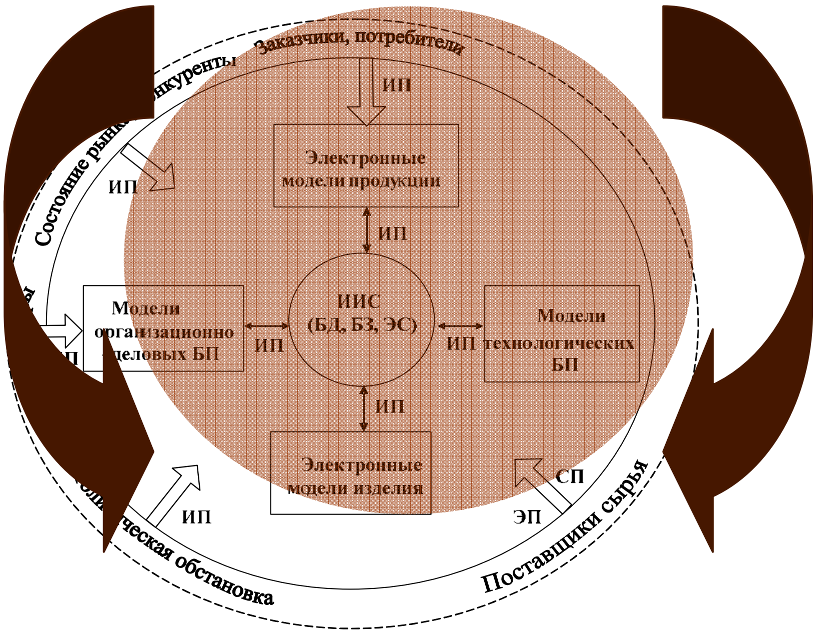
КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ

С.И. Дворецкий, Ю.Л. Муромцев,
В.А. Погонин, А.Г. Схиртладзе

Компьютерное Моделирование технологических процессов и систем



♦ Издательство ТГТУ ♦

Невозможно представить современную науку без применения компьютерного моделирования (математическое моделирование и вычислительный эксперимент). Сущность математического моделирования состоит в замене реальной системы его «образом» – *математической моделью* и в дальнейшем изучении модели на компьютере с целью получения новых знаний об этой системе. При этом у исследователя появляется возможность экспериментировать с моделью системы даже в тех случаях, когда делать это на реальном объекте практически невозможно или нецелесообразно. Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его математической моделью дает возможность относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях (преимущества теории). В то же время вычислительные (имитационные) эксперименты с моделями систем позволяют подробно и глубоко изучать системы в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам (преимущества эксперимента).

В складывавшейся десятилетиями последовательности основных этапов разработки и проектирования технических и технологических систем некоторый начальный объем необходимой информации формировался путем так называемых проектировочных расчетов, степень достоверности которых должна была обеспечивать лишь довольно грубый отбор альтернатив. Основная часть необходимой для принятия окончательного решения количественной информации (как по степени подробности, так и по уровню достоверности) формировалась на стадии экспериментальной отработки этих систем. По мере их усложнения и удорожания, а также удлинения стадии их экспериментальной отработки значимость проектировочных расчетов стала расти. Возникла необходимость в повышении достоверности таких расчетов, обеспечивающей более обоснованный отбор альтернатив на начальной стадии проектирования и формулировку количественных критериев для структурной и параметрической оптимизации.

Развитие гибких автоматизированных производственных систем и устройств, сверхзвуковой авиации, возникновение ракетно-космической техники, ядерной энергетики и ряда других наукоемких отраслей современного машиностроения и приборостроения привели к дальнейшему усложнению разрабатываемых и эксплуатируемых технических и технологических систем. Их экспериментальная отработка стала требовать все больших затрат времени и материальных ресурсов, а в ряде случаев ее проведение в полном объеме превратилось в проблему, не имеющую приемлемого решения.

В этих условиях существенно увеличилось значение расчетно-теоретического анализа характеристик таких систем. Этому способствовал и прорыв в совершенствовании ВТ и численных методов, приведший к появлению современных ЭВМ с феноменальными объемом памяти и скоростью выполнения арифметических операций. В результате возникла материальная база для становления и быстрого развития компьютерного моделирования не только в качестве расчетно-теоретического сопровождения на стадии отработки технических и технологических систем, но и при их проектировании, подборе и оптимизации их эксплуатационных режимов, анализе надежности и прогнозировании отказов и аварийных ситуаций, а также при оценке возможностей форсирования характеристик и модернизации таких систем.

Собственно компьютерное моделирование представляет собой процесс конструирования математической модели реальной технической или технологической системы и постановки вычислительных экспериментов на этой модели с целью либо понять (исследовать) поведение этой системы, либо оценить эффективность различных стратегий (алгоритмов) ее функционирования с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов. Таким образом, процесс компьютерного моделирования включает и конструирование модели, и ее применение для решения поставленной задачи: анализа, исследования, оптимизации или синтеза (проектирования) технической или технологической системы.

В настоящее время компьютерное моделирование стало составной частью общих подходов, характерных для современных информационных технологий. Принципиально важно то, что компьютерное моделирование позволило объединить формальное и неформальное мышление и естественным образом сочетать способность ЭВМ во много раз быстрее, точнее и лучше человека делать формальные арифметические операции, отслеживать логические цепочки с удивительными свойствами человеческого интеллекта – интуицией, способностью к ассоциациям и т.д. Не менее важно и то, что современные средства интерфейса дают возможность вести с ЭВМ диалог – анализировать альтернативы, проверять гипотезы, экспериментировать с математическими моделями.

С развитием науки и техники объектами исследования становятся все более сложные системы, которые нельзя исследовать только в предположении их нормальной работоспособности или нормального функционирования. В сложных системах, вследствие исключительно большого число элементов, их многофункциональности, введения различных видов избыточности, происходят изменения состояний работоспособности элементов без прекращения функционирования системы.

В учебном пособии рассматривается новый подход к решению задач анализа и синтеза технических или технологических систем, учитывающего множество состояний функционирования систем в процессе эксплуатации.

Возможность применения предлагаемого подхода исключительно широка. Прежде всего, его необходимо использовать при разработке новых технологических систем, аппаратов, машин и приборов различного назначения, которые могут обладать, так называемым искусственным интеллектом в отношении выживаемости или работы с максимальной эффективностью.

Рассматриваемый подход должен стать основой при разработке экологически чистых производств, решении задач взрыво- и пожаробезопасности, создании систем защиты от аварий, систем жизнеобеспечения и др. По существу решение этих задач сводится к исключению возможности непосредственного перехода системы из состояния нормального функционирования в аварийное при нарушении отдельных ее элементов, так как между этими состояниями присутствует подмножество промежуточных состояний, деградация системы происходит постепенно.

1. Основы теории моделирования систем

1.1. Принципы системного подхода

Основу современного кибернетического подхода к решению задач анализа и синтеза сложных технических и технологических систем (ТС) составляет *системный анализ*. Системный анализ есть метод научного познания, состоящий в том, что любой объект по отношению к субъекту рассматривается как система – сложное образование, состоящее из большого числа элементов, связанных между собой вещественными, энергетическими, информационными и другими связями сильнее, чем с окружающей средой.

Достаточно полно методологию системного подхода отражают три основных принципа:

– физичности – всякой системе присущи физические законы, определяющие внутренние причинно-следственные связи, существование и функционирование;

– моделируемости – система представима конечным множеством моделей, каждая из которых отражает определенную грань ее сущности, выявление новых свойств не обязательно должно сопровождаться построением обобщающих моделей, взаимодействие которых обеспечивает отражение сложной системы в целом;

– целенаправленности – сложной системе присуща функциональная тенденция, направленная на достижение некоторого состояния или на усиление (сохранение) некоторого процесса, при этом система способна противостоять внешним воздействиям.

Принцип физичности включает следующие постулаты.

1) Постулат целостности: сложная система S должна рассматриваться как единое целое (целостный объект), т.е. это не множество подсистем (элементов) S_i, а целостный объект, допускающий различные варианты, декомпозицию на подсистемы.

Важный аспект постулата целостности состоит в том, что ни при композиции (объединение S_i в S), ни при декомпозиции (членении S на S_i) не допустима потеря понятий, композиция и декомпозиция должны выполняться с целью получения более качественной информации о системе. Для этого необходимо учитывать все взаимосвязи внутри системы и системы с внешней средой. Требуется выявить системные свойства, их содержание, механизм образования и факторы, влияющие на эти свойства.

Если сумма подсистем (S_i) равна целому (S), то систему называют аддитивной, относительно такой декомпозиции, если сумма больше целого – супераддитивной, если сумма меньше целого – субаддитивной. Применение данного постулата заключается в раскрытии и накоплении сведений о системных свойствах на всех этапах исследования, обобщений сведений в понятия и в применении этих понятий к подсистемам. Рациональность декомпозиции оценивается на основе определения, целостности следующим образом. Если декомпозиция выполнена не удачно, то системные и подсистемные понятия невозможно увязать между собой, теряется преемственность, отсутствует устойчивость, понятие производит случайное впечатление.

Таким образом, система обладает особыми, системными свойствами, которых нет у подсистем при любом варианте декомпозиции.

Учитывая важность постулата целостности, приведем для него математическую формализацию. Пусть для системы S, имеющей множество системных свойств , и возможны m вариантов декомпозиции системы, т.е. , , , где P_r – число подсистем в S при r-м варианте декомпозиции. Каждая подсистема S_i – характеризуется конечным множеством свойств , . Предполагается, что свойства Q_i и Q_{pk} имеют числовые меры, т.е. индивидуальные. Множество свойств всех P_r подсистем при r-й декомпозиции систем обозначим , . При взаимодействии подсистемы порождают множество системных процессов , ; . При этих обозначениях системное свойство Q_i есть некоторый функционал ψ_i от протекающих в системе процессов на временном интервале T, т.е. , а постулат целостности может быть записан в виде

, (1.1)

где $\forall$ – квантор общности; $\exists\,!$ – квантор существования и единственности.

Выражение (1.1) означает: для всех для системы S существует единственное множество Q_i, зависящее только от S и не зависящее от r, такое, что в Q_i и в Q_r не существует ни одного общего элемента.

2) Постулат декомпозиции системы: при анализе и синтезе система расчленяется на подсистемы, располагаемые по уровням, при этом подсистема S_j рассматриваемого уровня является системой на нижележащем уровне и элементом вышележащего уровня. Данный принцип используется для снижения сложности решаемых задач при исследовании систем. Решение задач синтеза начинается с верхнего уровня, затем производится для подсистем (элементов) нижестоящих уровней.

3) Постулат автономности: система имеет автономную пространственно-временную метрику (группу преобразований) и внутрисистемные законы сохранения (энергоресурса, энергоинформативности), определяемые физическим содержанием и устройством системы и не зависящие от внешней среды.

Другими словами, для всех сложных систем существуют пространственно-временная метрика и некоторое множество инвариантов, которые определяются устройством системы и при любых видах внутрисистемного взаимодействия они постоянны. Например, инвариантом производственного комплекса является его энергоинформационный ресурс. Автономная пространственно-временная метрика предполагает существование автономного расстояния и автономное время. В различных системах, например одни и те же физико-химические процессы, протекают с различной скоростью, в связи с этим их естественной мерой времени становится течение определяющего внутреннего, а не внешнего процесса, т.е. сложные системы могут иметь локальный масштаб времени, отличающийся от обычного астрономического.

Принцип моделируемости включает восемь постулатов:

– постулат действий: для изменения поведения системы требуется прирост воздействия, превосходящего некоторое пороговое значение. Изменение состояния вызывается воздействием энергетики, вещества или информационных сигналов, назначение этих воздействий приводит к скачкообразным изменениям в поведении системы;

– постулат дополнительности: сложные системы при нахождении в различных ситуациях могут проявлять различные системные свойства, в том числе альтернативные;

– постулат многообразия моделей: для определения характеристик системы на различных уровнях используется множество моделей, которые могут различаться математическими зависимостями и физическими закономерностями. Вид модели выбирается в зависимости от цели решаемых задач анализа и синтеза, а также особенностей исследуемой системы;

– постулат согласования уровней: формируемые на любом уровне требования к системе выступают как условия (ограничения) для выбора частных моделей и предельных возможностей системы на нижележащих уровнях. Если выполнить требования невозможно, то производится корректировка условий;

– постулат внешнего дополнения (основополагающий): истинность результатов (моделирования получаемых решений), получаемых на каждом уровне, проверяется на основе исходных, моделей и методов вышележащих уровней;

– постулат достаточности: выбор последовательности уровней (этапов) определения требуемых характеристик совершенствуемой сложной производится по возрастанию затрат на ее улучшение и с проверкой достаточности принимаемых решений по заданным критериям эффективности. Данный постулат реализуется принятием решений по выбору характеристик системы с использованием критериев пригодности и соответствующих моделей;

– постулат неопределенности, в соответствии с которым повышение точности определения (измерения) какого-либо количественно описываемого свойства (параметра), сложной системы, сверх некоторого предела влечет за собой уменьшение возможной точности определения (измерения) другого свойства (параметра). Одновременное измерение значений двух (и более) параметров (свойств) с точностью выше определенного уровня невозможно.

Таким образом, максимальная точность определения (измерения) свойств системы зависит от присущей данной системе области неопределенности, внутри которой повышение точности определения (измерения) одного свойства влечет за собой снижение точности определения другого (других);

– постулат проверенного методического обеспечения: при решении задач анализа и синтеза систем управления следует использовать экспериментально проверенные модели и отработанные методики, обеспечивающие получение характеристик системы в заданные сроки и с требуемой точностью.

Принцип целенаправленности определяет особую роль сложных систем, целесообразность рассматривается как функциональная тенденция, направленная на достижение системой некоторого желаемого состояния, или сохранение некоторого процесса. При этом система проявляет способность противостоять внешним воздействиям и использовать среду. Сложная система строит свое поведение используя существенную связь с ситуацией, поэтому на поведение можно влиять.

Основным следствием данного принципа является постулат выбора:

– сложные системы обладают способностью к выбору поведения и поэтому однозначно предсказать их способ действия и прогнозировать будущие состояния невозможно ни при каком априорном знании свойств системы и информации о текущей ситуации. Степень неоднозначности зависит от внешних связей, в определенных условиях она может исчезать.

Особенно большое значение постулат выбора имеет при использовании энергетических систем. При практическом использовании постулата следует учитывать два аспекта.

Один аспект относится к стимулированию или подавлению «свободы» выбора. В исследовательских (творческих) системах возможность выбора должна быть максимальной, чтобы расширить диапазон деятельности. В исполнительных системах возможность выбора существенно ограничивается и может совсем отсутствовать. Таким образом, системы могут, быть с большой, малой или управляемой свободой выбора. Другой аспект связан с качественной или количественной оценкой выбора и использованием этой оценки при решении задач общего характера.

