

С.В. Пономарев, С.В. Мищенко, А.Г. Дивин

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И
ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ

Книга 2

◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ◆

Министерство образования и науки Российской Федерации
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Тамбовский государственный технический университет"

С.В. Пономарев, С.В. Мищенко, А.Г. Дивин

**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И
ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ
ИЗМЕРЕНИЙ**

Книга 2

Монография



Тамбов
Издательство ТГТУ
2006

УДК 536.24.08: 532.517.2

ББК ҫ31

П56

Р е ц е н з е н т ы:

Доктор технических наук, профессор ИТЭС ОИВТ РАН

В.А. Петров

Доктор технических наук,

профессор МГГРУ им. Серго Орджоникидзе

В.А. Вертоградский

Пономарев С.В., Мищенко С.В., Дивин А.Г.

П56 Теоретические и практические аспекты теплофизических измерений: Монография. В 2 кн. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. Кн. 2. 216 с.

Во второй книге приведены сведения о разработанных в Тамбовском государственном техническом университете теплофизических методах и приборах:

– основанных на использовании временных и пространственных интегральных характеристик температур и тепловых потоков;

– предназначенных для измерения эффективных теплофизических характеристик ламинарных потоков жидкостей и для исследования зависимости теплопроводности неньютоновских жидкостей от скорости сдвига;

– позволяющих осуществлять измерение коэффициента диффузии влаги в капиллярно-пористых и коллоидных материалах.

Рассмотрены основы экспериментального измерения реологических свойств ньютоновских и неньютоновских жидкостей.

Книга предназначена для научных работников, инженеров, аспирантов, магистрантов и студентов, специализирующихся на применении теплофизических методов и приборов для контроля и управления качеством продукции и процессов.

УДК 536.24.08: 532.517.2

ББК ҫ31

ISBN 5-8265-0451-X

© Пономарев С.В., Мищенко С.В.,
Дивин А.Г., 2006

© Тамбовский государственный
технический университет (ТГТУ), 2006

Научное издание

ПОНОМАРЕВ Сергей Васильевич,
МИЩЕНКО Сергей Владимирович,
ДИВИН Александр Георгиевич

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРАКТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Книга 2

Монография

Редактор З.Г. Чернова

Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Рыжкова

Подписано к печати 30.01.2006.

Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Гарнитура Times New Roman. Объем: 12,55 усл. печ. л.; 12,60 уч.-изд. л.

Тираж 130 экз. С. 42

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

7 МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВРЕМЕННЫХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, НЕПОСРЕДСТВЕННО ИЗМЕРЯЕМЫХ В ХОДЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

Идея о возможности и полезности использования пространственных и временных интегральных характеристик температур и тепловых потоков при организации теплофизического эксперимента и при обработке экспериментальных данных впервые была высказана В.В. Власовым и Ю.С. Шаталовым в начале семидесятых годов двадцатого века. Доктор технических наук, профессор В.В. Власов в то время был заведующим кафедрой «Автоматизация химических производств» и ректором Тамбовского института химического машиностроения (ТИХМ), а кандидат технических наук Ю.С. Шаталов работал доцентом кафедры высшей математики ТИХМа.

В 1975 году была опубликована книга [27], в которой впервые были изложены основные положения и приведены примеры применения временных и пространственных интегральных характеристик для измерения теплофизических характеристик веществ.

Ниже рассмотрены основные идеи методов измерения теплофизических свойств веществ, базирующихся на использовании пространственных, временных и пространственно-временных интегральных характеристик физических величин, непосредственно измеряемых в ходе эксперимента.

7.1 ОСНОВНЫЕ ВИДЫ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕМПЕРАТУРЫ И ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ

При разработке и осуществлении теплофизических измерений используют следующие три основные разновидности интегральных характеристик температур и тепловых потоков.

1 *Временные интегральные характеристики* (ВИХ) температур и тепловых потоков, например:

- имеющие физический смысл средних значений температуры и теплового потока

$$T_{\text{cp}}(x, \tau) = \frac{\int_0^{\tau} T(x, \tau) d\tau}{\int_0^{\tau} d\tau} = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} T(x, \tau) d\tau; \quad (7.1)$$

$$q_{\text{cp}}(\tau) = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} q(\tau) d\tau; \quad (7.1a)$$

$$T_{\text{cp}}(x, t) = \frac{\int_0^t T(x, \tau) d\tau}{\int_0^t d\tau} = \frac{1}{t} \int_0^t T(x, \tau) d\tau; \quad (7.2)$$

$$q_{\text{cp}}(t) = \frac{1}{t} \int_0^t q(\tau) d\tau, \quad (7.2a)$$

• базирующиеся на хорошо разработанной теории интегрального преобразования Лапласа [1, 27, 28]:

$$T^*(x, p) = \int_0^{\infty} T(x, \tau) e^{-p\tau} d\tau; \quad (7.3)$$

$$q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) e^{-p\tau} d\tau, \quad (7.3a)$$

где p – параметр преобразования Лапласа.

Отметим, что интегральное преобразование Лапласа нашло наиболее широкое применение при разработке и практическом осуществлении рассматриваемых в данной главе методов теплофизических измерений, основанных на закономерностях как начальной, так и регулярной и квазистационарной стадий теплопереноса в исследуемом образце.

2 *Пространственные интегральные характеристики (ПИХ) температур, например:*

• имеющие физический смысл средней на отрезке $0 \leq x \leq R$ температуры:

– плоского образца

$$\bar{T}_{\text{пл}}(\tau) = \frac{\int_0^R T(x, \tau) dx}{\int_0^R dx} = \frac{1}{R} \int_0^R T(x, \tau) dx; \quad (7.4)$$

– цилиндрического образца

$$\bar{T}_{\text{ц}}(\tau) = \frac{\int_0^R T(r, \tau) 2\pi r dr}{\int_0^R 2\pi r dr} = \frac{\int_0^R T(r, \tau) r dr}{\int_0^R r dr} = \frac{2}{R^2} \int_0^R T(r, \tau) r dr; \quad (7.4a)$$

– сферического образца

$$\bar{T}_{\text{сф}}(\tau) = \frac{\int_0^R T(r, \tau) 4\pi r^2 dr}{\int_0^R 4\pi r^2 dr} = \frac{\int_0^R T(r, \tau) r^2 dr}{\int_0^R r^2 dr} = \frac{3}{R^3} \int_0^R T(r, \tau) r^2 dr; \quad (7.4b)$$

• базирующиеся на хорошо разработанной теории конечных интегральных преобразований [1, 27, 28] по пространственной координате, например:

– синус-преобразования Фурье для декартовой системы координат

$$T(p_s, \tau) = \int_0^R T(x, \tau) \sin(p_s x) dx; \quad (7.5)$$

– косинус-преобразования Фурье

$$T(p_c, \tau) = \int_0^R T(x, \tau) \cos(p_c x) dx; \quad (7.5a)$$

– преобразования Ханкеля для цилиндрической системы координат

$$T(p_x, \tau) = \int_0^R T(r, \tau) J_0(p_x r) r dr, \quad (7.5b)$$

где p_s , p_c , p_x – соответственно параметры синус-преобразования и

косинус-преобразования Фурье и параметр преобразования Ханкеля;

- имеющие физический смысл среднemasсовой температуры жидкости при ее ламинарном течении с Пуазейлевским профилем

скорости течения $\omega(r) = 2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]$ в трубе с внутренним радиусом

R

$$\bar{T}(z) = \frac{\int_0^R T(r, z) \omega(r) r dr}{\int_0^R \omega(r) r dr} = \frac{4}{R^2} \int_0^R T(r, z) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] r dr, \quad (7.6)$$

где z – продольная координата трубы.

Сравнивая формулы (7.4), (7.4a), (7.4b), (7.5), (7.5a), (7.5b), (7.6), можно сделать вывод, что в общем случае пространственные интегральные характеристики $S(\tau)$ по пространственной координате r можно представить в виде

$$S(\tau) = \int_0^R T(r, \tau) \rho(r) dr, \quad (7.7)$$

где $\rho(r)$ – так называемая весовая функция, например:

- в случае ПИХ в виде (7.4)

$$\rho(r) \equiv \rho(x) = \frac{1}{R} = \text{const};$$

- в случае ПИХ в виде (7.4b)

$$\rho(r) = \frac{3}{R^3} r^2;$$

- в случае ПИХ в виде (7.6)

$$\rho(r) = \frac{4}{R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] r.$$

3 *Пространственно-временные интегральные характеристики (ПВИХ) температур и тепловых потоков, например:*

- в виде сочетания преобразования Лапласа (7.3) и пространственной интегральной характеристики (7.4)

$$\bar{T}^*(p) = \frac{1}{R} \int_0^R \left[\int_0^\infty T(x, \tau) e^{-p\tau} d\tau \right] dx = \int_0^\infty \left[\frac{1}{R} \int_0^R T(x, \tau) dx \right] e^{-p\tau} d\tau;$$

- в виде сочетания преобразования Лапласа (7.3) с косинус

преобразованием Фурье (7.5а)

$$T^*(p, p_c) = \int_0^R \left[\int_0^\infty T(x, \tau) e^{-p\tau} d\tau \right] \cos(p_c x) dx = \int_0^\infty \left[\int_0^R T(x, \tau) \cos(p_c x) dx \right] e^{-p\tau} d\tau.$$

Пространственно-временные интегральные характеристики (ПВИХ) температуры применяются на практике значительно реже, чем временные (ВИХ) и пространственные (ПИХ) интегральные характеристики.

7.2 МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИЛИ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗНАЧЕНИЙ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕМПЕРАТУР

В большинстве случаев значения пространственных и/или временных интегральных характеристик приходится вычислять по непосредственно измеренным в ходе эксперимента значениям температур и тепловых потоков.

Иногда удается так организовать процесс теплофизического эксперимента, что значения пространственной интегральной характеристики может быть измерено напрямую по сигналу соответствующего первичного измерительного преобразователя (датчика).

7.2.1 МЕТОДЫ ПРИБЛИЖЕННОГО ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Вычисление ПИХ вида (7.7) эквивалентно задаче приближенного вычисления интеграла [27 – 30]

$$\int_0^R \rho(r) f(r) dr = \sum_{k=1}^n A_k f(r_k), \quad (7.8)$$

где A_k и r_k – коэффициенты и абсциссы квадратурной формулы (7.8), выбираемые в зависимости от вида весовой функции $\rho(r)$ и от применяемого правила численного интегрирования. Отметим, что верхний предел интегрирования в формуле (7.8) может быть в пределах $0 < R \leq \infty$.

Можно рекомендовать следующий порядок выбора числа узлов n квадратурной формулы (7.8). Используя априорную информацию, задаем значения теплофизических свойств, геометрию образца, начальные и граничные условия, т.е. выбираем тепловой режим предполагаемого эксперимента. С учетом этого теплового режима в

результате решения прямой краевой задачи теплопроводности находим функцию

$$f(r) = T(r, \tau),$$

определяющую распределение температуры по пространственной координате r в момент времени τ . По заданной погрешности определения ПИХ находим число узлов n квадратурной формулы (7.8), обеспечивающее требующуюся точность вычислений.

На практике интегральную характеристику (7.7) чаще всего вычисляют по квадратурной формуле

$$S(\tau) = \int_0^R T(r, \tau) \rho(r) dr \approx \sum_{k=1}^n A_k T(r_k, \tau). \quad (7.8a)$$

Абсциссы r_k и коэффициенты A_k в формуле (7.8a) выбирают в зависимости от ограничений, накладываемых конструкцией установки и режимом проведения эксперимента:

1) если возможно измерение температуры $T(r, \tau)$ в нескольких произвольных точках r_k ($k = 1, 2, \dots, 4$) по толщине исследуемого образца, то следует применять правила интегрирования, имеющие наивысшую степень точности [29, с. 34]; в справочнике [29] приведены таблицы, позволяющие выбрать значения абсцисс r_k и коэффициентов A_k формулы (7.8a);

2) если же измерения температуры $T(r, \tau)$ производятся в нескольких равностоящих точках по толщине исследуемого образца (например, когда образец набирается из нескольких пластин одинаковой толщины, а между этими пластинами размещают термопары или термометры сопротивления), то удобно пользоваться правилом Ньютона-Котеса [29, с. 15]:

$$S(\tau) = \int_0^R T(r, \tau) \rho(r) dr \approx \sum_{k=0}^n A_k T(kh, \tau), \quad (7.8b)$$

где $h = \frac{R}{n}$ – шаг между абсциссами $r_k = kh$ ($k = 0, 1, 2, \dots, n$).

Численные расчеты показали, что относительные погрешности расчетов ПИХ зависят от характера и интенсивности процесса теплопереноса и, при применении правила Ньютона-Котеса (7.8b), в абсолютном большинстве случаев не превышают:

$$1,5 \% \quad \text{при } n = 3;$$

1 % при $n = 4$;

0,8 % при $n = 5$.

Наибольшая погрешность определения пространственной интегральной характеристики, как правило, соответствует [27] промежуткам времени, когда наблюдается резкое изменение градиента температуры по толщине исследуемого образца. В таких случаях для увеличения точности вычисления $S(\tau)$ рекомендуется осуществлять дополнительные измерения температуры $T(r_j, \tau)$ в одной или двух точках

r_j
($j = 1, 2$) в той зоне образца, где наблюдается наибольшая величина температурного градиента [27].

Методика вычисления производной по времени

$$S'(\tau) = \frac{dS(\tau)}{d\tau}$$

зависит от способа регистрации пространственной интегральной характеристики $S(\tau)$ и может быть осуществлена одним из известных методов приближенного дифференцирования функций [27].

7.2.2 К ВОПРОСУ О ВОЗМОЖНОСТИ НЕПОСРЕДСТВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ИНТЕГРАЛЬНОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ТЕМПЕРАТУРЫ

В ряде случаев удается получить расчетные соотношения, связывающие искомые теплофизические свойства исследуемого вещества с такими пространственными интегральными характеристиками температуры, которые легко можно измерить непосредственно в ходе эксперимента, например:

1) при экспериментальном определении коэффициента температуропроводности a жидкости методом ламинарного режима [2] легко может быть измерена пространственная интегральная характеристика (7.6), принимающая при $z = l_T$ вид

$$S(l_T) = \frac{4}{R^2} \int_0^R T(r, l_T) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] r dr \quad (7.6a)$$

и имеющая физический смысл среднemasсовой температуры жидкости в сечении, расположенном на расстоянии $z = l_T$ от входа в так называемый теплообменный участок измерительной трубки; для

измерения этой ПИХ в конце теплообменного участка измерительной трубки устанавливают специальное устройство [2], обеспечивающее перемешивание исследуемой жидкости – в результате ПИХ (7.6а) определяют непосредственно по сигналу термопары или термометра сопротивления, размещенному в таком специальном устройстве;

2) аналогичные устройства [2] позволяют легко измерять среднemasсовые значения температуры исследуемой жидкости не только при ламинарном режиме ее течения, но и при турбулентном или переходном режимах течения.

К сожалению, нам не известны другие примеры непосредственного измерения пространственных интегральных характеристик температуры. В большинстве случаев ПИХ температуры приходится определять с использованием вычислений по квадратурным формулам вида (7.8).

7.2.3 МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК

Проблема определения интегральных характеристик температур и тепловых потоков в общем случае сводится к вычислениям по квадратурным формулам типа (7.8), (7.8а) и (7.8b). В случае использования ВИХ на основе преобразования Лапласа эти квадратурные формулы на полуоси $[0, \infty)$ удобно представить в виде [27]:

$$T^*(x, p) \equiv \int_0^{\infty} \tau^{\alpha} \exp[-p\tau] T(x, \tau) d\tau \approx \frac{1}{p^{\alpha+1}} \sum_{k=1}^n A_k T\left(x, \frac{\tau_k}{p}\right); \quad (7.9)$$

$$q^*(p) \equiv \int_0^{\infty} \tau^{\alpha} \exp[-p\tau] q(\tau) d\tau \approx \frac{1}{p^{\alpha+1}} \sum_{k=1}^n A_k q\left(\frac{\tau_k}{p}\right), \quad (7.9a)$$

где A_k, τ_k – коэффициенты и абсциссы квадратурных формул (7.9), (7.9а); p – параметр преобразования Лапласа; α – показатель степени в формулах (7.9), (7.9а).

Примечание. Если задать $\alpha = 0$, то формулы (7.9), (7.9 а) полностью совпадают с преобразованием Лапласа.

Численные расчеты показали [27], что при обработке данных теплофизических экспериментов наиболее точные результаты в вычислении ВИХ достигаются при использовании квадратурных формул (7.9), (7.9а). Применение таких формул позволяет получать значения ВИХ с высокой степенью точности при числе узлов $n \leq 5$. Если подынтегральные функции $T(x, \tau)$ непрерывны и монотонны, то относительные погрешности вычисления интегральных характеристик $T^*(x, p)$ и $q^*(p)$ по квадратурным формулам (7.9), (7.9а) не

превышают 0,5 % при числе узлов $n = 4$.

7.3 АБСОЛЮТНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ С ПРИМЕНЕНИЕМ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕМПЕРАТУРЫ

7.3.1 ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ МЕТОДОМ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕМПЕРАТУРЫ

Рассмотрим плоский образец (см. рис. 7.1), изготовленный из исследуемого материала. Пусть в трех сечениях x , с координатами R_1, R_2, R_3 этого образца, установлены три датчика температуры ДТ1, ДТ2, ДТ3

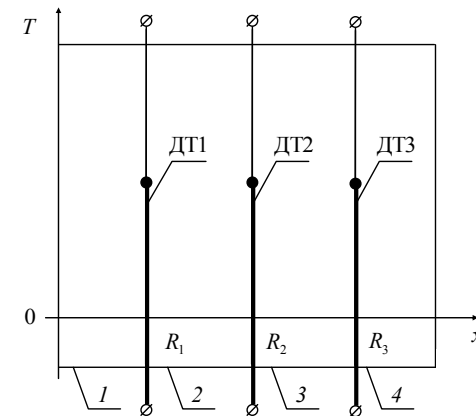


Рис. 7.1 Схема размещения трех датчиков температуры в исследуемом образце

ДТ2, ДТ3, например, термопары или термометры сопротивления, позволяющие измерять температуры в этих сечениях.

В случае использования монолитного образца из исследуемого материала, в нем должны быть просверлены три отверстия, расположенные в плоскостях с координатами $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$. Перед экспериментом в эти три отверстия следует ввести термопары для измерения температур $T(R_1, \tau)$, $T(R_2, \tau)$ и $T(R_3, \tau)$.

В процессе эксперимента исследуемый образец нагревают или охлаждают по какому-либо закону, регистрируют изменение

температур $T(R_1, \tau)$, $T(R_2, \tau)$ и $T(R_3, \tau)$, а затем находят искомое значение коэффициента температуропроводности a путем обработки полученной информации.

Примечание. Возможен вариант, когда исследуемый образец набирают из четырех пластин, обозначенных позициями 1, 2, 3, 4 в нижней части рис. 7.1. В этом случае нет необходимости сверлить отверстия для размещения термопар, так как тонкие проволочные термопары или термометры сопротивления могут быть размещены между поверхностями контакта пластин 1, 2, 3 и 4 в точках с координатами $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$.

7.3.2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ОБРАЗЦА ИЗ ИССЛЕДУЕМОГО МАТЕРИАЛА

Если в процессе эксперимента зарегистрированы температуры $\varphi_1(\tau)$, $\varphi_2(\tau)$ и $\varphi_3(\tau)$ соответственно в точках с координатами $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$, то математическую модель температурного поля в исследуемом образце в области $R_1 < x < R_3$ можно записать в виде:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad R_1 < x < R_3; \quad (7.10)$$

$$T(x, 0) = T_0 = 0; \quad (7.11)$$

$$T(R_1, \tau) = \varphi_1(\tau); \quad (7.12)$$

$$T(R_3, \tau) = \varphi_3(\tau) \quad (7.13)$$

с дополнительным условием

$$T(R_2, \tau) = \varphi_2(\tau), \quad (7.14)$$

превращающим прямую краевую задачу (7.10)–(7.13) в инверсную краевую задачу теплопроводности (7.10)–(7.14) относительно неизвестного параметра, представляющего собой искомый коэффициент температуропроводности a .

Применив преобразование Лапласа к рассматриваемой инверсной краевой задаче теплопроводности, получаем

$$L[T(x, \tau)] \equiv T^*(x, p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} T(x, \tau) d\tau;$$

$$L[\varphi_i(\tau)] \equiv \varphi_i^*(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} \varphi_i(\tau) d\tau, \quad i = 1, 2, 3;$$

$$L\left[\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau}\right] = pT^*(x, p) - T(x, 0) = pT^*(x, p),$$

так как в силу (7.11) $T(x, 0) = T_0 = 0$,

$$L\left[\frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}\right] = \frac{d^2 T^*(x, p)}{dx^2}.$$

С учетом этих обозначений прямая краевая задача теплопроводности (7.10)–(7.13), после применения к ней преобразования Лапласа, принимает вид:

$$\frac{d^2 T^*(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{a} T^*(x, p) = 0, \quad R_1 < x < R_3; \quad (7.10a)$$

$$T^*(R_1, p) = \varphi_1^*(p); \quad (7.12a)$$

$$T^*(R_3, p) = \varphi_3^*(p) \quad (7.13a)$$

с дополнительным условием

$$T^*(R_2, p) = \varphi_2^*(p). \quad (7.14a)$$

Общее решение уравнения (7.10a) имеет вид [16]:

$$T^*(x, p) = A \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} x\right) + B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} x\right). \quad (7.15)$$

Подставив $x = R_1$, а затем $x = R_3$ в общее решение (7.15) на основании (7.12a) и (7.13a), получаем

$$\left\{ A \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) + B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) = \varphi_1^*(p); \quad (7.12b) \right.$$

$$\left. A \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) + B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) = \varphi_3^*(p) \quad (7.13b) \right.$$

систему двух уравнений (7.12b), (7.13b). Если пока считать

коэффициент температуропроводности a параметром, то из системы уравнений (7.12b), (7.13b) легко получить значения двух коэффициентов A и B , в частности

$$A = \frac{\varphi_1^*(p) - B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} \cdot R_1\right)}{\operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right)};$$

$$\begin{aligned} & \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) - B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) + \\ & + B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) = \varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right), \end{aligned}$$

откуда следует

$$B = \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)}; \quad (7.16)$$

$$A = \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right)}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)} \cdot \frac{\varphi_1^*(p) - \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right)}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)}}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)}. \quad (7.17)$$

Потребуем, чтобы найденное решение (7.15) с учетом (7.16) и (7.17) удовлетворяло дополнительному условию (7.14a).

Подставив значения A и B , выраженные в виде (7.17) и (7.16), в общее решение (7.15) и приравняв в полученной записи $x = R_2$

$$T^*(R_2, p) = A \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_2\right) + B \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_2\right) = \varphi_2^*(p), \quad (7.14b)$$

получим одно уравнение

$$\begin{aligned} \varphi_1^*(p) - \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right)}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)} \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_2\right) + \\ + \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)}{\operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) - \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_1\right) \operatorname{ch}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_3\right)} \operatorname{sh}\left(\sqrt{\frac{p}{a}} R_2\right) = \varphi_2^*(p) \end{aligned} \quad (7.18)$$

с одним неизвестным – коэффициентом теплопроводности a .

Уравнение (7.18) легко решается численно, например, методом деления отрезка пополам (после предварительного определения отрезка, содержащего только один корень).

Если ввести обозначение $g = \sqrt{\frac{p}{a}} R_1$, то уравнение (7.18) примет

вид

$$\begin{aligned} \varphi_1^*(p) - \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}(g) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right) \operatorname{sh}(g)}{\operatorname{sh}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right) \operatorname{ch}(g) - \operatorname{sh}(g) \operatorname{ch}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right)} \operatorname{ch}\left(g \frac{R_2}{R_1}\right) + \\ + \frac{\varphi_3^*(p) \operatorname{ch}(g) - \varphi_1^*(p) \operatorname{ch}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right)}{\operatorname{sh}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right) \operatorname{ch}(g) - \operatorname{sh}(g) \operatorname{ch}\left(g \frac{R_3}{R_1}\right)} \operatorname{sh}\left(g \frac{R_2}{R_1}\right) = \varphi_2^*(p). \end{aligned} \quad (7.18a)$$

Если путем вычислений найдем корень $g^* = \sqrt{\frac{p}{a}} R_1$ уравнения (7.18а), то искомый коэффициент температуропроводности a находится по формуле

$$a = p \frac{R_1^2}{(g^*)^2} = p \left(\frac{R_1}{g^*} \right)^2.$$

Опыт практической работы показал, что погрешность вычисления корня g^* уравнения (7.18а), а значит и погрешность определения коэффициента температуропроводности a , существенно зависит от того, насколько правильно выбрана величина параметра p преобразования Лапласа, входящего в уравнение (7.18а) в качестве параметра. Поэтому одним из существенно важных этапов отработки практической методики измерения коэффициента температуропроводности a является этап выбора оптимального значения параметра p преобразования Лапласа.

7.3.3 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

При практическом осуществлении метода измерения коэффициента температуропроводности a , рассматриваемого в параграфе 7.3, можно рекомендовать следующий примерный порядок проведения эксперимента.

1 Изготавливают монолитный или составной образец (см. п. 7.3.1) и в этом образце размещают три малоинерционных датчика температуры, например, термопары или термометры сопротивления.

2 В связи с тем, что в постановку исходной краевой задачи теплопроводности (для рассматриваемого в п. 7.3 метода) входят однородные начальные условия (7.11), подготовленный образец, после размещения в нем датчиков температуры, следует достаточно длительное время выдержать при постоянной температуре T_0 , условно принимаемой за начало шкалы $T_0 = 0$ измерения температуры в ходе эксперимента. Об однородности начального распределения температуры $T(x, 0) = T_0 = \text{const}$ в исследуемом образце судят по показаниям датчиков температуры ДТ1, ДТ2, ДТ3, размещенных в плоскостях с координатами $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$.

3 После достижения однородного распределения температуры в исследуемом образце начинают активную стадию эксперимента. При этом на исследуемый образец подают внешнее тепловое воздействие:

- либо в виде ступенчатого или аperiodического изменения температуры окружающей среды, например, путем помещения этого образца в воздушный или жидкостный термостат с температурой $T_c \neq T_0$, отличающейся от начальной температуры T_0 образца;

- либо в виде линейного или монотонного во времени изменения температуры окружающей среды;

- либо в виде периодически изменяющегося во времени внешнего теплового воздействия и т.п.

4 В ходе активной стадии эксперимента измеряют и регистрируют сигналы датчиков температуры ДТ1, ДТ2 и ДТ3.

5 При достижении некоторого предельного значения температуры в одной из точек $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$, в которых установлены датчики температуры ДТ1, ДТ2 и ДТ3, активную стадию эксперимента прекращают.

Примечание. В качестве предельного значения температуры можно задать:

- либо температуру, на несколько градусов ниже температуры деструкции исследуемого материала (при линейном или монотонном во времени нагреве образца);

- либо температуру (в точке $x = R_2$, наиболее удаленный от поверхности образца), на заданную малую величину отличающуюся от установившегося (постоянного) значения температуры $T_c = \text{const}$ внешнего теплового воздействия (при ступенчатом или аperiodическом изменении температуры окружающей среды).

6 После завершения эксперимента производят обработку полученных данных об изменении температур $T(R_1, \tau) = \varphi_1(\tau)$, $T(R_2, \tau) = \varphi_2(\tau)$ и $T(R_3, \tau) = \varphi_3(\tau)$ в точках $x = R_1$, $x = R_2$ и $x = R_3$ в соответствии с методикой, изложенной в п. 7.3.2, и вычисляют искомое значение коэффициента теплопроводности a .

7.4 ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВРЕМЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ТЕМПЕРАТУР И ТЕПЛОВЫХ ПОТОКОВ НА ОСНОВЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА

7.4.1 ФИЗИЧЕСКАЯ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА И УСТРОЙСТВА

В лабораторной практике постоянно возникает необходимость экспрессного определения комплекса теплофизических свойств жидкостей. Исходя из этого, авторами статьи [41] были разработаны нестационарный метод и устройство для измерения коэффициентов теплопроводности, температуропроводности и объемной теплоемкости плоского горизонтального слоя жидкости.

В основу разработанного метода положена физическая модель (рис. 7.2) в виде трехслойной плоской системы, на внешних границах которой при $x = 0$ и $x = \ell_3$ поддерживают постоянную температуру T_0 , условно принимаемую за начало отсчета $T_0 = 0$.

На границах между слоями 2 и 3 считаются заданными граничные условия четвертого рода [1]. На границе между слоями 1 и 2 задано граничное условие четвертого рода специального вида, учитывающее наличие в этом месте внутреннего плоского источника тепла с поверхностной плотностью $q(\tau)$.

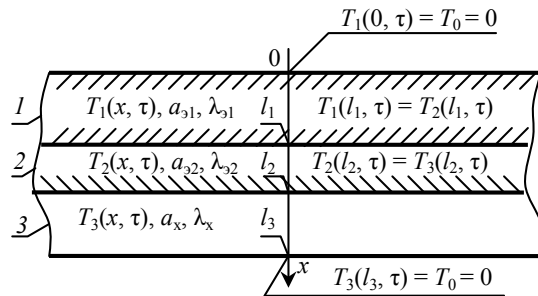


Рис. 7.2 Физическая модель устройства

Математическая модель рассматриваемой физической системы выражается формулами:

$$\frac{\partial T_1(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{s1} \frac{\partial^2 T_1(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < l_1;$$

$$\frac{\partial T_2(x, \tau)}{\partial \tau} = a_{s2} \frac{\partial^2 T_2(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad l_1 < x < l_2;$$

$$\frac{\partial T_3(x, \tau)}{\partial \tau} = a_x \frac{\partial^2 T_3(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad \tau > 0, \quad l_2 < x < l_3;$$

$$T_1(x, 0) = T_0 = 0, \quad T_2(x, 0) = T_0 = 0, \quad T_3(x, 0) = T_0 = 0;$$

$$T_1(0, \tau) = T_0 = 0;$$

$$T_1(\ell_1, \tau) = T_2(\ell_1, \tau);$$

$$\lambda_{\alpha 1} \frac{\partial T_1(\ell_1, \tau)}{\partial x} - \lambda_{\alpha 2} \frac{\partial T_2(\ell_1, \tau)}{\partial x} = q(\tau);$$

$$T_2(\ell_2, \tau) = T_3(\ell_2, \tau);$$

$$\lambda_{\alpha 2} \frac{\partial T_2(\ell_2, \tau)}{\partial x} = \lambda_x \frac{\partial T_3(\ell_2, \tau)}{\partial x};$$

$$T_3(\ell_3, \tau) = T_0 = 0.$$

С использованием преобразования Лапласа

$$T_i^*(x, p) = \int_0^{\infty} \exp(-p\tau) T_i(x, \tau) d\tau, \quad (i = 1, 2, 3), \quad q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) \exp(-p\tau) d\tau$$

математическая модель принимает вид:

$$\frac{d^2 T_1^*(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{a_{\alpha 1}} T_1^*(x, p) = 0, \quad 0 < x < \ell_1; \quad (7.19)$$

$$\frac{d^2 T_2^*(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{a_{\alpha 2}} T_2^*(x, p) = 0, \quad \ell_1 < x < \ell_2; \quad (7.20)$$

$$\frac{d^2 T_3^*(x, p)}{dx^2} - \frac{p}{a_x} T_3^*(x, p) = 0, \quad \ell_2 < x < \ell_3; \quad (7.21)$$

$$T_1^*(0, p) = 0; \quad (7.22)$$

$$T_1^*(\ell_1, p) = T_2^*(\ell_1, p), \quad \lambda_{\alpha 1} \frac{\partial T_1^*(\ell_1, p)}{\partial x} - \lambda_{\alpha 2} \frac{\partial T_2^*(\ell_1, p)}{\partial x} = q^*(p); \quad (7.23)$$

$$T_2^*(\ell_2, p) = T_3^*(\ell_2, p), \quad \lambda_{\alpha 2} \frac{\partial T_2^*(\ell_2, p)}{\partial x} = \lambda_x \frac{\partial T_3^*(\ell_2, p)}{\partial x}; \quad (7.24)$$

$$T_3^*(\ell_3, p) = 0. \quad (7.25)$$

Запишем общие решения уравнений (7.19) – (7.21) в виде [16]:

$$T_1^*(x, p) = C_1 \operatorname{sh}(x\sqrt{p/a_{31}}) + C_2 \operatorname{ch}(x\sqrt{p/a_{31}}); \quad (7.26)$$

$$T_2^*(x, p) = C_3 \operatorname{sh}(x\sqrt{p/a_{32}}) + C_4 \operatorname{ch}(x\sqrt{p/a_{32}});$$

$$T_3^*(x, p) = C_5 \operatorname{sh}(x\sqrt{p/a_x}) + C_6 \operatorname{ch}(x\sqrt{p/a_x}),$$

где $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ – коэффициенты, определяемые с использованием граничных условий (7.22) – (7.25).

Учитывая (7.22), получаем $C_2 = 0$.

Если известно значение интеграла

$$T_1^*(\ell_1, p) = \int_0^{\infty} \exp(-p\tau) T_1(\ell_1, \tau) d\tau,$$

тогда из (7.26) следует

$$C_1 = \frac{T_1^*(\ell_1, p)}{\operatorname{sh}(\ell_1\sqrt{p/a_{31}})}.$$

Постоянные C_3, C_4 определяем как решение системы алгебраических уравнений

$$\left. \begin{aligned} C_3 \operatorname{sh}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}}) + C_4 \operatorname{ch}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}}) &= T_1^*(\ell_1, p); \\ \lambda_{31} C_3 \sqrt{p/a_{32}} \operatorname{ch}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}}) + \\ + \lambda_{32} C_4 \sqrt{p/a_{32}} \operatorname{sh}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}}) &= C_1 \sqrt{p/a_{31}} \operatorname{ch}(\ell_1\sqrt{p/a_{31}}) - q^*(p), \end{aligned} \right\} \quad (7.27)$$

получающейся с использованием граничных условий (7.23). В результате решения системы уравнений (7.27) находим, что значения

$$C_4 = \frac{q^*(p) \operatorname{sh}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}})}{\lambda_{32} \sqrt{p/a_{32}}};$$

$$C_3 = C_1 - \frac{q^*(p) \operatorname{ch}(\ell_1\sqrt{p/a_{32}})}{\lambda_{32} \sqrt{p/a_{32}}}$$

зависят от параметра p преобразования Лапласа.

С использованием обозначений

$$g_x = \ell_2 \sqrt{p/a_x}; \quad g_{31} = \ell_1 \sqrt{p/a_{31}}; \quad g_{32} = \ell_1 \sqrt{p/a_{32}}; \quad g_{33} = \ell_2 \sqrt{p/a_{32}}; \quad h = \ell_3/\ell_2$$

на основе граничных условий (7.24), (7.25) получаем систему уравнений

$$\begin{cases} C_3 \operatorname{sh}(g_{33}) + C_4 \operatorname{ch}(g_{33}) = C_5 \operatorname{sh}(g_x) + C_6 \operatorname{ch}(g_x); \\ \lambda_{32} [C_3 g_{33} \operatorname{ch}(g_{33}) + C_4 g_{33} \operatorname{sh}(g_{33})] = \lambda_x [C_5 g_x \operatorname{ch}(g_x) + C_6 g_x \operatorname{sh}(g_x)]; \\ C_5 \operatorname{sh}(hg_x) + C_6 \operatorname{ch}(hg_x) = 0, \end{cases}$$

откуда

$$\begin{aligned} C_5(p) &= \frac{\operatorname{ch}(hg_x) [C_3 \operatorname{sh}(g_{33}) + C_4 \operatorname{ch}(g_{33})]}{\operatorname{sh}(g_x - hg_x)}, \\ C_6(p) &= \frac{-\operatorname{sh}(hg_x) [C_3 \operatorname{sh}(g_{33}) + C_4 \operatorname{ch}(g_{33})]}{\operatorname{sh}(g_x - hg_x)}, \\ \lambda_x &= \lambda_{32} \frac{[C_3(p) \operatorname{ch}(g_{33}) + C_4(p) \operatorname{sh}(g_{33})] g_{33}}{[C_5(p) \operatorname{ch}(g_x) + C_6(p) \operatorname{sh}(g_x)] g_x}. \end{aligned} \quad (7.28)$$

Для определения значения неизвестного g_x зададимся двумя значениями параметра преобразования Лапласа $p_1 = p$ и $p_2 = kp$, где k – постоянная величина. Тогда в дополнение к выражению (7.28) получим

$$\lambda_x = \lambda_{32} \frac{[C_3(kp) \operatorname{ch}(\sqrt{k} g_{33}) + C_4(kp) \operatorname{sh}(\sqrt{k} g_{33})] g_{33}}{[C_5(kp) \operatorname{ch}(\sqrt{k} g_x) + C_6(kp) \operatorname{sh}(\sqrt{k} g_x)] g_x}. \quad (7.29)$$

Поделив (7.28) на (7.29), получаем уравнение для вычисления значения параметра g_x

$$\begin{aligned} F(g_x) &= \frac{[C_3(p) \operatorname{ch}(g_{33}) + C_4(p) \operatorname{sh}(g_{33})]}{[C_5(p) \operatorname{ch}(g_x) + C_6(p) \operatorname{sh}(g_x)]} \times \\ &\times \frac{[C_5(kp) \operatorname{ch}(\sqrt{k} g_x) + C_6(kp) \operatorname{sh}(\sqrt{k} g_x)]}{[C_3(kp) \operatorname{ch}(\sqrt{k} g_{33}) + C_4(kp) \operatorname{sh}(\sqrt{k} g_{33})]} - 1 = 0. \end{aligned} \quad (7.30)$$

Вычислив значение g_x как корень уравнения (7.30), коэффициент теплопроводности рассчитаем по (7.28), коэффициент температуропроводности определим из выражения

$$a_x = p \ell_2^2 / g_x^2. \quad (7.31)$$

Коэффициент объемной теплоемкости жидкости вычислим по формуле

$$c_x \rho_x = \lambda_x / a_x . \quad (7.32)$$

С целью упрощения алгоритма обработки экспериментальной информации уравнение (7.30) преобразуем к виду

$$F(g_x) = \frac{\text{th}(\xi g_x)}{\text{th}(\sqrt{k} \xi g_x)} - \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 0, \quad (7.33)$$

где

$$\xi = \frac{\ell_3 - \ell_2}{\ell_2}; \quad \alpha_j = \frac{C_3(p_j) \text{ch}(g_{\text{э3}j}) + C_4(p_j) \text{sh}(g_{\text{э3}j})}{C_3(p_j) \text{sh}(g_{\text{э3}j}) + C_4(p_j) \text{ch}(g_{\text{э3}j})};$$

$$g_{\text{э3}j} = \ell_2 \sqrt{p_j / a_{\text{э2}}}, \quad j = 1, 2; \quad p_1 = p; \quad p_2 = kp .$$

7.4.2 КОНСТРУКЦИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ЯЧЕЙКИ

Для измерения теплофизических свойств жидкостей в соответствии с рассмотренными выше физической и математической моделями, была разработана конструкция измерительного устройства, схема которого представлена на рис. 7.3.

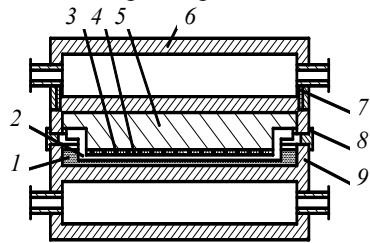


Рис. 7.3 Схема конструкции измерительного устройства

Измерительное устройство включает в свой состав два плоских металлических теплообменника 6 и 9, через которые пропускают теплоноситель заданной температуры. На верхнем теплообменнике 6 установлены термометр сопротивления 7 и чувствительный преобразователь, содержащий подложку 5, нагреватель 4, термометр сопротивления 3 и защитный стакан 2. Подложка 5 из

материала с известными значениями коэффициента температуропроводности $a_{\text{э1}}$ и теплопроводности $\lambda_{\text{э1}}$ прикреплена непосредственно к теплообменнику 6. На нижней стороне подложки 5 в одной плоскости размещены нагреватель 4 и термометр сопротивления 3, навитые по спирали Архимеда соответственно из манганинового и медного проводов диаметрами 0,12 мм.

Термометры сопротивления 3 и 7 включены в мостовую схему таким образом, что напряжение U_x на измерительной диагонали моста пропорционально разности между температурой $T(l, \tau)$ подложки в

плоскости, расположенной на расстоянии $x = \ell_1$ от верхнего теплообменника 6, и температурой T_0 корпуса этого теплообменника 6.

Для предохранения от механических повреждений и от непосредственного контакта с исследуемой жидкостью нагреватель 4 и термометр сопротивления 3 закрыты защитным стаканом 2, также изготовленным из материала с известными теплофизическими свойствами a_{32} и λ_{32} . Толщина $\delta = \ell_3 - \ell_2$ слоя исследуемой жидкости 1 задается с помощью калиброванных колец δ .

7.4.3 ПОРЯДОК ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Порядок проведения эксперимента заключается в следующем. Исследуемую жидкость 1 наливают в верхнюю полость нижнего теплообменника 9. Затем в жидкость помещают чувствительный преобразователь. Толщина $\delta = \ell_3 - \ell_2$ слоя исследуемой жидкости задается выбором соответствующего калиброванного кольца δ так, чтобы число Релея Ra в процессе эксперимента не превышало следующего значения [18]:

$$Ra = g\beta\delta^3\Delta t / (\nu a) \leq 2000 ,$$

где g – ускорение свободного падения; β – коэффициент объемного расширения; Δt – перепад температуры в слое исследуемой жидкости; ν – коэффициент кинематической вязкости жидкости.

Выполнение условия (7.34) позволяет (см. п. 4.4.3) исключить влияние конвективного переноса тепла в слое исследуемой жидкости на результаты измерений.

При экспериментальном определении теплофизических характеристик различных жидкостей толщина слоя $\delta = \ell_3 - \ell_2$ фактически может изменяться от 2 до 4 мм в зависимости от вида жидкости при диаметре нагревателя $L = 67$ мм, т.е. отношение δ/L не превышает 0,06.

На подготовительном этапе эксперимента начинают прокачивать теплоноситель через внутренние полости теплообменников 6 и 9. Цель подготовительного этапа заключается в достижении постоянной первоначальной температуры T_0 как в слое жидкости, так и во всем объеме чувствительного преобразователя. О завершении подготовительного этапа судят по постоянной разности температур T , измеряемой термометрами сопротивления 3 и 7.

На втором основном этапе эксперимента подают с блока питания напряжение на нагреватель 4 и, начиная с этого момента, через заданный

период времени Δt измеряют термометрами сопротивления 3 и 7 разность температур между верхним теплообменником 6 и подложкой 5 в плоскости с координатой $x = \ell_1$. Одновременно измеряют значение напряжения питания электрического нагревателя 4. Поверхностную плотность внутреннего источника тепла при $x = \ell_2$ вычисляют по формуле

$$q(\tau) = \frac{P(\tau)}{S} = \frac{U_{\text{нагр}}^2(\tau)}{RS},$$

где $P = U_{\text{нагр}}^2/R$ – электрическая мощность, потребляемая нагревателем 4 площадью S ; $U_{\text{нагр}}$ – падение напряжения на сопротивлении R нагревателя.

Эксперимент заканчивается в момент времени τ_k , когда достигается новое, практически постоянное значение разности температур T . Отметим, что разность температур T не превышает 7°C при абсолютной погрешности ее измерения не более $0,01^\circ\text{C}$. Искомое значение коэффициентов температуропроводности a_x , теплопроводности λ_x и объемной теплоемкости $c_x\rho_x$ исследуемой жидкости вычисляют по экспериментально измеренным значениям разности температур $T(\tau)$, поверхностной плотности $q(\tau)$ внутреннего источника тепла и толщины слоя исследуемой жидкости в соответствии с изложенной выше методикой по формулам (7.28), (7.31) и (7.32).

7.4.4 АВТОМАТИЗИРОВАННАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТФС

Из изложенного следует, что описанная выше методика вычисления значений коэффициентов температуропроводности a_x , теплопроводности λ_x и объемной теплоемкости $c_x\rho_x$ достаточно сложна. Использовать эту методику для обработки экспериментальной информации можно только с применением вычислительной техники. Учитывая, что рассматриваемый метод и устройство предназначены для экспрессного определения теплофизических свойств жидкостей, была поставлена и решена задача разработки автоматизированной системы научных исследований для измерения теплофизических свойств жидкостей (АСНИ-ТФС). Структурная схема изготовленной АСНИ-ТФС, изображенная на рис. 7.4, включала в себя информационно-вычислительный комплекс ИВК типа «Искра-1256» в комплекте с аналого-цифровым преобразователем АЦП и цифро-аналоговым преобразователем ЦАП; блок управления БУ; блок

питания БП; измерительное устройство ИУ, мостовую измерительную схему МИС и усилитель постоянного тока УПТ. Нагревателю и термометрам сопротивления измерительного устройства, ранее обозначенным на рис. 7.3 цифрами 4, 3 и 7, на рис. 7.4 присвоены позиции соответственно R, RK1 и RK2.

Блок-схема алгоритма функционирования АСНИ-ТФС приведена на рис. 7.5. Перед началом эксперимента с клавиатуры ИВК «Искра-1256» вводилось значение толщины $\delta = \ell_3 - \ell_2$ слоя исследуемой жидкости, а также дополнительная информация, содержащая фамилию оператора, дату и время начала эксперимента, название исследуемой жидкости, значение коэффициента объемного расширения β и коэффициента кинематической вязкости ν исследуемой жидкости.

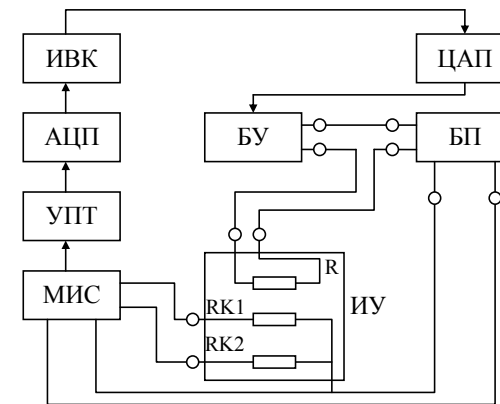


Рис. 7.4 Структурная схема АСНИ-ТФС

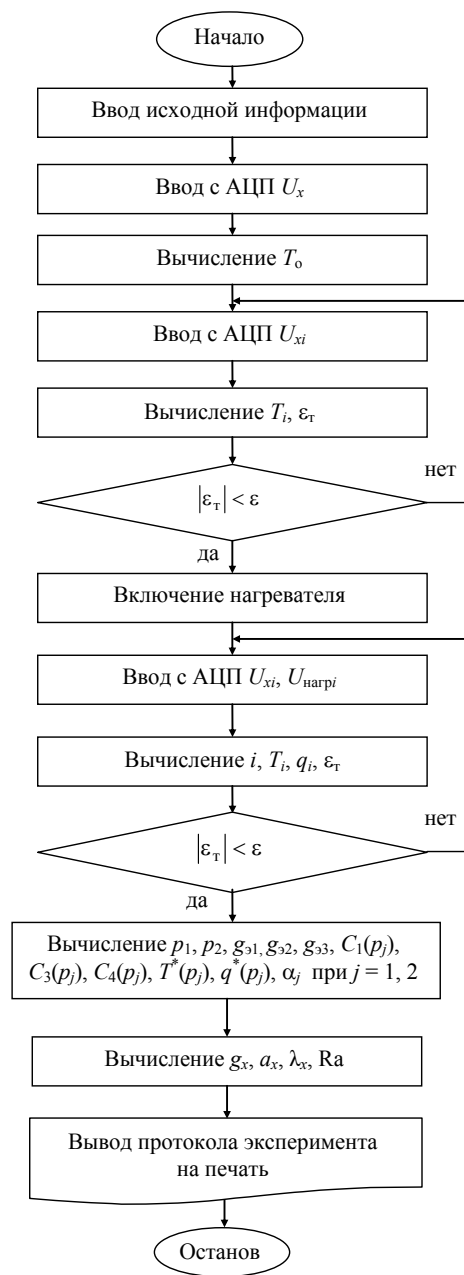


Рис. 7.5 Алгоритм функционирования АСНИ-ТФС

Для уменьшения количества данных, вводимых с клавиатуры, в программе обработки экспериментальной информации были заданы следующие константы:

$a_{\alpha 1}, a_{\alpha 2}, \lambda_{\alpha 1}, \lambda_{\alpha 2}$ – коэффициенты температуропроводности и теплопроводности эталонных материалов;

$\delta_1 = \ell_2 - \ell_1$ – толщина стенки защитного стакана 2 (см. рис. 7.3);

p, k – значения, используемые для вычисления параметров ($p_1 = p, p_2 = kp$) преобразования Лапласа;

R, S – сопротивление и площадь нагревателя 4;

T_H, γ – параметры зависимости $T = T_H + \gamma U_x$, определяемые по результатам градуировки мостовой схемы; эту зависимость используют для вычисления разности температур T по измеренному выходному сигналу мостовой измерительной схемы;

$\Delta\tau$ – период времени, используемый при вводе экспериментальных данных;

ε – допустимое значение критерия ε_{τ} окончания подготовительного и основного этапа эксперимента,

$$\varepsilon_{\tau} = \left| \frac{1}{T(\tau)} \frac{dT(\tau)}{d\tau} \right| \approx \left| \frac{T_i - T_{i-1}}{T_i \Delta\tau} \right| \leq \varepsilon,$$

где T_i, T_{i-1} – значения разности температур T на i -м и $(i-1)$ -м временных шагах.

В течение подготовительного этапа эксперимента с периодом времени $\Delta\tau$, задаваемым таймером ИВК «Искра-1256», осуществляется измерение посредством АЦП значений выходного сигнала U_x .

На каждом временном шаге вычисляются текущие значения температур

$$T_i = T_H + \gamma U_{xi}, \quad i = 1, 2, \dots$$

и текущие значения критерия

$$\varepsilon_{\tau} = \frac{1}{T(\tau)} \frac{dT(\tau)}{d\tau} \approx \frac{T_i - T_{i-1}}{T_i \Delta\tau}, \quad i = 1, 2, \dots$$

Подготовительная стадия эксперимента заканчивается при выполнении условия

$$|\varepsilon_{\tau}| < \varepsilon,$$

где $\varepsilon = 0,01$ – заданная в программе константа.

В начале основной стадии эксперимента включается напряжение питания $U_{нагр}$ нагревателя 4. Затем с периодом времени $\Delta\tau$ через АЦП вводят в память ИВК «Искра-1256» значения сигналов и напряжение

питания $U_{\text{нагр}}$ нагревателя 4. На каждом временном шаге основной стадии вычисляются текущие значения:

– разности между температурой верхнего теплообменника 6 и температурой подложки 5 в плоскости с координатой $x = \ell_1$,

$$T_i = T_H + \gamma U_{xi}, \quad i = 1, 2, \dots;$$

– поверхностной плотности источника тепла

$$q_i = \frac{U_{\text{нагр}}^2(\tau_i)}{RS}, \quad i = 1, 2, \dots;$$

– критерия окончания основной стадии эксперимента

$$\varepsilon_\tau \approx \frac{T_i - T_{i-1}}{T_i \Delta\tau}, \quad i = 1, 2, \dots,$$

причем, разность температур (в конце подготовительного этапа) измеряется термометрами сопротивления 3 и 7 непосредственно перед включением нагревателя 4.

Основная стадия эксперимента заканчивается при выполнении условия

$$|\varepsilon_\tau| < \varepsilon.$$

На следующей стадии осуществляется обработка экспериментальной информации, хранящейся в оперативной памяти ИВК «Искра-1256». При этом вычисляются по формулам Симпсона [29, 30] значения временных интегральных характеристик $T^*(p_j)$ и $q^*(p_j)$ для двух значений параметра p_j ($j = 1, 2$) преобразования Лапласа:

$$T^*(p_j) = \frac{\Delta\tau}{3} \left[T_0 - T_k e^{-p_j \tau_k} + \sum_{i=1}^{k/2} \left[4T_{2i-1} e^{-p_j \tau_{2i-1}} + 2T_{2i} e^{-p_j \tau_{2i}} \right] \right] + \frac{T_k}{p_j} e^{-p_j \tau_k};$$

$$q^*(p_j) = \frac{\Delta\tau}{3} \left[q_0 - q_k e^{-p_j \tau_k} + \sum_{i=1}^{k/2} \left[4q_{2i-1} e^{-p_j \tau_{2i-1}} + 2q_{2i} e^{-p_j \tau_{2i}} \right] \right] + \frac{q_k}{p_j} e^{-p_j \tau_k},$$

где $j = 1, 2$; T_i, q_i – значения разности температур $T(\tau)$ и плотности $q(\tau)$ источника тепла в моменты времени $\tau_i = i\Delta\tau$, $i = 1, 2, 3, \dots, k$, причем k – четное число.

Затем вычисляют значения параметров $C_1(p_j), C_3(p_j), C_4(p_j), \alpha_j$ и корень g_x уравнения (7.33). Для контроля рассчитывается значение числа Релея

$$Ra = \frac{g\beta\delta^3(T_i - T_0)}{\nu\alpha_x}.$$

С печатающего устройства выводится протокол эксперимента.

Изготовленную АСНИ-ТФС и измерительное устройство можно использовать для измерения теплофизических свойств как жидкостей, так твердых и сыпучих материалов. При измерении свойств твердых материалов исследуемый образец должен иметь форму диска диаметром 90 ± 2 мм и толщиной 2...4 мм. Калиброванные кольца при этом не используются. Для уменьшения влияния контактного теплового сопротивления на торцевые поверхности твердого образца следует нанести тонкий слой смазки, например, силиконовое масло.

7.4.5 РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Для проверки работоспособности измерительного устройства и АСНИ-ТФС провели измерения теплофизических свойств веществ с хорошо известными теплофизическими свойствами (дистиллированной воды, 96 %-ного этилового спирта, глицерина). Результаты измерений показали, что погрешность определения коэффициента теплопроводности не превышает 8 %, коэффициента температуропроводности 15 % и объемной теплоемкости 18 %.

Рассмотренную автоматизированную систему применяли при исследовании коэффициентов теплопроводности, температуропроводности и объемной теплоемкости жидкого каучука СКУ ПФЛ-74 (см. табл. 7.1). Измерения осложнялись тем, что исследуемый материал в измерительном устройстве через некоторое время начинал полимеризоваться, и это заметно влияло на результаты измерений.

Экспериментально установлено, что в первые 1–1,5 ч исследуемый материал не претерпевал заметных превращений, а затем скорость реакции заметно возрастала. Нас интересовали, прежде всего, теплофизические свойства неотвержденного материала, поэтому регистрировали результаты измерений, выполненных в первые 1,5 ч.

7.1 Результаты измерения ТФС жидкого каучука СКУ ПФЛ-74

λ , Вт/(м·К), при		$a \cdot 10^7$, м ² /с, при		$c_p \cdot 10^{-6}$, Дж/(м ³ ·К), при	
45 °С	60 °С	45 °С	60 °С	45 °С	60 °С
0,11	0,11	0,83	0,84	1,32	1,31
0,12	0,11	0,84	0,84	1,42	1,31
0,11	0,10	0,84	0,84	1,31	1,20
$\bar{\lambda} = 0,113$	$\bar{\lambda} = 0,106$	$\bar{a} = 0,836$	$\bar{a} = 0,84$	$\bar{c}_p = 1,35$	$\bar{c}_p = 1,27$

8 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЬЮТОНОВСКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

В настоящее время к теплофизическим свойствам и характеристикам веществ относят порядка 70 физических величин, в число которых, кроме:

- теплопроводности λ ,
- удельной теплоемкости c ,
- объемной теплоемкости c_p ,
- коэффициента температуропроводности $a = \frac{\lambda}{c_p}$,
- коэффициента тепловой активности $b = \sqrt{\lambda c_p}$,

входят большое количество и других физических свойств (и характеристик) веществ, например:

- динамическая вязкость μ ньютоновской жидкости;
- кинематическая вязкость $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ ньютоновской жидкости;
- коэффициент линейного расширения α_l ;
- коэффициент объемного расширения $\beta \approx 3\alpha_l$;
- коэффициент теплообмена α , являющийся скорее характеристикой процесса теплообмена, нежели свойством вещества;
- показатель консистенции k и индекс течения n , входящие в рассматриваемый ниже степенной закон Отвальда течения неньютоновских жидкостей;
- «кажущаяся» μ_a , «эквивалентная» $\mu_{экв}$ и «эффективная» $\mu_{эф}$ вязкости неньютоновских жидкостей;
- плотность ρ веществ;
- коэффициент диффузии a_m и т.д.

В данной главе рассматриваются основные вопросы теории и практики измерения реологических свойств, к числу которых относятся динамическая вязкость μ ньютоновских жидкостей; показатель консистенции k и индекс течения n неньютоновских жидкостей; «кажущаяся» μ_a , «эквивалентная» $\mu_{экв}$ и «эффективная» $\mu_{эф}$ вязкости неньютоновских жидкостей и др.

8.1 ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

8.1.1 ТЕЧЕНИЕ КУЭТТА

Внутреннее трение (вязкость) любой подвижной (газообразной, жидкой, однородной или дисперсной) среды возникает при ее течении, т.е. при таком движении, которое характеризуется отличными от нуля градиентами скорости [31 – 34]. Простейшим примером такого одноосного сдвигового движения жидкости является так называемое течение Куэтта [33] (см. рис. 8.1). Такое течение возникает в зазоре между двумя пластинами 1 и 2, первая из которых неподвижна, а вторая движется с постоянной скоростью ω_0 .

