критерия (3.9) на него накладывается ограничение

$$Q(Y, \tilde{Y}(A_1, \dots, A_k)) \leq Q_{\text{доп}} . \quad (3.10)$$

Задача 3.3б. Данная задача отличается от задач 3.3 и 3.3а тем, что время получения экспериментальных данных ограничено, т.е. должно выполняться ограничение (3.4).

Задача 3.3в. В данной задаче отсутствует ограничение на то, что виды моделей в каждой зоне M_1, M_2, \dots, M_k должны содержаться в базе знаний.

Задача 3.3г. Данная задача формулируется аналогично задаче 3.3, но в ней допускается коррекция граничных значений зон, т.е.

$$Q(Y, \tilde{Y}(A_1, \dots, A_k, Y_{\text{п}})) \rightarrow \min_{A_1 \in A_1, \dots, A_k \in A, Y_{\text{п}}} . \quad (3.11)$$

В качестве примера рассмотрим постановку задачи 3.3г более подробно. Задаются:

– массив экспериментальных данных, полученный на исследуемом объекте, вида

$$(t_i, u_i, y_i = z_{ii}), i = 0, 1, 2, \dots, n; u_i = \overset{\Delta}{u}(t_i), y_i = \overset{\Delta}{y}(t_i); \quad (3.12)$$

– структура модели динамики, отражающая число стадий k и виды моделей для каждой стадии $M_j(A_j, B_j), j = \overline{1, k}$, т.е.

$$M(k) = (M_1(A_1, B_1), t \in [t_0, t_{п1}]); M_2(A_2, B_2), \\ t \in [t_{п1}, t_{п2}); \dots; M_k(A_k, B_k), t \in [t_{п, k-1}, t_k]); \quad (3.13)$$

– требования к адекватности модели по величине абсолютной погрешности

$$\forall i \in \overline{0; n}: \Delta y_i = \left| y_i - \tilde{y}_i \right| \leq \Delta y_{\text{доп}} \quad (3.14)$$

и величине разрыва производной в точках "переключения" стадий

$$\forall j = \overline{1, k-1}: \left| \tilde{y}'(t_{пj} - 0) - \tilde{y}'(t_{пj} + 0) \right| \leq \Delta \dot{y}_{\text{доп}} , \quad (3.15)$$

где t_{nj} – время переключения модели M_j на M_{j+1} ; y, \tilde{y}, \tilde{y} – регистрируемые, рассчитанные по модели значения контролируемой фазовой координаты и ее производной; $\tilde{y}(t_{nj}-0), \tilde{y}(t_{nj}+0)$ – значения производных в момент стыковки t_{nj} по моделям M_j и M_{j+1} , соответственно; $\Delta y_{\text{доп}}, \Delta \dot{y}_{\text{доп}}$ – допустимые значения ошибки расчета y и разрыва ее производной, заметим, что значения $\Delta y_{\text{доп}}$ для различных частных моделей M_j могут отличаться.

Требуется определить параметры A_j, B_j частных моделей $M_j, j = \overline{1; k}$ и моменты переключений $t_{nj}, j = \overline{1; k-1}$, при которых выполняются ограничения (3.14), (3.15) и достигает минимума критерий

$$Q = \sum_{i=0}^{n_1} \left(y_i - \tilde{y}_i(A_1, B_1) \right)^2 + \dots + \sum_{i=n_{k-1}}^{n_k} \left(y_i - \tilde{y}_i(A_k, B_k) \right)^2 + c \sum_{j=1}^{k-1} \left| \tilde{y}(t_{nj}-0) - \tilde{y}(t_{nj}+0) \right| \rightarrow \min_{A_j, B_j, t_{nj}}, \quad (3.16)$$

где c – весовой коэффициент, $n_j, j = \overline{1; k}$ – номера регистрации выходной переменной $y(t_i)$, соответствующие моментам времени t_{nj} .

Задача 3.4. По измеренным значениям входов и выходов $x(t_i), y(t_i), i = \overline{1; n}$, а также заданном числе зон требуется определить виды моделей M_1, M_2, \dots, M_k , границы переключения зон Y_{Π} и рассчитать массивы параметров моделей A_1, A_2, \dots, A_k , при этом критерий, учитывающий разницу между экспериментальными и расчетными значениями y , должен достигать минимального значения, а вид моделей принадлежать множеству моделей, содержащихся в базе знаний. Математически данная задача записывается в следующем виде:

$$\mu_4 : X \times Y \times T \xrightarrow{Q} M_1 \times M_2 \times \dots \times M_k \times Y_{\Pi} \times A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k, \quad (3.17)$$

$$Q(Y, \tilde{Y}(M_i, A_i, i = \overline{1; k}; Y_{\Pi})) \rightarrow \min_{M_i \in M_{\text{бз}}, A_i \in A, Y_{\Pi}}. \quad (3.18)$$

Задача 3.4а. Эта задача формулируется аналогично задаче 3.4, но вместо минимизации критерия (3.18) на него накладывается ограничение на величину допустимой погрешности, т.е.

$$Q(Y, \tilde{Y}(A_i, i = Y_{\Pi})) \leq Q_{\text{доп}}. \quad (3.19)$$

Задача 3.4б. Данная задача отличается от задач 3.4 и 3.4а тем, что время получения экспериментальных данных ограничено, т.е. должно выполняться ограничение (3.4).

Задача 3.4в. В данной задаче отсутствует ограничение на то, что виды моделей в каждой зоне M_1, M_2, \dots, M_k должны содержаться в базе знаний.

Задача 3.4г. В данной задаче в отличие от задач 3.4, 3.4а, 3.4б и 3.4в число зон и их границы заранее не заданы, а определяются в процессе идентификации, т.е.

$$\mu_4 : X \times Y \times T \xrightarrow{Q} M_1 \times M_2 \times \dots \times M_k \times Y_n \times A_1 \times A_2 \times \dots \times A_k \times K, \quad (3.20)$$

$$Q(Y, \tilde{Y}(M_i, A_i, i = \overline{1; k}; Y_{\Pi})) \rightarrow \min_{M_i \in M_{\text{бз}}, A_i \in A, Y_{\Pi} \in Y_{\Pi, k \in K}}, \quad (3.21)$$

здесь K – множество числа зон.

Задачи идентификации 3.4, 3.4а, 3.4б, 3.4в, 3.4г являются наиболее сложными, особенности их решения излагаются в следующем разделе 3.2.

3.2. ОСОБЕННОСТИ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ ДИНАМИКИ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

К моделям динамики, используемым для анализа и синтеза оптимального управления, предъявляются высокие требования по их адекватности на множестве состояний функционирования. Известные аналитические и статистические методы построения моделей не позволяют добиться требуемой точности в различных состояниях функционирования [78, 93, 94].

Модель динамики на множестве состояний функционирования H в обобщенном виде может быть записана следующим образом

$$\dot{z} = f_h(z, u, t; \gamma_h), \quad h \in H, \quad (3.22)$$

где z – n -вектор фазовых координат; u – m -вектор управления; γ_h – массив параметров модели в состоянии h .

Модель (3.22) должна удовлетворять следующим требованиям: 1) пригодность для решения задач оптимального управления в реальном времени, фазовые координаты z должны соответствовать непосредственной цели управления; 2) возможность "быстрой" идентификации модели в задачах совмещенного синтеза ОУ при изменяющихся состояниях функционирования; 3) высокая точность с учетом возможных значений h в процессе эксплуатации объекта.

Основные трудности при идентификации модели (3.22) обусловлены нелинейностью и нестационарностью объекта, наличием ошибок измерения и невозможностью получить всю необходимую информацию. В основе разрабатываемых алгоритмов идентификации на множестве H лежат следующие предположения: 1) структура модели соответствует реальным физическим и другим процессам, протекающим в объекте управления; 2) данные процессы описываются известными зависимостями, например, балансно-кинетическими уравнениями тепломассопереноса и т.п.; 3) в ходе направленного изменения вектора z процессы протекают с разной интенсивностью, это позволяет выделить зоны или состояния функционирования, в которых отдельными процессами можно пренебречь, подобное разбиение на зоны назовем динамической декомпозицией; 4) границы зон можно определить по характерным точкам (экстремумы, нули) траекторий $z_i(\circ)$ фазовых координат и их производных; 5) между фазовыми координатами составных частей системы существуют уравнения связи, позволяющие понижать размерность вектора z . На основе высказанных предположений структура модели (3.22) может быть представлена в виде обыкновенных дифференциальных уравнений с "переключаемой" правой частью [27], т.е.

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1(z, u) \cdot z(t) + B_1(z, u) \cdot u(t), & h = h_1; \\ \dots & \\ A_k(z, u) \cdot z(t) + B_k(z, u) \cdot u(t), & h = h_k, \end{cases} \quad (3.23)$$

где A_j, B_j – матрицы параметров, которые в общем случае зависят от z, u .

Модель в форме (3.23) будем называть общей, а отдельные правые части для различных состояний функционирования – частными. Получение модели (3.23) выполняется в два этапа. На первом разрабатывается ее структура на основе рассмотрения протекающих в объекте процессов, определяется число зон (стадий) и виды частных моделей. На втором этапе оцениваются параметры, границы зон частных моделей и проверяется адекватность.

Пример 3.1. Большой класс тепловых объектов содержит три основные части: управляемый источник тепла (нагреватель) 1, нагреваемое тело 2, оболочка (корпус) 3, отделяющая тело от окружающей среды. Для получения модели принимаются следующие допущения: 1) температуры частей объекта T_1, T_2, T_3 равны их средним по объемам значениям; 2) для нагревателя и стенки корпуса используются усредненные по объемам плотности (ρ_1, ρ_3) и удельные теплоемкости (c_1, c_3); 3) температура внутренней поверхности корпуса равна температуре нагреваемого тела; 4) между частями объекта и внешней средой имеет место конвективный теплообмен. При этих допущениях состояние объекта в основном определяется значениями четырех температур T_1, T_2, T_3, T_4 (T_4 – температура среды). В предположении, что нагревается жидкость, можно записать балансно-кинетическую модель в виде уравнений

$$\begin{aligned} \rho_1 c_1 V_1(T) \frac{dT_1}{dt} &= U(t)I(t) - \alpha_1 F_1 (T_1(t) - T_2(t)); \\ \rho_2 c_2 V_2(T_2) \frac{dT_2}{dt} &= \alpha_1 F_1 (T_1(t) - T_2(t)) - \alpha_3 F_3 (T_2(t) - T_3(t)); \\ \rho_3 c_3 V_3(T_3) \frac{dT_3}{dt} &= \alpha_3 F_3 (T_2(t) - T_3(t)) - \alpha'_3 F'_3 (T_3(t) - T_4(t)), \end{aligned}$$

где V_1, V_2, V_3 – объемы нагревателя, жидкости и корпуса; F_1 – наружная поверхность нагревателя; F_3, F'_3 – внутренняя и наружные поверхности корпуса; $\alpha_1, \alpha_3, \alpha'_3$ – коэффициенты теплоотдачи нагревателя и стенок корпуса (изнутри и снаружи); U, I – электрические напряжения и ток нагревателя.

Используя динамическую декомпозицию, введем следующие состояния функционирования, соответствующие различным стадиям (зонам) нагрева. Состояние h_1 характеризуется интенсивным повышением температуры нагревателя, при этом изменения температуры корпуса незначительны, потери тепла в окружающую среду отсутствуют. В этом состоянии частная модель имеет вид

$$\frac{dT_1}{dt} = \frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} U(t)I(t) - \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1} (T_1(t) - T(t)), \quad \frac{dT_2}{dt} = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_2 c_2 V_2} (T_1(t) - T_2(t))$$

или

$$\begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), \quad z_1 \stackrel{\Delta}{=} T_2, \quad z_2 \stackrel{\Delta}{=} \frac{dT_2}{dt}, \quad (3.24) \\ a_2^{(1)} &= -\alpha_1 F_1 \left(\frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right), \quad b^{(1)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \cdot \rho_2 c_2 V_2} U(t)I(t). \end{aligned}$$

В состоянии h_2 частная модель учитывает нагрев стенок корпуса 3 аппарата, т.е.

$$\dot{z}_1 = z_2(t), \quad \dot{z}_2 = a_1^{(2)} z_1(t) + a_2^{(2)} z_2(t) + b^{(2)} u(t), \quad (3.25)$$

$$a_1^{(2)} = -\frac{\alpha_1 F_1 \alpha_3 F_3}{\rho_1 c_1 V_1 \rho_2 c_2 V_2} \left(1 - \frac{T_3(t)}{T(t)} \right), \quad b^{(2)} u(t) = \frac{\alpha_1 F_1}{\rho_1 c_1 V_1 \rho_2 c_2 V_2} U(t) I(t),$$

$$a_2^{(2)} = -\alpha_1 F_1 \left(\frac{1}{\rho_1 c_1 V_1} + \frac{1}{\rho_2 c_2 V_2} \right) + \frac{\alpha_3 F_3}{\rho_2 c_2 V_2} \left(1 - \frac{\dot{T}_3(t)}{\dot{T}(t)} \right).$$

Для последующих состояний функционирования учитываются потери тепла в окружающую среду, частные модели имеют вид, аналогичный (3.25).

В результате общая модель для четырех состояний функционирования имеет следующую структуру

$$\dot{z}_1 = z_2(t),$$

$$\dot{z}_2 = \begin{cases} a_2^{(1)} z_2(t) + b^{(1)} u(t), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n1}); \\ a_1^{(2)}(t) z_1(t) + a_2^{(2)}(t) z_2(t) + b^{(2)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n1}, z_1^{n2}); \\ a_1^{(3)}(t) z_1(t) + a_2^{(3)}(t) z_2(t) + b^{(3)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n2}, z_1^{n3}); \\ a_1^{(4)} z_1(t) + a_2^{(4)} z_2(t) + b^{(4)} u(t), & z_1 \in [z_1^{n3}, z_1^{n4}], \end{cases} \quad (3.26)$$

где z_1^{nj} – температуры "переключений" состояний функционирования.

Верификация полученной структуры модели осуществляется по экспериментальным данным $\hat{z}_1(t)$.

На втором этапе идентификации оцениваются параметры и границы зон частных моделей. Оценка границ производится с использованием сигналов $\hat{z}_2(t_i)$ и $\dot{z}_2(t_i)$. В результате получена общая модель, которая удовлетворяет требованиям точности как по величине абсолютной погрешности, так и величине разрыва z_2 в точках "переключения" зон. Оценка параметров предварительно производилась для отдельных стадий, затем они уточнялись минимизацией критерия

$$Q = \sum_{j=1}^k q_j \Delta z_{1\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{nj}) + \sum_{j=1}^{k-1} p_j \Delta z_{2\max}^{(j)}(a_i^{(j)}, b^{(j)}, z_1^{nj});$$

$$\Delta z_{1\max}^{(j)} = \max | \hat{z}_1(t_i) - \tilde{z}_1(t_i) |, \quad t_i \in [t_{j-1}^n, t_j^n], \quad \Delta z_{2\max}^{(j)} = | \hat{z}_2(t_j^n - 0) - \tilde{z}_2(t_j^n + 0) |,$$

где q_j, p_j – весовые коэффициенты; \tilde{z}_1, \tilde{z}_2 – значения z_1, z_2 , рассчитанные по модели; t_j^n – моменты времени переключения частных моделей.

Полученная модель использована при создании математического обеспечения контроллера, управляющего процессом нагрева жидкости с минимумом затрат энергии.

3.3. ИДЕНТИФИКАЦИЯ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОПЕРАТИВНОМ СИНТЕЗЕ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ

В задачах совмещенного синтеза ОУ, решаемых при изменении состояния функционирования, идентификация модели должна производиться в жестко ограниченном временном интервале, это отражено в постановке задачи 3.1б (см. разд. 3.1). Вместе с тем, получаемая модель должна иметь достаточную точность. Требования сокращения времени на идентификацию и повышение точности являются противоречивыми. Для учета данного обстоятельства алгоритмы идентификации при совмещенном синтезе ОУ должны, во-первых, иметь высокую скорость оценки параметров модели с использованием простых расчетных формул, во-вторых, обладать свойством предсказания вида модели по небольшим участкам траекторий $y(\cdot)$ и $u(\cdot)$. Наиболее предпочтительны в вычислительном отношении алгоритмы оценки параметров, использующие конечные формулы и не содержащие поисковых процедур.

Пример 3.2. Рассмотрим получение расчетных формул для оперативной оценки по минимальному числу измеренных значений фазовых координат z и управления u параметров модели вида реальный двойной интегратор (РДИ), т.е.

$$\dot{z}_1 = z_2(t),$$

$$\dot{z}_2 = a z_2(t) + b u(t).$$

Так как для данной модели

$$e^{A(t-t_0)} = \begin{pmatrix} 1 & (e^{a(t-t_0)} - 1)/a \\ 0 & e^{a(t-t_0)} \end{pmatrix},$$

то в предположении, что на временном интервале $[t_0, t]$ управление $u(t) = u = \text{const}$, можно записать

$$z_1(t) = z_1(t_0) + \frac{e^{a(t-t_0)} - 1}{a} z_2(t_0) + \frac{bu}{a} \left[\frac{e^{a(t-t_0)} - 1}{a} - (t - t_0) \right];$$

$$z_2(t) = e^{a(t-t_0)} z_2(t_0) + \frac{bu}{a} (e^{a(t-t_0)} - 1).$$

Для временного шага дискретизации $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ разностная форма записи модели принимает вид

$$\Delta z_1(i+1) = \alpha_1 z_2(i) + \alpha_2 u(i);$$

$$z_2(i+1) = \beta_1 z_2(i) + \beta_2 u(i). \quad (3.27)$$

здесь

$$\Delta z_1(i+1) = z_1(i+1) - z_1(i), \quad z_j(i) = z_j(t_i), \quad j=1, 2; \quad u(i) = u(t_i),$$

$$\alpha_1 = (e^{a\Delta t} - 1)/a, \quad \beta_1 = e^{a\Delta t},$$

$$\alpha_2 = b(\alpha_1 - \Delta t)/a, \quad \beta_2 = b(e^{a\Delta t} - 1)/a.$$

Решая систему уравнений (3.27) для измеренных значений $z_1(i)$, $z_1(i+1)$, $z_2(i)$, $z_2(i+1)$, $u(i)$, сначала оцениваются значения промежуточных параметров α_1 , α_2 , β_1 , β_2 , а затем находятся параметры модели объекта по формулам

$$a = \ln \beta_1 / \Delta t, \quad b = \beta_2 / \alpha_1.$$

Аналогично определяются формулы для оценки параметров других видов моделей. Например, для определения параметров модели в виде дифференциального уравнения первого порядка (апериодическое звено) сначала по трем измеренным значениям $z(i-1)$, $z(i)$, $z(i+1)$ и двум значениям вычисляются промежуточные величины $c(i)$ и $d(i)$ по формулам

$$c(i) = \frac{z(i)u(i) - z(i+1)u(i-1)}{z(i-1)u(i) - z(i)u(i-1)};$$

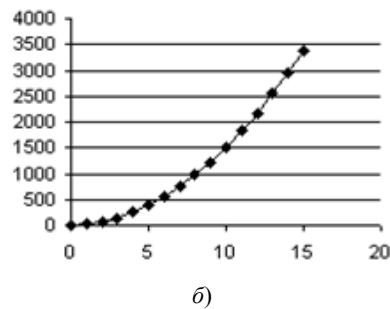
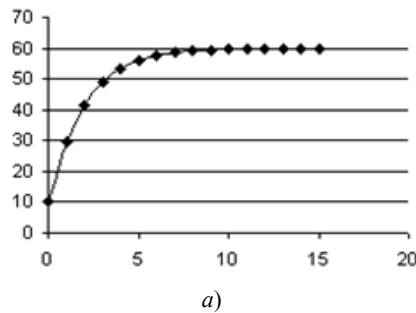
$$d(i) = \frac{z(i+1)z(i-1) - z^2(i)}{z(i-1)u(i) - z(i)u(i-1)},$$

затем оцениваются параметры модели для момента времени t_i :

$$a(i) = \frac{1}{\Delta t} \ln c(i); \quad b(i) = \frac{d(i) \cdot a(i)}{c(i) - 1}.$$

Если имеется несколько значений $c(i)$, $d(i)$ для t_i , $i = \overline{1, n}$, то используется их усреднение, т.е.

$$\bar{c} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{n-1} c(i); \quad \bar{d} = \frac{1}{n-2} \sum_{i=2}^{n-1} d(i); \quad \bar{a} = \frac{1}{\Delta t} \ln \bar{c}; \quad \bar{b} = \frac{\bar{d} \cdot \bar{a}}{\bar{c} - 1}.$$



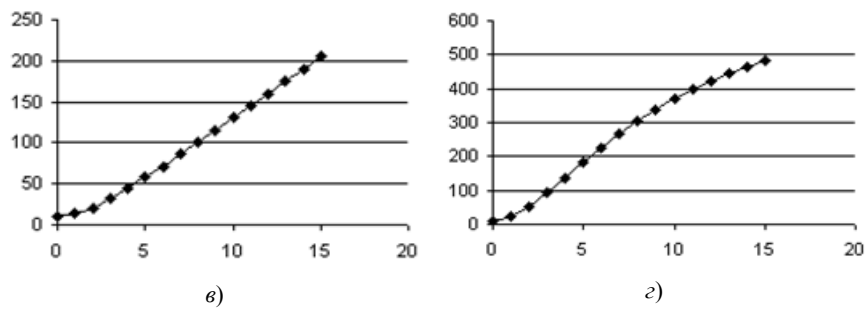


Рис. 3.1. Формы траекторий изменения выходной переменной при скачкообразном изменении управляющего воздействия для моделей динамики в виде дифференциальных уравнений первого (а) и второго (ДИ – б, РДИ – в, ДА – з) порядков

Следует заметить, что в формулах для моделей второго порядка предполагается возможность оценки фазовой координаты z_2 . Если ее значения не известны, то формулы усложняются. Например, для объекта двойного интегрирования одно-временная оценка $b(i)$ и $z_2(i)$ может производиться решением системы двух линейных уравнений:

$$(t_j - t_i)z_2(t_i) + \frac{u_{ij}}{2}(t_j - t_i)^2 \cdot b = y(t_j) - y(t_i);$$

$$(t_k - t_i)z_2(t_i) + \frac{u_{ik}}{2}(t_k - t_i)^2 \cdot b = y(t_k) - y(t_i); \quad i < j < k,$$

где u_{ij}, u_{ik} – усредненные управляющие воздействия соответственно на временных интервалах $[t_i, t_j], [t_i, t_k]$.

На рис. 3.1 приведен качественный характер изменения выходной переменной $y = z_1$ для рассмотренных моделей при ступенчатом изменении управления. Как видно из графиков, измеренные значения $y(i), i = 0, 1, 2, \dots$ на начальном участке траекторий $y(\cdot)$ не позволяют с достаточной точностью предсказать, какой вид имеет модель динамики объекта. Для решения данной проблемы необходимо на основе дополнительных замеров определять тенденцию изменения оценок показателей, характеризующих вид модели.

3.4. ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛЕЙ

Для решения задач идентификации модели динамики объекта в основном применяются два класса информационных технологий. К первому классу относятся программные продукты широкого назначения типа пакетов прикладных программ, ко второму классу – специализированные программы, входящие отдельными модулями в различные информационные системы. Из числа пакетов прикладных программ наиболее широкое распространение находят система MATLAB, EXCEL и др. [82, 102 – 104].

Программный комплекс MATLAB фирмы Wath Works включает два пакета для идентификации моделей – System Identification Toolbox и Frequency Domain Identification. Пакет System Identification Toolbox (или просто System Identification) содержит средства для создания математических моделей линейных динамических объектов (систем) на основе результатов наблюдения входных и выходных переменных. Пакет имеет удобный графический интерфейс, помогающий в диалоговом режиме располагать экспериментальные данные и получать соответствующие модели. Методы идентификации, входящие в пакет, применимы для решения широкого класса задач – от проектирования систем управления и обработки сигналов до анализа временных рядов. К основным достоинствам пакета относятся: возможность предварительной обработки данных, включая фильтрацию, удаление трендов и смещений; выбор диапазона используемых данных; применение эффективных методов авторегрессии; возможности моделирования динамических свойств системы как во временной, так и частотной областях и др.

Для облегчения работы с разнообразными моделями в пакете они разбиты на группы: линейные, нелинейные, стационарные, нестационарные, непрерывные, дискретные, с сосредоточенными параметрами, с распределенными параметрами и т.д. При оценивании параметров модели заданной структуры в качестве критерия адекватности модели обычно используются средний квадрат рассогласования между экспериментальными данными на выходе и рассчитанными по модели.

В качестве примера информационной технологии второго класса рассмотрим программные модули экспертной системы "Энергосберегающее управление динамическими объектами", предназначенные для идентификации моделей. Эти модули позволяют в автоматизированном режиме выполнять следующие работы.

1. Планировать проведение экспериментов и производить их первичную обработку. Основными целями данного этапа являются: получение исходных данных для идентификации модели динамики объекта; предварительное оценивание возможного эффекта от энергосберегающего оптимального управления; "эскизная" формализация возможного решения задачи оптимального управления.