Таким образом, постулат выбора заключается в том, что сложные системы обладают областью выбора и способностью выбирать поведение, т.е. реакцию на внешнее воздействие в зависимости от внутренних критериев целенаправленности, при этом никакое априорное знание не позволяет на самой системе однозначно предсказать сделанный выбор. Постулат выбора позволяет сложной системе в соответствии с ее целенаправленностью использовать благоприятные события, возникающие во взаимодействии со средой, и блокировать неблагоприятные события и процессы.

1.2. Основные понятия моделирования систем

Понятие *математической модели* (ММ), как и ряд других понятий, используемых в *математическом моделировании*, не имеет строгого формального определения. Тем не менее, в это понятие вкладывают вполне конкретное содержание, с которым, в частности, тесно связано применение математики в инженерной практике.

Этапы развития многих естественно-научных направлений в познании законов природы и в совершенствовании техники и технологий – это построение последовательности все более точных и более полных ММ изучаемых процессов и явлений. Отвечающая реальности (адекватная) ММ является, как правило, большим научным достижением. Она позволяет провести детальное исследование изучаемого объекта и дать надежный прогноз его поведения в различных условиях. Но за адекватность ММ нередко приходится расплачиваться ее усложнением, что вызывает трудности при ее использовании. В этом случае на помощь математике и приходит современная вычислительная техника, существенно расширившая класс ММ, допускающих исчерпывающий количественный анализ.

Определение 1.1. Совокупность понятий и отношений, выраженных при помощи системы математических символов и обозначений, которые отражают наиболее существенные (характерные) свойства изучаемого объекта, называют математической моделью этого объекта.

В данном случае математика выступает, по существу, в роли универсального языка науки. Его универсальность французский математик Анри Пуанкаре (1854 – 1912) определил всего одной фразой «Математика – это искусство называть разные вещи одним и тем же именем».

Применение математических методов при изучении реально существующей или мыслимой системы будет эффективным, если свойства ММ удовлетворяют определенным требованиям. Рассмотрим основные из этих свойств.

Полнота ММ позволяет отразить в достаточной мере именно те характеристики и особенности системы, которые интересуют нас с точки зрения поставленной цели проведения *компьютерного моделирования*. Например, модель может достаточно полно описывать протекающие в системе процессы, но не отражать ее габаритные, массовые или стоимостные показатели.

Точность ММ дает возможность обеспечить приемлемое совпадение реальных и найденных при помощи ММ значений выходных переменных ТО, составляющих вектор Пусть и – найденное при помощи ММ и реальное значение *i*-й выходной переменной. Тогда относительная погрешность ММ по отношению к этой переменной будет равна

.

В качестве скалярной оценки вектора погрешности модели можно принять какую-либо его норму, например,

или .

Адекватность ММ – это способность ММ отображать выходные переменные ТО с погрешностью не более некоторого заранее заданного значения δ.

В общем смысле под адекватностью ММ понимают правильное качественное и достаточно точное количественное описание именно тех характеристик ТО, которые наиболее важны в данном конкретном случае. В ряде прикладных областей, еще недостаточно подготовленных к применению количественных математических методов, ММ имеют, главным образом, качественный характер. Эта ситуация типична, например, для биологической и социальной сфер, в которых количественные закономерности не всегда поддаются строгой математической формализации. В таких случаях под адекватностью ММ естественно понимать лишь правильное качественное описание поведения изучаемых объектов.

Экономичность ММ оценивают затратами на вычислительные ресурсы (машинное время и память), необходимые для проведения вычислительного эксперимента с ММ на ЭВМ. Эти затраты зависят от числа арифметических операций при использовании модели, от размерности и пространства *фазовых переменных*, характеризующих состояние ТО и других факторов.

Очевидно, что требования экономичности, высокой точности и адекватности ММ противоречивы и на практике могут быть удовлетворены лишь на основе разумного компромисса.

Робастность ММ характеризует ее устойчивость по отношению к погрешностям исходных данных, способность нивелировать эти погрешности и не допускать их чрезмерного влияния на результат вычислительного эксперимента.

Продуктивность ММ связана с возможностью располагать достаточно достоверными исходными данными. Если они являются результатом измерений, то точность их измерения должна быть не ниже, чем для тех переменных, которые получаются при использовании ММ. В противном случае ММ будет непродуктивной и ее применение для анализа конкретного ТО теряет смысл.

В зависимости от масштаба технологической системы и наших предположений о его свойствах ММ принимают конкретный вид. Можно говорить о ММ технологической машины или аппарата, технологического процесса, производства, предприятия и даже целой отрасли. Эти ММ отличаются одна от другой полнотой учета и глубиной описания различных процессов в системе. Если, например, ММ аппарата содержит чаще всего не более 10 – 15 уравнений, то в модель производства, предприятия и тем более отрасли может входить несколько десятков или сотен уравнений.

Достаточно общей формой представления модели исследуемой системы является модель динамической системы (ДС), которую будем обозначать Σ.

В простейшем случае ДС представляет собой систему, функционирование которой задается совокупностью обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши обычно с достаточно гладкими правыми частями, обеспечивающими существование и единственность решения.

В более сложном случае система обыкновенных дифференциальных уравнений в форме Коши дополняется нелинейными алгебраическими уравнениями и набором вспомогательных формул.

В широком смысле под ДС понимается непрерывно наблюдаемая и изменяющая свое состояние под воздействием внешних и внутренних причин система, которая функционирует в непрерывном времени.

Основными системными объектами данной модели являются векторы входных переменных (входа) x, фазовых координат (переменных состояния) z, выходных переменных (выхода) y такие, что

где – множества, в которых изменяются векторы x, z, y соответственно; – множества значений компонент векторов x, z, y; – декартово (прямое) произведение, т.е. множество , состоящее из всех упорядоченных совокупностей вида , причем ; т – символ транспонирования; аналогичные определения имеют место и для и .

Вектор фазовых координат целиком определяет состояние системы Σ в фиксированный момент времени . Положение системы в любой момент времени в будущем, т.е. для , единственным образом определяется вектором и изменением входных воздействий (траекторий) и не зависит от того, каким образом система пришла в состояние (рассматриваются системы без последействия). Для таких систем имеет место следующее отображение

, (1.2)

т.е. закон, по которому каждому элементу множества , называемого областью определения отображения, ставится в соответствие некоторый элемент z множества , называемый областью значений отображения. Здесь – множество значений моментов времени и – множество траекторий изменения входного воздействия .

Можно использовать также более привычную форму записи φ в виде оператора, называемого переходной функцией, т.е.

. (1.3)

Связь между вектором переменных состояния z и контролируемым вектором выхода y задается некоторым выходным отображением

,

ставящим в соответствие каждой паре t, z, называемой событием или фазой, из множества – пространства событий или фазового пространства конкретный элемент из множества . Эта зависимость между y и z может быть отражена также с помощью оператора

.

Таким образом, динамическая система Σ задается четверкой множеств и двумя операторами φ, ψ, т.е.

,

ее общая схема представлена на рис. 1.1.

Приведем простейшие примеры динамических систем.

Пример 1.1. Рассмотрим электрическую *RL*-цепь (рис. 1.2), переменными в данной системе являются напряжения и ток I. Выделим вход x, выход y, фазовую координату z, пусть .

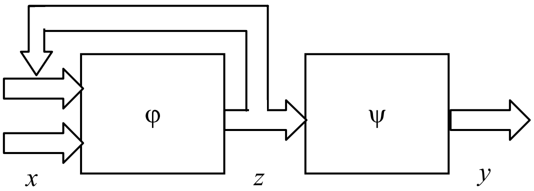


Рис. 1.1. Общая схема динамической системы

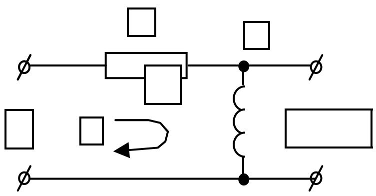


Рис. 1.2. *RL*-цепь

Запишем для цепи модель динамики в виде дифференциального уравнения

или, используя обозначения системных переменных:

,

где .

Сопоставим решение данного дифференциального уравнения с оператором φ в формулах (1.1) и (1.2), т.е.

Пример 1.2. Рассмотрим механическую систему, представленную на рис. 1.3. Здесь – отклонение пружины постоянной упругости k под действием силы F; α – угловое перемещение ролика радиуса r; – смещение массы m под действием силы F и υ – скорость перемещения массы под действием этой силы. Введем системные переменные: .

Физические и системные переменные связаны соответственно уравнениями

или

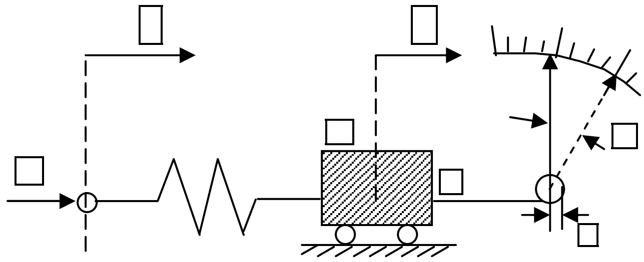


Рис. 1.3. Механическая система

Последнюю систему уравнений представим в матричном виде:

где .

Решение этой системы уравнений имеет вид

Поскольку значения компоненты вектора определяются через , то имеет место оператор, аналогичный (1.3), или отображение в форме (1.2).

П р и м е р 1.3. В качестве Σ возьмем изотермический реактор идеального смешения (рис. 1.4) объема V, в который с постоянной объемной скоростью Q поступает поток вещества с начальной концентрацией . В аппарате протекает химическая реакция типа , причем скорость реакции равна , здесь k – константа скорости реакции. Измеренными в такой системе являются концентрации и веществ и соответственно, которые можно выбрать в качестве фазовых координат и , выходная координата . Входом x является изменение начальной концентрации вещества при подаче его в реактор (сырье переменного состава), т.е. . Таким образом, .

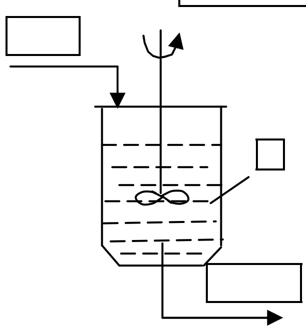


Рис. 1.4. Реактор идеального смешения

Уравнения динамики реактора имеют вид

где

.

Оператору вида (1.3) или отображению (1.2) соответствует решение системы уравнений в матричной форме, представленное в конечном виде:

Известны различные классы динамических систем – детерминированные и стохастические, стационарные и нестационарные, линейные и нелинейные и т.д. Наиболее полно изучены линейные динамические системы , уравнения которых имеют вид:

где

.

Структурная схема приведена на рис. 1.5. Для нее оператор φ определяется матрицами и , а оператор ψ – матрицей . Если эти матрицы не зависят от времени, то систему называют линейной стационарной, будем ее обозначать . Модели систем широко используются на практике при исследовании сложных технических объектов и будут рассмотрены в последующих главах.

Различие ММ обусловливается их предназначением, например, для исследования эффективности режимов функционирования систем, оптимизации установившихся (статических) и переходных (динамических) режимов их работы, оптимального проектирования систем и управления ими и т.д. требуются различные математические модели.

Введем следующие обозначения: – вектор входных переменных системы; – вектор выходных переменных системы; – вектор параметров системы. Тогда поведение системы с сосредоточенными координатами y, x в статике и неизменными во времени t свойствами (стационарный объект) описывается уравнениями ММ вида:

или .

ММ статики нестационарного объекта (системы) с сосредоточенными координатами (квазистатическая модель) представляет собой систему уравнений вида:

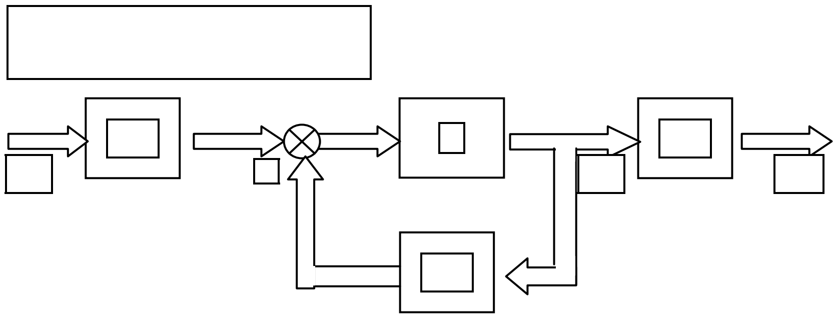


Рис. 1.5. Схема линейной динамической системы

Поведение объекта (системы) с сосредоточенными координатами y, x в динамике и неизменными во времени t свойствами описывается уравнениями ММ вида:

или

ММ динамики нестационарного объекта (системы) с сосредоточенными координатами представляет собой систему уравнений вида:

Если координаты объекта (системы) x, y распределены по пространственной переменной l (длина, радиус, высота) и его свойства неизменны во времени t, то мы имеем дело со стационарными ММ статики или динамики системы с распределенными координатами, которые имеют вид, соответственно:

По структуре F ММ систем разделяются на линейные и нелинейные. Решение системы уравнений ММ, линейной по y, удовлетворяет следующим условиям (принципу суперпозиции):

1) аддитивности ;
2) однородности ;

где и – произвольные функции аргументов t, l или некоторые числа; c – любое вещественное число.

Решение называется линейным по a, если

и ,

где – произвольные параметры ММ.

Если для некоторой ММ не выполняется хотя бы одно из условий принципа суперпозиции, то она относится к классу нелинейных.

Математические модели систем чаще всего описываются *нелинейными* уравнениями.

Один из существенных признаков классификации связан с отражением в ММ тех или иных особенностей систем. Если ММ отображает устройство системы и связи между составляющими ее элементами, то ее называют *структурной математической моделью*. Если же ММ отражает происходящие в системе физико-химические, механические или информационные процессы, то ее относят к *функциональным математическим моделям*.

Структурные ММ делят на топологические и геометрические, составляющие два уровня *иерархии* ММ этого типа. Первые отображают состав системы и связи между его элементами. *Топологическую* ММ целесообразно применять на начальной стадии исследования сложной по структуре системы, состоящей из большого числа элементов, прежде всего для уяснения и уточнения их взаимосвязи. Такие ММ имеют форму графов, таблиц, матриц, списков и т.п., ее построению обычно предшествует разработка структурной схемы ТО системы.

Геометрические ММ дополнительно к информации, представленной в *топологической* ММ, содержат сведения о форме и размерах системы и ее элементах, об их взаимном расположении. *Геометрические* модели находят применение при проектировании систем, разработке технической документации и технологических процессов изготовления его элементов (например, на станках с числовым программным управлением).

При математическом моделировании достаточно сложной системы описать их поведение одной ММ, как правило, не удается, а если такая ММ и была построена, то она оказалась бы слишком громоздкой для количественного анализа. Поэтому в таких случаях обычно применяют главенствующий принцип системного анализа – *принцип декомпозиции*. Он состоит в условном разбиении системы на отдельные более простые блоки (подсистемы) и элементы, допускающие их независимое исследование с последующим учетом взаимного влияния блоков (подсистем) и элементов друг на друга. В результате возникает *иерархия* ММ связанных между собой блоков (подсистем) и элементов.