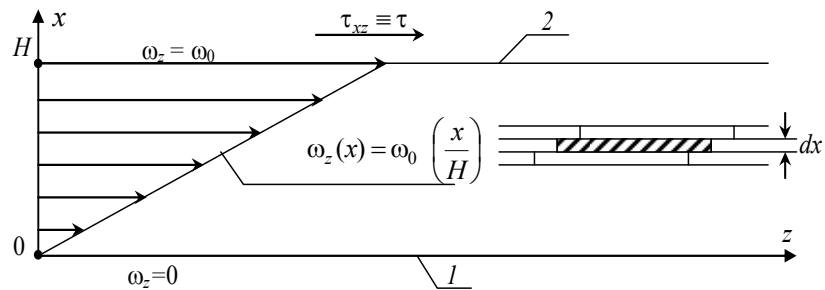


Рис. 8.1 Графическая иллюстрация течения Куэтта

Если расстояние между пластинами 1 и 2 равно H , то после достижения установившегося во времени режима течение Куэтта характеризуется линейным профилем скорости [33]:

$$\omega_z(x) = \omega_0 \frac{x}{H}, \quad (8.1)$$

где ω_z – скорость течения вдоль оси z ; ω_0 – максимальная скорость течения, совпадающая со скоростью движения пластины 2; x – поперечная координата, направленная перпендикулярно к оси z ; H – расстояние между пластинами 1 и 2.

8.1.2 НЬЮТОНОВСКИЕ ЖИДКОСТИ

Величина вязкого (внутреннего) трения при сдвиговом течении определяется касательным напряжением $\tau_{xz} \equiv \tau$, которое требуется приложить к верхней пластине 2 для того, чтобы поддерживать течение

с определенным градиентом скорости $\dot{\gamma} = \frac{d\omega_z(x)}{dx}$, имеющим размерность [1/с] и (в случае одноосного сдвигового течения) называемым скоростью сдвига.

Вязкость – это мера интенсивности противодействия возникающих в жидкости сил внутреннего трения F сдвиговому течению этой жидкости. Физическая величина, обычно называемая динамической вязкостью μ , в действительности представляет собой коэффициент, входящий в соотношение

$$\frac{F}{S} = \mu \frac{d\omega_z(x)}{dx}, \quad (8.2)$$

где F – сила, действующая по касательной к поверхности площадью S ; $\frac{d\omega_z(x)}{dx}$ – скорость сдвига (градиент скорости в направлении оси x , ориентированной нормально (перпендикулярно) направлению течения); μ – коэффициент, называемый динамической вязкостью; ω_z – компонент вектора скорости в направлении оси z .

Если ввести обозначения:

$$\tau_{xz} \equiv \tau = \frac{F}{S} - \text{касательное напряжение (напряжение сдвига),}$$

представляющее собой отношение силы F , действующей в направлении оси z на поверхность (ориентированную нормально к оси x), к величине площади S этой поверхности;

$$\dot{\gamma} = \frac{d\omega_z(x)}{dx} - \text{скорость сдвига,}$$

то формулу (8.2) можно представить в виде [33]:

$$\tau = \mu \dot{\gamma}. \quad (8.3)$$

Формула (8.3) выражает так называемый закон течения Ньютона применительно к условиям одноосного (одномерного) сдвига. Жидкости, течение которых подчиняется закону Ньютона (8.3), называют ньютоновскими жидкостями [33].

Кроме ньютоновских жидкостей есть большое количество жидкостей, течение которых не подчиняется закону Ньютона (8.3). Такие жидкости обычно называют неньютоновскими жидкостями [33].

Механическое поведение текучих систем (ньютоновских и неньютоновских) при их сдвиговом течении можно графически

представить двумя видами зависимостей [33], приведенными на рис. 8.2.

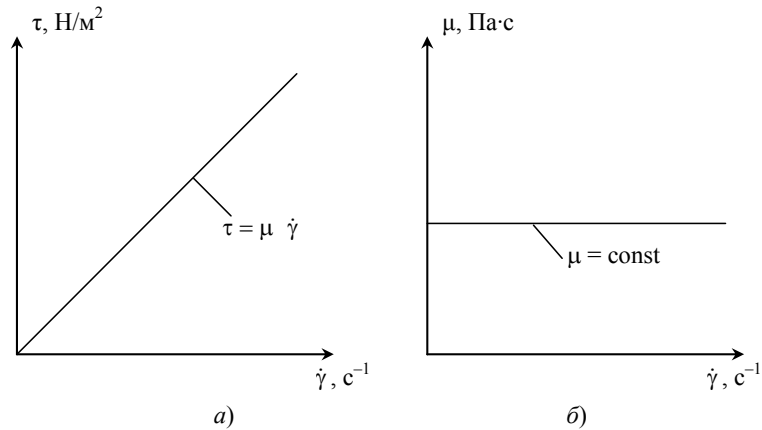


Рис. 8.2 Графическое представление течения ньютоновских жидкостей:
a – в виде зависимости касательного напряжения сдвига τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$;
б – в виде зависимости динамической вязкости μ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$

На рис. 8.2, *a* показана зависимость касательного напряжения τ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ для ньютоновской жидкости, подчиняющийся закону (8.3). Такой график называют реологической диаграммой или «кривой течения». Коэффициент динамической вязкости μ на такой «кривой течения» неньютоновской жидкости представляет собой тангенс угла наклона прямой линии (8.3).

Другая интерпретация закона течения Ньютона (8.3) представлена на рис. 8.2, *б*. В этом случае (см. рис. 8.2, *б*) графически представляется зависимость динамической вязкости μ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

Для ньютоновских жидкостей оба варианта графического отображения закономерностей течения представляют собой прямые линии. Поэтому, при изучении течения ньютоновских жидкостей нет основания отдавать предпочтение одному виду графического отображения по сравнению с другим.

Закон Ньютона (8.3) для несжимаемой жидкости (с постоянной плотностью $\rho = \text{const}$) в результате несложных преобразований можно представить в виде [33]:

$$\tau = \frac{\mu}{\rho} \frac{d(\rho\omega_z)}{dx}$$

или

$$\tau = \nu \frac{d(\rho\omega_z)}{dx}, \quad (8.3a)$$

где $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ – коэффициент кинематической вязкости [м²/с], имеющий ту же размерность, что и коэффициент температуропроводности a и коэффициент диффузии a_m , входящие в законы Фурье и Фика; $\rho\omega_z = \frac{m}{V}\omega_z = \frac{(m\omega_z)}{V}$ – величина $\left[\frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{М}^3 \cdot \text{с}} \right]$, имеющая физический смысл концентрации количества движения ($m\omega_z$) $\left[\text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}} \right]$ в единице объема V [м³]; τ – касательное напряжение сдвига, имеющее размерность $[\tau] = \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}^2} = \frac{\text{кг} \cdot \text{М}}{\text{м}^2 \cdot \text{с}}$, которое можно интерпретировать как поток количества движения ($m\omega_z$) $\left[\text{кг} \frac{\text{М}}{\text{с}} \right]$ через единицу поверхности [м²] в единицу времени [с].

Зависимость в виде (8.3a) наиболее отчетливо выявляет аналогию закона Ньютона с другими известными феноменологическими законами переноса субстанции, в частности, с законом теплопроводности Фурье

$$q = -a \frac{\partial h}{\partial x} \quad (8.4)$$

и законом диффузии Фика

$$q_m = -a_m \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (8.5)$$

где q $\left[\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2} \right]$, a $\left[\frac{\text{М}^2}{\text{с}} \right]$, h $\left[\frac{\text{Дж}}{\text{М}^3} \right]$ – соответственно тепловой поток q , коэффициент температуропроводности a и объемная энтальпия $h = c\rho T$, имеющая физический смысл концентрации тепловой энергии в единице объема; q_m $\left[\frac{\text{кг}}{\text{М}^2 \cdot \text{с}} \right]$, a_m $\left[\frac{\text{М}^2}{\text{с}} \right]$, C $\left[\frac{\text{кг}}{\text{М}^3} \right]$ – соответственно поток вещества через единицу поверхности в единицу времени, коэффициент диффузии

a_m и концентрация C диффундирующего вещества в единице объема.

Слева в каждом из законов (8.3а), (8.4) и (8.5) стоят потоки (количества движения ($m\omega_z$), количества тепла Q и количества вещества m) через единицу поверхности в единицу времени, а справа – составляющие градиентов движущих сил, представляющих собой

концентрацию переносимой субстанции $\left(\rho\omega_z = \frac{m\omega_z}{V}, h = \frac{Q}{V}, C = \frac{m}{V} \right)$

в единице объема V . При этом коэффициент кинематической вязкости

$\nu = \frac{\mu}{\rho}$, входящий в закон (8.3а), можно трактовать как коэффициент

диффузии количества движения ($m\omega_z$) по аналогии с тем, что коэффициенты a и a_m , входящие в законы Фурье (8.4) и Фика (8.5), обычно рассматривают как коэффициенты диффузии количества тепла Q и количества вещества m . Отметим, что коэффициенты ν , a и a_m , входящие в законы Ньютона (8.3а), Фурье (8.4) и Фика (8.5), имеют одинаковую размерность $\text{м}^2/\text{с}$.

8.1.3 ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ЛАМИНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ПОСТОЯННОГО ПЕРЕПАДА ДАВЛЕНИЯ

Рассмотрим изотермическое, ламинарное, осесимметричное, установившееся во времени течение несжимаемой ньютоновской жидкости в прямой горизонтальной трубе круглого сечения с внутренним радиусом R и длиной L . Начало координат поместим на оси трубы на ее входе. Ось r направим по радиусу трубы. Ось трубы z будем считать направленной по направлению течения, так что давление P жидкости уменьшается в направлении возрастания z . В этом случае градиент

давления совпадает с производной $\frac{dP}{dz}$ и является величиной

отрицательной $\frac{dP}{dz} < 0$.

8.1.3.1 ОСОБЕННОСТИ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Основные особенности изотермического течения ньютоновской жидкости в круглой трубе проиллюстрированы на рис. 8.3.

Из рис. 8.3, б видно, что на входном участке трубы (длиной $l_{\text{вх}}$)

происходит перестройка профиля скорости от первоначального прямоугольного

$$\omega_z(r) = \bar{\omega} = \text{const}$$

до параболического

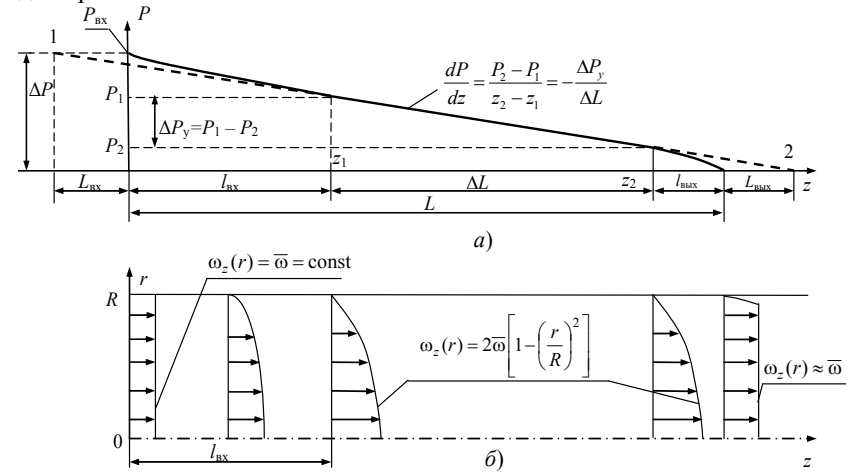


Рис. 8.3 Изотермическое течение ньютоновской жидкости в круглой трубе:

a – изменение давления P по длине z трубы;

б – изменение профиля скорости $\omega_z(r)$ по длине z трубы

$$\omega_z(r) = 2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right],$$

где $\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2}$ – средняя скорость течения жидкости, вычисляемая как отношение измеренного расхода g [$\text{м}^3/\text{с}$], этой жидкости к площади $S = \pi R^2$ [м^2], поперечного сечения трубы.

Длина $l_{\text{вх}}$ входного участка, необходимого для завершения перестройки профиля скорости, определяется соотношением [2, 31–34]:

$$\frac{l_{\text{вх}}}{d} \geq k \text{Re},$$

где $d = 2R$ – внутренний диаметр трубы; $Re = \frac{\bar{\omega} d \rho}{\mu}$ – число Рейнольдса;

ρ, μ – плотность и динамическая вязкость жидкости; k – коэффициент, который по данным [2, 31–34] может изменяться в пределах $k = 0,0288 \dots 0,065$.

На перестройку профиля скорости в пределах входного изотермического участка длиной $l_{вх}$ затрачивается определенное количество энергии. Эта дополнительно затраченная энергия является причиной дополнительной потери давления в пределах входного участка по сравнению с областью установившегося течения с параболическим профилем скорости. Если в пределах области с установившимся профилем скорости график зависимости $P = P(z)$ представляет собой прямую линию с тангенсом угла наклона

$$\frac{dP}{dz} = \frac{P(z_2) - P(z_1)}{z_2 - z_1} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta L} = \text{const},$$

где $\Delta P_y = P(z_1) - P(z_2) = -[P(z_2) - P(z_1)]$ – перепад давления на участке трубы длиной $\Delta L = z_2 - z_1$ с установившимся режимом течения, то аналогичная зависимость $P = P(z)$ в пределах входного участка $0 < z < z_1 = l_{вх}$ является нелинейной.

Если график прямолинейного участка продолжить влево до пересечения с величиной $P_{вх}$ давления на входе в трубу, то на рис. 8.3, а получим точку 1. Если бы не было перестройки профиля скорости течения на входе в трубу, то для получения того же перепада давления $P_{вх} - P_2$ на участке $l_{вх} + \Delta L$ трубы длина этого участка должна была бы быть равна

$$L_{вх} + l_{вх} + \Delta L,$$

где $L_{вх}$ – фиктивный входной участок трубы, который необходимо прибавить к действительной длине $l_{вх} + \Delta L$ участка этой трубы, чтобы можно было считать полную потерю давления $P_{вх} - P_2$ на этом участке $l_{вх} + \Delta L$ равной перепаду давления на участке $L_{вх} + l_{вх} + \Delta L$ при установившемся режиме течения в более длинной трубе с установившимся параболическим профилем скорости на входе в трубу.

Следует отметить, что вблизи выходного сечения трубы происходит обратная перестройка профиля скорости течения жидкости (от параболического к приблизительно прямоугольному в свободно вытекающей струе). На эту перестройку профиля скорости также затрачивается дополнительная энергия. В пределах выходного участка длиной $l_{вых}$ график зависимости $P = P(z)$ имеет нелинейный вид.

Если график прямолинейного участка зависимости $P(z)$, характерный для установившегося течения с параболическим профилем скорости течения, продолжить пунктирной линией до пересечения с линией $P = 0$, то на рис. 8.3, *a* получим точку 2. Если не было бы перестройки профиля скорости течения на выходном участке трубы, то для получения того же перепада давления $\Delta P_y + P_2 = P_1$ на участке длиной $\Delta L + l_{\text{вых}}$ трубы эта длина должна была бы быть

$$\Delta L + l_{\text{вых}} + L_{\text{вых}},$$

где $L_{\text{вых}}$ – фиктивный выходной участок трубы, который необходимо прибавить к действительной длине $\Delta L + l_{\text{вых}}$ этого участка трубы, чтобы можно было считать полную потерю давления $\Delta P_y + P_2 = P_1$ на этом участке трубы длиной $l_{\text{вых}} + \Delta L$, равной перепаду давления на участке длиной $\Delta L + l_{\text{вых}} + L_{\text{вых}}$ более длинной трубы с установившимся режимом течения с параболическим профилем скорости течения.

8.1.3.2 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ УСТАНОВИВШЕГОСЯ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Прямая краевая задача, позволяющая вычислить профиль скорости установившегося течения жидкости в удаленном от входа в трубу сечении, может быть записана [31, 32] в виде уравнения движения

$$\mu \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\omega_z(r)}{dr} \right] = \frac{dP}{dz}, \quad 0 < r < R, \quad (8.6)$$

с краевыми (граничными) условиями:

– при $r = 0$

$$\frac{d\omega_z(0)}{dr} = 0; \quad (8.7)$$

– при $r = R$

$$\omega_z(R) = 0. \quad (8.8)$$

Преобразуем уравнение (8.6) к виду

$$\frac{d}{dr} \left[r \frac{d\omega_z(r)}{dr} \right] = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) r.$$

В результате интегрирования

$$\int \frac{d}{dr} \left[r \frac{d\omega_z(r)}{dr} \right] dr = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \int r dr$$

получаем

$$r \frac{d\omega_z(r)}{dr} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \frac{r^2}{2} + C_1$$

или

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) r + \frac{C_1}{r}. \quad (8.9)$$

Постоянную интегрирования C_1 найдем из краевого условия (8.7).

Принимая во внимание, что при $r = 0$, согласно (8.7), производная от скорости течения должна быть равна нулю:

$$\frac{d\omega_z(0)}{dr} = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \cdot 0 + \frac{C_1}{0} = 0,$$

получаем, что это возможно только при $C_1 = 0$.

Проинтегрируем (8.9) при $C_1 = 0$ в пределах от r до R :

$$\int_r^R \frac{d\omega_z(r)}{dr} dr = \frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \int_r^R r dr ;$$

$$\omega_z(r) \Big|_r^R = \frac{1}{2\mu} \frac{dP}{dz} \frac{r^2}{2} \Big|_r^R ;$$

$$\omega_z(R) - \omega_z(r) = \frac{1}{4\mu} \frac{dP}{dz} (R^2 - r^2).$$

В силу граничного условия (8.8) $\omega_z(R) = 0$. Вынося R^2 за скобку в правой части последнего соотношения, получим искомый профиль скорости

$$\omega_z(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \frac{dP}{dz} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right). \quad (8.10)$$

Знак минус в формуле (8.10) указывает на то, что течение жидкости происходит в направлении уменьшения давления (вектор скорости направлен в сторону, противоположную направлению вектора градиента давления).

8.1.3.3 ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ СКОРОСТИ И РАСХОДА НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ ПРИ ТЕЧЕНИИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Средняя по сечению круглой трубы скорость течения жидкости может быть вычислена по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr}{\int_0^R 2\pi r dr} = \frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr. \quad (8.11)$$

Подставив (8.10) в (8.11), получим

$$\begin{aligned} \bar{\omega} &= -\frac{1}{\pi R^2} \int_0^R \frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] 2\pi r dr = -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \int_0^R \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] r dr = \\ &= -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \left[\frac{r^2}{2} - \frac{1}{R^2} \frac{r^4}{4} \right]_0^R = -\frac{1}{2\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \left[\frac{R^2}{2} - \frac{R^2}{4} \right] = \\ &= -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) = \frac{R^2}{8\mu} \frac{\Delta P_y}{\Delta L}, \end{aligned} \quad (8.12)$$

где ΔP_y – величина перепада давления на участке длиной ΔL , в пределах которого жидкость течет с установившимся параболическим профилем (8.10) скорости течения.

С учетом (8.12) профиль скорости (8.10) можно записать в виде

$$\omega_z(r) = 2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (8.10a)$$

Из физических соображений очевидно, что средняя скорость течения $\bar{\omega}$ может быть вычислена как отношение расхода g [$\text{м}^3/\text{с}$] к площади сечения трубы $S = \pi R^2$ [м^2] по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2}. \quad (8.13)$$

Приравняв (8.12) и (8.13), получаем известную формулу Пуазейля

$$g = -\frac{\pi R^4}{8\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P_y}{\Delta L}, \quad (8.14)$$

позволяющую вычислить расход ньютоновской жидкости с

динамической вязкостью μ по известному перепаду давления ΔP_y на участке длиной ΔL при условии, что на всей длине этого участка жидкость течет с установившимся параболическим профилем скорости (8.10), который можно представить также в виде

$$\omega_z(r) = 2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad (8.10a)$$

или

$$\omega_z(r) = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \frac{R^2}{4\mu} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]. \quad (8.10b)$$

Видно, что максимальная скорость течения ньютоновской жидкости достигается на оси круглой трубы при $r = 0$

$$\omega_{\max} = \omega_0 = 2\bar{\omega} = \frac{2g}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{4\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) = \frac{R^2}{4\mu} \frac{\Delta P_y}{\Delta L}, \quad (8.15)$$

а средняя скорость течения $\bar{\omega}$ может быть вычислена по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2} = -\frac{R^2}{8\mu} \left(\frac{dP}{dz} \right) = \frac{R^2}{8\mu} \frac{\Delta P_y}{\Delta L}. \quad (8.13a)$$

Отметим, что профили скорости течения в виде (8.10), (8.10a) и (8.10b) в учебной и специальной литературе принято называть пуазейлевским профилем скорости ламинарного течения ньютоновских жидкостей. Напомним, что ламинарный режим течения ньютоновских жидкостей существует при условии

$$\text{Re} \leq \text{Re}_{\text{кр}},$$

где $\text{Re}_{\text{кр}}$ – критическое значение числа Рейнольдса, обычно принимаемое равным $\text{Re}_{\text{кр}} = (2100 \dots 2300)$. В некоторых случаях, принимая специальные меры для устранения причин нарушения устойчивости ламинарного режима течения (использование гладких (полированных) труб, устранение вибраций стенок и пульсаций давления), удается сохранять ламинарное течение вплоть до значений

$$\text{Re}_{\text{кр}} \approx 10\,000.$$

Если же на ламинарный поток жидкости действуют сильные внешние дестабилизирующие воздействия (значительная вибрация трубы, пульсация давления на входе в трубу), то нарушения

ламинарного режима течения могут происходить уже при значениях критического числа Рейнольдса в диапазоне

$$Re_{кр} \approx (1000 \dots 2100).$$

8.1.3.4 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПО РАДИУСУ ПРИ ТЕЧЕНИИ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Найдем величину касательного напряжения на внутренней поверхности стенки трубы в условиях установившегося ламинарного течения с параболическим профилем скорости. Для этого рассмотрим соответствующий участок трубы длиной ΔL , представленный на рис. 8.4.

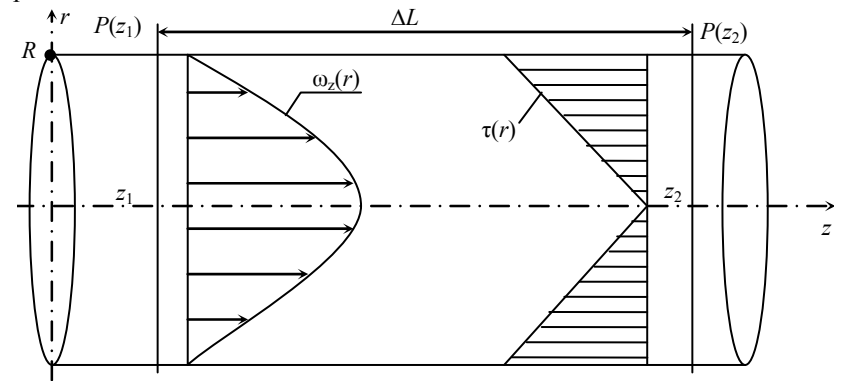


Рис. 8.4 Распределение скорости $\omega_z(r)$ и касательного напряжения $\tau(r)$ по радиусу r круглой трубы

Если на участке трубы длиной ΔL (с установившимся ламинарным потоком ньютоновской жидкости) действует перепад давления $\Delta P_y = P(z_1) - P(z_2)$, то сила $\Delta P_y \pi R^2$, действующая на площадь $S = \pi R^2$ поперечного сечения трубы, должна быть равна и направлена встречно силе $\tau 2\pi R \Delta L$, создаваемой касательным напряжением τ на площади $2\pi R \Delta L$ внутренней поверхности этого участка длиной ΔL , т.е.

$$\Delta P_y \pi R^2 = -\tau 2\pi R \Delta L,$$

или

$$\tau = -\frac{R}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) = \frac{R}{2} \left(\frac{dP}{dz} \right). \quad (8.16)$$

Распределение касательного напряжения τ по радиусу круглой трубы при течении ньютоновской жидкости можно найти после

подстановки профиля скорости (8.10) в закон Ньютона (8.3):

$$\begin{aligned}\tau = \mu \dot{\gamma} &= \mu \frac{d\omega_z(r)}{dr} = \mu \left(-\frac{R^2}{4\mu} \right) \left(\frac{dP}{dz} \right) \frac{d}{dr} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] = \\ &= \mu \left(-\frac{R^2}{4\mu} \right) \left(\frac{dP}{dz} \right) \left[-\frac{1}{R^2} 2r \right] = \frac{1}{2} \left(\frac{dP}{dz} \right) r = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) r. \quad (8.17)\end{aligned}$$

Знак минус в последнем соотношении появился потому, что $\left(\frac{dP}{dz} \right) = \frac{P(z_2) - P(z_1)}{z_2 - z_1} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta L}$, так как $\Delta P_y = P(z_1) - P(z_2) = -[P(z_2) - P(z_1)]$, $\Delta L = z_2 - z_1$. Видно, что на оси трубы при $r = 0$ касательное напряжение принимает минимальное значение

$$\tau_{\min} = 0,$$

а максимальное по абсолютной величине значение касательного напряжения

$$\tau_{\max} = -\frac{R}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) = \frac{R}{2} \left(\frac{dP}{dz} \right) \quad (8.16a)$$

достигается при $r = R$, т.е. на внутренней поверхности стенки трубы.

Обратите внимание, что при подстановке $r = R$ в (8.17) получаем максимальное значение касательного напряжения (8.16a), совпадающее с ранее полученной (из физических соображений) величиной (8.16).

8.1.4 ИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ЛАМИНАРНОЕ БЕЗНАПОРНОЕ СДВИГОВОЕ ТЕЧЕНИЕ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ДВУМЯ КОАКСИАЛЬНО РАСПОЛОЖЕННЫМИ ЦИЛИНДРАМИ ПРИ ВРАЩЕНИИ ВНЕШНЕГО ЦИЛИНДРА С ПОСТОЯННОЙ УГЛОВОЙ СКОРОСТЬЮ

8.1.4.1 ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ЦИЛИНДРАМИ

Прямая краевая задача, позволяющая вычислить профиль скорости установившегося ламинарного сдвигового течения ньютоновской жидкости в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами при вращении внешнего цилиндра с постоянной угловой скоростью Ω , может быть записана [2, 35] в виде уравнения движения

$$\frac{d}{dr} \left[r^3 \frac{d}{dr} \left(\frac{\omega_\varphi}{r} \right) \right] = 0, \quad R_0 < r < R, \quad (8.18)$$

с граничными (краевыми) условиями:

$$\begin{aligned} & \text{– при } r = R_0 \\ & \qquad \qquad \qquad \omega_\varphi(R_0) = 0; \end{aligned} \quad (8.19)$$

$$\begin{aligned} & \text{– при } r = R \\ & \qquad \qquad \qquad \omega_\varphi(R) = \Omega R, \end{aligned} \quad (8.20)$$

где $\omega_\varphi = \omega_\varphi(r)$ – проекция вектора скорости на аксиальную координату φ , зависящая от радиальной координаты r цилиндрической системы координат; R_0 – наружный радиус внутреннего неподвижного цилиндра ($\omega_\varphi(R_0) = 0$); R – внутренний радиус внешнего цилиндра, вращающегося с постоянной скоростью (8.20).

Проинтегрировав дифференциальное уравнение (8.18), получим

$$r^3 \frac{d}{dr} \left(\frac{\omega_\varphi(r)}{r} \right) = C_1$$

или

$$\frac{d}{dr} \left(\frac{\omega_\varphi(r)}{r} \right) = \frac{C_1}{r^3}.$$

После интегрирования последнего выражения получаем

$$\frac{\omega_\varphi(r)}{r} = -\frac{C_1}{2r^2} + C_2$$

или

$$\omega_\varphi(r) = -\frac{C_1}{2r} + C_2 r.$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 воспользуемся граничными условиями (8.19) и (8.20) и получим систему двух уравнений с двумя неизвестными

$$\begin{cases} -\frac{C_1}{2R_0} + C_2 R_0 = 0; \\ -\frac{C_1}{2R} + C_2 R = \Omega R, \end{cases}$$

откуда следует, что

$$C_1 = \frac{2\Omega R^2 R_0^2}{R^2 - R_0^2}; \quad C_2 = \frac{\Omega R^2}{R^2 - R_0^2},$$

а профиль скорости можно вычислить по формуле

$$\omega_{\varphi}(r) = \frac{\Omega R^2 (r^2 - R_0^2)}{(R^2 - R_0^2) r}. \quad (8.21)$$

8.1.4.2 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КАСАТЕЛЬНОГО НАПРЯЖЕНИЯ ПО РАДИУСУ ПРИ УСТАНОВИВШЕМСЯ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ НЬЮТОНОВСКОЙ ЖИДКОСТИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ

Примем во внимание, что для сдвигового течения в зазоре между коаксиальными цилиндрами закон течения ньютоновской жидкости имеет вид [33, 35]:

$$\tau_{r\varphi} \equiv \tau = \mu r \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{\varphi}(r)}{r} \right]. \quad (8.3b)$$

Подставив профиль скорости течения (8.21) в (8.3b), можно легко получить распределение касательных напряжений τ в зазоре между двумя цилиндрами в случае, когда внутренний цилиндр неподвижен, а внешний вращается со скоростью $\omega_{\varphi}(R) = \Omega R$, где Ω – угловая частота вращения, имеющая размерность [рад/с].

Рассмотрим процесс вывода искомой зависимости касательного напряжения $\tau = \tau(r)$ от радиальной координаты r . Сначала преобразуем (8.21) к виду

$$\frac{\omega_{\varphi}(r)}{r} = \frac{\Omega R^2 (r^2 - R_0^2)}{(R^2 - R_0^2) r^2} = \frac{\Omega R^2}{(R^2 - R_0^2)} \left[1 - \frac{R_0^2}{r^2} \right] = \frac{\Omega R^2}{(R^2 - R_0^2)} [1 - R_0^2 r^{-2}].$$

После этого вычислим производную

$$\frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{\varphi}(r)}{r} \right] = \frac{\Omega R^2}{(R^2 - R_0^2)} [-R_0^2 (-2) r^{-3}] = \frac{2\Omega R^2 R_0^2}{(R^2 - R_0^2)} r^{-3},$$

а затем получим искомое выражение для вычисления зависимости τ от радиальной координаты r :

$$\tau_{r\varphi} \equiv \tau = \mu r \frac{d}{dr} \left[\frac{\omega_{\varphi}(r)}{r} \right] = \mu \frac{2\Omega R^2 R_0^2}{(R^2 - R_0^2) r^2}. \quad (8.22)$$

Графики, иллюстрирующие распределение профиля скорости $\omega_{\varphi}(r)$ и касательного напряжения (напряжения сдвига) $\tau(r)$ по радиальной координате r , построенные по данным табл. 8.1,

представлены на рис. 8.5.

8.1 Зависимость $\omega_\varphi(r) / (\Omega R)$ и $\tau(r) / \tau(R)$ от отношения r/R при $R_0 = 0,9R$

r/R	$\omega_\varphi(r) / (\Omega R)$	$\tau(r) / \tau(R)$
0,90	0	1,1111
0,92	0,208	1,0869
0,94	0,412	1,0638
0,96	0,612	1,0417
0,98	0,808	1,0204
1,00	1	1,0000

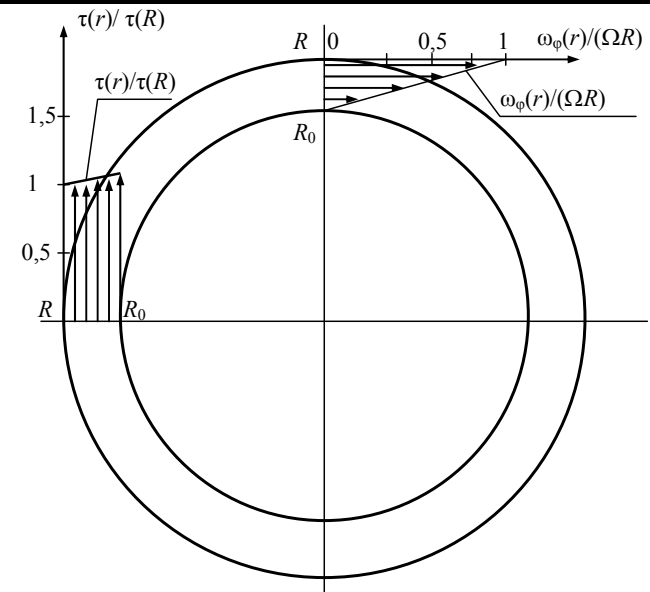


Рис. 8.5 Зависимость относительной скорости $\omega_\varphi(r) / (\Omega R)$ и относительного напряжения сдвига $\tau(r) / \tau(R)$ от радиальной координаты r в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами (внутренний цилиндр неподвижен, а внешний – вращается с постоянной скоростью $\omega_\varphi(r) = \Omega R$), рассчитанные по формулам (8.21) и (8.22) при $R_0 = 0,9R$

8.2 ЗАКОНОМЕРНОСТИ ТЕЧЕНИЯ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

В предыдущем параграфе данной главы были рассмотрены некоторые вопросы течения ньютоновских жидкостей.

Для ньютоновских жидкостей характерна независимость динамической вязкости от скорости сдвига. Благодаря этому «кривая течения» ньютоновской жидкости имеет вид прямой линии (см. рис. 8.2), проходящей через начало координат на плоскости с координатными осями $\dot{\gamma} - \tau$.

8.2.1 ПРИМЕРЫ НЕНЬЮТОНОВСКИХ МОДЕЛЕЙ ТЕКУЧИХ СИСТЕМ

При течении неньютоновских жидкостей имеет место существенное отклонение от закона течения Ньютона, обычно записываемого в виде (8.3). Вязкость неньютоновских жидкостей оказывается существенно зависящей от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, а иногда и от времени действия внешней нагрузки. Неньютоновским поведением обладают текучие системы (жидкости), для которых характерно следующее [33]:

- силы взаимодействия между молекулами такой текучей системы достаточно велики;
- заметная часть молекул такой системы сильно вытянуты (анизодиметричны);
- в текучей системе присутствуют взвешенные частицы.

8.2.1.1 ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫЕ ЖИДКОСТИ ШВЕДОВА-БИНГАМА

К простейшим неньютоновским жидкостям относятся вязкопластичные жидкости Шведова-Бингама [33]. Они не текут до тех пор, пока приложенное напряжение сдвига не достигнет определенного значения (часто называемого предельным напряжением сдвига или пределом текучести). Бингам установил [33], что пластичным течением обладают суспензии, в которых частицы, соприкасаясь друг с другом, образуют внутренний каркас. Течение такой системы (см. рис. 8.6) возникает только после разрушения ее структуры (каркаса), что обуславливает (обеспечивает) подвижность частиц относительно друг друга.

8.2.1.1.1 КРИВЫЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОПЛАСТИЧНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Идеальное (бингамовское) вязкопластичное течение представлено

на рис. 8.6, а.

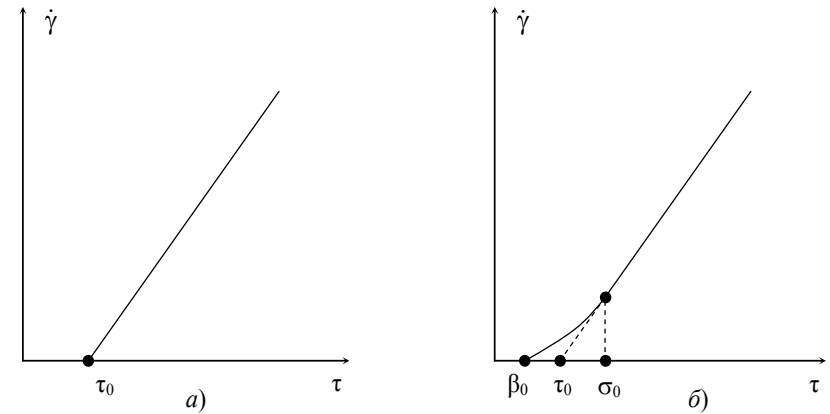


Рис. 8.6 Примеры простейших «кривых течения» вязкопластичных жидкостей:

a – идеальное (бингамовское) вязкопластичное течение;

б – нелинейно вязкопластичное (небингамовское) течение

В идеальной (бингамовской) системе (см. рис. 8.6, а) течение отсутствует, если напряжение сдвига в рассматриваемой точке ниже предела текучести, т.е. $\dot{\gamma} = 0$ при $\tau < \tau_0$. При $\tau < \tau_0$ среда деформируется как упругое тело, но не течет. При $\tau > \tau_0$ приращение скорости сдвига $\dot{\gamma}$ пропорционально приросту напряжения сдвига $(\tau - \tau_0)$, т.е.

$$\dot{\gamma} = \frac{1}{\mu_p}(\tau - \tau_0), \quad (\tau - \tau_0) = \mu_p \dot{\gamma} \quad (8.23)$$

или

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}, \quad (8.24)$$

где μ_p – коэффициент пластической вязкости.

Формулы (8.23) и (8.24) представляют собой аналитическое выражение закона течения нелинейно вязкопластичных бингамовских жидкостей.

На рис. 8.6, б изображена кривая течения реальной нелинейно вязкопластичной (небингамовской) жидкости. Для таких жидкостей специалистами-реологами предложены три возможных варианта определения предела текучести [33]:

– теоретический предел текучести τ_0 идеальной среды Бингама (в этом случае величина τ_0 определяется как точка пересечения

продолжения прямолинейной части кривой течения с осью τ);

– статическое напряжение сдвига β_0 , после превышения которого фактически начинает развиваться течение;

– предельное напряжение сдвига σ_0 , начиная с которого устанавливается линейная зависимость приращения скорости сдвига $\dot{\gamma}$ от приращения напряжения сдвига τ (величина σ_0 на практике применяется редко [33]).

8.2.1.1.2 КОЭФФИЦИЕНТ ПЛАСТИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ ЖИДКОСТИ

При одноосном сдвиговом течении коэффициент пластической вязкости μ_p можно определить (по аналогии с коэффициентом динамической вязкости μ ньютоновских жидкостей), как частное от деления разности $\tau - \tau_0$ (между напряжением сдвига τ и пределом текучести τ_0) на скорость сдвига $\dot{\gamma}$, т.е.

$$\mu_p = \frac{\tau - \tau_0}{\dot{\gamma}}.$$

Высококцентрированные дисперсии пигментов, в частности защитные и типографические краски, являются примером вязкопластичных сред (в большинстве своем небингамовских). Другими примерами вязкопластичных сред могут служить буровые и промывные жидкости, пульпы, пасты, строительные растворы, пищевые, кондитерские и фармацевтические массы, кровь и т.п.

8.2.1.1.3 КАЖУЩАЯСЯ ВЯЗКОСТЬ ЖИДКОСТИ

С формальной точки зрения жидкостям, имеющим ненулевой предел текучести, можно приписать кажущуюся вязкость, отличающуюся от пластической вязкости. Во многих работах оперируют с μ_a – кажущейся «пуазейлевской» вязкостью среды (тела) Шведова-Бенгама:

$$\mu_a = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}}{\dot{\gamma}} = \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} + \mu_p. \quad (8.25)$$

Из определения (8.25) и рис. 8.7, *a* видно, что величины μ_a и μ_p сильно различаются между собой при малых и умеренных значениях скорости сдвига $\dot{\gamma}$ (особенно в случае больших значений τ_0).

Из рис. 8.7, *a* следует, что при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ получается нереальное значение кажущейся вязкости $\mu_a \rightarrow \infty$. При $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ величина кажущейся вязкости μ_a стремится к значению пластической вязкости μ_p .

Еще в 1889 году Ф.И. Шведов исследовал поведение разбавленных зелей желатины с использованием ротационного соосноцилиндрического измерительного устройства и впервые установил [33] наличие у этих растворов (наряду с текучестью) «твердообразных», т.е. пластических свойств.

Бингам и его коллега Грин только в 1919 году обнаружили такое же сочетание пластичности и вязкости у масляных красок, ранее считавшихся ньютоновскими жидкостями. Однако, практический опыт работы с масляными красками опровергает возможность описания их кривой течения законом Ньютона (8.3). Если бы краски были чистовязкими ньютоновскими жидкостями, то, после нанесения этих красок на вертикальную стену, через какое-то время они обязательно

должны были бы стечь с этой стены вниз. Следовательно, остающийся на поверхности вертикальной стены слой краски свидетельствует о наличии у краски свойств твердого тела.

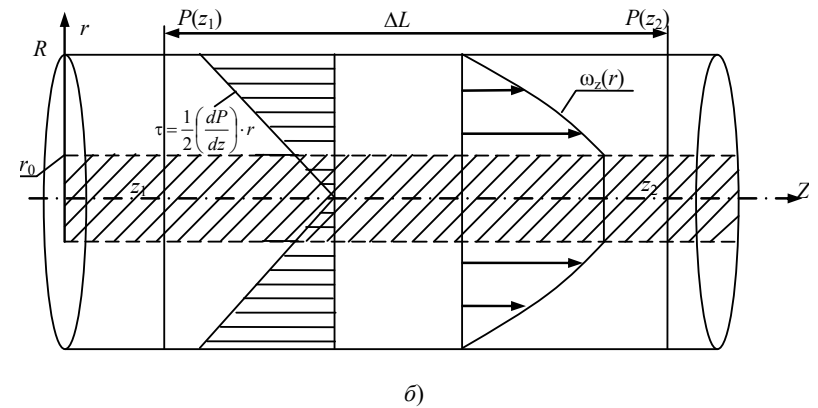
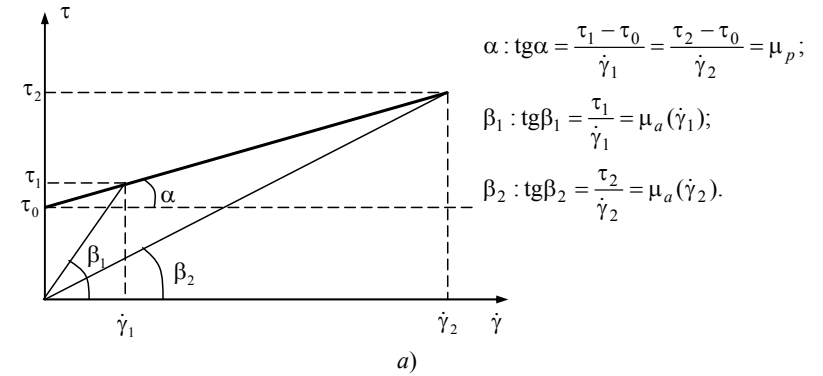


Рис. 8.7 Течение вязкопластичной жидкости Шведова-Бингама:
 а – к определению кажущейся вязкости μ_a по кривой течения среды Шведова-Бингама; б – характер течения среды Шведова-Бингама в круглой трубе с внутренним радиусом R

В результате многочисленных экспериментальных и теоретических исследований было обосновано широко распространенное уравнение реологического состояния [33]

$$\tau = \tau_0 \operatorname{sign}(\dot{\gamma}) + \mu_p \dot{\gamma}, \quad (8.24a)$$

являющееся обобщением зависимостей (8.23) и (8.24). Функция $\text{sign}(\dot{\gamma})$ в записи (8.24а) означает, что знаки $\dot{\gamma}$ и τ_0 обязательно должны быть одинаковыми [33].

8.2.1.1.4 ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОПЛАСТИЧНОЙ СРЕДЫ ШВЕДОВА-БИНГАМА В КРУГЛОЙ ТРУБЕ

Необходимо получить распределение напряжения сдвига $\tau(r)$ и скорости $\omega_z(r)$ по радиусу r круглой трубы при течении в ней жидкости Шведова-Бингама.

Составив элементарный баланс сил для потока жидкости Шведова-Бингама в круглой трубе, можно получить функцию

$$\tau(r) = \frac{1}{2} \left(\frac{dP}{dz} \right) r = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) r, \quad (8.17a)$$

совпадающую с соотношением (8.17), полученным в п. 8.1.3.4 для случая течения ньютоновской жидкости в круглой трубе с внутренним радиусом R .

Распределение касательного напряжения по радиусу r круглой трубы представлено на рис. 8.7, б.

Из соотношения (8.17а) видно, что минимальное напряжение сдвига $\tau_{\min} = 0$ действует на оси трубы при $r = 0$, а максимальное по

абсолютной величине напряжение сдвига $|\tau_{\max}| = \left| \frac{R}{2} \left(\frac{dP}{dz} \right) \right| = \left| -\frac{R}{2} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right|$

имеет место на внутренней поверхности трубы при $r = R$.

В соотношении (8.17а) использованы обозначения:

$$\frac{dP}{dz} = \frac{P(z_2) - P(z_1)}{z_2 - z_1} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \text{ — проекция градиента давления на ось } z;$$

$\Delta P_y = P(z_1) - P(z_2) = -[P(z_2) - P(z_1)]$ — перепад давления между сечениями трубы с координатами $z = z_1$ и $z = z_2$, расстояние между которыми равно $z_2 - z_1 = \Delta L$.

В приосевой области $0 < r < r_0$ действует напряжение сдвига $\tau < \tau_0$ меньше, чем предел текучести τ_0 . Поэтому в этой области среда Шведова-Бингама будет двигаться как твердый цилиндрический стержень с наружным радиусом r_0 . Величину этого радиуса r_0 с учетом соотношения (8.17а) можно вычислить исходя из условия, что $|\tau(r_0)| = \tau_0$, т.е.

$$\tau \Big|_{r=r_0} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) r \Big|_{r=r_0} = \tau_0,$$

откуда следует

$$\left| -\frac{1}{2} \left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right) r_0 \right| = \tau_0$$

или

$$r_0 = \frac{2\tau_0}{\left(\frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)} = \frac{2\tau_0 \Delta L}{\Delta P_y}.$$

Из закона течения (8.24) жидкости Шведова-Бингама, запись которого

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$$

справедлива при $\tau > \tau_0$, следует, что ранее полученное соотношение (8.23) можно представить в виде

$$\dot{\gamma} = \frac{d\omega_z(r)}{dr} = \begin{cases} 0 & \text{при } \tau \leq \tau_0 \ (r \leq r_0); \\ \frac{\tau - \tau_0}{\mu_p} & \text{при } \tau > \tau_0 \ (r_0 < r < R). \end{cases} \quad (8.23a)$$

Рассмотрим (8.23a) подробнее. В пределах $0 < r < r_0$

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = 0.$$

Вычислив неопределенный интеграл, получаем что

$$\omega_z(r) = C = \text{const},$$

т.е. в пределах $0 < r < r_0$ скорость течения жидкости Шведова-Бингама остается постоянной. Величина этой постоянной скорости течения, часто обозначаемая ω_0 , будет найдена ниже.

Рассмотрим (8.23a) при $r_0 < r < R$,

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = \frac{\tau - \tau_0}{\mu_p}.$$

С учетом того что $\tau = -\frac{1}{2} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r$, после интегрирования в пределах

от r до R

$$\int_r^R \frac{d\omega_z(r)}{dr} dr = -\frac{1}{\mu_p} \int_r^R \left[\tau_0 + \frac{1}{2} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r \right] dr,$$

получаем

$$\omega_z(r)|_r^R = -\frac{\tau_0}{\mu_p} r \Big|_r^R - \frac{1}{2} \frac{\Delta P_y}{\mu_p \Delta L} \frac{r^2}{2} \Big|_r^R;$$

$$\omega_z(R) - \omega_z(r) = -\frac{\tau_0}{\mu_p} (R - r) - \frac{1}{4} \frac{\Delta P_y}{\mu_p \Delta L} (R^2 - r^2);$$

$$\omega_z(r) = \frac{\tau_0}{\mu_p} (R - r) + \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} (R^2 - r^2),$$

где принято во внимание, что $\omega_z(R) = 0$.

Подставив $r = r_0$ в последнюю формулу, получим величину скорости в пределах участка $0 < r < r_0$

$$\omega_z(r_0) = \frac{\tau_0}{\mu_p} (R - r_0) + \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} (R^2 - r_0^2).$$

С учетом того что $\tau_0 = -\frac{\Delta P_y}{2\Delta L} r_0$, получим

$$\begin{aligned} \omega_z(r_0) &= \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} [R^2 - r_0^2 - 2r_0(R - r_0)] = \\ &= \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} [R^2 - r_0^2 - 2r_0R + 2r_0^2] = \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} (R - r_0)^2. \end{aligned}$$

С учетом последнего соотношения зависимость скорости течения жидкости Шведова-Бингама от радиуса r (при течении в круглой трубе) можно записать в виде

$$\omega_z(r) = \begin{cases} \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} (R - r_0)^2 = \omega_0 & \text{при } 0 < r < r_0; \\ \frac{\Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} \left[(R^2 - r^2) - 2r_0(R - r) \right] & \text{при } r_0 < r < R. \end{cases} \quad (8.26)$$

После интегрирования (8.26) получим формулу для вычисления расхода g жидкости Шведова-Бингама через трубу с внутренним радиусом R

$$g = \int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr = \frac{2\pi \Delta P_y}{4\mu_p \Delta L} \left\{ \int_0^{r_0} (R - r_0)^2 r dr + \int_{r_0}^R [R^2 - r^2 - 2r_0 R + 2r_0 r] r dr \right\} = \\ = \frac{\pi R^4 \Delta P_y}{8\mu_p \Delta L} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{r_0}{R} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{r_0}{R} \right)^4 \right]. \quad (8.26a)$$

Приняв во внимание, что абсолютная величина предела текучести равна $|\tau_0| = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r_0$, соотношение (8.26a) можно представить в виде формулы

$$g = \frac{\pi R^4 \Delta P_y}{8\mu_p \Delta L} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2\tau_0 \Delta L}{R \Delta P_y} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2\tau_0 \Delta L}{R \Delta P_y} \right)^4 \right], \quad (8.26b)$$

известной как формула Букингема-Рейнера [33].

Формулу (8.26b) не удастся разрешить относительно перепада давления ΔP_y . При $\tau_0 = 0$ формула Букингема-Рейнера (8.26b) переходит в известную формулу Пуазейля (8.14).

Средняя скорость течения жидкости Шведова-Бингама в круглой трубе вычисляется следующим образом

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr}{\int_0^R 2\pi r dr} = \frac{g}{\pi R^2} = \frac{R^2 \Delta P_y}{8\mu_p \Delta L} \left[1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2\tau_0 \Delta L}{R \Delta P_y} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2\tau_0 \Delta L}{R \Delta P_y} \right)^4 \right]. \quad (8.26c)$$

Отметим, что при $\tau_0 = 0$ формула (8.26c) переходит в формулу

(8.13а), полученную ранее для ламинарного «пуазейлевского» течения ньютоновских жидкостей.

Долгое время модель (8.24а) рассматривалась как почти универсальная для всех вязкопластичных систем, в первую очередь таких, где дисперсная фаза образует каркасные структуры коагуляционного типа. С развитием методов и аппаратуры реометрии обнаружилась нелинейность кривой течения $\tau(\dot{\gamma})$, в ряде случаев распространяющаяся на несколько десятичных порядков изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

8.2.1.2 СТЕПЕННОЕ РЕОЛОГИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ

Большая часть опубликованных до настоящего времени работ по неньютоновским жидкостям либо полностью, либо частично (как, например, в моделях Эллиса, де Хавена, Бриана, Сиско, Балкли-Гершена, приведенных ниже) опираются на степенное реологическое уравнение состояния (модель) в виде соотношения

$$\tau = k (\dot{\gamma})^n, \quad (8.27)$$

где k – мера консистенции жидкости (чем меньше текучесть, тем больше k); n – показатель степени, часто называемый индексом течения (характеризует степень отклонения кривой течения неньютоновской среды от «кривой течения» (8.3) ньютоновской жидкости).

Степенной закон (8.27) впервые был предложен Оствальдом, а затем усовершенствован Рейнером [33]. Чем сильнее индекс течения n отличается от единицы, тем отчетливее проявляется нелинейность кривой течения.

Степенной закон Оствальда-Рейнера (8.27) можно преобразовать к виду

$$\tau = k (\dot{\gamma})^{n-1} \dot{\gamma} = \mu_a (\dot{\gamma}) \dot{\gamma}, \quad (8.27а)$$

где $\mu_a(\dot{\gamma})$ – кажущаяся квазиньютоновская вязкость, которую для случая одноосного сдвигового течения можно выразить соотношением

$$\mu_a(\dot{\gamma}) = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = k (\dot{\gamma})^{n-1}. \quad (8.28)$$

На рис. 8.8 приведены графические иллюстрации закономерностей течения неньютоновских жидкостей, подчиняющихся степенному закону (8.27). Представленная на рис. 8.8, а кривые течения (для значений индекса течения как $n < 1$, так и $n > 1$) построены с использованием

модели (8.27), а зависимости кажущейся вязкости $\mu_a(\dot{\gamma})$ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, представленные на рис. 8.8, б, построены по соотношению (8.28).

Из рис. 8.8, б, построенного на основании зависимости (8.28), видно, что при $n < 1$ величина кажущейся квазиньютоновской вязкости жидкости

$$\mu_a = k (\dot{\gamma})^{n-1} = \frac{k}{(\dot{\gamma})^{1-n}} \quad (8.28a)$$

убывает с ростом скорости сдвига $\dot{\gamma}$, так как в числителе формулы (8.28a) показатель степени $(n-1) < 0$, а в знаменателе последнего выражения показатель степени $(1-n) > 0$. Причем, текучесть такой жидкости (при $n > 0$) возрастает при увеличении скорости сдвига $\dot{\gamma} = 0$. Такое поведение (снижение кажущейся вязкости μ_a при возрастании скорости сдвига $\dot{\gamma}$) характерно для *псевдопластичных* жидкостей.

При $n = 1$ степенной закон (8.27) переходит в закон (8.3) течения ньютоновских жидкостей, для которых характерно постоянство кажущейся вязкости $\mu_a = \text{const}$ (совпадающей при $n = 1$ с динамической вязкостью μ) и ее независимость от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Обычная вода является примером жидкости, течение которой описывается степенным законом (8.27) при $n = 1$. Если воду нанести кистью на поверхность вертикальной стены, то через некоторое время почти вся вода стечет вниз, так как динамическая вязкость воды $\mu = \text{const}$.

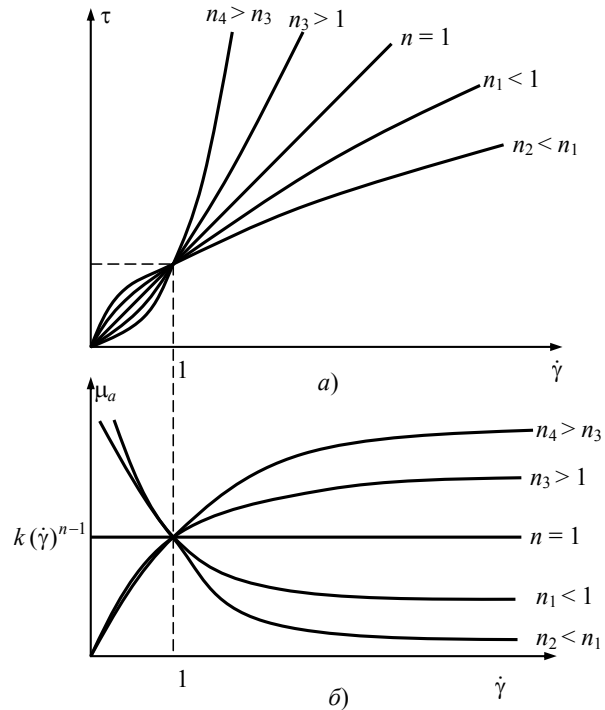


Рис. 8.8 Графическое представление закономерностей течения неньютоновских «степенных» жидкостей:

a – в виде кривых течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$; *б* – в виде зависимости кажущейся квазиньютоновской вязкости $\mu_a = \mu_a(\dot{\gamma})$ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$

На рис. 8.8, *б* также на основании соотношения (8.28) построены зависимости кажущейся квазиньютоновской вязкости $\mu_a(\dot{\gamma})$ от скорости сдвига для случаев, когда индекс течения $n > 1$. Видно, что в случае $n > 1$ кажущаяся вязкость

$$\mu_a(\dot{\gamma}) = k(\dot{\gamma})^{n-1} \quad (8.28b)$$

возрастает при увеличении скорости сдвига $\dot{\gamma}$, так как величина показателя степени в соотношении (8.28b) в рассматриваемом случае ($n > 1$) больше нуля ($n - 1 > 0$). Такие «загустевающие» жидкости называются дилатантными, а эффект возрастания кажущейся вязкости μ_a с ростом скорости сдвига называют дилатансией. Дилатансия характерна для немногих веществ. Дилатантные свойства проявляют [33] грубодисперсные и высококонцентрированные суспензии,

образованные твердыми частицами неправильной формы (водные суспензии порошков двуокиси титана, слюды, крахмала, а также мокрый речной песок).

8.2.1.2.1 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВАХ КРАСОК

Абсолютное большинство красок являются примером псевдопластичных жидкостей, их поведение может быть достаточно хорошо описано степенным законом (8.27) при $n < 1$.

Если краску набрать на кисть и начать наносить на поверхность вертикальной стены, то в узком зазоре между щетиной кисти и поверхностью стены происходит сдвиговое течение краски при больших значениях скорости сдвига. При этом краска в таком узком зазоре легко (хорошо) течет, так как ее кажущаяся вязкость μ_a достаточно мала (из (8.28а) следует, что $\mu_a(\dot{\gamma}) \rightarrow 0$ при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$). Как только щетина кисти перемещается на следующий участок, нанесенная на поверхность стены (оставшаяся) краска начинает течь (только под действием своего веса) при скорости сдвига, близкой к нулю. При малой скорости сдвига величина кажущейся вязкости в силу соотношения (8.28а) становится очень большой, так как для $n < 1$ $\mu_a(\dot{\gamma}) \rightarrow \infty$ при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$.

Благодаря этому, нанесенная на вертикальную поверхность краска не стекает с нее, так как при низких скоростях сдвига ее кажущаяся вязкость повышается.

Отметим, что хорошо приготовленная краска не стекает с кисти и с поверхности вертикальной стены, так как ее течение по щетине кисти и по поверхности стены происходит (под действием только ее веса) при очень малых скоростях сдвига $\dot{\gamma} < 1, \text{ с}^{-1}$, что соответствует большим значениям кажущейся вязкости μ_a .

При кистевой покраске скорость движения малярной кисти составляет, примерно, $\omega_z = 0,25 \dots 1,0 \text{ м/с}$. Слой свеженанесенной краски обычно имеет толщину порядка $\delta = 0,025 \text{ мм} = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ м}$, равную зазору между щетиной кисти и окрашиваемой поверхностью. Поэтому скорость сдвига в зазоре между щетиной кисти и окрашиваемой поверхностью можно вычислить по формуле $\dot{\gamma} = \frac{\omega_z}{\delta} = (1 \dots 4) \cdot 10^4, \text{ с}^{-1}$.

При таких скоростях сдвига $\dot{\gamma} \geq 10^4, \text{ с}^{-1}$, кажущаяся вязкость $\mu_a(\dot{\gamma})$ краски достаточно мала, благодаря чему хорошо приготовленная краска легко наносится на окрашиваемую поверхность.

