

МАТЕМАТИКА

Часть 3

•ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ•

Министерство образования и науки Российской Федерации
ГОУ ВПО «Тамбовский государственный технический университет»

МАТЕМАТИКА

Часть 3

Учебные задания
для студентов 1 курса
технических и экономических специальностей



Тамбов
Издательство ТГТУ
2006

УДК 51(07)
ББК В11я73-4
М34

Утверждено Редакционно-издательским советом университета

Рецензент
Кандидат физико-математических наук, доцент
А.Д. Нахман

Составители:
*А.В. Медведев, В.А. Попов, Н.П. Пучков,
А.И. Урусов, А.В. Щербакова*

Даны задания по разделам учебных программ «Пределы» и «Дифференциальное исчисление функций одной переменной» для технических и экономических специальностей. Предложенные задачи являются типовыми, предназначены для аудиторной и самостоятельной работы студентов и могут служить основой при составлении вариантов проверочных заданий.

Предназначены для студентов 1 курса технических и экономических специальностей.

УДК 51(07)
ББК В11я73-4

© ГОУ ВПО «Тамбовский государственный
технический университет» (ТГТУ), 2006

Учебное издание

МАТЕМАТИКА

Часть 3

Учебные задания

Составители: МЕДВЕДЕВ Александр Васильевич,
ПОПОВ Вячеслав Александрович,
ПУЧКОВ Николай Петрович,
УРУСОВ Александр Иванович,
ЩЕРБАКОВА Антонина Васильевна

Редактор З.Г. Чернова
Компьютерное макетирование Т.Ю. Зотовой

Подписано в печать 04.09.06
Формат 60 × 84/16. Бумага газетная. Гарнитура Times New Roman.
1,4 уч.-изд. л. Тираж 500 экз. Заказ № 442

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

ПРЕДЕЛЫ

1. Найти пределы числовых последовательностей:

$$1. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n-3}$$

$$2. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n-4}{4n+5}$$

$$3. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+7}{2n+3}$$

$$4. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2-1}{3n^2+4}$$

$$5. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-3n^2}{5n^2-2}$$

$$6. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)^3}{3n^3-5}$$

$$7. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3-1}{21n^2+5}$$

$$8. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^3-3}{5n^4+n-1}$$

$$9. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^3-3n^5}{7n^2+8n^5}$$

$$10. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{11n^3+8n-3}{2n^2+3n-4}$$

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^7+n^3+1}{2n^2+3n-5}$$

$$12. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^8+9n-4}{8n^9+4n^6-3}$$

$$13. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n^2+3)(7n^3-n)}{(4\sqrt{n^3}+1)(3-4n^4)}$$

$$14. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{5n^2+2n}}{3n-\sqrt[4]{7n^3}}$$

$$15. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-\sqrt{n})(2\sqrt{n^2+1}-3)}{4n^2+5n+6}$$

$$16. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3n^2+1}-2n}{\sqrt[3]{4n^3+8+n}}$$

$$17. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(3n+5)^4-(2n-3)}{7n^4+5n-1}$$

$$18. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+2)^3-(3+4n)^3}{(2n^2+1)\sqrt[4]{7n^4+n}}$$

$$19. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n-1)^4-(3-2n)^4}{(3n^4+2)\sqrt[3]{n-3n^3}}$$

$$20. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n(n+1)(n+2)}{\sqrt{n+1}\sqrt{n^2+1}\sqrt{3n^3+1}}$$

$$21. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n n}{(2^n+3)\sqrt{3n^2+5}}$$

$$22. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n+4^n}{2^n-3 \cdot 4^n}$$

$$23. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{2n+1}-3^n}{3 \cdot 4^n-5 \cdot 3^n}$$

$$24. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3^n-5^{n+1}}{2^{n+1}+5^{n+2}}$$

$$25. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+1)!}{(n+2)!} \quad 121$$

$$26. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+(n+3)!}{n!+(n+1)!}$$

$$27. \lim_{n \rightarrow \infty} (n-\sqrt{n^2-1})$$

$$28. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2+n}-n)$$

$$29. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{3n^2+1}-\sqrt{3n^2+n})$$

$$30. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{4n^2+5n}-2n)$$

$$31. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{3n^2}-\sqrt{2n^2+1})$$

$$32. \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n^2}-\sqrt[3]{n^2+1})$$

33. $\lim_{n \rightarrow \infty} n(\sqrt[3]{1+8n^3} - 2n)$
35. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^3-1} - n\sqrt{n^2+1}}{\sqrt{n^2+2}}$
37. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{(n+1)^3} - \sqrt{n(n-1)(n-3)}}{\sqrt{n}}$
39. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n+5}(\sqrt{n+6} - \sqrt{n-7})$
41. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n$
43. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+2}{3n-4}\right)^n$
45. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n+3}\right)^{3n-4}$
47. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+1}{n^2-1}\right)^n$
49. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n^2-1}{3n^2+5}\right)^{n^2}$
34. $\lim_{n \rightarrow \infty} (n + \sqrt[3]{3-n^3})$
36. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{n^5+3} - n\sqrt{n^3+2n}}{\sqrt{n+7}}$
38. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3]{n}(\sqrt[3]{n^2} - \sqrt[3]{n^2+n})$
40. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[4]{n^3}(\sqrt[4]{n+3} - \sqrt[4]{n-2})$
42. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-1}{3n+2}\right)^n$
44. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n+5}{2n+7}\right)^n$
46. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-3}{n+1}\right)^{4n-1}$
48. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n^2+n}{2n^2-n+7}\right)^n$
50. $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2+n-1}{n^2-n+1}\right)^{3n-5}$

2. Найти пределы функций:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2+3x+4}{-9x^2-6x-1}$
2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x^2+8x+1}{-5x^2-9x}$
3. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+4x+2}{-3x^2-7x+1}$
4. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x^2+8x+6}{-3x^2+5x+4}$
5. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9x^2-7x+1}{7x^2+8x}$
6. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2-5x+8}{-8x^2-8x-8}$
7. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2-x+3}{2x^2+5}$
8. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-7x^2-8x-3}{-3x^2+3x}$
9. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^2-9}{6x^2+4}$
10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^2+x+8}{-5x^2+5x-3}$
11. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3+x^2-4x+9}{-x^3-9x^2-3x-8}$
12. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3+7x^2-2}{-4x^3-8x^2-6}$
13. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3-8x^2+4x+4}{x^3+7x^2+8x-3}$
14. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-8x^3-8x^2-5x+4}{-6x^3+3x^2+8x+4}$
15. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3-8x^2-9}{-6x^2+6x+3}$
16. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3+3x^2+x+5}{-8x^3+4x^2+9x-9}$
17. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3+8x^2+3x+7}{+3x^2+2x+8}$
18. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-4x^3+4x^2-4x}{9x^3+7x^2-5x-1}$
19. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3+3x^2+7x+9}{-9x^3+x^2-2x-1}$
20. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x^3+7x^2-7}{8x^3+x^2+5x+8}$

21. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{6x - 9 - \sqrt{3x^2 - x + 4}}{-x + 2}$
22. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-9x + 3 - \sqrt{9x^2 + 6x + 6}}{-8x + 7}$
23. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2 - \sqrt{8x^2 - 3x - 4}}{-9x - 5}$
24. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x - 2 - \sqrt{5x^2 + 7x - 2}}{3x - 1}$
25. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x + 8 - \sqrt{4x^2 + 3x}}{-5x + 8}$
26. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-3x + 2 + \sqrt{4x^2 + 2x - 2}}{-7x + 3}$
27. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x + 2 + \sqrt{5x^2 - x - 3}}{3x - 7}$
28. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-9x - 9 - \sqrt{7x^2 + 5x - 6}}{-x + 9}$
29. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-9x + 5 - \sqrt{4x^2 + 3x - 9}}{-3x + 4}$
30. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{9x - 1 + \sqrt{3x^2 - 4x + 1}}{4x + 5}$
31. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x + 7 - \sqrt[3]{5x^3 - 4x^2 + 5x + 7}}{-x - 4}$
32. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-x + 6 - \sqrt[3]{-6x^3 + 4x^2 - 7x + 9}}{5x - 2}$
33. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 7 - \sqrt[3]{2x^3 + 2x^2 - 2x + 2}}{4x - 3}$
34. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x - 3 - \sqrt[3]{8x^3 - 2x - 8}}{-4x + 2}$
35. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x + 3 + \sqrt[3]{5x^3 - 8x^2 + 5x - 7}}{9x + 2}$
36. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 3 + \sqrt[3]{5x^3 - 9x - 5}}{-7x - 8}$
37. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x - 2 - \sqrt[3]{-4x^3 - 7x^2 - 5x + 3}}{-7x - 9}$
38. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4x + 9 + \sqrt[3]{7x^3 - 5x^2 + 3x - 6}}{7x - 8}$
39. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-6x - 2 + \sqrt[3]{4x^3 - 4x + 6}}{6x + 1}$
40. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-5x + 4 + \sqrt[3]{-5x^3 + 2x^2 - 3}}{-6x + 2}$
41. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(2x - 6 + \sqrt{x^2 - 3x + 1})\sqrt{9x + 6}}{(x - 6)(\sqrt{8x - 7} + \sqrt{2x + 4})}$
42. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x - 9 + \sqrt{9x^2 + 7x + 1})\sqrt{4x + 7}}{(-x - 3)(\sqrt{2x - 1} + \sqrt{2x + 9})}$
43. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-5x - 3 - \sqrt{x^2 + 6x + 5})\sqrt{8x + 7}}{(6x - 5)(\sqrt{9x + 8} + \sqrt{5x - 1})}$
44. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(6x - 6 + \sqrt{3x^2 - 3x + 3})\sqrt{6x + 6}}{(-3x + 7)(\sqrt{3x - 3} + \sqrt{5x + 2})}$
45. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x + 6 + \sqrt{7x^2 + 9x - 7})\sqrt{4x - 6}}{(x + 2)(\sqrt{9x + 5} + \sqrt{3x + 2})}$
46. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-4x + 2 + \sqrt{3x^2 + 4x + 7})\sqrt{2x + 3}}{(-4x + 9)(\sqrt{8x - 6} + \sqrt{4x - 5})}$
47. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x - 2 + \sqrt{6x^2 - 2x - 1})\sqrt{9x + 6}}{(7x + 4)(\sqrt{7x + 7} + \sqrt{8x - 5})}$
48. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-3x + 9 - \sqrt{8x^2 + 6x + 6})\sqrt{x - 4}}{(4x - 7)(\sqrt{2x - 6} + \sqrt{2x + 6})}$
49. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(-7x - 7 - \sqrt{2x^2 + 5x - 1})\sqrt{2x + 4}}{(-9x - 2)(\sqrt{4x + 1} + \sqrt{2x + 1})}$
50. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(5x - 6 - \sqrt{5x^2 - 4})\sqrt{8x + 8}}{(-6x + 5)(\sqrt{8x - 8} + \sqrt{7x - 9})}$
51. $\lim_{x \rightarrow \infty} (7x - 7 - \sqrt{49x^2 - 3x + 3})$
52. $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x - 3 - \sqrt{36x^2 + 2})$
53. $\lim_{x \rightarrow \infty} (x - 5 - \sqrt{x^2 + 7x + 1})$
54. $\lim_{x \rightarrow \infty} (4x + 3 - \sqrt{16x^2 + 9x - 4})$
55. $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x - 7 - \sqrt{36x^2 - 8x + 4})$
56. $\lim_{x \rightarrow \infty} (5x + 5 - \sqrt{25x^2 + 6x + 2})$
57. $\lim_{x \rightarrow \infty} (6x - 1 - \sqrt{36x^2 + 5x + 7})$
58. $\lim_{x \rightarrow \infty} (7x + 5 - \sqrt{49x^2 + 6x - 2})$
59. $\lim_{x \rightarrow \infty} (3x - 3 - \sqrt{9x^2 + 9x + 6})$
60. $\lim_{x \rightarrow \infty} (8x + 7 - \sqrt{64x^2 + 5x + 8})$

$$61. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 + 4x - 5} - \sqrt{5x^2 + 7x - 4})$$

$$63. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 - 5x} - \sqrt{5x + 9x + 4})$$

$$65. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{5x^2 + 8x} - \sqrt{5x^2 + 5})$$

$$67. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 9x + 4} - \sqrt{x^2 + 7x - 7})$$

$$69. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + x} - \sqrt{4x^2 - 9x + 9})$$

$$71. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{5x^3 + 4x^2 + 8} - \sqrt[3]{5x^3 - 5x^2 + 2x + 5})$$

$$72. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{5x^3 - 8x^2 + 6x + 9} - \sqrt[3]{5x^3 + 7x})$$

$$73. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{2x^3 + 8x^2 - 5x - 9} - \sqrt[3]{2x^3 + 7x^2 + x + 5})$$

$$74. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{3x^3 - 5x^2 - 3x + 5} - \sqrt[3]{3x^3 + 5x^2 + 9x + 8})$$

$$75. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{4x^3 + 9x^2 - 4x - 8} - \sqrt[3]{4x^3 - 6x^2 - 7x - 9})$$

$$76. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{5x^3 + 4x + 6} - \sqrt[3]{5x^3 - x^2 + 3})$$

$$77. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{5x^3 + 7x^2 + 7x + 9} - \sqrt[3]{5x^3 + 6x^2 + 7x + 1})$$

$$78. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{4x^3 - 3x^2 + 5x + 6} - \sqrt[3]{4x^3 - 3x^2 + 2x + 6})$$

$$79. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{8x^3 - 4x^2 - 3} - \sqrt[3]{8x^3 - 4x^2 - 3x - 8})$$

$$80. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{9x^3 + 9x^2 - 8x + 2} - \sqrt[3]{9x^3 + x^2 - 5x - 6})$$

$$81. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^3 + x^2 + 4x + 1} - \sqrt{2x^3 + 6x^2 - 3x - 4}}{\sqrt{9x - 9}}$$

$$82. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{3x^3 + x^2 - 3x - 4} - \sqrt{3x^3 + 3x^2 + 9x - 5}}{\sqrt{9x - 8}}$$

$$83. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^3 + 3x^2 - 8x} - \sqrt{4x^3 - 4x^2 + x - 9}}{\sqrt{5x - 9}}$$

$$84. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x^3 + 9x - 6} - \sqrt{8x^3 + 8x^2 - 8x + 2}}{\sqrt{6x + 2}}$$

$$85. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{6x^3 - 2x^2 - 2x + 4} - \sqrt{6x^3 - 7x^2 - 3x}}{\sqrt{4x - 7}}$$

$$86. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^3 - 3x^2 + 6x - 2} - \sqrt{x^3 - 2x^2 + 5x + 5}}{\sqrt{5x + 1}}$$

$$87. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{4x^3 - 5x^2 + 8x} - \sqrt{4x^3 - 3x^2 + 9x - 5}}{\sqrt{2x + 9}}$$

$$88. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{9x^3 + 4x^2 - 4x - 3} - \sqrt{9x^3 + 5x^2 - 4}}{\sqrt{9x - 9}}$$

$$62. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{9x^2 - 8x + 1} - \sqrt{9x^2 - 9x + 5})$$

$$64. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 1} - \sqrt{4x^2 + 7x + 8})$$

$$66. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{6x^2 - 4x - 2} - \sqrt{6x^2 + 3x - 6})$$

$$68. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{8x^2 + 7x - 6} - \sqrt{8x^2 + 7x - 8})$$

$$70. \lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{6x^2 + 5x - 7} - \sqrt{6x^2 + 9x})$$

$$89. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{2x^3 - 9x + 7} - \sqrt{2x^3 - 5x + 5}}{\sqrt{4x - 3}}$$

$$90. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{8x^3 - 5x^2 - 5x - 2} - \sqrt{8x^3 - 7x^2 - 6x - 1}}{\sqrt{x + 3}}$$

$$91. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-x^2 + 3x + 28}{x^2 + 3x - 4}$$

$$92. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{-5x^2 - 8x + 48}{2x^2 - 3x - 44}$$

$$93. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-x^2 - 3x + 28}{-3x^2 + 21x - 36}$$

$$94. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-x^2 + 3x + 4}{-5x^2 + 18x + 8}$$

$$95. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4x^2 - 18x + 8}{9x^2 - 30x - 24}$$

$$96. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-7x^2 + 11x - 4}{9x^2 - 2x - 7}$$

$$97. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-2x^2 - 2x + 4}{-3x^2 - 5x + 2}$$

$$98. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{4x^2 + 17x + 15}{8x^2 + 20x - 12}$$

$$99. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 10x + 21}{9x^2 - 26x - 3}$$

$$100. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-7x^2 - 30x - 27}{6x^2 + 14x - 12}$$

$$101. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x^2 + 13x + 6}{-4x^3 + 21x^2 - 29x + 6}$$