Иерархические уровни выделяют и для отдельных типов ММ. Например, среди *структурных моделей* системы к более высокому уровню иерархии относят *топологические ММ*, а к более низкому уровню, характеризующемуся большей детализацией системы, – *геометрические ММ*.

Среди *функциональных ММ* иерархические уровни отражают степень детализации описания процессов, протекающих в ТО, его блоках (подсистемах) и элементах. С этой точки зрения выделяют три основных уровня: *микро-*, *макро-* и *метауровень*.

Выше мы определили *компьютерное моделирование* как процесс создания модели реального объекта и проведения с этой моделью вычислительных экспериментов с целью осмысления поведения объекта, оптимизации его режимов или оценки различных стратегий управления этим объектом. Согласно этому определению, модель должна быть связана с функционированием объекта, ориентирована на решение поставленной задачи (целеобусловлена) и построена так, чтобы служить подспорьем тем, кто проектирует систему или управляет режимами ее функционирования. Функционирование системы представляет собой совокупность координированных действий, необходимых для достижения заданной цели или решения определенной задачи. С этой точки зрения системам, которыми мы интересуемся, свойственна целенаправленность. Это обстоятельство требует от нас при моделировании системы обратить самое пристальное внимание на цели и задачи, которые должна решать данная система.

Сформулируем теперь конкретные критерии, которым должна удовлетворять «хорошая» модель. Такая модель должна быть: 1) целенаправленной, т.е. модель должна позволять решать определенный класс задач, для которых она предназначена, например, задач прогнозирования, оптимизации режимов работы, оптимального управления, проектирования систем и т.п.; 2) простой и понятной пользователю; 3) надежной в смысле гарантии от абсурдных ответов; 4) удобной в управлении и обращении; 5) полной с точки зрения возможностей решения поставленных задач; 6) адаптивной, т.е. позволяющей легко переходить к другим модификациям или обновлять данные; 7) допускающей постепенные изменения в том смысле, что будучи вначале простой, она может во взаимодействии с пользователем становиться все более сложной и точной.

Необходимость большинства этих критериев совершенно очевидна, но они будут рассмотрены более полно в последующих разделах настоящего пособия, посвященных вопросам организации и руководства работами по компьютерному моделированию.

При построении математических моделей процессов функционирования систем можно выделить следующие подходы: непрерывно-детерминированный (например, алгебраические или дифференциальные уравнения); дискретно-детерминированный (конечно-разностные схемы, конечные автоматы); дискретно-стохастический (вероятностные автоматы); непрерывно-стохастический (системы массового обслуживания); обобщенный (агрегативные системы).

Рассмотренные типовые математические схемы (табл. 1.1) (S-, D-, F-, P-, Q-, N-, A-, H-, I-схемы) позволяют формализовать достаточно широкий класс больших систем, с которыми приходится иметь дело в практике исследования и проектирования сложных систем. Особенности и возможности применения типовых схем при разработке компьютерных моделей систем будут рассмотрены в последующих главах.

1.3. Методология Компьютерного моделирования систем

В процессе компьютерного моделирования исследователь имеет дело с тремя объектами: системой (реальной, проектируемой, воображаемой), математической моделью и программой ЭВМ, реализующей алгоритм решения уравнений модели. Традиционная схема компьютерного моделирования как единого процесса построения и исследования модели, имеющего соответствующую программную поддержку, может быть представлена в следующем виде (рис. 1.6).

Исходя из того, что компьютерное моделирование применяется для исследования, оптимизации и проектирования реальных технологических объектов (систем), можно выделить следующие этапы этого процесса:

1) определение объекта – установление границ, ограничений и измерителей эффективности функционирования объекта;
2) формализация объекта (построение модели) – переход от реального объекта к некоторой логической схеме (абстрагирование);
3) подготовка данных, необходимых для построения модели, и представление их в соответствующей форме;
4) разработка моделирующего алгоритма и программы ЭВМ;
5) оценка адекватности – повышение до приемлемого уровня степени уверенности, с которой можно судить относительно корректности выводов о реальном объекте, полученных на основании обращения к модели;
6) стратегическое планирование – планирование вычислительного эксперимента, который должен дать необходимую информацию;
7) тактическое планирование – определение способа проведения каждой серии испытаний, предусмотренных планом эксперимента;
8) экспериментирование – процесс осуществления имитации с целью получения желаемых данных и анализа чувствительности;
9) интерпретация – построение выводов по данным, полученным путем имитации;
10) реализация – практическое использование модели и результатов моделирования;
11) документирование – регистрация хода осуществления процесса и его результатов, а также документирование процесса создания и использования модели.

Перечисленные этапы создания и использования модели определены в предположении, что задача может быть решена наилучшим образом с помощью компьютерного моделирования. Однако, это может быть не самый эффективный способ. В том случае, если задача может быть сведена к простой модели и решена *аналитически*, нет никакой нужды в компьютерном моделировании и имитации. Следует изыскивать все возможные средства, подходящие для решения данной конкретной задачи, стремясь при этом к оптимальному сочетанию стоимости и желаемых результатов. Прежде чем приступать к оценке возможностей имитации, следует самому убедиться, что простая аналитическая модель для данного случая не пригодна.

В представленной на рис. 1.6 схеме организации процесса компьютерного моделирования (имитации) основная цепочка (реальный технологический объект (система) – математическая модель – моделирующий алгоритм – программа ЭВМ – вычислительный эксперимент) соответствует традиционной схеме, но во главу угла теперь ставится понятие триады: *модель – алгоритм – программа* (блоки *4*, *5*, *6*), стратегическое и тактическое планирование вычислительного эксперимента (блок *7*), интерпретация и документирование его результатов (блок *8*).

На первом этапе построения ММ выбирается (или строится) «эквивалент» технологического объекта, отражающий в математической форме важнейшие его свойства: законы, которым он подчиняется, связи, присущие составляющим его элементам, и т.д. Математическая модель (или ее фрагменты) исследуется теоретическими методами, что позволяет получить важные предварительные знания об объекте.

На этапе *построения концептуальной модели системы и ее формализации* формулируется модель и строится ее формальная схема, т.е. основным назначением этого этапа является переход от содержательного описания объекта к его математической модели. Модель должна быть адекватной, иначе невозможно получить положительные результаты моделирования. Под адекватной моделью будем понимать модель, которая с определенной степенью приближения на уровне понимания моделируемой системы разработчиком модели отражает процесс ее функционирования во взаимодействии с внешней средой.

Наиболее рационально строить модель функционирования системы по блочному принципу. При этом могут быть выделены три автономные группы блоков такой модели. Блоки первой группы представляют собой имитатор воздействий внешней среды на систему; блоки второй группы являются собственно моделью процесса функционирования исследуемой системы; блоки третьей группы – вспомогательными и служат для машинной реализации блоков двух первых групп, а также для фиксации и обработки результатов моделирования.

Построенная *блочная модель* процесса функционирования исследуемой системы предназначена для анализа характеристик этого процесса, который может быть проведен при машинной реализации полученной модели.

После перехода от описания моделируемой системы к ее модели, построенной по блочному принципу, необходимо построить математические модели процессов, происходящих в различных блоках. Математическая модель представляет собой совокупность соотношений (например, уравнений, логических условий, операторов), определяющих характеристики процесса функционирования системы в зависимости от структуры системы, алгоритмов поведения, параметров системы, воздействия внешней среды, начальных условий и времени. Математическая модель является результатом формализации процесса функционирования исследуемой системы, т.е. построения формального (математического) описания процесса с необходимой в рамках проводимого исследования степенью приближения к действительности.

Формализации процесса функционирования любой системы должно предшествовать изучение составляющих его явлений. В результате появляется содержательное описание процесса, которое представляет собой первую попытку четко изложить закономерности, характерные для исследуемого процесса, и постановку прикладной задачи. Содержательное описание является исходным материалом для последующих этапов формализации: построения формализованной схемы процесса функционирования системы и полной математической модели этого процесса.

Рассмотрим более подробно основные этапы построения концептуальной модели системы и ее формализации. Вначале дается четкая формулировка задачи исследования конкретной системы и основное внимание уделяется таким вопросам, как: а) признание существования задачи и необходимости компьютерного моделирования; б) выбор методики решения задачи с учетом имеющихся ресурсов; в) определение масштаба задачи и возможности разбиения ее на подзадачи.

Необходимо также ответить на вопрос о приоритетности решения различных подзадач, оценить эффективность применения возможных математических методов и программно-технических средств их решения. Тщательная проработка этих вопросов позволяет сформулировать задачу исследования и приступить к ее реализации. При этом возможен пересмотр начальной постановки задачи в процессе моделирования.

Проведение анализа задачи моделирования системы включает: а) выбор критериев оценки эффективности процесса функционирования системы; б) определение эндогенных и экзогенных переменных модели; в) выбор возможных методов идентификации; г) выполнение предварительного анализа содержания этапа алгоритмизации модели системы и ее машинной реализации; д) выполнение предварительного анализа содержания этапа получения и интерпретации результатов компьютерного моделирования системы. В конце этапа построения концептуальной модели и ее формализации составляется технический отчет, который включает в себя: а) подробную постановку задачи моделирования системы; б) анализ задачи моделирования; в) критерии оценки эффективности функционирования системы; г) параметры и переменные модели системы; д) гипотезы и предположения, принятые при построении модели; е) описание модели в абстрактных терминах и понятиях; ж) описание ожидаемых результатов моделирования системы.

Составление технической документации – обязательное условие успешного проведения моделирования системы, так как в процессе разработки модели большой системы и ее машинной реализации принимают участие на различных этапах коллективы специалистов разных профилей (начиная от постановщиков задач и кончая программистами) и документация является средством обеспечения их эффективного взаимодействия при решении поставленной задачи методом моделирования.

Второй этап связан с разработкой метода расчета сформулированной математической задачи или, как говорят, вычислительного или моделирующего алгоритма. Фактически он представляет собой совокупности алгебраических формул, по которым ведутся вычисления, и логических условий, позволяющих установить нужную последовательность применения этих формул. Вычислительные алгоритмы должны не искажать основные свойства модели и, следовательно, исходного технологического объекта, быть экономичными и адаптирующимися к особенностям решаемых задач и используемых компьютеров.

Как правило, для одной и той же математической задачи можно предложить множество вычислительных алгоритмов. Однако, требуется построение эффективных вычислительных методов, которые позволяют получить решение поставленной задачи с заданной точностью за минимальное количество действий (арифметических, логических), т.е. с минимальными затратами машинного времени. Эти вопросы весьма существенны и составляют предмет теории численных методов.

Вычислительный эксперимент имеет «многовариантный» характер. Действительно, решение любой прикладной задачи зависит от многочисленных входных переменных и параметров. Например, если рассчитывается химико-технологическая установка, то имеется множество различных режимных переменных и конструктивных параметров, среди которых нужно определить их оптимальный набор, обеспечивающий эффективное функционирование этой установки. Получить решение соответствующей математической задачи в виде формулы, содержащей явную зависимость от режимных переменных и конструктивных параметров, для реальных задач, как говорилось выше, не удается. При проведении вычислительного эксперимента каждый конкретный расчет проводится при фиксированных значениях переменных и параметров. Проектируя оптимальную установку, т.е. определяя в пространстве переменных и параметров точку, соответствующую оптимальному режиму, приходится проводить большое число расчетов однотипных вариантов задачи, отличающихся значениями некоторых переменных или параметров, поэтому очень важно опираться на эффективные численные методы.

Удобной формой представления логической структуры моделей процессов функционирования систем и моделирующих алгоритмов является блок-схема.

Обобщенная (*укрупненная*) *схема моделирующего алгоритма* задает общий порядок действий при моделировании системы без каких-либо уточняющих деталей. Она показывает, что необходимо выполнить на очередном шаге моделирования.

Детальная схема моделирующего алгоритма содержит уточнения, отсутствующие в обобщенной схеме. Детальная схема показывает не только, что следует выполнить на очередном шаге моделирования системы, но и как это выполнить.

Логическая схема моделирующего алгоритма представляет собой логическую структуру модели процесса функционирования системы. Логическая схема указывает упорядоченную во времени последовательность логических операций, связанных с решением задачи моделирования.

Третий этап – создание программы для реализации разработанного моделирующего алгоритма на ЭВМ (создание компьютерной модели). Применение языков программирования СИ++, Паскаль и других порождает ряд проблем, из которых главными являются трудоемкость и недостаточная гибкость. В процессе исследования реальных систем часто приходится уточнять модели, что влечет за собой перепрограммирование моделирующего алгоритма. Ясно, что процесс моделирования в этом случае не будет эффективным, если не обеспечить его гибкости. Для этой цели можно использовать формальные схемы, описывающие классы математических моделей из определенной предметной области, поскольку программировать тогда нужно функционирование данной схемы, а не описываемые ею частные модели.

Блок-схема программы ЭВМ представляет собой интерпретацию логической схемы моделирующего алгоритма и отображает порядок программной реализации моделирующего алгоритма с использованием конкретного математического обеспечения.

Логическая схема алгоритма и блок-схема программы могут быть выполнены как в укрупненной, так и в детальной формах. Для начертания этих схем используется набор символов, определяемых ГОСТ 19.701–90 (ИСО 5807–85) «Единая система программной документации».

Для завершения этапа компьютерной реализации модели необходимо составить техническую документацию, содержащую: а) логическую схему модели и ее описание; б) адекватную схему программы ЭВМ и принятые обозначения; в) полный текст программы; г) перечень входных и выходных величин с пояснениями; д) инструкцию по работе с программой ЭВМ; е) оценку затрат машинного времени на моделирование с указанием требуемых ресурсов ЭВМ. Таким образом, на этом этапе разрабатывается схема модели системы, проводится ее алгоритмизация и программирование с использованием конкретных программно-технических средств, т.е. строится компьютерная модель, с которой предстоит работать для получения необходимых результатов моделирования по оценке характеристик процесса функционирования системы (задача анализа) или для поиска оптимальных структур, алгоритмов и параметров системы (задача синтеза).

Создав *триаду* «модель – алгоритм – программа», исследователь получает в руки универсальный, гибкий и сравнительно недорогой инструмент, который вначале отлаживается, тестируется в «пробных» вычислительных экспериментах. После того как *адекватность* триады исходному технологическому объекту удостоверена, с моделью можно проводить разнообразные «опыты», дающие все требуемые качественные и количественные свойства и характеристики объекта. Процесс компьютерного моделирования сопровождается улучшением и уточнением, по мере необходимости, всех звеньев триады.

Обратимся теперь к блоку *7*. Вычислительный эксперимент – это собственно проведение расчетов на ЭВМ и получение информации, представляющей интерес для исследователя. Конечно, точность этой информации определяется достоверностью, прежде всего, модели, моделирующего алгоритма и программы ЭВМ. Именно по этой причине в серьезных прикладных исследованиях полномасштабным расчетам предшествует период проведения тестовых расчетов. Они необходимы не только для того, чтобы «отладить» программу, т.е. отыскать и исправить все ошибки и опечатки, допущенные как при создании алгоритма, так и при его программной реализации. В этих предварительных расчетах тестируется также сама математическая модель, выясняется ее адекватность исследуемому объекту. Для этого проводится расчет некоторых контрольных экспериментов, по которым имеются достаточно надежные измерения. Сопоставление этих данных с результатами расчетов позволяет уточнить математическую модель, обрести уверенность в правильности предсказаний, которые будут получены с ее помощью.