2. Производить выбор вида (структуры) модели и оценку ее параметров. При этом возможны решения ряда задач идентификации, различающихся степенью изученности объекта, например структура модели известна и требуется оценить лишь параметры дифференциальных уравнений или идентифицировать структуру и др. Особенности решаемых задач идентификации являются следующие. Во-первых, получаемые модели должны годиться для оперативного решения ЗОУ, т.е. для них нужны соответствующие фреймы в базе знаний экспертной системы [78, 81, 105, 106]. Во-вторых, модели должны удовлетворять требованиям адекватности при различных значениях управляющих воздействий, во всем диапазоне изменения фазовых координат и

состояний функционирования. В-третьих, значения параметров моделей не должны противоречить протекающим физическим процессам при динамических режимах. В-четвертых, должны соблюдаться ограничения на допустимость разрывов фазовых координат и их производных. Как уже отмечалось, этим требованиям удовлетворяют модели в виде дифференциальных уравнений с разрывной правой частью при ограничении на разрывы производных в моменты "переключения" правых частей [27].

Выводы по третьей главе

Определены следующие требования, предъявляемые к моделям: 1) пригодность для решения задач оптимального управления в реальном времени, фазовые координаты z должны соответствовать непосредственной цели управления; 2) возможность "быстрой" идентификации модели в задачах совмещенного синтеза ОУ; 3) высокая точность.

Приведены постановки задач идентификации моделей динамики объектов. Сформулированные задачи относятся как к моделям в виде одной системы дифференциальных уравнений, так и к дифференциальным уравнениям с разрывной правой частью. Это позволяет определить модели для широкого класса энергоемких объектов, в том числе нелинейных.

Рассмотрены алгоритмы идентификации моделей динамики на множестве состояний функционирования и использование информационных технологий при решении задач идентификации моделей.

4. МЕТОДОЛОГИЯ ПОЛНОГО АНАЛИЗА ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ

Анализ оптимального управления охватывает широкий круг задач, связанных с исследованиями вопросов существования решения, устойчивости, определения возможных видов функций оптимального управления и др. В настоящем разделе для решения задач анализа будет использован в основном математический аппарат принципа максимума и метода синтезирующих переменных [45, 50, 51, 107].

4.1. Метод синтезирующих переменных и существование решения задачи оптимального управления

Метод синтезирующих переменных предполагает введение некоторого синтезирующего вектора, размерность которого значительно меньше размерности массива исходных данных для численного решения ЗОУ, который однозначно определяет вид и параметры функции оптимального управления.

Пусть для линейного объекта, динамика которого описывается моделью

$$\dot{z} = Az(t) + Bu(t), \quad z = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T \quad B = (0; \dots; 0; b)^T, \quad (4.1)$$

решается ЗОУ, заключающаяся в переводе объекта на заданном интервале времени $[t_0, t_k]$ из начального состояния z^0 в конечное z^k , т.е.

$$z(t_0) = z^0 \rightarrow z(t_k) = z^k, \quad (4.2)$$

при ограничении на управление

$$\forall t \in [t_0; t_k]: \quad u(t) = [u_H; u_B], \quad (4.3)$$

минимуме функционала

$$I(z(\cdot), u(\cdot)) = \int_{t_0}^{t_k} f_0(z, u, t) dt \rightarrow \min_u \quad (4.4)$$

и исходных данных, образующих массив реквизитов

$$R = (A, B, u_H, u_B, z^0, z^k, t_0, t_k). \quad (4.5)$$

Большое значение для оперативного решения ЗОУ имеет установление соответствия между функцией ОУ $u_j^*(t/d)$ и массивом данных R , т.е. определения вида j и массива параметров d функции ОУ по значениям компонентов массива R . Для получения такого соответствия вводится понятие синтезирующих переменных и синтезирующих параметров, которые образуют синтезирующий вектор \bar{l} и зависят от компонентов массива реквизитов R . Значение вектора \bar{l} изменяется на временном интервале управления $[t_0, t_k]$ с изменением значений $z(t)$ и остаточного времени $t_k - t$. Вместе с тем значения компонентов \bar{l} могут скачкообразно изменяться в моменты времени смены состояний функционирования [108, 109].

Определение 4.1. Вектор \bar{l} называется синтезирующим, если его значение однозначно определяет вид и параметры ОУ задачи (4.1) – (4.4) для заданного массива реквизитов (4.5), пространство значений вектора \bar{l} называется синтезирующим пространством. Компоненты вектора \bar{l} , зависящие только от значений параметров матрицы A модели объекта, будем называть параметрами и обозначать λ .

Пусть для конкретного функционала (4.4) имеется v видов функций ОУ. Функции $u_i^*(t)$ и $u_j^*(t)$, $i, j \in \{1, \dots, v\}$ могут различаться числом интервалов непрерывности (моментов переключения) и т.д.

Определение 4.2. Область значений вектора \bar{l} , для которых задача (4.1) – (4.4) имеет решение при функции управления $u_j^*(t)$, называется областью существования ОУ j -го вида и обозначим K_j , $j = \overline{1, v}$. Объединение областей K_j образует область

K_c существования решения задачи (4.1) – (4.4), т.е. $K_c = \bigcup_{j=1}^v K_j$. Области, соответствующие областям K_c и K_j в синтезирующем пространстве для фиксированных значений λ , обозначим K_c^λ и K_j^λ ; таким образом, области K_c и K_j строятся в пространстве компонент синтезирующего вектора \bar{l} , а K_c^λ и K_j^λ являются их сечениями.

Области K_c^λ и K_c представляют собой разновидности множеств достижимости [18, 110]. Граничные поверхности областей K_c и K_c^λ обозначим соответственно P_c и P_c^λ . В основе метода синтезирующих переменных лежат следующие утверждения [107].

Области K_c^λ и K_c представляют собой разновидности множеств достижимости [18, 110]. Граничные поверхности областей K_c и K_c^λ обозначим соответственно P_c и P_c^λ . В основе метода синтезирующих переменных лежат следующие утверждения [107].

Утверждение 4.1. Если в ЗОУ (4.1) – (4.4) а) собственные значения матрицы A вещественные, б) для рассматриваемого функционала (4.4) управление $u^*(\cdot)$ (в случае его существования) единственно, то n -вектор

$$l = (l_1; \dots; l_n)^T = \frac{1}{b} (z^k - e^{A(t_k - t_0)} z^0), \quad (4.6)$$

и массив параметров $\lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_m)$, $m \leq n$ собственных значений матрицы A являются синтезирующими, при этом поверхность P_c^λ задается уравнениями

$$l_n = u_B \int_{t_0}^{\tau_1'(\bar{l}_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_k - t) dt + u_H \int_{\tau_1'(\bar{l}_{n-1})}^{\tau_2'(\bar{l}_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_k - t) dt + \dots \\ \dots + u_{ГР}' \int_{\tau_{n-1}'(\bar{l}_{n-1})}^{t_k} \Phi_{n,n}(t_k - t) dt; \quad (4.7)$$

$$l_n = u_H \int_{t_0}^{\tau_1''(\bar{l}_{n-1})} \Phi_{n,n}(t_k - t) dt + \dots + u_{ГР}'' \int_{\tau_{n-1}''(\bar{l}_{n-1})}^{t_k} \Phi_{n,n}(t_k - t) dt; \quad (4.8)$$

$$\bar{l}_{n-1} = (l_1; \dots; l_{n-1}; \lambda); \quad (4.9)$$

$$l_i \in [l_i^H(\bar{l}), l_i^B(\bar{l})], \quad (4.10)$$

причем значениям $\bar{l} \in P_c \subset K_c$ (за исключением значений \bar{l} , принадлежащих (4.7) и (4.8) одновременно с учетом границ (4.10)) соответствуют управления вида оптимального быстрогодействия, т.е.

$$u_{\delta'}^*(t) = \begin{cases} u_B, & t \in [t_0; \tau_1']; \\ u_H, & t \in [\tau_1'; \tau_1'']; \\ \dots \\ u_{ГР}', & t \in [\tau_{n-1}'; t_k]; \end{cases} \quad u_{ГР}' = \begin{cases} u_H & \text{при } n - \text{четном}; \\ u_B & \text{при } n - \text{нечетном}, \end{cases} \quad (4.11)$$

или

$$u_{\delta''}^*(t) = \begin{cases} u_H, & t \in [t_0; \tau_1'']; \\ u_B, & t \in [\tau_1''; \tau_2'']; \\ \dots \\ u_{ГР}'', & t \in [\tau_{n-1}''; t_k]; \end{cases} \quad u_{ГР}'' = \begin{cases} u_B & \text{при } n - \text{четном}; \\ u_H & \text{при } n - \text{нечетном}, \end{cases} \quad (4.11a)$$

где $\tau_1'(\bar{l}_{n-1})$, $\tau_1''(\bar{l}_{n-1})$ – функции значений массива (L_{n-1}) , определяемые из уравнений (4.11), (4.11a); $\Phi_{n,n}(t_k - t)$ – элемент матрицы $\exp[A(t_k - t)]$; $l_i^{H(B)}(\bar{l})$ – границы изменения l_i в уравнениях (4.7) и (4.8). Конкретное использование соотношений (4.7), (4.8) приведено в примере 4.1.

Действительно, вектор \bar{l} , определяемый (4.6), легко преобразуется в вектор

$$V(t_k - t_0) = \int_{t_0}^{t_k} e^{-At} b u(t) dt, \quad (4.12)$$

используемый при определении множества достижимости в фазовом пространстве [110]. Для этого достаточно положить $t_0 = 0$, $z_i^k = 0$, $i = \overline{1, n}$ и умножить \bar{l} на $b e^{-At_k}$. Таким образом, с помощью \bar{l} можно задавать множество значений $z(t_0) = z^0$, из которых достигаются $z(t_k) = z^k$ за время управления $t_k - t_0$.

Заметим, что при выполнении условия а) имеет место (см., например, [111])

$$e^{At} = \sum_{k=1}^s \sum_{i=0}^{m_k-1} t^i e^{\lambda_k t} \chi_{ki},$$

где λ_k , $k = \overline{1, s}$ – различные собственные значения матрицы A ; m_k – кратность λ_k как нуля минимального многочлена A ; χ_{ki} – матрица с постоянными элементами, зависящими только от A .

Предположим, что некоторому значению $\bar{l} \in K$ соответствуют два управления $u_1^*(\cdot)$ и $u_2^*(\cdot)$, обеспечивающих перевод из z_0 в z_k за время $(t_k - t_0)$ и различающихся видом функции $u_i^*(\cdot)$ или значениями ее параметров. Однако в силу условия б) для конкретного функционала I это невозможно, поэтому вектор l и массив λ с учетом (4.12) являются синтезирующими, т.е. $\bar{l} = (l; \lambda)$.

Существование ОУ видов (4.11), (4.11а) для задачи (4.1) – (4.4) известно [18, 60, 112].

Справедливость (4.7), (4.8) для уравнений (4.11), (4.11а) можно показать, записав уравнение Коши для первых $(n-1)$ -компонент вектора z . В этом случае для управления (4.11) получаем следующую систему $(n-1)$ уравнений:

$$l_i = u_B \int_{t_0}^{\tau_1} \Phi_{i,1}(t_k - s) ds + u_H \int_{\tau_1}^{\tau_2} \Phi_{i,1}(t_k - s) ds + \dots \\ \dots + u'_{ГР} \int_{\tau_{n-1}}^{t_k} \Phi_{i,1}(t_k - s) ds, \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (4.13)$$

Решая данные уравнения относительно $\tau_i, i = \overline{1, n-1}$, получаем

$$\tau_i = f_i(l_1, \dots, l_{n-1}; \lambda), \quad i = \overline{1, n-1}. \quad (4.14)$$

Подставив (4.14) с учетом (4.9) в уравнение вида (4.13) при $i = n$, приходим к (4.7). Аналогично, с использованием уравнения (4.11а) получаем уравнение (4.8).

Интервалы (4.10) изменения $l_i, i = \overline{1, n}$ получаются подстановкой пределов изменения τ_i в функции (4.14).

То, что поверхность P_c , задаваемая уравнениями (4.7), (4.8), является поверхностью области K_c , можно показать, используя прием, с помощью которого доказывается теорема о n интервалах [112]. В соответствии с этим приемом, если значению \bar{l} соответствует управление $u_0^*(\cdot)$ (см. (4.11) или (4.11а), то для того же или меньшего времени $t_k - t_0$ и равенства других компонент R не существует другого вида управления, обеспечивающего перевод объекта из z^0 в z^k . Из (4.6), (4.12) видно, что с увеличением $t_k - t_0$ при прочих равных условиях значения компонент вектора l уменьшаются. Следовательно, на поверхности P_c может иметь место лишь управление вида $u_0^*(\cdot)$. Полученный результат о поверхности P следует также из леммы о границе области достижимости [110].

Следствие 4.1.1. Область K_c^λ , ограниченная поверхностью P_c^λ , выпукла, симметрична относительно начала координат, замкнута и "растет" с увеличением временного интервала $t_k - t_0$ и параметра b , а также расширением границ управления.

Данные свойства вытекают из "подобия" области K_c и множества достижимости [18, 110]. Выпуклость K_c^λ легко показать, рассматривая линейную комбинацию значений \bar{l} , т.е. если $\bar{l}', \bar{l}'' \in K_c^\lambda$, то и $[\mu \bar{l}' + (1-\mu)\bar{l}''] \in K_c^\lambda, \mu \in [0, 1]$. Для симметричности K_c^λ должно выполняться условие: если $\bar{l}' \in K_c^\lambda$, то и $-\bar{l}' \in K_c^\lambda$. Это свойство наглядно проявляется при рассмотрении примера 4.1. Замкнутость K_c и K_c^λ показывается аналогично замкнутости множества достижимости [18, 110]. Последнее свойство понимается в том случае, что если $t'_k - t_0 > t''_k - t_0$, то $K_c^\lambda(t'_k) \subset K_c^\lambda(t''_k)$ и т.д.

Следствие 4.1.2. Вектор l и массив λ однозначно определяют вид и параметры ОУ при следующих наиболее распространенных в практических задачах энергосберегающего управления функционалах

$$I_\rho = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min, \quad I_T = \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min; \\ I_{KB} = \int_{t_0}^{t_k} \left(\sum_{i=1}^n c_i z_i^2(t) + cu^2(t) \right) dt \rightarrow \min; \quad (4.15) \\ I_\sigma = t_k - t_0 \rightarrow \min, \quad I_{\sigma T} = c(t_k - t_0) + \int_{t_0}^{t_k} |u(t)| dt \rightarrow \min.$$

Для функционалов $I_T, I_{\sigma T}$ следствие 4.1.2 справедливо в областях K_j , где оптимальное управление единственно; для областей, в которых управление не единственно, l и λ задают параметры одного из возможных видов оптимального управления.

Доказательства существования и единственности ОУ при функционалах $I_\rho, I_T, I_{KB}, I_\sigma, I_{\sigma T}$ для некоторых объектов приведены в работах [18, 19, 60, 112].

Практическое значение результатов утверждения 4.1 состоит в том, что без определения вида ОУ с помощью уравнений (4.7), (4.8) и соотношений (4.10), (4.14) можно непосредственно по значениям массива реквизитов R проверить, существует ли решение задачи (4.1) – (4.4) для любого из функционалов (4.15) или нет. Основная трудность здесь заключается в получении соотношений (4.7), (4.8), (4.10), (4.14) для каждого нового вида объекта управления, кроме того, поверхность P_c изменяется при смене значений массива R . С целью устранения последнего обстоятельства целесообразно перейти к рассмотрению базовой задачи [26, 45], для которой поверхность P_c инвариантна к изменению компонентов R .

Определение 4.3. Базовой или нормированной для множества исходных задач (4.1) – (4.4), определяемого возможными значениями реквизитов R , называется следующая задача:

$$\left. \begin{aligned} \dot{Z} &= \bar{A}Z(T) + \bar{B}U(T) + \bar{B}_0, & T \in [0; T_k]; \\ \bar{B} &= (0; \dots, 0, \bar{b})^T, & \bar{B}_0 &= (0; \dots, 0, \bar{b}_0)^T; \\ Z(0) &= z^0 \rightarrow Z(T_k) = z^k, & |U(T)| &\leq U_{\text{гр}}; \\ I(Z(\cdot), U(\cdot)) &= \int_0^{T_k} F_0(Z, U, T) dt \rightarrow \min, \end{aligned} \right\} \quad (4.16)$$

соответствующие области существования для которой обозначим через $L_c, L_i, L_c^\Lambda, L_i^\Lambda, i = \overline{1, \nu}$.

Задача (4.16) характеризуется нормированием границ управления и временного интервала. Нетрудно показать, что любую задачу ОУ вида (4.1) – (4.4) можно свести к задаче (4.16), используя простые соотношения. Например, при

$$T_k = 2, \quad U_{\text{гр}} = 1 \quad (4.17)$$

расчет параметров и переменных задачи (4.16) производится по формулам

$$\begin{aligned} \bar{A} &= 0,5(t_k - t_0)A, & \bar{B} &= 0,25(u_b - u_n)(t_k - t_0)B, & T &= 2 \frac{t - t_0}{t_k - t_0}, \\ \bar{B}_0 &= 0,26(u_b + u_n)(t_k - t_0)B, & U &= \frac{2u - u_b - u_n}{u_b - u_n}, & & \\ F_0(Z, U, T) &= \frac{2}{t_k - t_0} f_0(z, u, t). \end{aligned} \quad (4.18)$$

Переход от ОУ $U^*(T)$ задачи (4.16), (4.17) к реальному управлению производится с использованием простых соотношений

$$u^* = 0,5 [U^*(u_b - u_n) + u_b + u_n], \quad t = t_0 + 0,5T(t_k - t_0). \quad (4.19)$$

Утверждение 4.2. Если в задаче (4.1) – (4.4) с функционалами $I_3, I_T, I_{\text{кв}}$ выполняется первое условие утверждения 4.1, а также значения $t_k - t_0, z^0, z^k$ конечны, причем $t_k \neq t_0, z^k \neq z^0$, то существуют синтезирующий n -вектор L и массив параметров Λ , для которых области существования L_c, L_c^Λ и L_i^Λ обладают следующими свойствами:

– области L_c, L_c^Λ и $L_i^\Lambda, i = \overline{1, \nu}$ инвариантны изменениям реквизитов задачи $z^0, z^k, t_0, t_k, B, u_n, u_b$, а области L_c, L_c^Λ не зависят от вида функционала;

– область L_c в пространстве синтезирующего вектора $\bar{L} = (L, \Lambda)$ для каждого вида функционала (4.15) изоморфна (в смысле расположения областей $L_i, i = \overline{1, \nu}$) области K_c в пространстве значений \bar{l} , при этом между значениями \bar{L} и \bar{l} имеет место однозначное соответствие.

Для доказательства свойства инвариантности достаточно показать, что оно выполняется для базовой задачи (4.16). Так как у базовой задачи временной интервал и границы для управления постоянны, а именно эти реквизиты определяют размеры областей существования ОУ, то для задачи (4.16) области $L_c, L_c^\Lambda, L_j, j = \overline{1, \nu}$ постоянны. Действительно, для задачи (4.16), используя формулу Коши, можно записать

$$\begin{aligned} \frac{1}{\bar{b}} \left(z_i^k - \sum_{j=1}^n \bar{\Phi}_{i,j}(2) z_j^0 - \bar{b}_0 \int_0^2 \bar{\Phi}_{i,n}(2-T) dT \right) &= \\ &= \int_0^2 \bar{\Phi}_{i,n}(2-T) U(T) dT, \quad i = \overline{1, n}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

где $\bar{\Phi}_{i,j}(T)$ – компонент матрицы $e^{\bar{A}T}$.

На основании (4.12) и (4.20) можно получить систему уравнений, связывающих компоненты L, Λ и $U(T)$ задачи (4.16), например, в виде

$$L_i = \int_0^2 e^{-\Lambda_i T} U(T) dT, \quad i = \overline{1, n}, \quad (4.21)$$

здесь предполагается, что характеристические числа Λ_i матрицы \bar{A} различные.

С помощью уравнений (4.18) задача (4.1) – (4.4) при любых реквизитах может быть преобразована к базовой. Независимость областей L_c, L_c^Λ от вида функционала следует непосредственно из (4.20), (4.21).

Одинаковое число областей L_j, L_j^Δ для конкретного вида функционала вытекает из соответствия сопряженной системы уравнений принципа максимума для задачи (4.1) – (4.4) и задачи (4.16). При этом, если характеристическое уравнение для матрицы A имеет только действительные корни (условие а) утверждения 4.1), то это сохраняется и для соответствующих корней базовой задачи, а следовательно, и для корней сопряженных систем с переменными $\psi_i(t)$ и $\bar{\psi}_i(t)$, $i=\overline{1, n}$ принципа максимума применительно к задачам (4.1) – (4.4) и (4.16) (см., например, [60]). Следовательно,

$$\psi_i(t) = \sum_{v=1}^n c_{iv} e^{\lambda_v t}, \quad \bar{\psi}_i(t) = \sum_{v=1}^n \bar{c}_{iv} e^{\bar{\lambda}_v t}, \quad i = \overline{1, n},$$

здесь постоянные c_{iv} и \bar{c}_{iv} определяются решением соответствующих граничных задач и выражаются через значения компонент векторов l и L . Выражая $u_j^*(t)$ и $U_j^*(t)$ через $\psi_i(t)$ и $\bar{\psi}_i(t)$, $i = \overline{1, n}$ для конкретного вида функционала, нетрудно убедиться в изоморфности областей L_c и K_c .

Однозначное соответствие между l и L нетрудно показать, выразив вектор L непосредственно через компоненты массива R с использованием равенств (4.18).

Следствие 4.2.1. Поверхности G_c, P_c областей L_c и K_c применительно к задачам (4.1) – (4.4) и (4.16) не зависят от вида функционала, т.е. сохраняются неизменными для функционалов I_3, I_T, I_{KB} .

Следствие 4.2.2. Область L_c есть объединение непересекающихся областей L_j , $j = \overline{1, v}$, при этом v зависит только от вида функционала и значений компонент матрицы A , а границы областей L_j определяются значениями L, Λ .

Следствие 4.2.3. Вид и параметры ОУ задачи (4.1) – (4.4) однозначно определяются значениями вектора L и массива Λ , в свою очередь, рассчитываемыми по реквизитам R .

Следствие 4.2.4. Область L_c^Δ , ограниченная поверхностью G_c^Δ , обладает свойствами выпуклости, симметричности относительно начала координат и замкнутости, отмеченными следствием 4.1.1.

На основе результатов утверждения 4.2 можно построить области L_c, L_c^Δ и L_j^Δ , $j = \overline{1, v}$, не зависящие от значений $z^0, z^k, t_0, t_k, B, u_n, u_b$, и использовать эти области для анализа и синтеза ОУ задачи (4.1) – (4.4) при любых реквизитах R . Это позволяет области L_j^Δ держать в памяти управляющих ЭВМ или контроллеров, что открывает широкие возможности для решения задач анализа и синтеза ОУ в реальном времени.

Пример 4.1. В качестве примера введения вектора синтезирующих переменных и использования утверждений 4.1, 4.2 рассмотрим модель ЗОУ <АИ, Э, Пр, О>. Здесь динамика объекта управления описывается линейным дифференцированным уравнением второго порядка с матрицами

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & a_2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 0 \\ b \end{pmatrix}, \quad (4.22)$$

минимизируемый функционал – затраты энергии I_3 , стратегия реализации ОУ – программная (Пр), управление (скалярное) ограничено, концы фазовой траектории закреплены, временной интервал $t \in [t_0, t_k]$ фиксирован (О).

Объект с такими матрицами A, B называют интегратором с аperiodическим звеном (АИ) или реальным двойным интегратором (РДИ) [18, 113]. Для рассматриваемого объекта

$$\exp[A(t-t_0)] = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a_2}(\exp[a_2(t-t_0)]-1) \\ 0 & \exp[a_2(t-t_0)] \end{pmatrix}. \quad (4.23)$$

Таким образом, модели ЗОУ <АИ, Э, Пр, О> соответствует следующая постановка задачи

$$(AI) \quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t), \\ \dot{z}_2 &= a_2 z_2(t) + bu(t), \quad t \in [t_0, t_k]; \end{aligned}$$

$$(Э) \quad I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt \rightarrow \min_u; \quad (4.24)$$

$$(Пр) \quad u^* = (u^*(t), \quad t \in [t_0, t_k]);$$

$$(О) \quad \begin{aligned} \forall t \in [t_0, t_k]: \quad u(t) &\in [u_n, u_b], \\ z_i(t_0) &= z_i^0; \quad z_i(t_k) = z_i^k, \quad i = 1; 2. \end{aligned}$$

Данная задача, кроме иллюстрированного характера, имеет самостоятельное значение. Она часто встречается при управлении тепловыми аппаратами, электродвигателями, движущимися объектами и гироскопическими системами [18, 19, 114, 115].