$$102. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-5x^2 + 8x + 21}{2x^3 - 13x^2 + 28x - 21}$$

$$103. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 - 7x + 9}{7x^3 + x^2 - 6x - 2}$$

$$104. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-7x^2 - 11x + 6}{-4x^3 + x^2 + 22x + 8}$$

$$105. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-4x^2 + 7x + 15}{9x^3 - 25x^2 - 7x + 3}$$

$$106. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-x^2 + x + 2}{8x^3 + 12x^2 + 5x + 1}$$

$$107. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{2x^2 - 7x + 3}{2x^3 - 9x^2 + 3x + 18}$$

$$108. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{8x^3 + 26x^2 + 14x + 24}$$

$$109. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^2 + 8x - 6}{8x^3 - 11x^2 + 3x}$$

$$110. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 5x + 4}{7x^3 - 8x^2 + 2x - 1}$$

$$111. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{-9x^3 - 18x^2 + 5x + 10}{-2x^3 - 13x^2 - 14x + 8}$$

$$112. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^3 + 3x^2 - 6x}{7x^3 + 20x^2 + 16x + 8}$$

$$113. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-2x^3 + 23x - 21}{9x^3 + 33x^2 - 24x - 18}$$

$$114. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-2x^3 + 6x^2 - 9x + 27}{7x^3 - 24x^2 + 5x + 12}$$

$$115. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{4x^3 + 8x^2 - 5x - 10}{-5x^3 - 3x^2 + 11x - 6}$$

$$116. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-2x^3 + 7x^2 + 10x + 1}{-x^3 + 5x^2 - 2x - 8}$$

$$117. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{-2x^3 - 3x^2 + 12x + 9}{4x^3 + 5x^2 - 24x - 9}$$

$$118. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^3 - 10x^2 + 10x - 21}{x^3 - 2x^2 - 2x - 3}$$

$$119. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x^3 - 6x^2 + 16x}{2x^3 - 6x^2 + 7x - 6}$$

$$120. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{9x^3 - 2x^2 - 12x + 5}{2x^3 - 6x^2 - 4x + 8}$$

$$121. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 8x - 2} - \sqrt{31}}{x - 3}$$

$$122. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x^2 - x - 5} - 1}{x - 2}$$

$$123. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x^2 - x + 4} - \sqrt{10}}{x + 2}$$

$$124. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{5x^2 - 7x - 1} - \sqrt{5}}{x - 2}$$

$$125. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{9x^2 - 3x - 8} - 2}{x + 1}$$

$$127. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 + 8x + 5} - \sqrt{33}}{x - 2}$$

$$129. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{3x^2 - 3x + 4} - \sqrt{10}}{x - 2}$$

$$131. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 - 2x - 7}{6x^2 - x - 1} \right)^{(-4x-3)/(5x-7)}$$

$$133. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 + 6x - 7}{5x^2 + 9x - 6} \right)^{(-4x+7)/(-9x+1)}$$

$$135. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 - 6x - 8}{9x^2 + 8x - 6} \right)^{(6x+6)/(x-1)}$$

$$137. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 - 3x - 7}{x^2 - 7x - 5} \right)^{(3x-3)/(-9x-8)}$$

$$139. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x^2 + 5x + 1}{7x^2 - 7} \right)^{(x+8)/(2x+2)}$$

$$141. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 5}{5x + 9} \right)^{-x+9}$$

$$143. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x + 4}{x + 2} \right)^{-8x-4}$$

$$145. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x - 9}{5x + 3} \right)^{8x-4}$$

$$147. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x - 7}{4x + 1} \right)^{2x-3}$$

$$149. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x - 9}{8x + 7} \right)^{-x-6}$$

$$151. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 - 2x + 4}{4x^2 - 6x + 6} \right)^{6x-8}$$

$$153. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x^2 + 9x + 1}{5x^2 - 6x - 1} \right)^{-8x+2}$$

$$155. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + x + 2}{3x^2 - 4} \right)^{-8x-9}$$

$$126. \lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{4x^2 - 6x - 1} - \sqrt{53}}{x + 3}$$

$$128. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{6x^2 + 3x - 4} - \sqrt{26}}{x - 2}$$

$$130. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x^2 - 5x + 4} - \sqrt{10}}{x - 2}$$

$$132. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 + 8x - 3}{6x^2 + 3x + 9} \right)^{(3x-7)/(-7x-4)}$$

$$134. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x^2 + 6x - 9}{6x^2 - x + 9} \right)^{(5x-3)/(7x-3)}$$

$$136. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 + 6}{5x^2 - 9x - 7} \right)^{(-6x-5)/(9x-1)}$$

$$138. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 + 4x + 3}{x^2 + 8x + 4} \right)^{(-8x-5)/(-5x-4)}$$

$$140. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^2 + 6x - 5}{2x^2 - x - 7} \right)^{(-4x-9)/(7x+8)}$$

$$142. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{5x + 3}{5x - 2} \right)^{-6x-4}$$

$$144. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 3}{6x - 8} \right)^{6x+2}$$

$$146. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x - 1}{x + 7} \right)^{7x+8}$$

$$148. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x + 6}{7x + 9} \right)^{-2x-9}$$

$$150. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x - 2}{6x - 4} \right)^{-7x+6}$$

$$152. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{4x^2 - 6x + 2}{4x^2 + 2x - 5} \right)^{-5x+9}$$

$$154. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^2 + 9x + 3}{7x^2 + 7x} \right)^{-7x-1}$$

$$156. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 5}{x^2 + 7x - 8} \right)^{8x-4}$$

$$157. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{6x^2 + 9x - 7}{6x^2 + 4x - 2} \right)^{6x+8}$$

$$158. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{7x^2 - 9x + 3}{7x^2 + 7x} \right)^{-8x-9}$$

$$159. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{3x^2 + 9x - 1}{3x^2 - 6x - 3} \right)^{4x+5}$$

$$160. \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{8x^2 - 6x}{8x^2} \right)^{-9x-4}$$

$$161. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{\arcsin 5x}$$

$$162. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 9x}{\operatorname{arctg} 8x}$$

$$163. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 7x}{\operatorname{tg} 5x}$$

$$164. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} 7x}$$

$$165. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x}{\sin 7x}$$

$$166. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\operatorname{arctg} 9x}$$

$$167. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 8x}{\operatorname{arctg} 3x}$$

$$168. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 9x}{\sin 4x}$$

$$169. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{-2x}{\arcsin 9x}$$

$$170. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 6x}{\operatorname{tg} 3x}$$

$$171. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\operatorname{arctg} (6x - 24)}{x^2 - 16}$$

$$172. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin (9x - 9)}{x^2 + 3x - 4}$$

$$173. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sin (7x + 7)}{3x^2 - 4x - 7}$$

$$174. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin (4x - 4)}{-8x^2 + 4x + 4}$$

$$175. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\arcsin (x - 4)}{x^2 + 3x - 28}$$

$$176. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin (5x - 15)}{9x^2 - 21x - 18}$$

$$177. \lim_{x \rightarrow -4} \frac{\operatorname{arctg} (2x + 8)}{7x^2 + 20x - 32}$$

$$178. \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\arcsin (5x - 20)}{9x^2 - 34x - 8}$$

$$179. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin (9x - 9)}{-2x^2 + 6x - 4}$$

$$180. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin (3x - 6)}{-7x^2 + 11x + 6}$$

$$181. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}{\arcsin (\pi/4 - x)}$$

$$182. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos 2x}{\operatorname{arctg} (\pi/4 - x)}$$

$$183. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{2 - \sqrt{8} \sin x}{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}$$

$$184. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{8} \cos x - 2}{\cos 2x}$$

$$185. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{ctg} x - 1}{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}$$

$$186. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{2 \cos^2 x - \sin 2x}{1 - \operatorname{tg} x}$$

$$187. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \operatorname{tg} x}{2 \cos^2 x - \sin 2x}$$

$$188. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\cos (x + \pi/4)}{\operatorname{tg} (\pi/4 - x)}$$

$$189. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{ctg} (x + \pi/4)}{\operatorname{ctg} x - 1}$$

$$190. \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\pi/4 - x}{1 - \operatorname{tg} x}$$

191. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin(\pi/4 - x)}{\cos(x + \pi/x)}$
192. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\arcsin(\pi/4 - x)}{\sqrt{8} \cos x - 2}$
193. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg}(\pi/4 - x)}{\sqrt{8} \cos x - 2}$
194. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{arctg}(\pi/4 - x)}{\sqrt{2}(\cos x - \sin x)}$
195. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\cos(3x-1) - \cos(5-3x)}{\operatorname{arctg}(x-1)}$
196. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin(8x-7) - \sin(9-8x)}{\operatorname{arctg}(x-1)}$
197. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\operatorname{tg}(2x-1) - \operatorname{tg}(7-2x)}{\arcsin(x-2)}$
198. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sqrt{1+\sin 8x} - \sqrt{1-\sin 8x}}{x-\pi}$
199. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg}(4x-3/4\pi) - \cos 8x}{x-\pi/4}$
200. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\operatorname{tg}(4x-3/4\pi) + \sin 6x}{x-\pi/4}$
201. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2+5x) - \cos(2-5x)}{x}$
202. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3+6x) - \sin(3-6x)}{x}$
203. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(1+4x) - \operatorname{tg}(1-4x)}{x}$
204. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{x}$
205. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi/4+2x) - \cos 8x}{x}$
206. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2\sin(\pi/6+x)}{x}$
207. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - 2\sin(\pi/3+6x)}{x}$
208. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2\cos(\pi/3+2x)}{x}$
209. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - 2\cos(\pi/6+4x)}{x}$
210. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{tg} x} - \sqrt{1-\operatorname{tg} x}}{x}$
211. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{tg}(\pi/4+5x)}{x}$
212. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{x^2}$
213. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 4x}{x^2}$
214. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 7x - \cos 3x}{x^2}$
215. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\cos 4x}}{x^2}$
216. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1+10x) - 2\sin(1+5x) + \sin 1}{x^2}$
217. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(4+14x) - 2\operatorname{tg}(4+7x) + \operatorname{tg} 4}{x^2}$
218. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+8x \sin 3x} - \sqrt{\cos 4x}}{x^2}$
219. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x \sqrt{\cos 3x}}{x^2}$
220. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 7x - 7 \sin x}{x^3}$
221. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 6x - \sin 6x}{x^3}$
222. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 9x - \sin^2 9x}{x^4}$
223. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x}{x^5}$
224. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(1+8x) - \cos(1-8x)}{\sin x}$
225. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3+9x) - \sin(3-9x)}{\arcsin x}$
226. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(1+x) - \operatorname{tg}(1-x)}{\operatorname{tg} x}$
227. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{\sin x}$
228. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(\pi/4+5x) - \cos 6x}{\operatorname{tg} x}$
229. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1-2\sin(\pi/6+5x)}{\sin x}$
230. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - 2\sin(\pi/3+2x)}{\arcsin x}$

$$231. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 2 \cos(\pi/3 + 6x)}{\sin x}$$

$$232. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3} - 2 \cos(\pi/6 + 4x)}{\sin x}$$

$$233. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \operatorname{tg} 8x} - \sqrt{1 - \operatorname{tg} 8x}}{\operatorname{tg} x}$$

$$234. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \operatorname{tg}(\pi/4 + 8x)}{\operatorname{arctg} x}$$

$$235. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 9x}{x \operatorname{arcsin} x}$$

$$236. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 9x}{x \sin x}$$

$$237. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 9x - \cos 3x}{x \operatorname{tg} x}$$

$$238. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1 + \cos 8x}}{x \operatorname{arctg} x}$$

$$239. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(3+8x) - 2 \sin(3+4x) + \sin 3}{x \operatorname{tg} x}$$

$$240. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(1+14x) - 2 \operatorname{tg}(1+7x) + \operatorname{tg} 1}{x \operatorname{arctg} x}$$

$$241. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+8x} \sin 4x - \sqrt{\cos 7x}}{x \sin x}$$

$$242. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x \sin x}$$

$$243. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{x^3}$$

$$244. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} 2x - \sin 2x}{x^3}$$

$$245. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^2 6x - \sin^2 6x}{x^4}$$

$$246. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}^3 x - \sin^3 x}{\sin x^5}$$

3. Исследовать непрерывность следующих функций:

$$1. y = \frac{3 - 2x}{3x + 5}$$

$$2. y = \frac{\sin(2x - 1)}{6x^2 + x - 2}$$

$$3. y = \begin{cases} x + 1, & \text{если } x \leq -1 \\ x^2, & \text{если } x > -1 \end{cases}$$

$$4. y = \begin{cases} x^2, & \text{если } x \in [-1, 1] \\ |x|, & \text{если } x \notin [-1, 1] \end{cases}$$

$$5. y = \begin{cases} 3x + 5, & \text{если } x < -1 \\ 2x^3 + 3x^2 + 1, & \text{если } -1 \leq x \leq 3 \\ -4x + 2, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$6. y = \begin{cases} 2^x + 1, & \text{если } x < 3 \\ 7x^2 - x, & \text{если } 3 \leq x < 4 \\ 2^x - 4, & \text{если } x \geq 4 \end{cases}$$

$$7. y = \begin{cases} 3x - 2, & \text{если } x \leq \frac{1}{3} \\ \log_3 x, & \text{если } \frac{1}{3} < x \leq 3 \\ \sqrt[3]{x^2 + x - 4}, & \text{если } x > 3 \end{cases}$$

$$8. y = \begin{cases} \frac{x+1}{x-1}, & \text{если } x < 0 \\ 2x, & \text{если } 0 \leq x \leq 2 \\ x^2 + 1, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

$$9. y = \begin{cases} \cos x, & \text{если } x \leq 0 \\ e^x, & \text{если } 0 < x < 1 \\ x, & \text{если } x \geq 1 \end{cases}$$

$$10. y = \begin{cases} 7x - 3, & \text{если } x < -2 \\ 2x + 4, & \text{если } -2 \leq x \leq 2 \\ x^2, & \text{если } x > 2 \end{cases}$$

ПРОИЗВОДНАЯ

1. Используя определение производной, найти производные функции в точке $x = x_0$:

$$1. f(x) = 3x + 1$$

$$2. f(x) = 7x + 2$$

$$3. f(x) = 4x^2 + 1$$

$$4. f(x) = 2x^2 + x - 3$$

$$5. f(x) = x^3 + 2x - 4$$

$$6. f(x) = 2x^2 - 3x + 4$$

7. $f(x) = \sqrt{x}$

9. $f(x) = \frac{1}{x^2}$

11. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

13. $f(x) = \sin 2x$

15. $f(x) = \sin(3x - 2)$

17. $f(x) = 2^x$

19. $f(x) = \log_2 x$

8. $f(x) = \sqrt{2x + 3}$

10. $f(x) = \frac{1}{x^2 + 4}$

12. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-1}}$

14. $f(x) = \cos \frac{x}{2}$

16. $f(x) = \cos \left(\frac{x}{3} + 1 \right)$

18. $f(x) = 10^x$

20. $f(x) = \lg x$

2. Найти производные y' функций:

1. $y = x^3 - 3x^2 + 2x - 1$

2. $y = \frac{x^4}{4} + x^3 + 2x - 3$

3. $y = \frac{3x^5 - 7x^2 + 4}{2}$

4. $y = \sqrt[3]{x} - x^2 + \frac{1}{x} - \frac{4}{x^3} + 1$

5. $y = \frac{1}{\sqrt{x}} + x^5 + \frac{1}{x^3} - \sqrt[4]{x}$

6. $y = \frac{\sqrt[3]{x} + 3x^2 - 2\sqrt{x^5}}{\sqrt{x}}$

7. $y = \frac{2}{\sqrt[3]{x}} + \frac{3}{x^3} - \frac{5}{\sqrt{x^7}}$

8. $y = \frac{2\sqrt[4]{x^3} - 3x^5 + \sqrt{x}}{4}$

9. $y = \frac{2\sqrt{x^3} - 5x + \sqrt[7]{x^2} + 2}{x^2}$

10. $y = \frac{x^3 + 2x^2 + x}{(x+1)^2}$

11. $y = 3x - 2 \sin x$

12. $y = 7x^2 + 3 \operatorname{tg} x$

13. $y = 3\sqrt[3]{x} + 2 \cos x - \operatorname{ctg} x$

14. $y = \frac{1}{4}x^4 + 3 \sin x + 2 \operatorname{tg} x$

15. $y = 2 + 4\sqrt[5]{x^3} + \frac{3}{x^2} - \sin x + 7 \cos x - 3 \log_2 x$

16. $y = \sqrt[3]{x^2} - \frac{1}{x^3} + 2 \cos x - 3 \sin x + 4 \ln x$

17. $y = 2 - \log_3 x + 4 \log_5 x$

18. $y = x - \log_7 x + 2 \lg x$

19. $y = 2e^x - \ln x + 2 \cos x$

20. $y = 10^x - \log_2 x + 3 \operatorname{tg} x$

21. $y = 3^x - 2 \operatorname{ctg} x + 6 \sin x$

22. $y = 7^x + \ln x - \cos x$

23. $y = 2 \arcsin x + 3 \operatorname{arctg} x$

24. $y = 7 \operatorname{arctg} x - 4 \arccos x + 1$

25. $y = 4 \operatorname{arctg} x + 3e^x - \lg x + \sin x$

26. $y = \arcsin x - \ln x + 10^x - 6 \sin x$

27. $y = 3 \operatorname{arctg} x - \log_3 x + 7 \cdot 10^x$

28. $y = 2 \operatorname{tg} x - 3 \operatorname{arctg} x - 2^x + \lg x$

29. $y = \sqrt[3]{x} - 6 \ln x + \operatorname{arctg} x + 8^x$

30. $y = \frac{2}{\sqrt[5]{x^4}} - 2 \arcsin x - 3^x - 2 \ln x$

31. $y = x \sin x$

32. $y = \sqrt[3]{x} \ln x$

$$33. y = x^3 10^x$$

$$35. y = \sqrt{x} \operatorname{arctg} x$$

$$37. y = x^4 \ln x$$

$$39. y = \sqrt[5]{x^4} \operatorname{tg} x$$

$$41. y = x \cos x \ln x$$

$$43. y = 2^x \operatorname{tg} x \arcsin x$$

$$45. y = \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$$

$$47. y = \frac{\ln x + 1}{\cos x}$$

$$49. y = \frac{\arccos x}{x}$$

$$51. y = \frac{\sin x}{x^2}$$

$$53. f(x) = \frac{1 - 2^x}{1 + 2^x}, \text{ найти } f'(0)$$

$$55. f(x) = \frac{(\sqrt{x} + 1)^2}{x}, \text{ найти } 0,1 \cdot f'(0,1)$$

$$57. y = \frac{e^x}{1 + x^2} + \sqrt{x} \arcsin x$$

$$59. y = x \cos x + \frac{x - 1}{\log_3 x}$$

$$61. y = \frac{x^2}{\operatorname{arctg} x} 2^x \ln x$$

$$63. y = \sin^3 x$$

$$65. y = \sqrt{x^3 + \cos x}$$

$$67. y = \ln \cos x$$

$$69. y = \ln \operatorname{tg} 5x$$

$$71. y = \ln \arccos 2x$$

$$73. y = (1 + \operatorname{tg} 5x)^5$$

$$75. y = \arcsin \sqrt{\frac{1 - x}{1 + x}}$$

$$34. y = x \arccos x$$

$$36. y = x^3 10^x$$

$$38. y = x^3 \lg x$$

$$40. y = 2^x \operatorname{ctg} x$$

$$42. y = x \sin x \operatorname{arctg} x$$

$$44. y = e^x \operatorname{ctg} x \log_2 x$$

$$46. y = \frac{1 + x^3}{1 - x^3}$$

$$48. y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x} + 1}$$

$$50. y = \frac{x - 1}{\log_2 x}$$

$$52. y = \frac{\operatorname{ctg} x}{\sqrt{x}}$$

$$54. f(x) = \frac{\ln x}{x}, \text{ найти } f'(e), f'\left(\frac{1}{e}\right), f'(e^3)$$

$$56. y = \frac{\ln x}{1 + x^2} - x \operatorname{tg} x$$

$$58. y = \frac{x}{1 + x^2} + x e^x$$

$$60. y = \frac{e^x}{\sin x} + \sqrt[5]{x} \lg x$$

$$62. y = \cos^2 x$$

$$64. y = \sqrt{1 - x^2}$$

$$66. y = \operatorname{tg}(x^2 + 3)$$

$$68. y = \ln \sin x$$

$$70. y = \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{x}$$

$$72. y = \sqrt{1 + \sin^3 3x}$$

$$74. y = (1 + \ln \sin x)^3$$

$$76. y = \ln \ln \sqrt{x}$$

77. $y = \ln \sqrt{\frac{1+2x}{1-2x}}$

78. $y = \ln \frac{1+x^2}{1-x^2}$

79. $y = \sqrt{1 - (\arccos x)^2}$

80. $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 5})$

81. $y = \sqrt{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}$

82. $y = \sin \sqrt{1+x^2}$

83. $y = \arcsin \sqrt{\sin x}$

84. $y = \arcsin(e^{4x})$

85. $y = \arccos e^{-\frac{x^2}{2}}$

86. $y = \operatorname{arctg} \ln(5x+3)$

87. $y = \operatorname{arctg}(x - \sqrt{1+x^2})$

88. $y = \ln \operatorname{arctg} \sqrt{1+x^2}$

89. $y = \operatorname{tg} \sin \cos x$

90. $y = e^{\arcsin 2x}$

91. $y = e^{\sqrt{\ln x}}$

92. $y = 3^{\sin^3 x}$

93. $y = 10^{3 - \cos^3 2x}$

94. $y = \sin(2^{\cos x})$

95. $y = \cos(e^{x^2+3x-2})$

96. $y = \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}$

97. $y = e^{\sqrt[3]{1-x^4}}$

98. $y = \lg \cos \operatorname{tg} e^{-x/4}$

99. $y = \ln \frac{1}{x + \sqrt{x^2 - 1}}$

100. $y = \frac{1}{\operatorname{arctg} e^{-2x}}$

101. $y = \sqrt[5]{\ln \cos \frac{x-1}{2}}$

102. $y = \arcsin x^2 + \sqrt{1-x^2}$

103. $y = \sqrt{1 + \sin 2x} - \sqrt{1 - \sin 2x}$

104. $y = \sin \sqrt[4]{x} + \cos \sqrt[4]{x}$

105. $y = \frac{1}{\cos^2 3x} + \frac{1}{\sin^2 3x}$

106. $y = x \arccos(\ln x)$

107. $y = x^2 \arcsin \sqrt{1-x^2}$

108. $y = \cos x e^{\sin x}$

109. $y = (\lg x) \cos 2x$

110. $y = x^2 \sqrt{1 + \sqrt{x}}$

111. $y = x e^{1 - \operatorname{tg} x}$

112. $y = (2x+3)^4 \arcsin \frac{1}{2x+3}$

113. $y = 2e^{\sqrt{x}} (\sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{x} + 2)$

114. $y = \sqrt{49x^2 + 1} \cdot \operatorname{arctg} 7x$

115. $y = x \arccos \sqrt{\frac{x}{x+1}}$

116. $y = e^{2x} \sqrt{1+e^{4x}}$

117. $y = \frac{x \sin 2x}{1 + \operatorname{tg} 2x}$

118. $y = \frac{1 + \sin 2x}{1 - \sin 2x}$

119. $y = \operatorname{arctg} \frac{2 \sin x}{\sqrt{9 \cos^2 x - 4}}$

120. $y = \sqrt{\frac{1 - \operatorname{arctg} x}{1 + \operatorname{arctg} x}}$

121. $y = \frac{\ln \sin x}{\ln \cos x}$

122. $y = \frac{\sin^2 x}{1 + \operatorname{ctg} x}$

123. $y = \frac{\cos^2 x}{1 + \operatorname{tg} x}$

124. $y = \frac{1 - \operatorname{tg}^2 x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$

125. $y = \frac{2 \cos x}{\sqrt{\cos 2x}}$

126. $y = \frac{1 - \sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} + x \sin x^2$

127. $y = x^2 \operatorname{arctg} \sqrt{x} + \frac{1 - \ln x}{1 + \ln x}$

128. $y = \sqrt{x} \ln x - \frac{1 - \cos x}{1 + \cos x}$

129. $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1}} - \sqrt{1-4x^2} \arcsin 2x$

130. $y = \sin^2 x \sin x^2 + \frac{1 + e^{2x}}{1 - e^{2x}}$

131. $y = 4x(\arcsin x)^2 + \frac{\operatorname{tg} 2x}{1 + \cos 2x}$

132. $y = 3x^3 \arcsin x + \frac{1 - \sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$

133. $y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x + \frac{\sin x}{1 + \cos x}$

134. $y = x^2 \ln x^2 - \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$

135. $y = \sin x \cos 2x - \frac{e^x - e^{-x}}{1 + e^x}$

136. $y = \frac{1}{2\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{6} \ln \frac{x+1}{\sqrt{x^2-x+1}}$