Правильно составленная краска растекается ровно настолько,

чтобы сгладить следы щетины кисти, но не больше.

Для плохо приготовленных красок характерно:

- либо они обладают пониженной подвижностью и плохо растекаются, из-за чего на окрашенной поверхности сохраняются следы от щетины кисти;

- либо они обладают повышенной подвижностью и слишком легко растекаются, что приводит к их стеканию по вертикальной стене с образованием так называемых наплывов.

Имеются два пути воздействия на растекание краски после ее нанесения на поверхность.

Первый путь – повышение или понижение скорости испарения растворителя. В процессе испарения растворителя происходит повышение вязкости нанесенной на поверхность краски с образованием геля в конце этого процесса.

Качество краски считается высоким, если гелеобразование наступает сразу же после заплывания следов от щетины кисти.

Отметим, что интенсивность испарения зависит от многих факторов, например от температуры, скорости обдувания поверхности воздухом и даже от пористости стены. Поэтому скоростью испарения растворителя можно управлять за счет:

- подбора более летучего или менее летучего растворителя;
- изменения температуры окружающей среды, например, помещая окрашенное изделие в термокамеру с заданной температурой;
- изменяя скорости обдува окрашенной поверхности изделия воздухом с необходимой температурой.

Второй путь – либо добавление пластификаторов (сольватирующих веществ), способствующих проявлению эффекта разжижения при сдвиговом течении, либо добавление гелеобразующих агентов («загустителей»), препятствующих излишнему растеканию краски и ускоряющих образование геля на поверхности краски после ее нанесения на окрашиваемое изделие.

В процессе хранения краски, обычно представляющей собой суспензию, возможно осаждение пигмента, плотность которого обычно существенно отличается от плотности жидкой фазы. Для предотвращения такого осаждения пигмента в краску вводят желатинизирующие добавки, способствующие удержанию пигмента в суспензированном состоянии (предотвращающие расслаивание суспензии).

Для нанесения краски на поверхность окрашиваемых изделий кроме кистевой покраски применяют методы:

- нанесения из пульверизатора;
- окунания (макания) и полива;
- печатания.

Каждый из этих методов предъявляет свои специфические требования к процессу подготовки краски к применению. Предлагаем вам ознакомиться с этими методами по книге [33].

8.2.1.2.2 ДОСТОИНСТВА И НЕДОСТАТКИ СТЕПЕННОГО ЗАКОНА

Достоинством степенного закона (8.27)

$$\tau = k (\dot{\gamma})^n$$

является следующее:

– этот закон хорошо описывает кривые течения большого количества неньютоновских жидкостей (красок, буровых растворов, пульп, растворов и расплавов полимеров и др.) в достаточно широких диапазонах (в несколько порядков) изменения скоростей сдвига $0 < \dot{\gamma} < \infty$;

– запись этого закона включает в себя только два параметра k и n , т.е. является достаточно простой;

– при $n = 1$ степенной закон переходит в закон течения (8.3) ньютоновских жидкостей.

Недостатком степенного закона является то, что из соотношения (8.28) получаются физически нереальные значения кажущейся квазиньютоновской вязкости $\mu_a(\dot{\gamma})$ как при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, так и при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$.

В частности, для псевдопластичных ($n < 1$) неньютоновских жидкостей из (8.28а) получаем (см. рис. 8.8), что

- при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$

$$\mu_a(0) \rightarrow \infty,$$

- при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$

$$\mu_a(\infty) \rightarrow 0.$$

Как полное исчезновение вязкости ($\mu_a \rightarrow 0$), так и превращение жидкости в твердый гель ($\mu_a \rightarrow \infty$), предсказываемые соотношением (8.28) либо при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$, либо при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$, являются физически нереальными (абсурдными) результатами.

При практическом использовании степенного закона (8.27) следует помнить, что он хорошо описывает поведение (течение) неньютоновских жидкостей в достаточно широком диапазоне скоростей сдвига $0 < \dot{\gamma} < \infty$, однако при очень маленьких $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ и при очень больших $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ скоростях сдвига степенной закон (8.27) применять нельзя, так как он предсказывает абсурдные (физически

нереальные) результаты.

8.2.1.2.3 ТЕЧЕНИЕ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ, ПОДЧИНЯЮЩИХСЯ СТЕПЕННОМУ ЗАКОНУ ОСТВАЛЬДА

Прямая краевая задача, позволяющая вычислить профиль скорости установившегося течения неньютоновской жидкости в удаленном от входа в круглую трубу сечении, может быть записана [33] с использованием уравнения движения

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) = \frac{\partial P}{\partial z}, \quad 0 < r < R,$$

в котором напряжение сдвига $\tau_{rz} \equiv \tau$ на основе степенного закона (реологического уравнения состояния, модели) может быть представлено в виде

$$\tau = k (\dot{\gamma})^n = k \left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n.$$

С учетом того что при стабилизированном течении жидкости в удаленном от входа участке трубы давление $P = P(z)$ зависит только от продольной координаты z (т.е. $\frac{\partial P}{\partial z} = \frac{dP}{dz}$), а профиль скорости $\omega_z = \omega_z(r)$ зависит только от радиальной координаты r (т.е. $\frac{\partial \omega_z}{\partial r} = \frac{d\omega_z}{dr}$), прямая краевая задача для вычисления искомого профиля скорости течения степенной неньютоновской жидкости записывается в виде уравнения движения

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(rk \left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n \right) = \frac{dP}{dz}, \quad 0 < r < R, \quad (8.29)$$

с граничными условиями:

- при $r = 0$

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = 0; \quad (8.30)$$

- при $r = R$

$$\omega_z(R) = 0. \quad (8.31)$$

Преобразуем (8.29) к виду

$$\frac{d}{dr} \left(rk \left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n \right) = \frac{dP}{dz} r,$$

а затем, проинтегрировав левую и правую части последнего выражения

$$\int \frac{d}{dr} \left(rk \left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n \right) dr = \frac{dP}{dz} \int r dr,$$

получим

$$rk \left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n = \frac{dP}{dz} \frac{r^2}{2} + c_1$$

или

$$\left(\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right)^n = \frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} r + \frac{c_1}{kr}. \quad (8.29a)$$

Принимая во внимание граничное условие (8.30), получаем что при $r = 0$

$$\left(\frac{d\omega_z(0)}{dr} \right)^n = \frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} 0 + \frac{c_1}{kr} = 0,$$

откуда следует, что постоянная интегрирования c_1 должна быть равна нулю $c_1 = 0$.

Преобразуем (8.29a) к виду

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = \left(\frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} r^{\frac{1}{n}}.$$

После интегрирования последнего уравнения в пределах от r до R

$$\int_r^R \frac{d\omega_z(r)}{dr} dr = \left(\frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \int_r^R r^{\frac{1}{n}} dr$$

получаем

$$\omega_z(r) \Big|_r^R = \left(\frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \frac{r^{\frac{1}{n}+1}}{\left(\frac{1}{n} + 1 \right)} \Big|_r^R;$$

$$\omega_z(R) - \omega_z(r) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \left(R^{1+\frac{1}{n}} - r^{1+\frac{1}{n}} \right).$$

Из граничного условия (8.31) следует, что $\omega_z(R) = 0$. Принимая во внимание (см. п. 8.1.3.1.) что

$$\frac{dP}{dz} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta L},$$

где ΔP_y – установившийся перепад давления на участке длиной ΔL стабилизированного течения в круглой трубе, формула для вычисления искомого профиля скорости $\omega_z(r)$ может быть представлена в виде

$$\omega_z(r) = \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right). \quad (8.32)$$

Получим формулу для вычисления расхода g степенной неньютоновской жидкости в круглой трубе, обусловленного градиентом давления $\frac{dP}{dz} = -\frac{\Delta P_y}{\Delta L}$. Для этого воспользуемся известным соотношением

$$\begin{aligned} g &= \int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr = \frac{2\pi n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \int_0^R \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right) r dr = \\ &= \frac{2\pi n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \left[\int_0^R r dr - \frac{1}{R^{\frac{n+1}{n}}} \int_0^R r^{2+\frac{1}{n}} dr \right] = \\ &= \frac{2\pi n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \left[\frac{r^2}{2} \Big|_0^R - \frac{1}{R^{\frac{n+1}{n}}} \frac{r^{3+\frac{1}{n}}}{3+\frac{1}{n}} \Big|_0^R \right] = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{2\pi n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \left[\frac{R^2}{2} - \frac{1}{R^{\frac{n+1}{n}}} \frac{R^{\frac{3+1}{n}}}{\left(\frac{3n+1}{n} \right)} \right] = \\
&= \frac{2\pi n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{3+1}{n}} \left[\frac{1}{2} - \frac{n}{3n+1} \right] = \\
&= 2\pi \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{3+1}{n}} \frac{n+1}{2(3n+1)} = \\
&= \pi \frac{n}{3n+1} R^{\frac{3n+1}{n}} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}}. \tag{8.33}
\end{aligned}$$

Среднюю скорость $\bar{\omega}$ течения жидкости находим по формуле

$$\bar{\omega} = \frac{\int_0^R \omega_z(r) 2\pi r dr}{\int_0^R 2\pi r dr} = \frac{g}{\pi R^2} = \frac{n}{3n+1} R^{\frac{n+1}{n}} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}}. \tag{8.34}$$

Формулу (8.32) для вычисления профиля скорости течения можно преобразовать к виду

$$\omega_z(r) = \frac{(3n+1)}{(n+1)} \frac{n}{3n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{\frac{n+1}{n}} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right),$$

откуда с учетом (8.34) получаем

$$\omega_z(r) = \frac{3n+1}{(n+1)} \bar{\omega} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right). \tag{8.35}$$

Видно, что при $n=1$ формула (8.35) переходит в формулу (8.10а), ранее полученную для ньютоновских жидкостей.

Для того чтобы получить зависимость напряжения сдвига $\tau = \tau(r)$ в степенной неньютоновской жидкости от радиальной координаты r при течении в круглой трубе, воспользуемся (8.32) и сначала вычислим производную

$$\begin{aligned} \frac{d\omega_z(r)}{dr} &= \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{1+\frac{1}{n}} \frac{d}{dr} \left(1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{1+\frac{1}{n}} \right) = \\ &= \frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{1+\frac{1}{n}} \left(-\frac{1+\frac{1}{n}}{R^{1+\frac{1}{n}}} r^{\frac{1}{n}} \right) = \\ &= -\frac{n}{n+1} \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} \right)^{\frac{1}{n}} R^{1+\frac{1}{n}} \frac{n+1}{R^{1+\frac{1}{n}}} \frac{1}{r^n} \end{aligned}$$

или

$$\frac{d\omega_z(r)}{dr} = - \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r \right)^{\frac{1}{n}}.$$

На основании степенного реологического уравнения состояния (модели, закона), имеющего вид

$$\tau = k (\dot{\gamma})^n,$$

получаем, что напряжение сдвига τ зависит от радиальной координаты r следующим образом

$$\tau = k \left[\frac{d\omega_z(r)}{dr} \right]^n = -k \left(\frac{1}{2k} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r \right)^n$$

или

$$\tau = -\frac{1}{2} \frac{\Delta P_y}{\Delta L} r. \quad (8.36)$$

Отметим, что формула (8.36), определяющая зависимость напряжения сдвига τ от радиальной координаты r в ламинарном потоке степенной неньютоновской жидкости при течении в круглой трубе (под действием установившегося перепада давления ΔP_y на участке стабилизированного течения длиной ΔL) совпадает с формулами (8.17) и (8.17а), ранее полученными для ньютоновской жидкости и для вязкопластичной среды Шведова-Бингама.

8.2.1.3 ТИПИЧНЫЕ КРИВЫЕ ТЕЧЕНИЯ И ОСНОВНЫЕ ЭМПИРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ [33]

Напомним, что кривой течения называют график функции $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, представляющий собой зависимость касательного напряжения τ (чаще всего называемого напряжением сдвига) от скорости сдвига $\dot{\gamma} = \frac{d\omega_z}{dr}$.

В п. 8.1.2 было показано, что «кривая течения» для ньютоновских жидкостей представляет собой (см. рис. 8.2) прямую линию на плоскости $\dot{\gamma} - \tau$, проходящую через начало координат ($\dot{\gamma} = 0, \tau = 0$). Тангенс угла наклона этой прямой линии к оси $\dot{\gamma}$ представляет собой величину динамической вязкости μ . Таким образом, ньютоновская жидкость характеризуется моделью течения (8.3)

$$\tau = \mu \dot{\gamma}, \quad (8.3a)$$

имеющей единственный параметр μ , не зависящий ни от $\dot{\gamma}$ ни от τ (при фиксированном составе, температуре и давлении ньютоновской жидкости).

Линейному закону Ньютона (8.3a) подчиняются газы и низкомолекулярные жидкости (вода, спирты, ароматические углеводороды, глицерин и т.п.). Однако очень многие реальные жидкости, например, растворы и расплавы полимеров, дисперсные текучие системы (суспензии, эмульсии, пасты и т.п.), в большинстве случаев имеют кривую течения, отличающуюся от ньютоновской. Это отличие может выражаться (см. рис. 8.9) в следующем:

1) кривая течения нелинейна, но проходит через начало координат; такие жидкости называют нелинейновязкими или аномальновязкими, но чаще всего – неньютоновскими *псевдопластичными* средами;

2) кривая течения при $\dot{\gamma} = 0$ отсекает на вертикальной оси напряжений сдвига τ отрезок конечной длины τ_0 ; это означает, что течение такой жидкости может начаться не при всякой внешней нагрузке (напряжении сдвига τ), а лишь после превышения некоторого порога, называемого пределом текучести τ_0 ; величина τ_0 выражает пластические свойства среды, а наклон кривой течения к оси $\dot{\gamma}$ – ее подвижность; такие жидкости называют неньютоновскими *вязкопластичными* средами.

На рис. 8.9 представлены типичные кривые течения для этих двух

типов неньютоновских жидкостей.

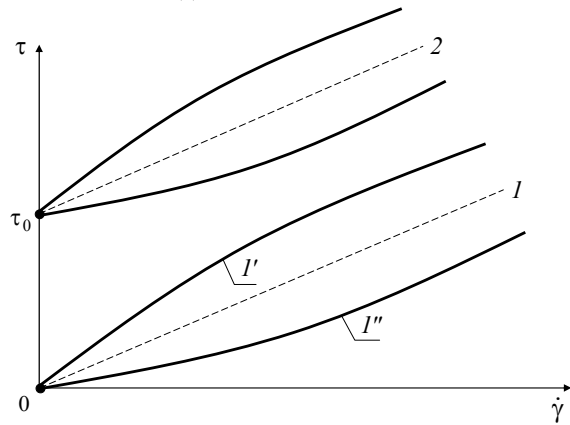


Рис. 8.9 Типичные кривые течения псевдопластичных (1) и вязкопластичных (2) сред

Рассмотрим вкратце наиболее характерные особенности течения *псевдопластичных* и *вязкопластичных* жидкостей.

Жидкости первой категории с нелинейной кривой течения, не обладающие пластической составляющей течения (для них $\tau_0 = 0$), можно подразделить на:

– псевдопластичные, у которых выпуклость кривой течения обращена к оси напряжения сдвига τ ; такая выпуклость кривой течения I' характерна для неньютоновских жидкостей, подчиняющихся степенному закону (8.27) при $n < 1$;

– дилатантные (загустевающие) жидкости, кривая течения которых обращена выпуклостью в сторону оси скорости сдвига $\dot{\gamma}$; такая выпуклость кривой течения I'' характерна для неньютоновских жидкостей, подчиняющихся степенному закону (8.27) при $n > 1$.

Для *псевдопластичных* сред величина кажущейся вязкости μ_a снижается с ростом скорости сдвига $\dot{\gamma}$, а для *дилатантных* – увеличивается.

Большинство аномальновязких текучих систем, встречающихся на практике, являются псевдопластичными средами, для которых характерны кривые течения, обозначенные позицией I' на рис. 8.9.

Жидкости второго типа чаще всего называют вязкопластичными средами. Для таких сред характерны кривые течения, обозначенные позицией 2 на рис. 8.9.

Вязкопластичные среды с прямолинейной кривой течения (8.24)

называют жидкостями Шведова-Бингама.

Кажущаяся вязкость $\mu_a = \frac{\tau - \tau_0}{\dot{\gamma}}$ жидкостей с ненулевой пластической составляющей (пределом текучести $\tau_0 \neq 0$) всегда снижается с увеличением скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

При напряжениях сдвига $\tau < \tau_0$, не превышающих предела текучести τ_0 , вязкопластичная среда (вязкопластик) может вести себя как идеально-упругое твердое тело Гука. Полная деформация вязкопластичной среды складывается из обратимой (упругой) деформации и необратимой (пластической) деформации.

В связи с тем, что вязкопластичные среды при малых напряжениях сдвига $\tau < \tau_0$ ведут себя как упругое твердое тело, профиль скорости $\omega_z(r)$ при их течении в круглых трубах имеет особенность (см. рис. 8.7, б). Эта особенность заключается в том, что в приосевой зоне круглой трубы (как в случае течения среды Шведова-Бингама, так и при течении небингамовских нелинейно вязкопластичных сред) имеется область $0 < r < r_0$, в которой напряжение сдвига τ остается меньше предела текучести τ_0 . В пределах этой области $0 < r < r_0$ вязкопластичная среда движется как твердый цилиндрический стержень с наружным радиусом $r_0 = \frac{2\Delta L \tau_0}{\Delta P_y}$, величина которого

зависит от предела текучести τ_0 и градиента давления $\frac{\Delta P_y}{\Delta L}$. В приосевой зоне $0 < r < r_0$ профиль скорости $\omega_z(r)$ имеет участок с постоянным значением $\omega_z(r) = \omega_0 = \text{const}$.

Выше были рассмотрены три наиболее часто используемые «модели» кривых течения ньютоновских и неньютоновских жидкостей:

- линейный закон Ньютона (8.3), подробно обсужденный в п. 8.1.2;
- нелинейный закон (8.24) течения жидкостей Шведова-Бингама (см. п. 8.2.1.1);
- степенное реологическое уравнение состояния (8.27), обсужденное в п. 8.2.1.2.

В настоящее время, кроме рассмотренных выше моделей Ньютона (8.3), модели Шведова-Бингама (8.24) и степенной реологической модели (8.27), для описания течения (механического поведения) неньютоновских жидкостей предложены десятки других полуэмпирических и эмпирических моделей. В табл. 8.1 приведены

наиболее часто используемые модели псевдопластичных («чистовязких») сред.

8.1 Основные модели псевдопластичных (нелинейновязких) сред для одноосного сдвигового течения [33]

Название модели (закона)	Формула (уравнение)
1 Степенной закон	$\tau = k (\dot{\gamma})^n = k \dot{\gamma} ^{n-1} \dot{\gamma}, n \geq 0$
2 Модель Эллиса	$\tau = \left(A + B \tau ^{\alpha-1} \right)^{-1} \dot{\gamma}, \alpha \geq 1$
3 Модель Сиско	$\tau = \left(A + B \dot{\gamma} ^{n-1} \right) \dot{\gamma}, n \geq 0$
4 Модель Де Хавена	$\tau = \frac{\mu_0}{1 + C \tau ^n} \dot{\gamma}, n > 0$
5 Модель Прандтля	$\tau = A \dot{\gamma} \arcsin \left(\frac{ \dot{\gamma} }{C} \right)$
6 Модель Уильямса	$\tau = \left[\frac{A}{B + \dot{\gamma}} + \mu_\infty \right] \dot{\gamma}$
7 Модель Эйринга	$\tau = \frac{\dot{\gamma}}{B} + C \sin \left(\frac{ \tau }{A} \right)$
8 Модель Прандтса-Эйринга	$\tau = A \operatorname{arsh} \left(\frac{\dot{\gamma}}{B} \right)$
9 Модель Пауэлла-Эйринга	$\tau = \left[C + \frac{1}{B \dot{\gamma} } \operatorname{arsh} \left(\frac{\dot{\gamma}}{A} \right) \right] \dot{\gamma}$
10 Модель Рейнера-Филиппова	$\tau = \left[\mu_\infty + \frac{\mu_0 - \mu_\infty}{1 + \left(\frac{\tau}{A} \right)^2} \right] \dot{\gamma}$
11 Модель Рабиновича	$\tau = \frac{\mu_0}{1 + C \cdot \tau^2} \dot{\gamma}$

Обозначения: $\tau, \dot{\gamma}$ – напряжение сдвига и скорость сдвига для одноосного сдвигового течения; k, n, α – постоянные реологические параметры;

A, B, C – коэффициенты, определяемые для конкретных жидкостей: μ_0, μ_∞ – кажущаяся динамическая вязкость соответственно для $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ и для $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$.

Для всех моделей, приведенных в табл. 8.1, характерны нелинейные кривые течения, проходящие через начало координат ($\tau = 0, \dot{\gamma} = 0$).

Большинство таких идеализированных кривых течения не отражают все детали действительного поведения неньютоновских жидкостей во всем возможном диапазоне скоростей сдвига, а передают лишь отдельные наиболее характерные особенности такого поведения.

В табл. 8.1 большинство моделей представлены в квазиньютоновских формах записи:

$$\tau = \mu_a(\dot{\gamma})\dot{\gamma};$$

$$\tau = \mu_a(\tau^2)\dot{\gamma};$$

$$\tau = \mu_a(|\tau|)\dot{\gamma}.$$

Поэтому коэффициенты при $\dot{\gamma}$ в правых частях формул, приведенных в табл. 8.1, можно трактовать [33] как «кажущиеся коэффициенты динамической вязкости» неньютоновских жидкостей.

В настоящее время хорошо известно [33], что все нелинейновязкие псевдопластичные среды проявляют ньютоновское поведение при очень малых ($\dot{\gamma} \rightarrow 0$) и при весьма больших ($\dot{\gamma} \rightarrow \infty$) скоростях сдвига. В каждой из этих областей среда может быть охарактеризована постоянными, но различными по величине кажущимися вязкостями. В первой области при $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ наблюдается наибольшая кажущаяся ньютоновская вязкость, которую обозначают μ_0 и обычно называют «вязкость при нулевой скорости сдвига». Во второй области при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ имеет место наименьшая кажущаяся ньютоновская вязкость, которую обычно обозначают μ_∞ и называют «вязкость при бесконечно большой скорости сдвига».

В табл. 8.2 приведены наиболее часто применяемые на практике модели вязкопластичных сред, характерной особенностью которых является то, что их течение начинается только при напряжении сдвига $\tau > \tau_0$, превышающем величину предела текучести τ_0 .

Подробный реологический анализ эмпирических моделей, приведенных в табл. 8.1 и 8.2, рассмотрен в [33].

При выборе той или иной реологической модели при практической работе следует исходить из следующих рекомендаций [33]:

– применяемая реологическая модель должна быть хорошо согласована с теоретическими представлениями о внутренней

структуре исследуемой (используемой) среды, а также с изменениями, происходящими в этой структуре как под действием приложенного напряжения сдвига τ , так и в процессе течения, начинающегося после превышения предела текучести, т.е. при $\tau > \tau_0$;

– при прочих равных условиях предпочтение следует отдавать более простой реологической модели, содержащей наименьшее число параметров.

8.2 Основные модели вязкопластичных сред для одноосного сдвигового течения [33]

Название модели (закона)	Формула (уравнение)
1 Модель Шведова-Бингама	$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma}$
2 Модель Гершеля-Балкли	$\tau = \tau_0 + A (\dot{\gamma})^n$
3 Модель Бриана	$\tau = \mu_\infty \dot{\gamma} \left(1 + \frac{\tau_\infty}{\mu_\infty m \dot{\gamma}} \right)^m$
4 Модель Кроули-Китца	$\tau = \mu_a \left[\frac{1,2 + V \left(\theta_0 \tau^{-\frac{1}{5}} + 1 \right)^3}{1,2 - 2V \left(\theta_0 \tau^{-\frac{1}{5}} + 1 \right)^3} \right] \dot{\gamma}$
5 Модель Кэссона	$\tau = \left[k_0 + k_1 (\dot{\gamma})^{\frac{1}{2}} \right]^2$
6 Модель Шульмана	$\tau = \left[\tau_0^n + (\mu_p \dot{\gamma})^m \right]^n$
7 Модель Кутателадзе-Хабашпашевой	$d\varphi_* = -\varphi_* d\tau_*^m$, $\varphi_* = \frac{\varphi - \varphi_\infty}{\varphi_0 - \varphi_\infty}$, $\tau_* = \theta \frac{ \tau - \tau_1 }{\varphi_\infty - \varphi_0}$

О б о з н а ч е н и я: $\tau, \dot{\gamma}$ – напряжение сдвига и скорость сдвига при одноосном сдвиговом течении; τ_0 – предел текучести; μ_p – коэффициент

пластической вязкости; $k, k_0, k_1, n, m, A, \theta_0$ – постоянные реологические параметры; μ_a – кажущаяся динамическая вязкость; μ_∞ – кажущаяся динамическая вязкость при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$; τ_∞ – напряжение сдвига при $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$; φ – текучесть среды Кутателадзе-Хабахпашевой; $\varphi_0, \varphi_\infty$ – текучести соответственно при $\tau \rightarrow 0$ и при $\tau \rightarrow \infty$; τ_1 – предел структурной стабильности жидкости; θ – коэффициент структурной стабильности жидкости.

Псевдопластичные и вязкопластичные среды относятся к группе так называемых реостабильных неньютоновских жидкостей. Реологические характеристики таких жидкостей не зависят от продолжительности сдвигового течения, остаются постоянными во времени независимо от предыстории жидкости.

Кроме достаточно подробно рассмотренных выше псевдопластичных и вязкопластичных сред, наиболее часто используемые модели которых приведены в табл. 8.1 и 8.2, на практике приходится иметь дело и с другими неньютоновскими жидкостями.

Большое внимание специалисты-реологи уделяют жидкостям с так называемой нестационарной реологией. Реологические характеристики таких жидкостей существенно зависят от их предыстории, в частности, от продолжительности сдвигового течения.

Среди жидкостей с нестационарной реологией следует выделить две их разновидности [33].

1 *Тиксотропные среды*. В состоянии покоя в объеме такой среды происходит образование определенной структуры, что обычно приводит не только к повышению кажущейся ньютоновской вязкости μ_0 при нулевой скорости сдвига, но и к появлению предела текучести τ_0 . Например, чтобы привести в движение тиксотропную среду, длительно покоившуюся перед этим в трубе, насос первоначально должен развить большую мощность. После того когда течение начнется, то под действием напряжения сдвига происходит постепенное разрушение структуры, имевшейся до начала течения в объеме тиксотропной среды, что приводит к заметному уменьшению нагрузки насоса и снижению потребляемой мощности. В результате продолжительного воздействия сдвиговых напряжений, тиксотропный материал приобретает реологические свойства, не зависящие от времени. Следовательно, предельные условия течения (в частности, повышенная нагрузка насоса) характерны только для начального промежутка времени, на протяжении которого происходит разрушение пространственной структуры в объеме тиксотропной среды.

При стационарном (установившемся во времени) движении тиксотропные и реостабильные жидкости мало отличаются друг от друга.

После остановки течения в объеме неподвижного тиксотропного материала постепенно вновь образуется пространственная структура, что обычно приводит к повышению кажущейся ньютоновской вязкости μ_0 , а чаще всего, к появлению определенного предела текучести τ_0 .

2 *Реопектические среды*. Для реопектических материалов характерно то, что их кажущаяся вязкость μ_a (при неизменных условиях деформирования под действием установившегося во времени

напряжения сдвига) повышается со временем. Например, при начале течения реопектической среды, до этого покоившейся в трубе, нагрузка насоса в начальный момент времени будет существенно меньше, чем в случае начала движения ранее неподвижной тиксотропной среды. Однако, после начала движения кажущаяся вязкость μ_a реопектической жидкости будет постепенно повышаться, что приведет к росту нагрузки насоса и увеличению потребляемой его электроприводом мощности.

В практической работе крайне редко приходится иметь дело с реопектическими жидкостями.

В рамках данной монографии нет возможности подробно обсудить все виды неньютоновских сред, рассматриваемые в реологии, в частности, вязко-упругие материалы. С особенностями поведения других видов неньютоновских сред можно познакомиться по книге [36].

8.3 МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ВЯЗКОСТИ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ И РЕОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕОСТАБИЛЬНЫХ НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

В настоящее время в производственных условиях и при выполнении научно-исследовательских работ применяют разнообразные методы и средства (приборы, устройства) для измерения вязкости и реологических характеристик как ньютоновских, так и неньютоновских жидкостей.

8.3.1 ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ КАЧЕСТВА ПРОЦЕССОВ, ПРОДУКЦИИ, ПОЛУПРОДУКТОВ И СЫРЬЯ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ

Приборы промышленного назначения, как правило, конструктивно просты и являются относительно недорогими. Их простота и дешевизна обусловлены тем, что они предназначены для измерения, в первую очередь, вязкости ньютоновских жидкостей. При контроле качества неньютоновских жидкостей, промышленные вискозиметрические приборы применяют для измерения либо кажущейся, либо эквивалентной, либо эффективной вязкостей. Понятие кажущейся вязкости было введено в п. 8.2.1.1.3, а содержание понятий как эквивалентной, так и эффективной вязкостей будет рассмотрено в п. 8.3.2.1.3.

Данные, полученные с помощью промышленных вискозиметров для неньютоновских жидкостей, редко поддаются строгому анализу и

дают, главным образом, ориентировочную (индикаторную) информацию о качестве контролируемого процесса или вещества.

При проведении научно-исследовательских работ применяют более сложные и дорогие приборы для контроля реологических характеристик неньютоновских жидкостей.

8.3.1.1 ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКИЕ ВОРОНКИ

Наиболее широко для контроля показателей качества процессов, продукции, полупродуктов и сырья (в частности, в лакокрасочной промышленности и при производстве красок на основе пигментов) применяют (см. рис. 8.10, *a*) так называемые вискозиметрические воронки, обычно выполняемые в виде конуса *1* с калиброванным отверстием *2*. Они просты по конструкции и легко очищаются. Вязкость ньютоновской жидкости и консистенция контролируемой неньютоновской жидкости, например, лака или краски, выражается в единицах условной вязкости, представляющих собой время истечения определенного количества жидкости через отверстие воронки.

Например, в технических условиях на одну из автомобильных эмалей приведена характеристика (показатель) качества: условная вязкость по вискозиметрической воронке ВЗ-4 – 24 с. Это означает (см. рис. 8.10, *a*), что за 24 секунды из открытого отверстия *2* воронки *1* типа ВЗ-4 должно вытечь 100 мл эмали [33].

Данные таких вискозиметрических измерений (с помощью вискозиметра ВЗ-4) не поддаются переводу в точные реологические характеристики [33].

Измерение вязкости воронкой Цана проводится непосредственно в емкостях [33]. Для этого воронка Цана снабжена длинной рукояткой. Время истечения отсчитывается по секундомеру от момента извлечения воронки из резервуара до первого разрыва струи жидкости, вытекающей из отверстия. Воронки могут различаться по размеру и позволяют контролировать качество жидкостей с кажущейся динамической вязкостью μ_d в пределах 10...200 сантипуаз (спз), что в единицах измерения динамической вязкости в системе СИ соответствует $\mu_d = (0,01...0,2)$ Па·с.

Воронки Цана применяют для контроля консистенции типографских красок [33].

8.3.1.2 КАПИЛЛЯРНЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ

Для ламинарного течения ньютоновской жидкости через капиллярную трубку из формулы Пуазейля (8.14) легко получается расчетное соотношение

$$\mu = k \frac{\pi R^4}{8gl} \Delta P,$$

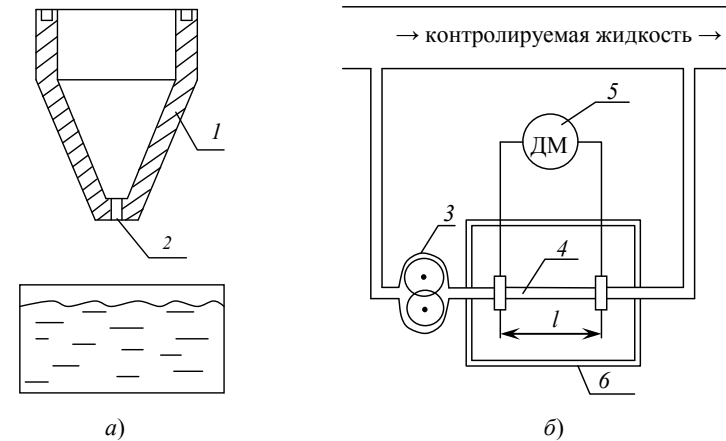
где k – постоянный коэффициент, величина которого зависит от выбора единиц измерения непосредственно измеряемых физических величин ($k = 1$, если для всех физических величин использованы единицы системы СИ); R, l – внутренний радиус и длина капилляра; g – расход жидкости через капилляр; ΔP – перепад давления на капилляре.

При постоянных значениях g, R, l, k

$$\mu = k_1 \Delta P,$$

где $k_1 = k \frac{\pi R^4}{8gl}$ – постоянный коэффициент.

На рис. 8.10, б приведена принципиальная схема автоматического капиллярного вискозиметра. Контролируемая жидкость с постоянным расходом g прокачивается шестеренным дозирующим насосом 3 через



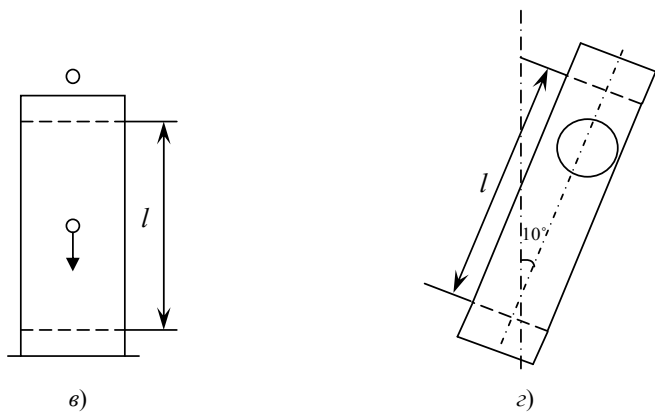


Рис. 8.10 Схемы промышленных вискозиметров:

a – вискозиметрическая воронка типа ВЗ-4; *б* – капиллярный вискозиметр;
в – вискозиметр с падающим шариком; *г* – вискозиметр Хепплера;
д – ротационный вискозиметр типа цилиндр-цилиндр; *е* – ротационный вискозиметр типа диск-диск; *жс* – ротационный вискозиметр типа диск-конус

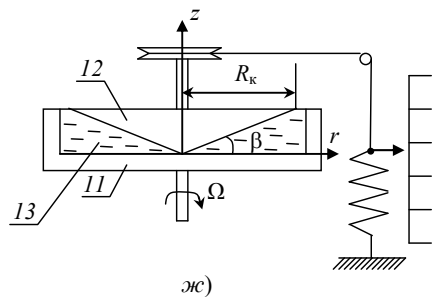
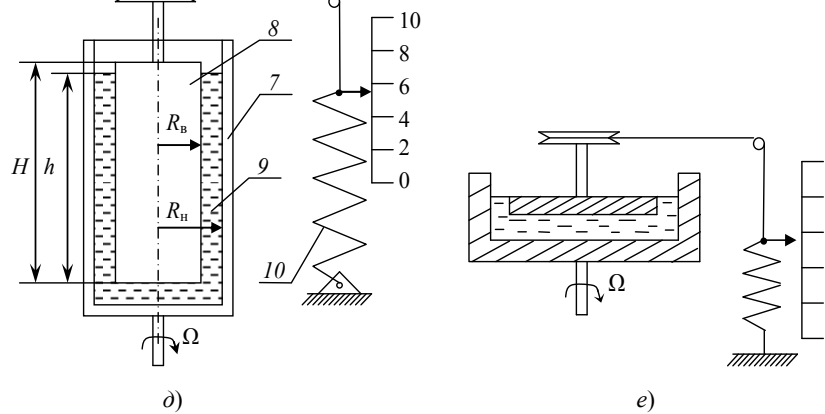


Рис. 8.10 Окончание

капиллярную трубку 4. Перепад давления ΔP на участке капиллярной трубки длиной l измеряют дифманометром 5, шкала которого может быть проградуирована в единицах измерения динамической вязкости μ при условии, что $R, l, g - \text{const}$. Диаметр $d = 2R$ и длину l капиллярной трубки выбирают в зависимости от пределов измерения вязкости. Капиллярную трубку 4 обычно устанавливают в термостате 6.

Погрешность капиллярных вискозиметров (порядка $\pm 2\%$) определяется в основном точностью поддержания расхода $g = \text{const}$ и температуры $T = \text{const}$ контролируемой жидкости. Пределы измерения (0,001...10) Па·с.

8.3.1.3 ВИСКОЗИМЕТРЫ С ПАДАЮЩИМ ШАРИКОМ

Принцип действия таких вискозиметров основан на использовании закона Стокса, связывающего скорость падения шарика в жидкости с ее динамической вязкостью μ , из которого следует [37]:

$$\mu = k(\rho - \rho_{\text{ж}})g \frac{R^2}{v},$$

где $\rho, \rho_{\text{ж}}$ – плотность материала шарика и плотность жидкости; R – радиус шарика; v – скорость равномерного движения шарика; g – ускорение свободного падения; k – постоянный коэффициент, зависящий от используемых единиц измерения ($k = 1$, если для всех физических величин используются единицы международной системы единиц измерения СИ).

Закон Стокса применим только при ламинарном режиме течения жидкости относительно шарика. Вискозиметр с падающим шариком весьма чувствителен к загрязнениям жидкости и наличию пузырьков газа в ней, поэтому его можно применять для измерения вязкости только однородных жидкостей (без инородных включений).

Измерение вязкости сводится к отсчету времени τ , в течение которого шарик при падении проходит участок с определенной длиной l . Принимая во внимание, что скорость падения шарика

$$v = \frac{l}{\tau},$$

получаем

$$\mu = k_1 \tau,$$

где $k_1 = k(\rho - \rho_{\text{ж}})g \frac{R^2}{l}$ – постоянная прибора; τ – время прохождения

шариком расстояния l между двумя отметками на стеклянном корпусе вискозиметра.

Схема автоматического вискозиметра дискретного действия с падающим шариком рассмотрена в книге [37].

Наряду с вискозиметрами Стокса с падающим шариком при проведении научных исследований применяют вискозиметры с падающим цилиндром, торцы которого выполняют в виде полусфер, радиус которых совпадает с радиусом цилиндра. Отметим, что в зарубежной литературе на английском языке такие приборы называют вискозиметрами с падающей иглой. Достоинством таких вискозиметров является то, что падающий цилиндр (игла) может быть выполнен разборным и полым внутри. За счет того, что внутрь цилиндра можно помещать грузы с различной массой, появляется возможность исследовать зависимость реологических характеристик неньютоновских жидкостей при различных скоростях сдвига. В результате удается получить не одну, а несколько точек кривой течения исследуемой неньютоновской жидкости.

В вискозиметрах Хепплера используется калиброванная стеклянная трубка, установленная под углом 10° к вертикали. За счет этого шарик движется (скользит, скатывается) по стенке наклоненной стеклянной трубки, что позволяет следить за падением шарика и с помощью секундомера регистрировать время τ прохождения шариком определенного расстояния l между двумя отметками на стеклянной трубке. Кажущуюся вязкость вычисляют по формуле

$$\mu_a = k_2 \tau,$$

где k_2 – постоянная вискозиметра Хепплера.

8.3.1.4 ПУЗЫРЬКОВЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ

Вискозиметры с поднимающимся пузырьком воздуха широко используются для контроля процессов производства смол. Самым распространенным является вискозиметр Гарднера-Хольдта в виде набора запаянных стеклянных трубок, каждая из которых содержит стандартные жидкости с известными вязкостями и пузырек воздуха. Вязкость контролируемой жидкости, помещаемой в такую же трубку, определяют путем сопоставления скорости поднятия пузырька воздуха в трубке с контролируемой жидкостью со скоростями поднятия пузырьков воздуха в наборе трубок со стандартными жидкостями. Для получения правильных результатов контроля надо следить за тем, чтобы в процессе подготовки пробы контролируемой жидкости обеспечивалось следующее:

- равенство температур контролируемой и стандартных жидкостей (за счет предварительного термостатирования);
- размер пузырька воздуха в трубке с контролируемой жидкостью не должен сильно отличаться от размера пузырьков воздуха в трубках со стандартными жидкостями.

8.3.1.5 РОТАЦИОННЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ

При вращении тела в вязкой жидкости возникает противодействующий момент M , пропорциональный динамической вязкости μ :

$$M = k\Omega\mu,$$

где k – постоянная прибора, зависящая от размеров элементов измерительной ротационной системы; Ω – угловая скорость вращения.

Известно большое количество ротационных приборов, различающихся формой элементов измерительной ротационной системы и способом измерения противодействующего момента M .

Из всего разнообразия ротационных вискозиметров можно выделить четыре основных типа измерительных ротационных систем:

1) система типа цилиндр-цилиндр (показана на рис. 8.10, *д*), включает в себя внешний цилиндр 7, приводимый во вращение с угловой частотой Ω и внутренний цилиндр 8, воспринимающий противодействующий момент M , зависящий от вязкости μ контролируемой жидкости 9 и измеряемый, например, с помощью пружины 10);

2) система типа диск-диск, показанная на рис. 8.10, *е*;

3) система типа диск-конус, представленная на рис. 8.10, *ж*;

4) система, использующая тело вращения (ротор), погруженное в жидкость неограниченного объема.

Константы k , связывающие вязкость μ с противодействующим моментом M , для каждого типа ротационных вискозиметров можно определить аналитически, однако на практике предпочитают экспериментальное определение таких констант k по эталонным жидкостям.

Ротационные вискозиметры позволяют измерять не только вязкость в диапазоне $10^{-3} \dots 10^{12}$ Па·с ньютоновских жидкостей, но и другие реологические характеристики неньютоновских жидкостей.

Наиболее распространенным в лакокрасочной промышленности является ротационный вискозиметр Кребса-Стормера: под действием падающего груза в контролируемой жидкости вращается мешалка; по

времени падения груза определяют угловую скорость мешалки, а контролируемую вязкость измеряют в единицах угловой скорости и выражают в единицах Кребса.

Сведения о других ротационных вискозиметрических приборах (вискозиметр Воларовича, вискозиметр Мак-Киннеля) приведены в [37 – 40].

Кроме рассмотренных выше вискозиметрических воронок, капиллярных вискозиметров с падающим телом, вискозиметров с поднимающимся пузырьком воздуха и ротационных вискозиметров, в промышленных условиях применяют [37, 38]:

- вибрационные вискозиметры;
- ультразвуковые вискозиметры и некоторые другие.

8.3.1.6 НЕДОСТАТКИ ПРОМЫШЛЕННЫХ ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ

При совпадении результатов измерений, получаемых на одном вискозиметрическом приборе при одной и той же скорости сдвига для нескольких жидкостей, можно было бы предположить, что эти контролируемые жидкости обладают одинаковыми реологическими свойствами. Однако, данное предположение справедливо только для ньютоновских сред. Для неньютоновских жидкостей тот факт, что для каких-либо двух жидкостей при некоторой скорости сдвига получено одно и то же значение кажущейся вязкости, не может служить основанием для утверждения, что эти две неньютоновские жидкости имеют одинаковые реологические характеристики.

На рис. 8.11 показано поведение четырех различных жидкостей, каждая из которых обладает одной и той же (одинаковой) кажущейся вязкостью μ_a при скорости сдвига $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1$.

Прямая линия 1 на рис. 8.11 характеризует поведение ньютоновской жидкости, динамическая вязкость которой не зависит от скорости сдвига. Кривая 2 соответствует высокоструктурированной неньютоновской среде с ярко выраженными псевдопластичными свойствами (кажущаяся вязкость μ_a очень чувствительна к изменению скорости сдвига $\dot{\gamma}$). Кривые 3 и 4 характеризуют неньютоновские жидкости с менее выраженным псевдопластичным поведением. Видно, что эти четыре жидкости ведут себя одинаково при скорости сдвига $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}_1$, соответствующей точке пересечения кривых 1, 2, 3 и 4 на рис. 8.11.

Таким образом, промышленные вискозиметрические приборы,

обычно измеряющие кажущуюся вязкость либо при вполне определенной скорости сдвига $\dot{\gamma}$, либо при конкретном напряжении сдвига τ , предназначены для измерения вязкости ньютоновских жидкостей и мало пригодны для контроля реологических характеристик неньютоновских сред.

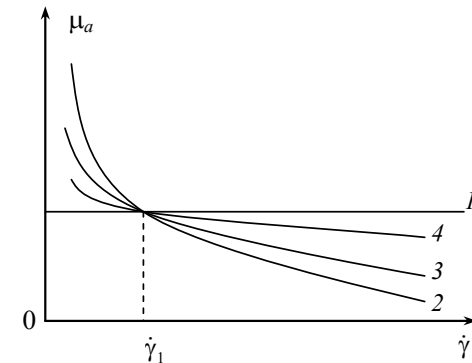


Рис. 8.11 Влияние скорости сдвига $\dot{\gamma}$ на кажущуюся вязкость μ_a различных неньютоновских жидкостей:

- 1 – ньютоновская жидкость;
- 2 – ярко выраженная псевдопластичная неньютоновская жидкость;
- 3, 4 – неньютоновские жидкости с разными степенями псевдопластичности

8.3.2 ВИСКОЗИМЕТРИЧЕСКИЕ ПРИБОРЫ ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

При вискозиметрическом контроле ньютоновской жидкости достаточно измерить пару значений ($\dot{\gamma}$, τ) по которым легко вычисляется динамическая вязкость

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} = \text{const},$$

не зависящая ни от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, ни от напряжения сдвига τ .

При вискозиметрическом исследовании неньютоновских жидкостей приходится экспериментально определять большое количество пар значений ($\dot{\gamma}_i, \tau_i$), $i = 1, 2, \dots, n$, в широком диапазоне скоростей сдвига $\dot{\gamma}$, по которым может быть построена кривая течения

$$\tau = f(\dot{\gamma}),$$

наиболее точно определяющая реологические характеристики (поведение) неньютоновских сред. Поэтому в научно-исследовательских лабораториях при изучении реологических характеристик неньютоновских жидкостей применяют в основном капиллярные и ротационные вискозиметры специальных конструкций, обеспечивающие экспериментальное определение кривой течения $\tau = f(\dot{\gamma})$ в очень широком диапазоне скоростей сдвига. Капиллярные и ротационные вискозиметры позволяют получать надежную количественную реологическую информацию и их можно рассматривать как взаимно дополняющие друг друга [33, 36]. Результаты, полученные с помощью капиллярных и ротационных вискозиметров-реометров, легко поддаются сопоставлению [33, 36].

Каждый из этих приборов имеет как преимущества, так и недостатки. Вискозиметры с капиллярной трубкой, в которой скорость сдвига изменяется от нуля (на оси) до максимального значения у стенки капилляра, очевидно, предпочтительнее, если полученные данные собираются использовать в задачах расчета движения жидкостей по трубам и каналам. Ротационные вискозиметры-реометры, в которых исследуемый материал подвергается деформированию при известной и почти постоянной (однородной) скорости сдвига, имеют определенные преимущества при экспериментальном изучении реологических характеристик (кривых течения) сложных неньютоновских сред [33].

8.3.2.1 КАПИЛЛЯРНЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Капиллярные вискозиметры, применяемые при проведении научно-исследовательских работ, по конструкции сравнительно просты и легко могут быть изготовлены в лабораторных мастерских. Важным достоинством таких приборов является, прежде всего, простота вспомогательного оборудования для контроля и измерения разности давлений ΔP и скорости течения (расхода) жидкости в трубке с известным внутренним радиусом R и длиной l .

Капиллярные вискозиметры позволяют проводить измерения как при очень малых скоростях сдвига ($\dot{\gamma} = 10^{-3} \dots 10^{-1} \text{ c}^{-1}$), так и при весьма больших (вплоть до $\dot{\gamma} \approx 10^7 \text{ c}^{-1}$). Диапазон изменения скоростей сдвига у капиллярного вискозиметра шире, чем у ротационного. Даже под действием силы тяжести в капиллярном вискозиметре достигаются довольно высокие скорости сдвига. Обычно легко обеспечивается хорошая воспроизводимость результатов, полученных с помощью

капиллярных вискозиметров [33].

Основная трудность капиллярной вискозиметрии связана с необходимостью введения поправок в общий измеренный перепад давления ΔP . Требуется находить и вводить поправки:

- на гидростатический напор столба жидкости, находящейся над капилляром;
- на влияние кинетической энергии;
- на потери давления на входе в капилляр;
- на потери давления на выходе из капилляра,

а также некоторые другие поправки, рассмотренные в [33].

8.3.2.1.1 УСТРОЙСТВО КАПИЛЛЯРНОГО ВИСКОЗИМЕТРА ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

В институте тепло- и массообмена АН БССР (в настоящее время АНК ИТМО им. А.В. Лыкова НАН Беларуси) авторами [33] был разработан капиллярный вискозиметр (см. рис. 8.12), позволяющий измерять реологические характеристики жидкостей в широких пределах скоростей сдвига ($\dot{\gamma} = 10^2 \dots 10^6 \text{ с}^{-1}$). Прибор состоит из двух основных частей: пневмосистемы и цилиндра 2 с капилляром 1.

В пневмосистему входит баллон 9 со сжатым азотом. Из баллона 9 через вентиль 8 и редуктор давления 7, обеспечивающий изменение давления в пределах 0...100 атм, сжатый азот подается посредством вентиля 6 в цилиндр 2 с исследуемой жидкостью. Образцовый манометр 5 обеспечивает точные измерения давления над исследуемой жидкостью в цилиндре 2. В процессе работы использовался набор образцовых манометров с пределами измерения: 0...1,6; 0...4; 0...10; 0...16; 0...25; 0...40; 0...60; 0...100 кгс/см².

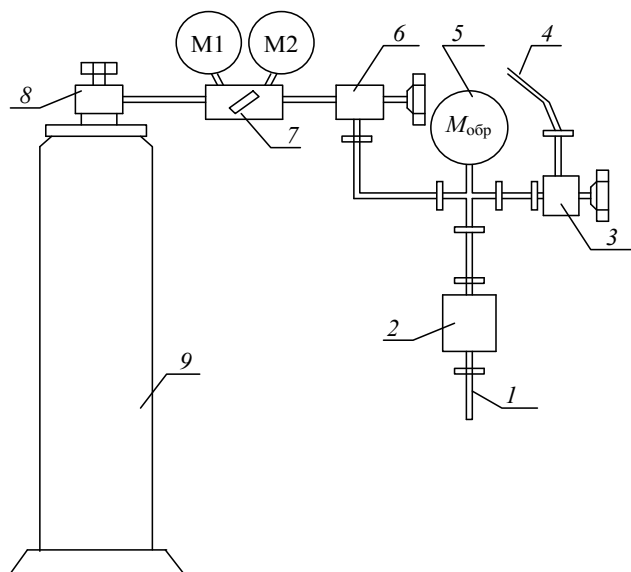


Рис. 8.12 Устройство капиллярного вискозиметра:

1 – капилляр; 2 – цилиндр с исследуемой жидкостью; 3 – вентиль сброса давления; 4 – шланг для связи с атмосферой или с вакуумной системой, используемой для заполнения цилиндра 2 исследуемой жидкостью; 5 – образцовый манометр; 6 – вентиль для подачи давления в цилиндр 2; 7 – редуктор давления; 8 – вентиль баллона; 9 – баллон со сжатым азотом

Внутренняя полость цилиндра 2 (при закрытом вентиле 6 и при открытом вентиле 3) может быть соединена с атмосферой, либо (посредством шланга 4) с вакуумной системой, обычно используемой (при подготовке вискозиметра к работе) для засасывания исследуемой жидкости в цилиндр 2.

При определении вязкости и/или реологических характеристик в области повышенных температур, цилиндр 2 и капилляр 1 помещают в специальный воздушный термостат (на рис. 8.12 не показан).

Вискозиметр был снабжен набором из семи капилляров с внутренними диаметрами d и длинами l :

$d_1 = 0,342$ мм,	$l_1 = 20,7$ мм,
$d_2 = 0,522$ мм,	$l_2 = 40,75$ мм,
$d_3 = 0,822$ мм,	$l_3 = 67,9$ мм,
$d_4 = 0,824$ мм,	$l_4 = 117,6$ мм,
$d_5 = 1,34$ мм,	$l_5 = 63,4$ мм,
$d_6 = 2,08$ мм,	$l_6 = 227$ мм,
$d_7 = 2,10$ мм,	$l_7 = 792$ мм.

Для измерения температуры исследуемой жидкости в основание цилиндра 2 (рядом с входом в капилляр 1) была зачеканена термопара.

Расход g жидкости через капилляр можно изменять как за счет варьирования давления на выходе из редуктора 7, так и путем смены капилляров.

Диаметр d каждого капилляра определяли по методу заполнения ртутью и последующего его взвешивания с погрешностью не более 0,1 мг. Вычитая из массы капилляра с ртутью массу пустого капилляра, находили массу ртути, потребовавшуюся для заполнения внутренней полости капилляра. Поделив массу ртути на ее плотность, находили объем внутренней полости капилляра

$$V = \frac{\pi d^2}{4} l,$$

после чего диаметр d капилляра вычисляли по формуле

$$d = \sqrt{\frac{4V}{\pi l}},$$

где l – длина капилляра.

8.3.2.1.2 ПОРЯДОК ПРОВЕДЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА С ПРИМЕНЕНИЕМ КАПИЛЛЯРНОГО ВИСКОЗИМЕТРА (рис. 8.12)

Проведение эксперимента предусматривает выполнение нескольких этапов работы:

- подготовку капиллярного вискозиметра к работе;
- проведение экспериментов при определенных значениях избыточного давления азота в цилиндре 2;
- промывка капилляра 1 и цилиндра 2 при переходе к экспериментам с новой жидкостью или после окончания экспериментов.

Рассмотрим каждый из этих этапов подробнее.

1 Подготовка капиллярного вискозиметра к проведению эксперимента:

1.1 Если капиллярный вискозиметр не использовался в течение длительного промежутка времени, рекомендуется промыть цилиндр 2 и капилляр 1 растворителем и высушить их;

1.2 Из числа имеющихся в комплекте семи капилляров следует выбрать (с учетом имеющихся сведений о реологических характеристиках исследуемой жидкости, например, по величине предполагаемой кажущейся вязкости) тот капилляр, который позволит

провести эксперимент при необходимой скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

1.3 Расчетным путем следует определить величину избыточного давления $P_{\text{изб}}$ сжатого азота в цилиндре 2, необходимую для получения требуемой скорости сдвига $\dot{\gamma}$ при пропускании исследуемой жидкости через капилляр 1.

Примечание. Если нет сведений о реологических характеристиках исследуемой жидкости, величину избыточного давления $P_{\text{изб}}$ можно определить опытным путем, постепенно увеличивая давление на выходе редуктора 7 и наблюдая за истечением жидкости из капилляра 1.

1.4 Исследуемую жидкость следует поместить в цилиндр 2.

Примечание. При заливке исследуемой жидкости в цилиндр приходится принимать специальные меры, чтобы избежать включений воздуха. Исследуемую жидкость лучше всего засасывать в цилиндр 2 с помощью вакуумного насоса. Для этого к цилиндру 2 со стороны капилляра присоединяют резиновый шланг с фильтром, а к верхнему отверстию цилиндра 2 подключают вакуумную систему. После этого конец резинового шланга с фильтром помещают в сосуд с исследуемой жидкостью и производят подсос.

1.5 Выбранный капилляр 1 подсоединяют к цилиндру 2, а сам цилиндр – к пневмосистеме (при закрытом вентиле 6 и открытом вентиле 3).

На этом подготовку капиллярного вискозиметра к проведению эксперимента можно считать законченной.

2 Проведение эксперимента с целью определения одной точки кривой течения исследуемой жидкости:

2.1 После подключения цилиндра 2 с капилляром 1 к пневмосистеме, на выходе редуктора 7 по показаниям манометра М2 устанавливают величину избыточного давления $P_{\text{изб}}$, ранее определенную в п. 1.3 либо расчетным, либо опытным путем.

2.2 Под капилляром 1 устанавливают мерный цилиндр, необходимый в дальнейшем для измерения объема $V_{\text{ж}}$ исследуемой жидкости, вытекшей из капилляра 1 в ходе эксперимента, а вентиль 3 – закрывают.

2.3 В момент начала эксперимента открывают вентиль 6, подавая избыточное давление $P_{\text{изб}}$ в верхнюю часть цилиндра 2.

2.4 В момент времени, когда на выходе из капилляра 1 появляется струя исследуемой жидкости, включают секундомер.

2.5 В процессе истечения исследуемой жидкости из капилляра 1

измеряют и регистрируют величину избыточного давления $P_{изб}$ по показаниям образцового манометра 5.

2.6 Секундомер выключают в момент времени, когда завершается истечение исследуемой жидкости из капилляра 1.

2.7 С помощью мерного цилиндра измеряют объем $V_{ж}$ исследуемой жидкости, прошедшей через капилляр в процессе эксперимента.

Примечание. Если известна плотность $\rho_{ж}$ исследуемой жидкости, то объем $V_{ж}$ более точно можно определить методом взвешивания. Для этого необходимо из массы мерного цилиндра с исследуемой жидкостью вычесть массу пустого мерного цилиндра, а получившуюся в результате вычисления массу $m_{ж}$ исследуемой жидкости следует поделить на плотность $\rho_{ж}$, т.е.

$$V_{ж} = \frac{m_{ж}}{\rho_{ж}} .$$

На этом проведение эксперимента с целью определения одной точки кривой течения следует считать законченной. Для получения других точек кривой течения, эксперимент следует повторить при других значениях избыточного давления $P_{изб}$, а при необходимости, и с использованием других капилляров, входящих в комплект вискозиметра.

Примерный порядок обработки экспериментальных данных, с целью получения координат точек кривой течения, рассмотрен ниже.