Только после проведения длительной кропотливой работы в вычислительном эксперименте наступает фаза прогноза (имитации) – с помощью компьютерной модели предсказывается поведение исследуемого объекта в условиях, где натурные эксперименты пока не проводились или где они вообще невозможны.

Важное место в вычислительном эксперименте занимают обработка результатов расчетов, их всесторонний анализ и, наконец, выводы. Эти выводы бывают в основном двух типов: или становится ясна необходимость уточнения модели, или результаты, пройдя проверку, передаются заказчику. При оптимизации или проектировании технологического объекта из-за сложности и высокой размерности математической модели проведение расчетов по описанной выше схеме может оказаться чересчур дорогим. Тогда идут на упрощение модели, на построение своего рода инженерных методик (формул), опирающихся на сложные модели и расчеты и дающих возможность получить необходимую информацию значительно более дешевым способом. При этом проводится огромная предварительная работа по анализу сложных моделей, квинтэссенцией которой и являются простые на первый взгляд формулы.

Чтобы эффективно проанализировать выходные данные, полученные в результате расчетов на ЭВМ, необходимо знать, что делать с результатами рабочих расчетов и как их надо интерпретировать. Эти задачи могут быть решены на основании предварительного анализа на двух первых этапах моделирования системы. Планирование вычислительного эксперимента с моделью позволяет вывести необходимое количество выходных данных и определить метод их анализа. При этом следует полнее использовать возможности ЭВМ с точки зрения обработки результатов моделирования и представления этих результатов в наиболее наглядном виде, например, в виде таблиц, графиков, диаграмм, схем, средств мультимедиа и т.п.

При массовом использовании методов компьютерного моделирования в технических проектах следует добиваться резкого сокращения сроков разработки моделей, обеспечивающих различные этапы проектирования. Решение этой задачи возможно при соответствующем уровне развития технологии компьютерного моделирования.

Технология компьютерного моделирования является основой целенаправленной деятельности, смысл которой состоит в обеспечении возможности фактического эффективного выполнения на ЭВМ исследований функционирования сложных систем. С ее помощью организуются действия исследователя на всех этапах его работы с моделями, начиная от изучения предметной области и выделения моделируемой проблемной ситуации и кончая построением и реализацией компьютерных экспериментов для анализа поведения системы.

Обеспечение требуемых показателей качества функционирования больших систем, связанное с необходимостью изучения протекания стохастических процессов в исследуемых и проектируемых системах, позволяет проводить комплекс теоретических и экспериментальных исследований, взаимно дополняющих друг друга. Эффективность экспериментальных исследований сложных систем оказывается крайне низкой, поскольку проведение натурных экспериментов с реальной системой либо требует больших материальных затрат и значительного времени, либо вообще практически невозможно (например, на этапе проектирования, когда реальная система отсутствует). Эффективность теоретических исследований с практической точки зрения в полной мере проявляется лишь тогда, когда их результаты с требуемой степенью точности и достоверности могут быть представлены в виде триады «модель – алгоритм – программа ЭВМ», пригодной для получения соответствующих характеристик процесса функционирования исследуемых систем.

С появлением современных ЭВМ стало казаться, что модели и методы, например, математического моделирования, станут практическим инструментом решения задач управления в больших системах. Действительно, были достигнуты значительные успехи в создании новых математических методов решения этих задач. Однако, математическое моделирование и программирование так и не стали практическим инструментом исследования процесса функционирования сложных систем, так как модели оказались слишком грубыми и несовершенными для их эффективного использования. Необходимость учета стохастических свойств системы, недетерминированности исходной информации, наличия корреляционных связей между большим числом переменных и параметров, характеризующих процессы в системах, приводят к построению слишком сложных математических моделей, которые не могут быть применены в инженерной практике при исследовании таких систем аналитическим методом. Пригодные для практических расчетов аналитические соотношения удается получить лишь при упрощающих предположениях, обычно существенно искажающих физическую картину исследуемого процесса. Поэтому в последнее время все ощутимее потребность в разработке методов, которые дали бы возможность уже на этапе проектирования систем исследовать адекватные модели. Указанные обстоятельства приводят к тому, что при исследовании больших систем все шире применяют методы имитационного моделирования.

Эксперимент с имитационной моделью требует серьезной подготовки. Имитационная система характеризуется наличием математического, программного, информационного, технического и других видов обеспечения.

Математическое обеспечение имитационной системы включает в себя совокупность математических соотношений, описывающих поведение реального объекта, совокупность алгоритмов, обеспечивающих как подготовку, так и работу с моделью. Сюда могут быть отнесены алгоритмы ввода исходных данных, имитации, вывода, обработки.

Программное обеспечение по своему содержанию включает в себя совокупность программ: планирования эксперимента, имитационной модели, проведения эксперимента, обработки и интерпретации результатов. Кроме того, программное обеспечение имитационной системы должно обеспечивать синхронизацию процессов в модели, т.е. необходим блок, организующий псевдопараллельное выполнение процессов в модели. Машинные эксперименты с имитационными моделями не могут быть эффективными без хорошо разработанного и реализованного информационного обеспечения.

Информационное обеспечение включает в себя средства и технологию организации базы данных моделирования, логической и физической организации массивов, формы документов, описывающих процесс моделирования и его результаты. Информационное обеспечение имитационной системы является наименее разработанной частью, поскольку только в настоящее время наблюдается переход к созданию сложных имитационных моделей и разрабатывается методология их использования при анализе и синтезе сложных систем с использованием концепции базы данных и знаний.

Техническое обеспечение имитационной системы включает в себя, прежде всего, средства вычислительной техники, связи и обмена между оператором и сетью ЭВМ, ввода и вывода информации, управления проведением эксперимента. К техническому обеспечению предъявляются весьма серьезные требования по надежности функционирования, так как сбои и отказы технических средств, ошибки оператора ЭВМ могут резко увеличить время работы с имитационной моделью и даже привести к неверным конечным результатам.

Эргономическое обеспечение имитационной системы представляет собой совокупность научных и прикладных методик и методов, а также нормативно-технических и организационно-методических документов, используемых на всех этапах взаимодействия человека-экспериментатора с инструментальными средствами. Эти документы используются на всех стадиях разработки и эксплуатации имитационных систем, предназначены для поддержания эргономического качества путем обоснования и выбора организационно-проектных решений, которые создают оптимальные условия для высокоэффективной деятельности человека во взаимодействии с моделирующим комплексом.

Таким образом, имитационная система может рассматриваться как машинный аналог сложного реального процесса. Она позволяет заменить эксперимент с реальным процессом функционирования системы экспериментом с математической моделью этого процесса. Имитационные эксперименты широко используют в практике проектирования сложных систем, когда реальный эксперимент невозможен.

Имитационное моделирование, как и любой метод исследований, имеет достоинства и недостатки, проявляющиеся в конкретных приложениях. К числу основных достоинств метода имитационного моделирования при исследовании сложных систем можно отнести следующие: машинный эксперимент с имитационной моделью дает возможность исследовать особенности процесса функционирования системы в любых условиях; применение ЭВМ в имитационном эксперименте существенно сокращает продолжительность испытаний по сравнению с натурным экспериментом; имитационная модель обладает гибкостью варьирования структуры, алгоритмов и параметров моделируемой системы, что важно с точки зрения поиска оптимального варианта системы; имитационное моделирование сложных систем часто является единственным практически реализуемым методом исследования процесса функционирования таких систем на этапе проектирования.

При имитационном моделировании весьма существенен вопрос его эффективности. Эффективность имитационного моделирования может оцениваться рядом критериев, в том числе точностью и достоверностью результатов моделирования, временем построения и работы с моделью, затратами машинных ресурсов (времени и памяти), стоимостью разработки и эксплуатации модели. Очевидно, наилучшей оценкой эффективности является сравнение получаемых результатов с реальным исследованием, т.е. с моделированием на реальном объекте при проведении натурного эксперимента. Поскольку это не всегда удается сделать, статистический подход позволяет с определенной степенью точности при повторяемости машинного эксперимента получить усредненные характеристики поведения системы. Существенное влияние на точность моделирования оказывает число реализаций, и в зависимости от требуемой достоверности можно оценить необходимое число реализаций воспроизводимого случайного процесса.

Построение имитационных моделей больших систем и проведение машинных экспериментов с этими моделями представляют собой достаточно трудоемкий процесс, в котором в настоящее время много неизученного. Однако специалисты в области проектирования, исследования и эксплуатации больших систем должны в совершенстве знать методологию компьютерного моделирования, сложившуюся к настоящему времени, чтобы быть готовыми к появлению ЭВМ следующих поколений, которые позволят сделать еще один существенный шаг в автоматизации построения моделей и использования имитационного моделирования систем.

1.4. адекватность математических моделей

Точность статической модели может оцениваться величиной одного из приведенных ниже показателей:

;

,

где – весовые множители; y_i – вектор выходных переменных.

Для вычисления на объекте (системы) проводится активный или пассивный эксперимент, заключающийся в регистрации n различных значений входных переменных системы и соответствующих им установившихся выходных переменных . Желательно, чтобы все переменные варьировались во всем диапазоне, допустимом технологическим регламентом эксплуатации объекта. Переменные вычисляются по статической модели при заданных входных переменных системы . Весовые множители вводятся в выражение для для создания возможности сравнения разнородных переменных при неравноточности измерения выходных переменных системы. Чем больше погрешность измерения , тем меньше выбирается множитель .

Если величины существенно отличаются друг от друга, то появляется необходимость нормирования отдельных слагаемых в выражении для . В этом случае множители выполняют роль нормирующих коэффициентов. В частности, при их можно принять пропорциональными величинам .

Для возможности сравнения критериев между собой величину также целесообразно нормировать путем деления на значение , при котором достигается максимум данного .

При «достаточно больших» значениях или математическая модель считается не адекватной реальной системе. В этом случае требуется уточнение структуры математического описания или отдельных «сомнительных» параметров модели. Эта операция может осуществляться постановкой дополнительных лабораторных опытов или применением экспериментально-аналитического метода (последнее возможно, если речь идет о существующей системе).

Вопрос о том, при каком «критическом» значении или считать математическую модель адекватной системе, а при каком требовать уточнения уравнений модели, является *исключительно сложным* и, вероятно, не имеет однозначного ответа. Выбор такого «критического» значения критерия тесно связан с целевым назначением модели, а также с представительностью выборки . В частном случае, когда – независимые случайные величины, для оценки случайного характера рассогласования между величинами и могут быть использованы статистические критерии значимости и согласия. Однако и при таком подходе сохраняется субъективный выбор некоторых параметров (вероятностей), от которого зависит ответ на поставленный вопрос о близости и .

Чаще всего используют инженерный подход, когда максимальное рассогласование между и не должно превышать ошибки измерения экспериментальных данных , т.е. для оценки точности математической модели применяется следующий показатель:

,

где n – число режимов, при которых проводился эксперимент; k – число экспериментов, в которых производился замер переменной. Сопоставляя вычисленный показатель точности математической модели с точностью системы контроля, можно сделать вывод об адекватности математической модели.

Точность описания динамики системы с сосредоточенными координатами может характеризоваться величинами функционалов:

;

.

Для получения экспериментальных динамических характеристик системы на объекте проводятся опыты с различными наборами входных переменных (возмущающих сигналов) . Зависимости есть решения уравнений динамики системы при и .

Показатель степени q обычно принимается равным единице или двум.

Множители выбираются иногда из условия выравнивания погрешностей при неравноточных измерениях величин . В тех случаях, когда существенно различаются между собой по модулю, множители выполняют роль нормирующих коэффициентов (нормирующих функций). Чаще всего полагают равными величинам при .

Для систем с распределенными, например, по длине l координатами функционалы примут вид:

;

,

где – решение системы уравнений динамики объекта (системы) при , соответствующих начальным и граничным условиям. Функции с индексом «э» должны быть получены экспериментально.

Значения функционалов ε, ε_{pi} количественно характеризуют степень близости решений уравнений динамики и экспериментально измеренных переходных процессов в реальной системе.

1.5. Планирование вычислительных экспериментов

Вычислительный эксперимент с моделью системы при ее исследовании и проектировании проводится с целью получения информации о характеристиках процесса функционирования рассматриваемого объекта. Эта информация может быть получена как для анализа характеристик, так и для их оптимизации при заданных ограничениях.

Эффективность вычислительных экспериментов с моделями существенно зависит от выбора плана эксперимента, так как именно план определяет объем и порядок проведения вычислений на ЭВМ, приемы накопления и статистической обработки результатов моделирования системы. Поэтому основная задача планирования вычислительных экспериментов с моделью формулируется следующим образом: необходимо получить информацию об объекте моделирования, заданном в виде моделирующего алгоритма, при минимальных или ограниченных затратах машинных ресурсов на реализацию процесса моделирования. При компьютерном моделировании рационально планировать и проектировать не только саму модель системы, но и процесс ее использования, т.е. проведение с ней экспериментов с использованием ЭВМ.

К настоящему времени в физике, биологии и других науках сложилась теория планирования экспериментов, в которой разработаны достаточно мощные математические методы, позволяющие повысить эффективность таких экспериментов. Но перенос этих результатов на область вычислительных экспериментов с моделями может иметь место только с учетом специфики моделирования систем на ЭВМ. Для планирования эксперимента наиболее важное значение имеют: 1) простота повторения условий эксперимента с моделью системы; 2) возможность управления экспериментом с моделью, включая его прерывание и возобновление; 3) легкость варьирования условий проведения эксперимента (воздействий внешней среды); 4) наличие корреляции между последовательностью точек в процессе моделирования; 5) трудности, связанные с определением интервала моделирования.

Рассмотрим основные понятия теории планирования экспериментов. Пусть имеют место только две переменные: x и y. Тогда если цель эксперимента – изучение влияния переменной x на переменную y, то x – фактор, а y – реакция. В вычислительных экспериментах фактор является экзогенной или управляемой (входной) переменной, а реакция – эндогенной (выходной) переменной.

Каждый фактор $\boxed{\quad\quad}$, может принимать в эксперименте одно из нескольких значений, называемых *уровнями*. Фиксированный набор уровней факторов определяет одно из возможных состояний рассматриваемой системы. Одновременно этот набор представляет собой условия проведения одного из возможных экспериментов.

Каждому фиксированному набору уровней факторов соответствует определенная точка в многомерном пространстве, называемом *факторным пространством*. Эксперименты не могут быть реализованы во всех точках факторного пространства, а лишь в принадлежащих допустимой области.