Для численного решения ЗОУ задается массив исходных данных (реквизитов)

$$R = (a_2, b, u_H, u_B, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0, t_k), \quad (4.25)$$

при этом с учетом (4.23)

$$z_1^k = z_1^0 + \frac{z_2^0}{a_2} (e^{a_2(t_k-t_0)} - 1) + \frac{b}{a_2} \int_{t_0}^{t_k} (e^{a_2(t_k-s)} - 1) u(s) ds;$$

$$z_2^k = e^{a_2(t_k-t_0)} z_2^0 + b \int_{t_0}^{t_k} e^{a_2(t_k-s)} u(s) ds. \quad (4.26)$$

В соответствии с (4.6) утверждения 4.1

$$l_1 = \frac{a_2}{b} (z_1^k - z_1^0) - \frac{z_2^0}{b} (e^{a_2(t_k-t_0)} - 1) = \int_{t_0}^{t_k} (e^{a_2(t_k-s)} - 1) u(s) ds;$$

$$l_2 = \frac{1}{b} z_2^k - z_2^0 e^{a_2(t_k-t_0)} = \int_{t_0}^{t_k} e^{a_2(t_k-s)} u(s) ds. \quad (4.27)$$

Учитывая особенности матричной экспоненты $\exp[A(t-t_0)]$ удобно вместо l_1 использовать $l'_1 = l_2 - l_1$, т.е.

$$l'_1 = \frac{1}{b} (z_2^k - z_2^0) - \frac{a_2}{b} (z_1^k - z_1^0) = \int_{t_0}^{t_k} u(s) ds. \quad (4.28)$$

В этом случае вектор синтезирующих переменных l и синтезирующий параметр λ соответственно равны

$$l = (l'_1, l_2), \quad \lambda = a_2. \quad (4.29)$$

Соотношения для поверхности P_c получаются с использованием подстановки $u_6^*(t)$ (см. (4.11)) в выражения для l'_1, l'_2 , т.е.

$$l'_1(u_{6'}) = \int_{t_0}^{t_k} u_{6'}(t) dt = \int_{\tau_0}^{\tau'_1} u_B dt + \int_{\tau'_1}^{t_k} u_H dt = \tau'_1 (u_B - u_H) - u_B t_0 + u_H t_k;$$

$$l'_2(u_{6'}) = \int_{t_0}^{\tau'_1} u_H dt + \int_{\tau''}^{t_k} u_B dt = \tau''_1 (u_H - u_B) - u_H t_0 + u_B t_k \quad (4.30)$$

или

$$\tau'_1 = \frac{l'_1(u_{6'}) - u_H t_k + u_B t_0}{u_B - u_H}, \quad \tau''_1 = \frac{l'_1(u_{6'}) - u_B t_k + u_H t_0}{u_H - u_B}. \quad (4.30a)$$

В результате соотношения, задающие поверхность P_c , принимают следующий вид

$$l_2(u_{6'}) = u_B \int_{\tau_0}^{\tau'_1} e^{a_2(t_k-s)} ds + u_H \int_{\tau'_1}^{t_k} e^{a_2(t_k-s)} ds =$$

$$= \frac{u_B}{a_2} e^{a_2(t_k-t_0)} - \frac{u_H}{a_2} + \frac{u_B - u_H}{a_2} e^{a_2 \left(t_k - \frac{l_1(u_{6'}) - u_H t_k + u_B t_0}{u_B - u_H} \right)} \quad (4.31)$$

и аналогично

$$l_2(u_{6'}) = \frac{u_H}{a_2} e^{a_2(t_k-t_0)} - \frac{u_B}{a_2} + \frac{u_B - u_H}{a_2} e^{a_2 \left(t_k - \frac{l_1(u_{6'}) - u_B t_k + u_H t_0}{u_H - u_B} \right)}. \quad (4.31a)$$

Изменению τ_1 в пределах от t_0 до t_k соответствует область значений l'_1 от $u_H(t_k - t_0)$ до $u_B(t_k - t_0)$, т.е.

$$l'_1 \in [u_H(t_k - t_0); u_B(t_k - t_0)]. \quad (4.32)$$

Соответственно границы изменения l_2 определяются равенствами

$$\tau_1 = t_0: l_2(u_{\delta'}) = \frac{u_B}{a_2} e^{a_2(t_k - t_0)} - \frac{u_H}{a_2} + \frac{u_H - u_B}{a_2} e^{a_2(t_k - t_0)} = \frac{u_H}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1),$$

$$l_2(u_{\delta'}) = \frac{u_H}{a_2} e^{a_2(t_k - t_0)} - \frac{u_B}{a_2} + \frac{u_B - u_H}{a_2} e^{a_2(t_k - t_0)} = \frac{u_B}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1);$$

$$\tau_1 = t_k: l_2(u_{\delta'}) = \frac{u_B}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1), \quad l_2(u_{\delta'}) = \frac{u_H}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1),$$

т.е.

$$l_2 \in \left[\frac{u_H}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1); \frac{u_B}{a_2} (e^{a_2(t_k - t_0)} - 1) \right]. \quad (4.32a)$$

Переходя к базовой (нормированной) ЗОУ с временем $T \in [0; 2]$, $U(T) \in [-1; 1]$, получаем

$$\dot{Z}_1 = \bar{a} Z_2(T), \quad \dot{Z}_2 = \bar{a}_2 Z_2(T) + \bar{b} U(T) + \bar{b}_0, \quad T \in [0; 2],$$

$$\bar{I}_3 = \int_0^2 U^2(T) dT \rightarrow \min_U; \quad (4.33)$$

$$U^*(\cdot) = (U^*(T), T \in [0; 2]),$$

$$\forall T \in [0; 2]: U(T) \in [-1; 1], \quad Z_i(0) = z_i^0, \quad Z_i(2) = z_i^k, \quad i=1; 2,$$

где

$$\bar{a} = 0,5(t_k - t_0), \quad \bar{a}_2 = 0,5 a_2 (t_k - t_0), \\ \bar{b} = 0,25 b (t_k - t_0) (u_B - u_H), \quad \bar{b}_0 = 0,25 b (t_k - t_0) (u_B + u_H).$$

Для численного решения базовой ЗОУ задается массив данных

$$\bar{R} = (\bar{a}, \bar{a}_2, \bar{b}, \bar{b}_0, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k). \quad (4.34)$$

Так как матрице \bar{A} соответствует матричная экспонента

$$\exp[\bar{A}T] = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\bar{a}}{\bar{a}_2} (e^{\bar{a}_2 T} - 1) \\ 0 & e^{\bar{a}_2 T} \end{pmatrix}, \quad (4.35)$$

то вектор синтезирующих переменных $L = (L_1, L_2)$ и параметр Λ соответственно равны

$$L_1 = \frac{1}{b} (z_2^k - z_2^0) - \frac{\bar{a}_2}{b \bar{a}} (z_1^k - z_1^0) - 2 \frac{\bar{b}_0}{b} = \int_0^2 U(T) dT;$$

$$L_2 = \frac{1}{b} (z_2^k e^{-2\bar{a}_2} - z_2^0) + \frac{\bar{b}_0}{b \bar{a}_2} (e^{-2\bar{a}_2} - 1) = \int_0^2 e^{-\bar{a}_2 T} U(T) dT;$$

$$\Lambda = \bar{a}_2. \quad (4.36)$$

Следует заметить, что в качестве L_2 может рассматриваться также

$$L'_2 = \frac{1}{b} (z_2^k - z_2^0 e^{2\bar{a}_2}) - \frac{\bar{b}_0}{b \bar{a}_2} (e^{2\bar{a}_2} - 1) = \int_0^2 e^{\bar{a}_2(2-T)} U(T) dT. \quad (4.37)$$

Для базовой ЗОУ соотношения для поверхности L_c , аналогичные (4.31), (4.31a), (4.32), (4.32a), имеют вид

$$L_2(u_{\delta'}) = e^{2\bar{a}_2} (1 + e^{-2\bar{a}_2} - 2e^{-\bar{a}_2(L_1 + 2)/2}) / \bar{a}_2; \quad (4.38)$$

$$L_2(u_{\delta'}) = e^{2\bar{a}_2} (2e^{-\bar{a}_2(2-L_1)/2} - e^{-2\bar{a}_2} - 1) / \bar{a}_2, \quad (4.38a)$$

при этом $L_1 \in [-2; 2]$, $L_2 \in \left[(1 - e^{2\bar{a}_2}) / \bar{a}_2; (e^{2\bar{a}_2} - 1) / \bar{a}_2 \right]$. (4.39)

Для проверки существования решения ЗОУ при заданном массиве исходных данных R требуется рассчитать значения (L_1, L_2, \bar{a}_2) и затем определить, находится ли точка L_1, L_2 внутри области, ограниченной линиями $L_2(u_{\delta'})$ и $L_2(u_{\delta'})$.

Например, пусть

$$R = \left(\begin{array}{l} a_2 = -0,1, \quad b = 0,2, \quad u_H = -100, \quad u_B = 100; \\ z_1^0 = 0; \quad z_2^0 = 0; \quad z_1^K = 1000; \quad z_2^K = 0; \quad t_0 = 0; \quad t_K = 20 \end{array} \right),$$

тогда в соответствии с формулами (4.18), (4.36)

$$\bar{a} = 10, \quad \bar{a}_2 = -1, \quad \bar{b} = 200, \quad \bar{b}_0 = 0, \\ L_1 = 0,5, \quad L_2 = 0.$$

При $L_1 = 0,5$ и $\bar{a}_2 = -1$, согласно (4.38), (4.39):

$$L_2(u_{6^*}) = -0,19, \quad L_2(u_{6^*}) = 0,847.$$

Так как $L_2 \in [-0,19; 0,847]$, то решение ЗОУ при исходных данных R существует.

Как видно из примера 4.1, вместо рассмотрения ОУ в зависимости от значений компонентов массива R размерности, равной десяти (см (4.20)), анализ методом синтезирующих переменных производится в трехмерном пространстве (L_1, L_2, \bar{a}_2) . Это позволяет визуализировать и хранить в базе знаний результаты анализа для различных моделей ЗОУ.

4.2. ПРОГРАММНАЯ СТРАТЕГИЯ

В данном разделе рассматриваются основные задачи полного анализа оптимального управления в виде программы $u^*(\cdot) = (u^*(t), t \in [t_0, t_K])$.

К этим задачам относятся определение возможных видов функций $u^*(t)$ для конкретных моделей ЗОУ, получение соотношений для расчета параметров этих функций, определение границ существования функций ОУ различных видов и некоторые другие.

4.2.1. Виды функций оптимального управления

Определение видов функций ОУ производится с использованием принципа максимума [60]. Рассмотрим эту задачу применительно к модели объекта в нормированном виде [см. (4.33)] для $n = 2$, т.е.

$$\dot{Z} = \bar{A}Z(T) + \bar{B} \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{b} \right) \stackrel{\Delta}{=} \bar{F}(Z, U, T) = \begin{pmatrix} \bar{f}_1(Z, U, T) \\ \bar{f}_2(Z, U, T) \end{pmatrix} \quad (4.40)$$

и функционала

$$\bar{I} = \int_0^2 \bar{f}_0(Z, U, T) dT \rightarrow \min_U. \quad (4.41)$$

В этом случае Гамильтониан (функция Понтрягина) имеет вид

$$\bar{H} = -\bar{f}_0 + \langle \bar{\Psi}, \bar{F} \rangle = -\bar{f}_0 + \bar{\Psi}_1 \bar{f}_1 + \bar{\Psi}_2 \bar{f}_2; \quad \bar{\Psi} \stackrel{\Delta}{=} (\bar{\Psi}_1, \bar{\Psi}_2)^T, \quad (4.42)$$

где $\bar{\Psi}_1(T), \bar{\Psi}_2(T)$ – промежуточные переменные (импульсы), аналогичные неопределенным множителям Лагранжа.

Возможные виды функций ОУ определяются из условия

$$\bar{H} = -\bar{f}_0 + \bar{\Psi}_1 \bar{f}_1 + \bar{\Psi}_2 \bar{f}_2 \rightarrow \max_U, \quad (4.43)$$

при этом функции $\bar{\Psi}_i(T)$ $i = 1, 2$ находятся решением уравнений

$$\dot{\bar{\Psi}}_1 = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial Z_1}, \quad \dot{\bar{\Psi}}_2 = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial Z_2} \quad (4.44)$$

или в векторно-матричной форме

$$\dot{\bar{\Psi}} = -\frac{\partial \bar{H}}{\partial Z} \stackrel{\Delta}{=} \bar{A} \bar{\Psi}(T). \quad (4.44a)$$

Очевидно, решение (4.44a) имеет вид

$$\bar{\Psi}(T) = e^{\bar{A}T} \bar{\Psi}(0), \quad \bar{\Psi} = (\bar{\Psi}_1(0), \bar{\Psi}_2(0))^T, \quad (4.45)$$

где $\bar{\Psi}_i(0)$, $i = 1, 2$ – начальные условия (константы).

Определение 4.4. Функции ОУ $u_i^*(t)$ и $u_j^*(t)$ относятся к разным видам, если они различаются числом параметров, а также при равном числе параметров, если последние находятся решением разных уравнений.

Утверждение 4.3. Если ЗОУ формулируется как задача (4.1) – (4.4) при функционале I_3 , то возможные виды функций $u^*(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ определяются из соотношения:

$$U^*(T) = \begin{cases} -1, & \text{если } 0,5 \bar{b} \tilde{\Psi}_n(T) < -1; \\ \frac{\bar{b}}{2} \tilde{\Psi}_n(T), & \text{если } 0,5 \bar{b} \tilde{\Psi}_n(T) \in [-1; 1]; \\ 1, & \text{если } 0,5 \bar{b} \tilde{\Psi}_n(T) > 1, \end{cases} \quad (4.46)$$

полученного для соответствующей базовой ЗОУ (4.16), где $\tilde{\Psi}_n(T)$ – n -я компонента вектора $\tilde{\Psi}(t) = (\tilde{\Psi}_1(t), \dots, \tilde{\Psi}_n(t))^T$, являющегося решением системы уравнений

$$\dot{\tilde{\Psi}} = (-1)A^T \tilde{\Psi}(t); \quad \tilde{\Psi}(t_0) = \tilde{\Psi}^0. \quad (4.47)$$

Доказательство утверждения непосредственно следует из принципа максимума и соотношений метода синтезирующих переменных.

Определение 4.5. При анализе ЗОУ $\langle M, \Xi, \text{Пр}, O \rangle$ вид функции ОУ, для которого

$$\forall T \in [0; 2]: U^*(T) \stackrel{\Delta}{=} U_1^*(T) = \frac{\bar{b}}{2} \tilde{\Psi}_n(T) \in [-1; 1]$$

и число параметров $U^*(T)$ равно n , будем называть первым или основным без переключений. Виды функций ОУ, отличающиеся от первого наличием участков с граничными значениями -1 или 1 , будем называть основными с переключениями.

Определение 4.6. Функции ОУ, для которых при определении параметров не требуется решать уравнения вида (4.21), будем называть полюсами.

Примерами полюсов являются ОУ вида

$$U_{n1}^*(T) = 1, T \in [0; 2]; U_{n2}^*(T) = -1, T \in [0; 2] \text{ и др.}$$

Пример 4.2. Пусть решается ЗОУ (4.33), т.е.

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = \bar{a} Z_2(T); \\ \dot{Z}_2 = \bar{a}_2 Z_2(T) + \bar{b} \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} \right), \end{cases}$$

$$\bar{f}_1(Z, U, T) = \bar{a} Z_2(T);$$

$$\bar{f}_2(Z, U, T) = \bar{a}_2 Z_2(T) + \bar{b} \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} \right)$$

и

$$\bar{f}_0(Z, U, T) = \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} \right)^2.$$

В этом случае условие (4.43) принимает вид

$$\bar{H} = - \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} \right)^2 + \bar{\Psi}_1(T) \bar{a} Z_2(T) + \bar{\Psi}_2(T) \left[\bar{a}_2 Z_2(T) + \bar{b} \left(U(T) + \frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} \right) \right] \rightarrow \max_U. \quad (4.48)$$

Предположим, что интервал $[u_n, u_b]$, ограничивающий скалярное управление, симметричный, т.е. $|u_n| = u_b$, тогда

$$\frac{\bar{b}_0}{\bar{b}} = \frac{u_n + u_b}{u_n - u_b} = 0 \quad (4.49)$$

и

$$\bar{H} = -U^2 + \bar{\Psi}_1 \cdot \bar{a} Z_2 + \bar{\Psi}_2 (\bar{a} Z_2 + \bar{b} U) \rightarrow \max_U. \quad (4.49a)$$

Система уравнений (4.44) для нашего случая имеет вид

$$\dot{\tilde{\Psi}}_1 = 0;$$

$$\dot{\bar{\Psi}}_2 = -\bar{a}\bar{\Psi}_1(T) - \bar{a}_2\bar{\Psi}_2(T), \quad (4.50)$$

или

$$\begin{pmatrix} \dot{\bar{\Psi}}_1 \\ \dot{\bar{\Psi}}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\bar{a} & -\bar{a}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \bar{\Psi}_1(T) \\ \bar{\Psi}_2(T) \end{pmatrix}; \quad \tilde{A} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -\bar{a} & -\bar{a}_2 \end{pmatrix}. \quad (4.50a)$$

Заметим, что система дифференциальных уравнений (4.50) является сопряженной системе уравнений

$$\begin{cases} \dot{Z}_1 = \bar{a}Z_2(T); \\ \dot{Z}_2 = \bar{a}_2Z_2(T) \end{cases} \quad \text{при } \bar{A} = \begin{pmatrix} 0 & \bar{a} \\ 0 & \bar{a}_2 \end{pmatrix}$$

и

$$\tilde{A} = (-1)\bar{A}^T.$$

Матричная экспонента в (4.44a)

$$e^{\tilde{A}T} = \begin{pmatrix} \tilde{\Phi}_{11}(T) & \tilde{\Phi}_{12}(T) \\ \tilde{\Phi}_{21}(T) & \tilde{\Phi}_{22}(T) \end{pmatrix} \quad (4.51)$$

может быть определена с использованием обратного преобразования Лапласа, т.е.

$$e^{\tilde{A}T} = \mathbf{L}^{-1} \left[(pE - \tilde{A})^{-1} \right], \quad (4.52)$$

где E – единичная матрица; p – параметр преобразования Лапласа.

Для рассматриваемого примера корни характеристического уравнения матрицы $(pE - \tilde{A})$ равны $\tilde{p}_1 = \bar{a}_2$, $\tilde{p}_2 = 0$, следовательно,

$$e^{\tilde{A}T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{\bar{a}}{\bar{a}_2}(e^{-\bar{a}_2T} - 1) & e^{-\bar{a}_2T} \end{pmatrix}. \quad (4.53)$$

Заметим, что матрица $e^{\tilde{A}T}$ может быть получена транспонированием матрицы $e^{\bar{A}T}$, заменой $\exp[\bar{a}_2T]$ на $\exp[-\bar{a}_2T]$ и введением $\bar{a} = 0,5(t_k - t_0)$.

Используя (4.53) и (4.50), получаем

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_1(T) &= \bar{\Psi}_1(0); \\ \bar{\Psi}_2(T) &= \frac{\bar{a}}{\bar{a}_2}(e^{-\bar{a}_2T} - 1)\bar{\Psi}_1(0) + e^{-\bar{a}_2T}\bar{\Psi}_2(0). \end{aligned} \quad (4.54)$$

Учитывая, что $\bar{\Psi}_i(0)$, $i = 1, 2$ – константы, можно записать

$$\bar{\Psi}_2(T) = c_0 + c_1 e^{-\bar{a}_2T}, \quad (4.55)$$

где c_0, c_1 – неизвестные (пока) постоянные.

Для выполнения условия (4.48a) дифференцированием \bar{H} по U получаем уравнение

$$-2U + \bar{b}\bar{\Psi}_2 = 0 \quad \text{или} \quad U = \frac{\bar{b}}{2}\bar{\Psi}_2. \quad (4.56)$$

С учетом ограничения на управление, используемое в базовой задаче (4.33), т.е.

$$\forall T \in [0; 2]: \quad U(T) \in [-1; 1],$$

получаем соотношение, определяющее возможные виды функций ОУ:

$$U^*(T) = \begin{cases} -1, & \text{если } \frac{\bar{b}}{2}\bar{\Psi}_2(T) < -1; \\ \frac{\bar{b}}{2}\bar{\Psi}_2(T), & \text{если } \frac{\bar{b}}{2}\bar{\Psi}_2(T) \in [-1; 1]; \\ 1, & \text{если } \frac{\bar{b}}{2}\bar{\Psi}_2(T) > 1. \end{cases} \quad (4.57)$$

В соответствии с определением 4.5 и уравнением (4.55) функция ОУ первого вида записывается следующим образом

$$U_1^*(T) = \frac{\bar{b}}{2} \bar{\Psi}_2(T) = \frac{\bar{b}}{2} (c_0 + c_1 e^{-\bar{a}_2 T}) = C_1 + D_1 e^{-\bar{a}_2 T}, \quad (4.58)$$

где C_1, D_1 – параметры ОУ, которые рассчитываются по известным значениям L_1, L_2, \bar{a}_2 решением уравнений (4.36).

На основе (4.57), (4.58) и учитывая характер функции $\exp[-\bar{a}_2 T]$, получаем следующие семь основных видов функций нормированного ОУ с двумя параметрами:

$$\begin{aligned} U_1^*(T) &= C_1 + D_1 e^{-\bar{a}_2 T}, \quad T \in [0; 2]; \\ U_2^*(T) &= \begin{cases} U_2(T), & T \in [0, T_2]; \\ -1, & T \in [T_2, 2]; \end{cases} \\ U_3^*(T) &= \begin{cases} U_3(T), & T \in [0, T_3]; \\ 1, & T \in [T_3, 2]; \end{cases} \\ U_4^*(T) &= \begin{cases} 1, & T \in [0, T_4]; \\ U_4(T), & T \in [T_4, 2]; \end{cases} \\ U_5^*(T) &= \begin{cases} -1, & T \in [0, T_5]; \\ U_5(T), & T \in [T_5, 2]; \end{cases} \\ U_6^*(T) &= \begin{cases} 1, & T \in [0, T_6]; \\ U_6(T), & T \in [T_6, T_6']; \\ -1, & T \in [T_6', 2]; \end{cases} \\ U_7^*(T) &= \begin{cases} -1, & T \in [0, T_6]; \\ U_7(T), & T \in [T_7, T_7']; \\ 1, & T \in [T_7', 2]; \end{cases} \\ U_i(T) &= C_i + D_i e^{-\bar{a}_2 T}, \quad i = \overline{2, 7}, \end{aligned} \quad (4.59)$$

где $T_i, i = \overline{2, 3}, T_i', i = \overline{6, 7}$ – моменты "переключения", т.е. перехода функции $U_i(T)$ на граничное значение.

Следует заметить, что для основных видов функций ОУ с переключениями $U_i^*(T), i = \overline{2, 7}$ число параметров сводится к двум с использованием дополнительных условий в точках "переключения"

$$(T = 0, U = 1), (T_i = 0, U = -1), (T_i = 2, U = 1), (T_i = 0, U = -1).$$

Например, для ОУ четвертого вида, т.е.

$$U_4^*(T) = \begin{cases} 1, & T \in [0, T_4]; \\ C_4 + D_4 e^{-\bar{a}_2 T}, & T \in (T_4, 2] \end{cases}$$

дополнительное условие имеет вид

$$C_4 + D_4 e^{-\bar{a}_2 T_4} = 1$$

или

$$T_4 = \frac{1}{\bar{a}_2} \ln \left(\frac{1 - C_4}{D_4} \right),$$

т.е. момент "переключения" T_4 выражается через параметры C_4, D_4 .

Видам функций ОУ (4.59) соответствуют некоторые области G_1, G_2, \dots, G_7 в пространстве синтезирующих переменных L_1, L_2, \bar{a}_2 .

Помимо функций (4.59) имеются функции ОУ с одним параметром, уже рассмотренные в разд. 4.1 применительно к задаче оптимального быстрогодействия, т.е.

$$\begin{aligned} U_8^*(T) &= \begin{cases} 1, & T \in [0, T_8]; \\ -1, & T \in [T_8, 2]; \end{cases} \\ U_9^*(T) &= \begin{cases} -1, & T \in [0, T_9]; \\ 1, & T \in [T_9, 2]; \end{cases} \end{aligned} \quad (4.60)$$

а также другие. К последним относятся функции, у которых момент "переключения" T_i совпадает со значением $T = 0$ или $T = 2$. Например, $T_4 = 0$, в этом случае

$$U_{4(1)}^*(T) = \begin{cases} 1, & T=0; \\ C_4 + D_4 e^{-\bar{a}_2 T}, & T \in (0; 2]. \end{cases} \quad (4.61)$$

В соответствии с определением 4.6 наряду с полюсами

$$U_{n1}^*(T) = 1, \quad T \in [0; 2]; \quad (4.62)$$

$$U_{n2}^*(T) = -1, \quad T \in [0; 2] \quad (4.62a)$$

имеются еще два полюса

$$U_{n3}^*(T) = \begin{cases} 1, & T=0; \\ U_{n3}(T), & T \in (0; 2); \\ -1, & T=2 \end{cases} \quad (4.62б)$$

и

$$U_{n4}^*(T) = \begin{cases} -1, & T=0; \\ U_{n4}(T), & T \in (0; 2); \\ 1, & T=2. \end{cases} \quad (4.62в)$$

Функциям ОУ $U_{ni}^*(T)$, $i = \overline{1, 4}$ в пространстве (L_1, L_2, \bar{a}_2) соответствуют линии, а в сечениях $\bar{a}_2 = \text{const}$ – точки.