3 Завершение экспериментов или переход к экспериментальному исследованию новой жидкости:

3.1 В связи с высокой опасностью, что исследуемая неньютоновская жидкость (например, краска или раствор полимера) после высыхания может полностью забить проходное сечение капилляра или образовать трудноудаляемый слой на внутренней поверхности цилиндра, сразу после завершения экспериментов необходимо тщательно промыть капилляр 1 и цилиндр 2 подходящим растворителем, а затем высушить их в сушильном шкафу.

3.2 При переходе к экспериментам с новой исследуемой жидкостью, использовавшиеся капилляр 1 и цилиндр 2 должны быть не менее тщательно промыты и высушены во избежание смешивания старой и новой исследуемых жидкостей.

8.3.2.1.3 МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, ПОЛУЧЕННЫХ С ПОМОЩЬЮ КАПИЛЛЯРНОГО ВИСКОЗИМЕТРА

Для получения координат $(\dot{\gamma}_i, \tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, точек кривой течения

$$\tau = f(\dot{\gamma})$$

исследуемой жидкости, необходимо уметь вычислять значения $\dot{\gamma}$ и τ_i по экспериментально измеренным (с применением капиллярного вискозиметра) величинам перепада давления ΔP_i и расхода g_i .

Величина расхода g_i в каждом i -м эксперименте легко вычисляется по формуле

$$g_i = \frac{V_{ji}}{t_i}, \quad (8.37)$$

где V_{ji} – объем исследуемой жидкости, вытекшей из капилляра в i -м эксперименте; t_i – время истечения объема V_{ji} исследуемой жидкости в i -м эксперименте.

Величину перепада давления ΔP_i на капилляре в каждом i -м эксперименте вычисляют по значению избыточного давления $P_{избi}$, измеренному образцовым манометром 5. Однако при работе по схеме, представленной на рис. 8.12, образцовый манометр не расположен непосредственно на входе в капилляр 1. Поэтому между показаниями образцового манометра 5 и фактическим давлением на входе в капилляр 1 существует определенная разница ΔP_1 . Кроме того, для получения точного значения перепада давления ΔP_i на капилляре в каждом i -м эксперименте приходится вводить и другие поправки по формуле

$$\Delta P_i = P_{избi} - (\Delta P_{1i} + \Delta P_{2i} + \Delta P_{3i} + \Delta P_{4i} + \Delta P_{5i} + \Delta P_{6i} + \Delta P_{7i}), \quad (8.38)$$

где $P_{избi}$ – показание образцового манометра; ΔP_{1i} – поправка, учитывающая высоту установки образцового манометра 5 над входом в капилляр 1; ΔP_{2i} – поправка на потери давления в трубопроводах, подводящих азот к цилиндру 2; ΔP_{3i} – поправка, учитывающая трение исследуемой жидкости о стенки цилиндра 2; ΔP_{4i} – поправки на потери давления на входе в капилляр 1 (из-за перестройки профиля скорости течения исследуемой жидкости); ΔP_{5i} – поправка на потери напора с кинетической энергией выходящей из капилляра струи исследуемой жидкости; ΔP_{6i} – поправка на изменение гидростатического давления исследуемой жидкости, т.е. на переменность столба жидкости над входом в капилляр; ΔP_{7i} – поправка на эффективное скольжение исследуемой жидкости по стенке капилляра (из-за невыполнения гипотезы о прилипании исследуемой жидкости к внутренней

поверхности капилляра, проявляющегося при исследовании концентрированных дисперсных систем с высоким содержанием твердой фазы).

Обсуждение методик введения поправок по формуле (8.38) выходит за рамки данной монографии. При необходимости методы расчетного введения поправок в перепад давления ΔP_i на капилляре можно найти в специальной литературе [33, 36, 40].

**Вычисление консистентных переменных P и V
по экспериментальным данным,
полученным с применением капиллярного вискозиметра**

При вычислении скорости сдвига $\dot{\gamma}_i$ и напряжения сдвига τ_i по экспериментально измеренным g_i и ΔP_i возникают определенные сложности. Это обусловлено тем, что при течении даже ньютоновской исследуемой жидкости внутри капилляра действуют:

- касательные напряжения, распределенные по закону

$$|\tau(r)| = \frac{1}{2} \frac{\Delta P}{l} r = \frac{R}{2} \frac{\Delta P}{l} \left(\frac{r}{R} \right); \quad (8.39)$$

следует отметить, что закон (8.39) справедлив также для любой неньютоновской жидкости и даже для твердого тела, а не только для ньютоновской жидкости;

- скорости сдвига, распределенные в случае ньютоновских жидкостей по радиусу капилляра по закону

$$|\dot{\gamma}(r)| = -\frac{d\omega(r)}{dr} = -\frac{d}{dr} \left\{ \frac{2g}{\pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \right\} = \frac{4g}{\pi R^4} r = \frac{4g}{\pi R^3} \left(\frac{r}{R} \right); \quad (8.40)$$

к сожалению, закон (8.40) справедлив только для ньютоновских жидкостей; для неньютоновских жидкостей, подчиняющихся степенному закону Оствальда, скорость сдвига $\dot{\gamma}$ при течении внутри капилляра распределена по другому закону:

$$|\dot{\gamma}(r)| = -\frac{d\omega(r)}{dr} = -\frac{d}{dr} \left\{ \frac{3n+1}{n+1} \frac{g}{\pi R^2} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \right\} = \frac{3n+1}{n} \frac{g}{\pi R^3} \left(\frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{n}}. \quad (8.40a)$$

Видно, что при $n=1$ закон (8.40a) переходит в (8.40); для других неньютоновских жидкостей распределение скорости сдвига $\dot{\gamma}(r)$ по

радиусу капилляра описывается еще более сложными зависимостями.

С учетом изложенного выше можно использовать различные подходы к вычислению напряжения сдвига τ и скорости сдвига $\dot{\gamma}$ по экспериментальным данным, полученным с помощью капиллярного вискозиметра.

На первый взгляд кажется логичным использовать усредненное значение напряжения сдвига

$$\bar{\tau} = \frac{|\tau(0)| + |\tau(R)|}{2} = \frac{0 + \frac{R \Delta P}{2L}}{2} = \frac{R \Delta P}{4L}$$

и усредненные значения скорости сдвига

$$\bar{\dot{\gamma}} = \frac{|\dot{\gamma}(0)| + |\dot{\gamma}(R)|}{2} = \frac{0 + \frac{4g}{\pi R^3}}{2} = \frac{2g}{\pi R^3},$$

однако такой подход на практике не нашел применения.

Накопившийся к настоящему времени опыт реологических исследований свидетельствует о том, что на практике (при обработке экспериментальных данных, полученных с применением капиллярных вискозиметров) наиболее часто применяют абсолютные значения напряжения сдвига τ_w и скорости сдвига $\dot{\gamma}_w$, действующие на внутренней поверхности стенки капилляра (при течении в нем ньютоновской жидкости) и вычисляемые по формулам (8.39), (8.40) при $r = R$:

$$|\tau(R)| \equiv \tau_w = \frac{R \Delta P}{2l}; \quad (8.41)$$

$$|\dot{\gamma}(R)| \equiv \dot{\gamma}_w = \frac{4g}{\pi R^3}. \quad (8.42)$$

Величины τ_w и $\dot{\gamma}_w$ часто обозначают символами

$$P = \frac{R \Delta P}{2l}, \quad (8.41a)$$

$$V = \frac{4g}{\pi R^3} \quad (8.42a)$$

и называют консистентными переменными.

Обращаем ваше внимание, что консистентная переменная P

совпадает с напряжением сдвига τ_w на внутренней поверхности стенки капилляра при течении как ньютоновской, так и любой неньютоновской жидкости. Однако, вторая consistente переменная V совпадает с фактическим значением скорости сдвига $\dot{\gamma}_w$ на внутренней поверхности стенок капилляра только при течении ньютоновской жидкости. Для любой неньютоновской жидкости фактическое значение скорости сдвига $\dot{\gamma}_w$ у поверхности стенки капилляра будет отличаться от consistente переменной V , вычисленной по формуле (8.42a).

По экспериментальным данным, полученным с применением капиллярного вискозиметра, может быть построен график зависимости

$$P = P(V),$$

представленный на рис. 8.13, б.

Очевидно, что кривая течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, представленная на рис. 8.13, а и связывающая локальные напряжения сдвига τ с локальными скоростями сдвига $\dot{\gamma}$, не совпадает с «кривой течения» $P = P(V)$, представленной на рис. 8.13, б и определяющей зависимость консистентной переменной $P \equiv \tau_w$ (совпадающей с напряжением сдвига τ_w на стенке капилляра для любой неньютоновской жидкости) от консистентной переменной $V = \frac{4g}{\pi R^3}$ (не совпадающей со скоростью сдвига $\dot{\gamma}_w$ на стенке капилляра для всех неньютоновских жидкостей).

Отметим, что при исследовании ньютоновских жидкостей вторая консистентная переменная $V \equiv \dot{\gamma}_w$ тождественна скорости сдвига $\dot{\gamma}_w$ на внутренней поверхности стенки капилляра. Поэтому, при экспериментальном исследовании ньютоновских жидкостей «кривая течения» $P = P(V)$, выраженная в консистентных переменных P и V , совпадает с кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, выраженной в локальных напряжениях сдвига τ и в локальных скоростях сдвига $\dot{\gamma}$.

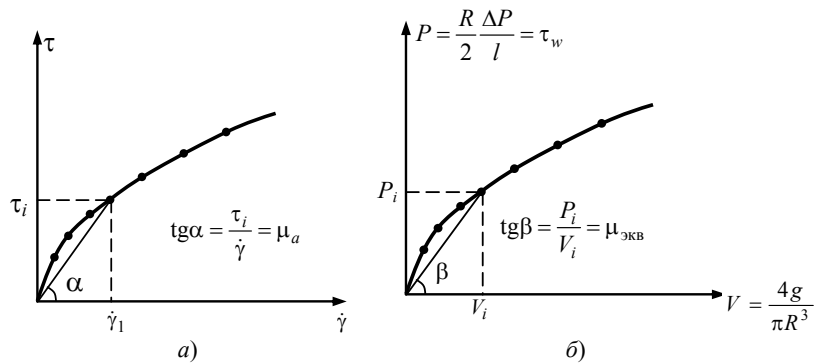


Рис. 8.13 Кривые течения неньютоновских жидкостей:

а – кривая течения, определяющая зависимость локального напряжения сдвига τ от локальной скорости сдвига $\dot{\gamma}$; б – «кривая течения»,

выраженная в consistentных переменных $P \equiv \frac{R \Delta P}{2 l} = \tau_w$ и $V = \frac{4g}{\pi R^3} \dot{\gamma}_w$

Следует помнить, что при исследовании ньютоновских жидкостей получающиеся кривые течения $P = P(V)$ и $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ имеют вид прямых линий (см. рис. 8.2, а), тангенс угла наклона которых равен коэффициенту динамической вязкости

$$\mu = \frac{d\tau(\dot{\gamma})}{d\dot{\gamma}} = \frac{\tau(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}} = \text{const},$$

$$\mu = \frac{dP(V)}{dV} = \frac{P(V)}{V} = \text{const}.$$

Таким образом, при исследовании ньютоновских жидкостей переход от «кривой течения» $P = P(V)$, выраженной в consistentных переменных $P \equiv \tau_w$ и $V \equiv \dot{\gamma}_w$, к кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, представляемой в локальных значениях τ и $\dot{\gamma}$, не представляет никаких сложностей.

Однако, для результатов исследования неньютоновских сред переход от $P = P(V)$ к $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ совсем не очевиден.

Вычисление кажущейся, эквивалентной и эффективной вязкостей по данным, полученным с применением капиллярного вискозиметра

При ламинарном сдвиговом течении (при фиксированных температуре и давлении) динамическая вязкость ньютоновской жидкости постоянна $\mu = \text{const}$ и является единственной характеристикой закона Ньютона, представленного в виде $\tau = \mu \dot{\gamma}$ или в виде $P = \mu V$.

Неньютоновские жидкости могут быть охарактеризованы некоторой вязкостью, зависящей от скорости сдвига. Поэтому для описания поведения неньютоновских жидкостей пользуются понятиями:

- кажущаяся вязкость;
- эквивалентная вязкость;
- эффективная вязкость.

Обсудим эти понятия подробнее.

Понятие *кажущейся вязкости* неньютоновской жидкости было введено в п. 8.2.1.1.3. Напомним, что кажущуюся вязкость μ_a можно вычислить, если известна кривая течения

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}).$$

Тогда кажущуюся вязкость μ_a можно определить (см. рис. 8.7, а и рис. 8.13, а) как отношение

$$\mu_a(\dot{\gamma}) = \frac{\tau(\dot{\gamma})}{\dot{\gamma}}. \quad (8.43)$$

Эквивалентная вязкость $\mu_{\text{экр}}$ неньютоновской жидкости может быть определена по данным, полученным с применением капиллярного вискозиметра, даже в том случае, когда точная кривая течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ не известна. Эквивалентной вязкостью $\mu_{\text{экр}}$ называют динамическую вязкость некоторой ньютоновской жидкости, которая под действием того же перепада давления ΔP в капилляре (или в реальной трубе) с теми же размерами, имеет тот же расход g , что и исследуемая (имеющаяся) неньютоновская жидкость. Иначе говоря, если неньютоновская жидкость течет с расходом g через капилляр или трубу (с радиусом R и длиной l) под действием перепада давления ΔP , то эквивалентной вязкостью $\mu_{\text{экр}}$ этой неньютоновской жидкости считается динамическая вязкость μ такой ньютоновской жидкости, которая через тот же капилляр (трубу) с радиусом R и длиной l под действием того же перепада давления ΔP будет течь с тем же расходом g , вычисляемым по формуле Пуазейля

$$g = \frac{\pi R^4}{8\mu} \frac{\Delta P}{l}.$$

Последнюю формулу можно легко преобразовать к виду

$$\mu = \frac{\frac{R}{2} \frac{\Delta P}{l}}{\frac{4g}{\pi R^3}}.$$

Если с применением капиллярного вискозиметра при течении неньютоновской жидкости измерены перепад давления ΔP и расход g , а затем вычислены консистентные переменные

$$P = \frac{R}{2} \frac{\Delta P}{l} \quad \text{и} \quad V = \frac{4g}{\pi R^3},$$

то эквивалентная вязкость $\mu_{\text{экр}}$ этой неньютоновской жидкости вычисляется по формуле

$$\mu_{\text{экв}} = \frac{P}{V} = \frac{\frac{R \Delta P}{2 l}}{\frac{4g}{\pi R^3}}. \quad (8.44)$$

Эффективная вязкость $\mu_{\text{эфф}}$ неньютоновской жидкости определяется как отношение

$$\mu_{\text{эфф}} = \frac{\tau_w}{\gamma_{\text{ср}}} = \frac{P}{\frac{V}{4}} = \frac{\frac{R \Delta P}{2 l}}{\frac{g}{\pi R^3}} = \frac{4P}{V}, \quad (8.45)$$

где $\tau_w \equiv P$ – напряжение сдвига на внутренней поверхности стенки капилляра, для любых неньютоновских и ньютоновских жидкостей совпадающее с консистентной переменной P ; $\gamma_{\text{ср}} = \frac{\bar{\omega}}{R} = \frac{g}{\pi R^2 R} = \frac{g}{\pi R^3} = \frac{V}{4}$ – «средняя скорость сдвига», определяемая как отношение средней скорости течения $\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2}$ к радиусу R капилляра (трубы); видно, что «средняя скорость сдвига $\gamma_{\text{ср}}$ » в четыре раза меньше второй консистентной переменной V .

Иногда молодые специалисты, начинающие проводить реологические исследования, эквивалентную вязкость $\mu_{\text{экв}}$ неправильно называют «эффективной» вязкостью. При сравнении формул (8.44) и (8.45) видно, что

$$\mu_{\text{эфф}} = 4\mu_{\text{экв}},$$

т.е. эффективная вязкость $\mu_{\text{эфф}}$ в четыре раза больше эквивалентной вязкости $\mu_{\text{экв}}$.

**Методика построения кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$
для неньютоновских жидкостей
по экспериментально определенной зависимости $V = V(P)$**

Для обоснования перехода от «кривой течения» $V = V(P)$, выраженной в консистентных переменных V и P , к кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, представленной в локальных значениях τ и $\dot{\gamma}$, воспользуемся широко известной в реологии формулой Муни [33]:

$$\frac{1}{\mu_{aw}} = \frac{3}{\tau_w} \frac{g}{\pi R^3} + \frac{d\left[\frac{g}{\pi R^3}\right]}{d\tau_w}, \quad (8.46)$$

где μ_{aw} – кажущаяся вязкость неньютоновской жидкости при $r = R$, т.е. на внутренней поверхности стенки капилляра (трубы); $\tau_w \equiv P = \frac{R \Delta P}{2 l}$ – напряжение сдвига на внутренней поверхности стенки капилляра (трубы), совпадающее с консистентной переменной P ; $\frac{g}{\pi R^3} = \frac{V}{4}$ – вспомогательная величина, представляющая собой четверть консистентной переменной V и совпадающая со «средней скоростью сдвига», используемой при вычислении введенной выше эффективной вязкости $\mu_{эфф}$.

С учетом введенных соотношений формулу Муни можно переписать в виде

$$\frac{1}{\mu_{aw}} = \frac{3}{4} \frac{V}{P} + \frac{1}{4} \frac{dV(P)}{dP}. \quad (8.47)$$

Воспользуемся зависимостью (8.43), использованной выше при определении понятия кажущейся вязкости μ_a . Подставив в формулу (8.43) напряжение сдвига $\tau_w \equiv P = \frac{R \Delta P}{2 l}$ и скорость сдвига $\dot{\gamma}_w$ на внутренней поверхности стенок капилляра при $r = R$, получим

$$\mu_{aw} = \frac{\tau_w}{\dot{\gamma}_w}$$

или

$$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{d\omega}{dr} \right)_{r=R} = \frac{\tau_w}{\mu_{aw}} = \frac{P}{\mu_{aw}}.$$

С учетом последнего соотношения из формулы (8.47) следует

$$\dot{\gamma}_w = \left(\frac{d\omega(r)}{dr} \right)_{r=R} = \frac{P}{\mu_{aw}} = \frac{3}{4} V + \frac{1}{4} P \frac{dV(P)}{dP}$$

или

$$\dot{\gamma}_w = \frac{3}{4} V + \frac{1}{4} \tau_w \frac{dV}{d\tau_w}, \quad (8.48)$$

где принято во внимание, что для любой неньютоновской жидкости

$$\tau_w \equiv P.$$

Формула (8.48), являющаяся следствием формулы Муни (8.46), позволяет по экспериментально определенной «кривой течения» $V = V(P)$, выраженной в консистентных переменных, рассчитать зависимость $\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_w(\tau_w)$, совпадающую с кривой течения $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(\tau)$ в локальных значениях скоростей сдвига $\dot{\gamma}$ и напряжений сдвига τ .

Переход от «кривой течения» $V = V(P)$ к зависимости $P = P(V)$ не вызывает затруднений. Аналогично, если известна зависимость $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(\tau)$, то переход к кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ также не представляет никаких сложностей.

Формула Муни (8.46) была получена в реологии без каких-либо ограничений на вид кривой течения неньютоновской жидкости. Требуется только, чтобы эта неньютоновская жидкость была реостабильной (ее реологические характеристики не должны зависеть от предыстории и продолжительности сдвигового течения, т.е. от времени). Поэтому, соотношение (8.48) позволяет находить реологические характеристики неньютоновских жидкостей, для которых отсутствуют какие-либо предварительные сведения о характере их кривой течения.

Если по результатам экспериментов, выполненных с помощью капиллярного вискозиметра, получена «кривая течения» $V = V(P)$ в виде таблицы, аналитической зависимости или в виде графика, то, путем численного или графического дифференцирования этой зависимости $V = V(P)$, с использованием соотношения (8.48) может быть определена кривая течения $\dot{\gamma}_w = \dot{\gamma}_w(\tau_w)$.

Кривая течения может быть представлена как в виде $\dot{\gamma} = \dot{\gamma}(\tau)$, так и в виде зависимости $\tau = \tau(\dot{\gamma})$.

Определение параметров k и n степенного закона Оствальда по данным вискозиметрических измерений

Специалисты-реологи довольно широко используют степенной закон Оствальда $\tau = k(\dot{\gamma})^n$ для аналитического описания экспериментальных данных, полученных в результате вискозиметрических исследований.

Для определения параметров k и n степенного закона Оствальда рекомендуется следующий примерный порядок обработки результатов вискозиметрических измерений.

- 1 От экспериментально измеренных пар значений (P_i, V_i)

следует перейти к парам значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$.

2 Полученные пары значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ следует представить в виде точек на плоскости с координатами $\ln \tau$ и $\ln \dot{\gamma}$. Обычно данные вискозиметрических исследований, нанесенные на плоскость с координатными осями $\ln \tau$ и $\ln \dot{\gamma}$, располагаются на этом графике (см. рис. 8.14) вблизи прямой линии в широком диапазоне, соответствующем двум-трем десятичным порядкам изменения скорости сдвига $\dot{\gamma}$.

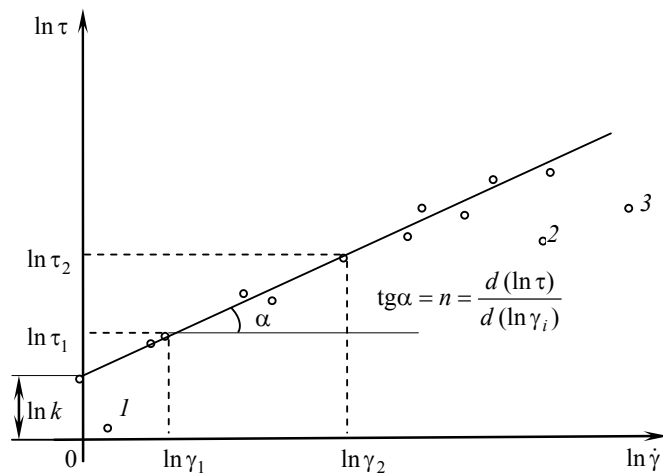


Рис. 8.14 К определению параметров k и n степенного закона Оствальда

3 С применением численных методов, например, с помощью метода наименьших квадратов, по имеющимся парам значений $(\ln \tau_i, \ln \dot{\gamma}_i)$ следует найти аналитическое выражение

$$\ln \tau = \ln k + n \ln \dot{\gamma}, \quad (8.49)$$

аппроксимирующее имеющийся на рис. 8.14 прямолинейный участок.

Примечание. Если имеются отдельные точки (обозначенные позициями 1 , 2 и 3 на рис. 8.14), являющиеся грубыми ошибками (промахами) и явно выпадающими из общего ряда измерений, то их следует исключить и не использовать при аппроксимации экспериментальных данных зависимостью (8.49).

4 Искомый показатель консистенции k находят по формуле

$$k = e^{\ln k},$$

где $\ln k$ – отрезок, отсекаемый продолжением прямой линии на оси $\ln \tau$ при $\ln \dot{\gamma} = 0$, а искомый индекс течения n представляет собой тангенс угла наклона полученной прямой линии к оси $\ln \dot{\gamma}$ и вычисляется по формуле

$$n = \frac{d(\ln \tau)}{d(\ln \dot{\gamma})} \approx \frac{\ln \tau_2 - \ln \tau_1}{\ln \dot{\gamma}_2 - \ln \dot{\gamma}_1}.$$

Если есть предположение, что кривая течения исследуемой неньютоновской жидкости подчиняется какому-либо другому закону, то методику обработки результатов вискозиметрических измерений следует соответствующим образом модифицировать.

Например, если есть основания предполагать, что исследуемая неньютоновская жидкость является средой Шведова-Бингама с кривой течения

$$\tau = \tau_0 + \mu_p \dot{\gamma},$$

то пары значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$, вычисленные по парам consistentных переменных (P_i, V_i) , следует представить в виде точек на плоскости с координатными осями τ и $\dot{\gamma}$, приведенной выше на рис. 8.7, а. В этом случае экспериментальные данные также должны ложиться на прямую линию, отсекающую отрезок τ_0 на оси τ при $\dot{\gamma} = 0$, а величина пластической вязкости μ_p находится как тангенс угла наклона получившегося прямолинейного участка к оси $\dot{\gamma}$

$$\mu_p = \frac{d(\tau - \tau_0)}{d\dot{\gamma}} \approx \frac{\tau_2 - \tau_1}{\dot{\gamma}_2 - \dot{\gamma}_1}.$$

8.3.2.2 РОТАЦИОННЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ ДЛЯ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Ротационные вискозиметры-реометры, применяемые при проведении реологических научных исследований, имеют значительно более сложную конструкцию по сравнению с рассмотренными в п. 8.3.2.1 капиллярными вискозиметрами. Поэтому при выполнении реологических исследований применяют ротационные вискозиметры, выпускаемые специализированными фирмами не только в России, но и в ряде зарубежных стран. Схемы устройства ротационных

вискозиметров приведены на рис. 8.10.

Несмотря на то, что ротационные вискозиметры позволяют проводить исследования реологических характеристик неньютоновских жидкостей в менее широком диапазоне скоростей сдвига (по сравнению с капиллярными вискозиметрами), они обладают рядом весьма существенных достоинств.

1 Первое достоинство заключается в том, что в зазоре между подвижным и неподвижным цилиндрами (см. рис. 8.10, д и рис. 8.5) напряжения сдвига τ и скорости сдвига $\dot{\gamma}$ изменяются в значительно более узких пределах, чем в капиллярных вискозиметрах.

Примечание. Напомним, что согласно (8.39) и (8.40) напряжение сдвига $\tau(r)$ и скорость сдвига $\dot{\gamma}(r)$ при течении ньютоновской жидкости в капилляре изменяются в очень широких пределах:

$$0 < \tau(r) < \tau_w = \frac{R\Delta P}{2l};$$

$$0 < \dot{\gamma}(r) < \dot{\gamma}_w = \frac{4g}{\pi R^3}.$$

Более того, при использовании ротационного вискозиметра с чувствительным преобразователем типа диск-конус, напряжение сдвига τ и скорость сдвига $\dot{\gamma}$ остаются постоянными $\tau = \text{const}$, $\dot{\gamma} = \text{const}$ во всех точках объема исследуемой жидкости, находящегося в зазоре между диском и конусом.

Благодаря этому первому и основному достоинству ротационных вискозиметров, полученные с их помощью экспериментальные данные можно интерпретировать как результаты непосредственного измерения локальных значений напряжений сдвига τ и скоростей сдвига $\dot{\gamma}$. Иначе говоря, результаты исследования реологических характеристик неньютоновских жидкостей, полученные с применением ротационных вискозиметров, позволяют сразу же получить (с достаточной точностью) кривую течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$, выраженную через локальные значения напряжений сдвига τ и скоростей сдвига $\dot{\gamma}$.

При этом, как правило, не требуется предварительное построение «кривой течения» $P = P(V)$, представленной через консистентные переменные P и V , причем, после этого, нет необходимости пересчитывать консистентные переменные (P_i, V_i) в соответствующие пары значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ с использованием зависимости (8.48), полученной на основе формулы Муни (8.46).

2 Второе достоинство ротационных вискозиметров состоит в том, что они позволяют проводить исследования реологических характеристик неньютоновских жидкостей, имеющих в небольших количествах. Для заполнения ротационных вискозиметров с преобразователем типа цилиндр-цилиндр, как правило, требуется 10...50 мл исследуемой жидкости, а для исследования с помощью лучших ротационных вискозиметров с преобразователем типа диск-конус иногда достаточно иметь пробу исследуемой жидкости с объемом порядка 0,1 мл.

3 Третье достоинство, характерное, в первую очередь, для ротационных вискозиметров с преобразователем типа диск-конус, состоит в том, что они позволяют (наряду с напряжением сдвига $\tau \equiv \tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r}$) измерять и регистрировать также и нормальные напряжения τ_{zz} , возникающие под действием касательных напряжений сдвига $\tau_{r\varphi}$ в процессе течения вязкоупругих неньютоновских сред в зазоре между конусом и диском.

Примечания. Предметом данной главы является изучение методов исследования реологических характеристик реостабильных неньютоновских жидкостей. Исследование закономерностей течений вязкоупругих неньютоновских сред, существенно зависящих от времени, выходит за рамки данной монографии. Рекомендуем, если это необходимо, обратиться к специальной литературе, посвященной проблемам течения вязкоупругих жидкостей. Первоначальную информацию о закономерностях течения вязкоупругих сред можно получить в монографиях [36, 40, 42, 43].

8.3.2.2.1 РОТАЦИОННЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ С ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ТИПА ЦИЛИНДР-ЦИЛИНДР

Конструкции ротационных вискозиметров с чувствительным преобразователем в виде пары соосных цилиндров

Конструкция и принцип действия таких ротационных вискозиметров проиллюстрированы на рис. 8.10, д. Исследуемый материал 9 помещают в зазор между двумя длинными (вертикально расположенными) соосными цилиндрами 7 и 8. Один из этих цилиндров (ротор) приводится во вращение с определенной угловой скоростью Ω , в то время как второй цилиндр (статор) остается неподвижным и воспринимает вращающий момент, передаваемый на него исследуемой жидкостью. Варьируя угловую скорость вращения Ω подвижного цилиндра, можно изменять величину скорости сдвига $\dot{\gamma}$ в слое исследуемой жидкости 9. Изменение вращающего момента на статоре (неподвижном цилиндре) в зависимости от числа оборотов

ротора (подвижного цилиндра) можно интерпретировать [33] как связь между напряжением сдвига τ и скоростью сдвига $\dot{\gamma}$.

Возможен вариант осуществления измерений на основе двух соосных цилиндров, когда вращается внутренний цилиндр 8, а наружный цилиндр 7 неподвижен. Однако, чаще всего используют ротационные вискозиметры (см. рис. 8.10, *б*), у которых вращается наружный цилиндр 7, а вращающий момент, передаваемый исследуемой жидкостью 9, воспринимается неподвижным внутренним цилиндром 8. В этом случае, показанном на рис. 8.10, *б*, обеспечиваются наилучшие условия для сохранения ламинарного режима сдвигового течения исследуемой жидкости 9 в зазоре между вращающимся цилиндром 7 и неподвижным цилиндром 8.

Примечание. Отметим, что при вращающемся внутреннем цилиндре 8 и неподвижном наружном цилиндре 7, сдвиговое течение исследуемой жидкости 9 (в зазоре между цилиндрами 7 и 8) является значительно менее устойчивым, т.е. возможен переход ламинарного режима течения в турбулентный режим при значительно меньших значениях числа Рейнольдса (по сравнению со случаем, когда вращается наружный цилиндр, а внутренний цилиндр неподвижен).

Данному типу ротационных приборов свойственны концевые эффекты вблизи обоих торцов внутреннего цилиндра 8. В правильно сконструированном ротационном вискозиметре влияние данного эффекта можно существенно уменьшить, но полностью устранить его нельзя. Тем не менее этот эффект можно исключить из результатов путем проведения двух опытов при одинаковых скоростях вращения, но при двух различных уровнях h исследуемой жидкости (см. рис. 8.10, *б*) в кольцевом зазоре [33].

Еще одним недостатком ротационных вискозиметров с преобразователем в виде двух соосных цилиндров является необходимость введения существенной по величине температурной поправки для компенсации тепловыделений, обусловленных диссипацией механической энергии из-за внутреннего вязкого трения при сдвиговом течении исследуемой жидкости в зазоре между цилиндрами [33]. Для уменьшения величины такой поправки, хотя бы один неподвижный цилиндр следует термостатировать за счет пропускания теплоносителя с постоянной температурой через встроенную водяную рубашку. При тонком кольцевом зазоре $\delta = R_n - R_v$, выделяющееся при больших скоростях сдвига тепло хорошо передается теплоносителю в водяную рубашку через металлическую стенку неподвижного цилиндра.

**Порядок проведения экспериментов с применением
ротационных вискозиметров с преобразователем типа цилиндр-цилиндр**

Экспериментальное определение пар значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, при построении кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ неньютоновских жидкостей с применением ротационного вискозиметра предусматривает выполнение нескольких этапов работы:

- подготовка ротационного вискозиметра к работе;
- проведение экспериментов при определенных значениях угловой скорости Ω_i , $i = 1, 2, \dots, n$, вращения подвижного цилиндра;
- промывка ротационного вискозиметра после завершения экспериментального исследования или при переходе к экспериментам с новой исследуемой жидкостью.

Рассмотрим каждый из этих этапов подробнее.

1 Подготовка ротационного вискозиметра к работе:

1.1 Если ротационный вискозиметр не использовался в течение длительного промежутка времени, рекомендуется промыть внутренний и наружный цилиндры подходящим растворителем и полностью высушить.

1.2 Расчетным путем следует определить величины угловых скоростей Ω_i , $i = 1, 2, \dots, n$, которые позволят получить значения скоростей сдвига $\dot{\gamma}_i$, $i = 1, 2, \dots, n$, необходимые для получения пар значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, по которым будет строиться искомая кривая течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ исследуемой жидкости.

При этом можно пользоваться зависимостью, определяющей распределение скорости сдвига $\dot{\gamma}(r)$ по радиусу r в зазоре между цилиндрами вискозиметра (см. рис. 8.10, д), имеющей вид [39]:

$$\dot{\gamma}(r) = \frac{2\Omega R_H^2 R_B^2}{(R_H^2 - R_B^2)r^2}, \quad (8.50)$$

где Ω – угловая частота вращения подвижного наружного цилиндра 7 с внутренним радиусом R_H ; R_B – внешний радиус внутреннего цилиндра 8 ; r – радиальная координата, отсчитываемая от осевой линии коаксиальных цилиндров 7 и 8 .

Использованные в формуле (8.50) обозначения совпадают с

обозначениями на рис. 8.10, д.

Принимая во внимание, что напряжение сдвига τ_w (в случае использования ротационных вискозиметров) обычно измеряют на поверхности неподвижного внутреннего цилиндра 8 при $r = R_B$, скорость сдвига $\dot{\gamma}_w$ следует вычислять по формуле (8.50) также на стенке внутреннего цилиндра при $r = R_B$, т.е.

$$\dot{\gamma}_w = \frac{2\Omega R_H^2 R_B^2}{(R_H^2 - R_B^2) R_B^2} = \frac{2\Omega R_H^2}{(R_H^2 - R_B^2)},$$

откуда получаем, что

$$\Omega_i = \frac{(R_H^2 - R_B^2)}{2R_H^2} \dot{\gamma}_{wi}, \quad i = 1, 2, \dots, n. \quad (8.50a)$$

1.3 Исследуемую жидкость следует поместить в зазор между внутренним 8 и наружным 7 цилиндрами.

Примечание. При размещении исследуемой жидкости в зазоре между цилиндрами следует принять специальные меры, чтобы избежать включений воздуха. Необходимый объем исследуемой жидкости следует поместить в наружный цилиндр 7, а затем внутренний цилиндр 8 следует медленно погрузить в исследуемую жидкость так, чтобы исключить возможность появления включений воздуха в объеме жидкости, находящейся в кольцевом зазоре между цилиндрами.

1.4 Внешний цилиндр 7 следует подсоединить к электроприводу, обеспечивающему его вращение с заданными угловыми скоростями Ω_i , а внутренний цилиндр 8 должен быть подсоединен к устройству для измерения вращающих моментов M_i .

На этом подготовку ротационного вискозиметра к эксперименту можно считать завершенной.

2 Проведение эксперимента с целью определения координат $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ точек кривой течения исследуемой жидкости:

2.1 Включают электропривод и, по показаниям тахометра, устанавливают необходимую величину угловой скорости Ω_i вращения внешнего цилиндра.

2.2 После достижения установившегося режима работы (о чем судят по постоянству показаний как тахометра, так и устройства для измерения вращающего момента M) измеряют и регистрируют

величины Ω_i и M_i .

2.3 Повторяют операции, рассмотренные в пп. 2.1 и 2.2, при всех рассчитанных в п. 1.2 по формуле (8.50a) угловых скоростях вращений Ω_i .

На этом проведение эксперимента с целью определения точек $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ кривой течения исследуемой жидкости можно считать законченной.

3 Завершение экспериментов или переход к исследованию новой неньютоновской жидкости:

3.1 В связи с высокой опасностью, что исследуемая неньютоновская жидкость (например, раствор полимера или краска) после высыхания может образовать трудноудаляемые слои на внешней поверхности наружного цилиндра 8 и на внутренней поверхности наружного цилиндра 7, сразу после завершения эксперимента ротационный вискозиметр следует разобрать и тщательно промыть поверхности как наружного 7, так и внутреннего 8 цилиндров подходящим растворителем, а затем высушить.

3.2 При переходе к экспериментам с новой исследуемой жидкостью, поверхности наружного 7 и внутреннего 8 цилиндров должны быть не менее тщательно промыты и высушены во избежание смешивания старой и новой исследуемых жидкостей.

Методика обработки экспериментальных данных, полученных с помощью ротационного вискозиметра с преобразователем типа цилиндр-цилиндр

Для получения координат $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ искомой кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ исследуемой неньютоновской жидкости, необходимо осуществить вычисление значений τ_i и $\dot{\gamma}_i$ по экспериментально измеренным величинам Ω_i и M_i , $i = 1, 2, \dots, n$.

Скорости сдвига обычно вычисляют для поверхности $r = R_b$ внутреннего неподвижного цилиндра по формуле, полученной выше

$$\dot{\gamma}_{wi} = \frac{2R_n^2}{(R_n^2 - R_b^2)} \Omega_i. \quad (8.50b)$$

С учетом того, что напряжение сдвига распределено по радиусу r (при сдвиговом течении исследуемой жидкости в зазоре между цилиндрами 7 и 8) по закону [39]

$$\tau(r) = \frac{M}{2\pi hr^2}, \quad (8.51)$$

напряжение сдвига τ_w на стенке внутреннего неподвижного цилиндра при $r = R_b$ можно рассчитать по формуле

$$\tau_{wi} = \frac{1}{2\pi h R_b^2} M_i. \quad (8.51a)$$

В формулах (8.50b), (8.51a) и на рис. 8.10, δ использованы обозначения: R_n – внутренний радиус наружного цилиндра 7; R_b – внешний радиус внутреннего цилиндра 8; h – глубина погружения внутреннего цилиндра 8 в исследуемую жидкость (обычно глубина погружения h совпадает с высотой H внутреннего цилиндра 8); M_i – вращающий момент, действующий на неподвижный внутренний цилиндр 8 при вращении наружного цилиндра 7 с угловой скоростью Ω_i .

По полученным парам значений $(\tau_{wi}, \dot{\gamma}_{wi})$, представляющим собой координаты точек на плоскости с осями τ и $\dot{\gamma}$, легко построить график кривой течения

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}),$$

а при необходимости определить аналитическую запись этой кривой течения, например, в виде степенного закона Оствальда

$$\tau = k(\dot{\gamma})^n.$$

Порядок определения параметров k и n степенного закона Оствальда был рассмотрен в п. 8.3.2.1.3.

Если есть предположение, что кривая течения исследуемой жидкости подчиняется какому-либо другому закону, следует использовать подходящую для каждого случая методику обработки результатов вискозиметрических исследований.

8.3.2.2.2 РОТАЦИОННЫЕ ВИСКОЗИМЕТРЫ С ЧУВСТВИТЕЛЬНЫМ ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЕМ ТИПА ДИСК-КОНУС

Конструкция ротационных вискозиметров с преобразователем типа диск-конус. Примерный порядок проведения эксперимента

Конструкция и принцип действия таких ротационных вискозиметров проиллюстрирована на рис. 8.10, *ж*.

Ротационные вискозиметры с чувствительным преобразователем типа диск-конус применяют для исследования высоковязких неньютоновских сред, например, каучуков, битумов, расплавов полимеров и других материалов. Исследуемое вещество *13* помещают (см. рис. 8.10, *ж*) между неподвижным конусом *12* и вращающимся диском *11*. Изменяя угловую скорость Ω вращения диска *11*, можно в широких пределах варьировать скорость сдвига $\dot{\gamma}$ в слое исследуемой жидкости. Изменение вращающего момента M , воспринимаемого неподвижным конусом (статором), в зависимости от угловой скорости Ω вращения диска (ротора) с высокой степенью точности можно интерпретировать как связь между напряжением сдвига τ и скоростью сдвига $\dot{\gamma}$.

Возможен вариант осуществления измерений, когда вращается конус *12*, а диск *11* – неподвижен.

Порядок проведения экспериментов с применением ротационных вискозиметров с чувствительным преобразователем типа диск-конус в целом практически совпадает с рассмотренным в п. 8.3.2.2.1. При этом должны быть выполнены следующие три этапа работ.

1 Подготовка вискозиметра к работе (поверхности диска и конуса должны быть промыты растворителем и высушены; следует определить значения угловых скоростей Ω_i вращения диска, необходимые для получения заданных величин скоростей сдвига $\dot{\gamma}$, исследуемый материал должен быть размещен в зазоре между диском *11* и конусом *12* таким образом, чтобы избежать включений воздуха в этом материале и т.п.)

2 Проведение эксперимента с целью определения координат $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ точек кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ исследуемой жидкости (достижение установившегося режима работы вискозиметра при каждой угловой скорости Ω_i вращения диска; измерение и регистрация величин угловой скорости Ω_i и вращающего момента M_i , по которым в дальнейшем рассчитываются значения $\dot{\gamma}_i$ и τ_i и строится искомая кривая течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ исследуемого материала.

3 Промывка и высушивание поверхностей диска *11* и конуса *12* после завершения эксперимента и/или при переходе к экспериментальному исследованию нового материала.

После завершения экспериментов следует осуществить обработку полученных данных.

Методика обработки экспериментальных данных,

**полученных с применением ротационного вискозиметра
с чувствительным преобразователем типа диск-конус**

Рассмотрим вывод соотношений для вычисления скорости сдвига $\dot{\gamma}$ и вращающего момента M в объеме исследуемой жидкости, помещенной (см. рис. 8.10, ж) в зазор между вращающимся диском 11 и неподвижным конусом 12 .

Любая точка верхней поверхности диска 11 , расположенная на расстоянии r от оси z вращения, движется с угловой скоростью Ω , рад/с, что соответствует линейной скорости при $z = 0$

$$\omega(0) = \Omega r,$$

имеющей размерность м/с. При этом точки нижней поверхности неподвижного конуса 12 , находящиеся на расстоянии

$$z = \alpha r \quad (8.52)$$

от верхней поверхности диска 11 , имеют скорость $\omega(z) = 0$. В формуле (8.52) символом $\alpha = \operatorname{tg} \beta$ обозначен (см. рис. 8.10, ж) тангенс угла β , образованного пересечением поверхностей конуса 12 и диска 11 с вертикальной плоскостью, проходящей через ось z .

С учетом изложенного выше можно найти значение скорости сдвига в объеме исследуемой жидкости

$$\dot{\gamma} = \left| \frac{d\omega(z)}{dz} \right| \approx \frac{\omega(0) - \omega(z)}{z} = \frac{\Omega r}{\alpha r} = \frac{\Omega}{\alpha}. \quad (8.53)$$

Из (8.53) следует, что скорость сдвига $\dot{\gamma}$ не зависит ни от радиальной r , ни от вертикальной z координат, т.е. является одной и той же постоянной величиной во всех точках объема исследуемого материала.

Для реостабильных неньютоновских жидкостей, из их кривой течения

$$\tau = \tau(\dot{\gamma})$$

следует следующее. Если скоро скорость сдвига в каждом эксперименте постоянна $\dot{\gamma} = \operatorname{const}$ и одна и та же во всех точках объема исследуемой жидкости (в зазоре между неподвижным конусом 12 и вращающимся диском 11), то и напряжения сдвига

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}) = \operatorname{const}$$

должны быть также постоянными и одними и теми же во всех точках объема исследуемой жидкости. Связь величины этого напряжения сдвига τ на верхней поверхности ($z = 0$) диска 11 с моментом M ,

действующим на этот диск, найдем следующим образом.

Напряжение сдвига $\tau = \text{const}$, при действии на элементарную площадку $2\pi r dr$ верхней поверхности диска *11*, создает силу

$$dF = \tau 2\pi r dr,$$

которой соответствует элементарный момент

$$dm = [\tau 2\pi r dr] r = \tau 2\pi r^2 dr.$$

Интегрируя последнее выражение (в пределах от 0 до R_k) получаем величину суммарного момента M , действующего на участок $0 \leq r < R_k$ диска *11*

$$M = \int_0^{R_k} \tau 2\pi r^2 dr = 2\pi\tau \int_0^{R_k} r^2 dr = \frac{2\pi}{3} \tau R_k^3, \quad (8.54)$$

где R_k – радиус основания конуса *12* (см. рис. 8.10, *ж*).

Если пренебречь трением конуса *12* и диска *11* при $r = 0$ и краевым эффектом, действующим на периферии диска *11* и конуса *12* (при $r = R_k$), то суммарный момент, воспринимаемый неподвижным конусом *12*, будет также определяться формулой (8.54). Тогда напряжение сдвига τ в каждой точке объема исследуемой жидкости (в зазоре между диском *11* и конусом *12*) легко рассчитывается по формуле

$$\tau = \frac{3M}{2\pi R_k^3}. \quad (8.54a)$$

Исходя из изложенного выше, следует рекомендовать следующий порядок вычисления координат $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$ кривой течения $\tau = \tau(\dot{\gamma})$ по экспериментально измеренным величинам (M_i, Ω_i) , $i = 1, 2, \dots, n$.

Для каждого i -го эксперимента по непосредственно измеренным угловой скорости Ω_i и вращающему моменту M_i вычисляем по формулам (8.53) и (8.54a) величины

$$\dot{\gamma}_i = \frac{\Omega_i}{\alpha};$$

$$\tau_i = \frac{3M_i}{2\pi R_k^2}.$$

Затем по полученным парам значений $(\tau_i, \dot{\gamma}_i)$, представляющим

с собой координаты точек на плоскости с осями τ и $\dot{\gamma}$, можно построить график кривой течения

$$\tau = \tau(\dot{\gamma}),$$

а при необходимости – определить аналитическую запись этой кривой течения, например, в виде одного из законов, приведенных в табл. 8.1 или в табл. 8.2.

Еще раз напомним, что ротационные вискозиметры типа диск-конус имеют следующие достоинства:

1) они позволяют непосредственно определять кривую течения, так как в ходе каждого эксперимента при $\Omega_i = \text{const}$ в зазоре между диском и конусом в исследуемой жидкости создаются такие условия течения, когда в каждой точке исследуемой жидкости

$$\dot{\gamma}_i = \text{const}; \quad \tau_i = \text{const};$$

2) они позволяют (помимо измерения напряжений сдвига $\tau_{r\varphi}$) осуществлять измерения так называемых нормальных напряжений τ_{zz} , возникающих в вязкоупругих средах при их сдвиговом течении.

С другими видами вискозиметрических приборов для исследования неньютоновских жидкостей можно познакомиться по книгам [33, 39, 40] и по публикациям в научных журналах.

9 ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ МЕТОДАМИ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА

Потоки реальных технологических жидкостей в большинстве случаев представляют собой [2] дисперсные системы (суспензии, эмульсии или жидкостно-газовые смеси), эффективные значения теплофизических характеристик (ТФХ) которых могут быть измерены только в процессе течения. При остановке течения происходит разделение реальных технологических жидкостей на их компоненты. При этом твердые частицы суспензий выпадают в осадок, эмульсии расслаиваются, мелкие пузырьки газов выделяются из жидкостно-газовых смесей.

Традиционные методы и приборы теплофизических измерений основаны [2, 46, 48] на предположении, что образец исследуемой жидкости в процессе измерения должен находиться в неподвижном "квазитвердом" состоянии (в образце не должно быть конвективного переноса теплоты). Поэтому эти методы и приборы не пригодны для измерения эффективных ТФХ потоков реальных технологических жидкостей.

Проведенные исследования показали, что наиболее подходящими для измерения эффективных ТФХ потоков технологических жидкостей [2, 46, 48] являются так называемые методы ламинарного режима (МЛР). Достоинствами МЛР являются как возможность непрерывного во времени измерения ТФХ технологических жидкостей в процессе течения через измерительные устройства, так и возможность экспериментального исследования зависимости теплопроводности жидкостей от скорости сдвига. Это второе достоинство МЛР имеет особенно большое значение в связи с тем, что в последние десятилетия в научно-технической литературе [2, 42 – 48] публикуются работы, посвященные теоретическому исследованию эффектов анизотропии переноса теплоты в конвективных потоках жидкостей. Однако экспериментальных данных, свидетельствующих о проявлении анизотропии теплопроводности при течении жидкостей, до последнего времени опубликовано не было.

9.1 МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТАЦИОНАРНЫХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В УСТАНОВИВШИХСЯ ЛАМИНАРНЫХ ПОТОКАХ ЖИДКОСТИ

Прямые, обратные и инверсные краевые задачи, применяемые для математического описания стационарных температурных полей в

установившихся ламинарных потоках жидкостей, основаны на следующих допущениях [2, 31 – 33, 48]:

1 Напорное движение жидкости и процесс теплообмена стационарны.

2 Жидкость несжимаема, ее теплофизические характеристики постоянны, т.е. не зависят от температуры и давления. Заметим, что при расчете теплообмена могут считаться несжимаемыми все капельные жидкости, а также газы, если их скорость движения существенно меньше скорости звука (на практике скорость движения газа не должна превышать 0,3 скорости звука).

3 Течение жидкости стабилизировано, профиль скорости не изменяется по длине трубы (участку теплообмена предшествует гидродинамический успокоительный участок, на протяжении которого профиль скорости полностью стабилизируется). Профиль скорости и расход жидкости заданы. Для плоских, круглых, кольцевых и прямоугольных форм сечений труб формулы для вычисления профиля скорости приведены в [31 – 33].

4 На входе в теплообменный участок известно распределение температуры жидкости.

5 Известен закон теплообмена между жидкостью и внутренней поверхностью стенки трубы.

6 В потоке действуют внутренние источники (стоки) тепла.

7 Изменение теплового потока вдоль оси трубы, обусловленного теплопроводностью жидкости, много меньше изменения теплового потока, обусловленного переносом тепла за счет вынужденного движения жидкости.

Задачу при допущениях, близких к перечисленным выше, впервые решил для ньютоновских жидкостей Гретц; позднее, независимо от Гретца, ее вторично рассмотрел Нуссельт [2, 31]. Несколько иное решение было получено Шумиловым и Яблонским [8]. Сведения о более поздних работах приведены в [2, 31 – 33].

При допущениях 1 – 6 уравнение энергии для случая ламинарного движения жидкости в плоской или цилиндрической трубе может быть записано в виде [2, 31]:

$$\omega_z \frac{\partial T}{\partial z} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\gamma \frac{\partial T}{\partial r} \right] \right) + \frac{W}{c\rho}, \quad z > 0, \quad r_1 < r < r_2, \quad (9.1)$$

где r, z – радиальная и продольная координаты; T – температура; ω_z – скорость течения; a – коэффициент температуропроводности жидкости; c – удельная теплоемкость; ρ – плотность; γ – коэффициент формы ($\gamma = 0$ для плоской трубы, $\gamma = 1$ для круглой трубы); W –

функция внутренних источников тепла; r_1, r_2 – координаты граничных поверхностей канала.

Согласно допущению 7

$$\frac{\partial}{\partial z}(c \rho \omega_z T) \gg \left[\frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right] \quad \text{или} \quad \omega_z \frac{\partial T}{\partial z} \gg a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \quad (9.2)$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости. Поэтому членом $\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ в правой части (9.1) можно пренебречь. Последнее допущение

реализуется с достаточной точностью [2, 31] при $\frac{z}{2(r_2 - r_1)} \gg \frac{1}{\text{Pe}}$, где

$\text{Pe} = \bar{\omega} 2(r_2 - r_1)/a$ – число Пекле; $\bar{\omega}$ – средняя скорость течения жидкости. Например, при значениях числа Пекле $\text{Pe} \geq 100$ условие (9.2), а следовательно и допущение 7, выполняются, начиная с $z = 2(r_2 - r_1)$, с погрешностью около 1 %. Заметим, что допущение 7 на практике почти всегда выполняется для неметаллических жидкостей и газов (число Прандтля $\text{Pr} = 1 \dots 1000$). В случае жидких металлов ($\text{Pr} = 0,005 \dots 0,05$) оно может утрачивать силу. В этом случае при решении задачи о теплообмене в уравнении (9.1) следует оставлять член $a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$.

9.1.1 РАСЧЕТ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В ЛАМИНАРНЫХ ПОТОКАХ ЖИДКОСТЕЙ

С учетом допущений 1–7 задача о расчете теплообмена в ламинарном потоке жидкости при течении в плоских ($\gamma = 0$) или цилиндрических ($\gamma = 1$) трубах при произвольных начальных условиях и граничных условиях рода k при $r = r_1$ и рода m при $r = r_2$ ($k, m = 1, 2, 3$) может быть поставлена следующим образом [2, 27, 31]:

$$\omega_0 \omega(r) \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} - a \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^\gamma \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right] = \frac{W(r, z)}{c\rho}, \quad z > 0, \quad r_1 < r < r_2; \quad (9.3)$$

$$T(r, 0) = T_n(r), \quad \ell_k^1 [T(r_1, z)] = f_k^1(z), \quad \ell_m^2 [T(r_2, z)] = f_m^2(z),$$

где T_n – распределение температуры на входе в трубу; ω_0 – значение скорости на оси трубы; $\omega(r)$ – профиль скорости течения; f_k^1, f_m^2 –

функции, заданные на границах трубы. Индексы k, m определяют род граничных условий в точках r_1 и r_2 и могут принимать независимо друг от друга значения 1, 2, 3.

Операторы граничных условий ℓ_k^1 и ℓ_m^2 имеют вид [2, 27] в случае граничных условий:

– первого рода

$$\ell_1^s[T(r_s, z)] = T(r_s, z) = f_1^s(z), \quad s = 1, 2;$$

– второго рода

$$\ell_2^s[T(r_s, z)] = (-1)^s \lambda \frac{\partial T(r_s, z)}{\partial r} = f_2^s(z), \quad s = 1, 2;$$

– третьего рода

$$\ell_3^s[T(r_s, z)] = (-1)^s \frac{\lambda}{\alpha_s} \frac{\partial T(r_s, z)}{\partial r} + T(r_s, z) = f_3^s(z), \quad s = 1, 2,$$

где α_1, α_2 – коэффициенты теплоотдачи на поверхностях $r = r_1$ и $r = r_2$.

Решение задачи (9.3), полученное методом функций Грина [2, 27], имеет вид

$$T(r, z) = \int_{\eta}^{r_2} G(r, \xi, z, 0) \xi^\Gamma \omega(\xi) T_H(\xi) d\xi + B_k^1(r, z) + B_m^2(r, z) + \int_0^z \int_{\eta}^{r_2} G(r, \xi, z, \eta) \xi^\Gamma \frac{W(\xi, \eta)}{\omega_0 c \rho} d\xi d\eta. \quad (9.4)$$

Вид функций $B_k^1(r, z)$ зависит от рода граничных условий, заданных в точке $r = r_1$, а функции $B_m^2(r, z)$ – от рода граничных условий в точке $r = r_2$:

$$B_1^s(r, z) = (-1)^{s+1} \frac{ar_s^\Gamma}{\omega_0} \int_0^z \frac{\partial G(r, r_s, z, \eta)}{\partial \xi} f_1^s(\eta) d\eta, \quad s = 1, 2;$$

$$B_2^s(r, z) = (-1)^{s+1} \frac{ar_s^\Gamma}{\omega_0 \lambda} \int_0^z G(r, r_s, z, \eta) f_2^s(\eta) d\eta, \quad s = 1, 2;$$

$$B_3^s(r, z) = \frac{ar_s^\Gamma \alpha_s}{\omega_0 \lambda} \int_0^z G(r, r_s, z, \eta) f_3^s(\eta) d\eta, \quad s = 1, 2.$$

Функция Грина задачи (9.3)

$$G(r, \xi, z, \eta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Psi_n\left(\frac{r}{r_2}\right) \Psi_n\left(\frac{\xi}{r_2}\right) \exp\left[-\varepsilon_n^2 \frac{a(z-\eta)}{\omega_0 r_2^2}\right]}{\int_{r_1}^{r_2} \Psi_n^2\left(\frac{r}{r_2}\right) r^\Gamma \omega(r) dr}, \quad (9.5)$$

где ε_n , $\Psi_n(\bar{r})$ – собственные значения и собственные функции краевой задачи Штурма-Лиувилля:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[(\bar{r})^\Gamma \frac{d\Psi(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \varepsilon^2 (\bar{r})^\Gamma \omega(\bar{r}) \Psi(\bar{r}) = 0, \quad \bar{r} = \frac{r}{r_2}; \quad (9.6)$$

$$\bar{\ell}_k^1 \left[\Psi\left(\frac{r_1}{r_2}\right) \right] = 0, \quad \bar{\ell}_m^1[\Psi(1)] = 0, \quad \frac{r_1}{r_2} < \bar{r} < 1,$$

где

$$\bar{\ell}_s^1 \left[\Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right) \right] = \Psi\left(\frac{r_1}{r_2}\right), \quad s = 1, 2;$$

$$\bar{\ell}_2^s \left[\Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right) \right] = (-1)^s \frac{d\Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right)}{d\bar{r}}, \quad s = 1, 2;$$

$$\bar{\ell}_3^s \left[\Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right) \right] = (-1)^s \frac{\lambda}{\alpha_s r_s} \frac{d\Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right)}{d\bar{r}} + \Psi\left(\frac{r_s}{r_2}\right), \quad s = 1, 2.$$

Для течения ньютоновских и некоторых неньютоновских жидкостей в плоских и круглых трубах решение задачи (9.6) рассмотрено в [2, 19, 31 – 33]. В общем случае задача (9.6) может быть решена численными методами на компьютере. Собственные значения ε_n и собственные функции $\Psi_n(\bar{r})$ приведены в [27, 31 – 33].

9.1.2 ТЕПЛОБМЕН ПРИ ЛАМИНАРНОМ ТЕЧЕНИИ ЖИДКОСТИ

В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ТРУБЕ

Рассмотрим ламинарное течение жидкости в круглой трубе радиуса R . Поместим начало координат на осевую линию трубы. Ось z направим вдоль потока, а ось r – по радиусу трубы. С учетом сформулированных выше допущений 1–7, $\gamma = 1$ и

$$\omega_0 \omega(r) = 2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad \text{рассматриваемая задача запишется}$$

следующим образом [2, 27]:

$$2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} - a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right] = \frac{W(r, z)}{c\rho}, \quad z > 0, \quad 0 < r < R;$$

$$T(r, 0) = T_n(r); \quad \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0; \quad \ell_j^2 [T(R, z)] = f_j^2(z). \quad (9.7)$$

Индекс j определяет род граничных условий в точке $r = R$ и может принимать значения 1, 2, 3. Вид оператора ℓ_j^2 рассмотрен в 9.1.1.