Существует вполне определенная связь между уровнями факторов и реакцией (откликом) системы, которую можно представить в виде соотношения

$$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}.$$

Функцию $\boxed{\quad}$, связывающую реакцию с факторами, называют *функцией реакции*, а геометрический образ, соответствующий функции реакции, – *поверхностью реакции*. Исследователю заранее не известен вид зависимостей $\boxed{\quad\quad}$ поэтому находят приближенные соотношения:

$$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad}.$$

Функции $\boxed{\quad}$ могут быть определены по данным эксперимента.

Эксперимент, в котором реализуются все возможные сочетания уровней факторов, называется *полным факторным экспериментом* (ПФЭ). В этом эксперименте варьируются все k факторы на двух уровнях, $\boxed{\quad}$. Такие планы называются планами типа $\boxed{\quad}$, где $\boxed{\quad\quad}$ – число всех возможных испытаний.

Начальный этап планирования эксперимента основан на варьировании факторов на двух уровнях: нижнем $\boxed{\quad}$ и верхнем $\boxed{\quad}$ – симметрично расположенных относительно основного уровня $\boxed{\quad\quad}$. Так как каждый фактор принимает лишь два значения $\boxed{\quad\quad}$ и $\boxed{\quad\quad}$, то для стандартизации и упрощения записи условий каждого испытания и обработки выборочных данных эксперимента масштабы по осям факторов выбираются так, чтобы нижний уровень соответствовал –1, верхний +1, а основной нулю. Это легко достигается с помощью преобразования вида

$$\boxed{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad},$$

где $\boxed{\quad}$ – кодированное значение i-го фактора; $\boxed{\quad}$ – натуральное значение фактора; $\boxed{\quad}$ – нулевой уровень; $\boxed{\quad}$ – интервал варьирования фактора.

Расположение точек для ПФЭ, например, типа 2^2 можно получить, выписывая комбинации уровней факторов для каждой экспериментальной точки:

Номер испытания …………………	1	2	3	4
$\boxed{\quad}$ ………………………………..	–1	+1	–1	+1
$\boxed{\quad}$ ………………………………..	–1	–1	+1	+1
Обозначения испытаний …………	(1)	*a*	*b*	*ab*

При этом планы можно записывать сокращенно с помощью условных буквенных обозначений испытаний. Для этого порядковый номер фактора ставится в соответствие строчной букве латинского алфавита: $\boxed{\quad\quad\quad}$ и т.д. Затем для каждой строки плана выписываются латинские буквы только для факторов, находящихся на верхних уровнях; испытание со всеми факторами на нижних уровнях обозначается как (1).

Полный факторный эксперимент дает возможность определить не только коэффициенты регрессии, соответствующие линейным эффектам, но и коэффициенты регрессии, соответствующие эффектам взаимодействия. Эффект взаимодействия двух (или более) факторов появляется при одновременном варьировании этих факторов, когда действие каждого из них на выход зависит от уровней, на которых находятся другие факторы. Для оценки свободного члена и определения эффектов взаимодействия план эксперимента расширяют до матрицы планирования путем добавления соответствующей «фиктивной переменной»: единичного столбца и столбцов произведений ,

как показано, например, для ПФЭ в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Номер испытания									Реакция y
1	+1	–1	–1	–1	+1	+1	+1	–1	y_1
2	+1	–1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	y_2
3	+1	–1	+1	–1	–1	+1	–1	+1	y_3
4	+1	–1	+1	+1	–1	–1	+1	–1	y_4
5	+1	+1	–1	–1	–1	–1	+1	+1	y_5
6	+1	+1	–1	+1	–1	+1	–1	–1	y_6
7	+1	+1	+1	–1	+1	–1	–1	–1	y_7
8	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_8

Количество испытаний в ПФЭ значительно превосходит число определяемых коэффициентов линейной модели, т.е. ПФЭ обладает большой избыточностью и поэтому возникает проблема сокращения их количества.

Рассмотрим построение планов так называемого дробного факторного эксперимента. Пусть имеется простейший полный факторный эксперимент типа . Используя матрицу планирования, приведенную в табл. 1.3, можно вычислить коэффициенты и представить результаты в виде уравнения

.

При проведении эксперимента из четырех испытаний для оценки влияния трех факторов пользуются половиной ПФЭ типа 2^3, так называемой «полурепликой». Для обозначения дробных реплик, в которых d линейных эффектов приравнены к эффектам взаимодействия, пользуются условным обозначением . Например, «полуреплика» от 2^6 записывается в виде 2^{6-1}, а «четвертьреплика» – 2^{6-2}.

Кроме симметричных двухуровневых планов типа , при планировании экспериментов применяют также многоуровневые планы, в которых факторы варьируются на 3, 4, …, m-м уровнях и обозначаются соответственно как 3^k, 4^k, …, m^k-планы. Многоуровневые несимметричные планы, в которых факторы варьируются на различных уровнях, строятся различными способами: комбинированием полных и дробных факторных экспериментов, методом преобразования симметричных планов в несимметричные и т.д. Рассмотренные планы носят название планов регрессионного анализа для многофакторного эксперимента.

Применяя системный подход к проблеме моделирования машинных экспериментов с моделями систем, можно выделить две составляющие планирования: *стратегическое и тактическое планирование*.

Таблица 1.3

Номер испытания				( )	Реакция y

1	+1	–1	–1	+1	y_1
2	+1	+1	–1	–1	y_2
3	+1	–1	+1	–1	y_3
4	+1	+1	+1	+1	y_4

Стратегическое планирование ставит своей целью решение задачи получения необходимой информации о системе с помощью модели, реализованной на ЭВМ с учетом ограничений на ресурсы, имеющиеся в распоряжении экспериментатора. По своей сути стратегическое планирование аналогично внешнему проектированию при создании системы, только здесь в качестве объекта выступает процесс моделирования системы.

Тактическое планирование представляет собой определение способа проведения каждой серии испытаний компьютерной модели, предусмотренных планом эксперимента. Для тактического планирования также имеется аналогия с внутренним проектированием системы, только в качестве объекта рассматривается процесс работы с моделью.

При стратегическом планировании компьютерных экспериментов с моделями систем возникает целый ряд проблем, взаимно связанных как с особенностями функционирования моделируемого объекта (системы), так и с особенностями машинной реализации модели и обработки результатов эксперимента. К ним относятся проблемы построения плана машинного эксперимента; наличия большого количества факторов: многокомпонентной функции реакции системы, стохастической сходимости результатов вычислительного эксперимента, ограниченности машинных ресурсов на проведение эксперимента.

При построении плана эксперимента необходимо помнить, что целями проведения вычислительных экспериментов с моделью системы являются либо получение зависимости реакции от факторов для выявления особенностей изучаемого процесса функционирования системы, либо нахождение такой комбинации значений факторов, которая обеспечивает экстремальное значение реакции. Другими словами, исследователь с использованием компьютерной модели решает либо задачу анализа, либо задачу оптимизации системы.

Очевидно, что при реализации полного факторного плана различия между вычислительными экспериментами для достижения той или иной цели стираются, так как оптимизация системы сводится к выбору одного из вариантов, полученного при полном факторном анализе. Но полный факторный эксперимент эквивалентен в этом случае полному перебору вариантов, что нерационально с точки зрения затрат машинных ресурсов. Для более эффективного нахождения оптимальной комбинации уровней факторов можно воспользоваться выборочным методом определения оптимума поверхности реакции (систематическая или случайная выборка).

Другая специфическая проблема стратегического планирования вычислительных экспериментов – наличие большого количества факторов. В факторном анализе количество комбинаций факторов равно произведению числа значений всех факторов эксперимента. Так, если число факторов и имеются два значения каждого фактора, т.е. , то полный факторный анализ потребует моделирования комбинаций. Если факторы , являются количественными, а реакция y связана с факторами некоторой функцией, то в качестве метода обработки результата эксперимента может быть выбран регрессионный анализ. Так как полные факторные планы и значения даже достаточно простых моделей приводят к большим затратам машинного времени, то приходиться строить неполные факторные планы, требующие меньшего числа точек, что приводит при этом к потере части информации о характере функции реакции. В этом случае рациональный подход – построение плана эксперимента исходя из поверхности реакции (план поверхности реакции), что позволяет избежать потери информации.

Существенное место при планировании экспериментов с имитационными моделями, реализуемыми методом стохастического моделирования на ЭВМ, занимает проблема стохастической сходимости результатов вычислительного эксперимента. Эта проблема возникает вследствие того, что в качестве исследуемых характеристик системы наиболее часто выступают средние некоторых распределений, для оценки которых применяют выборочные средние, найденные путем многократных прогонов модели на ЭВМ, причем чем больше выборка, тем больше вероятность того, что выборочные средние приближаются к средним распределений. Сходимость выборочных средних с ростом объема выборки называется *стохастической сходимостью*.

Основной трудностью при определении интересующих характеристик процесса функционирования системы является медленная стохастическая сходимость. Известно, что мерой флуктуаций случайной величины служит ее нестандартное отклонение. Если σ – стандартное отклонение одного наблюдения, то стандартное отклонение среднего   наблюдений будет равно . Таким образом, для уменьшения ошибки в   раз требуется увеличить объем выборки в   раз, т.е. для получения заданной точности оценки может оказаться, что объем необходимой выборки нельзя получить на ЭВМ из-за ограничения ресурса времени и памяти.

Переходя к рассмотрению проблемы ограниченности машинных ресурсов на проведение экспериментов с моделью системы, необходимо помнить о том, что построение плана эксперимента позволяет решить проблему стратегического планирования только с теоретической точки зрения. Но при планировании вычислительных экспериментов на практическую реализуемость плана существенное влияние оказывают имеющиеся в распоряжении экспериментатора ресурсы. Поэтому планирование машинного эксперимента представляет собой итерационный процесс, когда выбранная модель плана эксперимента проверяется на реализуемость, а затем, если это необходимо, вносятся соответствующие коррективы в исходную модель.

Применяя системный подход к проблеме стратегического планирования вычислительных экспериментов, можно выделить следующие этапы: 1) построение структурной модели; 2) построение функциональной модели. При этом структурная модель выбирается исходя из того, что должно быть сделано, а функциональная – из того, что может быть сделано.

Структурная модель плана эксперимента характеризуется числом факторов и числом уровней для каждого фактора. Выбор этих параметров определяется целями эксперимента, точностью измерения факторов, интересом к нелинейным эффектам и т.п.

После определения переменных отклика и выделения существенных факторов необходимо классифицировать эти факторы в соответствии с тем, как они войдут в будущий эксперимент. Исследователю необходимо знать, какие переменные ему понадобится измерять и контролировать в процессе проектирования и проведения эксперимента.

Следующий шаг состоит в определении уровней, на которых следует измерять и устанавливать данный фактор. Минимальное число уровней фактора, не являющееся постоянным, равно двум. Для количественного фактора необходимо выделить интересующую нас область его изменения и определить степень нашей заинтересованности нелинейными эффектами. Если нас интересуют только линейные эффекты, достаточно выбрать два уровня количественной переменной на концах интервала области ее изменения. Если же исследователь предполагает изучать квадратичные эффекты, он должен использовать три уровня. Соответственно для кубического случая необходимы четыре уровня и т.д. Число уровней равно минимальному числу необходимых для восстановления функций точек. Анализ данных существенно упрощается, если сделать уровни равноотстоящими друг от друга. Такое расположение позволяет рассматривать *ортогональное разбиение* и тем самым упрощает определение коэффициентов экспериментальной модели (обычно полиномиальной функции). Поэтому обычно две крайние точки интересующей нас области изменения количественной переменной выбирают как два ее уровня, а остальные уровни располагают так, чтобы они делили полученный отрезок на равные части. Если принять число уровней всех факторов одинаковым, то получим симметричную структурную модель вида , здесь   – число элементарных экспериментов (под элементарным экспериментом мы понимаем эксперимент в случае одного фактора и одного уровня); k – число варьируемых факторов; q – число уровней фактора.

Функциональная модель плана эксперимента определяет количество элементов структурной модели , т.е. необходимое число различных информационных точек. При этом функциональная модель может быть полной и неполной. Функциональная модель называется полной, если в оценке реакции участвуют все элементарные эксперименты, т.е. , и неполной, если число реакций меньше числа элементарных экспериментов, т.е. . Так как структурная модель определяет то, что мы хотели бы иметь, то идеальным будет случай, когда функциональная модель совпадает со структурной. Однако большинство модельных исследований имеет ограничения, наложенные на время, денежные средства и производительность вычислительных систем. Эти ограничения устанавливают довольно жесткие границы для возможностей экспериментального исследования и не позволяют применять классические статистические процедуры. Функциональная модель призвана помочь нам выбрать приемлемый компромисс между нашими желаниями и ресурсами.

Тактическое планирование эксперимента с компьютерной моделью системы связано с вопросами эффективного использования выделенных для эксперимента машинных ресурсов и определением конкретных способов проведения испытаний модели, намеченных планом эксперимента, построенным при стратегическом планировании. Тактическое планирование вычислительного эксперимента связано, прежде всего, с решением следующих проблем: 1) определения начальных условий и их влияния на достижение установившегося результата при моделировании; 2) обеспечения точности и достоверности результатов моделирования; 3) уменьшения дисперсии оценок характеристик процесса функционирования моделируемых систем; 4) выбора правил автоматической остановки имитационного эксперимента с моделями систем.

Первая проблема при проведении вычислительного эксперимента возникает вследствие искусственного характера процесса функционирования модели, которая в отличие от реальной системы работает эпизодически, т.е. только когда экспериментатор запускает компьютерную модель и проводит наблюдения. Поэтому всякий раз, когда начинается очередной прогон модели процесса функционирования системы, требуется определенное время для достижения условий равновесия, которые соответствуют условиям функционирования реальной системы. Таким образом, начальный период работы компьютерной модели искажается из-за влияния начальных условий запуска модели. Для решения этой проблемы либо исключается из рассмотрения информация о модели, полученная в начальной части периода моделирования, либо начальные условия выбираются так, чтобы сократить время достижения установившегося режима.

Решение второй проблемы тактического планирования вычислительного эксперимента связано с оценкой точности и достоверности результатов моделирования при заданном числе реализаций (объеме выборки) или с необходимостью оценки требуемого числа реализаций при заданных точности и достоверности результатов моделирования системы. Так, количество реализаций при статистическом моделировании системы должно выбираться исходя из двух основных соображений: определения затрат ресурсов на вычислительный эксперимент с моделью (включая построение модели и ее компьютерную реализацию) и оценки точности и достоверности результатов эксперимента с моделью системы (при заданных ограничениях на ресурсы).

При моделировании стохастических систем мы представляем одну или более переменных вероятностными распределениями, в соответствии с которыми распределены их выборочные значения. Исследователь не добивается значительного прогресса в планировании эксперимента до тех пор, пока он не сталкивается с проблемой определения необходимого объема выборки. Размер выборки может определяться по одному из двух путей: 1) априорно, т.е. независимо от работы модели; 2) в процессе работы модели и на основе полученных с помощью модели результатов. Пусть мы хотим построить такую оценку истинного среднего значения μ совокупности, что , где – выборочное среднее; $(1 - \alpha)$ – вероятность того, что интервал содержит . Задача состоит в определении необходимого для выполнения условия объема выборки. В предположении нормальности распределения выборочных значений из нашей генеральной совокупности можно показать, что

, где n – объем выборки; – двусторонняя стандартная нормальная статистика. Предположим, что мы хотим оценить среднесуточный выход продукции химического завода так, чтобы с вероятностью 0,95 ошибка оценивания составляла не более ±4 т. Это означает, что наша оценка должна лежать внутри интервала т с вероятностью 0,95. Пусть дополнительно известно, что разумный допустимый размах колебаний выхода составляет 80 т. Тогда 4 , или , , = 1,96. Следовательно, .