137. $y = \ln \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} + 2 \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$

138. $y = \ln^4 \sqrt{\frac{x^2+x+1}{x^2-x+1}} + \frac{1}{2\sqrt{3}} (\operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}})$

139. $y = \frac{1+x \operatorname{arctg} x}{\sqrt{1+x^2}} + e^{-4x^2} \ln(x^2+1)$

140. $y = \frac{\sin x}{4 \cos^4 x} + \frac{3 \sin x}{8 \cos^2 x} + \frac{3}{8}$

141. $y = x \sqrt{(x^2+a^2)^3} + \frac{3a^2 x}{2} \sqrt{x^2+a^2} + \frac{3a^4}{2} \ln(x + \sqrt{x^2+a^2})$

3. Найти производные y' данных функций, используя правило логарифмического дифференцирования:

1. $y = (\ln x)^{\sin x}$

2. $y = (x)^{\sqrt{x}}$

3. $y = (1+x)^{\operatorname{tg} x}$

4. $y = (\sin x)^{\cos x}$

5. $y = (x^2 - x)^{(x+1)}$

6. $y = (\operatorname{ctg} x)^x$

7. $y = \left(\frac{1}{x}\right)^{x^2}$

8. $y = \left(\frac{x}{1+x}\right)^x$

9. $y = (x+x^2)^{\sin^2 x}$

10. $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{ctg} x}$

11. $y = \frac{(x+1)^2 \sqrt[3]{x^2-1}}{(x-3)^3}$

12. $y = \frac{\sqrt{x-1} \sqrt[3]{x+2}}{(x+3)^2 (x+4)^3}$

13. $y = \sqrt[3]{\frac{x^2(x-1)}{(x^2+4)(x-5)^3}}$

14. $y = \frac{\sqrt[7]{x^2+2} (x-3)^{10}}{\sqrt[3]{x^3+1} (x^2+5x+1)}$

15. $y = \sqrt{\frac{(1-\operatorname{arctg} x)(x-1)^3}{(1+\operatorname{arctg} x)(x+2)^5}}$

16. $y = \frac{\sqrt{\sin^3 x} \sqrt[3]{\ln x} \cos^2 x}{x^2 (x-1)^3 (x+5)^7}$

17. $y = \sqrt{\frac{x-1}{x+2}} \frac{\sqrt[3]{x}}{x^2+4}$

18. $y = \frac{\sqrt[3]{x+7} x^2}{\sqrt{x^2+1} (x-1)^3} \sqrt{\frac{x}{x+1}}$

19. $y = \frac{\operatorname{tg}^4 x \sqrt{\cos^5 x} (7x+1)^3}{\sqrt[3]{e^x} (x^2-1)^2}$

20. $y = \sqrt{\frac{(x-1)(x+3)^3}{\sqrt[5]{x^2+1}}}$

21. $y = (\operatorname{ctg} 3x)^x - \sqrt{x} \ln x$

22. $y = \sqrt[3]{x^5 \sqrt{x^7 \sqrt{x+1}}} + \sqrt{1-x^2} \arcsin x$

23. $y = \frac{x^2-1}{x^2+1} - (\ln x)^{x^2}$

24. $y = \frac{\sqrt{x} \sqrt[3]{x^2-1} \cdot \sqrt[5]{x}}{(x-1)^5 (x^2+4)^3} + x^7 \sin x$

4. Найти производные y'_x и x'_y от функций заданных неявно:

1. $x^3 + y^3 - 3y = 1$

2. $y x^2 - y^2 x - \sqrt{y} = 0$

3. $\sqrt{x} + \sqrt{y} - 4xy = 0$

4. $x^4 + y^4 + x^2 y^2 = 1$

5. $\arcsin x - \arcsin y = xy$

6. $y e^y - x^2 = 0$

7. $\sin(xy) + \operatorname{tg}(x-y) = 0$

8. $y = \sin 5y + y \cos x$

9. $e^x + e^y = e^{x-y}$

10. $\operatorname{arctg}(x+y) = y^2$

11. $1 - y \ln y = x^2$

12. $\ln(y^2 + x^2) - xy = 0$

13. $\sqrt{\frac{1-y}{1+x}} e^y = e$

14. $\frac{(1+y)^2 (x+1)^3 \sqrt{y}}{\sqrt{xy} (x^2+4)^5} = e^2$

$$15. (x-y)^3(y-2x)^4(y-3x)^5 = e \quad 16. (x+y)^4(x+2y)^6(x+3y) = e^4$$

5. Найти производные от y по x от параметрически заданных функций:

$$1. \begin{cases} x = 1 - t^2 \\ y = t - t^3 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{1}{3}t^3 - t \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x = \operatorname{tg} t \\ y = \cos^2 t \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = a \cos t \\ y = e \sin t \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} x = a \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} x = 2(t - \sin t) \\ y = 2(1 - \cos t) \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = \ln(1+t^2) \\ y = t - \operatorname{arctg} t \end{cases}$$

$$8. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases}$$

$$9. \begin{cases} x = \sqrt{2t-t^2} \\ y = \frac{1}{\sqrt[3]{(t-1)^2}} \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = \ln \operatorname{ctg} t \\ y = \frac{1}{\cos^2 t} \end{cases}$$

$$11. \begin{cases} x = \ln \operatorname{tg} t \\ y = \frac{1}{\sin^2 t} \end{cases}$$

$$12. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} t \\ y = \ln \frac{\sqrt{1+t^2}}{t+1} \end{cases}$$

$$13. \begin{cases} x = \arcsin(\sqrt{1-t^2}) \\ y = (\operatorname{arccos} t)^2 \end{cases}$$

$$14. \begin{cases} x = \sqrt{1-t^2} \\ y = \frac{t}{\sqrt{1-t^2}} \end{cases}$$

$$15. \begin{cases} x = \ln \sqrt{\frac{1-t}{1+t}} \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$$

$$16. \begin{cases} x = \operatorname{ctg}(2e^t) \\ y = \ln(\operatorname{tg} e^t) \end{cases}$$

$$17. \begin{cases} x = \operatorname{arctg} e^{\frac{t}{2}} \\ y = \sqrt{e^t + 1} \end{cases}$$

$$18. \begin{cases} x = (1 + \cos^2 t)^2 \\ y = \frac{\cos t}{\sin^2 t} \end{cases}$$

$$19. \begin{cases} x = \ln(t + \sqrt{t^2 + 1}) \\ y = t\sqrt{t^2 + 1} \end{cases}$$

$$20. \begin{cases} x = \frac{1}{\ln t} \\ y = \ln \frac{1 + \sqrt{1-t^2}}{t} \end{cases}$$

6. Найти дифференциалы функций:

$$1. y = \cos^3 3x$$

$$2. y = \ln(\sin \sqrt{x})$$

$$3. y = e^{-\frac{1}{\sin x}}$$

$$4. y = 10^{-x^2}$$

$$5. y = \arccos \sqrt{x}$$

$$6. y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 + 1}$$

$$7. y = x^2 \cos \sqrt{x}$$

$$8. y = \frac{x+1}{\sqrt{x+1}}$$

$$9. y = x \operatorname{arctg} x$$

$$10. y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$$

$$11. y = \sqrt[3]{\frac{x+2}{x-2}}$$

$$12. y = \operatorname{arctg} \frac{x^2 - 1}{x}$$

$$13. y = x - \ln(\sin x + 2 \cos x) \qquad 14. y = \sqrt{\operatorname{ctg} x - \frac{\sqrt{\operatorname{tg}^3 x}}{3}}$$

$$15. y = \cos^3 3x \qquad 16. y = \arccos\left(\frac{1}{\sqrt{1+2x}}\right)$$

$$17. y = \cos x \ln(\operatorname{tg} x) - \ln\left(\operatorname{tg} \frac{x}{2}\right) \qquad 18. y = \left(\sqrt{x-1} - \frac{1}{2}\right) e^{2\sqrt{x}-1}$$

$$19. y = x\sqrt{x^2-1} + \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \qquad 20. y = x \operatorname{arctg} x - \ln\sqrt{1+x^2}$$