Решение $T(r, z)$ задачи (9.7) имеет вид [2]:

$$T(r, z) = \int_0^R G(r, \xi, z, 0) \xi \left[1 - \left(\frac{\xi}{R} \right)^2 \right] T_n(\xi) d\xi +$$

$$+ \int_0^z \int_0^R G(r, \xi, z, \eta) \xi \frac{W(\xi, \eta)}{2\bar{\omega}c\rho} d\xi d\eta + F_j(r, z), \quad (9.8)$$

где $F_j(r, z)$ – функция, учитывающая влияние граничных условий в точке $r = R$ на температурное поле.

Функция Грина задачи (9.7)

$$G(r, \xi, z, \eta) = \chi_j + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n \left(\frac{r}{R} \right) \psi_n \left(\frac{\xi}{R} \right) \exp \left[-\varepsilon_n^2 \frac{a(z-\eta)}{2\bar{\omega}R^2} \right]}{\int_0^R \psi_n^2 \left(\frac{r}{R} \right) r \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] dr},$$

$$\chi_j = \begin{cases} 4/R^2, & j = 2; \\ 0, & j \neq 2. \end{cases} \quad (9.9)$$

Собственные значения ε_n и собственные функции ψ_n определяются задачей Штурма-Лиувилля:

$$\frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r} \frac{d\Psi(\bar{r})}{d\bar{r}} \right] + \varepsilon^2 \bar{r} \left[1 - (\bar{r})^2 \right] \Psi(\bar{r}) = 0, \quad \bar{r} = \frac{r}{R}, \quad 0 < \bar{r} < 1;$$

$$\frac{d\Psi(0)}{d\bar{r}} = 0, \quad \bar{\ell}_j^2 [\Psi(1)] = 0,$$

решение которой можно записать в виде степенных рядов:

$$\Psi(\bar{r}) = \sum_{i=0}^{\infty} b_{2i}(\varepsilon_n) (\varepsilon_n \bar{r})^{2i}, \quad b_{2i}(\varepsilon_n) = \frac{1}{(2i)^2} \left[\frac{b_{2i-4}(\varepsilon_n)}{\varepsilon_n^2} - b_{2i-2}(\varepsilon_n) \right]. \quad (9.10)$$

Вид функции $F_j(r, z)$, значения первых двух коэффициентов $b_0(\varepsilon_n)$ и $b_2(\varepsilon_n)$, необходимые для вычисления по формуле (9.10), а также характеристические уравнения для вычисления собственных чисел ε_n зависят от рода граничных условий на поверхности трубы при $r = R$ и приведены в табл. 9.1.

Собственные числа ε_n и собственные функции $\Psi_n(\bar{r})$, необходимые для расчета теплообмена в круглых цилиндрических трубах, приведены в [27, 31]. Функции Грина можно аппроксимировать конечными суммами рядов (9.5), (9.9) с заранее заданной погрешностью. При этом выражения (9.4), (9.8) могут быть легко запрограммированы на компьютере и использованы как алгоритмы решения разнообразных задач нагрева жидкости [27, 49] при широком изменении температур, тепловых потоков, теплофизических характеристик, скоростей течения, размеров труб и других параметров.

9.1 Вид функции $F_j(r, z)$, определяющей зависимость решения (9.8) от граничных условий [2, 49]

Граничные условия	Вид функции $F_j(r, z)$	Характеристические уравнения	$b_i(\varepsilon_n)$
Первого рода, $j = 1$	$F_1(r, z) = \frac{a}{2\omega} \int_0^z \frac{\partial G(r, R, z - \eta)}{\partial \xi} R f_1^2(\eta) d\eta$	$\sum_{i=0}^{\infty} b_{2i}(\varepsilon_n) (\varepsilon_n)^{2i} = 0$	$b_0(\varepsilon_n) = 1$

Второго рода, $j = 2$	$F_2(r, z) = \frac{a}{2\omega\lambda_0} \int_0^z G(r, R, z - \eta) R f_2^2(\eta) d\eta$	$\sum_{i=0}^{\infty} b_{2i}(\varepsilon_n) 2i (\varepsilon_n)^{2i} = 0$	
Третьего рода, $j = 3$	$F_3(r, z) = \frac{a\alpha}{2\omega\lambda_0} \int_0^z G(r, R, z - \eta) R f_3^2(\eta) d\eta$	$\sum_{i=0}^{\infty} b_{2i}(\varepsilon_n) (2i + Bi_2) (\varepsilon_n)^{2i} = 0$	$b_2(\varepsilon_n) = -\frac{1}{4}$

Отметим, что полученные решения можно использовать и для расчетов массообмена в ламинарных потоках двухкомпонентных жидкостей при течении в трубах, так как во многих случаях соответствующая задача может быть записана в виде (9.3), (9.7). Некоторые более сложные случаи расчета тепло- и (или) массопереноса в ламинарных потоках жидкостей, основанные также на применении функций Грина, рассмотрены в специальной литературе.

9.2 ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ЖИДКОСТИ В ПРОЦЕССЕ ТЕЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ИЗМЕРИТЕЛЬНУЮ ТРУБКУ, СТЕНКУ ТЕПЛООБМЕННОГО УЧАСТКА КОТОРОЙ ОБОГРЕВАЮТ ПУТЕМ ПРОПУСКАНИЯ ЧЕРЕЗ ВОДЯНУЮ РУБАШКУ ТЕПЛОНОСИТЕЛЯ С ПОСТОЯННОЙ ТЕМПЕРАТУРОЙ

Рассмотренные ниже методы ламинарного режима с точки зрения математического моделирования процессов переноса тепла в ламинарном потоке жидкостей и вывода расчетных формул для определения коэффициента температуропроводности жидкости являются аналогами известных нестационарных методов регулярного режима первого рода.

9.2.1 ОСНОВНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ЖИДКОСТЕЙ

При измерении коэффициента температуропроводности жидкостей данным методом используют измерительные трубки (рис. 9.1), изготовленные на основе центральной трубки 1, состоящие из изотермического участка длиной $\ell_{из}$ и теплообменного участка длиной ℓ_T с установленными на них водяными рубашками (теплообменники 2, 3). На входе и выходе измерительной трубки, а также на патрубке

теплообменника 3, установлены измерители среднемассовой температуры 4, обеспечивающие перемешивание жидкости и измерение ее среднемассовой температуры термометрами сопротивления или термопарами 5.

Направление движения исследуемой жидкости на рис. 9.1 показано стрелками *A*. Стрелками *B* и *C* показано направление движения жидкостей-теплоносителей, охлаждающих или нагревающих изотермический и теплообменный участки измерительных трубок. Измерительные операции согласно предлагаемым методам осуществляются, в основном, в следующем порядке [2]:

а) исследуемую жидкость *A*, подогретую до температуры T_n , пропускают через измерительную трубку с постоянной скоростью так, чтобы режим течения был ламинарный;

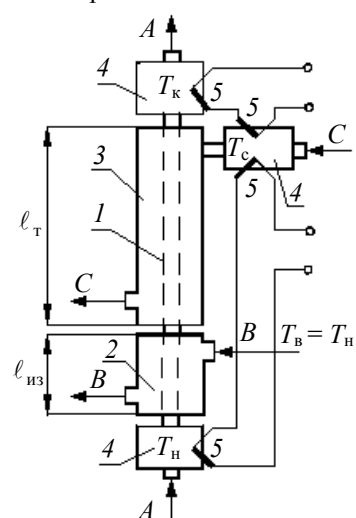


Рис. 9.1 Схема измерительных трубок

б) изотермический участок, предназначенный для получения установившегося параболического профиля скорости на входе в теплообменный участок, обогревают путем пропускания большого количества жидкости-теплоносителя *B* через теплообменник 2, причем температура T_b этой жидкости *B* должна быть равна температуре T_n исследуемой жидкости на входе в измерительную трубку ($T_b = T_n$);

в) теплообменный участок, предназначенный для проведения измерений, обогревают потоком жидкости-теплоносителя *C*, температура T_c которой должна отличаться от температуры T_n исследуемой жидкости на входе в измерительную трубку ($T_c \neq T_n$);

г) с использованием измерителей 4 среднемассовой температуры измеряют температуру T_n исследуемой жидкости на входе и среднемассовую температуру T_k исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки, а также температуру T_c стенки трубки на теплообменном участке;

д) одновременно измеряют расход g исследуемой жидкости через измерительную трубку;

е) коэффициент температуропроводности исследуемой жидкости определяют с использованием расчетных зависимостей, вывод которых рассмотрен ниже.

9.2.2 ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ РАЗРАБОТАННЫХ МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЯ

Предположим, что исследуемая жидкость и протекающие в ней тепловые процессы удовлетворяют допущениям 1–7 параграфа 9.1. Предположим дополнительно, что внутренние источники тепла отсутствуют ($W = 0$), жидкость на входе в теплообменный участок имеет постоянную температуру T_n , а стенки измерительной трубки на теплообменном участке поддерживаются при постоянной температуре T_c . В этом случае температурное поле в ламинарном потоке жидкости, движущейся в круглой трубке, моделируется следующей краевой задачей:

$$2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} = a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right], \quad (9.11)$$

$$z > 0, \quad 0 < r < R, \quad a = \frac{\lambda}{c\rho} - \text{const},$$

$$T(r, 0) = T_n = \text{const}, \quad \frac{\partial T(0, z)}{\partial r} = 0, \quad T(R, z) = T_c = \text{const},$$

решение которой имеет вид (см. п. 9.1.2.)

$$T(r, z) - T_c = \int_0^R G(r, \xi, z, 0) \xi \left[1 - \left(\frac{\xi}{R} \right)^2 \right] (T_n - T_c) d\xi, \quad (9.12)$$

где T – температура; r, z – радиальная и продольная координаты потока; R – радиус трубы; $\bar{\omega}$ – средняя скорость течения; a, λ, c, ρ – соответственно коэффициенты температуропроводности и теплопроводности, удельная теплоемкость и плотность жидкости; $G(r, \xi, z, \eta)$ – функция Грина; ξ, η – переменные интегрирования.

Запишем решение (9.12) задачи (9.11) в безразмерных координатах. Введем обозначения: $\bar{r} = \frac{r}{R}, \quad \bar{\xi} = \frac{\xi}{R}, \quad \bar{z} = \frac{az}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi az}{2g},$

$\bar{\eta} = \frac{a\eta}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi a\eta}{2g}$ – безразмерные радиальная и продольная

координаты и соответствующие переменные интегрирования;

$\theta(\bar{r}, \bar{z}) = \frac{T(\bar{r}, \bar{z}) - T_c}{T_n - T_c}$ – безразмерная температура.

Поделим левую и правую части (9.12) на $(T_n - T_c)$ и, выполнив некоторые дополнительные преобразования, получим

$$\theta(\bar{r}, \bar{z}) = \frac{T(\bar{r}, \bar{z}) - T_c}{T_h - T_c} = \int_0^1 \bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, 0) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi} =$$

$$= \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_n(\bar{r}) \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}], \quad (9.13)$$

где $\bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, \bar{\eta}) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n(\bar{r}) \psi_n(\bar{\xi}) \exp[-\varepsilon_n^2 (\bar{z} - \bar{\eta})]}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r}}$ — функция Грина

задачи (9.11) в безразмерной записи;

$$A_n = \frac{\int_0^1 \psi_n(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi}}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - \bar{\xi}^2] d\bar{\xi}}$$

— постоянные числа; ε_n , $\psi_n(\bar{r})$ — собственные

значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля, возникающей при решении краевой задачи (9.11).

Пользуясь тем, что безразмерная среднemasовая температура $\bar{\theta}$ жидкости определяется соотношением [2, 31]

$$\bar{\theta}(\bar{z}) = 4 \int_0^1 \theta(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r},$$

из (9.13) можно получить закон изменения среднemasовой температуры $\bar{\theta}(\bar{z})$ по длине трубы:

$$\bar{\theta}(\bar{z}) = 4 \sum_{n=1}^{\infty} A_n \int_0^1 \psi_n(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r} \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}] =$$

$$= 8 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n}{\varepsilon_n^2} \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}] = \varphi(\bar{z}), \quad (9.14)$$

где $B_n = \frac{1}{2} \varepsilon_n^2 A_n \int_0^1 \psi_n(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r} = -\frac{1}{2} A_n \frac{d\psi_n(1)}{d\bar{r}}$ — постоянные

числа. Численные значения ε_n , A_n , B_n , ψ_n приведены в [2, 31 – 33].

Зависимость (9.14) можно использовать для определения коэффициента температуропроводности жидкости. При этом удобно пользоваться функциями

$$\bar{z} = f(\bar{\theta}); \quad (9.15)$$

$$\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta}), \quad (9.16)$$

графики которых приведены на рис. 9.2.

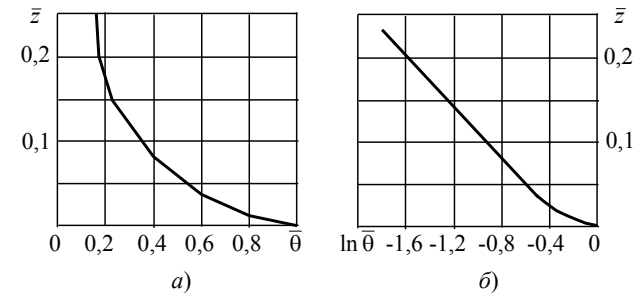


Рис. 9.2 Графики зависимостей, положенных в основу разработанных методов измерений:

$$a - \bar{z} = f(\bar{\theta}); \quad б - \bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$$

В зависимости (9.15) используется функция $f(\bar{\theta}) = \varphi^{-1}$, являющаяся обратной к функции $\varphi(\bar{z})$ в формуле (9.14). Зависимость (9.16) удобна тем, что в значительном диапазоне изменения величин \bar{z} и $\ln \bar{\theta}$ она представляет собой прямую линию. Это позволяет значительно упростить алгоритм обработки экспериментальной информации.

Порядок вычисления коэффициента температуропроводности с использованием зависимостей (9.15), (9.16), представленных на рис. 9.2, заключается в следующем:

а) по экспериментально измеренным значениям температур T_n , T_k , T_c вычисляют

$$\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_n - T_c} \quad \text{или} \quad \ln \bar{\theta} = \ln \left(\frac{T_k - T_c}{T_n - T_c} \right),$$

где $T_k = \bar{T}_k(\ell_T) = \frac{4}{R^2} \int_0^R T(r, \ell_T) r \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] dr$ – среднemasсовая температура исследуемой жидкости на выходе из измерительной трубки;

б) определяют значение $\bar{z}_k = f(\bar{\theta}) = f_1(\ln \bar{\theta})$;

в) значение коэффициента температуропроводности с учетом того, что $\bar{z}_k = \frac{a \ell_T}{2\bar{\omega} R^2} = \frac{\pi a \ell_T}{2g}$, вычисляются по формулам:

$$a = 2\bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} \bar{z}_k = 2\bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} f(\bar{\theta}) = 2\bar{\omega} \frac{R^2}{\ell_T} f_1(\ln \bar{\theta}) \quad (9.17)$$

или

$$a = \frac{2g}{\pi \ell_T} \bar{z}_k = \frac{2g}{\pi \ell_T} f(\bar{\theta}) = \frac{2g}{\pi \ell_T} f_1(\ln \bar{\theta}), \quad (9.18)$$

где g , $\bar{\omega} = \frac{g}{\pi R^2}$ – расход и средняя скорость течения исследуемой жидкости; R , ℓ_T – внутренний радиус и длина теплообменного участка измерительной трубки.

На графике рис. 9.2, б хорошо видно, что зависимость $\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$ в очень широком диапазоне изменения аргумента $\ln \bar{\theta}$ представляет собой прямую линию, которая с высокой точностью может быть аппроксимирована линейной зависимостью

$$\bar{z}_k = z_0 + k \ln \bar{\theta}. \quad (9.19)$$

Расчетные зависимости (9.17), (9.18), в которые входят функции $\bar{z} = f(\bar{\theta})$ и $\bar{z} = f_1(\ln \bar{\theta})$, могут быть легко запрограммированы на микропроцессорах и на персональных компьютерах. В случае использования зависимости (9.18) с функцией $f_1(\ln \bar{\theta})$, представленной в виде (9.19), обработка результатов измерений может быть произведена на относительно простых вычислительных устройствах, построенных на базе микрокалькуляторов или непосредственно на основе микропроцессоров.

9.2.3 ОПТИМАЛЬНЫЕ УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ

Рассмотрим подробнее основное расчетное соотношение

$$a = \frac{2g}{\pi \ell_T} f(\bar{\theta}), \quad (9.20)$$

полученное в п. 9.2.2, применив основные результаты теории погрешностей измерения физических величин [15].

1 Прологарифмируем зависимость (9.20):

$$\ln a = \ln\left(\frac{2}{\pi}\right) + \ln g - \ln \ell_{\tau} + \ln f(\bar{\theta}).$$

2 Найдем дифференциал от левой и правой частей:

$$d \ln a = d\left[\ln\left(\frac{2}{\pi}\right)\right] + d(\ln g) - d(\ln \ell_{\tau}) + d[\ln f(\bar{\theta})]$$

или

$$\frac{da}{a} = \frac{dg}{g} - \frac{d\ell_{\tau}}{\ell_{\tau}} + \frac{df(\bar{\theta})}{f(\bar{\theta})}, \quad (9.21)$$

где принято во внимание, что $\frac{d(2/\pi)}{2/\pi} = 0$.

3 Используя теоретические основы дифференциального исчисления, преобразуем третий член в правой части (9.21) к виду

$$\frac{1}{f(\bar{\theta})} df(\bar{\theta}) = \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} d\bar{\theta}. \quad (9.22)$$

4 С учетом того что $\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_H - T_c}$, получим формулу для

вычисления величины $d\bar{\theta}$, для чего прологарифмируем левую и правую части последней формулы $\ln \bar{\theta} = \ln(T_k - T_c) - \ln(T_H - T_c)$, затем найдем дифференциалы

$$\frac{d\bar{\theta}}{\bar{\theta}} = \frac{d(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} - \frac{d(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)}, \quad (9.23)$$

откуда

$$d\bar{\theta} = \bar{\theta} \left[\frac{d(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} - \frac{d(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} \right]. \quad (9.23a)$$

5 Подставив (9.23a) в (9.22), а затем в (9.21), получим зависимость

$$\frac{da}{a} = \frac{dg}{g} - \frac{d\ell_{\tau}}{\ell_{\tau}} + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} \left[\frac{d(T_k - T_c)}{(T_k - T_c)} - \frac{d(T_H - T_c)}{(T_H - T_c)} \right]. \quad (9.24)$$

6 Воспользуемся принятой в теории погрешностей заменой:

$$da \approx \Delta a; dg \approx \Delta g; d\ell_T \approx \Delta \ell_T; d(T_K - T_C) \approx \Delta(T_K - T_C); d(T_H - T_C) \approx \Delta(T_H - T_C),$$

где $\Delta a, \Delta g, \Delta \ell_T, \Delta(T_K - T_C), \Delta(T_H - T_C)$ – абсолютные погрешности измерения температуропроводности a , расхода g , длины ℓ_T теплообменного участка и разностей температур $(T_K - T_C)$ и $(T_H - T_C)$. С учетом этого формулы (9.23) и (9.24) примут вид:

$$\frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} \equiv \delta \bar{\theta} = \delta(T_K - T_C) - \delta(T_H - T_C),$$

$$\Delta \bar{\theta} = \bar{\theta} [\delta(T_K - T_C) - \delta(T_H - T_C)]; \quad (9.25)$$

$$\frac{\Delta a}{a} \equiv \delta a = \delta g - \delta \ell_T + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} [\delta(T_K - T_C) - \delta(T_H - T_C)], \quad (9.26)$$

где

$$\delta a = \frac{\Delta a}{a}, \delta g = \frac{\Delta g}{g}, \delta \ell_T = \frac{\Delta \ell_T}{\ell_T}, \delta(T_K - T_C) = \frac{\Delta(T_K - T_C)}{(T_K - T_C)}, \delta(T_H - T_C) = \frac{\Delta(T_H - T_C)}{(T_H - T_C)}$$

относительные погрешности измерения величин $a, g, \ell_T, (T_K - T_C), (T_H - T_C)$; $\delta \bar{\theta}, \Delta \bar{\theta}$ – относительная и абсолютная погрешности определения безразмерной величины $\bar{\theta}$.

7 С учетом того что знаки относительных погрешностей $\delta(T_H - T_C), \delta(T_K - T_C), \delta g, \delta \ell_T$, входящих в правую часть формул (9.25), (9.26), заранее неизвестны, эти формулы в соответствии с теорией погрешностей [15] обычно записывают в виде:

$$\delta \bar{\theta} = \delta(T_K - T_C) + \delta(T_H - T_C); \quad (9.27)$$

$$\delta a = \delta g + \delta \ell_T + \frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \bar{\theta} [\delta(T_K - T_C) + \delta(T_H - T_C)], \quad (9.28)$$

т.е. в формулах (9.25), (9.26) все знаки «-» меняют на знаки «+», а знаки «+» оставляют без изменения.

Рассчитанные по формуле (9.28) значения погрешностей измерения температуропроводности называются предельными относительными погрешностями измерений [15]. Отметим, что полученные с использованием формулы (9.28) оценки погрешностей измерения в большинстве случаев оказываются значительно завышенными [15] по сравнению с реальными результатами. Это обусловлено тем, что относительные погрешности $\delta g, \delta \ell_T, \delta(T_K - T_C), \delta(T_H - T_C)$, входящие в правую часть (9.28), обычно

действуют случайным образом и не согласованно друг с другом; при этом часть погрешностей, например $\delta g, \delta(T_H - T_C)$, могут увеличивать результирующую погрешность δa определения коэффициента температуропроводности a , а другие погрешности $\delta \ell_T$ и $\delta(T_K - T_C)$ могут уменьшать результирующую погрешность δa . За счет этого реальные значения результирующей погрешности δa , как правило, оказываются заметно меньше предельной оценки погрешности, полученной по формуле (9.28).

8 Опыт практического использования теории погрешностей измерений показал [15], что наиболее близкими к реальным значениям погрешностей являются так называемые среднеквадратические оценки погрешностей, рассчитанные по формуле

$$\delta a = \sqrt{\delta^2 g + \delta^2 \ell_T + \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right]^2 [\delta^2(T_K - T_C) + \delta^2(T_H - T_C)]}, \quad (9.29)$$

при записи которой принято во внимание, что среднеквадратическая оценка относительной погрешности $\delta \bar{\theta}$ безразмерной температуры $\bar{\theta}$ с учетом (9.27) имеет вид

$$\delta \bar{\theta} = \sqrt{\delta^2(T_K - T_C) + \delta^2(T_H - T_C)}.$$

Перепишем последнюю формулу в виде

$$\delta \bar{\theta} = \frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} = \sqrt{\left[\frac{\Delta(T_K - T_C)}{(T_K - T_C)} \right]^2 + \left[\frac{\Delta(T_H - T_C)}{(T_H - T_C)} \right]^2}.$$

Если допустить, что в ходе эксперимента абсолютные погрешности измерения разностей температур $(T_K - T_C)$ и $(T_H - T_C)$ одинаковы и равны $\Delta T = \Delta(T_K - T_C) = \Delta(T_H - T_C)$, то получим

$$\begin{aligned} \frac{\Delta \bar{\theta}}{\bar{\theta}} &= \sqrt{\left[\frac{\Delta T}{T_K - T_C} \right]^2 + \left[\frac{\Delta T}{T_H - T_C} \right]^2} = \sqrt{\left[\frac{\Delta T}{T_H - T_C} \right]^2 \left[\frac{1}{\left(\frac{T_K - T_C}{T_H - T_C} \right)^2} + 1 \right]} = \\ &= \sqrt{\delta^2(T_H - T_C) \left[\frac{1}{(\bar{\theta})^2} + 1 \right]} = \frac{\delta(T_H - T_C)}{\bar{\theta}} \sqrt{1 + (\bar{\theta})^2}. \end{aligned}$$

С учетом этих преобразований формула (9.29) примет вид

$$\delta a = \sqrt{\delta^2 g + \delta^2 \ell_T + \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right]^2 \left[1 + (\bar{\theta})^2 \right] \delta^2 (T_H - T_C)}. \quad (9.30)$$

Из (9.30) видно, что относительная погрешность δa определения коэффициента теплопроводности зависит от функции

$$\bar{\xi}(\bar{\theta}) = \left[\frac{1}{f(\bar{\theta})} \frac{df(\bar{\theta})}{d\bar{\theta}} \right] \sqrt{1 + (\bar{\theta})^2}, \quad (9.31)$$

которая, в свою очередь, зависит от величины $\bar{\theta} = (T_K - T_C)/(T_H - T_C)$ (безразмерной среднemasсовой температуры исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки), которая легко может контролироваться в процессе эксперимента, что является достоинством формулы (9.30).

На основе (9.30) была составлена программа для расчета зависимости относительной случайной погрешности δa измерения коэффициента теплопроводности от безразмерной величины $\bar{\theta}$ и относительных погрешностей δg , $\delta \ell_T$, $\delta(T_H - T_C)$ непосредственно измеряемых физических величин: расхода g , длины ℓ_T теплообменного участка и разности температур $(T_H - T_C)$. Результаты расчета погрешностей представлены в табл. 9.2.

9.2 Результаты расчета зависимости относительных погрешностей δa измерения коэффициента теплопроводности от безразмерной температуры $\bar{\theta}$

$\bar{\theta} = \frac{T_K - T_C}{T_H - T_C}$	$\bar{z} = f(\bar{\theta})$	$\bar{\xi}(\bar{\theta})$	$\delta a = \frac{\Delta a}{a} 100\%$	$\sum a, \%$
0,836	0,010	13,24	13,2767	13,28
0,684	0,030	6,673	6,9693	6,99
0,579	0,050	4,999	5,3880	5,41
0,495	0,070	4,224	4,6776	4,71
0,426	0,090	3,805	4,3035	4,54
0,367	0,110	3,578	4,1041	4,61
0,317	0,130	3,473	4,0123	4,91
0,274	0,150	3,453	3,9955	5,31
0,236	0,170	3,500	4,0364	5,72
0,204	0,190	3,603	4,1259	6,11

0,176	0,210	3,756	4,2596	6,84
0,152	0,230	3,954	4,4359	7,46
0,132	0,250	4,199	4,6555	
0,114	0,270	4,491	4,9204	
0,098	0,290	4,832	5,2336	
0,085	0,310	5,226	5,5994	
0,073	0,330	5,678	6,0229	
0,063	0,350	6,192	6,5102	
0,055	0,370	6,777	7,0684	
0,047	0,390	7,439	7,7057	

На рис. 9.3 представлен график зависимости относительной случайной погрешности δa определения коэффициента температуропроводности a от безразмерного параметра $\bar{\theta} = (T_k - T_c)/(T_n - T_c)$, рассчитанные по формуле (9.30) при значениях $\delta g = 3\%$, $\delta l_t = 0,2\%$ и $\delta(T_n - T_c) = 1\%$; представлен также график зависимости $\xi(\bar{\theta})$, рассчитанный по формуле (9.31). Из рис. 9.3 видно, что если допустимую погрешность измерения коэффициента температуропроводности принять равной $\delta a_{\text{доп}} = 5\%$ то приемлемые условия эксперимента будут иметь место при $0,12 < \bar{\theta} < 0,54$, а наименьшие значения погрешностей измерения коэффициента температуропроводности жидкости имеют место при $\bar{\theta} \approx 0,3$.

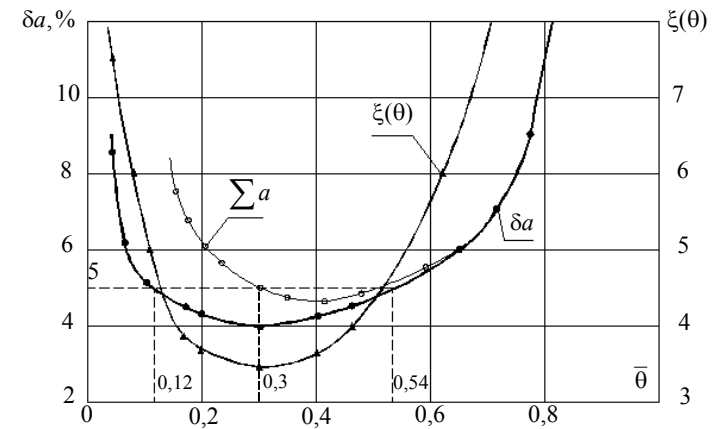


Рис. 9.3 Графики зависимости относительных погрешностей δa измерения температуропроводности и функции (9.31) от безразмерной температуры $\bar{\theta}$

Экспериментальные исследования показали, что помимо случайных погрешностей δa на результаты измерения коэффициента температуропроводности влияют и систематические погрешности ε_a (см. [2, гл. 8]), также зависящие от безразмерной температуры $\bar{\theta}$.

На рис. 9.3 приведен график зависимости суммарных погрешностей измерений $\Sigma_a = \sqrt{\delta^2 a + \varepsilon_a^2}$ от безразмерной температуры $\bar{\theta}$. Видно, что в случае использования величины Σ_a в качестве оценки погрешностей, приемлемая точность результатов измерений (без введения поправок на величину систематической погрешности) получается при $0,3 < \bar{\theta} < 0,52$. При введении поправок на величину систематических погрешностей условия эксперимента следует подбирать так, чтобы безразмерная среднemasсовая температура исследуемой жидкости $\bar{\theta} = (T_k - T_c)/(T_n - T_c)$ в конце теплообменного участка измерительной трубки была близка к значению $\bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$.

Из изложенного выше видно, что условия проведения экспериментов по измерению коэффициента температуропроводности жидкостей методами ламинарного режима, рассмотренными в п. 9.2.2, следует подбирать так, чтобы величина безразмерной среднemasсовой температуры $\bar{\theta} = \frac{T_k - T_c}{T_n - T_c}$ исследуемой жидкости в конце теплообменного участка измерительной трубки была близка к значению $\bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$. Причем рассмотренные в п. 9.2.2 методики проведения экспериментов желательнo усовершенствовать так, чтобы в процессе эксперимента оптимальное значение безразмерной температуры $\bar{\theta}$ автоматически поддерживалось равным оптимальному значению $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{\text{опт}} = 0,3$.

Анализ возможных режимов осуществления методик, рассмотренных в п. 9.2.2, показал, что для автоматической стабилизации значения безразмерной температуры $\bar{\theta}$ на заданном оптимальном уровне $\bar{\theta} = \bar{\theta}_{\text{опт}}$ можно использовать два вида регулирующих воздействий [2, 48]:

1 Изменение расхода g исследуемой жидкости через измерительную трубку.

2 Изменение длины ℓ_t теплообменного участка измерительной трубки.

9.2.4 УСТАНОВКА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ ИССЛЕДУЕМОЙ ЖИДКОСТИ, ПРЕДУСМАТРИВАЮЩАЯ ПОДДЕРЖАНИЕ ЗАДАННОЙ ВЕЛИЧИНЫ БЕЗРАЗМЕРНОЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В КОНЦЕ ТЕПЛООБМЕННОГО УЧАСТКА ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТРУБКИ ЗА СЧЕТ ИЗМЕНЕНИЯ РАСХОДА ИССЛЕДУЕМОЙ ЖИДКОСТИ

Схема установки для реализации рассматриваемого ниже метода измерения коэффициента температуропроводности исследуемой жидкости приведена на рис. 9.4. В установке используется измерительная трубка ИТ, выполненная на основе центральной трубки 2, на которой установлены водяные рубашки 3 и 4, образующие изотермический и теплообменный участки с длинами $\ell_{из}$ и ℓ_t . Поток исследуемой жидкости A с первоначальной температурой T_n прокачивают через центральную трубку 2 насосом 1. Стенку центральной трубки 2 на начальном изотермическом участке поддерживают при температуре T_n за счет пропускания большого расхода жидкости-теплоносителя B через водяную рубашку 3. Стенку центральной трубки на теплообменном участке поддерживают при температуре $T_c \neq T_n$ за счет пропускания жидкости-теплоносителя C с температурой T_c через водяную рубашку 4. На входе и на выходе центральной трубки 1 установлены измерители 5 и 6 среднемассовой температуры исследуемой жидкости с размещенными в них термометрами сопротивления $RK1$ и $RK2$. На патрубке водяной рубашки 4 установлен измеритель 7 среднемассовой температуры T_c жидкости-теплоносителя C . В измерителе 7 установлены два термометра сопротивления $RK3$ и $RK4$. Термометры сопротивления $RK1$ и $RK3$ включены в первую мостовую схему $MC1$, выходной сигнал U_n которой пропорционален разности температур $(T_n - T_c)$, а $RK2$, $RK4$ включены во вторую мостовую схему $MC2$, выходной сигнал U_k которой пропорционален разности температур $(T_k - T_c)$. Выходные сигналы U_n и U_k мостовых схем через коммутатор 8, усилитель 9 и аналого-цифровой преобразователь 10 поступают в микропроцессор 11, где они

обрабатываются с целью обеспечения оптимального значения

$$\bar{\theta} = \frac{U_k}{U_H} = \frac{T_k - T_c}{T_H - T_c} = \theta_{\text{опт}}.$$

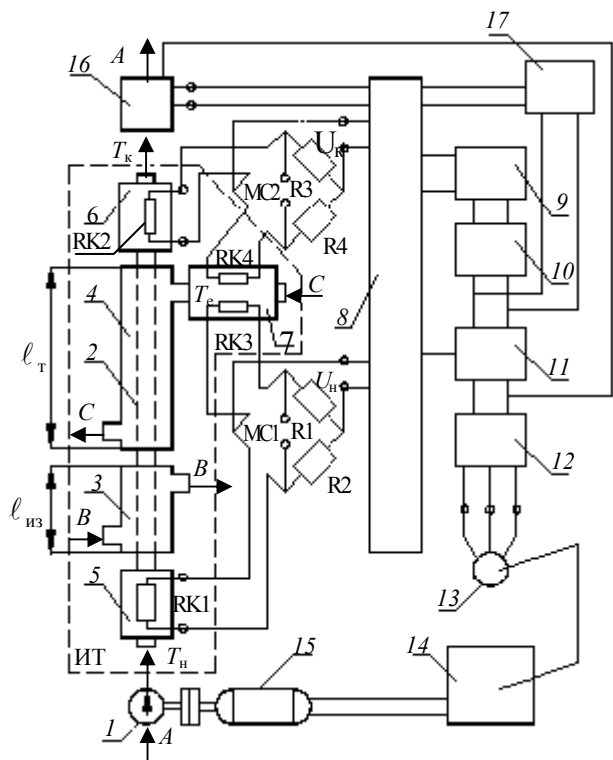


Рис. 9.4 Схема установки для измерения температуропроводности жидкости методом ламинарного режима, предусматривающим стабилизацию заданной величины безразмерной температуры за счет изменения расхода исследуемой жидкости

Если фактическое значение безразмерной температуры $\bar{\theta}_ф$ отличается от оптимального значения $\bar{\theta}_{\text{опт}}$ более, чем на заданную малую величину ε , то в микропроцессоре производится формирование регулирующего воздействия (изменение расхода g исследуемой жидкости A через измерительную трубку ИТ) по заданному закону регулирования, чаще всего по пропорционально-интегральному закону

регулирования. При этом командный сигнал поступает на управляющее устройство 12, которое управляет работой исполнительного механизма 13 типа ПР-1М или ИМ2/120. Исполнительный механизм 13, в свою очередь, воздействует на регулятор напряжения 14 (например, типа ЛАТР-1М или РНО-150). В результате изменяется напряжение на коллекторном электродвигателе 15 переменного тока, что приводит к изменению скорости вращения насоса 1 и, соответственно, к возрастанию или уменьшению расхода g исследуемой жидкости A через измерительную трубку ИТ. Процесс регулирования продолжается до тех пор, пока разница

$$|\bar{\theta}_\phi - \bar{\theta}_{\text{опт}}| \leq \varepsilon \quad (9.32)$$

между фактическим значением $\bar{\theta}_\phi$ и оптимальным значением $\bar{\theta}_{\text{опт}}$ не станет меньше заданной малой величины $\varepsilon = 0,002 \dots 0,01$. Если условие (9.32) выполнено, то микропроцессор 11 формирует сигнал, по которому расходомером 16 осуществляется измерение расхода g исследуемой жидкости. При этом информация о времени τ заполнения заданного объема в расходомере 16 поступает в микропроцессор с выхода секундомера 17. Затем, в результате обработки информации, вычисляется значение коэффициента температуропроводности a по формуле (9.20), которая, при выполнении условия $\bar{\theta}_\phi = \bar{\theta}_{\text{опт}} = \text{const}$, может быть представлена в виде

$$a = kg = \frac{k_1}{\tau}, \quad (9.33)$$

где $k = \frac{2}{\pi l_\tau} f(\bar{\theta}_{\text{опт}})$ – постоянный коэффициент; $k_1 = \frac{2V}{\pi l_m} f(\bar{\theta}_{\text{опт}})$ – коэффициент, позволяющий вычислить температуропроводность a по времени τ заполнения емкости постоянного объема V , где V – величина объема емкости, установленной в расходомере 16, по времени τ заполнения которой вычисляется расход $g = V/\tau$.

Из изложенного выше видно, что введение в состав измерительного устройства системы автоматического регулирования позволило достичь следующих преимуществ.

1 Измерение коэффициента температуропроводности осуществляется практически всегда при оптимальном значении безразмерной среднemasсовой температуры исследуемой жидкости на выходе измерительной трубки; за счет этого обеспечивается получение наименьших погрешностей измерений.

2 Исходная расчетная зависимость (9.20) значительно упростилась и приняла достаточно простой вид (9.33).

Другие варианты методов измерения коэффициента температуропроводности, предусматривающие поддержание оптимального значения безразмерной температуры в конце измерительной трубки как за счет изменения расхода g , так и величины длины ℓ_T теплообменного участка, приведены в [2, 48].

9.3 МЕТОДЫ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА, ОСНОВАННЫЕ НА ЗАКОНОМЕРНОСТЯХ ТЕПЛОПЕРЕНОСА В ЛАМИНАРНОМ ПОТОКЕ ЖИДКОСТИ ПРИ ТЕЧЕНИИ В ИЗМЕРИТЕЛЬНОЙ ТРУБКЕ, СТЕНКИ ТЕПЛООБМЕННОГО УЧАСТКА КОТОРОЙ ОБОГРЕВАЮТ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРЕВАТЕЛЕЙ

9.3.1 ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОСТЕЙ

При измерении ТФХ жидкостей использовались измерительные трубки (рис. 9.5) на основе центральной трубки 1, состоящие из изотермического участка длиной $\ell_{из}$, на котором установлен теплообменник 7, и теплообменного участка длиной ℓ_T , снабженного электрическими нагревателями 2.

На входе и выходе измерительной трубки установлены измерители 3, обеспечивающие перемешивание жидкости и измерение ее среднemasсовой температуры термопарами 4. Между секциями электрических нагревателей 2 установлены термопары 5, предназначенные для измерения температуры стенки теплообменного участка измерительной трубки. Отметим, что в частном случае на теплообменном участке измерительной трубки может быть установлена только одна секция электрических нагревателей 2. На теплообменном участке может быть установлена тепловая изоляция или адиабатическая система, условно показанная пунктирной линией 6. Направление движения исследуемой жидкости на рис. 9.5 показано стрелками *A*. Стрелками *B* показано направление движения жидкости, охлаждающей или нагревающей изотермический участок измерительной трубки. При необходимости измерения перепада давления ΔP на участке трубки длиной L , к штуцерам 8 может быть подключен дифманометр 9.

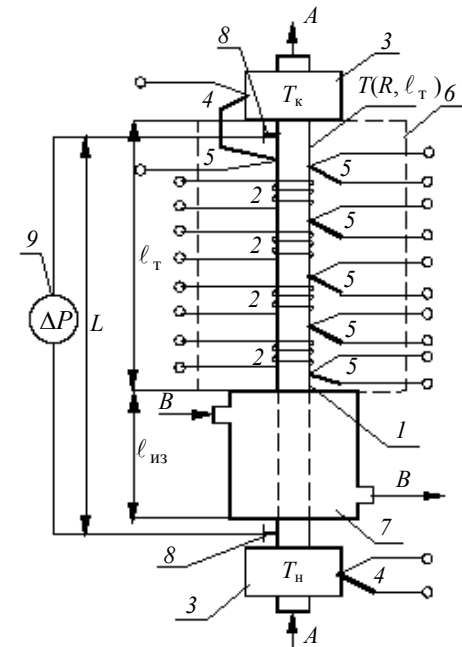


Рис. 9.5 Схема измерительных трубок

Измерительные операции осуществляют в следующем порядке [2, 27, 48].

1 Исследуемую жидкость A , подогретую до необходимой начальной температуры T_n , пропускают через центральную трубку с постоянной скоростью так, чтобы режим течения был ламинарный.

2 Изотермический участок, предназначенный для получения установившегося параболического профиля скорости течения на входе в теплообменный участок, обогревают путем пропускания через теплообменник 7 большого количества жидкости B , температура которой T_b равна температуре T_n исследуемой жидкости на входе в измерительную трубку.

3 Теплообменный участок, предназначенный для проведения измерений, обогревают посредством электрических нагревателей 2.

4 Измеряют среднемассовые температуры исследуемой жидкости на входе T_n и выходе T_k измерительной трубки. Одновременно измеряют расход g исследуемой жидкости или перепад давления ΔP на участке трубки длиной L .

5 При определении коэффициента температуропроводности измеряют температуру стенки трубки на теплообменном участке с

помощью термопар, в том числе и температуру $T(R, \ell_r)$ стенки трубки в конце теплообменного участка. При определении коэффициентов теплопроводности и теплоемкости дополнительно измеряют плотность теплового потока от стенки трубки к исследуемой жидкости, например, путем измерения электрической мощности, выделяемой нагревателями.

6 Теплофизические характеристики исследуемой жидкости вычисляют по расчетным зависимостям, вывод которых приведен ниже.

9.3.2 РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ТФХ ЖИДКОСТЕЙ С ВНУТРЕННИМИ ИСТОЧНИКАМИ ТЕПЛА

Применяя измерительную трубку (рис. 9.5) с эффективной теплоизоляцией естественно предположить, что на поверхности теплообменного участка могут быть заданы граничные условия 2-го рода. Тогда, с учетом принятых выше предположений, температурное поле ламинарного потока жидкости, движущейся в круглой трубе, моделируется краевой задачей [2, 27, 21, 48]:

$$2\bar{\omega} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T(r, z)}{\partial z} - a \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial T(r, z)}{\partial r} \right] = \frac{W}{c\rho},$$

$$Z > 0, \quad 0 < r < R, \quad a = \lambda/c\rho - \text{const},$$

$$T(r, 0) = T_{\text{н}}, \quad \partial T(0, z)/\partial r = 0, \quad \lambda \frac{\partial T(R, z)}{\partial r} = q_c = \text{const}, \quad (9.34)$$

решение которой имеет вид (см. 9.1.2)

$$T(r, z) - T_{\text{н}} = \frac{W}{2\bar{\omega}c\rho} \int_0^z \int_0^R G(r, \xi, z, \eta) \xi d\xi d\eta + \frac{aRq_c}{2\bar{\omega}\lambda} \int_0^z G(r, R, z, \eta) d\eta, \quad (9.35)$$

где $G(r, \xi, z, \eta)$ – функция Грина краевой задачи (9.34).

После введения безразмерных координат $\bar{r} = \frac{r}{R}$, $\bar{\xi} = \frac{\xi}{R}$,

$$\bar{z} = \frac{az}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi az}{2g}, \quad \bar{\eta} = \frac{a\eta}{2\bar{\omega}R^2} = \frac{\pi a\eta}{2g}$$

и безразмерной температуры $\theta = (T - T_n)\lambda / (q_c 2R)$ решение (9.35)
примет вид

$$\theta(\bar{r}, \bar{z}) = \bar{W} \int_0^{\bar{z}} \int_0^1 \bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, \bar{\eta}) \bar{\xi} d\bar{\xi} d\bar{\eta} + \int_0^{\bar{z}} \bar{G}(\bar{r}, 1, \bar{z}, \bar{\eta}) d\bar{\eta} = (2\bar{W} + 2)\bar{z} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\bar{A}_n}{\varepsilon_n^2} + \frac{A_n^*}{\varepsilon_n^2} \bar{W} \right) \psi_n(\bar{r}) \exp[-\varepsilon_n^2 \bar{z}] + \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(\bar{r}) \left(\frac{\bar{A}_n}{\varepsilon_n^2} + \frac{A_n^*}{\varepsilon_n^2} \bar{W} \right), \quad (9.36)$$

где $\bar{G}(\bar{r}, \bar{\xi}, \bar{z}, \bar{\eta}) = 4 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\psi_n(\bar{r}) \psi_n(\bar{\xi}) \exp[-\varepsilon_n^2 (\bar{z} - \bar{\eta})]}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r}}$ – функция Грина

краевой задачи (9.34) в безразмерной записи; $\varepsilon_n^2, \psi_n(\bar{r})$ – собственные значения и собственные функции краевой задачи Штурма-Лиувилля, возникающей при решении задачи (9.34); $\bar{W} = \frac{WR}{2q_c}$ – безразмерная

функция внутренних источников тепла, $\bar{A}_n = \frac{\int_0^1 \psi_n(\bar{\xi}) \bar{\xi} d\bar{\xi}}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - (\bar{\xi})^2] d\bar{\xi}}$,

$A_n^* = \frac{\psi_n(1)}{\int_0^1 \psi_n^2(\bar{\xi}) \bar{\xi} [1 - (\bar{\xi})^2] d\bar{\xi}}$ – постоянные числа. Значения $\varepsilon_n^2, \bar{A}_n, A_n^*$

для данного случая приведены в табл. П.10 приложения к книге [2].

Второй член в правой части (9.36) быстро стремится к нулю. При $\bar{z} > 0,15$ им можно пренебречь с погрешностью, не превышающей 1 %. Последний член в правой части (9.36) определяет распределение температуры в сечении, удаленном от входа в теплообменный участок измерительной трубки. Это распределение температуры является решением задачи (9.34) при $\bar{z} \rightarrow \infty$ и может быть найдено в виде функции $h(\bar{r})$.

Из (9.36) следует, что при $\bar{z} \rightarrow \infty$ (практически при $\bar{z} > 0,15$)

$$\theta(\bar{r}, \bar{z}) \approx (2\bar{W} + 2)\bar{z} + h(\bar{r}) \quad \text{и} \quad \frac{\partial \theta(\bar{r}, \bar{z})}{\partial \bar{z}} \approx 2\bar{W} + 2. \quad (9.37)$$

Подставив (9.37) в (9.34), получим задачу для определения $h(\bar{r})$:

$$(1 - (\bar{r})^2)(2\bar{W} + 2) - \bar{W} = \frac{1}{\bar{r}} \frac{d}{d\bar{r}} \left[\bar{r} \frac{dh(\bar{r})}{d\bar{r}} \right], \quad 0 < \bar{r} < 1,$$

$$\frac{dh(0)}{d\bar{r}} = 0, \quad \int_0^1 h(\bar{r}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r} = 0. \quad (9.38)$$

Решение задачи (9.38) имеет вид

$$h(\bar{r}) = \int \frac{1}{\bar{r}} \left\{ \int \bar{r} \left[(1 - (\bar{r})^2)(2\bar{W} + 2) - \bar{W} \right] d\bar{r} + c_1 \right\} d\bar{r} + c_2.$$

Из граничных условий задачи (9.38) следует, что

$$c_1 = 0, \quad c_2 = -\frac{7}{48} - \frac{\bar{W}}{16},$$

$$h(\bar{r}) = \left[\frac{1}{2}(\bar{r})^2 - \frac{1}{8}(\bar{r})^4 - \frac{7}{48} \right] + \frac{\bar{W}}{4} \left[(\bar{r})^2 - \frac{(\bar{r})^4}{2} - \frac{1}{4} \right]. \quad (9.38a)$$

Из (9.37), (9.38a) следует

$$\Delta\theta = \frac{11}{48} + \frac{\bar{W}}{16} \quad \text{или} \quad \frac{\Delta T \lambda}{q_c 2R} = \frac{11}{48} + \frac{WR}{32q_c},$$

где $\Delta\theta = \frac{\Delta T \lambda}{q_c d} = [\theta(1, \bar{z}) - \bar{\theta}(\bar{z})]$ – разность между безразмерной температурой $\theta(1, \bar{z})$ стенки трубки и безразмерной среднemasсовой температурой исследуемой жидкости $\bar{\theta}(\bar{z}) = 4 \int_0^1 \theta(\bar{r}, \bar{z}) \bar{r} [1 - (\bar{r})^2] d\bar{r}$ при $\bar{z} \rightarrow \infty$ (практически при $\bar{z} \geq 0,15$); $\Delta T = T(R, z) - \bar{T}(z)$ – разность между размерной температурой $T(R, z)$ стенки трубки и среднemasсовой размерной температурой исследуемой жидкости $\bar{T}(z) = \frac{4}{R^2} \int_0^R T(R, z) r \times \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] dr$ при $\bar{z} \rightarrow \infty$ (практически при $\bar{z} > 0,15$).

Из последней формулы получим расчетную зависимость для вычисления коэффициента теплопроводности

$$\lambda = \frac{11 q_c d}{48 \Delta T} \left[1 + \frac{3 W d}{44 q_c} \right], \quad (9.39)$$

где λ – коэффициент теплопроводности; W – плотность внутренних источников тепла; q_c – плотность теплового потока, направленного от стенки теплообменного участка к исследуемой жидкости; $d = 2R$ – внутренний диаметр измерительной трубки; ΔT – разность между температурой стенки и среднemasсовой температурой исследуемой жидкости на выходе из измерительной трубки.

Легко видеть, что (9.39) можно использовать для вычисления коэффициента теплопроводности жидкостей без внутренних источников

$$\lambda = \frac{11 q_c d}{48 \Delta T}. \quad (9.40)$$

Заметим, что при определении коэффициента теплопроводности, в случае непосредственного измерения плотности теплового потока, расход g исследуемой жидкости можно не измерять.

Из уравнения теплового баланса для потока жидкости с равномерно распределенными источниками тепла W , движущегося в круглой трубе, обогреваемой постоянным тепловым потоком q_c , следует

$$q_c = \left[\left(\frac{d\bar{T}}{dz} \right) \rho c \bar{\omega} R - WR \right] / 2, \quad (9.41)$$

где \bar{T} – среднemasсовая температура жидкости; z – продольная координата трубы; ρ – плотность; c – удельная теплоемкость $\bar{\omega}$ – средняя скорость течения; R – внутренний радиус трубы.

Подставим (9.41) в (9.40) и получим

$$a = \frac{11 d}{192 \Delta T} \left[\frac{d\bar{T}}{dz} \bar{\omega} - \frac{8 W}{11 c \rho} \right]. \quad (9.42)$$

Из (9.42) следует, что данный метод позволяет измерять не только коэффициент теплопроводности, но и коэффициент температуропроводности. Для этого надо по экспериментальным данным определить значение производной

$$\frac{d\bar{T}}{dz} \approx \frac{\bar{T}_k - \bar{T}_n}{\ell_T},$$

где $\bar{T}_к, \bar{T}_н$ – среднemasовые температуры исследуемой жидкости на входе и выходе измерительной трубки; ℓ_t – длина теплообменного участка, после чего коэффициент температуропроводности можно вычислить по формуле (9.42).

Коэффициент температуропроводности жидкости без внутренних источников тепла рассчитывается по формуле

$$a = \frac{11}{192} \frac{\bar{\omega} d^2}{\Delta T} \frac{d\bar{T}}{dz} = \frac{11}{48} \frac{g}{\pi \Delta T} \frac{d\bar{T}}{dz}, \quad (9.43)$$

где $g = \bar{\omega} \pi d^2 / 4$ – расход исследуемой жидкости через трубку.

Данный метод позволяет проводить комплексное измерение теплофизических характеристик жидкостей без внутренних источников тепла. При этом коэффициенты температуропроводности a и теплопроводности λ следует вычислять по формулам (9.40), (9.43), а удельную теплоемкость – по формуле $c = \frac{\lambda}{a\rho}$. Учитывая, что

расчетные зависимости (9.40) – (9.43) достаточно просты, они могут быть непосредственно использованы при проектировании и разработке специализированных вычислительных устройств для обработки экспериментальной информации.

Полученные расчетные формулы (9.40) – (9.43) требуют использования измерительных трубок с достаточно большой длиной ℓ_t теплообменного участка при относительно небольших расходах g исследуемой жидкости. Из-за этого исследуемые жидкости при пропускании через теплообменный участок подвергаются значительным по продолжительности и величине температурным воздействиям. В результате методы измерения, основанные на использовании формул (9.40) – (9.43), имеют ограниченную область применения.

Например, при исследовании жидкостей, в которых протекают микробиологические процессы, часто требуется поддерживать температуру в достаточно узком диапазоне 35...40 °С. При отклонении температуры за указанные пределы начинаются нежелательные процессы: развиваются вредные микроорганизмы, подавляется жизнедеятельность полезных микроорганизмов. В результате, из-за длительного и большого по величине теплового воздействия, в исследуемой жидкости во время пребывания в измерительной трубке накапливаются побочные продукты и снижается содержание полезных продуктов жизнедеятельности микроорганизмов. Поэтому результаты измерения теплофизических характеристик при длительных и больших

по величине тепловых воздействий теряют достоверность, так как они относятся не к исходной исследуемой жидкости, а к испорченной жидкости с пониженным содержанием полезных продуктов и повышенным содержанием вредных продуктов жизнедеятельности микроорганизмов.

В связи с этим, в п. 4.2.2 книги [2] рассматривается вывод расчетных формул, позволяющих использовать измерительные трубки со значительно более коротким теплообменным участком, а далее в [2] определены оптимальные условия осуществления эксперимента и рассмотрена схема установки для измерения α и λ жидкости рассматриваемым в параграфе 9.3 методом. Отметим, что при измерении перепада давления ΔP дифманометром (см. рис. 9.5), появляется возможность [2, 48] измерения комплексного теплофизического параметра $\mu\alpha$, представляющего собой произведение коэффициента динамической вязкости μ на коэффициент температуропроводности.

9.4 МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕПЛОЕМКОСТИ, КОМПЛЕКСНОГО ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА $c\rho/\mu$ И ПЛОТНОСТИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Важным требованием, предъявляемым к рассматриваемым в данной главе методам, является необходимость комплексного определения теплофизических характеристик исследуемой жидкости. Рассмотренные выше методы непосредственно не позволяют это сделать. Более того, при определении характеристик жидкостей с внутренними источниками тепла, рассмотренные методы предполагают известными удельную теплоемкость c и плотность ρ внутренних источников тепла W . Ниже приведены результаты исследований по разработке методов определения теплоемкости, комплексного теплофизического параметра $c\rho/\mu$, представляющего собой отношение объемной теплоемкости $c\rho$ жидкости к коэффициенту динамической вязкости μ , и плотности внутренних источников тепла.

9.4.1 СХЕМА И ПРИНЦИП ДЕЙСТВИЯ УСТРОЙСТВ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАССМАТРИВАЕМЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

Схема измерительного устройства, включающего в себя теплообменный участок длиной ℓ_T с охранными нагревателями 2, а также измерители 3 среднemasсовой температуры жидкости, приведена на рис. 9.6. Измерители 3 обеспечивают перемешивание исследуемой

жидкости и измерение ее среднemasсовой температуры термопарами 4. Направление движения исследуемой жидкости показано стрелками *A*. Заметим, что для одновременного измерения удельной теплоемкости и плотности внутренних источников тепла необходимо использовать два последовательно или параллельно включенных измерительных устройства. При измерении комплексного теплофизического параметра $c\rho/\mu$ к патрубкам 5 подключают дифманометр 6.

Измерительные операции согласно предлагаемым методам осуществляют в следующем порядке.

1 Исследуемую жидкость *A*, подогретую до заданной начальной температуры T_n , пропускают с постоянной скоростью через одно или два последовательно включенных измерительных устройства.

2 Обогревают теплообменные участки измерительных устройств с помощью рабочих электронагревателей 1. Одновременно с помощью охранных нагревателей 2

и специальных регуляторов добиваются того, чтобы не было утечек тепла от рабочих нагревателей в окружающее пространство.

3 Измеряют величину мощности, потребляемой рабочими нагревателями, и разность температур $T_k - T_n$ исследуемой жидкости между входом и выходом теплообменных участков.

4 Измеряют расход исследуемой жидкости или перепад давления Δp на участке центральной трубки длиной *L*.

5 Искомые теплофизические характеристики вычисляют по приведенным ниже зависимостям.

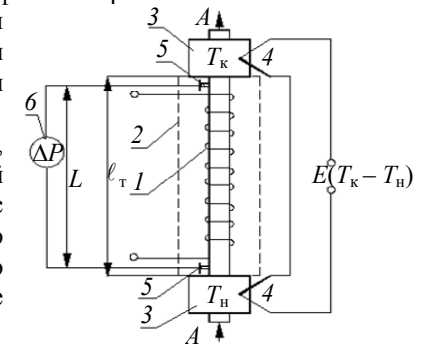


Рис. 9.6 Схема измерительного устройства

9.4.2 РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ УДЕЛЬНОЙ ТЕПЛОЕМКОСТИ, КОМПЛЕКСНОГО ТЕПЛОФИЗИЧЕСКОГО ПАРАМЕТРА $c\rho/\mu$ И ПЛОТНОСТИ ВНУТРЕННИХ ИСТОЧНИКОВ ТЕПЛА

Уравнения теплового баланса для рассматриваемого измерительного устройства имеют вид:

$$c\rho g(T_k - T_n) - W\pi R^2 \ell_T = P; \quad (9.44)$$

$$\frac{c\rho}{\mu} \frac{\pi R^4 \Delta p}{8L} (T_k - T_n) - W\pi R^2 \ell_T = P, \quad (9.44a)$$

где c – удельная теплоемкость; μ – коэффициент динамической вязкости жидкости; ρ – плотность; g – расход; T_k, T_n – соответственно температуры исследуемой жидкости на выходе и входе измерительной трубки; W – плотность внутренних источников тепла; R, ℓ_T – внутренний радиус и длина теплообменного участка трубки; P – электрическая мощность, потребляемая рабочими нагревателями I ; Δp – перепад давления на участке трубки длиной L .