На рис. 4.1 показаны граничные линии (сечения граничных поверхностей), разделяющие области существования функций ОУ различных видов при $\bar{a}_2 = -1$, а точками выделены места, соответствующие функциям U_{ni}^* , $i = \overline{1, 4}$. Как видно из рисунка, сечение области существования функции ОУ $U_1^*(T)$ представляет собой параллелограмм со сторонами, соединяющими точки U_{ni}^* , $i = \overline{1, 4}$.

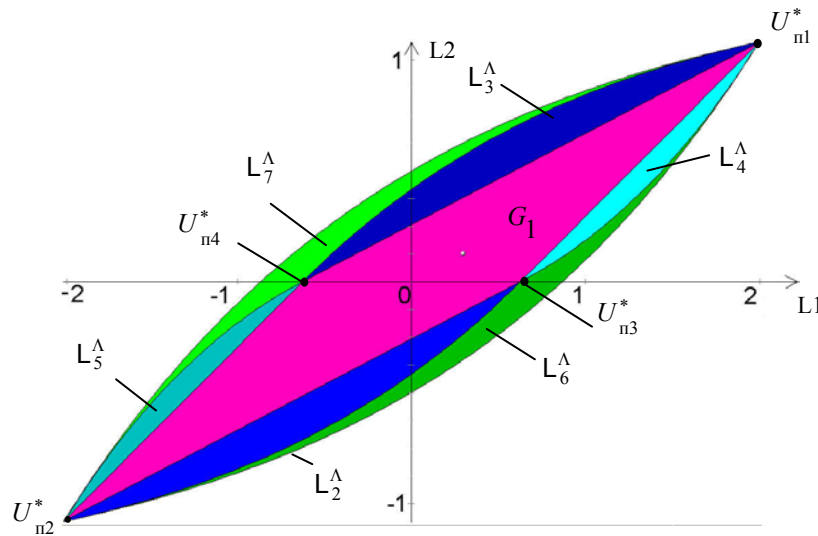


Рис. 4.1. Сечения областей существования видов ОУ модели <АИ, Э, Пр, О> при $\bar{a}_2 = -1$

4.2.2. Расчет параметров оптимального управления

В общем случае соотношения для расчета параметров функций $U_i^*(T)$ по значениям синтезирующим переменным получаются решением систем уравнений вида

$$L_j = \int_0^2 \bar{\Phi}_{j,n} (2-T) U_i^*(T) dT, \quad j = \overline{1, n}. \quad (4.63)$$

Пример 4.3. Для рассматриваемого объекта второго порядка в примере 4.2 параметры основных видов функций ОУ (4.59) определяются решением систем уравнений

$$L_1 = \int_0^2 U_i^*(T) dT; \quad L_2 = \int_0^2 e^{-\bar{a}_2 T} U_i^*(T) dT \quad (4.64)$$

и дополнительных условий типа $(T=0; U_i = 1)$.

Расчет параметров C_1, D_1 функции ОУ первого типа $U_1^*(T)=C_1+D_1e^{-\bar{a}_2T}$ может производиться по конечным формулам. Действительно, подставляя $U_1^*(T)$ в (4.64) и интегрируя, получим систему линейных уравнений относительно C_1, D_1 :

$$\begin{aligned} 2C_1 + \frac{1}{\bar{a}_2}(1 - e^{-2\bar{a}_2})D_1 &= L_1; \\ \frac{1}{\bar{a}_2}(e^{2\bar{a}_2} - 1)C_1 + \frac{1}{2\bar{a}_2}(e^{2\bar{a}_2} - e^{-2\bar{a}_2})D_1 &= L_2. \end{aligned} \quad (4.65)$$

В результате параметры C_1, D_1 в зависимости от значений L_1, L_2, \bar{a}_2 рассчитываются по формулам:

$$\begin{aligned} C_1 &= [0,5L_1(e^{2\bar{a}_2} - e^{-2\bar{a}_2}) - L_2(1 - e^{-2\bar{a}_2})] / \bar{a}_2 \Delta; \\ D_1 &= [2L_2 - L_1(e^{2\bar{a}_2} - 1) / \bar{a}_2] / \Delta, \end{aligned} \quad (4.66)$$

здесь

$$\Delta = \frac{1}{\bar{a}_2}(e^{2\bar{a}_2} - e^{-2\bar{a}_2}) - \frac{1}{\bar{a}_2^2}(e^{\bar{a}_2} - e^{-\bar{a}_2})^2,$$

или

$$\begin{aligned} D_1 &= \frac{\bar{a}_2 L_1 - 2\bar{a}_2 L_2 (e^{2\bar{a}_2} - 1) - 1}{1 - \bar{a}_2 - e^{-2\bar{a}_2} - \bar{a}_2 e^{-2\bar{a}_2}}; \\ C_1 &= \frac{1}{2} L_1 - \frac{D_1}{2\bar{a}_2} (1 - e^{-2\bar{a}_2}). \end{aligned} \quad (4.66a)$$

Для пересчета параметров C_1, D_1 в параметры d_0, d_1 управления $u_1^*(t) = d_0 + d_1 e^{-a_2(t-t_0)}$ в натуральном масштабе используются формулы (4.19), т.е.

$$d_0 = \frac{u_B - u_H}{2} C_1 + \frac{u_H + u_B}{2}, \quad d_1 = \frac{u_B - u_H}{2} D_1.$$

Пусть имеет место функция ОУ $U_3^*(T), T \in [0; 2]$ (см. (4.59)). В этом случае с учетом условия $U_3^*(T_3) = 1$ и формул (4.64) получаем три уравнения

$$C_3 + D_3 e^{-\bar{a}_2 T_3} = 1; \quad (4.67)$$

$$C_3 T_3 - \frac{D_3}{\bar{a}_2} (e^{-\bar{a}_2 T_3}) = L_1 - 2 + T_3; \quad (4.67a)$$

$$C_3 (1 - e^{-\bar{a}_2 T_3}) + \frac{1}{2} D_3 (1 - e^{-\bar{a}_2 T_3}) = \bar{a}_2 L_2 + e^{-2\bar{a}_2} - e^{-\bar{a}_2 T_3}. \quad (4.67b)$$

Используя равенства (4.67) и (4.67a), определяем зависимости

$$D_3 = \bar{a}_2 \frac{L_1 - 2}{1 - e^{-\bar{a}_2 T_3} (1 + \bar{a}_2 T_3)}; \quad (4.68)$$

$$C_3 = 1 - \bar{a}_2 e^{-\bar{a}_2 T_3} \frac{L_1 - 2}{1 - e^{-\bar{a}_2 T_3} (1 + \bar{a}_2 T_3)}. \quad (4.68a)$$

Подставляя (4.68), (4.68a) в (4.67b), получаем соотношение для расчета T_3 , т.е.

$$\frac{(e^{-\bar{a}_2 T_3})^2}{1 - e^{-\bar{a}_2 T_3} (1 + \bar{a}_2 T_3)} = \frac{\bar{a}_2 L_2 + e^{-2\bar{a}_2} - 1}{\bar{a}_2 (0,5L_1 - 1)}. \quad (4.69)$$

Если компоненты массива R равны

$$\begin{aligned} a_2 &= -0,8, \quad b = -0,02, \quad u_H = -2, \quad u_B = 2, \quad z_1^0 = 1, \quad z_2^0 = 1, \\ z_1^k &= 2,3, \quad z_2^k = 0; \quad t_0 = 0, \quad t_k = 5. \end{aligned}$$

Тогда, согласно (4.36),

$$L_1 = -0,4; \quad L_2 = 10 \quad \text{и} \quad \bar{a}_2 = -2.$$

В результате $T_3 = 1,844$, $C_3 = -0,769$, $D_3 = 0,044$, т.е.

$$U_3^*(T) = \begin{cases} -0,769 + 0,044 e^{2T}, & T \in [0; 1,844); \\ 1, & T \in [1,844; 2] \end{cases}$$

или

$$u_3^* = \begin{cases} -1,5376 + 0,0855 e^{0,8t}, & t \in [0; 4,61); \\ 2, & t \in [4,61; 5]. \end{cases}$$

Следует заметить, что при возрастании размерности вектора фазовых координат увеличивается число видов функции ОУ, а также их параметров. Пример возможных функций для объекта, динамика которого описывается дифференциальным уравнением третьего порядка, рассмотрен в [116].

4.3. АНАЛИЗ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Большинство энергоемких технологических объектов (машин, аппаратов и других) имеют несколько входов и несколько выходов, т.е. относятся к классу многомерных динамических систем, называемых МИМО-системами. Существующая теория решения задач оптимального управления такими объектами в основном базируется на методах аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) или синтезе линейных квадратичных регуляторов (ЛКР). Данная теория не получила развития для решения задач энергосберегающего управления в связи со сложностью оперативного определения видов функций оптимального управления, вызываемых изменением производственно-технологической ситуации.

Рассмотрим основные аспекты использования принципа максимума и метода синтезирующих переменных применительно к многомерным объектам с "сильными" перекрестными связями.

Типичным примером таких объектов являются электрические печи, в которых необходимо учитывать распределение температуры по длине печи. Для решения задач анализа ОУ обычно такие объекты рассматривают как многозонные. Упрощенная схема m -зонной электрической печи приведена на рис. 4.2, а; здесь $u = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$, $y = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$ – векторы управления и выходных переменных, соответственно. В качестве u_i обычно используется ток через нагревательные элементы i -й зоны, а y_i – измеряемая температура в центральной части i -й зоны.

Принципиальной особенностью такого объекта управления от ранее рассмотренных является то, что необходимо учитывать взаимное влияние температурных режимов в соседних зонах друг на друга.

Задача энергосберегающего управления, таким образом, формулируется следующим образом.

Объект, описываемый моделью динамики

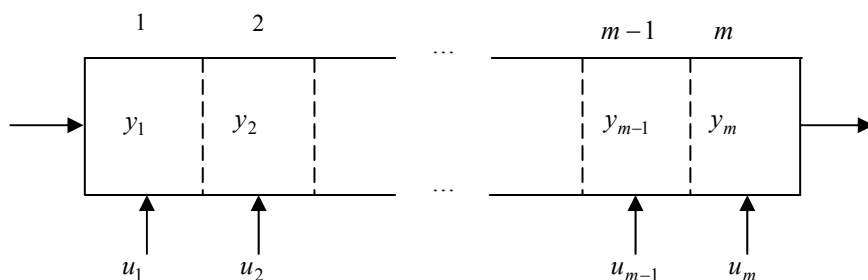
$$\dot{z} = Az(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0, t_k], \quad (4.70)$$

требуется перевести из начального состояния z^0 в конечное z^k , т.е.

$$z(t_0) = z^0 = (z_1^0, \dots, z_n^0)^T, \quad z(t_k) = z^k = (z_1^k, \dots, z_n^k)^T, \quad (4.71)$$

при выполнении ограничений на управляющие воздействия в каждый момент времени

$$\forall t \in [t_0, t_k]: u_i(t) \in [u_{hi}, u_{bi}], \quad i = \overline{1, m} \quad (4.72)$$



а)

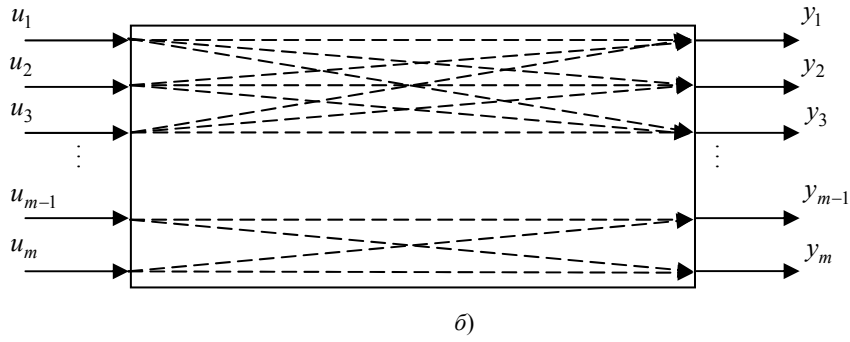


Рис. 4.2. Упрощенная схема m -зонной электрической печи (а) и схема связей между входными и выходными переменными (б)

и минимуме функционала

$$J_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^T(t) C u(t) dt \rightarrow \min, \quad (4.73)$$

где $u_{нi}, u_{вi}$ – границы изменения управляющего воздействия u_i ; A, B – матрицы параметров объекта соответствующих размерностей; C – $m \times m$ – матрица весовых коэффициентов.

Основные трудности решения задачи (4.70) – (4.73) связаны с определением видов функций оптимального управления (ОУ) $u_i^*(t), i = 1, m$ и расчетом их параметров, а также с проверкой существования решения задачи для задаваемого массива исходных данных.

Рассмотрим предлагаемый подход решения задач второго класса на простейшем примере. Пусть $n = m = 2$ и

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.74)$$

В этом случае для определения функции ОУ $u_1^*(t), u_2^*(t)$ задается массив исходных данных

$$R = (a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}, b_1, b_2, u_{н1}, u_{в1}, u_{н2}, u_{в2}, z_1^0, z_2^0, z_1^k, z_2^k, t_0, t_k). \quad (4.75)$$

Так как $n = 2$, то, используя принцип максимума и метод синтезирующих переменных, можно показать, что "основной" вид компонентов вектора $U(T)$ в нормированном масштабе, т.е. $U \in [-1; 2], T \in [0; 2]$, определяется выражениями

$$\begin{aligned} \bar{u}_1(T) &= \bar{b}_1 (\bar{f}_{11}(T) D_1 + \bar{f}_{12}(T) D_2); \\ \bar{u}_2(T) &= \bar{b}_2 (\bar{f}_{21}(T) D_1 + \bar{f}_{22}(T) D_2), \end{aligned} \quad (4.76)$$

где $\bar{f}_{ij}(T)$ – компоненты матричной экспоненты $\exp(-\bar{A}^T T)$, $\bar{A} = 0,5 \Delta t A$; $\bar{b}_i = 0,25 \Delta t b_i, i = 1, 2$; $\Delta t = t_k - t_0$; $\Delta u = u_{в} - u_{н}$, D_1, D_2 – параметры функций ОУ.

Значения параметров определяются решением системы линейных уравнений

$$\begin{aligned} D_1 (\bar{b}_1 \varphi_{11,11} + \bar{b}_2 \varphi_{12,21}) + D_2 (\bar{b}_1 \varphi_{11,11} + \bar{b}_2 \varphi_{12,22}) &= L_1; \\ D_1 (\bar{b}_1 \varphi_{21,11} + \bar{b}_2 \varphi_{22,21}) + D_2 (\bar{b}_1 \varphi_{21,12} + \bar{b}_2 \varphi_{22,22}) &= L_2, \end{aligned} \quad (4.77)$$

в которых синтезирующие переменные L_1, L_2 рассчитываются по формулам

$$\begin{aligned} L_1 &= z_1^k - f_{11}(2) \cdot z_1^0 - f_{12}(2) \cdot z_2^0; \\ L_2 &= z_2^k - f_{21}(2) \cdot z_1^0 - f_{22}(2) \cdot z_2^0, \end{aligned} \quad (4.78)$$

а коэффициенты $\varphi_{ij, \nu\mu}(i, j, \nu, \mu \in \{1; 2\})$ есть интегралы вида

$$\varphi_{ij, \nu\mu} = \int_0^2 \varphi_{ij}(2-T) \cdot \varphi_{\nu\mu}(T) dT,$$

где $\varphi_{ij}(2-T)$ – компоненты матричной экспоненты $\exp(\bar{A}^T (2-T))$. Если для матрицы A выполняется условие

$$D = \frac{1}{4} (a_{11} + a_{22})^2 + a_{11} a_{22} - a_{11} a_{22} > 0, \quad (4.79)$$

то уравнения $\bar{U}_i(T)$, $i=1, 2$ приводятся к виду

$$\bar{U}_i(T) = D_{i\beta} e^{\bar{\beta}T} + D_{i\alpha} e^{\bar{\alpha}T}, \quad i=1, 2, \quad (4.80)$$

здесь параметры $D_{i\beta}$, D_{ij} вычисляются по значениям параметров D_1 , D_2 , а

$$\bar{\alpha} = -\frac{\Delta t}{2} \left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2} + \sqrt{D} \right), \quad \bar{\beta} = -\frac{\Delta t}{2} \left(\frac{a_{11} + a_{22}}{2} - \sqrt{D} \right).$$

Полученные результаты позволяют сформулировать основные положения предлагаемого подхода решения задач энергосберегающего управления методом синтезирующих переменных.

1. Исходная задача (4.70) – (4.73) нормируется по времени t и управлению $u(t)$, т.е. вводя T и $U(T)$.
2. Вводится вектор синтезирующих переменных L (см. (4.78)) и рассчитываются его значения для исходных данных (4.75).
3. Решением системы уравнений (4.77) определяются параметры D_1 , D_2 и затем функции ОУ $\bar{U}_i(T)$, $i=1, 2$ по формулам (4.78).
4. Проверяется выполнение условия (4.79) и, если оно выполняется, то далее используются управления $\bar{U}_i(T)$ в форме (4.80).
5. Рассчитываются траектории $\bar{U}_i(\cdot) = (\bar{U}_i(T), T \in [0; 2])$ и проверяется выполнение условия (4.72) для нормированного управления, т.е. $\forall t \in [0; 2]: \bar{U}_i(T) \in [-1; 1, i=1, 2]$. Если это условие выполняется, то $\bar{U}_2(T)$ обеспечивает минимум функционала (4.73) и является оптимальным. Если условие не выполняется, то по значениям траектории $\bar{U}_i(T)$ делается предположение о возможном виде функции ОУ. Для предполагаемого вида составляются уравнения для расчета параметров. (Следует заметить, что они уже не будут линейными.)
6. Рассчитанное нормированное оптимальное управление (если для задаваемых исходных данных (4.75) оно вообще существует) пересчитывается в ОУ натурального масштаба по формулам

$$u_i(t) = \frac{u_{\text{в}} + u_{\text{н}}}{2} + \frac{u_{\text{в}} - u_{\text{н}}}{2} U_i \left(t_0 + \frac{\Delta t}{2} T \right).$$

Таким образом, использование метода синтезируемых переменных с соответствующим нормированием исходной задачи существенно облегчает создание программных модулей для автоматизированного синтеза алгоритмического обеспечения микропроцессорных устройств энергосберегающего управления многомерными объектами.

4.4. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ПОМЕХ

Многие системы энергосберегающего управления в процессе реальной эксплуатации подвержены воздействию возмущений и помех. Поэтому важной задачей анализа является оценка влияния этих факторов на значение энергетического функционала, достижение конечного значения вектора фазовых координат и выбор стратегии управления.

Рассмотрим эти вопросы на примере задачи оптимального управления при ограничении на управление, с закрепленными концами траектории изменения фазовых координат, при минимизируемом функционале – затраты энергии, при наличии помех в каналах управления и измерения типа "белый шум", которая в дискретной форме записывается в виде

$$x_{i+1} = Fx_i + Gu_i + w_i, \quad i = \overline{0, N-1}; \quad (4.81)$$

$$y_i = Hx_i + v_i; \quad (4.82)$$

$$I_3 = \delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \rightarrow \min; \quad (4.83)$$

$$\forall i \in [0, N-1]: u_i \in [u_{\text{н}}, u_{\text{в}}]; \quad (4.84)$$

$$x_0 = x^0, x_N \in \chi^k; \quad (4.85)$$

$$E[w_i, w_j^T] = R \cdot \delta(i, j), \quad E[v_i, v_j^T] = Q \cdot \delta(i, j), \quad (4.86)$$

где x_i , u_i , y_i – значения соответственно вектора фазовых координат, управления (скалярного) и выходной переменной на i -м шаге; w_i , v_i – шумы в каналах управления и измерения; F , G , H – матрицы параметров объекта управления соответствующих размерностей; δt – временной шаг дискретизации; N – число шагов на временном интервале управления; x^0 , χ^k – начальное значение вектора x и конечная область, в которую требуется перевести объект за N шагов; $E[\]$ – знак математического ожидания; R , Q – дисперсии w и v ; $\delta(i, j)$ – функция Кронекера.

Требуется найти управляющие воздействия, являющиеся решением задачи (4.81) – (4.86) при позиционной стратегии с учетом помех. Массив исходных данных сформулированной задачи имеет вид

$$R = (F, G, H, x^0, \chi^k, u_{\text{н}}, u_{\text{в}}, Q, R, \delta t, N, x_i). \quad (4.87)$$

В ряде случаев дополнительно к ограничению на управление в каждый момент времени (см. (4.84)) накладывается интегральное ограничение на лимит энергии, т.е.

$$\delta t \sum_{i=0}^{N-1} u_i^2 \leq I_{\text{доп}}. \quad (4.88)$$

Кроме того, может допускаться увеличение временного интервала управления $[0; N\delta t]$, в этом случае при постоянном δt число шагов N должно удовлетворять условию

$$N \in [N_{\text{н}}, N_{\text{в}}]. \quad (4.89)$$

Необходимо определить влияние числа шагов и помех различной интенсивности на величину функционала (4.83) при позиционной стратегии реализации энергосберегающего управления с применением оптимальной фильтрации [48, 50, 53, 138].

Оптимальное управление u_i^* на каждом шаге задается синтезирующей функцией S , т.е.

$$u_i^* = S(y_i, N-i, R). \quad (4.90)$$

Пример 4.4. Пусть динамика объекта описывается линейным дифференциальным уравнением первого порядка с параметрами a, b . В этом случае синтезирующая функция применительно к задаче (4.81) – (4.86) имеет следующий вид [139]:

$$u_i^* = \frac{2ay_i}{b(e^{-2a(\Delta t - i\delta t)} - 1)}, \quad \Delta t = N\delta t. \quad (4.91)$$

Для снижения влияния помех вместо y_i в алгоритм подставим оценку вектора фазовых координат \hat{x}_i , полученную с использованием оптимальной фильтрации, т.е.

$$\hat{u}_i^* = S(\hat{x}_i, N-i, R); \quad (4.92)$$

$$\hat{x}_i = F\hat{x}_{i-1} + G\hat{u}_{i-1} + K_i(y_i - F\hat{x}_{i-1} - G\hat{u}_{i-1}). \quad (4.93)$$

Значения K_i (коэффициента усиления фильтра Калмана) определяются по формулам [48, 138]:

$$K_i = \frac{F^2 P_{i-1} + R}{F^2 P_{i-1} + R + Q}; \quad P_i = \frac{RF^2 P_{i-1} + R}{F^2 P_{i-1} + R + Q}, \quad (4.94)$$

где P_i – дисперсия ошибки фильтрации.

В рассмотренном алгоритме предполагается, что массив реквизитов R за исключением значений x_i остается неизменным на временном интервале управления, т.е. система находится в одном состоянии функционирования.

Для оценки влияния временного шага дискретизации, интенсивности возмущений и помех на показатели работы СЭУ используется метод синтезирующих переменных в совокупности с имитационным моделированием [140 – 142].

Пример 4.5. В качестве численного примера приведем результаты имитационного моделирования управления объектом первого порядка при исходных данных $u_{\text{н}} = -3$; $u_{\text{в}} = 3$, $x(t_0) = 10$, $x(t_{\text{к}}) \in [-0,1; 0,1]$, $t_0 = 0$; $t_{\text{к}} = 20$. Для этих данных в случае временного шага дискретизации $\delta t = 1$ ЗОУ записывается в виде

$$\begin{aligned} x_i &= 0,9x_{i-1} + 0,2u_{i-1} + w_{i-1}, \quad i=0, 1, \dots, 19, \quad y_i = x_i + v_i; \\ I_3 &= \sum_{i=0}^{19} u_i^2, \quad \forall i \in [0; 19]: u_i \in [-3; 3], \quad x_0 = 10, \quad x_{20} \in [-0,1; 0,1]. \end{aligned} \quad (4.95)$$

При определении синтезирующей функции в качестве конечного значения $x(t_{\text{к}})$ берется середина интервала $\chi^{\text{к}}$, т.е. $x(t_{\text{к}}) = 0$. Для расчета I_3 управление на последнем шаге u_{N-1} рассчитывается из условия $Fx_{N-1} + Gu_{N-1} + w_{N-1} = 0$.

В табл. 4.2 приведены результаты моделирования для различных значений числа шагов, шагов дискретизации, интенсивностей помех в виде среднеквадратичных отклонений в каналах управления σ_w и измерения σ_v . Здесь минимизируемый функционал при управлении без фильтрации обозначен $I_3^{\text{н}}(y)$ и с фильтрацией – $I_3^{\text{ф}}(\hat{x})$. В качестве эффекта оптимальной

фильтрации рассматривается $\Delta I = 100 - 100 \cdot \frac{I_3^{\text{ф}}(\hat{x})}{I_3^{\text{н}}(y)}$. Интенсивности шумов по каналам управления и измерения принимают

одинаковыми.