7. Найти производные второго порядка от функций:

$$21. y = \arccos \frac{x}{2} \qquad 22. y = \operatorname{ctg} x \qquad 23. y = \sin^2 \frac{x}{2}$$

$$24. y = \operatorname{arctg} \frac{1}{x} \qquad 25. y = \sqrt{1+x^2} \qquad 26. y = \frac{x-1}{x+1}$$

$$27. y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) \qquad 28. y = \sqrt{1-x^2} \operatorname{arcsin} x \qquad 29. y = \frac{\ln x}{x^3}$$

$$30. y = x^x$$

8. Найти производные третьего порядка от функций:

$$1. y = \cos^2 x \qquad 2. y = (x+2)^6 \qquad 3. y = \operatorname{arctg} \frac{x}{2}$$

$$4. y = x^2 \sin x \qquad 5. y = x^3 e^x \qquad 6. y = e^x \cos x$$

$$7. y = e^{-x}(\sin 2x - 3 \cos 2x) \qquad 8. y = x^3 \ln x \qquad 9. y = \frac{\sin 2x}{x}$$

$$10. y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x$$

9. Найти общие выражения для производных порядка n от функций:

$$1. y = 2^{3x} \qquad 2. y = e^{\frac{x}{2}} \qquad 3. y = \sin^2 x$$

$$4. y = (2x+1)^n \qquad 5. y = \frac{4}{x} \qquad 6. y = \frac{x}{x-1}$$

$$7. y = x e^x \qquad 8. y = \lg(2x+7) \qquad 9. y = x \cos x$$

$$10. y = x^2 \ln x$$

10. Найти вторые производные y''_{xx} от функций, заданных неявно:

$$1. x + y + 3 = 0 \qquad 2. \frac{x}{y} = 1 \qquad 3. x^2 + y^2 = a^2$$

$$4. x^3 + y^3 = a^2 \qquad 5. x e^y + 1 = y \qquad 6. y = \sin(x+y)$$

$$7. x^3 + y^3 + 3ax y = 0 \qquad 8. x y = e^{x+y} \qquad 9. \operatorname{arctg} y = x + y$$

$$10. y = \operatorname{ctg}(x-y)$$

11. Найти вторые производные y''_{xx} от функций, заданных параметрически:

$$1. \begin{cases} x = \frac{1}{2}t^2 \\ y = \frac{1}{3}t^3 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x = 5 \sin t \\ y = 5 \cos t \end{cases} \quad 3. \begin{cases} x = a \cos t \\ y = b \sin t \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x = t^2 \\ y = \frac{t^3}{3} - t \end{cases} \quad 5. \begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad 6. \begin{cases} x = \cos^3 t \\ y = a \sin^3 t \end{cases}$$

$$7. \begin{cases} x = t^2 \\ y = t^3 + t \end{cases} \quad 8. \begin{cases} x = e^t \cos t \\ y = e^t \sin t \end{cases} \quad 9. \begin{cases} x = \cos^2 t \\ y = \operatorname{tg}^2 t \end{cases}$$

$$10. \begin{cases} x = \sqrt{t-3} \\ y = \ln(t-2) \end{cases}$$

12. Найти дифференциалы указанных порядков от функций:

- | | |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------|
| 1. $y = 3x^4 - 5x^2 + 3$, найти d^2y | 2. $y = 5^{-x^2}$, найти d^2y |
| 3. $y = 5^{-x^2}$, найти d^2y | 4. $y = \sqrt{\ln^2 x - 9}$, найти d^2y |
| 5. $y = \cos^2 x$, найти d^3y | 6. $y = e^{3x}$, найти d^4y |
| 7. $y = \sqrt{x-1}$, найти d^4y | 8. $y = x \ln x$, найти d^5y |
| 9. $y = x \sin x$, найти d^5y | 10. $y = \lg(x+1)$, найти $d^{10}y$ |

ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДНОЙ

1. Вычислить пределы, используя правило Лопиталья:

- | | |
|-------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x - 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$ | 2. $\lim_{x \rightarrow 0^+} x^3 \log_5 x$ |
| 3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^7 - 1}{x^5 - 1}$ | 4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{1 - \cos x}$ |
| 5. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x}$ | 6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{\sin x \cos x}$ |
| 7. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^x - e}{x - 1}$ | 8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos x)}{x}$ |
| 9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{5x^2} - 1}{x^2}$ | 10. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\pi/2 - \operatorname{arctg} x}{\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right)}$ |
| 11. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+3x)}{x}$ | 12. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{x}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$ |
| 13. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\ln x}$ | 14. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sqrt{2} \sin(x - \pi/4)}{\sqrt{2} - 2 \cos x}$ |
| 15. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2}{e^x}$ | 16. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right)$ |
| 17. $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 e^{-3x}$ | 18. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{\ln x} - \frac{1}{x-1} \right)$ |

19. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^2}$

20. $\lim_{x \rightarrow 1+} \ln x \ln(x-1)$

21. $\lim_{x \rightarrow 0+} x^2 \ln x$

22. $\lim_{x \rightarrow 0+} x^x$

23. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{1-x} - \frac{3}{1-x^3} \right)$

24. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(2x \operatorname{tg} x - \frac{\pi}{\cos x} \right)$

25. $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^x - x^2)$

26. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$

27. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(1+x^2)}{\ln(\pi/2 - \operatorname{arctg} x)}$

28. $\lim_{x \rightarrow \infty} (\ln 2x)^{1/\ln x}$

29. $\lim_{x \rightarrow 0+} x^{\operatorname{tg} x}$

30. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x}$

2. Указать промежутки возрастания и убывания функций и найти их экстремумы:

1. $y = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x$

2. $y = x^3 - 3x$

3. $y = x^3 + 2x^2 + x$

4. $y = x^2 + 6x$

5. $y = 2x^2 + 3x + 1$

6. $y = 5x^2 - 4x + 2$

7. $y = \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} - x^2$

8. $y = 4x^4 + 2x^3 - 5x^2$

9. $y = \frac{x^2 + 1}{x + 2}$

10. $y = \frac{2x^2 - 1}{x - 1}$

11. $y = \frac{x^2 + x - 6}{(x - 5)^2}$

12. $y = x + \ln(1 - 2x)$

13. $y = x e^{-x}$

14. $y = x^2 e^{-x}$

15. $y = e^{-x} - e^{-2x}$

16. $y = \ln(1 + 2x^2)$

17. $y = x^3 e^x$

3. Найти наименьшее и наибольшее значение функций в заданных промежутках:

1. $y = x^2 - x + 4, \quad [-1; 2]$

2. $y = -3x^2 + 6x - 1, \quad [-2; 2]$

3. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2, \quad [-2; 3]$

4. $y = 3x^4 + 4x^3 + 1, \quad [-2; 1]$

5. $y = x^5 - x^3 + x + 2, \quad [-1; 1]$

6. $y = \frac{x}{4} + \frac{4}{x}, \quad [-5; -1]$

7. $y = \frac{x}{8} + \frac{2}{x}, \quad [1; 6]$

8. $y = x^3 - 3x + 2, \quad [-3; 1,5]$

9. $y = x^4 - 8x^2 + 3, \quad [-2; 2]$

10. $y = \frac{x-1}{x+1}, \quad [0; 4]$

11. $y = \sqrt{4 - x^2}, \quad [-2; 2]$

12. $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x)^2}, \quad [1; 3]$

13. $y = x^2 \ln x, \quad [1; e]$

14. $y = \frac{4}{\sqrt{x^2 + 16}}, \quad [-3; 3]$

15. $y = -2x^2 - \ln x, \quad [1; e]$

16. $y = x + \frac{8}{x^4}, \quad [1; 3]$

17. $y = (5-x)2^{-x}, \quad [-1; 0]$

18. $y = 2^{\sqrt[3]{x^2}}, \quad [-8; -1]$

19. $y = 2 \sin x + \sin 2x, \quad [0; 3\pi/2]$

20. $y = \cos^2 x + \sin x, \quad [0; \pi/4]$

21. $y = \frac{1}{2} \cos 2x + \sin x, \quad [0; \pi/2]$

22. $y = x + \cos^2 x, \quad [0; \pi/2]$

23. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$, $[0; \pi/2]$

4. Решить задачи, используя элементы дифференциального исчисления:

1. Число 20 разбить на такие два слагаемых, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.
2. Число 180 разбить на три положительных слагаемых так, чтобы два из них относились как 1:2, а произведение трех слагаемых было наибольшим.
3. Найти число, которое превышало бы свой квадрат на максимальное значение.
4. Требуется оградить забором прямоугольный участок земли площадью 294 м^2 и затем разделить этот участок забором на две равные части. При каких линейных размерах участка длина всего забора будет наименьшей.
5. Определить размеры открытого бассейна с квадратным дном объемом 32 м^3 так, что на облицовку его стен и дна пошло наименьшее количество материала.
6. Консервная банка данного объема имеет форму цилиндра. Каково должно быть соотношение ее размеров (высоты и диаметра), чтобы на изготовление пошло минимальное количество жести.
7. Каково должно быть отношение высоты к радиусу основания конического шатра данной вместимости, чтобы на его изготовление пошло наименьшее количество материи.
8. Найти длины сторон прямоугольника наибольшей площади, вписанный в прямоугольный треугольник со сторонами 18, 24, 30 см и имеющего с ним общий прямой угол.