При $W = 0$ из (9.44), (9.44a) получаем формулы для вычисления удельной теплоемкости

$$c = \frac{P}{\rho g(T_k - T_n)} \quad (9.45)$$

и комплексного теплофизического параметра

$$\frac{c\rho}{\mu} = \frac{8LP}{\pi R^4 \Delta p (T_k - T_n)}. \quad (9.45a)$$

Если удельную теплоемкость исследуемой жидкости c внутренними источниками тепла можно считать известной, то из (9.44) следует формула для вычисления плотности внутренних источников тепла

$$W = \frac{c\rho g(T_k - T_n) - P}{\pi R^2 \ell_T}. \quad (9.46)$$

Применяя в опыте две измерительные трубки, можно записать уравнения теплового баланса для каждой трубки в виде

$$c\rho g_i(T_{ki} - T_{ni}) - W\pi R_i^2 \ell_i = P_i, \quad i = 1, 2 \quad (9.47)$$

(индекс i определяет номер измерительной трубки).

Из системы уравнений (9.47) легко получить формулы для определения искомых величин:

$$c = \frac{P_2 R_1^2 \ell_1 - P_1 R_2^2 \ell_2}{\rho [g_2 (T_{k2} - T_{n2}) R_1^2 \ell_1 - g_1 (T_{k1} - T_{n1}) R_2^2 \ell_2]}; \quad (9.48)$$

$$W = \frac{-g_2(T_{к2} - T_{н2})P_1 + g_1(T_{к1} - T_{н1})P_2}{\pi [g_2(T_{к2} - T_{н2})R_1^2 \ell_1 - g_1(T_{к1} - T_{н1})R_2^2 \ell_2]}. \quad (9.49)$$

При проведении эксперимента измерительные трубки могут быть включены в схеме измерения как последовательно, так и параллельно. В последнем случае расходы исследуемой жидкости через измерительные трубки могут быть различными.

Достоинством рассмотренных методов определения удельной теплоемкости, комплексного теплофизического параметра $ср/\mu$ и плотности внутренних источников тепла является возможность совместного применения их с любым из ранее рассмотренных методов и устройств. Это позволяет в одном опыте комплексно определить теплофизические характеристики жидкостей.

Отметим, что комплексный теплофизический параметр $ср/\mu$ представляет существенный практический интерес в том случае, когда при расчете и проектировании технологических процессов и аппаратов проектировщику достаточно иметь информацию только о среднemasсовых температурах ламинарного потока жидкости, протекающей через трубопроводы или каналы технологического оборудования под действием известного перепада давления Δp .

9.5 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, МЕТОД И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ЖИДКОСТЕЙ ОТ СКОРОСТИ СДВИГА

В конце XX века в научно-технической литературе появились публикации [42 – 45], посвященные теоретическому предсказанию гипотетической зависимости теплопроводности расплавов и растворов полимеров от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Это обусловлено тем, что при численных расчетах температурное поле ламинарного потока расплава или раствора полимера оказывается весьма чувствительным к небольшим изменениям теплопроводности [2, 44, 45].

До последнего времени реологии уделяли очень мало внимания теплофизическим свойствам растворов и расплавов полимеров. Абсолютное большинство экспериментальных данных о теплопроводности расплавов полимеров было получено с использованием неориентированных образцов. Однако, при сдвиговом течении растворов полимеров происходит ориентация молекул в направлении течения. При этом изотропный коэффициент

теплопроводности λ превращается в тензор теплопроводности Λ с компонентами [42 – 45]:

$$\Lambda = \begin{pmatrix} \lambda_{\varphi\varphi} & \lambda_{\varphi r} & \lambda_{\varphi x} \\ \lambda_{r\varphi} & \lambda_{rr} & \lambda_{rx} \\ \lambda_{x\varphi} & \lambda_{xr} & \lambda_{xx} \end{pmatrix},$$

где $\lambda_{\varphi\varphi}$ – компонент тензора теплопроводности, определяющий перенос тепла вдоль первой оси координат, совпадающей с направлением течения; λ_{rr} , λ_{xx} – компоненты тензора теплопроводности, определяющие перенос тепла в направлении второй и третьей осей координат; $\lambda_{\varphi r} = \lambda_{r\varphi}$, $\lambda_{\varphi x} = \lambda_{x\varphi}$, $\lambda_{rx} = \lambda_{xr}$ – внедиагональные компоненты тензора теплопроводности.

Аналогично вводится в рассмотрение тензор температуропроводности A :

$$A = \begin{pmatrix} a_{\varphi\varphi} & a_{\varphi r} & a_{\varphi x} \\ a_{r\varphi} & a_{rr} & a_{rx} \\ a_{x\varphi} & a_{xr} & a_{xx} \end{pmatrix}.$$

Согласно теоретическим исследованиям работ [44, 45] продольные компоненты $\lambda_{\varphi\varphi}$, $a_{\varphi\varphi}$ тензоров теплопроводности и температуропроводности должны возрастать при увеличении скорости сдвига, а поперечные компоненты λ_{rr} , λ_{xx} , a_{rr} , a_{xx} должны уменьшаться. Для того, чтобы экспериментально подтвердить наличие гипотетической зависимости хотя бы одного из компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, в ТГТУ были разработаны метод и автоматизированная система научных исследований для экспериментального измерения зависимости вторых диагональных компонентов λ_{rr} , a_{rr} тензоров теплопроводности и температуропроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$. Методика измерения базируется на применении методов ламинарного режима [2, 27, 48] и использует математический аппарат временных интегральных характеристик на основе операционного исчисления Лапласа [28].

9.5.1 СХЕМА ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА И ОСНОВНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ

Физическая модель устройства, используемого при реализации предлагаемого метода, представляет собой два коаксиальных цилиндра B и H . Внутренний цилиндр B изготовлен из материалов с известными теплофизическими характеристиками и представляет собой трехслойную цилиндрическую систему, состоящую из слоев $1, 2, 3$ (см. рис. 9.7). Внешний цилиндр H способен вращаться с угловой скоростью ω , температура его поддерживается постоянной и равной $T = T_0 = 0$.

В зазоре между цилиндрами B и H находится слой 4 исследуемой жидкости, в котором действуют внутренние источники тепла, обусловленные диссипацией механической энергии вращения внешнего цилиндра за счет вязкого трения. Между слоями 1 и 2 в коаксиальном цилиндрическом сечении внутреннего цилиндра расположен источник теплоты 5 , протяженность которого $L = 100$ мм, и термометр сопротивления 6 высотой $\ell = 60$ мм. Между слоями $2, 3$ и $3, 4$ считаются заданными обычные граничные условия четвертого рода, а между слоями 1 и 2 – граничное условие четвертого рода специального вида, учиты-

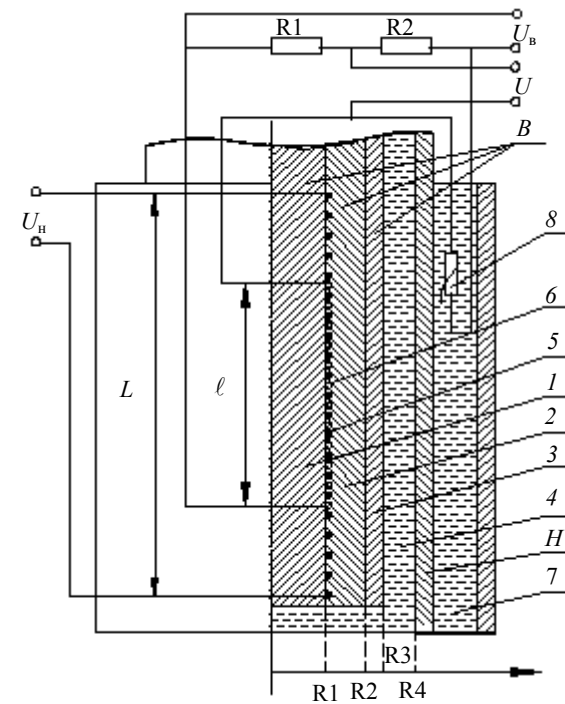


Рис. 9.7 Физическая модель измерительного устройства

вающее наличие в данном месте источника теплоты. Наружный подвижный цилиндр H с внутренним радиусом R_4 имеет водяную рубашку 7, в которую помещен термометр сопротивления 8. Термометры сопротивления 6, 8 и манганиновые сопротивления R_1 и R_2 включены в мостовую измерительную схему, выходной сигнал U которой прямопропорционален разности между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном цилиндрическом сечении радиусом R_1 . Методика определения теплофизических характеристик жидкостей при сдвиговом течении иллюстрируется рис. 9.8 и заключается в следующем [2, 47].

На первом подготовительном этапе в зазор между цилиндрами помещают исследуемую жидкость и подают теплоноситель из термостата в водяную рубашку 7 измерительного устройства. Подготовительный этап считается законченным, когда температура $t_1(R_1, \tau)$ измерительного устройства в коаксиальном цилиндрическом сечении $r = R_1$ уравнивается с температурой термостатной жидкости $t_4(R_4, \tau) = 0$, условно принимаемой за начало отсчета температуры.

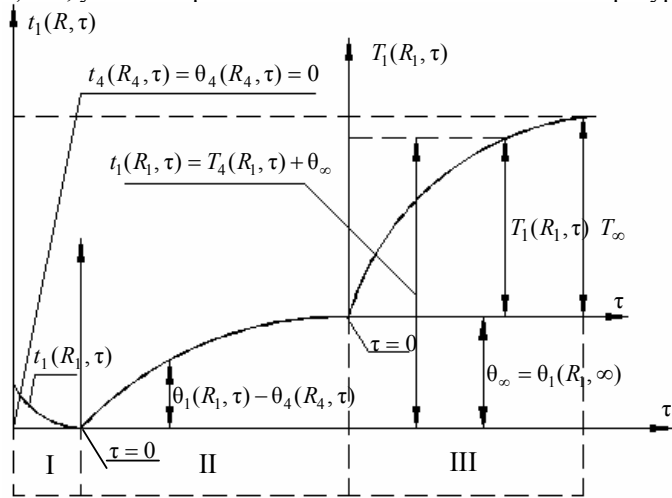


Рис. 9.8 Изменения температур в сечении радиуса $r = R_1$ в процессе трех стадий эксперимента: I, II, III

На втором этапе начинают вращать при помощи электропривода постоянного тока наружный цилиндр с заданной угловой скоростью ω и через равные промежутки времени $\Delta\tau_2$ измеряют с помощью термометров

сопротивления b , δ и мостовой измерительной схемы разность температур $\theta_i = \theta_1(R_1, \tau_i) - \theta_4(R_4, \infty) = \theta_1(R_1, \tau_i)$ до тех пор, пока не будет достигнуто новое, практически постоянное значение $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty) = \text{const}$. Здесь буквой θ обозначены значения температур, измеряемых на втором этапе эксперимента.

На третьем этапе эксперимента подают электрическую мощность на нагреватель 5 и, начиная с этого момента, через равные промежутки времени $\Delta\tau_3$ регистрируют разности температур $T_i = T_1(R_1, \tau_i) - T_4(R_4, \infty) = t_1(R_1, \tau_i) - \theta_1(R_1, \infty)$. Эксперимент заканчивают в момент времени, когда величина $T_i = T_1(R_1, \infty) = T_\infty$ станет постоянной. Здесь $T_i = T_1(R_1, \tau_i)$ – разность между фактически измеряемой температурой $t_1(R_1, \tau_i)$ и значением температуры $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty)$, установившимся в конце второго этапа.

После окончания третьего этапа по измеренным значениям температур $\theta_1(R_1, \tau_i)$ и $T_1(R_1, \tau_i)$ с учетом известного значения удельной поверхностной мощности q электронагревателя 5 вычисляют значения искомым вторых диагональных компонентов λ_{rr} , a_{rr} тензоров теплопроводности Λ и температуропроводности A .

9.5.2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА И ИЗМЕРИТЕЛЬНОГО УСТРОЙСТВА.

АЛГОРИТМЫ ВЫЧИСЛЕНИЯ ИСКОМЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ИССЛЕДУЕМОЙ ЖИДКОСТИ ПО ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Математическая модель температурного поля рассматриваемого измерительного устройства (рис. 9.7), составленная на основе допущений 1 – 15, сформулированных в §5.2 книги [2], имеет вид:

$$\frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_1(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad 0 < r < R_1, \tau > 0; \quad (9.50)$$

$$\frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_2(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad R_1 < r < R_2, \tau > 0; \quad (9.51)$$

$$\frac{\partial t_3(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_3}{c_3 \rho_3} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_3(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad R_2 < r < R_3, \tau > 0; \quad (9.52)$$

$$\frac{\partial t_4(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x} \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial t_4(r, \tau)}{\partial r} \right) + \frac{\mu}{c_x \rho_x} \frac{4\omega^2 R_3^4 R_4^4}{(R_4^2 - R_3^2)^2} r^4,$$

$$R_3 < r < R_4, \tau > 0; \quad (9.53)$$

$$\frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (9.54)$$

$$\begin{aligned} t_1(R_1 - 0, \tau) &= t_2(R_1 + 0, \tau), \\ \lambda_1 \frac{\partial t_1(R_1 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial t_2(R_1 + 0, \tau)}{\partial r} &= q(\tau); \end{aligned} \quad (9.55)$$

$$\begin{aligned} t_2(R_2 - 0, \tau) &= t_3(R_2 + 0, \tau), \\ \lambda_2 \frac{\partial t_2(R_2 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_3 \frac{\partial t_3(R_3 + 0, \tau)}{\partial r} &= 0; \end{aligned} \quad (9.56)$$

$$\begin{aligned} t_3(R_3 - 0, \tau) &= t_4(R_3 + 0, \tau), \\ \lambda_3 \frac{\partial t_3(R_3 - 0, \tau)}{\partial r} - \lambda_{rr} \frac{\partial t_4(R_3 + 0, \tau)}{\partial r} &= 0; \end{aligned} \quad (9.57)$$

$$t_4(R_4, \tau) = 0; \quad (9.58)$$

$$t_1(r, 0) = t_2(r, 0) = t_3(r, 0) = t_4(r, 0) = 0, \quad (9.59)$$

где t_1, t_2, t_3, t_4 – температуры 1, 2, 3 и 4 слоев, К; ω – угловая скорость вращения внешнего цилиндра H , c^{-1} ; τ – время, с; R_1, R_2, R_3 – внешние радиусы первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, м; R_4 – внутренний радиус внешнего цилиндра H , м; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ – коэффициенты теплопроводности первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, Вт/мК; $c_{\rho x}$ – объемная теплоемкость исследуемой жидкости, Дж/(м³·К); λ_{rr} – второй диагональный компонент тензора теплопроводности Λ исследуемой жидкости, Вт/мК; $c_1\rho_1, c_2\rho_2, c_3\rho_3$ – объемная теплоемкость первого, второго и третьего слоев внутреннего цилиндра, Дж/(м³·К); $q(\tau)$ – удельная мощность источника теплоты, Вт/м²; μ – эквивалентная динамическая вязкость неньютоновской исследуемой жидкости, Па·с.

Решение задачи (9.50) – (9.59) можно представить в виде

$$t_j(r, \tau) = T_j(r, \tau) + \theta_j(r, \tau), \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

где $T_j(r, \tau)$ – решение задачи (9.50) – (9.59) при $q(\tau) \neq 0$ и $\omega = 0$; $\theta_j(r, \tau)$ – решение задачи (9.50) – (9.59) при $q(\tau) = 0$ и $\omega \neq 0$.

9.5.2.1 АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИНАМИЧЕСКОЙ ВЯЗКОСТИ

С использованием интегрального преобразования Лапласа

$$\theta_j^*(r, p) = \int_0^{\infty} \theta_j(r, \tau) \exp(-p\tau) d\tau, \quad j = 1, 2, 3, 4,$$

задача (9.50) – (9.59) для функции $\theta_j(r, \tau)$, $j = 1, 2, 3, 4$ (при $q(\tau) = 0$ и $\omega \neq 0$) была преобразована к виду:

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_1^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_1^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad 0 < x < g_{11}, \\ x = \sqrt{\frac{p}{a_1}} r, \quad g_{11} = \sqrt{\frac{p}{a_1}} R_1, \quad a_1 = \frac{\lambda_1}{c_1 \rho_1}; \end{aligned} \quad (9.60)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_2^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_2^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{21} < x < g_{22}, \\ x = \sqrt{\frac{p}{a_2}} r, \quad g_{21} = \sqrt{\frac{p}{a_2}} R_1, \quad g_{22} = \sqrt{\frac{p}{a_2}} R_2, \quad a_2 = \frac{\lambda_2}{c_2 \rho_2}; \end{aligned} \quad (9.61)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_3^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_3^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{32} < x < g_{33}, \\ x = \sqrt{\frac{p}{a_3}} r, \quad g_{32} = \sqrt{\frac{p}{a_3}} R_2, \quad g_{33} = \sqrt{\frac{p}{a_3}} R_3, \quad a_3 = \frac{\lambda_3}{c_3 \rho_3}; \end{aligned} \quad (9.62)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{d\theta_4^*(x, p)}{dx} \right] - \theta_4^*(x, p) = - \frac{\mu 4 \omega^2 R_4^3 R_4^4}{\lambda_{rr} a_{rr} (R_4^2 - R_3^2)^2 x^4},$$

$$p > 0, \quad g < x < hg,$$

$$x = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} r, \quad g = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} R_3, \quad h = \frac{R_4}{R_3}, \quad a_{rr} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x}; \quad (9.63)$$

$$\frac{d\theta_1^*(0, p)}{dx} = 0; \quad (9.64)$$

$$\theta_1^*(g_{11}, p) = \theta_2^*(g_{21}, p), \quad \lambda_1 g_{11} \frac{d\theta_1^*(g_{11}, p)}{dx} = \lambda_2 g_{21} \frac{d\theta_2^*(g_{21}, p)}{dx}; \quad (9.65)$$

$$\theta_2^*(g_{22}, p) = \theta_3^*(g_{32}, p), \quad \lambda_2 g_{22} \frac{d\theta_2^*(g_{22}, p)}{dx} = \lambda_3 g_{32} \frac{d\theta_3^*(g_{32}, p)}{dx}; \quad (9.66)$$

$$\theta_3^*(g_{33}, p) = \theta_4^*(g, p), \quad \lambda_3 g_{33} \frac{d\theta_3^*(g_{33}, p)}{dx} = \lambda_{rr} g \frac{d\theta_4^*(g, p)}{dx}; \quad (9.67)$$

$$\theta_4^*(hg, p) = 0. \quad (9.68)$$

Общие решения уравнений (9.60) – (9.63) имеют вид [16]:

$$\theta_1^*(x, p) = C_1(p)I_0(x) + C_2(p)K_0(x), \quad 0 < x < g_{11}; \quad (9.69)$$

$$\theta_2^*(x, p) = C_3(p)I_0(x) + C_4(p)K_0(x), \quad g_{21} < x < g_{22}; \quad (9.70)$$

$$\theta_3^*(x, p) = C_5(p)I_0(x) + C_6(p)K_0(x), \quad g_{32} < x < g_{33}; \quad (9.71)$$

$$\theta_4^*(x, p) = C_7(p)I_0(x) + C_8(p)K_0(x) + MF_0(x), \quad g < x < hg, \quad (9.72)$$

где
$$M = \frac{\mu 4\omega^2 R_3^4 R_4^4}{\lambda_{rr} a_{rr} (R_4^2 - R_3^2)^2}, \quad F_0(x) = K_0(x) \int_x^{hg} \frac{I_0(x) dx}{W_1(x) x^4} - I_0(x) \int_x^{hg} \frac{K_0(x) dx}{W_1(x) x^4},$$

$W_1(x) = I_0(x)K_1(x) + I_1(x)K_0(x)$; $I_n(x)$, $K_n(x)$ – модифицированные функции Бесселя и Ганкеля порядка n ($n = 0, 1$) [16].

Из (9.69) и (9.64) следует

$$\frac{d\theta_1^*(0, p)}{dx} = C_1(p)I_1(0) - C_2(p)K_1(0) = 0.$$

С учетом того что $K_1(0) = \infty$, из последнего равенства получаем $C_2(p) = 0$. Следовательно,

$$\theta_1^*(x, p) = C_1(p)I_0(x) \quad \text{или} \quad \theta_1^*(g_{11}, p) = C_1(p)I_0(g_{11}). \quad (9.73)$$

Если из эксперимента определена величина

$$\theta_{13}^*(g_{11}, p) = \int_0^\infty \theta_{13}(g_{11}, \tau) \exp(-p\tau) d\tau,$$

то из (9.73) следует

$$C_1(p) = \frac{\theta_{13}^*(g_{11}, p)}{I_0(g_{11})}. \quad (9.74)$$

Подставив (9.69) – (9.72) в (9.65) – (9.68), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_3(p)I_0(g_{21}) + C_4(p)K_0(g_{21}) = C_1(p)I_0(g_{11}) = \theta_{13}^*(g_{11}, p), \\ C_3(p)I_1(g_{21}) - C_4(p)K_1(g_{21}) = \frac{\lambda_1 g_{11}}{\lambda_2 g_{21}} C_1(p)I_1(g_{11}); \end{cases} \quad (9.65a)$$

$$\begin{cases} C_5(p)I_0(g_{32}) + C_6(p)K_0(g_{32}) = C_3(p)I_0(g_{22}) + C_4(p)K_0(g_{22}), \\ C_5(p)I_1(g_{32}) - C_6(p)K_1(g_{32}) = \frac{\lambda_2 g_{22}}{\lambda_3 g_{32}} [C_3(p)I_1(g_{22}) - C_4(p)K_1(g_{22})]; \end{cases} \quad (9.66a)$$

$$\begin{cases} C_7(p)I_0(g) + C_8(p)K_0(g) + MF_0(g) = C_5(p)I_0(g_{33}) + C_6(p)K_0(g_{33}), \\ C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g) - MF_1(g) = \frac{\lambda_3 g_{33}}{\lambda_{rr} g} [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]; \end{cases} \quad (9.67a)$$

$$C_7(p)I_0(hg) + C_8(p)K_0(hg) = 0, \quad (9.68a)$$

$$\text{где } F_1(x) = -\frac{dF_0(x)}{dx} = K_1(x) \int_x^{hg} \frac{I_0(x) dx}{W_1(x)x^4} + I_1(x) \int_x^{hg} \frac{K_0(x) dx}{W_1(x)x^4}.$$

Если заданы p и $\theta_{13}^*(g_{11}, p)$ и известны значения теплофизических свойств $\lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2, \lambda_3, a_3, \lambda_{rr}, a_{rr}$ (следовательно, если известны $g_{11}, g_{21}, g_{32}, g_{33}, g$), то последовательно можно найти $C_3(p), C_4(p)$ из системы уравнений (9.65a); $C_5(p), C_6(p)$ – из системы уравнений (9.66a); $C_7(p), C_8(p)$ и M – из системы уравнений (9.67a) и (9.68a). Зная M , можно вычислить величину динамической вязкости

$$\mu = \lambda_{rr} a_{rr} \frac{(R_4^2 - R_3^2)^2}{4\omega^2 R_4^4 R_3^4} M. \quad (9.75)$$

9.5.2.2 АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ И ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Аналогично, с использованием преобразования Лапласа

$$T_j^*(r, p) = \int_0^{\infty} T_j(r, \tau) \exp(-p\tau) d\tau, \quad j = 1, 2, 3, 4;$$

$$q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) \exp(-p\tau) d\tau,$$

задача (9.50) – (9.59) для функции $T_j(r, \tau)$ (при $q(\tau) \neq 0$ и $\omega = 0$) была преобразована к виду:

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_1^*(x, p)}{dx} \right] - T_1^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad 0 < x < g_{11}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_1}} r; \quad (9.76)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_2^*(x, p)}{dx} \right] - T_2^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{21} < x < g_{22}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_2}} r; \quad (9.77)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_3^*(x, p)}{dx} \right] - T_3^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g_{32} < x < g_{33}, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_3}} r; \quad (9.78)$$

$$\frac{1}{x} \frac{d}{dx} \left[x \frac{dT_4^*(x, p)}{dx} \right] - T_4^*(x, p) = 0, \quad p > 0, \quad g < x < hg, \quad x = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} r; \quad (9.79)$$

$$\frac{dT_1^*(0, p)}{dx} = 0, \quad (9.80)$$

$$T_1^*(g_{11}, p) = T_2^*(g_{21}, p);$$

$$\lambda_1 g_{11} \frac{dT_1^*(g_{11}, p)}{dx} - \lambda_2 g_{21} \frac{dT_2^*(g_{21}, p)}{dx} = q^*(p) R_1, \quad (9.81)$$

$$T_2^*(g_{22}, p) = T_3^*(g_{32}, p);$$

$$\lambda_2 g_{22} \frac{dT_2^*(g_{22}, p)}{dx} = \lambda_3 g_{32} \frac{dT_3^*(g_{32}, p)}{dx}, \quad (9.82)$$

$$T_3^*(g_{33}, p) = T_4^*(g, p);$$

$$\lambda_3 g_{33} \frac{dT_3^*(g_{33}, p)}{dx} = \lambda_{rr} g \frac{dT_4^*(g, p)}{dx}, \quad (9.83)$$

$$T_4^*(hg, p) = 0. \quad (9.84)$$

Общие решения уравнений (9.76) – (9.79) имеют вид (9.69) – (9.72), если положить $M = 0$ в формуле (9.72). По аналогии с изложенным выше получаем

$$C_2(p) = 0, \quad C_1(p) = \frac{T_{13}^*(g_{11}, p)}{I_0(g_{11})}, \quad (9.85)$$

где $T_{13}^*(g_{11}, p) = \int_0^{\infty} T_{13}^*(g_{11}, \tau) \exp(-p\tau) d\tau$ – экспериментально измеренное значение.

Подставив (9.69) – (9.72) при $M = 0$ в (9.81) – (9.84), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} C_3(p)I_0(g_{21}) + C_4(p)K_0(g_{21}) = C_1(p)I_0(g_{11}) = T_{13}^*(g_{11}, p), \\ C_3(p)I_1(g_{21}) - C_4(p)K_1(g_{21}) = \frac{[\lambda_1 g_{11} C_1(p)I_1(g_{11}) - q^*(p)R_1]}{\lambda_2 g_{21}}, \end{cases} \quad (9.81a)$$

$$\begin{cases} C_5(p)I_0(g_{32}) + C_6(p)K_0(g_{32}) = C_3(p)I_0(g_{22}) + C_4(p)K_0(g_{22}), \\ C_5(p)I_1(g_{32}) - C_6(p)K_1(g_{32}) = \frac{\lambda_2 g_{22}}{\lambda_3 g_{32}} [C_3(p)I_1(g_{22}) - C_4(p)K_1(g_{22})]; \end{cases} \quad (9.82a)$$

$$C_7(p)I_0(g) + C_8(p)K_0(g) = C_5(p)I_0(g_{33}) + C_6(p)K_0(g_{33}), \quad (9.83a)$$

$$C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g) = \frac{\lambda_3 g_{33}}{\lambda_{rr} g} [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]; \quad (9.83b)$$

$$C_7(p)I_0(hg) + C_8(p)K_0(hg) = 0. \quad (9.84a)$$

Система уравнений (9.81a) – (9.84a) используется для определения величин λ и a . Для достижения этой цели перепишем уравнение (9.83b) в виде

$$\lambda_{rr} = \frac{g_{33} \lambda_3 [C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]}{g [C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g)]}. \quad (9.86)$$

Зададимся двумя значениями параметра преобразования Лапласа $p_1 = p$ и $p_2 = kp$, где $k = \text{const}$ ($k > 1$). Подставив второе значение $p_2 = kp$ в (9.86), получим

$$\lambda_{rr} = \frac{g_{33} \lambda_3 [C_5(kp)I_1(\sqrt{k} g_{33}) - C_6(kp)K_1(\sqrt{k} g_{33})]}{g [C_7(kp)I_1(\sqrt{k} g) - C_8(kp)K_1(\sqrt{k} g)]}. \quad (9.87)$$

Поделив (9.86) на (9.87), получим уравнение

$$\frac{[C_5(p)I_1(g_{33}) - C_6(p)K_1(g_{33})]}{[C_5(kp)I_1(\sqrt{k}g_{33}) - C_6(kp)K_1(\sqrt{k}g_{33})]} \times \\ \times \frac{[C_7(kp)I_1(\sqrt{k}g) - C_8(kp)K_1(\sqrt{k}g)]}{[C_7(p)I_1(g) - C_8(p)K_1(g)]} = 1. \quad (9.88)$$

Порядок вычисления $C_3(p) - C_8(p)$, a_{rr} , λ_{rr} следующий. При двух значениях преобразования Лапласа $p_1 = p$ и $p_2 = kp$ последовательно вычисляют: $C_3(p_j)$, $C_4(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (9.81а); $C_5(p_j)$, $C_6(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (9.82а); $C_7(p_j)$, $C_8(p_j)$, $j = 1, 2$ – из системы уравнений (9.83а), (9.84а), (9.88). С учетом того что

$g = \sqrt{\frac{p}{a_{rr}}} R_3$, вычисляют

$$a_{rr} = \frac{\lambda_{rr}}{c_x \rho_x} = \frac{p R_3^2}{g^2}. \quad (9.89)$$

Величину λ_{rr} вычисляют по формуле (9.86) или (9.87).

9.5.2.3 ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Если в задаче (9.50) – (9.59) положить $q = 0$, $\omega = \text{const}$ и $\tau = \infty$, то в результате решения получившейся стационарной задачи для $\theta_j(r, \infty)$, $j = 1, 2, 3, 4$ легко выводится формула для вычисления реотеплофизического параметра μ/λ_{rr} , представляющего собой отношение динамической вязкости μ ко второму диагональному компоненту λ_{rr} тензора теплопроводности

$$\frac{\mu}{\lambda_{rr}} = \frac{(R_4^2 - R_3^2)^2 \theta_\infty}{\omega^2 R_3^4 R_4^4 \left[\left(\frac{1}{R_4^2} - \frac{1}{R_3^2} \right) + \frac{2}{R_3^2} (\ln R_4 - \ln R_3) \right]}, \quad (9.90)$$

где $\theta_\infty = \theta_1(R_1, \infty) - \theta_4(R_4, \infty)$ – установившееся стационарное значение разности между температурой $\theta_1(R_1, \infty)$ внутреннего цилиндра в сечении радиуса $r = R_1$ и температурой внешнего цилиндра $\theta_4(R_4, \infty) = t_4(R_4, \infty) = 0$.

Аналогично, если в математической модели (9.50)–(9.59) положить $q = \text{const}$, $\omega = 0$, $\tau = \infty$, то в результате решения получившейся стационарной задачи для функции $T_j(r, \infty) = t_j(r, \infty) - \theta_j(r, \infty)$, $j = 1, 2, 3, 4$, легко выводится формула

$$\lambda_{rr} = \frac{\ln(R_4/R_3)}{\left\{ \frac{T_\infty}{qR_1} - \frac{\ln(R_2/R_1)}{\lambda_2} - \frac{\ln(R_3/R_2)}{\lambda_3} \right\}}, \quad (9.91)$$

позволяющая вычислить λ_{rr} по стационарной разности температур $T_\infty = T_1(R_1, \infty) - T_4(R_4, \infty) = t_1(R_1, \infty) - \theta_1(R_1, \infty)$.

9.5.3 СОСТАВ И АЛГОРИТМ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ АВТОМАТИЗИРОВАННОЙ СИСТЕМЫ НАУЧНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

Рассмотренные в п. 9.5.1 методика проведения эксперимента и в п. 9.5.2 алгоритмы обработки экспериментальных данных являются довольно сложными. Без применения средств вычислительной техники реализовать эту методику и алгоритмы обработки информации практически невозможно. Поэтому, в целях повышения эффективности теплофизических измерений, была изготовлена автоматизированная система научных исследований (АСНИ) ТФХ [2, 48], которая обеспечивает автоматическое проведение всех операций эксперимента по определению ТФХ жидкостей: нагрев, измерение и регистрация температуры, анализ хода эксперимента, переход от второго к третьему этапу эксперимента, регистрация времени эксперимента, расчет ТФХ жидкостей.

В состав АСНИ ТФХ входят следующие функциональные блоки: измерительно-вычислительный комплекс (ИВК) на базе IBM-совместимого компьютера, имеющий в своем составе процессор, АЦП, ЦАП, таймер, дисплей и печатающее устройство; измерительное устройство; блок согласования измерительного устройства с ИВК; блок питания; термостат жидкостный, электропривод постоянного тока.

Перед началом эксперимента проводят подготовительный этап согласно описанной ранее методике проведения эксперимента, поместив в зазор между цилиндрами B и H исследуемую жидкость.

Затем с клавиатуры ИВК вводят дату и время начала эксперимента, название исследуемой жидкости, скорость вращения внешнего цилиндра, после чего приводят во вращение при помощи электропривода постоянного тока внешний цилиндр с заданной

угловой скоростью.
 С этого момента времени в память ИВК через АЦП поступает с интервалом времени $\Delta\tau_2$, задаваемым таймером, выходное напряжение измерительного моста U_i (см. рис. 9.7), по которому производится расчет разности $\theta_i = \theta_1(R_1, \tau_i)$ между температурой в коаксиальном цилиндрическом сечении радиусом R_1 и температурой внешнего цилиндра по формуле

$$\theta_i = mU_i, \quad (9.92)$$

где m – коэффициент пропорциональности между разностью температур θ_i и выходным напряжением измерительного моста U_i . На каждом шаге измерения производится расчет критерия: $\alpha_i = (\theta_i - \theta_{i-n})/\theta_i$, где θ_i – разность между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном цилиндрическом сечении постоянного радиуса R_1 на последнем i -м шаге измерения; θ_{i-n} – разность между температурой внешнего цилиндра и температурой внутреннего цилиндра в коаксиальном сечении постоянного радиуса R_1 на $i-n$ шаге измерения, где n – постоянное целое число. Как только величина критерия α_i станет меньше или равной заранее заданной малой величины $\alpha_{\min 2}$, второй этап эксперимента заканчивается. При этом в памяти ИВК остаются все значения разностей температур θ_i , в том числе последнее значение разности температур $\theta_L = \theta_1(R_1, \infty) = \theta_\infty$, где L – номер последнего шага измерения.

На третьем этапе эксперимента подается постоянная электрическая мощность на нагреватель 5 (см. рис. 9.7). Начиная с этого момента времени, через интервал времени $\Delta\tau_3$ измеряются посредством АЦП значения выходного сигнала измерительного моста U_i и вычисляются по формуле (9.92) значения разности температур $t_i = t_1(R_1, \tau_i)$.

На каждом временном шаге при этом осуществляется вычисление разности температур $T_i = t_i - \theta_\infty$, а также вычисление критерия $\alpha_i = (T_i - T_{i-n})/T_i$. Эксперимент заканчивается при выполнении условия $|\alpha_i| < \alpha_{\min 3}$.

На следующей стадии осуществляется обработка экспериментальных данных, хранящихся в оперативной памяти ИВК. При этом с использованием формулы Симпсона [28, 29] вычисляются

значения интегральных характеристик для первого значения параметра преобразования Лапласа $p_1 = p$:

$$\theta_{13}^*(g_{11}, p) = \frac{\Delta\tau_2}{3} \left\{ \theta_0 + \theta_L \exp(-p\tau_L) + \sum_{i=1}^{L/2} [4\theta_{2i-1} \exp(-p\tau_{2i-1}) + 2\theta_{2i} \exp(-p\tau_{2i})] \right\} + \frac{\theta_L}{p} \exp(-p\tau_L),$$

а также значения интегральных характеристик $T_{13}^*(g_{11}, p_j)$ для двух значений параметра p_j ($j = 1, 2$) преобразования Лапласа:

$$T_{13}^*(g_{11}, p_j) = \frac{\Delta\tau_3}{3} \left\{ T_0 + T_k \exp(-p_j\tau_k) + \sum_{i=1}^{k/2} [4T_{2i-1} \exp(-p_j\tau_{2i-1}) + 2T_{2i} \exp(-p_j\tau_{2i})] \right\} + \frac{T_k}{p_j} \exp(-p_j\tau_k), \quad j = 1, 2,$$

где L, k – четные числа, совпадающие с номерами последних шагов измерений на 2 и 3 этапах эксперимента.

Затем по формуле (9.85) и в результате решения систем уравнений (9.81a), (9.82a), (9.83a), (9.84a) и (9.88) определяют значения $C_1(p_j) - C_8(p_j)$ и величину g . Значения искомых теплофизических свойств λ_{rr} и a_{rr} вычисляют по формулам (9.86), (9.89). Для контроля правильности полученных результатов дополнительно вычисляют величину λ_{rr} по формуле (9.91). Близость результатов, вычисленных по формулам (9.86) и (9.91), свидетельствует о достаточно хорошем качестве полученной экспериментальной информации.

После этого, с учетом измеренных значений λ_{rr} , a_{rr} и ранее известных значений $\lambda_1, a_1, \lambda_2, a_2, \lambda_3, a_3$, по формуле (9.73) и в результате решения системы уравнений (9.65a) – (9.68a) определяют значения $C_1(p)$, $C_3(p) - C_8(p)$ и M , а величину динамической вязкости μ вычисляют по формуле (9.75). С учетом уже измеренного значения λ_{rr} величину динамической вязкости можно найти из формулы (9.90). Отметим, что вычисляемый по формуле (9.90) комплексный реотеплофизический параметр μ/λ_{rr} представляет собой самостоятельный практический интерес, так как именно этот параметр определяет величину стационарного повышения температуры жидкости при ее разогреве за счет вязкого трения при диссипации механической энергии вращения внешнего цилиндра.

9.5.4 РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАВИСИМОСТИ ВТОРЫХ ДИАГОНАЛЬНЫХ КОМПОНЕНТОВ ТЕНЗОРОВ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ТЕМПЕРАТУРОПРОВОДНОСТИ РАСТВОРОВ ПОЛИМЕРОВ ОТ СКОРОСТИ СДВИГА

С помощью описанной выше в п. 9.5.3 автоматизированной системы научных исследований ТФХ жидкостей (АСНИ ТФХ) с применением изготовленного измерительного устройства (см. п. 9.5.1) в виде двух коаксиально установленных цилиндров, внешний из которых может вращаться с постоянной угловой скоростью, была выполнена работа, посвященная экспериментальному измерению зависимости от скорости сдвига вторых диагональных компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности эпоксидной смолы, каучука и 7,5 % раствора полиоксиэтилена в воде.

Исследуемые растворы полимеров помещали в зазор между цилиндрами. Внешний цилиндр приводили во вращение с определенной угловой скоростью и осуществляли измерения искомым теплофизических свойств в соответствии с методикой, рассмотренной в п. 9.5.1. Обработку экспериментальных данных производили в соответствии с алгоритмами, рассмотренными в п. 9.5.2. При вычислениях использовали значение параметра Лапласа $p = 0,0005$ и $k = 12$, обоснование выбора которых приведено в [2].

Графики зависимости относительного изменения вторых диагональных компонентов $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$ тензора теплопроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ приведены на рис. 9.9. Как и следовало ожидать, экспериментально измеренные значения объемной теплоемкости c_p исследуемых жидкостей не зависят от скорости сдвига. Поэтому зависимости относительных изменений $a_{rr}(\dot{\gamma})/a_0$ вторых диагональных компонентов тензора температуропроводности исследуемых материалов совпадают с зависимостями $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$, приведенными на рис. 9.9.

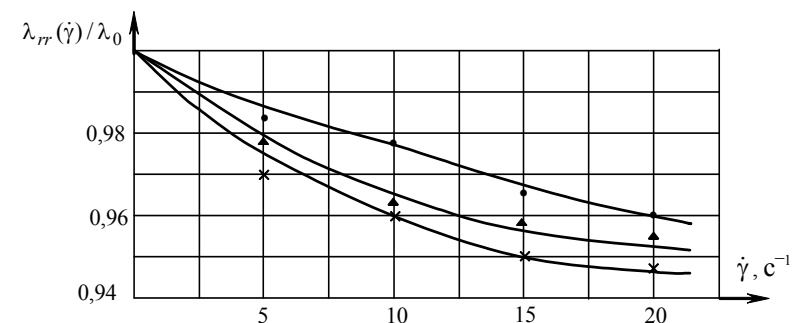


Рис. 9.9 График зависимости относительного изменения вторых диагональных компонентов $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})/\lambda_0$ тензора теплопроводности от скорости сдвига $\dot{\gamma}$:
 ● – эпоксидная смола; ▲ – каучук "Структурол";
 × – 7,5 % раствор полиоксиэтилена в воде

Для описания экспериментально полученной зависимости $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ мы применили формулу, предложенную Ван ден Брюлем [2, 48, 50]:

$$\frac{\lambda_{rr}(\dot{\gamma})}{\lambda_0} = 1 - C + C\sqrt{2} / \sqrt{1 + \sqrt{1 + 4(\dot{\gamma}\tau_n)}} , \quad (9.93)$$

где C – постоянный коэффициент; $\dot{\gamma}$ – скорость сдвига; τ_n – время релаксации.

В результате обработки данных, представленных на рис. 9.9, были определены значения C и τ_n , при которых формула (9.93) достаточно хорошо описывает результаты наших исследований. Результаты этих вычислений представлены в табл. 9.3.

Использованная нами методика измерения зависимости от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ вторых диагональных компонентов тензоров теплопроводности и температуропроводности в случае применения формулы (9.93) [50] позволяет определять еще один важный параметр вязкоэластичных жидкостей – время релаксации τ_n .

9.3 Значение параметров C и τ_n формулы (9.93), аппроксимирующей экспериментальные данные, приведенные на рис. 9.9

Параметры	Эпоксидная смола	Каучук "Структурол"	Раствор полиоксиэтилена в воде
C	0,07246	0,07310	0,07480
τ_n	0,17789	0,30714	0,44551

Максимальное значение измеряемой разности температур $\max T_1(R_1, \tau) = T_\infty$ на третьем этапе эксперимента находилось в пределах $(3...5)^\circ\text{C}$ при абсолютных погрешностях изменения температуры $\pm 0,02^\circ\text{C}$. Поэтому воспроизводимость измерения второго диагонального компонента тензора теплопроводности была такова, что результаты повторных измерений $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ при одной и той же скорости сдвига $\dot{\gamma}$ отличались друг от друга не более чем на $1...2\%$.

Из-за того что вязкости исследуемых в эксперименте жидкостей были невелики, максимальные изменения измеряемой разности температуры $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ на втором этапе эксперимента не превышали величины $0,1...0,15^\circ\text{C}$ при абсолютных погрешностях измерения температуры $\pm 0,02^\circ\text{C}$. Поэтому результаты измерения динамической вязкости μ комплексного теплофизического параметра μ / λ_{rr} имели относительные погрешности в пределах $20...30\%$ и в работе не приводятся.

Отметим, что выбор для исследования жидкостей, обладающих невысокой вязкостью, был обусловлен стремлением к тому, чтобы результаты измерения зависимости $\lambda_{rr}(\dot{\gamma})$ от скорости сдвига $\dot{\gamma}$ как можно меньше зависели от снижения вязкости при возрастании среднеобъемной температуры исследуемой жидкости в ходе третьего этапа эксперимента. Для оценки снижения разности температуры $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ при разогреве исследуемой жидкости на третьем этапе эксперимента, нами была составлена программа для численного решения задачи (9.50) – (9.59). Контрольные вычисления с использованием этой программы показали, что для использованных нами жидкостей величина разности $\max \theta_1(R_1, \tau) = \theta_\infty$ в условиях третьего этапа эксперимента из-за снижения вязкости уменьшается не более чем на $(0,01...0,02)^\circ\text{C}$. Это снижение температуры находится в пределах погрешностей измерения температур и поэтому при обработке экспериментальных данных может не учитываться.

С использованием программы для численного решения задачи (9.50) – (9.59) нами были вычислены значения температурных полей в измерительном устройстве при полученных значениях λ_{rr} и a_n . Сравнение с экспериментально измеренными значениями температур $t_{13}(R_1, \tau) = T_{13}(R_1, \tau) + \theta_\infty$ показало, что расхождение между вычисленными значениями температур и экспериментально измеренными значениями температур не превышает $1...3\%$.

Несмотря на то, что нами использована одномерная линейная математическая модель температурного поля измерительного устройства, получено хорошее согласование экспериментальных данных с результатами численного решения задачи (9.50) – (9.59).

Полученные экспериментальные данные подтверждают наличие зависимости вторых диагональных компонентов λ_{rr} и a_{rr} тензора теплопроводности Λ и тензора температуропроводности A от скорости сдвига $\dot{\gamma}$, гипотетически предсказанных в работах [2, 42 – 48, 50].

10 ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЯРНО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ

В данной главе рассматриваются первоначальные сведения об измерении коэффициента диффузии во влажных материалах [51 – 66].

10.1 КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ В ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛАХ И ГАЗАХ

Для того, чтобы охарактеризовать содержание влаги в твердых материалах и в газах применяют различные величины, рассмотренные ниже.

10.1.1 ВЕЛИЧИНЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПИСАНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ В ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛАХ

Содержание влаги в материале может быть охарактеризовано с применением двух величин:

- влажности W ;
- влагосодержания U .

Влажность представляет собой отношение

$$W = \frac{m}{M_1}, \quad (10.1)$$

где m – масса влаги, содержащейся в образце материала; M_1 – масса влажного образца материала.

Влагосодержание определяется соотношением

$$U = \frac{m}{M_0}, \quad (10.2)$$

где m – масса влаги, содержащейся в образце материала; M_0 – масса абсолютно сухого образца материала.

Отметим, что $M_1 = M_0 + m$.

Между влажностью W и влагосодержанием U существует однозначная связь:

$$W = \frac{m}{M_1} = \frac{m}{M_0 + m} = \frac{\frac{m}{M_0}}{\frac{M_0}{M_0} + \frac{m}{M_0}} = \frac{U}{1+U}; \quad (10.3)$$

$$U = \frac{m}{M_0} = \frac{m}{M_1 - m} = \frac{\frac{m}{M_1}}{\frac{M_1}{M_1} - \frac{m}{M_1}} = \frac{W}{1-W}. \quad (10.4)$$

Размерности влажности W и влагосодержания U можно представить в виде:

$$[W] = \left[\frac{\text{кг влаги}}{\text{кг вл.мат.}} \right],$$

$$[U] = \left[\frac{\text{кг влаги}}{\text{кг сух.мат.}} \right].$$

Видно, что обе эти величины являются безразмерными. Поэтому в практической работе как влажность W , так и влагосодержание U часто выражают в процентах:

$$W = \frac{m}{M_1} \cdot 100 \% , \quad (10.1a)$$

$$U = \frac{m}{M_0} \cdot 100 \% . \quad (10.2a)$$

Для характеристики содержания влаги в материалах в производственных условиях чаще всего применяют влажность W , а при проведении научно-исследовательских работ обычно используют влагосодержание U .

10.1.2 МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ В ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛАХ

Для измерения содержания влаги в твердых и сыпучих материалах применяют две группы методов: прямые и косвенные.

Прямые методы – предусматривают непосредственное разделение образца влажного материала на сухое вещество и влагу. Характерная особенность прямых методов – высокая точность. Однако, прямые методы очень длительны.

Из прямых методов наибольшее распространение получили [37, 60 – 65]:

- метод высушивания;
- экстракционный метод;
- химический метод.

Метод высушивания (наиболее часто применяемый на практике) состоит [37] в воздушно-тепловой сушке небольшой навески материала до достижения равновесия с окружающей средой, что условно считается равноценным полному удалению влаги. Массу m влаги, удаленной из образца в процессе сушки, находят как разность между массой M_1 образца до начала сушки и массой M_0 этого образца после сушки.

Метод высушивания является наиболее точным, часто используется при градуировке и/или поверке приборов, принцип действия которых основан на других методах измерения.

К недостаткам метода высушивания относятся погрешности измерений, обусловленные:

- неполным удалением влаги в процессе сушки (часть влаги может остаться в материале);
- потерей летучих компонентов (наряду с влагой из материала могут быть удалены и другие летучие компоненты);
- окислением некоторых компонентов вещества в процессе сушки.

Рекомендуем вам ознакомиться с экстракционным и химическим методами по литературе [37, 57, 60 – 64].

Общие недостатки прямых методов – необходимость отбора и специальной подготовки проб материала, периодичность и большая длительность контроля. Поэтому прямые методы используются главным образом в научно-исследовательской практике, при лабораторном контроле, а также при градуировке и поверке промышленных влагомеров.

Косвенные методы – основаны на измерении какой-либо физической величины

$$\Phi = f_1(U),$$

$$\Phi = f_2(W),$$

зависящей от влагосодержания U или от влажности W контролируемого материала.

Для косвенных методов характерно быстрое определение влажности (или влагосодержания), но по точности они значительно уступают прямым методам. В производственных условиях, когда требуется проведение большого количества анализов в короткое время, отдают предпочтение косвенным методам.

К косвенным методам относятся [37, 57, 60 – 64]:

а) электрофизические методы, основанные на использовании экспериментально установленной зависимости электрофизических характеристик контролируемого материала от его влажности (или влагосодержания); из числа этих методов наиболее часто применяют на практике – кондуктометрический и диэлькометрический методы, реже находят применение сверхвысокочастотный (метод СВЧ), ядерного магнитного резонанса и некоторые другие;

б) механические методы, основанные на измерении изменяющихся с влажностью механических характеристик твердых тел (сопротивление раздавливанию, сопротивление вдавливанию металлической иглы и др.);

в) оптический метод, основанный на зависимости интенсивности отраженного светового потока от влажности материала;

г) теплофизические методы, основанные на изменении теплофизических свойств (теплоемкости, теплопроводности, температуропроводности) в зависимости от влажности материала.

Основными преимуществами косвенных методов измерения влажности твердых материалов являются: быстрота анализа, достаточная в большинстве случаев точность, возможность в некоторых случаях непрерывного контроля в потоке [37].

10.1.3 ВЕЛИЧИНЫ, ПРИМЕНЯЕМЫЕ ДЛЯ КОЛИЧЕСТВЕННОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЯ ВЛАГИ В ВОЗДУХЕ ИЛИ ГАЗЕ

Газы, входящие в соприкосновение с водой, насыщаются до определенной степени водяными парами. Содержание водяных паров (влаги) в газе или в воздухе можно выразить с использованием рассмотренных ниже физических величин.

1 *Абсолютная влажность* a указывает [65] содержание массы m водяных паров в одном кубическом метре объема сухого или влажного газа при температуре $T = 0$ °С и давлении $P = 760$ мм. рт. ст.

Для взаимного пересчета абсолютной влажности, отнесенной к сухому или влажному газу, применяют формулы [65]:

$$a_B = \frac{a_C}{1 + \frac{a_C}{804}}, \quad (10.5)$$

$$a_C = \frac{a_B}{1 - \frac{a_B}{804}}, \quad (10.5)$$

где a_B – содержание водяных паров во влажном газе, г/м³; a_C – содержание водяных паров в сухом газе, г/м³.

2 *Объемное влагосодержание* $x_0 = \frac{V_{в.п}}{V_0}$ представляет собой

отношение объема $V_{в.п}$ водяного пара, содержащегося в пробе газа, к объему V_0 сухого газа в этой пробе. Объемное влагосодержание x_0 может иметь размерность [м³/м³], [дм³/м³] или [см³/м³]. Единицу измерения 1[см³/м³] часто обозначают

$$1 \text{ ppm} = 1 [\text{см}^3/\text{м}^3] = 10^{-6} [\text{м}^3/\text{м}^3].$$

Обозначение ppm образовано от английских слов «parts per million», что на русском языке означает «частей на миллион». Единицу измерения ppm широко используют при градуировке шкал влагомеров в тех случаях, когда эти приборы предназначены для измерения малых концентраций водяных паров в газах или в воздухе. Отметим, что

$$1 \text{ ppm} = 0,0001 \%,$$

$$100 \text{ ppm} = 0,01 \%,$$

$$10000 \text{ ppm} = 1 \%.$$

3 *Влагосодержание* $x = \frac{m}{M_0}$ представляет собой отношение

массы m водяного пара, содержащегося в контролируемом объеме (пробе) газа, к массе M_0 сухого газа в этом же объеме (пробе).

Влагосодержание x часто называемое массовым влагосодержанием, может иметь размерность [кг/кг], [г/кг] или [wppm].

Обозначение wppm образовано от английских слов «weight», в переводе на русский язык значащее «вес», и слов «parts per million», смысл которых был пояснен выше. Таким образом, N wppm означает N частей на миллион по весу (по массе).

4 *Парциальное давление водяного пара* p , часто называемое упругостью водяных паров.

Физический смысл парциального давления можно представить себе следующим образом. Если взять определенный объем влажного газа и из этого объема удалить все молекулы газа (чтобы в рассматриваемом объеме остались только молекулы водяного пара), то давление оставшегося водяного пара и будет представлять собой парциальное давление водяного пара. Другими словами, парциальное давление водяного пара в газе – это то давление, которое имел бы водяной пар, если бы он один занимал весь объем.

В системе СИ парциальное давление может выражаться в Паскалях ($1 \text{ Па} = 1 \text{ Н/м}^2$) или в барах ($1 \text{ бар} = 10^5 \text{ Па}$).

В ранее изданной литературе при выражении парциального давления использованы единицы измерения:

- атмосфера ($1 \text{ атм} = 0,9869 \text{ бар} = 98\,690 \text{ Па}$),
- миллиметр ртутного столба ($1 \text{ мм. рт. ст.} = 133,322 \text{ Па}$).

Зная парциальное давление водяного пара, можно по уравнению состояния найти количество водяного пара, находящегося в единице объема газа, а затем вычислить:

- абсолютные влажности a_B и a_C ;
- объемное x_0 или массовое x влагосодержание.

В таблице 10.1 приведены численные значения абсолютной влажности газов в насыщенном состоянии при различных температурах [65, 67].

10.1 Парциальные давления водяного пара и содержание влаги в газах на линии насыщения при давлении $p = 1,0133 \text{ бар} = 760 \text{ мм. рт. ст.}$ в интервале температур от -20 до $+100 \text{ }^\circ\text{C}$ [65, 67]

$T, \text{ }^\circ\text{C}$	Парциальное давление		Абсолютная влажность	
	$p, \text{ мм. рт. ст.}$	$p, \text{ бар}$	$a_C, \text{ г/м}^3$	$a_B, \text{ г/м}^3$
-20	0,77	0,001027	0,81	0,81
-10	1,95	0,002600	2,1	2,1
0	4,58	0,006107	4,8	4,8
10	9,2	0,012271	9,8	9,7
20	17,5	0,023368	18,9	18,5
30	31,8	0,042417	35,1	33,6
40	55,3	0,073749	63,1	58,5
60	149,4	0,19919	196	158
80	355,1	0,47359	716	379
100	760	1,01325	∞	816

5 *Температура точки росы t* – это температура в градусах Цельсия, которую примет влажный газ, если его изобарически охладить до полного насыщения. Если газ охладить ниже точки росы, то избыток водяного пара может конденсироваться в виде капель тумана или в виде капель росы на поверхностях стен, травы и т.д.

При хранении продуктов (мясо, овощи, фрукты и т.п.) в холодильниках, температура точки росы является важнейшим

технологическим параметром, от которого зависит качество продуктов в конце срока их хранения. Если температура точки росы воздуха в хранилище слишком низкая, то происходит интенсивное удаление влаги из продуктов, они становятся вялыми, теряют вес. Если температура точки росы по какой-либо причине становится слишком высокой, то это вызывает выпадение капель росы на продуктах, что может привести к их загниванию.

6 *Относительная влажность газа* $\varphi = a / a_{\max}$ показывает отношение фактической абсолютной влажности a (фактической массы водяных паров, содержащихся в 1 м³ газа), к максимально возможной абсолютной влажности a_{\max} газа (к максимально возможной массе водяных паров в 1 м³) при той же температуре.

Относительная влажность φ газа может быть выражена не только через абсолютные влажности a и a_{\max} , но и через парциальные давления

$$\varphi = a / a_{\max} = p / p_{\max},$$

где p – фактическое (текущее) парциальное давление водяных паров, в газе, Па; p_{\max} – максимально возможное давление насыщенных водяных паров (при насыщении ими газа) при данной температуре, Па.

Определение относительной влажности φ по парциальным давлениям p и p_{\max} является приблизительным, так как водяные пары не очень точно подчиняются уравнению состояния идеального газа. Однако ошибка, допускаемая при замене абсолютных влажностей на парциальные давления, не очень велика и во всех случаях не превышает 2 % относительной влажности [65].

На практике относительную влажность φ принято выражать в процентах:

$$\varphi = (a / a_{\max}) \cdot 100 \% \approx (p / p_{\max}) \cdot 100 \%.$$

Содержание паров воды в газе существенно зависит от температуры T и давления P газа. Если влажность газа измеряется при постоянном давлении (например, при измерении влажности атмосферного воздуха), то достаточно учитывать только изменение температуры [65]. Следует помнить, что величина абсолютной влажности a [г/м³], при постоянном давлении газа $P = \text{const}$ и при постоянной относительной влажности $\varphi = \text{const}$, является функцией от температуры $a = a(T)$. С другой стороны, при одной и той же абсолютной влажности газа $a = \text{const}$ и при постоянном давлении $P = \text{const}$ газа его относительная влажность $\varphi = \varphi(T)$ также является функцией температуры T .

Для практических целей вполне достаточно измерений относительной влажности φ газа (или воздуха). Зная величину φ , можно [65, 67] с помощью таблиц или графиков сначала определить абсолютную влажность a (если известна температура T), а затем вычислить и все остальные величины x , x_0 , p и t , используемые для характеристики содержания водяных паров в газе или воздухе.