Из табл. 4.2 видно, что при увеличении интенсивности помех затраты энергии растут, при этом использование оптимальной фильтрации обеспечивает эффект экономии энергии (см. рис. 4.3).

N	δt	σ_w	σ_v	$I_3^{\text{нб}}(y)$	$I_3^{\text{нб}}(\hat{x})$	$\Delta I, \%$
5	4	0	0	7,40541	7,40541	0
		0,05	0,05	7,47694	7,47464	0,030761
		0,2	0,2	7,59557	7,52801	0,889466
		0,5	0,5	9,45879	8,42355	10,94474
		0,8	0,8	10,77637	8,56543	20,51656
10	2	0	0	7,21943	7,21943	0
		0,05	0,05	7,2444	7,23536	0,124786
		0,2	0,2	8,17852	7,91439	3,229557
		0,5	0,5	11,58292	9,33299	19,42455
		0,8	0,8	16,06588	11,252	29,96338
20	1	0	0	7,14798	7,14798	0
		0,05	0,05	7,44105	7,41843	0,303989
		0,2	0,2	9,35906	8,84811	5,459416
		0,5	0,5	17,43127	13,02637	25,2701
		0,8	0,8	33,43228	19,4339	41,87085
40	0,5	0	0	7,1269	7,1269	0
		0,05	0,05	7,41989	7,40137	0,249599
		0,2	0,2	10,60044	9,73801	8,135794
		0,5	0,5	29,06011	19,95556	31,33006
		0,8	0,8	60,63058	34,07669	43,7962

Следует заметить, что эффект фильтрации больше, когда интенсивность помехи в канале измерения выше, чем в канале управления. При значительных интенсивностях помех в каналах измерения и управления использование оптимальной фильтрации позволяет существенно снизить затраты энергии, причем с уменьшением временного шага дискретизации эффект энергосбережения возрастает.

В случае малой интенсивности помех в канале измерения применение фильтра Калмана не ведет к ощутимой экономии энергозатрат при любом временном шаге дискретизации. Для получения наибольшего эффекта от использования оптимальной фильтрации необходимо устранить (компенсировать) помеху в канале управления и уменьшать шаг дискретизации.

$\Delta I, \%$

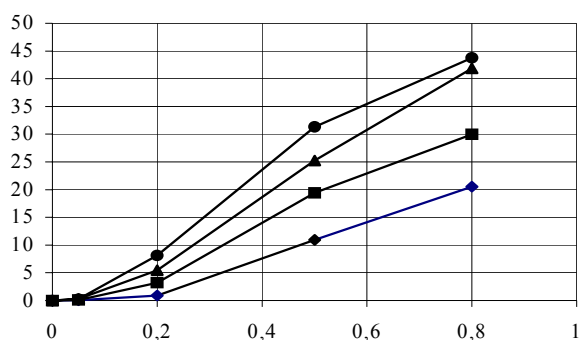


Рис. 4.3 График зависимости эффекта оптимальной фильтрации σ_w/σ_v от числа шагов и величины помех:

● — $N=5$; ■ — $N=10$; ▲ — $N=20$; ● — $N=40$

ВЫВОДЫ ПО ЧЕТВЕРТОЙ ГЛАВЕ

Полученные результаты полного анализа оптимального управления служат основой базы знаний для широкого круга задач разработки алгоритмического обеспечения систем энергосберегающего управления различными динамическими объектами. Использование метода синтезирующих переменных при решении анализа позволяет представлять результаты по конкретной модели ЗОУ в комплексном виде, т.е. эти результаты можно оперативно применять в последующем для любых значений исходных данных во всех задачах с одинаковыми моделью, функционалом и стратегией реализации ОУ.

В качестве примеров решения задач полного анализа в основном рассматривались ЗОУ с моделями динамики объекта А, ДИ и АИ, функционалами I_3 и I_6 , программной и позиционной стратегиями. Ограниченность объема раздела не позволяет привести все полученные результаты. Читатель, интересующийся результатами (анализ ОУ при функционале расход топлива, анализ ОУ для модели динамики объекта, описываемой дифференциальным уравнением третьего порядка и др.), может обратиться к литературе [116, 143 – 145]. Результаты полного анализа ЗОУ в полном объеме используются при анализе систем энергосберегающего управления на МСФ.

5. АНАЛИЗ ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

В процессе реальной эксплуатации многих объектов могут существенно изменяться компоненты модели ЗОУ $\langle M, F, S, O \rangle$, например, вид модели динамики, вид функционала или стратегии, такие изменения будем называть изменениями состояний функционирования. Если при изменении значений массива данных R модель ЗОУ сохраняется, то пересчет управления происходит с использованием соотношений, полученных при полном анализе одной ЗОУ. В случае изменения компонентов "четверки" $\langle M, F, S, O \rangle$ для расчета нового ОУ требуется переход к результатам полного анализа другой ЗОУ. Анализ сложной задачи управления, требующий использования разных "четверок", выполняется на множестве состояний функционирования.

5.1. КЛАССЫ СИСТЕМ И СТРАТЕГИИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Введенное во второй главе расширенное множество состояний функционирования приводит к необходимости рассмотрения различных классов систем, а также увеличивает число возможных вариантов стратегий, реализующих оптимальное управление. В дальнейшем множеством H будем обозначать как все РМСФ, так и отдельные подмножества, характерные для рассматриваемой ситуации.

В разделе 2.2 были рассмотрены две основные стратегии реализации ОУ – программная $S_{пр}$ и позиционная $S_{пз}$ (см. (2.15) и (2.16)). В случае позиционной стратегии при расчете ОУ в каждый момент времени t учитывается текущее значение вектора фазовых координат $z(t)$ и "оставшееся" время $t_k - t$.

В процессе реализации ОУ на временном интервале $[t_0, t_k]$ возможны изменения переменной состояния функционирования $h \in H$. В общем случае эти изменения могут быть связаны с изменением значений компонентов массива исходных данных R , например параметров модели объекта, границ u_n, u_b для управления u , времени t_k и других, а также с изменением самой ЗОУ, например изменением вида минимизируемого функционала, введением дополнительных ограничений и т.д. В зависимости от характера использования управляющим устройством информации о значении $h(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ будем различать следующие виды стратегий.

Определение 5.1. Программная стратегия называется некорректируемой на множестве H , если оптимальная программа $u^*(\cdot) = (u^*(t), t \in [t_0, t_k])$, рассчитанная к моменту времени t_0 при состоянии функционирования $h(t_0) = h_0$, сохраняется при любых изменениях значения h на временном интервале $[t_0, t_k]$. Программная стратегия называется корректируемой на множестве H , если оптимальная программа $u^*(t)$ пересчитывается при каждом изменении $h(t)$, $t \in [t_0, t_k]$. Данные стратегии будем обозначать $S_{пр.нк}$ и $S_{пр.к}$.

По аналогии с $S_{пр.нк}$ и $S_{пр.к}$ дается определение позиционной некорректируемой стратегии $S_{пз.нк}$ и корректируемой $S_{пз.к}$.

Системы управления, использующие стратегии $S_{пр.к}$ и $S_{пз.к}$, должны включать устройства идентификации значений $h(t)$. Эти системы относятся к классу адаптивных систем.

Определение 5.2. Программная стратегия называется частично или условно корректируемой на множестве H , если оптимальная программа $u^*(t)$, рассчитанная к моменту времени t_0 при состоянии $h(t_0) = h_0$, сохраняется без изменения, пока значения $h(t)$ не выйдут за пределы некоторого подмножества $H_0 = \{h_0, h_1, \dots\}$, и программа пересчитывается, если $h(t)$ выходит за пределы H_0 . Данную стратегию обозначим $S_{пр.чк}$.

Аналогично определяется позиционная частично корректируемая стратегия $S_{пз.чк}$.

Наряду с основными стратегиями $S_{пр}$ и $S_{пз}$ возможно использование комбинированной стратегии $S_{км}$, когда, например, на начальной части временного интервала применяется $S_{пр}$, а затем происходит "переключение" на $S_{пз}$. Комбинированные стратегии характерны для систем переменной структуры.

Используя определения 5.1 и 5.2, нетрудно ввести понятия комбинированной некорректируемой $S_{км.нк}$, корректируемой $S_{км.к}$ и частично корректируемой $S_{км.чк}$ стратегий.

Наряду с рассмотренными стратегиями применяется много других, например программные стратегии с автоматическим регулятором, устраняющим отклонения от оптимальной траектории $u^*(\cdot)$ выходной переменной, позиционные стратегии, использующие прогнозирование изменения фазовых координат, и др. [48, 51, 53, 75].

На рис. 5.1 для ряда систем приведены упрощенные структурные схемы и соответствующие стратегии, отражающие специфику оптимального управления на множестве H . В системе, схема которой представлена на рис. 5.1, а, может использоваться только стратегия $S_{пр.нк}$. Здесь управляющее устройство по данным массива реквизитов $R(h_0)$ рассчитывает опти-

мальную программу $u^*(\cdot)$ изменения управляющих воздействий на объект. Данная стратегия применяется, когда вероятность изменения функционирования на временном интервале $[t_0, t_k]$ мала, влияние возмущающих воздействий на изменение фазовых координат незначительно.

Программные стратегии $S_{пр.к}$ и $S_{пр.чк}$ могут использоваться системой, схема которой показана на рис. 5.1, б. В этом случае при изменении переменной h и соответственно массива исходных данных R управляющее устройство пересчитывает оптимальную программу. В системе предусмотрена обратная связь по переменной h , для этого используется идентификатор переменной состояния функционирования – Ид h . В круглых скобках на рис. 5.1, б указана стратегия $S_{пр.нк}$, которая может использоваться при нарушении работы Ид h .

Стратегии $S_{пз.нк}$ и $S_{км.нк}$ предусматривают наличие обратной связи по вектору фазовых координат z . Схема системы оптимального управления (см. рис. 5.1, в) содержит идентификатор вектора z – Ид z . Данные стратегии используются, когда на объект оказывают влияние возмущающие воздействия, а состояния функционирования изменяются редко. Заметим, что системы, реализующие позиционные стратегии, часто называют оптимальными регуляторами.

Схема системы оптимального управления со стратегиями $S_{пз.к}$, $S_{пз.чк}$, $S_{км.к}$, $S_{км.чк}$ представлена на рис. 5.1, з. Данные стратегии учитывают как влияние возмущающих воздействий, так и изменение переменной h .

Программные стратегии с автоматическим регулятором $S_{пру.нк}$, $S_{пру.к}$, $S_{пру.чк}$ используются в системах, схемы которых приведены на рис. 5.1, д и 5.1, е. В данном случае управляющее устройство рассчитывает оптимальную траекторию изменения выходной переменной y , которая является заданием для автоматического регулятора.

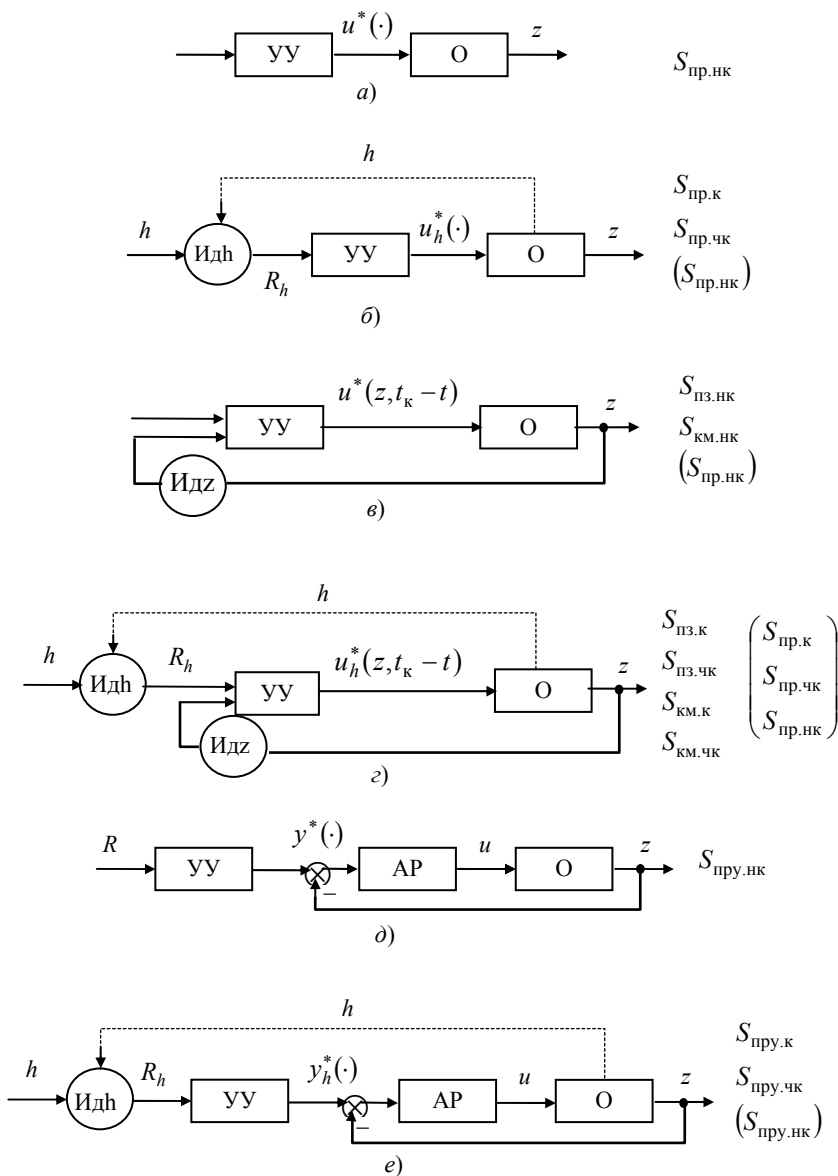


Рис. 5.1. Структурные схемы систем оптимального управления и стратегии реализации ОУ на МСФ:

УУ – управляющее устройство; О – объект управления; АР – автоматический регулятор; Ид h , Ид z – идентификаторы соответственно значений h и z

Важной задачей при проектировании систем оптимального управления является выбор наиболее целесообразной стратегии реализации ОУ из рассмотренного множества стратегий. При выборе стратегии учитываются следующие обстоятельства: разрабатывается новая СОУ или усовершенствуется существующая система управления, например автоматический программный регулятор; насколько часто изменяются условия ЗОУ; имеется ли возможность контролировать изменения

фазовых координат и значений переменной h ; каковы допустимые стоимость и сроки проектирования системы управления; разработаны ли алгоритмы для оперативного расчета программ и синтезирующих функций.

В зависимости от характера изменения переменной h и возможности идентификации ее значений на временном интервале управления $[t_0, t_k]$ можно выделить четыре основных класса систем оптимального управления на множестве H [46].

Определение 5.3. СОУ принадлежит к первому классу, если при реальной эксплуатации системы значение переменной h к моменту времени t_0 известно и сохраняется постоянным на временном интервале $[t_0, t_k]$.

Изменения h в таких системах, обозначим их СОУ1, происходят между временными интервалами реализации ОУ. Примерами СОУ1 являются надежные системы управления простыми аппаратами периодического действия, для которых интервалы $[t_0, t_k]$ незначительны.

Определение 5.4. СОУ принадлежит ко второму классу систем на множестве H , если значение переменной h на временном интервале $[t_0, t_k]$ постоянно, но неизвестно, известными могут быть подмножество состояний $H(t_0) \overset{\Delta}{=} H_0 \in H$ и вероятности отдельных состояний $p(h), h \in H_0$.

Системы данного класса (СОУ2) аналогичны стохастическим системам и системам с дифференциальными включениями [76, 77]. Примерами СОУ2 являются системы, в которых отсутствуют Ид h , а отдельные компоненты массива R могут иметь различные значения.

Определение 5.5. СОУ принадлежит к третьему классу систем на множестве H , если значение переменной h на временном интервале $[t_0, t_k]$ может изменяться, при этом значение $h(t)$ в каждый момент времени $t \in [t_0, t_k]$ известно.

Динамические режимы СОУ3 могут описываться дифференциальными уравнениями с разрывной правой частью [27]. Примерами СОУ3 являются системы, содержащие устройства диагностики для идентификации значений h .

Определение 5.6. СОУ принадлежит к четвертому классу систем на множестве H , если значение переменной h на временном интервале $[t_0, t_k]$ может изменяться, при этом информация об изменении h либо отсутствует, либо не может быть учтена управляющим устройством.

В СОУ4 могут быть известны $h(t_0)$ или $H(t_0)$, а также модель изменения значений h , позволяющая имитировать возможные траектории $h(\cdot) = (h(t), t \in [t_0, t_k])$.

Следует заметить, что при разработке СОУ1 и СОУ3 широко используются подходы адаптивных систем, а для СОУ2 и СОУ4 – робастного управления.

Представленные на рис. 5.1 стратегии могут эффективно использоваться в СОУ1 и СОУ3. Эти стратегии практически не пригодны для систем второго и четвертого классов, так как здесь точное значение переменной h неизвестно. Определенный эффект энергосбережения в СОУ2 и СОУ4 может дать использование стратегий гарантированного управления.

Определение 5.7. Программная стратегия применительно к СОУ2 называется гарантированной на подмножестве H , если она позволяет определить программу $u(\cdot/H)$, которая обеспечивает решение ЗОУ $\forall h \in H$. Данную стратегию обозначим $S_{\text{пр.г}}(H)$.

Аналогично дается определение стратегиям $S_{\text{пз.г}}(H)$ и $S_{\text{км.г}}(H)$.

Определение 5.8. Программная стратегия применительно к СОУ2 называется вероятностной на множестве H , если она рассчитывает программу $u^*(\cdot/h_{\text{max}})$, которая оптимальна для значения переменной h , имеющего максимальную вероятность. Эта стратегия обозначается $S_{\text{пр}}(h_{\text{max}})$.

Таким же образом определяются стратегии $S_{\text{пз}}(h_{\text{max}})$ и $S_{\text{км}}(h_{\text{max}})$.

Определение 5.9. Программная стратегия применительно к СОУ4 называется гарантированной на подмножестве $H(\cdot)$ траекторий $h(\cdot) = (h(t), t \in [t_0, t_k])$, если она позволяет рассчитывать программу $u(\cdot/H(\cdot))$, которая обеспечивает решение ЗОУ $\forall h(\cdot) \in H(\cdot)$. Такую стратегию обозначим $S_{\text{пр.г}}(H(\cdot))$.

Аналогично дается определение стратегиям $S_{\text{пз.г}}(H(\cdot))$ и $S_{\text{км.г}}(H(\cdot))$.

Определение 5.10. Программная стратегия применительно к СОУ4 называется вероятностной на множестве траекторий $H(\cdot)$, если она рассчитывает программу $u^*(\cdot/\bar{h}(\cdot))$, которая оптимальна для наиболее вероятной или усредненной траектории $\bar{h}(\cdot)$, определяемой методом имитационного моделирования. Обозначим эту стратегию $S_{\text{пр}}(\bar{h}(\cdot))$.

Аналогично определяются стратегии $S_{\text{пз}}(\bar{h}(\cdot))$ и $S_{\text{км}}(\bar{h}(\cdot))$.

Выбор наиболее предпочтительной стратегии должен производиться с учетом класса СОУ на множестве H , а также факторов эффективности, которые в конкретной ситуации наиболее значимы. К таким факторам обычно относятся экономия энергозатрат, точность, надежность, робастность и стоимость. В табл. 5.1 приведены группы альтернативных вариантов стратегий для различных ситуаций.

Следует заметить, что выделенные четыре класса систем на множестве H не охватывают всего многообразия, которое может иметь место на практике. В частности, возможны промежуточные варианты, когда в одних ситуациях система проявляет свойства одного класса, а в других – другого.

5.1. Варианты стратегий для различных ситуаций

Класс ЗОУ	Стратегии			
	Экономия энергозатрат	Точность	Надежность, робастность	Стоимость
ЗОУ1	$S_{км.нк}$ $S_{пз.нк}$	$S_{пз.нк}$ $S_{км.нк}$ $S_{пру.нк}$	$S_{пз.нк}$ $S_{пру.нк}$	$S_{пр.нк}$ $S_{пру.нк}$
ЗОУ2	$S_{км.г}(H)$ $S_{км}(h_{max})$	$S_{пз.г}(H)$ $S_{км.г}(H)$	$S_{пз}(h_{max})$ $S_{пр}(h_{max})$ $S_{пр.г}(H)$	$S_{пр}(h_{max})$ $S_{пр.г}(H)$
ЗОУ3	$S_{пз.к}$ $S_{км.к}$	$S_{пз.к}$ $S_{км.к}$ $S_{пру.к}$	$S_{пр.чк}$ $S_{пз.чк}$	$S_{пр.к}$ $S_{пр.чк}$
ЗОУ4	$S_{км.г}(H(\cdot))$ $S_{км}(\bar{h}(\cdot))$	$S_{пз.г}(H(\cdot))$ $S_{км.г}(H(\cdot))$	$S_{пз}(\bar{h}(\cdot))$ $S_{пр}(\bar{h}(\cdot))$ $S_{пр.г}(H(\cdot))$	$S_{пр}(\bar{h}(\cdot))$ $S_{пр.г}(H(\cdot))$

5.2. ЗАДАЧИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

По аналогии с классами систем, рассмотренными в разделе 5.1, в зависимости от характера изменения переменной состояния функционирования h и возможности идентификации ее значения (а соответственно и модели ЗОУ) возможны четыре класса задач управления на МСФ.

В задачах первого класса (ЗОУ1) в пределах временного интервала управления $[t_0, t_k]$ значение h постоянно и известно, т.е. для расчета ОУ используются результаты полного анализа одной модели ЗОУ. Однако для других временных интервалов значение h может быть другим. Таким образом, для ЗОУ1 изменения h происходят вне пределов временных интервалов управления. Например, эти изменения связаны со сменой вида обрабатываемых полупродуктов в аппаратах, изменением режимов работы и т.д.

В задачах второго класса (ЗОУ2) значение h для временного интервала $[t_0, t_k]$ также постоянно, но неизвестно или этому состоянию соответствуют несколько разных моделей ЗОУ. Например, требуется определить одну оптимальную программу, которая обеспечивает конечное значение фазовых координат при двух разных моделях динамики объекта.

Задачи третьего класса (ЗОУ3) отличаются от ЗОУ1 и ЗОУ2 тем, что здесь переменная h изменяет свое значение на интервале $[t_0, t_k]$, при этом новые значения h сразу становятся известными (идентифицируются). Например, к ЗОУ3 относятся задачи, в которых модель динамики объекта описывается дифференциальным уравнением с разрывной правой частью, т.е.

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1 z(t) + B_1 u(t), & t \in [t_0, t_1]; \\ A_2 z(t) + B_2 u(t), & t \in [t_1, t_2]; \\ \vdots \\ A_k z(t) + B_k u(t), & t \in [t_{k-1}, t_k], \end{cases}$$

где $A_j, B_j, j=1, 2, \dots, k$ – матрицы параметров модели объекта, соответствующие состояниям функционирования h_1, h_2, \dots, h_k ; t_j – момент изменения значения h_j переменной h на h_{j+1} .

Задачи четвертого класса (ЗОУ4) аналогичны ЗОУ3, но здесь при изменении значения переменной h новое значение неизвестно, известно лишь подмножество N_4 возможных значений h , а также модель изменения состояний функционирования.

Таким образом, анализ ЗОУ на МСФ предполагает введение множества N , учитывающего возможные ситуации в процессе длительной эксплуатации систем энергосберегающего управления (СЭУ), составление массива моделей ЗОУ, соответствующего множеству N , выполнение полного анализа для этих моделей ЗОУ, определение класса ЗОУ на МСФ и построение модели изменения переменной h , если в СЭУ реализуется ЗОУ4.

В результате анализа ЗОУ на МСФ разрабатывается информационно-технологическая среда (ИТС) для проектирования СЭУ применительно к определенному типу объектов, эффективно работающая при изменении состояний функционирования в процессе длительной эксплуатации.

В качестве примера ЗОУЗ рассмотрим задачу нагрева жидкости в тепловом аппарате. Объект управления схематично представляет собой управляемый источник тепла (электронагреватель), нагреваемое тело и корпус, отделяющий тело от окружающей среды. В этом случае в процессе разогрева аппарата можно выделить следующие значения переменной h : h_1 – интенсивное повышение температуры нагревателя, изменения температуры корпуса пренебрежимо малы, и потери в окружающую среду отсутствуют; h_2 – повышение температуры нагреваемого тела, незначительный нагрев стенок корпуса и малые потери в окружающую среду; h_3 – повышение температуры тела, стенок корпуса и существенные потери в окружающую среду. Следует заметить, что при изменении температур частей меняются их теплофизические свойства, а соответственно, и параметры моделей динамики в различных состояниях функционирования.