Предположим, что мы не знаем максимального размаха выхода и не знаем истинного значения σ. В этом случае необходимо задать d в виде некоторой доли от σ, например, и получим .

Если возможно определить оценку дисперсии σ^2 экспериментально и получить , то размер выборки n определится выражением , где t – табулированная величина для заданного доверительного интервала и числа степеней свободы начальной выборки.

Для определения объема выборки можно воспользоваться неравенством Чебышева, которое имеет вид

,

где k – заданное число (не меньше единицы).

Неравенство Чебышева говорит, что при заданном числе k и произвольной выборке размера n по меньшей мере измерений находятся вблизи среднего значения на расстоянии не более k среднеквадратических отклонений. Это неравенство справедливо для любых распределений совокупностей.

Пусть мы хотим, чтобы наша оценка попала в интервал с вероятностью 0,95, т.е. .

Тогда для нашего примера объем выборки, полученный из неравенства Чебышева при , составит . Полученный размер выборки существенно больше того, который оказывается достаточным в случае нормального распределения совокупности. Однако он позволяет получить гарантированную точность при отклонениях распределения совокупности от нормального.

С проблемой выбора количества реализаций при обеспечении необходимой точности и достоверности результатов компьютерного эксперимента тесно связана и третья проблема, а именно проблема уменьшения дисперсии. При исследовании и проектировании системы всегда происходит сравнение вариантов, отличающихся друг от друга структурой, алгоритмами поведения и параметрами. Независимо от того, как организуется выбор наилучшего варианта системы (простым перебором результатов моделирования системы или с помощью автоматизированной процедуры поиска), элементарной операцией при этом является сравнение статистически усредненных критериев интерпретации.

Последней из проблем, возникающих при тактическом планировании имитационных экспериментов, является проблема выбора правил автоматической остановки имитационного эксперимента. Простейший способ решения проблемы – задание требуемого количества реализаций N или длины интервала моделирования T. Однако такой подход неэффективен, так как в его основе лежат достаточно грубые предположения о распределении выходных переменных, которые на этапе тактического планирования являются неизвестными. Другой способ – задание доверительных интервалов для выходных переменных и остановка прогона машинной модели при достижении заданного доверительного интервала, что позволяет теоретически приблизить время прогона к оптимальному значению.

Правила автоматической остановки могут быть включены такими способами: 1) путем двухэтапного проведения прогона, когда сначала делается пробный прогон из N^* реализаций, позволяющий оценить необходимое количество реализаций N; 2) путем использования последовательного анализа для определения минимально необходимого количества реализаций N.

В последовательном анализе объем выборки не фиксирован, а после i-го наблюдения принимается одно из следующих решений: принять данную гипотезу, отвергнуть гипотезу, продолжить испытания. В результате объем выборки можно существенно уменьшить по сравнению со способом остановки, использующим фиксированный объем выборки. Последовательное планирование вычислительного эксперимента позволяет минимизировать объем выборки в эксперименте, необходимой для получения требуемой при исследовании системы информации. Построив критерий, можно на каждом шаге решать вопрос о принятии нулевой гипотезы, либо о принятии альтернативной гипотезы, либо о продолжении вычислительного эксперимента. Последовательное планирование эксперимента использует *принцип максимального правдоподобия* и последовательные проверки статистических гипотез.

Таким образом, чем сложнее модель, тем важнее этап тактического планирования вычислительного эксперимента, выполняемый непосредственно перед моделированием на ЭВМ системы. Процесс планирования вычислительных экспериментов с моделью является итерационным, т.е. при уточнении некоторых свойств моделируемой системы этапы стратегического и тактического планирования экспериментов могут чередоваться.

После того как спланирован вычислительный эксперимент, необходимо предусмотреть меры по организации его эффективной обработки и представления результатов. При выборе методов обработки существенную роль играют три особенности эксперимента с моделью системы.

1. Возможность получать при моделировании системы на ЭВМ большие выборки позволяет количественно оценить характеристики процесса функционирования системы, но превращает в серьезную проблему хранение промежуточных результатов моделирования. Эту проблему можно решить, используя рекуррентные алгоритмы обработки, когда оценки вычисляют по ходу моделирования, причем большой объем выборки дает возможность пользоваться при этом достаточно простыми для расчетов на ЭВМ асимптотическими формулами.

2. Сложность исследуемой системы при ее моделировании на ЭВМ часто приводит к тому, что априорное суждение о характеристиках процесса функционирования системы, например о типе ожидаемого распределения выходных переменных, является невозможным. Поэтому при моделировании систем широко используются непараметрические оценки и оценки моментов распределения.

3. Блочность конструкции компьютерной модели и раздельное исследование блоков.

Рассмотрим наиболее удобные для программной реализации методы оценки распределений и некоторых их моментов при достаточно большом объеме выборки (числе реализаций N). Математическое ожидание и дисперсия случайной величины X соответственно имеют вид:

;

,

где – плотность распределения случайной величины X, принимающей значения x.

При проведении имитационного эксперимента со стохастической моделью системы определить эти моменты нельзя, так как плотность распределения, как правило, неизвестна. Поэтому при обработке результатов моделирования приходится довольствоваться лишь некоторыми оценками моментов, полученными на конечном числе реализаций N. При независимых наблюдениях значений случайной величины X в качестве таких оценок используются

,

где и – выборочное среднее и выборочная дисперсия соответственно. Знак ~ над буквами означает, что эти выборочные моменты используются в качестве оценок математического ожидания и дисперсии

К качеству оценок, полученных в результате статистической обработки результатов моделирования, предъявляются следующие требования:

1) несмещенность оценки, т.е. равенство математического ожидания оценки определяемому параметру: , где – оценка переменной (параметра) ;

2) эффективность оценки, т.е. минимальность среднего квадрата ошибки оценки: , где – рассматриваемая оценка; – любая другая оценка;

3) состоятельность оценки, т.е. сходимость по вероятности при к оцениваемому параметру: , либо, учитывая неравенство Чебышева, достаточное условие выполнения этого неравенства заключается в том, чтобы .

Можно показать, что оценка является несмещенной, эффективной и состоятельной, в то время как оценка является смещенной, эффективной и состоятельной.

Несмещенную оценку дисперсии можно получить, вычисляя выборочную дисперсию вида

.

Эта оценка также удовлетворяет условиям эффективности и состоятельности.

Если при моделировании процесса функционирования конкретной системы учитываются случайные факторы, то и среди результатов моделирования присутствуют случайные величины. В качестве оценок для искомых характеристик рассчитывают средние значения, дисперсии, корреляционные моменты и т.д.

Для оценки среднего значения случайной величины Y накапливается сумма возможных значений случайной величины которые она принимает при различных реализациях. При этом ввиду несмещенности и состоятельности оценки имеем:

.

Для оценки дисперсии рационально организовать фиксацию результатов моделирования и использовать следующую формулу:

.

В этом случае достаточно накапливать две суммы: значений и их квадратов .

При обработке результатов вычислительного эксперимента наиболее часто возникают следующие задачи: определение эмпирического закона распределения случайной величины, проверка однородности распределений, сравнение средних значений и дисперсий переменных, полученных в результате моделирования, и т.д.

Задача определения эмпирического закона распределения случайной величины является наиболее общей из перечисленных, для ее решения требуется большое число реализаций $\square$. В этом случае по результатам вычислительного эксперимента находят значения выборочного закона распределения $\square$ (или функции плотности $\square$) и выдвигают нулевую гипотезу $\square$ о том, что полученное эмпирическое распределение согласуется с каким-либо теоретическим. Гипотезу $\square$ проверяют с помощью статистических критериев согласия Колмогорова, Пирсона, Смирнова и др., причем необходимую в этом случае статистическую обработку результатов ведут по возможности в процессе моделирования системы на ЭВМ.

Для принятия или опровержения гипотезы выбирают некоторую случайную величину ε, характеризующую степень расхождения теоретического и эмпирического распределения, связанную с недостаточностью статистического материала и другими случайными причинами. Закон распределения этой случайной величины зависит от закона распределения случайной величины y и числа реализаций N при статистическом моделировании системы. Если вероятность расхождения теоретического и эмпирического распределений $\square$ велика в понятиях применяемого критерия согласия, то проверяемая гипотеза о виде распределения $\square$ не опровергается. Выбор вида теоретического распределения $\square$ (или $\square$) проводится по графикам (гистограммам) $\square$ (или $\square$).

Критерий согласия Колмогорова основан на выборе в качестве меры расхождения ε величины $\square$.

Из теоремы Колмогорова следует, что $\square$ при $\square$ имеет функцию распределения

$$\square.$$

Если вычисленное на основе экспериментальных данных значение δ меньше, чем табличное значение при выбранном уровне значимости α, то гипотезу $\square$ принимают, в противном случае расхождение между $\square$ и $\square$ считается неслучайным, и гипотеза $\square$ отвергается.

Критерий Колмогорова целесообразно применять в тех случаях, когда известны все параметры теоретической функции распределения $\square$.

Критерий согласия Пирсона основан на определении в качестве меры расхождения ε величины

$$\square,$$

где $\square$ – количество значений случайной величины y, попавших в i-й подынтервал; $\square$ – вероятность попадания случайной величины y в i-й подынтервал; d – количество подынтервалов, на которые разбивается интервал измерения в вычислительном эксперименте.

При $\square$ закон распределения величины ε зависит только от числа подынтервалов и приближается к закону распределения $\square$ (хи-квадрат) с $\square$ степенями свободы, где r – число параметров теоретического закона распределения.

Из теоремы Пирсона следует, что, какова бы ни была функция распределения $\square$ случайной величины $\square$, при $\square$ распределение величины $\square$ имеет вид:

$$\square,$$

где – гамма-функция; z – значение случайной величины ; – число степеней свободы. Функции распределения табулированы.

По вычисленному значению и числу степеней свободы k с помощью таблиц находится вероятность . Если эта вероятность превышает некоторый уровень значимости α, то считается, что гипотеза о виде распределения не опровергается результатами вычислительного эксперимента.

Критерий согласия Смирнова. При оценке адекватности компьютерной модели реальной системы возникает необходимость проверки гипотезы , заключающейся в том, что две выборки принадлежат той же генеральной совокупности. Если выборки независимы и законы распределения совокупностей и , из которых извлечены выборки, являются непрерывными функциями своих аргументов, то для проверки гипотезы можно использовать критерий согласия Смирнова. По имеющимся результатам вычисляют эмпирические функции распределения и и определяют . Затем при заданном уровне значимости α находят допустимое отклонение

,

где и – объемы сравниваемых выборок для и , и проводят сравнение значений и : если , то нулевую гипотезу о тождественности законов распределения и с доверительной вероятностью отвергают.

Критерий согласия Стьюдента. Сравнение средних значений двух независимых выборок, взятых из нормальных совокупностей с неизвестными, но равными дисперсиями , сводится к проверке нулевой гипотезы : на основании критерия согласия Стьюдента (t-критерия). Проверка по этому критерию сводится к выполнению следующих действий. Вычисляют оценку

,

где и – объемы выборок для оценок и соответственно; и – оценки дисперсий соответствующих выборок.

Затем определяют число степеней свободы , выбирают уровень значимости α и по таблице находят значение . Расчетное значение t сравнивается с табличным , и если , то гипотеза не опровергается результатами численного эксперимента.

Критерий согласия Фишера. Задача сравнения дисперсий сводится к проверке нулевой гипотезы , заключающейся в принадлежности двух выборок к одной и той же генеральной совокупности. Пусть необходимо сравнить две дисперсии и , полученные при обработке результатов моделирования и имеющие и степеней свободы соответственно, причем . Для того, чтобы опровергнуть нулевую гипотезу : , необходимо при уровне значимости α указать значимость расхождения между и . При условии независимости выборок, взятых из нормальных совокупностей, в качестве критерия значимости используется распределение Фишера (F-критерий) , которое зависит только от числа степеней свободы где и – объемы выборок для оценок и , соответственно.

Алгоритм применения критерия Фишера следующий: 1) вычисляется выборочное отношение ; 2) определяется число степеней свободы ; 3) при выбранном уровне значимости α по таблицам F-распределения находятся значения границ критической области ; 4) проверяется неравенство ; если это неравенство выполняется, то с доверительной вероятностью нулевая гипотеза : может быть принята.

Хотя рассмотренные оценки искомых характеристик процесса функционирования системы, полученные в результате вычислительного эксперимента, являются простейшими, но охватывают большинство случаев, встречающихся в практике обработки результатов моделирования системы для целей ее исследования и проектирования.

Возможность фиксации при моделировании системы на ЭВМ значений переменных и их статистическая обработка для получения интересующих экспериментатора характеристик позволяют провести объективный анализ связей между этими величинами. Особенно существенен случай, когда одна из величин X является входом, а другая Y – выходом исследуемой системы. Связь между случайными величинами в этом случае определяет искомую характеристику системы. Такая связь носит вероятностный характер, т.е. зная конкретное значение можно предсказать лишь плотность распределения Y, которая в этом случае называется условной плотностью распределения .

Корреляционный анализ результатов моделирования сводится к оценке разброса значений Y относительно среднего значения , т.е. к оценке силы корреляционной связи. Существование этих связей и их тесноту (силу) для схемы корреляционного анализа можно выразить с помощью коэффициента корреляции:

т.е. второй смешанный центральный момент делится на произведение средних квадратичных отклонений, чтобы иметь безразмерную величину, инвариантную относительно единиц измерения рассматриваемых случайных переменных. Пусть результаты моделирования получены при N реализациях, а оценка коэффициента корреляции

.

Очевидно, что данное соотношение требует минимальных затрат машинной памяти на обработку результатов моделирования. Рассчитываемый при этом коэффициент корреляции . Величина свидетельствует о взаимной независимости случайных переменных X и Y, исследуемых при моделировании.

При имеет место функциональная (детерминированная) зависимость. Случай соответствует либо наличию линейной корреляции с рассеянием, либо наличию нелинейной связи между переменными.

Из-за влияния числа реализаций N при моделировании на оценку коэффициента корреляции необходимо убедиться в том, что действительно отражает наличие статистически значимой корреляционной зависимости между исследуемыми переменными модели. Для этого необходимо проверить гипотезу . Если гипотеза при анализе отвергается, то корреляционную зависимость признают статистически значимой.

Для проверки того, насколько отлична оценка коэффициента корреляции от его истинного значения, используют следующий подход. Фишер предложил такое нелинейное преобразование величины , при котором закон распределения этой оценки, вообще говоря, довольно сложный, практически приближается к нормальному. Это преобразование производят по формуле:

.