10.1.4 ПСИХРОМЕТРИЧЕСКИЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОЙ ВЛАЖНОСТИ ГАЗОВ

Для измерения относительной влажности φ воздуха или газа наиболее широко применяют психрометрический метод, в основе принципа действия которого лежит зависимость [65]:

$$\varphi = \frac{p}{p_{\max}} \cdot 100 \% = \frac{[p(t_m) - Ab(t_c - t_m)]}{p(t_c)} \cdot 100 \%, \quad (10.7)$$

где t_c , t_m – температура «сухого» и «мокрого» термометров, К; $(t_c - t_m)$ – так называемая психрометрическая разность, К; $p(t_c)$, $p(t_m)$ – давления насыщенного водяного пара при температурах соответственно t_c и t_m , которые легко могут быть определены по табл. 10.1 и по более подробным таблицам, приведенным, например, в справочнике [67], бар; b – барометрическое давление, примерно равное $b \approx 1$ при измерении влажности атмосферного воздуха, бар; A – психрометрический коэффициент, зависящий от скорости ω , с которой газ (или воздух) обдувает мокрый термометр.

При так называемом безветрии, т.е. при скоростях $\omega \leq 0,5$ м/с, $A = 0,001200$ К⁻¹. При умеренном движении воздуха, когда $1,0 < \omega < 1,5$ м/с, значение $A = 0,0008$ К⁻¹. При сильном движении воздуха $\omega > 2,5$ м/с психрометрический коэффициент становится постоянным и равный $A = 0,000656$ К⁻¹.

Для снижения погрешностей измерения относительной влажности φ газа (воздуха), в конструкцию аспирационных психрометрических приборов вводят вентиляторы, обеспечивающие обдувание «сухого» и «мокрого» термометров контролируемым газом (воздухом) со скоростью $\omega > 3 \dots 4$ м/с.

Принцип действия, устройство и работа приборов для измерения содержания водяного пара в газах (или в воздухе) рассмотрены в [37, 38, 65].

10.2 ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ВЛАЖНОГО МАТЕРИАЛА С ОКРУЖАЮЩЕЙ ГАЗОВОЙ СРЕДОЙ

10.2.1 ПОНЯТИЕ О СОРБЦИИ И ДЕСОРБЦИИ ВЛАГИ

Возможны три основных варианта взаимодействия влажного материала с окружающей газовой средой [55 – 59].

Первый вариант такого взаимодействия имеет место, если парциальное давление p_m водяного пара у поверхности материала больше парциального давления p_v водяного пара в газе (в воздухе). В этом случае, когда $p_m > p_v$, происходит процесс испарения влаги из материала (*десорбция*).

Во втором варианте взаимодействия влажного материала с воздухом (окружающей газовой средой), имеющем место при выполнении условия $p_m < p_v$, происходит увлажнение материала в результате поглощения (*сорбция*) водяного пара из окружающего воздуха (или другого газа).

Третий вариант взаимодействия влажного материала с окружающим воздухом наступает после того, когда p_m и p_v станут равны друг другу. После достижения режима, когда $p_m = p_v$ наступает состояние динамического равновесия.

10.2.2 ПОНЯТИЕ РАВНОВЕСНОЙ ВЛАЖНОСТИ МАТЕРИАЛА

Влажность материала, соответствующую состоянию такого динамического равновесия, называют *равновесной влажностью* W_p . Величина равновесной влажности зависит от парциального давления p_v водяного пара в воздухе (окружающей газовой среде) или от относительной влажности

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{\max}},$$

где p_v – фактическое парциальное давление водяного пара в воздухе; p_{\max} – максимально возможное давление водяного пара в воздухе при данной температуре (p_{\max} – это давление насыщенного водяного пара при той температуре, при которой достигнута равновесная влажность).

Естественно, что в состоянии динамического равновесия $p_m = p_v$. С учетом этого относительную влажность воздуха можно представить в виде

$$\varphi = \frac{p_v}{p_{\max}} = \frac{p_m}{p_{\max}},$$

т.е. после достижения состояния равновесия относительная влажность воздуха равна отношению парциального давления p_m водяного пара у поверхности материала к максимальному для данной температуры парциальному давлению p_{\max} насыщенного водяного пара.

10.2.3 ПОРЯДОК ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ РАВНОВЕСНОЙ ВЛАЖНОСТИ МАТЕРИАЛА

Для экспериментального определения равновесной влажности W_p образец материала помещают [37] в бюксу (стаканчик), находящуюся в эксикаторе с раствором серной кислоты известной концентрации или с насыщенным раствором некоторых солей. Бюксу с образцом материала периодически взвешивают, пока их масса не станет постоянной, что свидетельствует о достижении состояния равновесия. Определив массу M_1 образца материала в равновесном состоянии, этот образец следует высушить до постоянной массы и, путем взвешивания, найти массу M_0 абсолютно сухого образца. Тогда массу m влаги в образце (во время равновесного состояния) можно найти по формуле

$$m = M_1 - M_0,$$

а затем равновесную влажность W_p материала следует вычислять по соотношению

$$W_p = \frac{m}{M_1} \cdot 100 \% .$$

Рассмотренный примерный порядок экспериментального определения равновесной влажности материала часто называют статическим методом.

Изложенное выше свидетельствует о том, что проведение серии таких опытов с целью построения изотерм сорбции и изотерм десорбции может занимать от нескольких недель до нескольких месяцев.

В связи с этим специалистами был разработан [57] динамический метод определения равновесной влажности материалов. Согласно этому методу образец материала пронизывается потоком воздуха с определенной относительной влажностью $\varphi = \text{const}$, что позволяет значительно быстрее достигать [57] состояния динамического равновесия между влажностью исследуемого материала и относительной влажностью воздуха, чем в случае использования рассмотренного выше статического метода.

10.2.4 ПОНЯТИЯ ОБ ИЗОТЕРМАХ СОРБЦИИ И ДЕСОРБЦИИ

Каждому значению концентрации серной кислоты в эксикаторе соответствует определенная относительная влажность φ воздуха.

Повторяя рассмотренный выше в п. 10.2.3 эксперимент (с целью определения равновесной влажности W_p материала) при различных концентрациях серной кислоты в эксикаторе, т.е. помещая образцы материала в атмосферу воздуха с различными относительными влажностями φ , можно получить серию пар значений

$$(\varphi_1, W_{p1}), (\varphi_2, W_{p2}), \dots, (\varphi_i, W_{pi}), \dots,$$

по которым легко можно построить график зависимости

$$W_p = f(\varphi).$$

Если вся серия опытов проводится при одной и той же температуре материала, совпадающей с температурой окружающего воздуха, то график, построенный на плоскости с координатными осями φ и W_p , называют изотермой. На рис. 10.1 приведены примеры изотерм сорбции и десорбции.

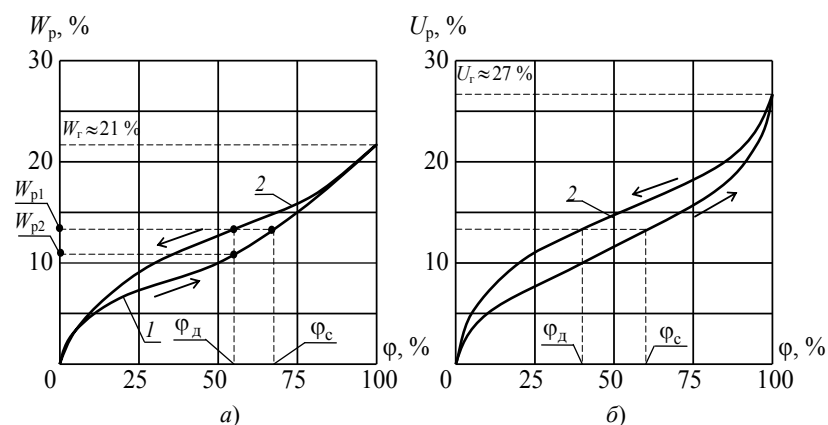


Рис. 10.1 Примерный вид изотерм сорбции и десорбции, представленных в виде:

a – зависимости равновесной влажности материала W_p от относительной влажности φ воздуха; b – зависимости равновесного влагосодержания U_p материала от относительной влажности φ окружающего воздуха; 1 – изотермы сорбции; 2 – изотермы десорбции

На рис. 10.1 по оси абсцисс отложены значения относительной влажности φ воздуха, окружающего влажный материал. Однако, на рис. 10.1, a данные представлены с использованием равновесной

влажности W_p , а на рис. 10.1, б – с использованием равновесного влагосодержания U_p .

Если процесс экспериментального определения изотерм $W_p = f(\varphi)$ осуществлять так, что каждый последующий опыт проводится при все больших значениях относительной влажности φ воздуха, что соответствует выполнению условия $p_v > p_m$, то происходит увлажнение (сорбция). Получающаяся в итоге изотерма I называется *изотермой сорбции*. Если же экспериментальное определение изотермы осуществлять при уменьшающейся относительной влажности φ воздуха, что эквивалентно выполнению условия $p_v < p_m$, то происходит испарение (десорбция) влаги из материала. Получающаяся при таком испарении влаги из материала кривая $W_p = f(\varphi)$, обозначенная позицией 2 на рис. 10.1, называется *изотермой десорбции*.

Из графиков, представленных на рис. 10.1, видно, что изотермы сорбции и десорбции обычно не совпадают (за исключением крайних точек $\varphi = 0$ и $\varphi = 100\%$), что свидетельствует о имеющемся сорбционном гистерезисе. Фигура, образованная обеими линиями (изотермой сорбции и изотермой десорбции), называется *петлей гистерезиса*. Из этого явления гистерезиса следует следующее: если материал после сушки (десорбции) снова начать увлажнять, то для получения той же равновесной влажности нужна более высокая относительная влажность воздуха, т.е. одной и той же равновесной влажности W_{p1} соответствует $\varphi_c > \varphi_d$, где φ_c – относительная влажность воздуха, определяемая по изотерме сорбции при $W_p = W_{p1}$; φ_d – относительная влажность воздуха, определяемая по изотерме десорбции при $W_p = W_{p1}$.

Явление гистерезиса (в случае, когда петля гистерезиса имеет резко выраженный характер) может иметь серьезное практическое значение. Из графиков, представленных на рис. 10.1, а, видно, что одной и той же относительной влажности воздуха, например φ_d , соответствуют два значения равновесной влажности материала $W_{p1} = W_p^d$ и $W_{p2} = W_p^c$, определяемые соответственно по изотерме десорбции и по изотерме сорбции, причем $W_{p2} < W_{p1}$. Поэтому материалы, предназначенные для длительного хранения, можно

высушивать до меньшей равновесной влажности W_{p2} , соответствующей относительной влажности воздуха склада $\varphi = \varphi_d$, без опасения, что эти материалы увеличат свою влажность за счет сорбции водяного пара из окружающего воздуха в процессе хранения на складе [57 – 59]. Если материал по какой-либо причине требует более полного обезвоживания, то после завершения глубокой сушки этот обезвоженный материал необходимо герметично упаковать [57 – 59].

Все изложенное в данном параграфе сформулировано с использованием понятия – равновесная влажность W_p . При этом изотермы сорбции могут быть записаны в виде

$$W_p = f_c(\varphi), \quad (10.8)$$

а изотерма десорбции – в виде

$$W_p = f_d(\varphi). \quad (10.9)$$

Если принять во внимание, что в соответствии с зависимостью (10.4), имеющей вид

$$U = \frac{W}{1-W}$$

и позволяющей по известной влажности W материала вычислить влагосодержание U этого материала, то легко можно представить себе, что содержание параграфа 10.2 может быть изложено с использованием понятия – *равновесное влагосодержание* U_p .

В этом случае изотермы сорбции должны быть представлены в виде

$$U_p = f_{1c}(\varphi), \quad (10.8a)$$

а изотермы десорбции – в виде

$$U_p = f_{1d}(\varphi). \quad (10.9a)$$

При проведении практических исследований следует учитывать следующее [57]. Значение равновесной влажности W_p или равновесного влагосодержания U_p , полученные в лабораторных условиях при постоянных во времени параметрах окружающей среды, могут заметно отличаться от действительных значений W_p и U_p в рабочих камерах сушильных установок в условиях переменных (изменяющихся во времени) режимных параметров процесса сушки.

По приведенным на рис. 10.1 данным видно, что при относительной влажности $\varphi = 100\%$; окружающего воздуха (газа) достигается максимальное значение равновесной влажности $W_p = W_r$ и равновесного влагосодержания $U_p = U_r$. Эти значения W_r и U_r обычно называют максимальной гигроскопической влажностью материала и максимальным гигроскопическим влагосодержанием материала. При состоянии материала и окружающего воздуха, когда $W_p \approx W_r$ ($U_p \approx U_r$) и $\varphi = 100\%$, наблюдается значительный разброс экспериментальных данных, получаемых при определении изотерм сорбции и десорбции. Поэтому определение точных значений максимальных гигроскопических влажности W_r и влагосодержания U_r , соответствующих $\varphi = 100\%$, весьма затруднительно [57].

В связи с тем, что во влажных продуктах находится не чистая вода, а раствор различных веществ (солей, кислот и т.п.), давление пара p_m над продуктом ниже, чем над чистой водой. Из-за этого изотермы сорбции и десорбции в большинстве случаев не пересекают линию $\varphi = 100\%$. Поэтому значения W_r и U_r часто приходится находить путем экстраполяции, что всегда связано с большими погрешностями.

Состояние материала, когда его влажность W и влагосодержание U находятся в пределах

$$0 < W < W_r,$$

$$0 < U < U_r,$$

называют гигроскопическим состоянием материала. При выполнении условий $W > W_r$, $U > U_r$ говорят, что материал находится во влажном состоянии. Давление водяного пара p_m над материалом (продуктом), который находится во влажном состоянии, практически совпадает с давлением водяного пара над чистой водой.

Ориентировочные данные о максимальной гигроскопической влажности W_r некоторых пищевых продуктов при температуре $T = 25\text{ }^\circ\text{C}$ приведены ниже:

ржаной хлеб	$W_r \approx 25\%$;
зерно риса	$W_r \approx 30,5\%$;
зерно овса	$W_r \approx 31,5\%$;
зерно гречки	$W_r \approx 32\%$;
зерно пшеницы	$W_r \approx 36,3...38,5\%$;
зерно ржи	$W_r \approx 36,5\%$

10.3 ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ О ПОТЕНЦИАЛЕ МАССОПЕРЕНОСА

Из теоретических положений термодинамики следует, что перенос тепла и массы вещества в твердых материалах происходит под действием разностей соответствующих потенциалов [51 – 59].

Потенциал теплопереноса был введен очень давно и получил свое строгое обоснование в классической термодинамике. Как известно, в качестве потенциала переноса тепла в термодинамике выступает температура – хорошо известная и широко используемая физическая величина, легко поддающаяся измерению.

Возможно, у вас возникли вопросы:

- 1) под действием какой физической величины происходит перенос влаги (или массы) в твердых материалах?
- 2) существует ли какая-либо величина, обладающая свойствами потенциала и которую можно считать потенциалом массопереноса?
- 3) если потенциал массопереноса существует, то можно ли его измерить?
- 4) если потенциал массопереноса сложно поддается измерению, то какие другие физические величины можно использовать вместо него при математическом моделировании процессов массопереноса?

10.3.1 ПОНЯТИЕ О ПОТЕНЦИАЛЕ ВЛАГОПЕРЕНОСА

Академик А.В. Лыков применил к процессам переноса вещества методы и систему понятий, которые традиционно применялись в классической термодинамике для описания закономерностей переноса тепла. В результате им были заложены основы современной общей термодинамики переноса, которая рассматривает явления переноса тепла, массы и других видов субстанции с единых позиций в их неразрывной связи.

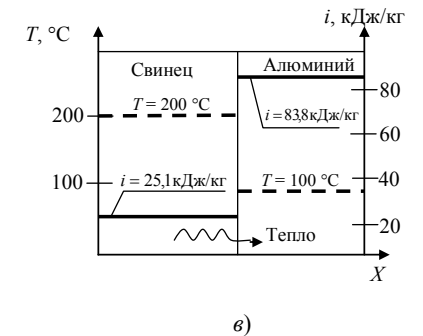
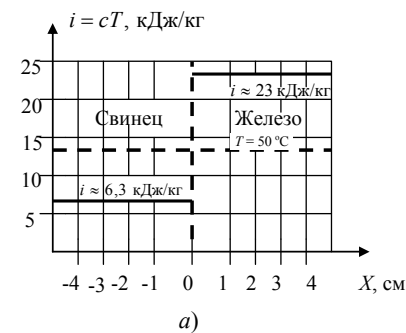
По аналогии с тепловым потенциалом (температурой T) Алексей Васильевич Лыков ввел понятие потенциала влагопереноса [51 – 59]. При этом им были использованы [55, 57] следующие опытные факты. В состоянии термодинамического равновесия, в частности, при гидротермическом равновесии, в теле или в системах тел существует определенное распределение влаги. При увеличении общей массы влаги растет ее содержание в отдельных частях тела. При этом потенциал влагопереноса θ_m представляет собой некоторую функцию содержания влаги (влажности или влагосодержания) и внешних параметров, которые в состоянии термодинамического равновесия должны быть одинаковыми во всех частях тела или системы тел. Для

процессов сушки, протекающих при атмосферном давлении $P \approx 1$ бар, наиболее важным внешним параметром является температура T , т.е. потенциал влагопереноса является функцией $\theta_m = \theta_m(U, T)$, где U – влагосодержание.

На рис. 10.2, заимствованном из книги [55], приведены распределения теплового потенциала (температуры) и теплосодержания (удельной энтальпии) в единице массы двух тел из металлов, а также распределения потенциала влагопереноса θ_m и влагосодержания U в системе двух тел (пластин) из капиллярно-пористых материалов.

На рис. 10.2, *а* представлен случай, когда две пластины из свинца и железа, находящиеся в плотном контакте, имеют одинаковую температур $T = 50$ °С. При этом их энтальпии (удельные теплосодержания) $i = cT$ на границе соприкосновения имеют скачок $\Delta i = i_{Fe} - i_{Pb} = 23 - 6,3 = 16,7$ кДж/кг. В этом случае теплоперенос между пластинами из свинца и железа (имеющими одинаковую температур $T = 50$ °С) отсутствует, хотя их удельные теплосодержания $i_{Fe} = 23$ кДж/кг и $i_{Pb} = 6,3$ кДж/кг сильно различаются.

На рис. 10.2, *б* представлен аналогичный случай, когда на поверхности контакта двух пластин из торфа и из фильтровальной бумаги, находящихся в равновесном состоянии, имеется скачок влагосодержаний $\Delta U = U_T - U_{ф.б} = 2,1 - 0,5 = 1,6$ кг/кг. Однако влагоперенос между этими двумя пластинами в рассматриваемом случае отсутствует, так как в этом равновесном состоянии потенциалы влагопереноса $(\theta_m)_T = (\theta_m)_{ф.б.}$ торфа и фильтровальной бумаги равны между собой.



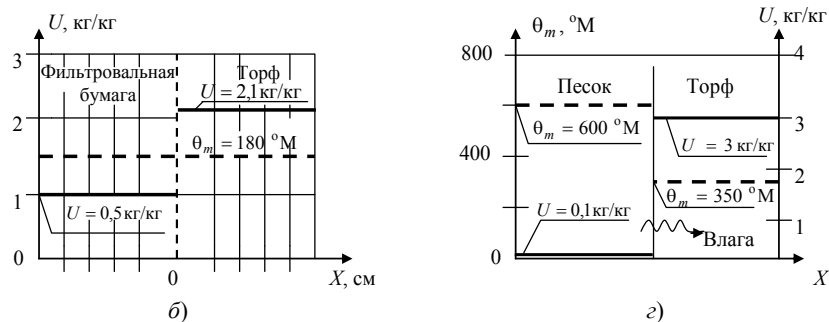


Рис. 10.2 Сравнение распределения температуры и теплосодержания i с распределением потенциала влагопереноса θ_m и влагосодержания U в системах двух соприкасающихся тел:

a – из свинца и из железа; b – из фильтровальной бумаги и торфа;
 $в$ – из свинца и алюминия; z – из песка и торфа

На рис. 10.2, $в$ представлен вариант, когда приведенные в соприкосновение пластины из свинца и из алюминия имеют различные температуры $T_{\text{Pb}} = 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$ и $T_{\text{Al}} = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$. Несмотря на то, что концентрация тепла в свинце (удельное теплосодержание $i_{\text{Pb}} \approx 25,1 \text{ кДж/кг}$) намного меньше концентрации тепла в алюминии (удельное теплосодержание $i_{\text{Al}} \approx 83,8 \text{ кДж/кг}$), перенос тепла происходит от свинца (имеющего более высокий потенциал переноса – температуру $T_{\text{Pb}} = 200 \text{ }^{\circ}\text{C}$) к алюминию (имеющему меньшее значение потенциала переноса – температуру $T_{\text{Al}} = 100 \text{ }^{\circ}\text{C}$).

В аналогичном случае, представленном на рис. 10.2, z , имеем песок с малым влагосодержанием $U_{\text{п}} \approx 0,1 \text{ кг/кг}$ и торф со значительным большим влагосодержанием $U_{\text{т}} \approx 3 \text{ кг/кг}$. Однако в этом случае песок имеет высокое значение потенциала влагопереноса $(\theta_m)_{\text{п}} = 600 \text{ }^{\circ}\text{M}$, а торф – значительно меньшее значение потенциала влагопереноса $(\theta_m)_{\text{т}} = 350 \text{ }^{\circ}\text{M}$. Здесь использовано обозначение $^{\circ}\text{M}$ – массообменный (влагообменный) градус, физический смысл которого будет объяснен ниже. Поэтому в представленном на рис. 10.2, z случае происходит перенос влаги из песка (имеющего низкое влагосодержание $U_{\text{п}} \approx 0,1 \text{ кг/кг}$) в торф (имеющий более высокое влагосодержание $U_{\text{т}} \approx 3 \text{ кг/кг}$).

На основании изложенного выше можно дать ответы на первые два вопроса, сформулированные в начале параграфа 10.3. Перенос влаги (и массы) происходит под действием физической величины, введенной в научно-исследовательскую и инженерную практику академиком А.В. Лыковым. Эта величина обладает свойствами

потенциала и поэтому ее называют потенциалом влагопереноса. Для процессов переноса массы других веществ (не влаги) аналогичную физическую величину называют потенциалом массопереноса. В общем случае потенциал массопереноса $\theta_m = \theta_m(U, T)$ является функцией влагосодержания U и температуры T .

10.3.2 ПОНЯТИЕ ВЛАГОЕМКОСТИ ВЛАЖНОГО ТЕЛА

По аналогии с удельной изобарной теплоемкостью $c = \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_p$ при постоянном давлении $p = \text{const}$, академик А.В. Лыков ввел понятие удельной изотермической влагоемкости по соотношению [55]:

$$c_m = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta_m} \right)_T, \quad (10.10)$$

где $(\partial U / \partial \theta_m)_T$ – частная производная от влагосодержания U [кг/кг] по потенциалу влагопереноса θ_m [°М] при постоянной температуре $T = \text{const}$. Удельная изотермическая влагоемкость имеет размерность $[c_m] = [\text{кг/кг} \cdot \text{°М}]$.

Если удельную влагоемкость можно считать постоянной $c_m = \text{const}$, то из соотношения (10.10) следует [55]

$$U = b + c_m \theta_m, \quad (10.11)$$

где b – некоторая постоянная. Следовательно, потенциал влагопереноса θ_m при постоянной температуре $T = \text{const}$ и при постоянной удельной влагоемкости $c_m = \text{const}$, является линейной функцией влагосодержания

$$\theta_m = \frac{U - b}{c_m} = \frac{1}{c_m} U - b / c_m.$$

При постоянной удельной изотермической влагоемкости c_m в области малых значений влагосодержаний U формула (10.11) была представлена академиком А.В. Лыковым в виде [55]

$$U = c_m \theta_m, \quad (10.11a)$$

т.е. постоянная b в соотношении (10.11) была принята равной нулю. При этом шкалу потенциала влагопереноса θ_m можно считать аналогичной шкале Цельсия в области положительных температур.

Согласно введенной академиком А.В. Лыковым шкале влагопереноса, перенос влаги происходит от тела с большим потенциалом влагопереноса к телу с меньшим значением этого потенциала. В состоянии термодинамического равновесия потенциалы тел, находящихся в соприкосновении, равны друг другу, а влагосодержания этих тел при этом не одинаковы ($U_1 \neq U_2$).

Для двух тел на основании (10.11а) можно записать

$$U_1 = c_{m_1} \theta_{m_1}, \quad U_2 = c_{m_2} \theta_{m_2}.$$

Если эти два тела имеют одинаковые значения потенциала влагопереноса

$$\theta_{m_1} = \theta_{m_2}, \quad \text{то} \quad \frac{U_1}{c_{m_1}} = \frac{U_2}{c_{m_2}} \quad \text{или} \quad \frac{U_1}{U_2} = \frac{c_{m_1}}{c_{m_2}}, \quad (10.12)$$

т.е. в равновесном состоянии (когда $\theta_{m_1} = \theta_{m_2}$) отношение удельных влагосодержаний U_1 и U_2 пропорционально отношению их удельных изотермических влагоемкостей c_{m_1} и c_{m_2} .

Для одного и того же тела $c_{m_1} = c_{m_2}$ и $U_1 = U_2$. Отсюда следует, что в равновесном состоянии распределение влагосодержания в теле будет равномерным (см. рис. 10.2).

Количество влаги ΔM , перешедшей от одного тела к другому (при соприкосновении этих тел с разными первоначальными значениями потенциалов) равно

$$\Delta M = M_0 \Delta U = c_m M_0 (\theta_{m_2} - \theta_{m_1}), \quad (10.13)$$

где θ_{m_1} и θ_{m_2} – потенциалы влагопереноса рассматриваемого тела соответственно до начала влагообмена и в конце процесса влагообмена, M_0 – масса абсолютно сухого тела; ΔU – изменения влагосодержания этого тела.

Отметим, что формула (10.13) аналогична известной в калориметрии формуле

$$\Delta Q = M \Delta i = c_q M (T_2 - T_1), \quad (10.14)$$

где c_q – удельная теплоемкость тела, имеющего массу M ; ΔQ – количество тепла, переданное в процессе теплообмена при изменении температуры тела от первоначального значения T_1 до конечного значения T_2 ; Δi – изменение энтальпии (удельного теплосодержания) тела.

Произведение удельной влагоемкости c_m на массу M_0 абсолютно сухого тела в [55] названо влагоемкостью тела:

$$C_m = c_m M_0 = c_m \rho_0 V_0. \quad (10.15)$$

Произведение $c_m \rho_0 = C_m / V_0$ в книге [55] названо объемной влагоемкостью и имеет размерность

$$[c_m \rho_0] = [c_m] \cdot [\rho_0] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{кг} \cdot ^\circ \text{М}} \cdot \frac{\text{кг}}{\text{М}^3} \right] = \left[\frac{\text{кг}}{\text{М}^3 \cdot ^\circ \text{М}} \right],$$

где ρ_0 – плотность абсолютно сухого тела.

Соотношения (10.11a)–(10.15) справедливы для тел с постоянной влагоемкостью. Если влагоемкость изменяется в зависимости от потенциала влагопереноса θ_m , а следовательно, и от влагосодержания U , в соотношениях (10.11a)–(10.15) под величиной c_m надо понимать среднюю удельную влагоемкость в интервале потенциала влагопереноса $\Delta\theta_m = \theta_{m2} - \theta_{m1}$.

Истинная удельная влагоемкость находится по соотношению (10.10) и численно равна тангенсу угла наклона касательной к кривой $U = U(\theta_m)$, определяющей зависимость влагосодержания U от потенциала влагопереноса θ_m при постоянной температуре.

10.3.3 СВЕДЕНИЯ О ВОЗМОЖНЫХ ВАРИАНТАХ ПОСТРОЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ШКАЛ ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ТЕПЛОПЕРЕНОСА И ВЛАГОПЕРЕНОСА

10.3.3.1 КРАТКИЕ СВЕДЕНИЯ О ПРАКТИЧЕСКОМ ПОСТРОЕНИИ ШКАЛЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ В ГРАДУСАХ ЦЕЛЬСИЯ

Как известно, шкала для измерения температуры (потенциала теплопереноса) в градусах Цельсия была построена следующим образом.

За начало шкалы была принята температура замерзания воды (таяния льда) при атмосферном давлении. Эту температуру приняли равной $T = 0$ °С.

В качестве второй реперной точки температурной шкалы Цельсия была принята температура кипения воды (конденсации пара) при атмосферном давлении окружающего воздуха. Эту температуру условно приняли равной $T = 100$ °С.

Промежуток между температурой замерзания и температурой кипения воды на шкале стеклянного ртутного термометра был разделен на 100 равных частей. В результате появилась экспериментальная шкала температуры (потенциала переноса теплоты) и единица измерения температуры 1 °С. Затем эта шкала была экстраполирована в области более высоких и более низких температур.

Рассмотренный выше процесс построения шкалы для измерения температуры основан на использовании стеклянного термометра, резервуар и часть капилляра которого заполнены эталонным веществом – так называемой термометрической жидкостью (ртутью, окрашенными спиртом, петролейным эфиром, толуолом и т.п.). При измерении температуры эта термометрическая жидкость находится в термодинамическом равновесии с контролируемой средой. При наступлении термодинамического равновесия температура термометрической жидкости равна температуре среды, с которой контактирует термометр (см. рис. 10.2, *a*). В этом случае о температуре (потенциале теплопереноса) окружающей среды можно судить по температуре (по потенциалу теплопереноса) эталонного вещества – термометрической жидкости. О температуре термометрической жидкости, в свою очередь, можно судить по физической величине, зависящей от температуры. В качестве такой физической величины в стеклянных термометрах используют перемещение столбика термометрической жидкости (ртути, толуола, спирта и т.п.) в капилляре, изготовленном из прозрачного стекла.

Природа процессов переноса тепла сложилась таким образом, что в настоящее время мы имеем возможность достаточно просто и достаточно точно измерять температуру представляющую собой потенциал теплопереноса. Однако, измерять теплосодержания например, удельную энтальпию $i = cT$, [кДж/кг] в настоящее время осуществить значительно сложнее. Поэтому в большинстве случаев предпочитают осуществлять измерение температуры, а от измерения концентрации тепловой энергии (энтальпии i [кДж/кг]) стараются отказаться (в тех случаях, когда можно без этого обойтись).

10.3.3.2 О ВОЗМОЖНОМ ВАРИАНТЕ ПОСТРОЕНИЯ ШКАЛЫ ПОТЕНЦИАЛА ТЕПЛОПЕРЕНОСА (ТЕМПЕРАТУРЫ) ПО РЕЗУЛЬТАТАМ ИЗМЕРЕНИЯ ЭНТАЛЬПИИ i

Рассмотрим следующую гипотетическую ситуацию. Допустим мы имели бы возможность легко и просто измерять энтальпию i [кДж/кг], представляющую собой концентрацию тепловой энергии в единице массы вещества, а измерение потенциала теплопереноса (температуры T) для нас было бы связано со значительными трудностями. Каким образом в этом случае мы могли бы построить шкалу потенциала теплопереноса, т.е. шкалу температуры T , на практике?

Ниже приводится описание процедуры построения гипотетической экспериментальной шкалы температуры, вычисляемой по результатам измерения энтальпии i эталонного вещества, которое

можно рассматривать как аналог термометрической жидкости, применяемой в стеклянном термометре.

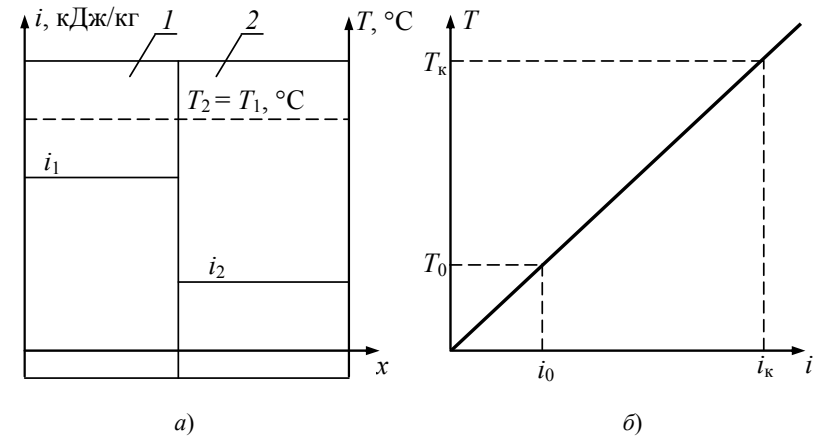


Рис. 10.3 К вопросу о возможности построения гипотетической шкалы для экспериментального определения потенциала теплопереноса (температуры T) по результатам измерения энтальпии i вещества:

a – схема взаимодействия эталонного вещества 1 с контролируемым материалом 2 ;

b – к определению уравнения температурной шкалы

Схема взаимодействия вещества 1 с контролируемым материалом 2 приведена на рис. 10.3, a . Очевидно, что после наступления термодинамического равновесия температура T_1 эталонного вещества 1 и температура T_2 контролируемого материала 2 станут равны друг другу $T_1 = T_2 = T$. Тогда, зная температуру $T_1 = T$ эталонного вещества 1 , можно будет считать известной и температуру $T_2 = T$ контролируемого материала 2 .

Остается открытым вопрос: «Каким образом по известному значению энтальпии $i_1 = i$ эталонного вещества 1 можно вычислить его температуру $T_1 = T$?».

Для поиска ответа на этот вопрос воспользуемся известным соотношением [55]

$$i = cT,$$

где i , c , T – соответственно энтальпия, [кДж/кг], удельная теплоемкость, [кДж/кг·К], и температура, [К], эталонного вещества 1 .

Из последнего соотношения следует

$$T = T(c, i) = \frac{1}{c} i = ki, \quad (10.16)$$

где $\frac{1}{c} = k$, $\left[\frac{\text{кг} \cdot \text{К}}{\text{кДж}} \right]$ – коэффициент пропорциональности позволяющей по известной энтальпии i вычислить потенциал теплопереноса – температуру T .

Рассмотрим подробнее процедуру построения уравнения шкалы (зависимости) для экспериментального определения температуры T (потенциала теплопереноса) по результатам измерения энтальпии i эталонного вещества, обозначенного позицией l на рис. 10.3, *а*. В рамках такой процедуры необходимо сделать следующее.

1 Поместить эталонное вещество l в смесь воду с тающим льдом и дождаться наступления термодинамического равновесия. После этого осуществить измерение энтальпии i_0 эталонного тела и полученному значению энтальпии i_0 поставить в соответствие значение потенциала теплопереноса – температуру $T_0 = 0$ °С.

2 Поместить эталонное вещество l в кипящую воду. Дождаться состояния термодинамического равновесия и измерить энтальпию i_k эталонного тела, соответствующую температуре кипения. Полученному значению энтальпии i_k поставить в соответствии значение потенциала теплопереноса – температуру $T_k = 100$ °С.

3 Две получившиеся точки (i_0, T_0) и (i_k, T_k) изобразить на плоскости с координатными осями i и T так, как это представлено на рис 10.3, *б*. Из раздела математики (который называется «аналитическая геометрия»), следует, что уравнение прямой линии, проходящей через две заданные точки (i_0, T_0) и (i_k, T_k) , имеет вид

$$T - T_0 = \frac{T_k - T_0}{i_k - i_0} (i - i_0), \quad (10.17)$$

где T – температура, соответствующая значению i энтальпии; i_0, T_0, i_k, T_k – координаты точек (i_0, T_0) и (i_k, T_k) .

Примечания.

1 Формула (10.17) позволяет вычислять значение температуры не только в диапазоне энтальпий $i_0 < i < i_k$, но и за пределами этого диапазона при $i < i_0$ и при $i > i_k$. Таким образом, температурная шкала легко экстраполируется как в область низких температур $T < T_0$, так и в область более высоких температур $T > T_k$.

2 Рассмотренный в п. 10.3.3.2 вариант построения шкалы температуры на практике не применяется, так как измерение энтальпии i всегда связано со значительно большими трудностями, чем измерение температуры T .

10.3.3.3 ПРАКТИЧЕСКИЙ ПОДХОД К ПОСТРОЕНИЮ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ШКАЛЫ ДЛЯ ИЗМЕНЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛА ВЛАГОПЕРЕНОСА

Природа процессов переноса влаги (массы) сложилась несколько иначе, чем природа процессов переноса тепла. Величину потенциала влагопереноса θ_m измерить на практике намного сложнее, чем величину влагосодержания U или влажности W вещества, характеризующих концентрацию влаги в этом веществе. Поэтому на практике вместо измерения потенциала влагопереноса θ_m предпочитают измерять концентрацию влаги в веществе, например, влагосодержание U или влажность W .

Рассматриваемый в п. 10.3.3.3. предложенный академиком А.В. Лыковым подход к построению экспериментальной шкалы для измерения потенциала влагопереноса θ_m , является аналогом подхода, обсужденного в п. 10.3.3.2.

Рассматриваемый подход основан (см. рис. 10.4, а) на использовании эталонного вещества 1, приводимого в контакт (соприкосновение) с контролируемым материалом 2. Понятно, что после наступления термодинамического равновесия (по истечению большого промежутка времени после приведения эталонного вещества 1 в контакт с контролируемым материалом 2) потенциалы влагопереноса θ_{m1} и θ_{m2} эталонного вещества 1 и контролируемого материала 2 станут равны друг другу $\theta_{m2} = \theta_{m1} = \theta_m$.

В этом случае, если нам известен потенциал влагопереноса $\theta_{m1} = \theta_m$ эталонного вещества 1, можно считать известным и потенциал влагопереноса $\theta_{m2} = \theta_{m1} = \theta_m$ контролируемого материала 2.

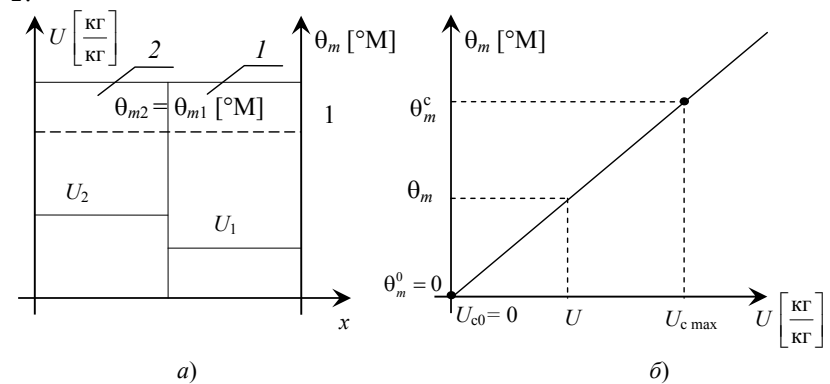


Рис. 10.4 К вопросу о построении шкалы для экспериментального определения потенциала влагопереноса θ_m по результатам измерения влагосодержания U эталонного вещества:

a – схема взаимодействия эталонного вещества *l* с контролируемым материалом 2; *b* – к определению уравнения, связывающего значение измеренного влагосодержания U с вычисляемым значением θ_m потенциала влагопереноса

На практике чаще всего осуществляют измерение значения влагосодержания $U = \frac{m}{M_0} \left[\frac{\text{кг}}{\text{кг}} \right]$, представляющего собой отношение массы влаги m к массе абсолютно сухого вещества M_0 . Если экспериментально измерено значение влагосодержания U , то на основании формулы (10.11а) легко можно получить соотношение

$$\theta_m = \theta_m(c_m, U) = \frac{1}{c_m} U = k_m U, \quad (10.18)$$

позволяющее по известному влагосодержанию U вычислить искомое значение потенциала влагопереноса θ_m , где $k_m = \frac{1}{c_m}$ – коэффициент пропорциональности, представляющий собой величину, обратную удельной изотермической влагоемкости c_m .

10.3.3.3.1 К ВОПРОСУ О ВЫБОРЕ ЭТАЛОННОГО ВЕЩЕСТВА ПРИ ПОСТРОЕНИИ ШКАЛЫ ПОТЕНЦИАЛА ПЕРЕНОСА

Обычно в качестве эталонного вещества берется фильтровальная бумага, анализ изотерм сорбции которой показывает [55], что ее относительное равновесное влагосодержание

$$U_{\text{отн}} = \frac{U_p}{U_{c \text{ max}}} = F(\varphi)$$

при температурах до 80 °С почти не зависит от температуры T и при этом является практически однозначной функцией относительной влажности φ воздуха, где U_p – фактическое равновесное влагосодержание фильтровальной бумаги; $U_{c \text{ max}}$ – максимально возможное сорбционное влагосодержание фильтровальной бумаги при $\varphi = 100\%$; $U_{\text{отн}}$ – относительное равновесное влагосодержание; F – функция. На основании изложенного выше, в [55, 57] был сделан вывод, что потенциал

$\theta_{m \text{ эксп}}$ фильтровальной бумаги в гигроскопической области зависит только от φ . Зависимость

$$\theta_{m \text{ эксп}} = f(\varphi),$$

полученная из изотерм сорбции фильтровальной бумаги [55, 57], представлена на рис. 10.5. На этом рисунке, заимствованном из [57], потенциал влагопереноса $\theta_{m \text{ эксп}}$ выражен в условных массообменных градусах [$^{\circ}\text{M}$].

Выбор фильтровальной бумаги в качестве эталонного вещества (аналога термометрической жидкости) обусловлен также тем, что целлюлоза весьма гигроскопична и содержит влагу всех видов связи:

- адсорбционно связанную влагу;
- капиллярно связанную влагу;
- осмотически удержанную влагу.

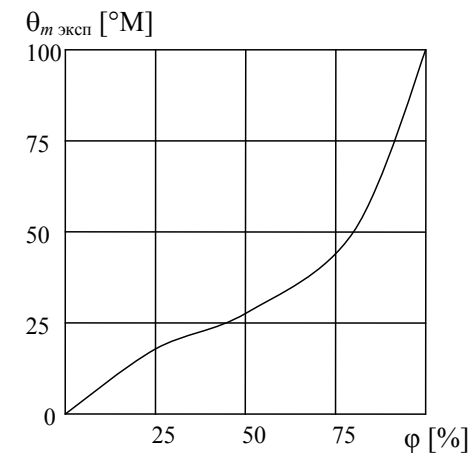


Рис. 10.5 Зависимость экспериментального потенциала массопереноса $\theta_{m \text{ эксп}}$ от относительной влажности φ окружающего воздуха для фильтровальной бумаги при $273 < T < 373$ К по данным [57]

Отметим, что максимальное сорбционное влагосодержание фильтровальной бумаги при $T = 298$ К равно $U_{c \max} = 0,277$ кг/кг.

10.3.3.3.2 ПРОЦЕДУРА ПОСТРОЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ШКАЛЫ ПОТЕНЦИАЛА ВЛАГОПЕРЕНОСА

Академик А.В. Лыков предложил следующий порядок опытного определения потенциала влагопереноса. Полый цилиндр заполняют наполовину листами фильтровальной бумаги известного влагосодержания. Вторую половину полого цилиндра заполняют испытуемым материалом. После этого цилиндр герметически закрывают, взвешивают (для определения плотности контролируемого материала) и помещают в термостат. По истечении большого промежутка времени, достаточного для достижения термодинамического равновесия, обычным способом измеряют влагосодержание U фильтровальной бумаги. При этом значение потенциала влагопереноса θ_m можно вычислить по формуле (10.18):

$$\theta_m = \frac{1}{c_m} U,$$

если известно значение c_m удельной изотермической влагоемкости фильтровальной бумаги.

По аналогии с тем, как для эталонной калориметрической жидкости (воды) удельная теплоемкость c в XIX веке была принята равной

$$c = 1 \frac{\text{кал}}{\text{г} \cdot ^\circ\text{C}} = 1 \frac{\text{ккал}}{\text{кг} \cdot ^\circ\text{C}},$$

академик А.В. Лыков в книге [55] рекомендовал принять удельную изотермическую влагоемкость c_m эталонного вещества (фильтровальной бумаги) равной

$$c_m = \frac{1}{100} U_{c \max},$$

т.е. равной одной сотой от максимально возможного сорбционного влагосодержания $U_{c \max}$ фильтровальной бумаги, достигаемой при относительной влажности окружающего воздуха $\varphi = 100$ %.

Рассмотрим подробнее процедуру построения шкалы (зависимости типа (10.17), рассмотренной выше в п. 10.3.3.2) для определения потенциала влагопереноса θ_m по результатам измерения влагосодержания U эталонного вещества (фильтровальной бумаги),

обозначенного позицией 1 на рис. 10.4, a . В рамках выполнения такой процедуры необходимо сделать следующее:

1 Фильтровальную бумагу 1 следует в течение достаточного большого промежутка времени выдержать в атмосфере с относительной влажностью воздуха $\varphi = 100\%$. После наступления термодинамического равновесия надо измерить, например, методом высушивания, влагосодержание $U_{c \max}$ фильтровальной бумаги, представляющее собой максимально возможное сорбционное влагосодержание фильтровальной бумаги, достигаемое при $\varphi = 100\%$.

Полученному значению $U_{c \max}$, которое по приведенным выше данным [55, 57] равно $U_{c \max} = 0,277$ кг/кг, следует поставить в соответствие значение потенциала влагопереноса $\theta_m^c = 100$ °М, равное ста влагообменным градусам.

Полученную точку с координатами $(U_{c \max}, \theta_m^c)$ следует обозначить (см. рис. 10.4, b) на плоскости с координатными осями U и θ_m .

С учетом изложенного выше эта точка имеет координаты:

$$U_{c \max} = 0,277 \text{ кг/кг}, \theta_m^c = 100 \text{ °М}.$$

2 Для получения второй точки, которую необходимо обозначить на рис. 10.4, b , следовало бы провести второй опыт, в результате которого можно было бы получить точку с координатами (U_{c0}, θ_m^0) . Однако из физических соображений очевидно, что в качестве координат такой точки можно принять состояние абсолютно сухой фильтровальной бумаги, когда $U_{c0} = 0$ кг/кг и $\theta_m^0 = 0$ °М. Это означает, что влагосодержанию $U_{c0} = 0$ кг/кг поставлено в соответствие значение потенциала влагосодержания $\theta_m^0 = 0$ °М, равное нулю влагообменных градусов.

3 Две получившиеся точки с координатами (U_{c0}, θ_m^0) и $(U_{c \max}, \theta_m^c)$ следует изобразить на плоскости с координатными осями U и θ_m так, как это представлено на рис. 8.4, b . В соответствие с теоретическими результатами аналитической геометрии, уравнение прямой линии, проходящей через эти две точки на плоскости с координатными осями U и θ_m , имеет вид

$$\theta_m - \theta_m^0 = \frac{\theta_m^c - \theta_m^0}{U_{c \max} - U_{c0}} (U - U_{c0}). \quad (10.19)$$

Приняв во внимание, что $U_{c0} = 0$ кг/кг, $\theta_m^0 = 0$ °М, $U_{c \max} = 0,277$ кг/кг, $\theta_m^c = 100$ °М из последней формулы (10.19) следует соотношение

$$\theta_m = \frac{100}{0,277} U \quad \text{или} \quad \theta_m = 361 U . \quad (10.20)$$

Из соотношения (10.20) следует, что при влагосодержании фильтровальной бумаги $U = 1$ кг/кг ее потенциал влагопереноса $\theta_m = 361$ °М. Аналогично влагосодержанию $U = 0,277$ кг/кг соответствует потенциал массопереноса (влагопереноса) $\theta_m = 100$ °М и т.д.

Примечания.

1 Формулы (10.19) и (10.20) позволяют вычислять значения потенциала влагопереноса θ_m не только в диапазоне $0 < \theta_m < 100$ °М, но и за пределами этого диапазона при $\theta_m > 100$ °М.

2 Рассмотренная в п. 10.3.3.3.2 процедура на сегодня является единственной применяемой на практике процедурой построения шкалы для измерения потенциала влагопереноса θ_m .

Если бы у нас была возможность легко и просто измерять значения потенциала влагопереноса θ_m , то теория процессов переноса влаги (при увлажнении и сушке) полностью и во всех деталях повторяла бы теорию теплопроводности, использующую температуру T в качестве потенциала теплопереноса. Однако, природа процессов переноса влаги сложилась таким образом, что мы лишены возможности легко и просто определять величину потенциала влагопереноса θ_m , но при этом имеем возможность значительно легче измерять влагосодержание U влажных материалов. Поэтому, в настоящее время математическая теория процессов переноса влаги сформулирована с использованием либо влагосодержания U , либо влажности W веществ и материалов.

Примечание. Природа процессов переноса теплоты сложилась по-другому. Мы легко можем измерить величину потенциала теплопереноса – температуру T , а экспериментальное определение энтальпии i (аналога влагосодержания U) связано со значительно большими трудностями. Поэтому в настоящее время теория теплопроводности сформулирована с использованием температуры T в качестве основной измеряемой и контролируемой физической величины.

10.4 ОСНОВЫ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПЕРЕНОСА ВЛАГИ В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ

В данном параграфе приведены основные сведения о подходах к математическому моделированию процессов переноса влаги в телах из

коллоидных капиллярно-пористых материалов. Главным итогом является точка зрения, что феноменологическая теория переноса влаги построена по аналогии с феноменологической теорией теплопроводности.

Если бы исследователи на практике могли пользоваться введенной академиком А.В. Лыковым физической величиной, которая была им названа «потенциал влагопереноса θ_m », то математическая теория переноса влаги полностью совпадала бы с теорией теплопроводности [1]. Однако, на практике осуществлять измерение потенциала влагопереноса θ_m очень трудно, а в большинстве случаев невозможно. Поэтому феноменологическая теория переноса влаги (массы) в настоящее время сформулирована с использованием закона Фика и дифференциального уравнения Фика, записанных не через потенциал влагопереноса θ_m , а с применением влагосодержания U , на практике значительно более просто поддающегося измерению.

10.4.1 ОСНОВНОЙ ЗАКОН ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ФИКА

Количество влаги (массы) Q_m [кг], проходящее в единицу времени τ [с] через единицу площади S [м²] изопотенциальной поверхности, называется *плотностью потока влаги* (массы) и определяется соотношением

$$\vec{q}_m = (-\vec{i}_n) \frac{dQ_m}{d\tau} \frac{1}{S} \left[\frac{\text{кг}}{\text{с} \cdot \text{м}^2} \right],$$

где dQ_m – количество влаги (массы), проходящей через площадь S , изопотенциальной поверхности в единицу времени $d\tau$; $(-\vec{i}_n)$ – единичный вектор, поправленный по нормали к изопотенциальной поверхности в сторону уменьшения потенциала влагопереноса θ_m .

С использованием понятия градиента потенциала влагопереноса

$$\text{grad } \theta_m \equiv 1_x \frac{\partial \theta_m}{\partial x} + 1_y \frac{\partial \theta_m}{\partial y} + 1_z \frac{\partial \theta_m}{\partial z},$$

основной закон влагопроводности, часто называемый законом массопродности Фика, может быть записан в виде

$$\vec{q}_m = -\lambda_m \text{grad } \theta_m = \lambda_m (-\vec{i}_n) \frac{\partial \theta_m}{\partial n}, \quad (10.21)$$

где λ_m – коэффициент пропорциональности, для процессов переноса влаги часто называемый коэффициентом влагопроводности, а при переносе не влаги, а других видов вещества, обычно называемой коэффициентом массопроводности.

Принимая во внимание, что вектор потока переноса влаги можно представить в виде

$$\vec{q} = 1_x q_{mx} + 1_y q_{my} + 1_z q_{mz} = -\lambda_m \left[1_x \frac{\partial \theta_m}{\partial x} + 1_y \frac{\partial \theta_m}{\partial y} + 1_z \frac{\partial \theta_m}{\partial z} \right],$$

в случае одномерных краевых задач влагопереноса закон Фика для проекций q_{mx} , q_{my} , q_{mz} на оси координат x , y , z можно записать следующим образом:

$$q_{mx} = -\lambda_m \frac{\partial \theta_m}{\partial x}; \quad (10.21a)$$

$$q_{my} = -\lambda_m \frac{\partial \theta_m}{\partial y}; \quad (10.21b)$$

$$q_{mz} = -\lambda_m \frac{\partial \theta_m}{\partial z}. \quad (10.21c)$$

Для стационарного процесса одномерного переноса влаги (при $\frac{\partial \theta_m}{\partial \tau} = \frac{\partial \theta_m}{\partial y} = \frac{\partial \theta_m}{\partial z} = 0$) закон Фика имеет наиболее простую запись

$$q_m = -\lambda_m \frac{d\theta_m}{dx}.$$

Принимая во внимание, что на практике вместо потенциала влагопереноса θ_m предпочитают использовать влагосодержание $U = c_m \theta_m$, закон Фика обычно представляют в виде

$$\vec{q}_m = -\frac{\lambda_m}{c_m \rho_0} \rho_0 \text{grad}(c_m \theta_m) = -a_m \rho_0 \text{grad}(U), \quad (10.22)$$

где $a_m = \frac{\lambda_m}{c_m \rho_0}$ – коэффициент диффузии; c_m – удельная изотермическая влагоемкость материала; ρ_0 – плотность абсолютно сухого материала; $U = c_m \theta_m$ – влагосодержание материала.

Напомним, что из изложенного в параграфе 10.3 следует:

– удельная изотермическая влагоемкость c_m является аналогом удельной теплоемкости c ;

– коэффициент влагопроводности λ_m является аналогом коэффициента теплопроводности λ ;

– коэффициент диффузии $a_m = \lambda_m / (c_m \rho_0)$ является аналогом коэффициента температуропроводности $a = \lambda / (c\rho)$;

– потенциал влагопереноса θ_m является аналогом потенциала теплопереноса – температуры T ;

– влагосодержание U материала является аналогом энтальпии i .

Для одномерных процессов переноса влаги закон Фика (10.22) часто записывают для проекций q_{mx} , q_{my} , q_{mz} вектора потока влаги на оси координат x , y , z :

$$q_{mx} = -a_m \rho_0 \frac{\partial U}{\partial x}; \quad (10.22a)$$

$$q_{my} = -a_m \rho_0 \frac{\partial U}{\partial y}; \quad (10.22b)$$

$$q_{mz} = -a_m \rho_0 \frac{\partial U}{\partial z}. \quad (10.22c)$$

Для одномерного стационарного процесса переноса влаги $\left(\frac{\partial \theta_m}{\partial \tau} = \frac{\partial \theta_m}{\partial y} = \frac{\partial \theta_m}{\partial z} = 0 \right)$ закон Фика (10.22) часто записывают в виде

$$q_m = -a_m \rho_0 \frac{dU}{dx}.$$

10.4.2 ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ВЛАГОПРОВОДНОСТИ ФИКА

Если повторить рассмотренную в параграфе 1.3 процедуру вывода дифференциального уравнения теплопроводности Фурье для процесса переноса влаги, то в результате будет получено одномерное дифференциальное уравнение влагопроводности Фика, имеющее вид

$$c_m \rho_0 \frac{\partial \theta_m(x, \tau)}{\partial \tau} = -\frac{\partial q_{mx}}{\partial x} + W_m(x, \tau), \quad (10.23)$$

где $W_m(x, \tau)$ – функция, определяющая зависимость внутренних источников (стоков) влаги от пространственной координаты x и от времени τ ; остальные обозначения были определены выше.

Если в (10.23) подставить (10.21a), то получим одномерное дифференциальное уравнение влагопроводности (массопроводности) Фика, записанное через потенциал влагопереноса θ_m и имеющее вид

$$c_m \rho_0 \frac{\partial \theta_m(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_m \frac{\partial \theta_m(x, \tau)}{\partial x} \right] + W_m(x, \tau). \quad (10.24)$$

Если же в (10.23) подставить (10.22a), то получается одномерное дифференциальное уравнение влагопроводности (массопроводности) Фика

$$\rho_0 \frac{\partial (c_m \theta_m)}{\partial \tau} = - \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m \rho_0 \frac{\partial (c_m \theta_m)}{\partial x} \right] + W_m(x, \tau),$$

которое с учетом того, что $U = c_m \theta_m$, принимает вид

$$\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{W_m(x, \tau)}{\rho_0}. \quad (10.25)$$

Видно, что дифференциальное уравнение Фика (10.25) записано через влагосодержание U .

При математическом моделировании процессов переноса влаги, происходящих в трехмерном пространстве с декартовой системой координат x, y, z , вместо дифференциального уравнения Фика (10.24), записанного через потенциал влагопереноса θ_m , применяют трехмерное уравнение

$$c_m \rho_0 \frac{\partial \theta_m(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_m \frac{\partial \theta_m(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[\lambda_m \frac{\partial \theta_m(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\lambda_m \frac{\partial \theta_m(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] + W_m(x, y, z, \tau), \quad (10.24a)$$

а одномерное дифференциальное уравнение Фика (10.25) заменяют на трехмерное уравнение

$$\frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m \frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[a_m \frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial y} \right] +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial z} \left[a_m \frac{\partial U(x, y, z, \tau)}{\partial z} \right] + \frac{W_m(x, y, z, \tau)}{\rho_0}. \quad (10.25a)$$

Если требуется запись одномерных дифференциальных уравнений Фика для цилиндрической и сферической систем координат, то с использованием понятия коэффициент формы γ , уравнение (10.24) можно представить в виде

$$c_m \rho_0 \frac{\partial \theta_m(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[\lambda_m r^\gamma \frac{\partial \theta_m(r, \tau)}{\partial r} \right] + W_m(r, \tau), \quad (10.24b)$$

а уравнение (10.25) – в виде

$$\frac{\partial U(r, \tau)}{\partial \tau} = \frac{1}{r^\gamma} \frac{\partial}{\partial r} \left[a_m r^\gamma \frac{\partial U(r, \tau)}{\partial r} \right] + \frac{W_m(r, \tau)}{\rho_0}. \quad (10.25b)$$

Напомним, что коэффициент формы γ может принимать значения:
 $\gamma = 0$ для декартовой (плоской) системы координат;
 $\gamma = 1$ для цилиндрической системы координат;
 $\gamma = 2$ для сферической системы координат.

10.4.3 НАЧАЛЬНЫЕ И ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ ПРИ ЗАПИСИ ПРЯМЫХ ЗАДАЧ РАСЧЕТА ПЕРЕНОСА ВЛАГИ В НЕПОДВИЖНЫХ СРЕДАХ

Дифференциальные уравнения Фика (10.24), (10.24a), (10.24b) описывают поля потенциала влагопереноса θ_m во внутренних точках неподвижных тел (сред), а дифференциальные уравнения (10.25), (10.25a), (10.25b) позволяют рассчитывать поля влагосодержания U также только во внутренних точках тел (сред), находящихся в состоянии покоя по отношению к рассматриваемой системе пространственных координат.