5. Указать участки выпуклости и вогнутости функций и найти точки перегиба:

- | | |
|-----------------------------|-----------------------------------------------|
| 1. $y = x^3 + 3x^2 + x + 1$ | 2. $y = 4x^3 - 6x^2 + x + 5$ |
| 3. $y = 2x^3 + 3x^2 + 7$ | 4. $y = 3x^3 - 2x^2 + x$ |
| 5. $y = x^4 - x^3 - 3x^2$ | 6. $y = \frac{x^4}{12} + \frac{x^3}{6} - x^2$ |
| 7. $y = 2x^4 - 5x^3 + 3x^2$ | 8. $y = xe^x$ |
| 9. $y = xe^{-2x}$ | 10. $y = x^2 e^{-2x}$ |
| 11. $y = xe^{-x^2}$ | 12. $y = \ln(1+x^2)$ |
| 13. $y = \ln(4+2x^2)$ | 14. $y = \ln(7+4x^2)$ |
| 15. $y = \frac{x}{x^2+4}$ | 16. $y = \frac{1}{x^2+1}$ |

6. Для нижеприведенных функций: а) найти область определения, интервалы непрерывности, точки разрыва; б) определить четность (нечетность), периодичность функций; в) найти асимптоты (вертикальные, наклонные, горизонтальные) графика; г) найти интервалы монотонности и точки экстремума; д) найти интервалы выпуклости и вогнутости графика; е) найти точки пересечения графика с осями координат; ж) построить графики.

- | | | |
|------------------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 1. $y = x^3 - 4,5x^2 + 6x$ | 2. $y = \frac{1}{8}(x+2)(x-4)^2$ | 3. $y = 3x^5 - 5x^3$ |
| 4. $y = \frac{4}{1+x^2}$ | 5. $y = 0,25x^3 - x^2 - 4x + 16$ | 6. $y = x^3 + \frac{1}{4}x^4$ |
| 7. $y = 0,5x^2(x^2 - 4)$ | 8. $y = \frac{2}{x^2 + x + 1}$ | 9. $y = \frac{8x}{x^2 + 4}$ |
| 10. $y = \frac{x^2 - 4}{x^2 + 1}$ | 11. $y = \frac{3x + 5}{x + 2}$ | 12. $y = \frac{x^2}{x^2 - 4}$ |
| 13. $y = \left(\frac{x+2}{x-2}\right)^2$ | 14. $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$ | 15. $y = \frac{x}{x^2 - 4x + 3}$ |
| 16. $y = e^{-x^2}$ | 17. $y = (x+2)e^{-2x}$ | 18. $y = (4-x)e^{x/2}$ |
| 19. $y = \ln(1+x^2)$ | 20. $y = xe^{-x^2}$ | 21. $y = x \ln x$ |

$$22. y = \frac{e^x}{x+1} \quad 23. y = 2^x + 2^{-x} \quad 24. y = \frac{x^2 - x - 6}{x - 2}$$

$$25. y = 5 - \frac{2}{x} - x^2 \quad 26. y = \frac{3}{x+2} - \frac{3}{x-2} - 1 \quad 27. y = \frac{x^4}{(x+1)^3}$$

$$28. y = \sqrt[3]{x^3 - 3x} \quad 29. y = 2x - \sqrt[3]{x^2} \quad 30. y = (x-1)^2 (x-3)^3$$

7. Составить уравнение касательной и нормальной прямых к кривой $y = f(x)$ в точке с абсциссой $x = x_0$:

$$1. y = 5x^3 + 2x^2 - x + 3, \quad x_0 = 2 \quad 2. y = \frac{x}{x+2}, \quad x_0 = 0$$

$$3. y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + x + 3}, \quad x_0 = 1 \quad 4. y = \ln(1 + 3x), \quad x_0 = 0$$

$$5. y = \sin 2x, \quad x_0 = \pi/8 \quad 6. y = (1 + x)e^{-2x}, \quad x_0 = 0$$

$$7. y = \ln(2e^x - 1), \quad x_0 = 0 \quad 8. y = \cos^2 x, \quad x_0 = \pi/6$$

$$9. y = e^{\sin x}, \quad x_0 = \pi \quad 10. y = x^2 - \frac{2}{x}, \quad x_0 = 1$$

11. На параболе $y = x^2$ взяты две точки с абсциссами $x_1 = 1, x_2 = 3$. Через эти точки проведена секущая. Написать уравнение касательной к данной кривой, которая параллельна проведенной секущей.

12. Касательная к кривой $y = 3x - x^2$ перпендикулярно прямой, проходящей через точки $(2; 0)$ и $(0; 1)$. Составить уравнение этой касательной.

13. Составить уравнение касательных к кривой $y = x^3 + 1$, параллельных прямой $y - 3x + 1 = 0$.

14. Составить уравнение касательной к кривой $y = \ln(x - 1)$ перпендикулярно прямой, образующей с осью OX угол в 135° .

15. Составить уравнение касательной к кривой $y = \frac{2x-7}{x-3}$, проходящей: а) через начало координат; б) параллельно прямой $4x - y - 2 = 0$; в) перпендикулярно прямой $2x + 2y - 5 = 0$.

16. Составить уравнение касательной к кривой $y = e^{-x}$, проходящей: а) параллельно биссектрисе второго и четвертого координатных углов; б) проходящей через точку $(-1; 0)$.

8. Используя понятие дифференциала вычислить приближенно:

$$\begin{array}{lllll} 1. \sqrt{17} & 2. \sqrt{26} & 3. \sqrt{37} & 4. \sqrt[3]{28} & 5. \sqrt[3]{65} \\ 6. \sqrt[3]{126} & 7. \sqrt[4]{82} & 8. \sqrt[4]{260} & 9. \sqrt[4]{627} & 10. \sqrt[5]{33} \\ 11. \sqrt[3]{245} & 12. \sin 32^\circ & 13. \sin 47^\circ & 14. \cos 62^\circ & 15. \cos 48^\circ \\ 16. \operatorname{tg} 46^\circ & 17. \operatorname{tg} 62^\circ & 18. \operatorname{ctg} 33^\circ & 19. \operatorname{ctg} 49^\circ & 20. e^{0,2} \\ 21. e^{-0,1} & 22. e^{0,3} & 23. \ln 1,1 & 24. \ln 1,2 & 25. \ln 0,9 \\ 26. \ln 0,8 & 27. \operatorname{arctg} 1,05 & 28. \operatorname{arcctg} 0,96 & & \end{array}$$

9. Используя формулу Тейлора, найти разложение заданных функций в окрестности точки $x = x_0$ удерживая при этом n членов:

$$\begin{array}{ll} 1. y = 2x^3 + x^2 - 1, \quad x_0 = 1, \quad n = 3 & 2. y = 3x^3 - 4x^2 + x \quad x_0 = 2, \quad n = 3 \\ 3. y = 2x^4 - x^2 + x + 2, \quad x_0 = 1, \quad n = 4 & 4. y = x^5 - 3x^2 + x \quad x_0 = 1, \quad n = 5 \end{array}$$

5. $y=3x^4-x^2+x+2$, $x_0=-1, n=4$ 6. $y=x^3+2x^2+4x+1$, $x_0=-2, n=3$
7. $y=e^{-x^2}$, $x_0=0, n=3$ 8. $y=\sin x^2$, $x_0=0, n=2$
9. $y=\ln(1+2x^2)$, $x_0=0, n=2$ 10. $y=\sqrt{1+x^4}$, $x_0=0, n=2$
11. $y=\sqrt{1+3x}$, $x_0=1, n=2$ 12. $y=\operatorname{arctg} x$, $x_0=1, n=2$
13. $y=\arcsin x$, $x_0=0, n=2$ 14. $y=\sqrt[3]{1+7x}$, $x_0=1, n=2$
15. $y=\sqrt[4]{5+11x}$, $x_0=1, n=2$ 16. $y=\ln(x+2x^3)$, $x_0=1, n=2$
17. $y=\cos(x^2)$, $x_0=0, n=3$