Для введенного МСФ $H = \{h_1, h_2, h_3\}$ модель динамики объекта в ряде случаев может иметь следующий вид:

$$h = h_1: \quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t), \\ \dot{z}_2 &= b^{(1)}u(t), \quad t \in [t_0, t_1]; \end{aligned}$$

$$h = h_2: \quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t), \\ \dot{z}_2 &= a_2^{(2)}z_2(t) + b^{(2)}u(t), \quad t \in [t_1, t_2]; \end{aligned}$$

$$h = h_3: \quad \begin{aligned} \dot{z}_1 &= z_2(t), \\ \dot{z}_2 &= a_1^{(3)}z_1(t) + a_2^{(3)}z_2(t) + b^{(3)}u(t), \quad t \in [t_2, t_k], \end{aligned}$$

где $a_j^{(i)}, b^{(i)}$ – значения параметров модели динамики объекта в состоянии h_i ; z_1, z_2 – температура нагреваемого тела и скорость ее изменения.

Таким образом, множеству $H = \{h_1, h_2, h_3\}$ соответствует массив с тремя моделями ЗОУ ($\langle \text{ДИ}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О}_1 \rangle$, $\langle \text{ДИ} + \text{А}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О}_1 \rangle$, $\langle \text{ДА}, \text{Э}, \text{Пр}, \text{О}_1 \rangle$), в этих моделях разные модели динамики объекта: в состоянии h_1 модель двойного интегратора (ДИ), в h_2 – двойной интегратор с апериодическим звеном (ДИ + А) или реальный двойной интегратор, в h_3 – двойное апериодическое звено. Информационно-технологическая среда для создания СЭУ тепловым аппаратом содержит результаты полного анализа трех моделей ЗОУ.

5.3. ОСОБЕННОСТИ АНАЛИЗА СИСТЕМ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ

Наиболее полно особенности анализа энергосберегающего управления на МСФ проявляются при рассмотрении систем, использующих позиционные стратегии.

Полученные в главе 4 результаты во многом могут быть использованы в задачах анализа оптимального управления с позиционной стратегией, т.е. в задачах оптимального регулирования. В настоящее время эти задачи обычно решаются методами динамического программирования и аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) [62, 64]. Наряду с несомненными достоинствами этим методам присущ и ряд недостатков. Так, применение метода динамического программирования связано с большим объемом вычислений, особенно для нелинейных объектов, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями с разрывной правой частью.

Основным недостатком АКОР является то, что получаемые зависимости оптимального управления от текущих значений фазовых координат практически не учитывают ограничения на управляющие воздействия. Поэтому с точки зрения минимизации затрат энергии реализуемая динамика энергоемкого объекта не всегда является строго оптимальной.

Основными задачами анализа энергосберегающих оптимальных регуляторов (ЭОР) являются следующие: 1) нахождение областей существования видов синтезирующих функций и соотношений для расчёта их параметров; 2) определение условий устойчивости замкнутой системы оптимального управления; 3) получение соотношений (для границ областей), выполнение которых обеспечивает соблюдение наложенных ограничений на изменение фазовых координат и управление; 4) исследование влияния режимных параметров регулирования и, прежде всего, временного интервала квантования, на показатели эффективности СОУ.

В настоящем разделе определение видов синтезирующих функций, нахождение областей существования видов этих функций, расчет их параметров выполняются с использованием принципа максимума и метода синтезирующих переменных [117 – 121]. При исследовании устойчивости замкнутой СОУ учитывается влияние возможных состояний функционирования.

Пусть ЭОР должен обеспечивать реализацию задачи оптимального управления линейным объектом с использованием позиционной стратегии при ограничении на управление, закрепленными концами траектории изменения фазовых координат и фиксированным временным интервалом, т.е. $\langle M, F, Pz, O \rangle$. В задачах с позиционной стратегией вместо вектора z используется отклонение текущих значений $z(t)$ от задаваемого или конечного значения $z(t_k)$. В этом случае при функционале I_3 ЗОУ записывается следующим образом:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax(t) + Bu(t), \quad t \in [t_0, t_k]; \\ \forall t \in [t_0, t_k]: u(t) &\in [u_H, u_B], \quad I_3 = \int_{t_0}^{t_k} u^2(t) dt; \\ x(t_0) &= x^0, \quad x(t_k) = x^k, \end{aligned} \quad (5.1)$$

где x^0, x^k – начальное и конечное значения вектора x , обычно $x^k = (0, \dots, 0)^T$.

Начальные исходные данные ЗОУ (5.1) представляют собой массив

$$R_0 = (A, B, u_H, u_B, x^0, x^k, t_0, t_k). \quad (5.2)$$

При анализе ЗОУ необходимо определить возможные виды синтезирующих функций S , которые используются для расчета оптимальных по критерию I_3 управляющих воздействий u^* в каждый момент времени t в зависимости от текущего значения $x(t)$ и остаточного времени $\tau = t_k - t$ при исходных данных R_0 , т.е.

$$u^*(t) = S(x(t), \tau; R_0).$$

На основе результатов, полученных в главе 4, и в предположении, что собственные числа матрицы A вещественные и разные, имеет место следующее утверждение.

Утверждение 5.1. Если для задаваемого в момент времени t исходных данных $R_t = (f, u_H, u_B, z^t, z^k, t_0, t_k)$ решение ЗОУ (5.1) существует и функция $\Psi_n(t)$ (см. (4.46)) имеет монотонный характер изменения, то возможны пять видов синтезирующей функции $S(z(t), \tau; R_t)$

$$S_j(z_t, \tau; R_t) = \sum_{i=0}^n d_{ij}(R_t), \quad j=1, 2, 3;$$

$$S_4(z_t, \tau; R_t) \stackrel{\Delta}{=} S_B(z_t, \tau; R_t) = u_B; \quad S_3(z_t, \tau; R_t) \stackrel{\Delta}{=} S_H(z_t, \tau; R_t) = u_H, \quad (5.3)$$

где $d_{ij}(R_t)$ – параметры функции ОУ при программном управлении; f – данные в массиве R_t , содержащие информацию о виде модели динамики и ее параметрах.

Сокращение числа видов при позиционной стратегии по сравнению с программной непосредственно следует из того, что при программной стратегии функции $u_4^*(t)$ и $u_6^*(t)$ начинаются со значения u_B , а $u_5^*(t)$ и $u_7^*(t)$ с u_H (см. (4.59)).

Следствие утверждения 5.1. Аналитическое выражение синтезирующей функции можно получить, используя формулы расчета параметров программного ОУ для скорректированного в момент времени t значения вектора синтезирующих переменных L_t .

Пример 5.1. Для модели ЗОУ $\langle \text{АИ, Э, Пр, О} \rangle$ функция f в массиве R_t содержит информацию о параметрах a_2, b . Массиву $R_t = (a_2, b, u_B, u_H, z_1(t), z_2(t), z_1^k, z_2^k, t, t_k)$ соответствуют значения синтезирующих переменных:

$$L_1(t) = \frac{4}{b\Delta u\tau} \left(z_2^k - z_2(t) - a_2(z_1^k - z_1(t)) - 2 \frac{u_B + u_H}{\Delta u} \right);$$

$$L_2(t) = \frac{4}{b\Delta u\tau} \left(z_2^k - z_2(t) e^{a_2\tau} - 2 \frac{u_B + u_H}{a_2\Delta u\tau} (e^{a_2\tau} - 1) \right);$$

$$\lambda(t) = 0,5a_2\tau; \quad \Delta u \stackrel{\Delta}{=} u_B - u_H.$$

В нормированном масштабе, т.е. для базовой ЗОУ, в этом случае для $j=1$ синтезирующая функция определяется формулой

$$S_1(z_t, \tau; R_t) = C_1(R_t) + D_1(R_t),$$

где

$$D_1(R_t) = - \frac{L_1(t) (e^{-2\lambda(t)} - 1) + 2\lambda(t)L_2(t) e^{-2\lambda(t)}}{e^{-4\lambda(t)} - 1 + (e^{-2\lambda(t)} - 1)^2 / \lambda(t)};$$

$$C_1(R_t) = \left(L_1(t) + D_1(R_t) \frac{e^{-2\lambda(t)} - 1}{\lambda(t)} \right) / 2.$$

Важной задачей анализа оптимального управления на МСФ, реализуемого с применением позиционной стратегии, является исследование вопросов устойчивости. В системах энергосберегающего регулирования примерно равнозначными целями являются достижение конечного состояния объектов в фиксированный момент времени и минимизация энергозатрат,

особенно при интегральном ограничении на лимит энергии или запас топлива, так как невыполнение этого ограничения может приводить к тяжелым последствиям.

В процессе реальной эксплуатации отдельные компоненты массива R могут отклоняться от первоначальных (в момент времени t_0) значений, при этом энергосберегающий регулятор должен обеспечивать достижение конечного состояния объекта z^k за допустимое время, т.е. замкнутая система оптимального регулирования должна обладать устойчивостью.

Устойчивость систем оптимального регулирования достаточно исследована в случае квадратичного функционала и когда управляющее воздействие линейно связано с отклонением текущих значений фазовых координат от требуемых значений. В случае энергетических критериев эта связь может отличаться от линейной.

При исследовании устойчивости систем оптимального регулирования с учетом возможных изменений технических параметров и исходных данных при функционировании используется ряд подходов. К ним относятся рассмотрение технической устойчивости [122], устойчивости вида "ограниченный вход вызывает ограниченный выход" [111, 123], стохастической устойчивости и устойчивости систем со случайными параметрами [124 – 130], устойчивости терминальных систем управления [131] и др.

В настоящем разделе устойчивость систем энергосберегающего регулирования рассматривается на множестве H состояний функционирования с использованием математического аппарата метода синтезирующих переменных. Так как при расчете синтезирующих переменных для разных значений $h \in H$ учитываются все исходные данные, участвующие при решении ЗОУ в реальных условиях функционирования, то устойчивость замкнутой СОУ при данном подходе будем рассматривать как "практическую" [132, 133]. Следует заметить, что множество H включает и состояния работоспособности, поэтому СОУ, удовлетворяющие условиям практической устойчивости, следует рассматривать и как отказоустойчивые [134].

ЗОУ в состоянии функционирования h и синтезирующую функцию S_h для линейного объекта при закрепленных концах фазовой траектории, фиксированном временном интервале $[t_0, t_{kh}]$, ограничении на управление и минимизируемом функционале I_3 в виде затрат энергии запишем в виде

$$\dot{z} = A_h z(t) + B_h u(t), \quad t \in [t_0, t_{kh}];$$

$$z(t_0) = z_{0h}, \quad z(t_{kh}) = z_{kh}, \quad \forall t \in [t_0, t_{kh}]: u(t) \in [u_{nh}, u_{vh}]; \quad (5.4)$$

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_{kh}} u^2(t) dt, \quad u^*(t) = S_h(z(t), \tau), \quad \tau = t_{kh} - t,$$

где z_{0h}, z_{kh} – начальное и конечное значения траектории вектора z в состоянии h и т.д.

Существование решения ЗОУ (5.4), вид и параметры синтезирующей функции при $t = t_0$ определяются начальным значением массива исходных данных:

$$R_{0h} = (A_h, B_h, u_{nh}, u_{vh}, z_{0h}, z_{kh}, t_0, t_{kh}),$$

а в текущий момент времени $t \in [t_0, t_{kh}]$

$$R_h = (A_h, B_h, u_{nh}, u_{vh}, z(t), z_{kh}, t, t_{kh}).$$

Изменение фазовых координат замкнутой системы оптимального управления в состоянии h описывается дифференциальным уравнением

$$\dot{z} = A_h z(t) + B_h S(z(t), \tau; R_{0h}).$$

Заметим, что динамика объекта описывается линейным дифференциальным уравнением с матрицами параметров A_h, B_h лишь в состоянии функционирования h , с учетом возможных изменений h на временном интервале $[t_0, t_{kh}]$ объект является нелинейным.

Будем полагать, что выполняются следующие допущения. 1. Объект полностью управляем, т.е. для всех состояний h матрица управляемости имеет ранг n . 2. Собственные значения матрицы A_h вещественные для всех значений h . 3. При отсутствии возмущающих воздействий и шаге дискретизации по времени, стремящимся к нулю, значения фазовых траекторий при программной и позиционной стратегиях для одинаковых значений R_h совпадают. 4. Массив исходных данных R_h может быть заменен вектором синтезирующих переменных, значения которого в каждый момент времени, как и значение R_h , однозначно определяют вид функции ОУ и ее параметры.

Требуется получить условия практической устойчивости замкнутых СОУ в терминах синтезирующих переменных при возможных изменениях переменной состояния функционирования h . Далее подстрочный индекс h у массива R , его компонентов и вектора L будет использоваться лишь в случаях, когда необходимо отразить специфику изменения состояний функционирования.

В зависимости от характера изменения переменной h и возможности идентификации ее значений на временном интервале $[t_0, t_{kh}]$ в разд. 5.1 выделены четыре класса СОУ на МСФ. Соответствующие этим классам уравнения динамики замкнутых систем управления имеют вид:

– применительно к системам первого класса (СОУ1), для которых значение h известно и постоянно:

$$\dot{z} = A_h z(t) + B_h S_h(z(t), \tau; R_{0h}), \quad t \in [t_0, t_{kh}], \quad h \in H; \quad (5.5)$$

– для систем второго класса (СОУ2), у которых значение h также постоянно, но неизвестно, в предположении $\forall h \in H : t_{kh} = t_k, z_{kh} = z_k$ имеет место

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_H z(t) + B_H S_H(z(t), \tau; R_H^0), \quad t \in [t_0, t_k], \\ A_H &= \{A_h, h \in H\}, \quad B_H = \{B_h, h \in H\}, \\ R_H^0 &\in R_H^0 = \{R_{0h}, h \in H\}; \end{aligned} \quad (5.6)$$

– для системы третьего класса (СОУ3), у которых значение h может изменяться и известно на интервале $[t_0, t_{kh}]$:

$$\dot{z} = \begin{cases} A_{h_1} z(t) + B_{h_1} S_{h_1}(z(t), \tau; R_{h_1}), & t \in [t_0, t_{h_1}], \\ \dots \\ A_{h_k} z(t) + B_{h_k} S_{h_k}(z(t), \tau; R_{h_k}), & t \in [t_{h_{k-1}}, t_{kh}]; \end{cases} \quad (5.7)$$

– для систем четвертого класса (СОУ4), у которых значение h также может изменяться на интервале $[t_0, t_{kh}]$, но в отличие от СОУ3 неизвестно:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= A_{H(\cdot)} z(t) + B_{H(\cdot)} S_{H(\cdot)}(z(t), \tau; R_{H(\cdot)}^0), \quad t \in [t_0, t_{kh}], \\ A_{H(\cdot)} &= \{A_{h(\cdot)}, h(\cdot) \in H(\cdot)\}, \quad B_{H(\cdot)} = \{B_{h(\cdot)}, h(\cdot) \in H(\cdot)\}, \end{aligned} \quad (5.8)$$

где $H, H(\cdot)$ – соответственно множества значений переменной состояний функционирования h и траекторий $h(\cdot)$ на интервале $[t_0, t_{kh}]$; $S_H, S_{H(\cdot)}$ – синтезирующие функции, используемые оптимальным регулятором на множествах H и $H(\cdot)$; $R_H^0, R_{H(\cdot)}^0$ – исходные данные ЗОУ, соответственно в S_H и $S_{H(\cdot)}$.

Под изменением h при анализе устойчивости понимается изменение любого из компонентов массива R , а следовательно, и вектора L , за исключением текущего времени t , играющего роль t_0 , и значения $z(t)$.

Для СОУ1 (см.(5.5)) устойчивость сначала рассматривается применительно к каждому известному состоянию h , а затем делается вывод об устойчивости на МСФ.

Определение 5.11. В качестве начального состояния СОУ1 будем рассматривать значение вектора L_{0h} , тогда изменение z замкнутой системы при $t \in [t_0, t_{kh}]$ определяется уравнением

$$\dot{z} = A_h z(t) + B_h S(z(t), \tau; L_{0h}). \quad (5.9)$$

Значение L_{0h} лишь в идеальном случае соответствует реальному начальному состоянию СОУ. В действительности параметры A_h, B_h модели объекта, границы u_{nh}, u_{bh} изменения управления и другие компоненты R_{0h} имеют отклонения, характеризующие внутренние свойства системы (неточность используемой математической модели, реальное значение u_{bh} и т.д.). Обозначим вектор отклонений задаваемого R_{0h} от реального через ΔR_{0h} , а норму последнего через $\|\Delta R_{0h}\|$.

Определение 5.12. Замкнутая СОУ1 называется устойчивой в состоянии h при данных R_{0h} (и отсутствии внешних возмущающих воздействий), если для любого $\varepsilon > 0$ найдется такое $\delta > 0$, зависящее от R_{0h} , что из условия $\|\Delta R_{0h}\| < \delta$ следует $\|\tilde{z}(t_{kh}) - z_h^k\| < \varepsilon$, здесь $\tilde{z}(t_{kh})$ – фактическое значение вектора z в конечный момент времени.

Значение ε определяется допустимой погрешностью вывода объекта на требуемое значение z_{kh} . В данном определении устойчивости в качестве входа рассматривается массив исходных данных R_0 . Задача исследования устойчивости здесь тесно связана с задачей построения области достижимости [18,23].

Определение 5.13. СОУ1 устойчива на МСФ H , если она устойчива $\forall h \in H$.

Утверждение 5.2. СОУ1 в состоянии h при отсутствии возмущений устойчива, если $L_{0h} \in L_c$, и устойчива на МСФ, если $\forall h \in H : L_{0h} \in L_c$.

Это непосредственно следует из определения 5.11, допущений 3 и 4, а также определения области L_c существования решения ЗОУ.

Определение 5.14. СОУ1 в состоянии h находится на границе устойчивости, если значение $L_{0h} \in G(L_c)$, и СОУ1 неустойчива, если $L_{0h} \notin L_c$, здесь $G(L_c)$ – граница области L_c .

Исследования устойчивости СОУ1 в пространстве L применительно к линейным объектам второго порядка показали, что для устойчивых СОУ при $t \rightarrow t_{kh}$ отношение $L_{1h}(t)/L_{2h}(t)$ стремится к некоторому постоянному значению, при котором $u^*(t) = \text{const}$.

На рис. 5.2, а показаны примеры траекторий $L(\cdot) = (L(t) = (L_1(t), L_2(t))), t \in [t_0, t_k]$ устойчивой СОУ1, динамика объекта здесь описывается моделью двойного интегратора [18, 23]. На рисунке приведены пять траекторий $L(t)$, "стартовых" (начало обозначено знаком \circ , окончание – \square) в пяти областях $L_i, i = \overline{1, 5}$ с различными видами синтезирующих функций. Как видно из рис. 5.2, а, если значение $L_0 \in L_c$, то в момент $t = t_k$ $z(t_k) = z_k$ точка $L(t)$ выходит на диагональ, где $L_1(t)/L_2(t) = 1$ и $u^*(t) = \text{const}$. Причем траектории с началом выше диагонали направлены вверх-вправо, а с началом ниже диагонали – вниз-влево. Заметим, что данное обстоятельство можно использовать для оценки точности идентификации h .

Если $L_0 \notin L_c$, то цель управления не достигается, т.е. $z(t_k) \neq z_k$ (синтезирующая функция в этом случае принимала граничное значение). На рис. 5.2, б показаны две траектории $L(t)$, начинающиеся при $L_0 \notin L_c$.

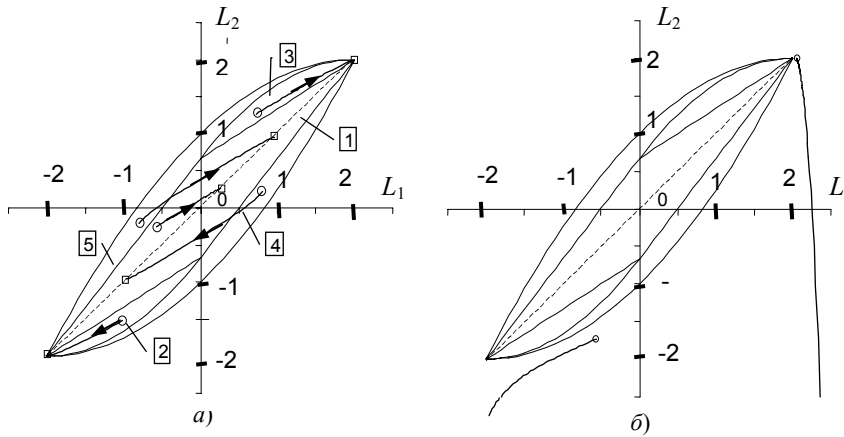


Рис. 5.2. Траектория изменения $L(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ для устойчивой (а) и неустойчивой (б) систем оптимального регулирования

СОУ2 представляют собой разновидность стохастических систем [76]. Входом для них является векторная дискретная случайная величина R_H^0 . Движение замкнутой СОУ2, согласно (5.6) и функциональной связи вектора L от массива R , может быть описано системой дифференциальных уравнений

$$\dot{z} = A_H z(t) + B_H S_H(z(t), \tau; L_H^0), \quad \tau = t_k - t, \quad (5.10)$$

где L_H^0 – значение вектора L , вычисляемое по данным R_H^0 .

В качестве L_H^0 для СОУ2 используется значение L_h , соответствующее наиболее вероятному состоянию функционирования h или подмножеству $H \subset \mathbf{H}$, для которого при всех $h \in H$ синтезирующая функция $S_H(z(t), \tau; L_H^0)$ имеет один вид.

Определение 5.15. СОУ2 называется устойчивой относительно R_H^0 , если $\forall R_{0h} \in \mathbf{R}_H^0$ при $t \rightarrow t_k$ значение $z(t_k; R_{0h}) \rightarrow z^k$. Если хотя бы при одном $R_{0h} \in \mathbf{R}_H^0$ уравнение (5.10) приводит систему в точку $z(t_k; R_{0h})$, отличающуюся от z_k на недопустимую величину, то СОУ2 неустойчива. Здесь $z(t_k; R_{0h})$ – значение при исходных данных R_{0h} .

Утверждение 5.3. СОУ2 устойчива относительно \mathbf{R}_H^0 , если выполняются следующие условия:

- а) $\forall h \in \mathbf{H} : L_{0h} \in L_c$;
- б) существует значение L_H^0 такое, что синтезирующая функция $S_H(z(t), \tau; L_H^0) \forall L_h^0 \in L_c$ обеспечивает $z(t_k; L_H^0)$, отличающееся от z_k на допустимую величину.

Следует заметить, что значение L_H^0 может быть не равно ни одному из элементов множества $L_H^0 = \{L_{0h}, h \in \mathbf{H}\}$.

Определение 5.16. Пусть имеется некоторое значение $\overline{L_H^0}$, полученное усреднением $L_h^0, h \in \mathbf{H}$, тогда значения $L_{hн}^0(z_1)$ и $L_{hв}^0(z_1)$ назовем соответственно нижним и верхним значениями по координате z_1 , если

$$z_1(t_k; \overline{L_H^0}) - z_1(t_k; L_{hн}^0(z_1)) = \max_h, \quad z_1(t_k; L_{hв}^0(z_1)) - z_1(t_k; \overline{L_H^0}) = \max_h,$$

где $z_1(t_k; L_\beta^0)$ – значения $z_1(t_k)$, полученные при синтезирующей функции $S_H(z(t), \tau; L_\beta^0)$, $\beta \in \{\mathbf{H}, h_n, h_b\}$.

Аналогично, если требуется, вводятся понятия $L_{hн}^0(z_2)$, $L_{hв}^0(z_2)$ и т.д.

Утверждение 5.4. Пусть СОУ2 проверяется на устойчивость в смысле выполнения условий на допустимость отклонений по координате z_1 , тогда, если получено L_H^0 , обеспечивающее отличие $z_1(t_k; L_{hн}^0(z_1))$ и $z_1(t_k; L_{hв}^0(z_1))$ от $z_{1к}$ на допустимую величину, СОУ2 будет устойчива.

Здесь понятие устойчивости аналогично устойчивости по части переменных [135]. Естественным образом для СОУ2 может быть введено понятие устойчивости с вероятностью P_y , когда система устойчива для некоторого подмножества состояний $H_y \subset \mathbf{H}$ и $\text{Вер} \{h \in H_y\} = P_y$.

На рис. 5.3, а применительно к объекту двойного интегрирования показаны значения L_{0h} , $h \in \{h_1, h_2, h_3\}$, соответствующие начальным исходным данным R_{0h} , при которых замкнутая СОУ2 устойчива. Все три значения L_{0h} принадлежат области устойчивости $L_y \subset L_c$, изменения h связаны с отклонением параметра b от начального значения на 5%. Следует

заметить, что здесь $L_1(t_k) = L_2(t_k)$ лишь для данных L_{0h} , используемых в синтезирующей функции (100 % b). При других данных цель управления также достигается, т.е. $z(t_k) = z^k$, но $L_1(t_k) \neq L_2(t_k)$.