Среднеквадратичное отклонение случайной величины зависит только от числа опытов . Следовательно, область принятия гипотезы определяется неравенством

,

где подчиняется нормированному гауссовскому распределению.

При анализе результатов моделирования системы важно отметить то обстоятельство, что даже если удалось установить тесную зависимость между двумя переменными, то отсюда еще непосредственно не следует их причинно-следственная взаимообусловленность. Возможна ситуация, когда случайные величины X и Y стохастически зависимы, хотя причинно они являются для системы независимыми. При статистическом моделировании наличие такой зависимости может иметь место, например, из-за коррелированности последовательностей псевдослучайных чисел, используемых для имитации событий, положенных в основу вычисления значений x и y.

Таким образом, корреляционный анализ устанавливает связь между исследуемыми случайными переменными компьютерной модели и оценивает тесноту этой связи. Однако в дополнение к этому желательно располагать моделью зависимости, полученной после обработки результатов моделирования.

Если при моделировании системы искомыми характеристиками являются оценки математического ожидания и корреляционной функции случайного процесса на интервале моделирования , то для нахождения этих оценок указанный интервал разбивают на отрезки с постоянным шагом и накапливают значения процесса для фиксированных моментов времени .

При обработке результатов моделирования оценки математического ожидания и корреляционной функции будем вычислять по формулам:

где – пробегают все значения .

Для стационарных случайных процессов , обладающих эргодическим свойством (среднее по времени равно среднему по множеству) при обработке результатов моделирования для получения оценок и можно рекомендовать следующие приближенные формулы:

Для случая исследования сложных систем при большом числе реализаций N в результате моделирования на ЭВМ получается значительный объем информации о состояниях процесса функционирования системы. Поэтому необходимо так организовать в процессе вычислений фиксацию и обработку результатов моделирования, чтобы оценки для искомых характеристик формировались постепенно по ходу моделирования, т.е. без запоминания всей информации о состояниях процесса функционирования системы на всем интервале моделирования.

Вопросы для самопроверки

1. В чем заключается сущность системного подхода моделирования систем?
2. Что понимается под термином «система»?
3. Какие основные этапы моделирования систем?
4. Что понимается под видом моделирования систем?
5. Приведите примеры типовых математических схем моделирования систем.
6. Что понимается под вычислительным экспериментом?
7. В чем заключается проверка адекватности математической модели?
8. Какие требования предъявляются к качеству оценок параметров модели при обработке вычислительных экспериментов?

2. Методы построения математических моделей

В зависимости от способа построения моделей статики и динамики и определения вектора параметров a можно указать три метода построения ММ технологических систем (рис. 2.1): экспериментальный, аналитический и комбинированный.

При экспериментальном методе построения формальных ММ параметры определяются по опытным данным $y^{э}$, $x^{э}$, полученным на действующем объекте. Построенные этим методом ММ (будем называть их экспериментальными) справедливы только для того объекта, на котором проводились опыты.

Аналитический метод построения ММ заключается в теоретическом расчете или определении параметров неформальных уравнений статики и динамики по опытным данным $y^{э}$, $x^{э}$, которые получены при исследовании отдельных физико-химических процессов, происходящих в объекте, на лабораторных установках.

Рис. 2.1. Схема классификации методов построения ММ

Комбинированный (экспериментально-аналитический) метод построения ММ заключается в нахождении параметров неформальных уравнений статики и динамики по сигналам $y^{\text{э}}$, $x^{\text{э}}$, полученным на действующем объекте. Модели, полученные таким методом, называют комбинированными.

Математические модели, построенные экспериментальным и комбинированным методами, используются для оптимизации статических режимов действующего объекта (системы) и расчета систем автоматического регулирования. Аналитические модели можно применять для оптимального проектирования технологических объектов (систем) и конструирования систем автоматического управления ими.

2.1. Экспериментальный метод

Экспериментальный метод заключается в проведении на действующем объекте (системе) эксперимента (подаче экспериментального сигнала $x^{\text{э}}$ и записи реакции на него в виде выходных координат $y^{\text{э}}$) и аппроксимации опытных данных $x^{\text{э}}$, $y^{\text{э}}$ некоторой формальной математической зависимостью $\square$. Структура $\square$ не зависит явно от свойств протекаемых в системе физико-химических процессов и выбирается из условий удобства определения вектора a и применения ММ (обычно структура $\square$ задается линейная по a).

В зависимости от способа задания $x^{\text{э}}$ различают активные и пассивные экспериментальные методы. В активных методах экспериментатор сам создает испытательный сигнал $x^{\text{э}}$ желаемой формы, в пассивных методах используются естественные случайные изменения входных и выходных координат объекта.

В большинстве случаев экспериментальный метод построения ММ базируется на трех допущениях: 1) объект есть система с сосредоточенными переменными; 2) статические и динамические свойства системы неизменны во времени, т.е. ММ стационарны; 3) уравнения статики и динамики линеаризуемы в малом, т.е. при небольших отклонениях y от установившегося состояния выполняется принцип суперпозиции. Справедливость второго и третьего допущений проверяется экспериментальным путем.

При исследовании статики технологических систем наиболее часто встречаются системы со следующими типами структурных схем: $\square$ – системы с одной входной x и одной выходной y переменными (SISO-системы, Single Input Single Output); $\square$ – системы с m независимыми входными и одной выходной переменными (MISO-системы, Multi Input Single Output); $\square$ – системы с m независимыми входными и n выходными переменными (MIMO-системы, Multi Input Multi Output). В ряде случаев система имеет один вход и n выходов ($\square$, SIMO-система, Single Input

Multi Output). Во многих случаях при проведении эксперимента переменная y измеряется с некоторой погрешностью , где – случайный стационарный процесс с нулевым средним и дисперсией . Математические модели статики объекта со структурными схемами записываются в виде:

где – условное математическое ожидание случайной величины .

Построение модели статики объекта SISO-системы включает три следующих этапа.

А. Подготовка и планирование эксперимента. На этом этапе изучается система, составляется его структурная схема, экспериментальная установка оборудуется приборами для контроля (регистрации) переменных x и y. Определяется диапазон возможных изменений входной переменной x, оценивается время $T_0 = t_2 - t_1$ окончания переходного процесса $y(t)$, вызванного ступенчатым возмущением $x(t)$ в момент времени t_1. Здесь t_2 – момент времени, когда скорость изменения выходной переменной становится приближенно равной нулю.

Планирование эксперимента обычно сводится к выбору числа опытов d, которое определяется по формуле , (обычно), и оценке времени эксперимента , где . Ряд дополнительных опытов может ставиться при одном значении x для оценки дисперсии воспроизводимости.

Б. Проведение эксперимента. Экспериментатор устанавливает значение и спустя время регистрирует значение выходной переменной $y(1)$. Затем устанавливается значение входной переменной , измеряется $y(2)$ и т.д. В конце эксперимента получаем таблицу .

В. Обработка результатов эксперимента. *На этом этапе производится статистическая обработка опытных данных и собственно построение математической модели статики системы (статической характеристики). Статическая характеристика объекта* y = f(x) *используется для оптимизации объекта и расчета линейных систем автоматического регулирования.*

Иногда из каких-то дополнительных соображений известно, что приближающую функцию целесообразно искать в виде:

Если параметры определяются из условия совпадения $y(j)$ и приближающей функции $f(x_j)$ в точках , так называемых узлах интерполяции:

,

то такой способ приближения называют интерполяцией или интерполированием.

Пусть – наименьшее из чисел x_i-узлов интерполяции, а – наибольшее из них. Если точка x, в которой вычисляется значение $f(x)$, лежит вне отрезка , то наряду с термином «интерполяция» употребляют термин «экстраполяция».

Наиболее часто используется интерполяция многочленами. Однако это не единственный возможный вид интерполяции. Иногда удобнее приближать функции тригонометрическими функциями, в других задачах целесообразно приближать многочленом не $f(x)$, а $\ln [f(x)]$, или приближать $f(x)$ не многочленом от x, а многочленом от $\ln [x]$.

В последние годы значительно расширяется круг задач, где целесообразна интерполяция дробно-рациональными функциями:

.

Среди способов интерполирования наиболее распространен случай линейного интерполирования, когда приближение ищется в виде

,

где – фиксированные функции, а значения коэффициентов определяются из условия совпадения опытных данных с приближаемой функцией в узлах интерполяции :

. (2.1)

Наиболее изучен случай интерполирования, когда

.

В этом случае система уравнений (2.1) имеет вид:

. (2.2)

Далее мы предполагаем, что все различные. Определитель этой системы отличен от нуля. Следовательно, система (2.2) всегда имеет решение, и притом единственное.

Непосредственное нахождение коэффициентов с помощью решения этой системы уже при сравнительно небольших n, например при $n = 20$, приводит к серьезному искажению коэффициентов с вычислительной погрешностью. Кроме того, уже сама запись многочлена в традиционной форме часто приводит к большой вычислительной погрешности результата. Поэтому в практике вычислений применяются другие виды (явные представления) интерполяционного многочлена и способы его записи:

- интерполяционный многочлен Лагранжа

; (2.3)

- интерполяционная формула Ньютона

(2.4)

где – разделенная разность k-го порядка.

Подчеркнем еще раз, что формулы (2.3), (2.4) представляют собой различную запись одного и того же многочлена , удовлетворяющего условиям интерполяции (2.2).

Интерполяционную формулу Ньютона удобнее применять в том случае, когда интерполируется одна и та же функция $f(x)$, но число узлов интерполяции постепенно увеличивается. Если узлы интерполяции фиксированы и интерполируется не одна, а несколько функций, то удобнее пользоваться формулой Лагранжа.

Как уже отмечалось выше, интерполирование многочленом Лагранжа или Ньютона на всем отрезке с использованием большого числа узлов интерполяции часто приводит к плохому приближению, что объясняется накоплением погрешностей в процессе вычислений. Для того, чтобы избежать больших погрешностей в процессе вычислений, весь отрезок разбивают на частичные отрезки и на каждом из частичных отрезков приближенно заменяют функцию $f(x)$ многочленом невысокой степени (так называемая кусочно-полиномиальная интерполяция).

Одним из таких способов интерполирования на всем отрезке является интерполирование с помощью сплайн-функций (сплайнов). Пусть на задана непрерывная функция $f(x)$. Введем сетку и обозначим .

Сплайном соответствующей функции $f(x)$ к данным узлам называется функция $S_p(x)$, удовлетворяющая следующим условиям:

а) на каждом сегменте , функция $S_p(x)$ является многочленом третьей степени;

б) функция $S_p(x)$, а также ее первая и вторая производные непрерывны на ;

в) .

Сплайн, определяемый условиями а, б, в называется также интерполяционным кубическим сплайном.

На каждом из отрезков , будем искать функцию в виде многочлена третьей степени:

где – коэффициенты, подлежащие определению.

Вычислим производные сплайна :

Следовательно,

Из условия непрерывности сплайна на всем отрезке интерполирования получаем при $j = 0, 1, ..., n - 1$ уравнения

.

Перепишем эти уравнения с учетом обозначения :

. (2.5)

Условия непрерывности первой производной сплайна $S_p(x)$

приводят к уравнениям

. (2.6)

Из условия непрерывности второй производной получаем уравнения

. (2.7)

Объединяя (2.5) – (2.7), получаем систему $3n - 2$ уравнений относительно $3n$ неизвестных . Два недостающих уравнения получают, задавая граничные условия для $S_p(x)$. Предположим, что функция $f(x)$ удовлетворяет условиям . Отсюда получаем , т.е.

Таким образом, после некоторых преобразований приходим к замкнутой системе для определения коэффициентов кубического сплайна:

(2.8)

В силу диагонального преобладания система (2.8) имеет единственное решение. Так как матрица системы трехдиагональная, решение легко найти методом прогонки. По найденным коэффициентам определяются коэффициенты с помощью явных формул

(2.9)

Заметим, что можно рассматривать и другие граничные условия.

Не всякую функцию целесообразно приближать алгебраическими многочленами. Существуют и другие способы интерполирования, например тригонометрическая интерполяция, приближение рациональными функциями, сглаживание сеточных функций, приближение функций с помощью нейронных сетей.

Приближение функций с помощью нейронных сетей. В последние годы появился новый алгоритмический аппарат приближения функций многих переменных с помощью линейных операций и суперпозиций функций одного переменного. Такое приближение осуществляется специальными формальными устройствами – *нейронными сетями*, состоящими из формальных *нейронов*.

Нейрон получает на входе вектор сигналов x, вычисляет его скалярное произведение на вектор весов α и некоторую функцию одного переменного , где z – скалярное произведение x на α. Результат рассылается на входы других нейронов или передается на выход. Таким образом, нейронные сети вычисляют суперпозиции простых функций одного переменного и их линейных комбинаций.

Для описания алгоритмов и устройств в нейроинформатике выработана специальная схемотехника, в которой элементарные устройства – сумматоры, синапсы, нейроны и т.п. – объединяются в сети, предназначенные для решения задач. Наиболее важные элементы нейросистем – *адаптивный сумматор* и *нелинейный преобразователь*. Адаптивный сумматор вычисляет скалярное произведение входного сигнала x на вектор параметров α (рис. 2.2).

Адаптивным его называют из-за наличия вектора настраиваемых параметров α. Нелинейный преобразователь получает скалярный входной сигнал z и переводит его в (рис. 2.3).

Стандартный формальный нейрон составлен из входного сумматора, нелинейного преобразователя и точки ветвления (рис. 2.4).

Точка ветвления служит для рассылки одного сигнала по нескольким адресам. Она получает скалярный входной сигнал z и передает его выходам. Среди нейронных сетей можно выделить две базовые архитектуры: *слоистые и полносвязные сети*.

Рис. 2.2. Адаптивный сумматор

Рис. 2.3. Нелинейный преобразователь

Рис. 2.4. Формальный нейрон

В слоистых сетях нейроны расположены в несколько слоев (рис. 2.5). Нейроны первого слоя получают входные сигналы, преобразуют их и через точки ветвления передают нейронам второго слоя. Далее срабатывает второй слой и т.д. до k-го слоя, который выдает выходные сигналы для пользователя. Если не оговорено противное, то каждый выходной сигнал i-го слоя подается на вход всех нейронов (i + 1)-го слоя. Число нейронов в каждом слое может быть любым и никак заранее не связано с количеством нейронов в других слоях. Стандартный способ подачи входных сигналов: все нейроны первого слоя получают каждый входной сигнал. Особое распространение получили трехслойные сети, в которых каждый слой имеет свое наименование: первый – входной, второй – скрытый, третий – выходной.

В полносвязных сетях каждый нейрон передает свой выходной сигнал остальным нейронам, включая самого себя. Выходными сигналами сети могут быть все или некоторые выходные сигналы нейронов после нескольких тактов функционирования сети. Все выходные сигналы подаются всем нейронам.