Для того, чтобы можно было рассчитать поля потенциала влагопереноса θ_m , каждое из дифференциальных уравнений (10.24), (10.24a), (10.24b) надо дополнить краевыми условиями, включающими в себя:

- 1) задание геометрии рассматриваемого тела (образца, среды);
- 2) задание начального условия, определяющего распределение потенциала влагопереноса θ_m в этом теле в начальный момент времени $\tau = 0$;

3) задание граничных условий первого, второго, третьего или четвертого рода, определяющих закономерности влагообмена на граничных поверхностях рассматриваемого тела (образа, среды).

10.4.3.1 ЗАДАНИЕ НАЧАЛЬНЫХ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ РАСЧЕТЕ ПОЛЕЙ ПОТЕНЦИАЛА ВЛАГОПЕРЕНОСА θ_m

Отметим, что в рассматриваемом случае расчета полей потенциала влагопереноса θ_m задание начальных и граничных условий осуществляется практически так же, как и в случае решения краевых задач теплопроводности (см. параграфы 1.4 и 1.5).

Приведем пример записи прямой краевой задачи влагопроводности для тела, составленного из двух пластин, схематически показанных на рис. 1.3, в. Левая пластина имеет толщину h , а правая пластина – толщину $H-h$. Если начало координат оси x поместить на левую поверхность рассматриваемого составного тела, на внешних поверхностях задать граничные условия первого рода, а при $x = h$ задать обычные граничные условия четвертого рода, то прямая краевая задача влагопроводности примет вид:

$$c_{m1}\rho_{01} \frac{\partial \theta_{m1}(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{m1} \frac{\partial \theta_{m1}(x, \tau)}{\partial x} \right] + W_{m1}(x, \tau),$$

$$\tau > 0, \quad 0 < x < h; \quad (10.26)$$

$$c_{m2}\rho_{02} \frac{\partial \theta_{m2}(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_{m2} \frac{\partial \theta_{m2}(x, \tau)}{\partial x} \right] + W_{m2}(x, \tau),$$

$$\tau > 0, \quad h < x < H; \quad (10.27)$$

$$\theta_{m1}(x, 0) = \theta_{m2}(x, 0) = \theta_0 = \text{const}; \quad (10.28)$$

$$\theta_{m1}(0, \tau) = \theta_C = \text{const}; \quad (10.29)$$

$$\theta_{m1}(h, \tau) = \theta_{m2}(h, \tau); \quad (10.30)$$

$$\lambda_{m1} \frac{\partial \theta_{m1}(h, \tau)}{\partial x} = \lambda_{m2} \frac{\partial \theta_{m2}(h, \tau)}{\partial x}; \quad (10.31)$$

$$\theta_{m2}(H, \tau) = \theta_C = \text{const}. \quad (10.32)$$

10.4.3.2 ОСОБЕННОСТИ ЗАДАНИЯ НАЧАЛЬНЫХ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ПРИ ВЫПОЛНЕНИИ РАСЧЕТОВ ПОЛЕЙ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ U

При математическом моделировании полей влагосодержания U каждое из дифференциальных уравнений Фика в виде (10.25), (10.25a), (10.25b) также должны быть дополнены краевыми условиями, включающими в себя задание геометрии, начальных и граничных условий.

Задание геометрии рассматриваемого тела или системы тел обычно не вызывает затруднений.

Принимая во внимание, что потенциал влагопереноса θ_m и влагосодержание U связаны соотношениями

$$U = c_m \theta_m \quad \text{или} \quad \theta_m = \frac{1}{c_m} U, \quad (10.33)$$

заданное начальных условий и граничных условий также обычно не вызывает затруднений. Однако при задании начальных и граничных условий следует помнить, что наличие связей вида (10.33) приводит к необходимости учитывать наличие скачка влагосодержания U на внутренних поверхностях контакта составных (многослойных) тел. При необходимости более подробно рассмотреть вопросы задания краевых (начальных и граничных) условий, рекомендуем вам обратиться к книгам [51 – 53, 56].

Если соотношения (10.33) использовать для преобразования рассмотренной выше краевой задачи (10.26) – (10.32), позволяющей рассчитывать поля потенциала влагопереноса θ_m , к виду, представляющему собой математическую модель полей влагосодержания U в двухслойном теле (см. рис. 10.3, в), то эта модель может быть записана в виде:

$$\frac{\partial U_1(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_{m1} \frac{\partial U_1(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{W_{m1}(x, \tau)}{\rho_{01}}, \quad \tau > 0, \quad 0 < x < h; \quad (10.26a)$$

$$\frac{\partial U_2(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_{m2} \frac{\partial U_2(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{W_{m2}(x, \tau)}{\rho_{02}}, \quad \tau > 0, \quad h < x < H; \quad (10.27a)$$

$$U_1(x, 0) = c_{m1} \theta_0 = U_{01}, \quad U_2(x, 0) = c_{m2} \theta_0 = U_{02}, \quad U_{02} = \frac{c_{m1}}{c_{m2}} U_{01}; \quad (10.28a)$$

$$U_1(0, \tau) = c_{m1}\theta_c = U_{c1}; \quad (10.29a)$$

$$\frac{1}{c_{m1}}U_1(h, \tau) = \frac{1}{c_{m2}}U_2(h, \tau); \quad (10.30a)$$

$$a_{m1}\rho_{01} \frac{\partial U_1(h, \tau)}{\partial x} = a_{m2}\rho_{02} \frac{\partial U_2(h, \tau)}{\partial x}; \quad (10.31a)$$

$$U_2(H, \tau) = c_{m2}\theta_c = U_{c2}, \quad U_{c2} = U_{c1} \frac{c_{m1}}{c_{m2}}. \quad (10.32a)$$

Поясним подробнее, каким образом граничное условие первого рода (10.29) было преобразовано к виду (10.29a). Умножим левую и правую части (10.29) на c_{m1} . В результате получим:

$$c_{m1}\theta_{m1}(0, \tau) = c_{m1}\theta_c.$$

Принимая во внимание, что в соответствии с (10.33) можно ввести обозначения:

$$c_{m1}\theta_{1m} = U_1 \quad \text{и} \quad c_{m1}\theta_c = U_{c1},$$

получаем соотношение (10.29a), записанное выше.

Воспользовавшись (10.33), представим:

$$\theta_{m1}(h, \tau) = \frac{U_1(h, \tau)}{c_{m1}},$$

$$\theta_{m2}(h, \tau) = \frac{U_2(h, \tau)}{c_{m2}}.$$

Подставив полученные соотношения в (10.30), получим

$$\frac{1}{c_{m1}}U_1(h, \tau) = \frac{1}{c_{m2}}U_2(h, \tau),$$

что совпадает с записанным выше соотношением (10.30a).

Преобразуем (10.31) следующим образом

$$\frac{\lambda_{m1}}{c_{m1}\rho_{01}} \rho_{01} \frac{\partial [c_{m1}\theta_{m1}(h, \tau)]}{\partial x} = \frac{\lambda_{m2}}{c_{m2}\rho_{02}} \rho_{02} \frac{\partial [c_{m2}\theta_{m2}(h, \tau)]}{\partial x},$$

откуда, с учетом того что $a_{m1} = \frac{\lambda_{m1}}{c_{m1}\rho_{01}}$ и $a_{m2} = \frac{\lambda_{m2}}{c_{m2}\rho_{02}}$, получаем

соотношение

$$a_{m1}\rho_{01} \frac{\partial U_1(h, \tau)}{\partial x} = a_{m2}\rho_{02} \frac{\partial U_2(h, \tau)}{\partial x},$$

совпадающее с (10.31а).

Продемонстрируем подробнее преобразования уравнения (10.26). Сначала уравнение (10.26) представим так

$$\rho_{01} \frac{\partial [c_{m1}\theta_{m1}(x, \tau)]}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\lambda_{m1}}{c_{m1}\rho_{01}} \rho_{01} \frac{\partial [c_{m1}\theta_{m1}(x, \tau)]}{\partial x} \right] + W_{m1}(x, \tau).$$

Поделив на ρ_{01} , с учетом того, что:

$$a_{m1} = \frac{\lambda_{m1}}{c_{m1}\rho_{01}}, \quad U_1(x, \tau) = c_{m1}\theta_{m1}(x, \tau),$$

получим уравнение

$$\frac{\partial U_1(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m \frac{\partial U_1(x, \tau)}{\partial x} \right] + \frac{W_m(x, \tau)}{\rho_{01}},$$

совпадающее с (10.26а).

Сведения об основных показателях, законах и дифференциальных уравнениях, которые характеризуются как перенос теплоты, так и влаги (массы) в твердых неподвижных средах, приведенных в табл. 10.2.

10.2 Основные показатели, законы и дифференциальные уравнения, характеризующие перенос теплоты и влаги (массы) в твердых материалах

Показатели, законы и уравнения	Перенос теплоты	Перенос влаги (массы)
Концентрация переносимой субстанции	Энтальпия $i = cT$ [Дж/кг]	Влагосодержание $U = c_m \theta_m$ [кг/кг]
Потенциал переноса субстанции	Температура $T = \frac{1}{c} i$ [K], [°C]	Потенциал влагопереноса $\theta_m = \frac{1}{c_m} U$ [°M]
Субстанционал	Удельная теплоемкость	Удельная

Ыная емкость вещества	$c = \left(\frac{\partial i}{\partial T} \right)_p \approx \frac{\Delta i}{\Delta T}$ [Дж/кг·К]	изотермическая влагоемкость $c_m = \left(\frac{\partial U}{\partial \theta_m} \right)_T \approx \frac{\Delta U}{\Delta \theta_m}$ [кг/кг·°М]
Связь потока субстанции с градиентом потенциала переноса	Закон теплопроводности Фурье $q = -\lambda \text{grad} T = -\lambda \nabla T,$ λ – теплопроводность	Закон массопроводности Фика $q_m = -\lambda_m \text{grad} \theta_m =$ $-\lambda_m \nabla \theta_m,$ λ_m – коэффициент массопроводности

Окончание табл. 10.2

Показатели, законы и уравнения	Перенос теплоты	Перенос влаги (массы)
Связь потока субстанции с градиентом концентрации субстанции	Закон теплопроводности Фурье (при $c = \text{const}, \rho = \text{const}$) $q = -\frac{\lambda}{c\rho} \rho \text{grad}(cT) =$ $-a \rho \nabla i,$ a – температуропроводность (коэффициент диффузии теплоты);	Закон диффузии Фика (при $c_m = \text{const}, \rho_0 =$ const) $q_m = -\frac{\lambda_m}{c_m \rho_0} \rho_0 \text{grad}(c_m \theta_m) =$ a_m – коэффициент диффузии; ρ_0 – плотность абсолютно сухого вещества

	ρ – плотность вещества	
Дифференциальные уравнения, записанные через потенциал переноса	Дифференциальное уравнение Фурье $c\rho \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda \frac{\partial T(x, \tau)}{\partial x} \right]$ $\tau > 0, \quad 0 < x < H$	Дифференциальное уравнение Фика $c_m \rho_0 \frac{\partial \theta_m(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[\lambda_m \frac{\partial \theta_m(x, \tau)}{\partial x} \right]$ $\tau > 0, \quad 0 < x < H$
Дифференциальные уравнения, записанные через концентрацию субстанции	Дифференциальное уравнение Фурье $\frac{\partial i(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a \frac{\partial i(x, \tau)}{\partial x} \right]$ $\tau > 0, \quad 0 < x < H$	Дифференциальное уравнение Фика $\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right]$ $\tau > 0,$ $0 < x < H$

10.4.4 МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ РАСЧЕТА ВЛАГОПЕРЕНОСА

Выше было показано, что постановки прямых краевых задач расчета влагопереноса в твердых телах (образцах, средах) по своей форме почти не отличаются от прямых краевых задач теплопроводности. Поэтому при решении прямых, обратных и инверсных краевых задач влагопереноса могут быть использованы математические методы, давно разработанные в математической физике, в частности, в теории теплопроводности.

В предыдущих главах данной монографии были приведены примеры решения ряда краевых задач теплопроводности с использованием некоторых из этих методов, в частности, были рассмотрены:

1) метод разделения переменных [1, 5, 19], часто называемый методом Фурье (был применен при выводе расчетных соотношений метода регулярного режима первого рода);

2) метод преобразования Лапласа [1, 5, 19, 28] был применен при выводе расчетных формул, основанных на использовании временных интегральных характеристик:

$$T^*(x, p) = \int_0^{\infty} T(x, \tau) e^{-p\tau} d\tau,$$

$$q^*(p) = \int_0^{\infty} q(\tau) e^{-p\tau} d\tau;$$

3) метод суперпозиции решений [1, 5, 19], который был использован в девятой главе при выводе расчетных формул, позволяющих отдельно вычислять:

– комплексный теплофизический параметр μ/λ_{rr} по установившемуся во времени (стационарному) значению разности между температурой $\theta_1(R_1, \infty)$ внутреннего цилиндра при $r = R_1$ и температурой $\theta_4(R_4, \infty)$ внешнего цилиндра при $r = R_4$ (при отключенном электронагревателе во внутреннем цилиндре);

– второй диагональный компонент λ_{rr} тензора теплопроводности по стационарной разности температур $\Delta t = t_1(R_1, \infty) - \theta_1(R_1, \infty)$, где $t_1(R_1, \infty)$ – установившаяся во времени температура внутреннего цилиндра в сечении $r = R_1$ (при включенном электронагревателе во внутреннем цилиндре установки для исследования зависимости теплофизических свойств неньютоновских жидкостей от скорости сдвига $\dot{\gamma}$); $\theta_1(R_1, \infty)$ – установившаяся во времени температура внутреннего цилиндра также в сечении $r = R_1$ (при отключенном электронагревателе во внутреннем цилиндре установки).

Кроме перечисленных методов, при решении краевых задач расчета влагопереноса могут быть использованы и другие, например:

- метод интегрального преобразования Фурье [1, 5, 19, 28];
- метод интегрального преобразования Ханкеля [1, 5, 19, 28];

– метод численного решения краевых задач [1, 5, 16, 68, 69] и т.п.

При необходимости вы дополнительную информацию о методах математического моделирования процессов влагопереноса можно получить в [1, 51 – 53, 55 – 59] и в статьях, публикуемых в научно-технических журналах.

10.5 МЕТОДЫ И УСТРОЙСТВА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ (МАССЫ) В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЛЯРНО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ

Ниже рассмотрены примеры практической реализации некоторых методов и устройств при измерении коэффициентов диффузии влаги в твердых материалах.

10.5.1 СТАЦИОНАРНЫЙ МЕТОД И УСТРОЙСТВО ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ

Рассматриваемый в данном п.10.5.1 стационарный метод и устройство для его реализации были предложены [56, 57] академиком А.В. Лыковым.

10.5.1.1 ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МЕТОДА И УСТРОЙСТВА И ОСНОВНЫЕ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ ОПЕРАЦИИ ПРИ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ ОПРЕДЕЛЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ

Схема возможного варианта измерительной установки, используемой при практической реализации рассматриваемого метода, приведена на рис. 10.6, *a*.

Образец *1* из исследуемого материала размещается в водонепроницаемом цилиндре *2* между пластмассовыми (или металлическими) сетками *3* и *4*. На нижней сетке *4* закреплены фитили *5*, предназначенные для капиллярного подвода влаги к нижнему торцу образца *1*.

Доставляемая к образцу *1* влага забирается фитилями *5* из сосуда *6*, заполненного водой *7*. В результате на нижнем торце исследуемого образца *1* при $x=0$ поддерживается постоянное влагосодержание $U(0)=U_0 = \text{const}$.

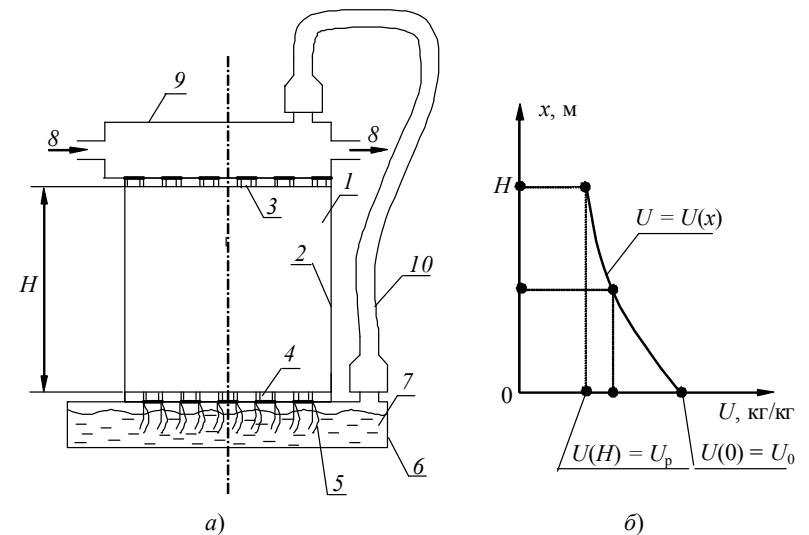


Рис. 10.6 К вопросу об измерении коэффициента диффузии влаги стационарным методом академика А.В. Лыкова:

a – схема возможного варианта измерительной установки [57];
б – распределение влагосодержания $U = U(x)$ в исследуемом материале по пространственной координате x

Верхний торец исследуемого образца при $x = H$ интенсивно обдувается потоком воздуха δ с относительной влажностью $\varphi = \text{const}$, проходящим через специальную камеру-крышку 9 . В результате при $x = H$ устанавливается постоянное во времени равновесное значение влагосодержания исследуемого материала $U(H) = U_p = f(\varphi)$, зависящее от относительной влажности φ воздуха, продуваемого через камеру-крышку 9 . Для того, чтобы обеспечить одинаковые значения давления воздуха вблизи верхнего и нижнего торцов образца 1 , патрубки верхней камеры-крышки 9 и нижнего сосуда 6 соединены резиновым шлангом 10 .

Для поддержания постоянной температуры T в ходе эксперимента, рассматриваемое устройство помещают в воздушный термостат (на рис. 10.6, *a* не показан). По истечении значительного промежутка времени (от 200 до 1500 часов) количество влаги, проходящей через образец 1 , становится постоянным.

Величину потока влаги q_m через образец обычно измеряют по расходу воды 7 , забираемой фитилями 5 из нижнего сосуда 6 , например, объемным методом с использованием стеклянной бюретки.

После достижения стационарного режима, о наступлении которого судят по постоянству расхода воды, что соответствует $q_m = \text{const}$, образец разрезают на слои, перпендикулярные по направлению потока влаги. После этого определяют влагосодержание U каждого слоя и находят функцию

$$U = U(x),$$

определяющую распределение влагосодержания $U(x)$ по координате x . Отметим, что эта функция $U = U(x)$ может быть представлена в виде:

- таблицы значений (x_i, U_i) , $i = 1, 2, \dots, n$;
- графика, как это показано на рис. 10.6, б;
- аналитической зависимости, например в виде многочлена

$U = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots$ или в виде какой-либо другой функции.

С использованием экспериментально измеренных значений физических величин H , q_m и значений функции $U_i = U(x_i)$ в некоторых точках x_i , $i = 1, 2, \dots, n$, осуществляют расчет искомых значений коэффициента диффузии a_m по приведенным ниже расчетным соотношениям.

10.5.1.2 ВЫВОД РАСЧЕТНОГО СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ $a_m = a_m(U)$ ОТ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ U ИССЛЕДУЕМОГО МАТЕРИАЛА

Стационарная краевая задача влагопроводности для расчета установившегося во времени процесса переноса влаги в плоском образе толщиной H для рассматриваемого нами метода может быть записана в виде прямой краевой задачи:

$$\frac{d}{dx} \left[a_m(U) \frac{dU(x)}{dx} \right] = 0, \quad 0 < x < H; \quad (10.34)$$

$$U(0) = U_0 = \text{const}; \quad (10.35)$$

$$U(H) = U_p = \text{const}, \quad (10.36)$$

с дополнительным условием

$$-a_m \rho_0 \frac{dU(0)}{dx} = q_m = \text{const}. \quad (10.37)$$

Вычислим неопределенный интеграл от правой и левой частей дифференциального уравнения (10.34)

$$\int \frac{d}{dx} \left[a_m(U) \frac{dU(x)}{dx} \right] dx = \int 0 dx,$$

$$a_m(U) \frac{dU(x)}{dx} = C = \text{const.} \quad (10.38)$$

Постоянную интегрирования найдем, воспользовавшись дополнительным условием (10.37), из которого следует, что

$$a_m(U) \frac{dU(0)}{dx} = -\frac{q_m}{\rho_0},$$

откуда получаем

$$C = -\frac{q_m}{\rho_0}.$$

С учетом найденного значения постоянной интегрирования получаем расчетное соотношение для вычисления коэффициента диффузии

$$a_m[U(x_i)] = -\frac{q_m}{\rho_0 \left[\frac{dU(x_i)}{dx} \right]}. \quad (10.39)$$

Если в последнюю формулу подставить измеренные значения x_i , $U(x_i)$ и воспользоваться формулами

$$\frac{dU(x_i)}{dx} \approx \frac{U(x_{i+1}) - U(x_i)}{x_{i+1} - x_i} \approx \frac{U(x_{i+1}) - U(x_{i-1}))}{x_{i+1} - x_{i-1}}, \quad (10.40)$$

для приближенного вычисления производной $\frac{dU(x)}{dx}$, то расчетное соотношение (10.39) для вычисления коэффициента диффузии $a_m(U_i)$ примет вид

$$a_m(U_i) \approx -\frac{q_m(x_{i+1} - x_i)}{\rho_0 [U(x_{i+1}) - U(x_i)]} \approx -\frac{q_m(x_{i+1} - x_{i-1}))}{\rho_0 [U(x_{i+1}) - U(x_{i-1}))]}.$$

В большинстве случаев на практике удается получить небольшое количество пар значений $[x_i, U(x_i)]$, $i = 1, 2, \dots, n$. Поэтому

вычисленные значения $a_m[U(x_i)]$ обычно имеют невысокую точность, что обусловлено значительными погрешностями графического или численного дифференцирования с использованием формул (10.40).

В некоторых случаях распределение влагосодержания $U(x)$ по координате x образца имеет вид прямой линии, тогда $\frac{dU}{dx} = \text{const}$.

В этом случае коэффициенты диффузии влаги a_m не зависят от влагосодержания U материала, а математическая теория рассматриваемого метода оказывается такой же, как и рассмотренная выше теория стационарного метода измерения теплопроводности твердых материалов.

В книгах [56, 57] рассмотрены некоторые другие варианты осуществления стационарных методов измерения коэффициента диффузии влаги, а также несколько вариантов обработки экспериментальных данных.

10.5.2 ПРИМЕНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО МЕТОДА РЕГУЛЯРНОГО РЕЖИМА ПЕРВОГО РОДА ДЛЯ ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ

При реализации эксперимента, аналогичного регулярному режиму первого рода, на внешней поверхности исследуемого образца при $x = R$ необходимо изменить влагосодержание, например, по закону

$$U(R, \tau) = \begin{cases} U_0 & \text{при } \tau = 0; \\ U_p = \text{const} & \text{при } \tau > 0. \end{cases}$$

К сожалению, до настоящего времени не получено аналитическое решение прямой краевой задачи влагопроводности при коэффициенте диффузии $a_m(U)$, зависящем от влагосодержания U .

Для того, чтобы на практике можно было применить теорию регулярного режима первого рода, поступают следующим образом [56]. Эксперимент проводят при небольшом изменении влагосодержания $U_p < U(r, \tau) < U_0$, в пределах которого коэффициент диффузии $a_m = a_m(U)$ можно считать практически постоянным $a_m \approx \text{const}$. Это позволяет искомое значение коэффициента диффузии a_m рассчитывать из известного решения линейной краевой задачи влагопроводности при $a_m \approx \text{const}$.

Многokратно повторяя опыты по всему диапазону изменения влагосодержания, каждое полученное значение коэффициента

диффузии a_{mi} ставится в соответствие среднему значению влагосодержания

$$\bar{U}_i = \frac{U_{0i} + U_{pi}}{2},$$

имевшему место в i -м опыте. В результате получается таблично заданная функция $a_{mi} = f(\bar{U}_i)$, которая принимается в качестве искомой зависимости $a_m = f(U)$.

10.5.2.1 ФИЗИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УСТРОЙСТВА И ПОРЯДОК ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ a_m

Схема возможного варианта измерительного устройства для реализации рассматриваемого метода приведена на рис. 10.7.

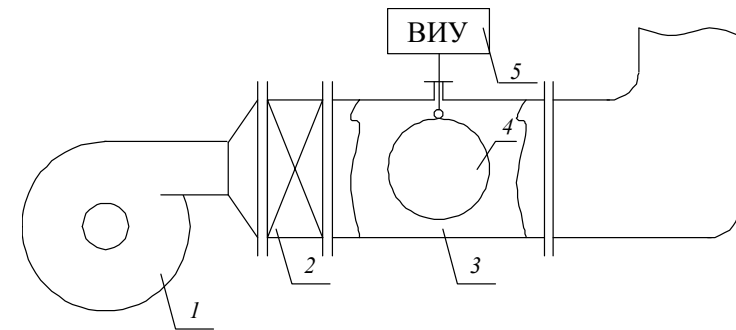


Рис. 10.7 Схема устройства для измерения коэффициента диффузии влаги в образце сферической формы

Устройство включает в себя центробежный вентилятор 1, кондиционер 2, обеспечивающий поддержание постоянных во времени относительной влажности φ и температуры T воздуха, продуваемого с постоянной скоростью через воздуховод. В пределах рабочего участка 3 воздуховода размещен образец 4 сферической формы, изготовленный из исследуемого материала. Образец 4 подвешен на весоизмерительном устройстве ВИУ, обозначенном позицией 5 на рис. 10.7.

При проведении каждого опыта измерительные операции осуществляют в следующем порядке:

1 Из исследуемого материала изготавливают образец 4 сферической формы и, в течение достаточно большого промежутка времени, выдерживают этот образец в эксикаторе для получения

практически однородного начального распределения влагосодержания во внутренних точках образца

$$U(r, 0) \approx U_0 = \text{const.}$$

2 Устанавливают необходимые значения температуры T и относительной влажности φ воздуха на выходе кондиционера 2, обеспечивающие получение требуемого значения равновесного влагосодержания U_p на внешней поверхности исследуемого образца 4.

3 Образец 4 подвешивают на держателе весоизмерительного устройства 5 и сразу же взвешивают, чтобы зарегистрировать массу $M|_{\tau=0}$ образца в начальный момент времени $\tau = 0$.

Примечания. 1 Зарегистрированное значение этой массы M в дальнейшем позволит рассчитать начальное влагосодержание U_0 исследуемого образца 3.

2 В момент взвешивания образца 4 поток воздуха из кондиционера 2 на короткий промежуток времени направляют во вспомогательный участок (на рис. 10.7 не показан) воздуховода для того, чтобы уменьшить воздействие потока воздуха на исследуемый образец.

4 Через заданный промежуток времени повторяют взвешивание исследуемого образца 4 (направив поток воздуха во вспомогательный участок воздуховода) и регистрируют значения массы $M|_{\tau=\tau_i} = M(\tau_i)$ образца в каждый момент времени $\tau = \tau_i, i = 1, 2, \dots, n$.

5 После завершения опыта исследуемый образец 4 досушивают до постоянного веса и взвешиванием находят массу M_0 абсолютно сухого образца.

6 При обработке экспериментальных данных вычисляют значения средних влагосодержаний образца по формуле

$$\bar{U}_i = \frac{M(\tau_i) - M_0}{M_0} = \frac{m_i}{M_0},$$

где $M(\tau_i)$ – значения массы образца на i -м шаге измерения в момент времени $\tau = \tau_i$; M_0 – масса абсолютно сухого образца; $m_i = M(\tau_i) - M_0$ – масса влаги в образце на i -м шаге измерения.

7 Полученные экспериментальные данные обрабатывают по расчетным соотношениям, приведенным ниже.

10.5.2.2 ВЫВОД РАСЧЕТНОГО СООТНОШЕНИЯ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ

Постановка нестационарной линейной прямой краевой задачи влагопроводности (при $a_m \approx \text{const.}$) может быть записана в виде:

$$\frac{\partial U(r, \tau)}{\partial \tau} = a_m \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^2 \frac{\partial U(r, \tau)}{\partial r} \right], \quad \tau > 0, \quad 0 < r < R; \quad (10.41)$$

$$U(r, 0) = U_0 = \text{const}; \quad (10.42)$$

$$\frac{\partial U(0, \tau)}{\partial r} = 0; \quad (10.43)$$

$$U(R, \tau) = U_p = \text{const}, \quad (10.44)$$

где $U(r, \tau)$ – влагосодержание в точке с координатой r в момент времени τ ; R – радиус образца в виде шара; U_0 – влагосодержание образца в начальный момент времени $\tau = 0$; $U_p = f_1(\varphi)$ – равновесное влагосодержание на поверхности шара при $r = R$, зависящее от относительной влажности φ воздуха, обдувающего этот шар 4 в рабочем участке 3 воздуховода (см. рис. 10.7).

Решение краевой задачи (10.41) – (10.44), полученное методом разделения переменных Фурье, имеет вид [1, 56]:

$$\theta(\bar{r}, \text{Fo}_m) = \frac{U(r, \tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \frac{\sin(\mu_n \bar{r})}{\bar{r}} \exp[-\mu_n^2 \text{Fo}_m], \quad (10.45)$$

где $\bar{r} = \frac{r}{R}$ – безразмерная пространственная координата; $\text{Fo}_m = \frac{a_m \tau}{R^2}$ – безразмерная временная координата (число Фурье процесса влагопереноса); $\mu_n = n \pi$ – собственные числа краевой задачи Штурма-Лиувилля, появляющейся при решении краевой задачи (10.41) – (10.44) методом разделения переменных Фурье; $A_n = (-1)^{n+1} \cdot 2 / \mu_n$ – коэффициенты разложения начального условия (10.42) по системе ортогональных на отрезке $0 \leq r \leq 1$ собственных функций $\psi_n(r) = \frac{\sin(\mu_n \bar{r})}{\bar{r}}$ краевой задачи Штурма-Лиувилля.

Принимая во внимание, что среднее влагосодержание шарового образца может быть вычислено по формуле

$$\bar{U}(\tau) = \frac{3}{R^3} \int_0^R r^2 U(r, \tau) dr,$$

решение (10.45) легко может быть преобразовано к виду

$$\bar{\theta}(Fo_m) = 3 \int_0^1 (\bar{r})^2 \theta(\bar{r}, Fo_m) d\bar{r} = \frac{\bar{U}(\tau) - U_p}{U_0 - U_p} = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \exp[-\mu_n^2 Fo_m], \quad (10.46)$$

где
$$B_n = 3A_n \int_0^1 (\bar{r})^2 \frac{\sin(\mu_n \bar{r})}{\bar{r}} d\bar{r} = 6/\mu_n^2 = \frac{6}{n^2 \pi^2} - \text{постоянные}$$

коэффициенты.

Если повторить процедуру, рассмотренную в п. 6.2.2.4, то можно получить следующие результаты.

1 Легко показать, что всегда найдется такой момент времени τ^* , что при $\tau > \tau^*$ решение (10.46) с достаточной для практических потребностей точностью может быть заменено первым членом ряда (10.46), т.е.

$$\bar{\theta}(Fo_m) = \frac{\bar{U}(\tau) - U_p}{U_0 - U_p} \approx B_1 \exp[-\mu_1^2 Fo_m].$$

Принимая во внимание, что $Fo_m = a_m \tau / R^2$, получаем

$$(\bar{U}(\tau) - U_p) \approx (U_0 - U_p) B_1 \exp[-\mu_1^2 a_m \tau / R^2]. \quad (10.46a)$$

После логарифмирования (10.46a), имеем

$$\ln[\bar{U}(\tau) - U_p] \approx \ln[(U_0 - U_p) B_1] - \mu_1^2 \frac{a_m}{R^2} \tau. \quad (10.46b)$$

2 Если в процессе эксперимента были определены пары значений τ_i , $U(\tau_i)$, $i = 1, 2, \dots, n$, то с учетом известных влагосодержаний U_p и U_0 , имеющиеся экспериментальные данные следует изобразить в виде точек

$$\left\{ \tau_i; \ln[\bar{U}(\tau_i) - U_p] \right\}$$

на плоскости с координатными осями τ и $\ln[\bar{U}(\tau) - U_p]$, например так, как это показано на рис. 10.8.

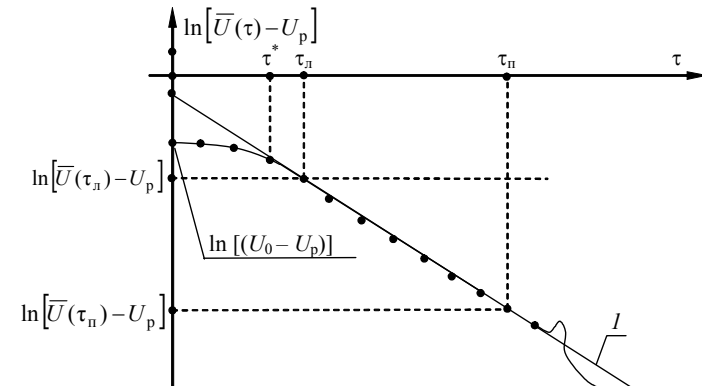


Рис. 10.8 К вопросу об определении темпа влагопереноса $m = -\mu_1^2 \frac{a_m}{R^2}$

по экспериментальной информации

3 После построения зависимости, представленной на рис. 10.8, на получившемся графике следует определить моменты времени $\tau_{\text{л}}$ и $\tau_{\text{п}}$, определяющие левую и правую границы прямолинейного участка этого графика. По точкам получившегося прямолинейного участка следует провести прямую линию I и найти тангенс угла наклона этой линии:

$$m = \frac{\ln[\bar{U}(\tau_{\text{п}}) - U_p] - \ln[\bar{U}(\tau_{\text{л}}) - U_p]}{\tau_{\text{п}} - \tau_{\text{л}}} = \frac{\ln \left[\frac{\bar{U}(\tau_{\text{п}}) - U_p}{\bar{U}(\tau_{\text{л}}) - U_p} \right]}{\tau_{\text{п}} - \tau_{\text{л}}}. \quad (10.47)$$

Из соотношения (10.46b) следует, что тангенс угла наклона прямолинейного участка графика, приведенного на рис. 10.8, должен быть равен

$$m = -\mu_1^2 \frac{a_m}{R^2},$$

откуда получается расчетная формула, используемая при обработке экспериментальных данных

$$a_m = -\frac{R^2}{\mu_1^2} m.$$

Принимая во внимание, что $\mu_1^2 = \pi^2$, окончательно получаем, что коэффициент диффузии a_m следует вычислять по формуле

$$a_m = -\frac{R^2}{\pi^2} m, \quad (10.48)$$

где m – так называемый темп влагопереноса, вычисляемый по экспериментальным данным по формуле (10.47).

Напомним читателю еще раз следующее. Для того, чтобы величину коэффициента диффузии a_m можно было вычислить по формуле (10.48), при осуществлении эксперимента (в соответствии с рассмотренным выше методом регулярного режима первого рода) необходимо создать такие условия, чтобы разность влагосодержания $(U_0 - U_p)$ была достаточно мала. Для этого надо подбирать такие режимные параметры эксперимента (в первую очередь относительную влажность φ воздуха, обдувающего образец 4 в виде шара), при которых значение равновесного влагосодержания $U(R, \tau) = U_p$ на внешней поверхности шара (при $r = R$) было бы достаточно близко к влагосодержанию образца $U(r, 0) = U_0$ в начальный момент времени $\tau = 0$.

10.5.3 МЕТОД ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ $a_m = a_m(U)$ ОТ ВЛАГОСОДЕРЖАНИЯ U

Рассматриваемый в данном параграфе метод основан на использовании нелинейной постановки нестационарной краевой задачи влагопроводности в твердых материалах. Теоретические основы этого метода были разработаны в 1971 году В.Е. Подольским – в то время студентом четвертого курса (группа А-41) факультета «Автоматизация химических производств» Тамбовского института химического машиностроения. В настоящее время Владимир Ефимович Подольский работает проректором по информатизации Тамбовского государственного технического университета.

Физическая модель устройства, используемого при практическом осуществлении рассматриваемого метода, приведена на рис. 10.9, а.

Рассматриваемый метод был апробирован при исследовании коэффициента диффузии в полимерных материалах. Исследуемый материал поставлялся заказчиком в виде листов (пластин) толщиной до 3 мм.

В диссертации [70] рассматривалась задача определения зависимости $a_m = a_m(U)$ коэффициента диффузии от влагосодержания U без нарушения целостности листов при условиях, близких к условиям реального технологического процесса.

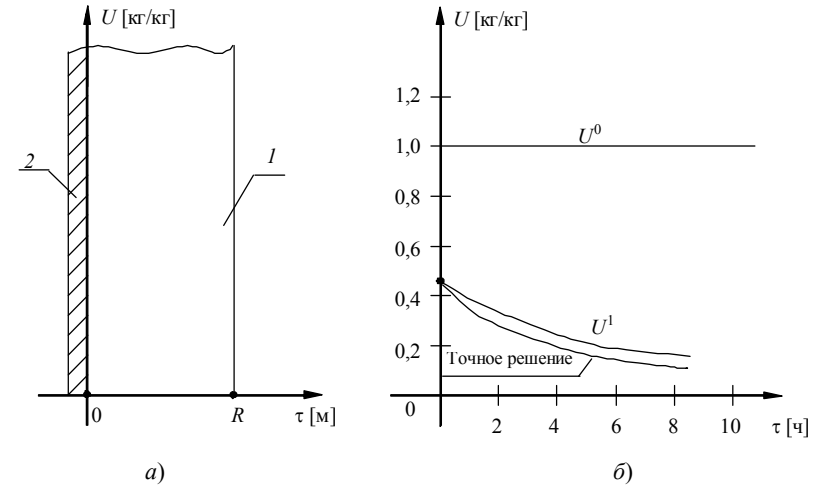


Рис 10.9 К вопросу об экспериментальном определении зависимости $a_m = a_m(U)$ коэффициента диффузии a_m от влагосодержания U :
a – физическая модель используемого устройства;
б – быстрая сходимость итераций

Исследуемый образец *1*, в виде пластины (листа) толщиной R с равномерным начальным распределением влагосодержания $U(x, 0) = U_0 = \text{const}$, размещали (см. рис. 10.9, *a*) на непроницаемой подложке *2*. Между образцом *1* и подложкой *2* устанавливали датчик температуры (термопару) и датчик локального значения влагосодержания (гальванометрический преобразователь [71], э.д.с которого функционально связана с влагосодержанием контролируемой локальной области образца *1*). На внешней поверхности образца *1* при $x = R$ устанавливали второй гальванометрический преобразователь, обеспечивающий контроль значения влагосодержания $U(R, \tau)$ при $r = R$.

При проведении эксперимента измерительные операции осуществляли следующим образом:

1 Образец *1*, размещенный на подложке *2*, помещали в сушильную камеру. Для контроля относительной влажности ϕ и температуры T в паровоздушной среде сушильной камеры использовали психрометр на основе стеклянных термометров.

2 По показаниям гальванометрических датчиков влагосодержания регистрировали изменение во времени значений влагосодержания

$$U(0, \tau) = f_0(\tau);$$

$$U(R, \tau) = f_R(\tau)$$

на внешних поверхностях образца соответственно при $r = 0$ и $r = R$.

Одновременно по показаниям термопары, установленной между образцом 1 и непроницаемой подложкой 2, контролировали постоянство температуры образца.

3 После завершения эксперимента осуществляли обработку полученной информации по алгоритму, рассмотренному ниже.

В основу рассматриваемого метода положена нелинейная постановка нестационарной прямой краевой задачи влагопроводности в дисперсной среде, имеющая вид [70]:

$$\frac{\partial U(x, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left[a_m(U) \frac{\partial U(x, \tau)}{\partial x} \right], \quad \tau > 0, \quad 0 < x < R; \quad (10.49)$$

$$U(x, 0) = U_0 = \text{const}; \quad (10.50)$$

$$\frac{\partial U(0, \tau)}{\partial x} = 0; \quad (10.51)$$

$$U(R, \tau) = f_R(\tau), \quad (10.52)$$

где $U(x, \tau)$ – влагосодержание материала образца в точке с координатой x в момент времени τ ; $a_m(U)$ – зависимость коэффициента диффузии от влагосодержания U ; U_0 – начальное значение влагосодержания исследуемого образца; $f_R(\tau)$ – зарегистрированное в ходе эксперимента изменение влагосодержания $U(R, \tau)$ на внешней поверхности образца при $x = R$.

Для того, чтобы получить возможность найти искомую зависимость $a_m = a_m(U)$, рассматриваемую прямую краевую задачу (10.49) – (10.52) необходимо переопределить каким-либо дополнительным условием. Студентом В.Е. Подольским было предложено в качестве такого дополнительного условия использовать экспериментально измеренную зависимость влагосодержания от времени в точке $x = 0$, т.е.

$$U(0, \tau) = f_0(\tau). \quad (10.53)$$

С учетом изложенного выше задачу вычисления коэффициента диффузии влаги $a_m = a_m(U)$ можно рассматривать как задачу минимизации функционала [70]:

$$I(a_m) = \frac{1}{\tau_K} \int_0^{\tau_K} |U(0, \tau) - f_0(\tau)| d\tau, \quad (10.54)$$

значение $I(a_m)$ которого характеризует отклонение функции $U(0, \tau)$ в точке $x = 0$, полученной при решении прямой нелинейной краевой задачи (10.49) – (10.52), от экспериментально определенной в той же точке $x = 0$ функции $f_0(\tau)$.

Задачу отыскания искомой зависимости коэффициента диффузии влаги $a_m = a_m(U)$ от влагосодержания U будем понимать в следующем смысле – требуется найти такую функцию $a_m = a_m(U)$, которая доставляет минимум функционалу (10.54) при ограничениях в виде краевой задачи (10.49) – (10.52).

Для нахождения минимума этого функционала было предложено использовать следующий итерационный процесс [70].

1 Зададимся некоторой произвольной функцией $a_m = a_m^0(U)$. В качестве такого начального приближения может быть принято предполагаемое (ориентировочное) среднее значение коэффициента диффузии, например

$$a_m = a_m^0 = \text{const.}$$

2 Одним из имеющихся методов, например численным методом прогонки [68, 69], решим прямую задачу (10.49) – (10.52). В результате получаем решение $U^0(x, \tau)$.

3 Применим к полученному решению $U^0(x, \tau)$ преобразование

$$\tilde{U}^0(x, \tau) = \frac{f_0(\tau) - U(R, \tau)}{U(0, \tau) - U(R, \tau)} [U^0(x, \tau) - U(R, \tau)] + U(R, \tau), \quad (10.55)$$

не изменяющее основных свойств $U^0(x, \tau)$, но дающее функцию $\tilde{U}^0(x, \tau)$ такую, что $\tilde{U}^0(0, \tau) = f_0(\tau)$.

4 С помощью известной зависимости [68] для $0 < x < R$, получим

$$a_m^1[U(x, \tau)] = \frac{\frac{d}{d\tau} \left[\int_0^x \tilde{U}^0(x, \tau) dx \right]}{\frac{\partial \tilde{U}^0(x, \tau)}{\partial x}}.$$

5 Полученное распределение $a_m^1[U(x, \tau)]$ подставим в прямую краевую задачу влагопроводности (10.49) – (10.52) и вновь повторим пункты 2, 3 и 4 рассматриваемого итерационного процесса по схеме

$$\boxed{a_m^i[U(x, \tau)] \rightarrow U^i(x, \tau) \rightarrow \tilde{U}^i(x, \tau) \rightarrow a_m^{i+1}[U(x, \tau)]}.$$

Такой итерационный процесс продолжается до обеспечения близости соседних приближений. Приведенные в [70] контрольные примеры свидетельствуют о том, что для нахождения $a_m(U)$ рассматриваемым методом необходимы две-три итерации, после чего отклонение соседних приближений $a_m^{i+1}(U)$ и $a_m^i(U)$ не превышает 1,5 %.

При необходимости познакомиться с другими методами измерения коэффициента диффузии можно по книгам [1, 27, 51 – 53, 55, 56]. Информацию о других подходах и методах вы можете найти в описаниях патентов и в статьях, публикуемых в научно-технических журналах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В первой книге данной монографии главное внимание уделено теоретическим и практическим аспектам (вопросам) ставших уже классическими теплофизических методов и приборов, а именно:

- основам феноменологической теории теплопроводности;
- организации теплофизического эксперимента и классификации методов и приборов для измерения теплофизических свойств;
- методам калориметрии, используемым при измерении теплоемкости и тепловых эффектов;
- стационарным методам и средствам измерения теплопроводности материалов;
- нестационарным методам теплофизических измерений, основанным на теории начальной стадии теплопереноса в исследуемых образцах;
- нестационарным методам регулярных режимов первого, второго и третьего рода;
- анализу и рекомендациям по преодолению влияния возможных источников погрешностей при измерении теплофизических свойств;
- использованию методов теории погрешности для практической оценки погрешностей экспериментального измерения теплофизических свойств веществ.

Во второй книге преимущественно рассмотрены разработанные в Тамбовском государственном техническом университете новые теплофизические методы и приборы. Приведены основы измерения коэффициента диффузии в капиллярно-пористых и коллоидных материалах.

В связи с изложением теоретических и практических аспектов применения методов ламинарного режима для измерения теплофизических свойств жидкостей и исследования их зависимости от скорости сдвига, рассмотрены вопросы измерения вязкости ньютоновских жидкостей и реологических характеристик неньютоновских сред.

Желаем читателям успехов в разработке новых методов и приборов для измерения теплофизических свойств веществ и в применении этих методов и приборов для контроля и управления качеством продукции, услуг и процессов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высш. шк., 1967. – 600 с.
- 2 Пономарев С.В., Мищенко С.В. Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1997. – 248 с.
- 3 Платунов Е.С. Теплофизические измерения и приборы / Е.С. Платунов и др. – Л.: Машиностроение, 1986. – 256 с.
- 4 Бутковский А.Г. Теория оптимального управления системами с распределенными параметрами. – М.: Наука, 1965. – 474 с.
- 5 Коздоба Л.А. Методы решения нелинейных задач теплопроводности. – М.: Наука, 1975. – 228 с.
- 6 Олейник Б.Н. Точная калориметрия. – М.: Изд-во стандартов, 1977. – 208 с.
- 7 Годовский Ю.К. Теплофизические методы исследования полимеров. – М.: Химия, 1976. – 216 с.
- 8 Цедерберг Н.В. Теплопроводность газов и жидкостей. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 408 с.
- 9 Кузнецов Н.Д., Чистяков В.С. Сборник задач и вопросов по теплотехническим измерениям и приборам. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 328 с.
- 10 Геращенко О.А., Федоров В.Г. Тепловые и температурные измерения. – Киев: Наукова думка, 1965. – 304 с.
- 11 Геращенко О.А. Основы теплотметрии. – Киев: Наукова думка, 1971. – 191 с.
- 12 Осипова В.А. Экспериментальное исследование процессов теплообмена. – М.: Энергия, 1969. – 392 с.
- 13 Филиппов Л. П. Измерение тепловых свойств твердых и жидких металлов при высоких температурах. – М.: Изд-во МГУ, 1967. – 325 с.
- 14 Филиппов Л.П. Исследование теплопроводности жидкостей. – М.: Изд-во МГУ, 1970. – 239 с.

15 Зайдель А.Н. Ошибки измерения физических величин. – Л.: Наука, 1974. – 108 с.

16 Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1973. – 832 с.

17 Шашков А.Г. Методы определения теплопроводности и температуропроводности / А.Г. Шашков и др. – М.: Энергия, 1973. – 336 с.

18 Теплопроводность газов и жидкостей / Н.Б. Варгафтик, Л.П. Филиппов, А.А. Тарзиманов, Р.П. Юрчак. – М.: Изд-во стандартов, 1970. – 155 с.

19 Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. – М.: Наука, 1974. – 432 с.

20 Власов В.В. Применение функций Грина к решению инженерных задач теплофизики. – М.: Изд-во МИХМ, 1972. – 440 с.

21 Карташов Э.М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 2001. – 552 с.

22 Измеритель теплопроводности ИТ-λ-400. Техническое описание и инструкция по эксплуатации. – Актюбинск: завод «Эталон», 1979. – 40 с.

23 Платунов Е.С. Теплофизические измерения в монотонном режиме. – Л.: Энергия, 1973. – 144 с.

24 Шорин С.Н. Теплопередача. – М.: Высш. шк., 1964. – 490 с.

25 Харламов А.Г. Измерение теплопроводности твердых тел. – М.: Атомиздат, 1973. – 152 с.

26 Филиппов Л.П. Измерения теплофизических свойств веществ методом периодического нагрева. – М.: Энергоатомиздат, 1984. – 105 с.

27 Теплофизические измерения: Справочное пособие по методам расчета полей, характеристик тепломассопереноса и автоматизации измерений / В.В. Власов, Ю.С. и др. – Тамбов: Изд-во ВНИИРТмаш, 1975. – 256 с.

28 Диткин В.А., Прудников А.П. Интегральные преобразования и операционное исчисление. – М.: Наука, 1974. – 542 с.

29 Крылов В.И., Шульгина Л.Т. Справочная книга по численному интегрированию. – М.: Наука, 1966. – 372 с.

30 Крылов В.И. Приближенное вычисление интегралов. – М.: Наука, 1967. – 500 с.

- 31 Петухов Б.С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. – М.: Энергия, 1967. – 411 с.
- 32 Петухов Б.С., Генин Л.Г., Ковалев С.А. Теплообмен в ядерных энергетических установках. – М.: Атомиздат, 1974. – 407 с.
- 33 Смольский Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно вязкопластичных материалов. – Минск: Наука и техника, 1970. – 446 с.
- 34 Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. – М.: Наука, 1974. – 711 с.
- 35 Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Наука, 1973. – 848 с.
- 36 Уилкинсон У.Л. Неньютоновские жидкости. – М.: Мир, 1964. – 216 с.
- 37 Кулаков М.В. Технологические измерения и приборы для химических производств. – М.: Машиностроение, 1983. – 424 с.
- 38 Автоматические аналитические приборы: Лабораторные работы / Сост.: С.В. Мищенко, С.В. Пономарев, А.Г. Дивин. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1996. Ч. 1. – 32 с.
- 39 Крутоголов В.Д., Кулаков М.В. Ротационные вискозиметры. – М.: Машиностроение, 1984. – 112 с.
- 40 Белкин И.М., Виноградов Г.В., Леонов А.И. Ротационные приборы. – М.: Машиностроение, 1968. – 272 с.
- 41 Метод и устройство для измерения теплофизических свойств жидкостей / С.В. Пономарев, С.В. Мищенко, А.Г. Дивин, А.А. Чуриков // Измерительная техника. – 1994. – № 4. – С. 37–41.
- 42 Астарита Дж., Марруччи Дж. Основы гидромеханики неньютоновских жидкостей. – М.: Мир, 1978. – 309 с.
- 43 Тадмор З., Гогос К. Теоретические основы переработки полимеров. – М.: Химия, 1984. – 632 с.
- 44 V.H.N.A. van den Brule. A Network Theory for the Thermal Conductivity of an Amorphous Polymeric Material // *Rheologica Acta*. – 1989. Vol. 28. – N 4. – P. 257–266.
- 45 V.H.N.A. van den Brule, P.J. Slikkerveer. Anisotropic Conduction of Heat Caused by Molecular Orientation in a Flowing Polymeric Liquid // *Rheologica Acta*. – 1990. Vol. 29. – N 3. – P. 175–181.
- 46 Пономарев С.В., Дивин А.Г. Обзор методов и устройств для измерения теплофизических свойств жидкостей при ламинарном режиме течения. – Тамбов: ТИХМ, 1990. – Деп. в ВИНТИ 26.07.90, № 42-65-B90.

- 47 Пономарев С.В., Мищенко С.В., Дивин А.Г. Методика и автоматизированная аппаратура для исследования теплофизических свойств ламинарно текущих полимеров // Измерительная техника. – 1992. – № 11. – С. 37–39.
- 48 Ponomarev S.V., Mishchenko S.V., T.F. Irvine. Jr. Measurements of Thermophysical Properties by Laminar Methods. – New York: Begell House, Inc, 2001. – 274 p.
- 49 Применение функций Грина к расчету температурных полей в ламинарных потоках жидкостей / В.В. Власов, М.В. Кулаков, С.В. Пономарев, А.М. Журба // Теоретические основы химической технологии. – 1975. – Т. IX. – № 5. – С. 717–722.
- 50 V.H.N.A van den Brule. Micro-Rheological Modelling of Heat Conduction in Polymeric Liquids. – IUTAM workshop. – 1994. – P. 56–65.
- 51 Лыков А.В. Тепломассообмен: Справочник. – М.: Энергия, 1971. – 560 с.
- 52 Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория переноса энергии и вещества. – Минск: Изд-во АН БССР, 1959. – 330 с.
- 53 Лыков А.В., Михайлов Ю.А. Теория тепломассопереноса. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 536 с.
- 54 Матвеев А.Н. Молекулярная физика. – М.: Высш. шк., 1987. – 360 с.
- 55 Лыков А.В. Теория сушки. – М.: Энергия, 1968. – 472 с.
- 56 Рудобашта С.П. Массоперенос в системах с твердой фазой. – М.: Химия, 1980. – 248 с.
- 57 Гинзбург А.С., Савина И.М. Массообменные характеристики пищевых продуктов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1982. – 280 с.
- 58 Никитина Л.М. Таблицы равновесного удельного влагосодержания и энергии связи влаги с материалами. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1963. – 176 с.
- 59 Никитина Л.М. Термодинамические параметры и коэффициенты массопереноса во влажных материалах. – М.: Энергия, 1968. – 500 с.
- 60 Секанов Ю.П. Влагометрия сельскохозяйственных материалов. – М.: Агропромиздат, 1985. – 160 с.
- 61 Берлинер М.А. Измерения влажности. – М.: Энергия, 1973. – 400 с.

62 Кричевский Е.С., Бензарь В.К., Венедиктов М.В. и др. Теория и практика экспрессного контроля влажности твердых и жидких материалов. – М.: Энергия, 1980. – 240 с.

63 Автоматические аналитические приборы: Лабораторные работы / Мищенко С.В., Пономарев С.В., Дивин А.Г. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 1997. Ч. 3. – 32 с.

64 Петухов Б.С. Опытное изучение процессов теплопередачи. – М.-Л.: Госэнергоиздат, 1952. – 334 с.

65 Ваня Я. Анализаторы газов и жидкостей. – М.: Энергия, 1970. – 552 с.

66 Тепло- и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник / Е.В. Аметистов, В.А. Григорьев, Б.Т. Емцев и др.; Под общ. ред. В.А. Григорьева и В.М. Зорина. – М.: Энергоиздат, 1982. – 512 с.

67 Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. – М.: Наука, 1972. – 720 с.

68 Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1972. – 735 с.

69 Самарский А.А. Введение в численные методы. – М.: Наука, 1987. – 288 с.

70 Подольский В.Е. Разработка и исследование методов, устройств и автоматизированной системы контроля характеристик тепло- и массопереноса дисперсных материалов: Дис. ... канд. техн. наук. – Тамбов: ТГТУ, 1996. – 153 с.

71 Мищенко С.В., Беляев П.С., Фролов А.П. Определение локальных значений содержания жидкой фазы в дисперсных материалах // Метрология. – 1988. – № 8. – С. 55–61.

ОГЛАВЛЕНИЕ

7 МЕТОДЫ ИЗМЕРЕНИЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ВЕЩЕСТВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ВРЕМЕННЫХ И ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ФИЗИЧЕСКИХ ВЕЛИЧИН, НЕПОСРЕДСТВЕННО ИЗМЕРЯЕМЫХ В ХОДЕ ЭКСПЕРИМЕНТА	3
7.1 Основные виды интегральных характеристик температуры и тепловых потоков	3
7.2 Методы вычисления или непосредственного определения значений интегральных характеристик температур	7
7.3 Абсолютный метод измерения коэффициента температуропроводности с применением временных интегральных характеристик температуры	10
7.4 Относительный метод измерения теплофизических свойств жидкостей с использованием временных интегральных характеристик температур и тепловых потоков на основе преобразования Лапласа	17
8 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗМЕРЕНИЕ РЕОЛОГИЧЕСКИХ СВОЙСТВ НЬЮТОНОВСКИХ И НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ	29
8.1 Закономерности течения ньютоновских жидкостей	30
8.2 Закономерности течения неньютоновских жидкостей	45
8.3 Методы и устройства для измерения вязкости ньютоновских жидкостей и реологических характеристик реостабильных неньютоновских жидкостей	71
9 ИЗМЕРЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ЖИДКОСТЕЙ МЕТОДАМИ ЛАМИНАРНОГО РЕЖИМА ...	106
9.1 Математическое моделирование стационарных температурных полей в установившихся ламинарных потоках жидкости	106
9.2 Измерение коэффициента температуропроводности жидкости в процессе течения через измерительную трубку, стенку теплообменного участка которой обогревают путем пропускания через водяную рубашку теплоносителя с постоянной температурой	113

9.3	Методы ламинарного режима, основанные на закономерностях теплопереноса в ламинарном потоке жидкости при течении в измерительной трубке, стенки теплообменного участка которой обогревают с помощью электрических нагревателей	127
9.4	Методы и устройства для определения теплоемкости, комплексного теплофизического параметра c_p/μ и плотности внутренних источников тепла	134
9.5	Математическая модель, метод и устройство для исследования зависимости теплофизических характеристик жидкостей от скорости сдвига	137
10	ОСНОВЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИЗМЕРЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ДИФФУЗИИ ВЛАГИ В КОЛЛОИДНЫХ КАПИЛЯРНО-ПОРИСТЫХ МАТЕРИАЛАХ	154
10.1	Количественные характеристики содержания влаги в твердых материалах и газах	154
10.2	Основные закономерности взаимодействия влажного материала с окружающей газовой средой	161
10.3	Основные сведения о потенциале массопереноса	167
10.4	Основы феноменологической теории переноса влаги в коллоидных капиллярно-пористых материалах	181
10.5	Методы и устройства для измерения коэффициента диффузии влаги (массы) в коллоидных капиллярно-пористых материалах	193
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		207
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ		208