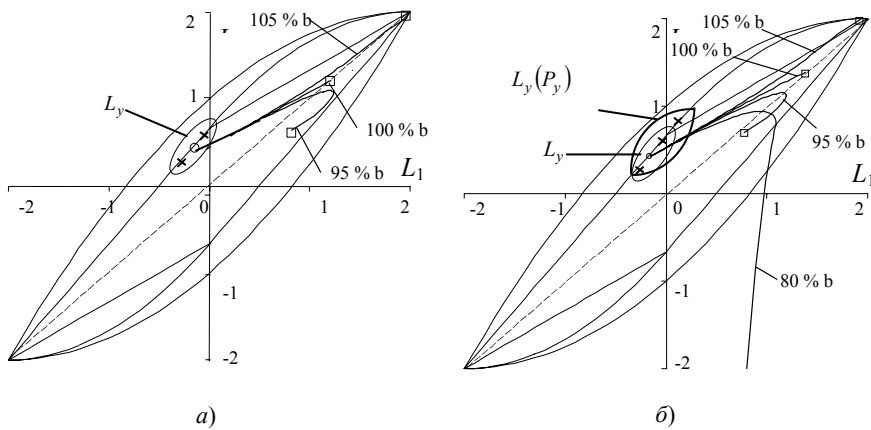


Рис. 5.3. Область устойчивости L_y для СОУ2 (а) и устойчивость с вероятностью P_y (б)

Если $L_{0h} \notin L_y$, то цель управления не достигается и траектория $L(t)$ выходит за пределы L_c . На рис. 5.3, б МСФ включает четыре состояния, три значения $L_{0h} \in L_y$ и одно расположено за пределами L_y (при 80 % b). Если предположить, что значения h равновероятны, то замкнутая СОУ2 устойчива с вероятностью $P_y = 0,75$. Очевидно $L_y \subset L_y(P_y)$, здесь $L_y(P_y)$ – область устойчивости с вероятностью P_y . Рассмотрение устойчивости СОУ2 исключительно важно при решении задач гарантированного оптимального управления на МСФ [136].

Входом для замкнутой СОУ3, согласно (5.7), является траектория изменяющегося массива исходных данных, т.е.

$$R_h(\cdot) = (R_{h_1}, t \in [t_0, t_{n1}]; R_{h_2}, t \in [t_{n1}, t_{n2}]; \dots; R_{h_k}, t \in [t_{nk-1}, t_k]), \quad (5.11)$$

где t_{ni} , $i = 1, 2, \dots, k-1$ – моменты переключения состояний h ; k – число состояний функционирования на интервале $[t_0, t_k]$. Траектории (5.11) соответствует траектория в пространстве синтезирующих переменных.

Выделим два вида СОУ3, различающиеся характером изменения переменной h . В системах первого вида изменение h происходит при достижении одной из фазовых координат некоторого заранее известного значения. Для теплового объекта таким значением может быть температура нагреваемого тела, например, до температуры "переключения" z_1^{n1} динамика теплового процесса описывается одной моделью (с матрицами параметров A_{h_1}, B_{h_1}), а при температуре выше z_1^{n1} – другой моделью (с матрицами A_{h_2}, B_{h_2}). Движение такой СОУ3 первого вида определяется системой уравнений

$$\dot{z} = \begin{cases} A_{h_1} z(t) + B_{h_1} S_{h_1}(z(t), \tau_1; L_{h_1}), & z_1 \in [z_1^0, z_1^{n1}]; \\ \dots & \dots \\ A_{h_k} z(t) + B_{h_k} S_{h_k}(z(t), \tau_k; L_{h_k}), & z_1 \in [z_1^{nk-1}, z_1^k], \end{cases} \quad (5.12)$$

$$\tau_i = t_{ni} - t, \quad i = \overline{1, k},$$

где $t_{ni} = t(z_1^{ni})$ – время достижения значения z_1^{ni} ; L_{h_i} – значение L в момент времени $t(z_1^{ni-1})$.

В СОУ3 второго вида изменения h имеют случайную природу, например, в связи с изменением задания на z_k , понижением напряжения питающей сети и т.п.

Определение 5.17. СОУ3 называется устойчивой относительно траектории $R_{h(t)}$ (см. (5.11)), если при $t \rightarrow t_k$ значение $z(t_k; R_{h(t)}) \rightarrow z_k$.

Утверждение 5.5. Замкнутая СОУ3 устойчива относительно траектории $R_{h(t)}$, если выполняется условие:

$$\forall h_i \in \{h_1, h_2, \dots, h_k\}: L_{h_i}(t_{ni-1}) \in L_c, \quad (5.13)$$

где $t_{n0} = t_0$.

Значения $L_{h_i}(t_{ni-1})$ в соотношении (5.13) для системы первого вида определяются с использованием промежуточных значений z^{ni} и t_{ni} [см. (5.12)]. Для СОУ3 второго вида в расчете $L_{h_i}(t_{ni-1})$ используются только конечные значения z^k и t_k .

На рис. 5.4 приведен пример изменения $L(t)$ для устойчивой СОУЗ, когда объект в состоянии h_1 описывается моделью двойного интегратора, а в состоянии h_2 – дифференциальным уравнением первого порядка (апериодическое звено). Пунктир на рис. 5.4 соответствует моменту $t_{п1}$ "переключения" состояния функционирования. В случае неустойчивости в каком-либо состоянии h , принадлежащем траектории $h(\cdot)$, изменение $L(t)$ принимает вид, показанный на рис. 5.2, б.

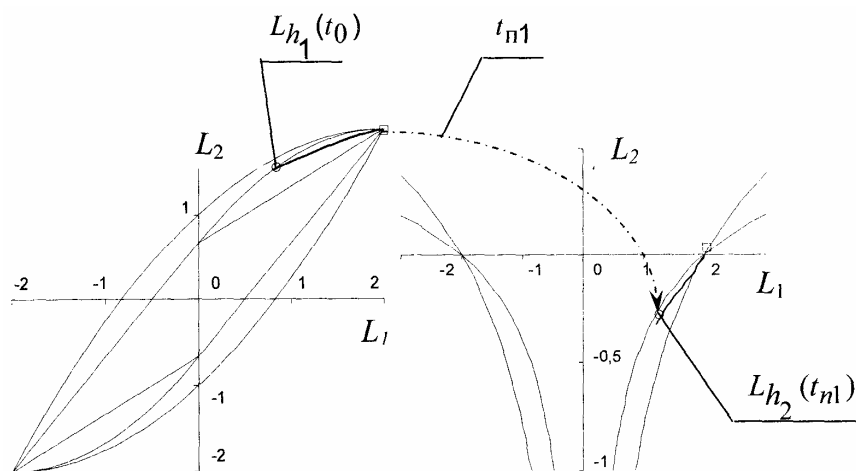


Рис. 5.4. Изменение вектора $L(t)$, $t \in [t_0, t_k]$ для устойчивой СОУЗ

При рассмотрении устойчивости СОУ4 изменение h описывается множеством траекторий $R_{h(\cdot)}$ вида (5.11), т.е.

$$R_{H(\cdot)} = \{R_{h(\cdot)}, h(\cdot) \in H(\cdot)\}.$$

Так как для СОУ4 значения h не идентифицируются, то в результате используется синтезирующая функция $S_{H(\cdot)}(z(t), \tau; L_{h_1}^0)$, соответствующая некоторому начальному состоянию h_1 . Движение системы [см. (5.8)] в этом случае описывается уравнением

$$\dot{z} = A_{H(\cdot)} z(t) + B_{H(\cdot)} S_{H(\cdot)}(z(t), \tau; L_{h_1}^0), \quad \tau = t_k - t. \quad (5.14)$$

Если начальное состояние неизвестно, то выбирается $S_{H(\cdot)}(z(t), \tau; L_{H(\cdot)}^0)$ аналогично тому, как делалось для СОУ2.

Определение 5.18. СОУ4 называется устойчивой относительно $R_{H(\cdot)}$, если при $t \rightarrow t_k$ значение $\tilde{z}(t_k) \rightarrow z_k$.

Проверка устойчивости СОУ4 встречает серьезные трудности. Здесь могут использоваться два подхода. Первый связан с имитационным моделированием. В данном случае задается граф изменения состояний функционирования, в соответствии с которым имитируются возможные траектории $h(\cdot)$ изменения переменной h , затем для каждой траектории $h(\cdot)$ рассчитываются $z(\cdot/h(\cdot))$. По результатам имитации оценивается вероятность достижения цели управления, т.е. $z(t_k) = z_k$, а следовательно, и вероятность P_y того, что система устойчива.

Второй подход предполагает применение свойства включаемости [137]. Если для объекта на МСФ выполняются условия включаемости, т.е. можно определить границы воронки решений системы (5.14) при любых траекториях $h(\cdot)$, то для проверки устойчивости СОУ4 можно использовать результаты, полученные для СОУ2.

Как видно из данного раздела, применение вектора синтезирующих переменных при исследовании практической устойчивости СЭУ с позиционной стратегией позволяет визуализировать процесс анализа на МСФ, строить области устойчивости и области, где система устойчива с требуемой вероятностью.

5.4. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Многие энергоемкие объекты, например электрические печи, работающие в широком интервале температур, не могут быть представлены линейными дифференциальными уравнениями с постоянными коэффициентами. Часто это обусловлено изменением теплофизических свойств материалов от температуры, наличием запаздывания, изменением объема загрузки и другими факторами.

Для такого рода объектов достаточно точно динамические режимы можно описать с последовательным использованием нескольких линейных дифференциальных уравнений. Для этого весь температурный диапазон $[y_{\min}; y_{\max}]$ разбивается на несколько стадий или зон таким образом, чтобы в пределах одной стадии динамика с достаточной точностью описывалась одним линейным дифференциальным уравнением. Общая модель динамики в случае выделения k -зон записывается в виде

$$\begin{aligned}
\forall y \in [y_{\min}, y_1]: \quad \dot{z} &= A_1 z(t) + B_1 u(t - \tau_1); \\
\forall y \in [y_1, y_2]: \quad \dot{z} &= A_2 z(t) + B_2 u(t - \tau_2); \\
&\dots \\
\forall y \in [y_{k-1}, y_{\max}]: \quad \dot{z} &= A_k z(t) + B_k u(t - \tau_k),
\end{aligned} \tag{5.15}$$

где τ_i – время запаздывания по каналу управления для i -й стадии; y – выходная переменная (температура), обычно $y = z_1$. Следует заметить, что размерность вектора для фазовых координат на разных стадиях может быть различной.

Если размерность вектора z для всех стадий одинакова, то система уравнений (5.15) может быть представлена одним дифференциальным уравнением с разрывной правой частью [27], т.е.

$$\dot{z} = \begin{cases} A_1 z(t) + B_1 u(t - \tau_1), & z_1 \in [z_1^0; z_1^{n1}]; \\ \dots \\ A_k z(t) + B_k u(t - \tau_k), & z_1 \in [z_1^{nk-1}; z_1^{\max}], \end{cases} \tag{5.16}$$

где z_1^{ni} – значения первой компоненты вектора $z = (z_1, \dots, z_n)^T$, при которой происходит "переключение" модели i -й стадии на $(i+1)$ -ю.

В предположении, что управление для всех зон – скалярная величина, задача энергосберегающего управления объектом с моделью (5.16) формулируется следующим образом.

Объект с моделью динамики (5.16) требуется за временной интервал $[t_0, t_k]$ перевести из начального состояния $z(t_0) = z^0$ с $z_1^0 \in [z_1^{\min}; z_1^{n1}]$ в конечное $z(t_k) = z^k$ с $z_1^k \in [z_1^{nk-1}; z_1^{\max}]$ при ограничении на управление

$$\forall t \in [t_0, t_k]; \quad u(t) \in [u_n; u_b]$$

и минимуме функционала

$$I_3 = \int_{t_0}^{t_{n1} - \tau_1} u_1^2(t) dt + \dots + \int_{t_{nk-1} - \tau_{k-1}}^{t_k - \tau_k} u_k^2 dt \rightarrow \min_{u_i, t_{ni}};$$

где $u_i(t)$ – управление на i -й стадии; t_{ni} – момент времени, соответствующий переключению с i -й стадии на $(i+1)$ -ю.

Таким образом, в результате решения сформулированной задачи требуется определить виды и параметры функций $u_i^*(t)$, $i = \overline{1, k}$, а также оптимальные моменты переключения t_{ni}^* , $i = \overline{1, k-1}$.

Для численного решения ЗОУ задается массив исходных данных:

$$R = (A_1, \dots, A_k; B_1, \dots, B_k; \tau_1, \dots, \tau_k; z_{1n1}, z_{1nk-1}; u_n, u_b; z_1^0, \dots, z_n^0; z_1^k, \dots, z_n^k; t_0, t_k).$$

Значительное число тепловых аппаратов представляют собой объекты управления с распределенными параметрами.

Общая модель динамики таких объектов должна учитывать многомерность входов и выходов, многостадийность изменения температуры в зонах и неразрывность температурного профиля по длине печи. Сокращенно данную модель будем обозначать МКЛ, здесь M – множество зон, K – множество стадий, L – распределение выходной переменной по длине печи в каждый момент времени.

В соответствии с принятыми обозначениями будем различать следующие виды ЗОУ:

- элементарная ЗОУ, для которой $m = 1$ и $k = 1$;
- К-задача, для которой $m = 1$ и $k \geq 2$;
- М-задача, для которой $m \geq 2$ и $k = 1$, это типичная задача класса МИМО;
- МК-задача $m \geq 2$ и $k \geq 2$, т.е. здесь модели динамики зон рассматриваются как многостадийные;
- ML и МКЛ-задачи, в которых требуется учитывать температуры и скорости их изменения по длине печи, в частности в точках $l_{i,i+1}$, $i = \overline{1, m-1}$ на границах между i -й и $(i+1)$ -й зонами.

В общем случае М-задача имеет два варианта. В одном случае в задаче рассматриваются векторы фазовых координат z , это M_z -задача. В другом случае используются отклонения x выходной переменной y от требуемых значений, т.е. имеет место M_x -задача. Решение M_z -задачи при больших m встречает значительные вычислительные трудности. Обычно для решения M_z -задача декомпозируется на m элементарных ЗОУ.

M_x -задача для многозонной печи формулируется следующим образом. Объект, динамика которого описывается системой дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad x = (x_1, \dots, x_m)^T, \quad u = (u_1, \dots, u_m)^T,$$

$$A = \|a_{ij}\|_{m \times m}, \quad B = \|b_{ij}\|_{m \times m},$$

имеет начальное рассогласование от требуемого режима $x(t_0) = x^0$. Требуется за время $t_k - t_0$, $t_k \leq t_{\text{кдоп}}$ устранить данное рассогласование, минимизируя квадратичный функционал

$$I_{\text{кв}} = \int_{t_0}^{t_k} (x^T(t) Q x(t) + u^T(t) R u(t)) dt, \quad Q = \|g_{ij}\|_{m \times m}, \quad P = \|p_{ij}\|_{m \times m}$$

при этом компоненты вектора управления ограничены, т.е.

$$u_j \in [u_n, u_b], \quad j = \overline{1, m}.$$

В данном случае в соответствии с процедурой АКОР управление ищется в виде

$$u(t) = Kx(t), \quad K = \|k_{ij}\|_{m \times m}.$$

Таким образом, для численного решения M_x -задачи формируется массив исходных данных

$$R_M = (A, B, Q, P, u_n, u_b, x^0, t_{\text{кдоп}}).$$

В отличие от М-задачи в МК-задаче модели динамики для зон представляют собой дифференциальные уравнения с разрывной правой частью, при этом числа стадий в разных зонах могут различаться. Данное обстоятельство ведет к усложнению матриц параметров модели динамики, которую в общем случае для МК-задачи запишем в виде

$$\dot{z} = A(m, k_j) z(t) + B(m, k_j) u(t). \quad (5.17)$$

Здесь матрицы $A(m, k_j)$, $B(m, k_j)$ имеют блочную структуру, отражающую число стадий k_j , $j = \overline{1, m}$ для каждой зоны.

Модель (5.17) обычно используется для определения оптимальной программы $u^*(\circ) = (u_1^*(\circ), \dots, u_m^*(\circ))^T$ перевода печи из начального состояния $z(t_0) = z^0$ в конечное $z(t_k) \in Z_k$ за фиксированное время при минимуме суммарных затрат энергии. Здесь Z_k – допустимая область конечных значений; $u_j^*(\circ) = (u_{j1}^*(t), t \in [t_0, t_{п1}]); \dots; u_{jk_i}^*(t), t \in [t_{п, k_j-1}, t_k])$ – программное управление для j -й зоны.

Массив исходных данных для численного решения МК-задачи содержит информацию о моделях зон, стадий, т.е.

$$R_{\text{МК}} = (A_{1,1}, A_{1,2}, \dots, A_{1,k_1}; \dots; A_{m,1}, A_{m,2}, \dots, A_{m,k_m};$$

$$B_{1,1}, B_{1,2}, \dots, B_{1,k_1}; \dots; B_{m,1}, B_{m,2}, \dots, B_{m,k_m};$$

$$[y^{\min}; y^{\text{п1}}), \dots, [y^{\text{п, к-1}}; y^{\max}]; u_n, u_b, z^0, Z_k, t_0, t_k),$$

где A_{ij} , B_{ij} – матрицы параметров модели динамики для i -й зоны на j -й стадии; $[y^{\text{п}j-1}, y^{\text{п}j}]$ – интервал значений выходной переменной, определяющей границы j -й стадии.

В ML- и MKL-задачах необходимо дополнительно к фазовым координатам $z_{(1)}, \dots, z_{(m)}$, характеризующим температурные режимы в центральных частях зон, иметь информацию о максимальных скоростях измерения температуры y по длине l печи. Проведение имитационных экспериментов показывает, что эти изменения приходятся на точки, соответствующие межзонным переходам $l_{j,j+1}$, $j = \overline{1, m-1}$. Значения $y(l)$ в окрестности точек $l_{j,j+1}$ с достаточной точностью могут быть описаны функциональными зависимостями от значений температур в центрах соседних зон, т.е.

$$l \in [y_{j,j+1} - \Delta l, y_{j,j+1} + \Delta l]: \quad y(l) = f_j(y_j; y_{j+1}).$$

Обозначим $\left. \frac{\partial y_{j,j+1}}{\partial l} \right|_{l=l_{j,j+1}} \stackrel{\Delta}{=} y_{j,j+1}^{(l)}$, тогда с учетом выдвинутых предположений для определения $y_{j,j+1}^{(l), \max}$ можно исполь-

зовать зависимости $y_{j,j+1}^{(l), \max} = f_j^{(l)}(y_j, y_{j+1})$.

ML- и MKL-задачи формулируются аналогично М- и МК-задачам, но дополнительно в них содержатся ограничения:

$$\forall j \in [1; m-1]: \quad y_{j,j+1}^{(l), \max} \leq y_{j,j+1}^{(l), \text{доп}}.$$

В процессе функционирования печи можно выделить следующие основные режимы работы: разогрев печи до температур в зонах, близких к требуемым по технологическому регламенту; выход на заданный регламентом режим работы; стабилизация задаваемого регламентом температурного режима; в случае необходимости переход на новый (другой) температурный режим; остывание печи.

В табл. 5.2 приведены рекомендуемые виды ЗОУ для различных режимов работы.

ТАБЛИЦА 5.2

Режим работы	Виды ЗОУ
Разогрев печи	К-задача
Выход на заданный режим	М-задача
Стабилизация температурного режима	М-, МL-задачи
Переход на другой температурный режим	МК-, МКL-задачи
Остывание печи	К-задача

Выводы по пятой главе

Анализ задач энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования позволяет учесть различные факторы, характерные для объектов и управляющих устройств, в процессе длительной эксплуатации систем управления.

В зависимости от особенностей изменения переменной состояния функционирования и возможности ее идентификации выделены четыре класса систем оптимального управления и соответственно задач оптимального управления. Для систем различных классов рассмотрены важные аспекты практической устойчивости.

Разработанный подход анализа систем на множестве состояний функционирования использован для решения задач энергосберегающего управления нелинейными объектами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии рассмотрен математический аппарат и алгоритмическое обеспечение, которые позволяют решать задачи анализа оптимального управления объектами на множестве состояний функционирования, т.е. когда в процессе управления могут изменяться параметры модели динамики, границы изменения управления, конечные значения фазовых координат и др.

Приводятся примеры полного анализа оптимального управления различными динамическими объектами. Анализ включает определение видов функций оптимального управления, получение условий существования решения задачи, определение соотношений для границ областей видов функций оптимального управления в пространстве синтезирующих переменных и алгоритмы для оперативного расчета параметров управляющих воздействий.

Разработана структура расширенного множества состояний функционирования технических систем, которое комплексно учитывает состояния работоспособности частей системы, производственные ситуации и состояние внешнего окружения, характеризуемого нечетким множеством. Предложена методика построения расширенного множества состояний функционирования с дискретными состояниями, которые характеризуются показателем вероятностной природы, удовлетворяющим условию нормировки.

Рассмотрены различные стратегии и структурные схемы систем оптимального управления. Формализованы модели постановок задач оптимального управления на множестве состояний функционирования и модели расчетного пространства. Сформулированы прямые и обратные задачи энергосберегающего управления.

Полученные результаты анализа оптимального управления на множестве состояний функционирования служат основой базы знаний для широкого круга задач разработки алгоритмического обеспечения систем энергосберегающего управления различными динамическими объектами. Показано, что использование метода синтезирующих переменных при решении задач анализа позволяет представлять результаты по конкретной модели ЗОУ в компактном виде, т.е. эти результаты можно оперативно использовать в последующем для любых значений исходных данных во всех задачах с одинаковыми моделью, функционалом и стратегией реализации ОУ.

Показано, что комбинация принципа максимума, динамического программирования и метода синтезирующих переменных позволяет оперативно решать задачи оптимального управления объектами, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями с разрывной правой частью.

Численные примеры решения задач энергосберегающего управления показывают, что затраты энергии при оптимальном управлении динамическими режимами снижаются на 8...20 %.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кириллкин, В.А. Энергетика. Главные проблемы / В.А. Кириллкин. – М. : Энергетика, 1985. – 87 с.
2. Рэй, Д. Экономия энергии в промышленности / Д. Рэй ; пер. с англ. – М., 1985. – 212 с.
3. Ядыкин, И.Б. Информационные технологии энергосбережения / И.Б. Ядыкин // Информационные технологии в проектировании и производстве. – 1998. – Вып. 2. – С. 46 – 50.
4. Жуков, С.А. "Щадящие" стратегии модернизации автоматизированных систем учета энергоресурсов на базе КТС "Энергия" / С.А. Жуков, И.Б. Ядыкин // Промышленные контроллеры и АСУ. – 1999. – № 4. – С. 8 – 12.
5. Степанов, В.С. Анализ энергетического совершенства технологических процессов / В.С. Степанов. – Новосибирск : Наука, 1984. – 85 с.
6. Сажин, Б.С. Эксергетический метод в химической технологии / Б.С. Сажин, А.П. Булеков. – М. : Химия, 1992. – 208 с.
7. Ядыкин, И.Б. Интегрированные автоматизированные системы учета, контроля и управления энергопотреблением промышленных предприятий / И.Б. Ядыкин // Датчики и системы. – 2000. – № 8. – С. 64 – 68.
8. Ядыкин, И.Б. Принципы построения и архитектура интеллектуальных автоматизированных систем учета энергоресурсов / И.Б. Ядыкин // Труды Института проблем управления. – М. : Изд-во ИПУ. – 2000. – Т. 8. – С. 60 – 71.
9. Аджиев, М.Э. Энергосберегающие технологии / М.Э. Аджиев. – М., 1990. – 64 с.
10. Аракелов, В.Е. Методические вопросы экономии энергоресурсов / В.Е. Аракелов, А.И. Кремер. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 188 с.
11. Ятров, С.Н. Энергосберегающие технологии в СССР и за рубежом. Аналитический альбом / С.Н. Ятров. – М., 1991. – 288 с.
12. Кафаров, В.В. Оптимизация теплообменных процессов и систем / В.В. Кафаров, В.П. Мешалкин, Л.В. Гурьева. – М. : Энергоатомиздат, 1988. – 192 с.
13. Коновалов, В.И. Пропиточно-сушильное и клеепромазочное оборудование / В.И. Коновалов, А.М. Коваль. – М. : Химия, 1989. – 224 с.
14. Центер, Ф.Г. Проектирование тепловой изоляции электростанций и тепловых сетей / Ф.Г. Центер. – Л. : Энергия, 1972. – 198 с.
15. Данилов, О.Л. Экономия энергии при тепловой сушке / О.Л. Данилов, Б.И. Леончик. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 156 с.
16. Александров, А.Г. Оптимальные и адаптивные системы / А.Г. Александров. – М. : Высш. шк., 1989. – 263 с.
17. Олейников, В.А. Основы оптимального и экстремального управления : учеб. пособие для студентов вузов / В.А. Олейников, Н.С. Зотов, А.М. Пришвин. – М. : Высш. шк., 1969. – 296 с.
18. Атанс, М. Оптимальное управление / М. Атанс, П. Фалб. – М. : Машиностроение, 1968. – 764 с.
19. Лейтман, Дж. Введение в теорию оптимального управления / Дж. Лейтман. – М. : Наука, 1968. – 192 с.
20. Флюгге-Лотц, Й. Оптимальное управление в некоторых системах угловой ориентации при различных критериях качества / Й. Флюгге-Лотц, Г. Марбах // Техническая механика. – 1963. – № 2. – С. 38 – 54.
21. Иванов, Ю.Н. Оптимальное сочетание двигательных систем / Ю.Н. Иванов // Механика и машиностроение, Изв. АН СССР. – 1966.
22. Справочник по теории автоматического управления / под ред. А.А. Красовского. – М. : Наука, 1987. – 712 с.
23. Сю, Д. Современная теория автоматического управления и ее применение / Д. Сю, А. Мейер ; под ред. д-ра техн. наук, проф. Ю.И. Топчиева ; пер. с англ. – М. : Машиностроение, 1972. – 544 с.
24. Сейдж, Э.П. Оптимальное управление системами / Э.П. Сейдж, Ч.С. Уайт. – М. : Радио и связь, 1982. – 392 с.
25. Энергосберегающее управление нагревом жидкости / В.Н. Грошев, С.В. Артемова, Д.Ю. Муромцев, Л.П. Орлова // Техника в сельском хозяйстве. – 1996. – № 2. – С. 27–28.
26. Муромцев, Ю.Л. Моделирование и оптимизация технических систем при изменении состояний функционирования / Ю.Л. Муромцев, Л.Н. Ляпин, О.В. Попова. – Воронеж : ВГУ, 1992. – 164 с.
27. Филиппов, А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью / А.Ф. Филиппов. – М. : Наука, 1985. – 224 с.
28. Смирнова, В.П. Проектирование и расчет автоматизированных приводов / В.П. Смирнова, В.И. Разинцев. – М. : Машиностроение, 1990. – 368 с.
29. Герасимьяк, Р.П. Динамика асинхронных электроприводов крановых механизмов / Р.П. Герасимьяк. – М. : Энергоатомиздат, 1986. – 168 с.
30. Чистов, В.П. Оптимальное управление электрическими приводами / В.П. Чистов, В.Н. Бондаренко, В.А. Святославский. – М. : Энергия, 1968. – 232 с.
31. Аналитическое конструирование регулятора для следящей системы с люфтом / Б.В. Сухинин, В.И. Ловчаков, В.В. Сурков, К.В. Краснов // Информатика. Машиностроение. – 1998. – № 3. – С. 66 – 69.
32. Орлова, Л.П. Программное обеспечение энергосберегающего оптимального управления пуском электродвигателей / Л.П. Орлова, Э.В. Сысоев, С.Б. Ушанев // Компьютерная хроника. – 1997. – № 12. – С. 19 – 29.
33. Микропроцессорные системы автоведения электроподвижного состава / Л.А. Баранов, Л.М. Головичер, Е.В. Ерофеев, В.М. Максимов. – М. : Транспорт, 1990. – 272 с.
34. Костюковский, М.А. Управление электропоездом и его обслуживание / М.А. Костюковский. – М. : Транспорт, 1987. – 253 с.
35. Гродзовский, Г.Л. Механика космического полета (проблемы оптимизации) / Г.Л. Гродзовский, Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев. – М. : Наука, 1975. – 704 с.
36. ТРЕЙС МОУД. Графическая инструментальная система для разработки АСУ. Версия 5.0 : руководство пользователя. – AdAstra Research Group, Ltd. – 1998. – 771 с.

37. Бодров, В.И. Метод решения задач оптимального управления в классе нечетких множеств / В.И. Бодров, Ю.Ю. Громов, В.Г. Матвейкин. – Тамбов : ТИХМ, 1988. – 6 с.
38. Бодров, В.И. Оптимизация режимов работы воздухоразделительной установки низкого давления при переменном потреблении продуктов разделения / В.И. Бодров, Ю.В. Кулаков, В.Н. Шамкин // Холод – народному хозяйству : тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф. – Л. : ЛТИХП, 1991. – С. 16.
39. Бодров, В.И. Оптимизация статических режимов работы воздухоразделительных установок низкого давления при переменном потреблении продуктов разделения / В.И. Бодров, Ю.В. Кулаков, В.Н. Шамкин // Химическая промышленность. – 1993. – № 1, 2. – С. 66 – 71.
40. Красовский, Н.Н. Теория управления движением. Линейные системы / Н.Н. Красовский. – М. : Наука, – № 8. – 476 с.
41. Теория автоматического управления : учеб. для вузов по спец. "Автоматика и телемеханика". В 2 ч. Ч. 2 : Теория нелинейных и специальных систем автоматического управления / А.А. Воронов, Д.П. Ким, В.М. Лохан и др. – М. : Высш. шк., 1986. – 504 с.
42. Алексеев, В.М. Оптимальное управление / В.М. Алексеев, В.М. Тихомиров, С.В. Фомин. – М. : Наука, 1979. – 432 с.
43. Протодяконов, И.О. Основы теории оптимизации : учеб. пособие для студентов вузов / И.О. Протодяконов, В.Д. Ногин, И.И. Евлампиев. – М. : Высш. шк., 1986. – 384 с.
44. Брайсон, А. Прикладная теория оптимального управления / А. Брайсон, Ю-ши Хо. – М. : Мир, 1972. – 544 с.
45. Ляпин, Л.Н. Анализ и оперативный синтез оптимального управления в задаче двойного интегратора на множестве состояний функционирования / Л.Н. Ляпин, Ю.Л. Муромцев // Техническая кибернетика, Изв. АН СССР. – 1990. – № 3. – С. 57 – 64.
46. Ляпин, Л.Н. Оптимальный по минимуму затрат энергии регулятор объекта двойного интегрирования / Л.Н. Ляпин, Ю.Л. Муромцев, О.В. Попова // Техническая кибернетика, Изв. РАН. – 1992. – № 2. – С. 39 – 46.
47. Егоров, А.И. Оптимальное управление тепловыми и диффузионными процессами / А.И. Егоров. – М. : Наука, 1978. – 464 с.
48. Карапетян, Р.М. Алгоритмы оценки качества и синтеза линейных систем управления / Р.М. Карапетян. – Рига : ЛРП ВНТОМ, 1989. – 52 с.
49. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник. В 5 т. Т. 1 : Математические модели, динамические характеристики и анализ систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
50. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник. В 5 т. Т. 3 : Синтез регуляторов систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
51. Методы классической и современной теории автоматического управления : учебник. В 5 т. Т. 4 : Теория оптимизации систем автоматического управления / под ред. К.А. Пупкова, Н.Д. Егупова. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004. – 656 с.
52. Чаки, Ф. Современная теория управления / Ф. Чаки // Нелинейные, оптимальные и адаптивные системы. – М. : Мир, 1975. – 424 с.
53. Гудвин, Г.К. Проектирование систем управления / Г.К. Гудвин, С.Ф. Греббе, М.Э. Сальгадо. – М. : БИНОМ, Лаборатория знаний, 2004. – 911 с.
54. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления : учебник / под ред. Н.Д. Егупова. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 744 с.
55. Пупков, К.А. Интеллектуальные системы / К.А. Пупков, В.Г. Коньков. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 348 с.
56. Радкевич, В.В. Системы управления объектами газовой промышленности / В.В. Радкевич. – М. : Серебряная нить, 2004. – 440 с.
57. Люггер, Джордж Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / Джордж Ф. Люггер. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2003. – 864 с.
58. Фрадков, А.Л. Адаптивное управление в сложных системах / А.Л. Фрадков. – М. : Наука, 1990. – 292 с.
59. Корнеева, А.И. Тенденция развития системной автоматизации технологических процессов / А.И. Корнеева // Приборы и системы управления. – 1998. – № 8. – С. 51 – 56.
60. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М. : Наука, 1969. – 384 с.
61. Болтянский, В.Г. Математические методы оптимального управления / В.Г. Болтянский. – М. : Наука, 1969. – 408 с.
62. Беллман, Р. Динамическое программирование / Р. Беллман. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1960. – 400 с.
63. Беллман, Р. Некоторые вопросы математической теории процессов управления / Р. Беллман, И. Гликсберг, О. Гросс. – М. : Изд-во иностранной литературы, 1962.
64. Летов, А.М. Аналитическое конструирование регуляторов / А.М. Летов // Автоматика и телемеханика. – 1960. – Т. 1, № 4. – С. 436 – 441; 1960. – Т. 2, № 5. – С. 561 – 568; 1960. – Т. 3, № 6. – С. 661 – 665; 1961. – Т. 4, № 4. – С. 425 – 435; 1962. – Т. 5, № 11. – С. 1405 – 1413.
65. Красовский, А.А. Обобщение задачи аналитического конструирования регуляторов при заданной работе управлений и управляющих сигналов / А.А. Красовский // Автоматика и телемеханика. – 1969. – № 7. – С. 7 – 17.
66. Матвейкин, В.Г. Оптимизация управления промышленным предприятием : монография / В.Г. Матвейкин, Б.С. Дмитриевский, В.Н. Дякин. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2004. – 82 с.
67. Гнеденко, Б.Ф. Математические методы в теории надежности / Б.Ф. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М. : Наука, 1965. – 275 с.
68. Барлоу, Р. Статистическая теория надежности и испытания на безотказность / Р. Барлоу, Ф. Прошан ; пер. с англ. Н.А. Ушакова. – М. : Наука, 1985. – 327 с.

69. Муромцев, Ю.Л. Определение границ эффективности и работоспособности сложных систем / Ю.Л. Муромцев // Автоматика и телемеханика. – 1988. – № 4. – С. 164 – 176.
70. Заде, Л.А. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л.А. Заде. – М. : Мир, 1976. – 165 с.
71. Муромцев, Ю.Л. Безаварийность и диагностика нарушений в химических производствах. Методы, модели, алгоритмы / Ю.Л. Муромцев. – М. : Химия, 1990. – 144 с.
72. Кафаров, В.В. Системный анализ процессов химической технологии. Применение метода нечетких множеств / В.В. Кафаров, И.Н. Дорохов, И. П. Марков. – М. : Наука, 1986. – 360 с.
73. Прикладные нечеткие системы / К. Асаи, Д. Ватада, С. Иваи и др. ; пер. с яп. ; под ред. Т. Терано, К. Асаи, М. Сугено. – М. : Мир, 1993. – 368 с.
74. Таха, Хэмди А. Введение в исследование операций / Хэмди А. Таха. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2001. – 912 с.
75. Субботин, А.И. Оптимизация гарантий в задачах управления / А.И. Субботин, А.Г. Ченцов. – М. : Наука, 1981. – 288 с.
76. Аоки, М. Оптимизация стохастических систем / М. Аоки. – М. : Наука, 1971. – 424 с.
77. Благодатских, В.И. Некоторые результаты по теории дифференциальных включений / В.И. Благодатских // Summer school on ordinary Differential Equation. – Brno, 1974. – Part II. – P. 29 – 67.
78. Муромцев, Д.Ю. Информационно-технологическая среда проектирования интеллектуальных контроллеров / Д.Ю. Муромцев, В.В. Орлов // Компьютерная хроника. – 1997. – № 12. – С. 3 – 8.
79. Муромцев, Д.Ю. Оперативный синтез энергосберегающего управления для линейных систем с запаздыванием на множестве состояний функционирования / Д.Ю. Муромцев // Труды ТГТУ : сборник научных статей молодых ученых и студентов. – Тамбов, 1999. – Вып. 4. – С. 47 – 50.
80. Муромцев, Д.Ю. Обратные задачи моделирования при анализе и синтезе энергосберегающего управления / Д.Ю. Муромцев // Актуальные проблемы информатики и информационных технологий : материалы III Тамб. межвуз. науч. конф. – Тамбов : Изд-во ТГУ им. Г.Р. Державина, 1999. – С. 62–63.
81. Орлова, Л.П. Концепция моделирования и вычислительная среда для оперативного проектирования энергосберегающих систем управления / Л.П. Орлова, Д.Ю. Муромцев // Новые информационные технологии : материалы второго научно-практического семинара. – М., 1999. – С. 111 –113.
82. Дьяконов, В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем : специальный справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб. : Питер, 2002. – 448 с.
83. Андреев, Ю.Н. Задача оптимального управления нагревом массивных тел / Ю.Н. Андреев, А.Г. Бутковский // Инж.-физ. журнал. – 1965. – № 1. – С. 87 – 92.
84. Бутковский, А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами / А.Г. Бутковский. – М. : Наука, 1965. – 474 с.
85. Вигак, В.М. Оптимальное управление нестационарными температурными режимами / В.М. Вигак. – Киев : Наукова думка, 1979. – 395 с.
86. Вигак, В.М. Оптимальный нагрев цилиндра при ограничениях на градиенты температурного поля / В.М. Вигак, А.В. Костенко // Математические методы термодинамики. – Киев : Наукова думка, 1978. – С. 71 – 78.
87. Липов, В.Я. Оптимизация электропечей непрерывного действия / В.Я. Липов, Г.Н. Паршин, Ю.Н. Селезнев. – М. : Энергоатомиздат, 1989.
88. Теория и основы управления режимами нагрева и охлаждения материалов / В.И. Тимошпольский, В.Б. Ковалевский, И.А. Трусова, В. Попкович // Теплообмен ММФ-96 : тр. III Минского междунар. форума (20 – 24 мая 1996 г.). – Минск, 1996. – Т. X, Ч. 1. – С. 142 – 146.
89. Бодров, В.И. Разработка алгоритма управления процессом получения диацитата целлюлозы в условиях неопределенности / В.И. Бодров, Н.С. Попов, В.В. Трейгер // Приборы и системы управления. – 1989. – № 10. – С. 15 – 17.
90. Бодров, В.И. К вопросу синтеза структуры закона управления ХТС заданной на лингвистическом уровне / В.И. Бодров, Ю.Ю. Громов, В.Г. Матвейкин. – Тамбов : ТИХМ, 1987. – 10 с.
91. Родионов, А.М. Метод синтеза линейных оптимальных систем с запаздыванием / А.М. Родионов // Техническая кибернетика. – 1982. – № 3. – С. 11 – 16.
92. Муромцев, Д.Ю. Синтез энергосберегающего управления многостадийными процессами комбинированным методом / Д.Ю. Муромцев, Ю.Л. Муромцев, Л.П. Орлова // Автоматика и телемеханика. – 2002. – № 3. – С. 169 – 178.
93. Эйкхофф, П. Основы идентификации систем управления / П. Эйкхофф. – М. : Мир, 1975. – 684 с.
94. Марковский, А.В. Технология идентификации и моделирования сложных нелинейных динамических систем / А.В. Марковский, В.Д. Чалый // Приборы и системы управления. – 1998. – № 9. – С. 10 – 12.
95. Бессонов, А.Н. Методы и средства идентификации динамических объектов / А.Н. Бессонов, Ю.В. Загашвили, А.С. Маркелов. – Л. : Энергоатомиздат, 1989.
96. Гроп, Д. Методы идентификации систем / Д. Гроп. – М. : Мир, 1979. – 472 с.
97. Елизаров, И.А. Периодический процесс растворения полидисперсного материала / И.А. Елизаров, В.Г. Матвейкин, С.И. Фролов // Математическое моделирование. – 2002. – Т. 12. – С. 23 – 38.
98. Общий алгоритм идентификации быстро изменяющихся во времени систем / Дж. Дейвидов, М. Шпитапни, А. Шавит, И. Корен // ТИИЭР. – 1987. – Т. 75, № 8. – С. 165–166.
99. The application of the modern information technology in the high-end scientific manufacture management / V.G. Matveykin, S.V. Putin, A.D. Romanov // Вестник Тамбовского государственного технического университета. – 2002. – Vol. 8, N 3. – P. 410 – 412.
100. Артемова, С.В. Энергосберегающее управление одним классом нелинейных объектов / С.В. Артемова, Д.Ю. Муромцев // Труды ТГТУ : сб. науч. ст. молодых ученых и студентов. – Тамбов, 1997. – Вып. 1. – С. 194 – 197.

101. Муромцев, Ю.Л. Идентификация моделей, учитывающих изменение состояний функционирования / Ю.Л. Муромцев, Л.П. Орлова, Д.Ю. Муромцев // *Обработка сигналов и полей*. – 2000. – № 3. – С. 45 – 48.
102. Долголаптев, В.Г. Работа в Excel 7.0 для Windows 95 на примерах / В.Г. Долголаптев. – М. : БИНОМ, 1995. – 384 с.
103. Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH / А.В. Леоненков. – СПб. : БХВ. Петербург, 2003. – 736 с.
104. Саймон, Джинджер. Анализ данных в Excel : наглядный курс создания отчетов, диаграмм и сводных таблиц / Джинджер Саймон ; пер. с англ. – М. : Издательский дом "Вильямс", 2004. – 528 с.
105. Применение экспертной системы для оптимального управления технологическими процессами / С.В. Артемова, Д.Ю. Муромцев, С.Б. Ушанев, Н.Г. Чернышов // *Информационные технологии в проектировании и производстве*. – 1997. – № 1. – С. 12 – 16.
106. Информационные технологии в проектировании энергосберегающих систем управления динамическими режимами : учеб. пособие. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2000. – 84 с.
107. Муромцев, Ю.Л. Метод синтезирующих переменных при оптимальном управлении линейными объектами / Ю.Л. Муромцев, Л.И. Ляпин, Е.В. Сатина // *Приборостроение. Изв. вузов*. – 1993. – № 11, 12.
108. Муромцев, Ю.Л. Определение границ эффективности и работоспособности сложных систем / Ю.Л. Муромцев // *Автоматика и телемеханика*. – 1988. – № 4. – С. 164 – 176.
109. Теоретические основы исследования сложных систем с учетом надежности : учебное пособие / Ю.Л. Муромцев, Л.Н. Ляпин, В.Н. Грошев, В.Н. Шамкин. – М. : Московский институт химического машиностроения, 1987. – 116 с.
110. Формальский, А.М. Управляемость и устойчивость систем с ограниченными ресурсами / А.М. Формальский. – М. : Наука, 1974.
111. Заде, Л. Теория линейных систем. (Метод пространства состояний) / Л. Заде, Ч. Дезоер. – М. : Наука, 1970. – 704 с.
112. Фельдбаум, А.А. Основы теорий оптимальных автоматических систем / А.А. Фельдбаум. – М. : Наука, 1966.
113. Солодовников, В.В. Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Кн. 1 : Математическое описание, анализ устойчивости и качества систем автоматического регулирования / В.В. Солодовников. – М. : Машиностроение, 1967. – 770 с.
114. Топчиев, Ю.И. Атлас для проектирования САР / Ю.И. Топчиев. – М. : Машиностроение, 1989. – 752 с.
115. Пельпер, Д.С. Гироскопические системы / Д.С. Пельпер. – М. : Высшая школа, 1988. – 424 с.
116. Муромцев, Д.Ю. Виды функций энергосберегающего управления в задаче тройного интегратора / Д.Ю. Муромцев, Г.М. Аль-Наджар // *Труды ТГТУ*. – Тамбов, 2003. – Вып. 13. – С. 149 – 153.
117. Бодров, В.И. Синтез энергосберегающих устройств управления нелинейными объектами, реализующих позиционную стратегию / В.И. Бодров, Д.Ю. Муромцев // *Динамика нелинейных дискретных электротехнических и электронных систем : материалы III Всерос. науч.-техн. конф.* – Чебоксары, 1999. – С. 92–93.
118. Muromtsev, D. Yu. Synthesis of intellectual energy-saving regulators by thermal objects // *Interactive systems: the problems of human – Computer interaction. Proceedings of the International Conference*. – Ulianovsk, 1999. – P. 118–119.
119. Муромцев, Д.Ю. Энергосберегающий оптимальный многофункциональный регулятор / Д.Ю. Муромцев, Р.А. Губанов // *Вестник ТГТУ*. – Тамбов, 2001. – Т. 7, № 1. – С. 20 – 34.
120. Муромцев, Д.Ю. Синтез энергосберегающих регуляторов для нелинейных объектов / Д.Ю. Муромцев, В.В. Орлов // *Динамика систем, механизмов и машин : материалы III науч.-техн. конф.* – Омск : ОмГТУ, 1999. – С. 327–328.
121. Свидетельство РФ об официальной регистрации программы для ЭВМ № 2004611871. Программа синтеза структуры системы оптимального регулирования, минимизирующей затраты энергии / Д.Ю. Муромцев, С.В. Артемова, А.Н. Грибков. – 12.08.2004.
122. Летов, А.М. Устойчивость нелинейных регулируемых систем / А.М. Летов. – М., 1962.
123. Калман, Р. Очерки по математической теории систем / Р. Калман, П. Фалб, М. Арбиб ; пер. с англ. – М. : Мир, 1971. – 400 с.
124. Мальшев, В.В. Прикладная теория стохастической устойчивости и оптимального стационарного управления: Обзор / В.В. Мальшев, П.В. Пакшин // *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. – 1990. – Ч. 1, № 1.
125. Мальшев, В.В. Прикладная теория стохастической устойчивости и оптимального стационарного управления: Обзор / В.В. Мальшев, П.В. Пакшин // *Изв. АН СССР. Техническая кибернетика*. – 1990. – Ч. 2, № 2.
126. Хасьминский, Р.З. Устойчивость систем дифференциальных уравнений при случайных возмущениях их параметров / Р.З. Хасьминский. – М. : Наука, 1969.
127. Ядыкин, И.Б. Оптимальное адаптивное управление на основе беспойсковой самонастраивающейся системы с обучаемой эталонной моделью / И.Б. Ядыкин // *Автоматика и телемеханика*. – 1979. – № 2.
128. Насимов, К.А. К теории устойчивости систем со случайными параметрами / К.А. Насимов // *Докл. АН УзССР*. – 1989. – № 3.
129. Корневский, Д.Г. Устойчивость динамических систем при случайных возмущениях параметров. Алгебраические критерии / Д.Г. Корневский – Киев : Наукова думка, 1989.
130. Wagenaar, T. J. A. Stability and stabilizability of chemical reactors modelled with stochastic parameters / T. J. A. Wagenaar, W.L. De Koning // *Int. J. Control*. – 1989. – Vol. 49. – N 1.
131. Барский, В.Е. Формирование устойчивых на конечном интервале времени терминальных систем управления / В.Е. Барский // *Техническая кибернетика*. – 1990. – № 2.
132. Муромцев, Д.Ю. Информационные технологии анализа устойчивости систем оптимального управления / Д.Ю. Муромцев // *Информационные технологии в проектировании микропроцессорных систем. ИТ ПМПС-2000 : тезисы докладов Междунар. науч.-техн. конф.* – Тамбов, 2004. – С. 53–54.
133. Муромцев, Ю.Л. Практическая устойчивость систем оптимального управления / Ю.Л. Муромцев, Д.Ю. Муромцев, В.В. Орлов // *Вестник Тамбовского государственного технического университета*. – Тамбов, 2000. – Т. 6, № 3. – С. 387 – 392.

134. Гришин, Ю.П. Динамические системы, устойчивые к отказам / Ю.П. Гришин, Ю.М. Казаринов. – М. : Радио и связь, 1985. – 176 с.
135. Оаиранер, А.С. Устойчивость по части переменных / А.С. Оаиранер, В.В. Румянцева // Прикладная математика и механика. – 1972. – Т. 36. – Вып. 2. – С. 369 – 384.
136. Муромцев, Ю.Л. Гарантированная оптимальная программа управления на множестве состояний функционирования / Ю.Л. Муромцев, Л.Н. Ляпин // Автоматика и телемеханика. – 1993. – № 3.
137. Муромцев, Ю.Л. Включаемость сложных систем / Ю.Л. Муромцев, Л.Н. Ляпин // Сб. трудов. – М. : ВНИИСИ, 1988. – Вып. 14.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ЭНЕРГОПОТРЕБЛЯЕМЫЕ ОБЪЕКТЫ И ОСОБЕННОСТИ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ	8
1.1. Тепловые аппараты	8
1.2. Машины с электроприводами и транспортные средства	14
1.3. Групповые и многомерные объекты	16
1.4. Особенности энергосберегающего управления динамическими объектами	18
2. ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ	21
2.1. Задачи энергосберегающего управления	21
2.2. Множество состояний функционирования	24
2.3. Модели задач оптимального управления	32
2.4. Прямые и обратные задачи	35
3. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДИНАМИКИ ЭНЕРГОЕМКИХ ОБЪЕКТОВ	39
3.1. Постановки задач идентификации	39
3.2. Особенности идентификации моделей динамики на множестве состояний функционирования	44
3.3. Идентификация моделей при оперативном синтезе оптимального управления	48
3.4. Информационные технологии для идентификации моделей	51
4. МЕТОДОЛОГИЯ ПОЛНОГО АНАЛИЗА ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ	54
4.1. Метод синтезирующих переменных и существование решения задачи оптимального управления	54
4.2. Программная стратегия	67
4.2.1. Виды функций оптимального управления	68
4.2.2. Расчет параметров оптимального управления	75
4.3. Анализ энергосберегающего управления многомерными объектами	78
4.4. Оптимальное управление при воздействии помех	82
5. АНАЛИЗ ЗАДАЧ ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ НА МНОЖЕСТВЕ СОСТОЯНИЙ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ	87
5.1. Классы систем и стратегии энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования	87
5.2. Задачи энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования	94
5.3. Особенности анализа систем энергосберегающего управления на множестве состояний функционирования	96
5.4. Оптимальное управление нелинейными объектами	109
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	115
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	116