Рис. 2.5. Слоистая сеть

Таким образом, нейронные сети вычисляют линейные функции, нелинейные функции одного переменного, а также все возможные суперпозиции – функции от функций, получаемые при каскадном соединении сетей.

Рассмотрим более подробно слоистую сеть (рис. 2.5). Ее структура характеризуется числом k и количеством нейронов m в каждом слое. Заметим, что в слоистой сети связи между нейронами в слое отсутствуют.

Введем новые обозначения: вход i-го нейрона k-го слоя – , выход i-го нейрона – , количество нейронов в k-м слое – N_k, k = 1, 2, ..., K. Тогда суперпозиция входных сигналов i-го нейрона имеет вид:

.

Здесь – весовые коэффициенты, являющиеся настраиваемыми параметрами и характеризующими связь j-го нейрона (k – 1)-го слоя с i-м нейроном k-го слоя.

Для нулевого слоя имеем . С учетом принятых обозначений аппроксимирующая функция g_i, $i = 1, N_k$, представляет собой персептрон и может быть записана в виде:

В качестве функций активации нейронов (нелинейного преобразователя нейронов φ) часто используют гладкие функции вида:

Приближение функций с помощью нейронных сетей сводится к их обучению. При этом входные сигналы x подаются обучаемой сети на обработку, задаются значения весовых коэффициентов α, а получаемые выходные сигналы g сравниваются с экспериментальными данными y. Затем строится оценка работы сети, например, как критерий максимального правдоподобия:

,

где – i-й выход сети, соответствующий векторам входных сигналов и весовых коэффициентов α; P – объем обучающей выборки .

Поиск оптимальных значений весовых коэффициентов α, при которых критерий минимален, производится с помощью известных методов решения экстремальных задач.

При обучении нейронных сетей целесообразно использовать метод регуляризации, позволяющий получить сглаженные функции . При этом оценка работы сети выбирается в виде:

,

где β – параметр регуляризации; – равномерно выпуклая функция, например, .

Оптимальное значение параметра регуляризации β подбирается итерационным методом.

Традиционный метод снятия динамической характеристики SISO-системы заключается в нанесении искусственного возмущения регулярной формы входной координате и в регистрации изменений выходной переменной . Переходный процесс аппроксимируется решением линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Подготовка и планирование эксперимента. Работа по подготовке эксперимента начинается с изучения конструкции и режимов эксплуатации технологической системы, выбора основных выходных и входных переменных, составления структурной схемы объекта. Экспериментальное исследование динамики MIMO-систем проводится по каждому из каналов , , и т.д. при стабилизированных значениях остальных входных воздействий. Это позволяет структурную схему системы преобразовать в схему объекта (системы) с одним входом и одним выходом .

Планирование эксперимента сводится к выбору вида возмущающего воздействия, количества опытов и величины амплитуды испытательного сигнала. Испытательные воздействия делятся на апериодические и периодические. К первым относятся ступенчатая функция, прямоугольный импульс, прямоугольная волна. Эти воздействия применяют для снятия переходных функций с промышленных объектов.

Периодические испытательные воздействия типа синусоиды и прямоугольной волны применяют для снятия амплитудно-фазовых характеристик (АФХ). При планировании экспериментов следует учитывать длительность их проведения.

Проведение эксперимента. Перед началом опыта на объекте устанавливается рабочий режим, стабилизируются основные источники возмущений и проверяется правильность включения регистрирующей аппаратуры. При снятии переходных функций испытательный сигнал наносят вручную или с помощью исполнительного механизма резким изменением положения регулирующего органа. Возмущение наносится в момент времени, принимаемый за нулевой, когда Регистрация изменений переменной , т.е. запись функции , прекращается после того, как, начиная с некоторого момента времени , установятся значения или, для объектов с интегрирующими свойствами, .

На этом этапе частично проверяются предположения о линейности и стационарности динамических свойств объекта. Для этого по всем экспериментальным кривым вычисляются коэффициенты усиления и сравниваются между собой. Помимо этого сравниваются соответствующие ординаты (точнее, их абсолютные значения) переходных функций, полученных при воздействиях и , а также проверяется выполнение принципа суперпозиции для кривых , снятых при сигналах и . При существенном различии коэффициентов усиления или при существенном нарушении принципа суперпозиции требуется уменьшить амплитуду испытательного воздействия и провести опыт повторно.

Для проверки справедливости предположения о стационарности динамических свойств объекта требуется постановка еще нескольких серий аналогичных экспериментов по снятию через достаточно большие (по сравнению с) промежутки времени.

При снятии АФХ с использованием генератора синусоидальных сигналов первые 3 – 5 периодов колебаний координаты носят неустановившийся характер и не пригодны для обработки. В процессе проведения опытов рекомендуется тщательно наблюдать за дрейфом оси колебаний и соблюдением норм допустимых отклонений выходной переменной. С увеличением частоты опыта следует увеличивать и амплитуду испытательного сигнала.

Периодические колебания формы прямоугольной волны обычно получают вручную или с помощью исполнительного механизма. Возможны два способа генерирования . В первом случае переключения с на и наоборот осуществляются в моменты времени
Такой метод прост, но применять его можно лишь тогда, когда в процессе эксперимента не наблюдается дрейф оси колебаний.

Второй метод генерирования прямоугольной волны предполагает выбор моментов переключения в зависимости от значения выходной переменной . Переменная изменяется с на в момент выполнения равенства = , где – некоторое постоянное для данной частоты число. В этом случае осуществляется своеобразное двухпозиционное регулирование выходной переменной, и опасность дрейфа оси колебаний устраняется. Однако этот метод трудоемок и требует больших затрат времени на получение установившихся колебаний.

Проверка предположения о линейности в малом динамических свойств объекта осуществляется путем сравнения частот входных и выходных колебаний. Помимо этого сравниваются ординаты амплитудной характеристики , полученные при входных воздействиях и , где – максимальное значение выходных колебаний.

Примеры изменения выходной переменной при ступенчатом изменении управляющего воздействия на входе для ряда объектов, динамика которых описывается дифференциальными уравнениями первого и второго порядков, приведенных на рис. 2.6.

Здесь графики «кривых разгона» соответствуют:

– рис. 2.6, *а*

;

– рис. 2.6, *б*

– рис. 2.6, *в*

– рис. 2.6, *г*

Обработка экспериментальных кривых , снятых при различных испытательных сигналах , начинается с их усреднения:

.

Далее из переходной функции выделяется время «чистого» запаздывания τ, определяемое как отрезок времени, во всех точках которого выполняется неравенство , где Δ – погрешность измерения переменной .

Единичная функция может быть задана непрерывно или дискретно в моменты времени , на отрезке времени . Коэффициент усиления объекта находится из соотношения . Во многих случаях экспериментальные переходные функции искажены помехами. Для сглаживания применяют усреднение по множеству или по времени. Чаще сглаживание осуществляется по формуле скользящего среднего или методом четвертых разностей.

Так как по сделанным предположениям функция снята с линейного объекта с сосредоточенными переменными, динамические свойства которого неизменны во времени, то ее допустимо аппроксимировать решением линейного дифференциального уравнения в обыкновенных производных с постоянными коэффициентами при нулевых начальных условиях. Порядок дифференциального уравнения обычно выбирают не выше 2 – 3. Известно большое число способов определения дифференциальных уравнений по переходным функциям.

Основная задача этапа обработки результатов экспериментов по снятию амплитудно-фазовых характеристик заключается в построении по экспериментальным колебаниям и графиков амплитудных и фазовых характеристик и в аппроксимации последних каким-либо аналитическим выражением.

Обработку результатов эксперимента начинают с выделения установившихся колебаний переменных и . Если эти колебания имеют синусоидальный характер, то на каждой частоте , находят усредненные величины амплитуд:

и временных сдвигов (запаздываний) между и :

.

Здесь и – амплитуды гармоник входных и выходных колебаний на *i*-м периоде. Число *m* анализируемых периодов должно быть не менее 2 – 3. Величина равна отрезку времени между моментами пересечения гармониками и своих средних значений на i-м периоде. Если выходные колебания отстают по фазе от входных, то берется со знаком минус.

Далее находят значения амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристик при частоте опыта .

В том случае, когда в качестве испытательного сигнала применяется прямоугольная волна, необходимо выделить из нее первую гармонику. Для этого разлагается в ряд Фурье и удерживается первый член разложения:

,

где A – амплитуда прямоугольной волны.

Колебания выходной переменной могут быть близкими к гармоническим и не нуждаться в дополнительной обработке, если объект обладает хорошими фильтрующими свойствами и частота опыта , где – условная частота среза. Если же отличается от синусоиды, но является нечетной функцией, то необходимо использовать разложение наблюдаемых колебаний в ряд Фурье по синусам:

,

где – гармоническая составляющая колебаний;

,

где – значения в равноотстоящих точках , i-го периода колебаний.

Число точек удобно выбирать равным 12, 18 и 24, так как при этом упрощается вычисление значений функции . Функция строится на графике совместно с колебаниями и определяется величина временного сдвига (амплитуда).

Если функцию нельзя рассматривать как нечетную, то необходимо использовать обычное разложение Фурье.

Чаще всего найденные значения и требуется аппроксимировать каким-либо удобным для инженерных расчетов выражением амплитудно-фазовой характеристики. Трудность заключается в том, что зависимость между и , полученными с промышленных объектов, неоднозначна вследствие наличия запаздывания, т.е. по амплитудной характеристике нельзя вычислить значения фазы, и наоборот. Для устранения подобной неоднозначности в выражение АФХ вводится звено «чистого» запаздывания, амплитудная характеристика которого тождественно равна единице, а фазовая характеристика линейно зависит от частоты, т.е. . Величину времени «чистого» запаздывания τ определяют из переходной функции как тангенс угла наклона асимптоты фазовой характеристики к оси частот ω.

Наиболее часто при аппроксимации и заранее задаются структурой АФХ, например, в виде

,

где m и n – известные числа ($m \leq n$).

Для нахождения и применяют интерполяционный способ или метод наименьших квадратов. Пусть искомые коэффициенты , входят в дифференциальное уравнение

,

где , коэффициент определяется из предельного соотношения Δz – величина входного ступенчатого воздействия; коэффициент принимается равным единице.

Структура уравнения, как правило, известна из анализа изучаемого процесса в системе, переходная функция которой записана при начальных условиях . Из переходной функции исключено время чистого запаздывания.

Задачу нахождения коэффициентов и обычно сводят к задаче определения минимума функции переменных. Для этого используется функционал

или при дискретном измерении

.

Минимизацией функционала величин обеспечивается наилучшее квадратичное приближение к .

При задании результатов эксперимента таблицами значений амплитудной и фазовой , характеристик процедура нахождения коэффициентов заданного дифференциального уравнения будет следующей. Преобразовав дифференциальное уравнение с нулевыми начальными условиями по Лапласу и приняв , можно записать выражение для вычисления ординат при действительных простых корнях характеристического многочлена:

,

где ; ; – корни характеристического многочлена дифференциального уравнения; – нули полинома .

Далее составляют функцию переменных , или :

и каким-либо методом находят ее минимум. Вычисление ординат фазочастотной характеристики осуществляют по формуле

или .

Строится функция «невязок» между экспериментальной и расчетной фазовыми характеристиками:

,

которая аппроксимируется прямой линией, тангенс угла наклона которой равен времени запаздывания:

.

Если или дисперсия приближения

велика относительно квадрата средней погрешности измерения фазового сдвига, то, очевидно, структура амплитудно-фазовой характеристики выбрана неудачно.

Начальные приближения коэффициентов выбираются на основе физических представлений о динамических свойствах исследуемого объекта, что, конечно, затрудняет процедуру определения минимума функции Ф и требует задания ряда наборов или . Для не очень сложных структур дифференциального уравнения начальные приближения или можно определить интерполяционным способом. В этом случае ординаты для , приравниваются величинам . Корни получающейся системы нелинейных алгебраических уравнений находятся приближенным методом на ЭВМ. Заметим, что эта задача не менее сложна, чем отыскание минимума функции Ф.

2.2. аналитический метод

Методика составления аналитических моделей систем включает несколько этапов.

1. *Изучение системы*. Проводится анализ конструкции системы и протекающих в ней физико-химических процессов.

2. *Составление структурной схемы системы*. Исследуемая система условно разделяется на ряд *элементов* или *элементарных областей*, в качестве которых обычно выделяют или самостоятельные части системы или область заданных размеров, рассматриваемую в течение заданного интервала времени.

С задачей рационального расчленения ТС на элементы и элементарные области тесно связана задача принятия системы допущений. В общем случае обсуждаются и затем принимаются или отвергаются следующие важнейшие допущения: о стационарности процессов в элементе или элементарной области; о сосредоточенности или распределенности его переменных; об учете тех или иных физико-химических явлений, имеющих место в данном элементе или элементарной области и т.п. Допущения представляют компромисс между требуемой или желаемой точностью описания статических свойств объекта и возможностью как количественной оценки физико-химических явлений, так и решения получающихся уравнений.

3. *Составление математического описания процессов, протекающих в отдельных элементах или элементарных областях*. Для бесконечно малого объема элементарной области технологической системы с распределенными переменными выписываются уравнения теплового и материального балансов в интегральной форме. Затем эти уравнения с помощью теорем о среднем и конечных приращениях преобразуются в дифференциальную форму. Если уравнения имеют аналитические решения, то математическое описание процессов, протекающих в элементарной области, задается системой конечных соотношений.

Для ТС с сосредоточенными переменными уравнения материального и теплового балансов записываются в конечной форме.

Следует помнить, что в математическое описание элемента входят граничные условия для дифференциальных уравнений и связи с другими, соседними, элементами или областями.

4. *Определение параметров* (*коэффициентов*) *уравнений процессов, протекающих в элементах или элементарных областях*. Для определения коэффициентов и других параметров уравнений модели ТС необходимо знать физико-химические свойства перерабатываемых веществ, константы скоростей химических реакций, процессов тепло- и массопереноса и т.д. Разумеется, необходимо знать также все определяющие геометрические размеры элементов и элементарных областей, на которые условно разделяется ТС.

Часть интересующей нас информации можно найти в соответствующей технической и научной литературе, для определения же отдельных коэффициентов и констант требуется постановка специальных лабораторных экспериментов. Результаты экспериментов чаще всего представляют в критериальной форме, что позволяет распространять их на подобные (в определенном смысле) элементы и объекты.

Определение коэффициентов и других параметров модели очень часто является исключительно трудоемкой и кропотливой работой. Реальная возможность определения численных значений тех или иных параметров всегда должна учитываться при составлении структурной схемы объекта и принятии системы допущений. Погрешность определения параметров существенно влияет на точность и адекватность математического описания.

5. *Составление и анализ уравнений аналитической модели технологической системы*. Процессы, протекающие в ТС (например, в химико-технологических аппаратах), представляют на схемах в виде типовых технологических операторов (ТО), которые подразделяются на основные и вспомогательные (рис. 2.7).

Структурные схемы технологических систем представляют следующие виды потоков: последовательный (*а*), параллельный (*б*) и обратный (рециркуляционный) (*в*) (рис. 2.8). Структурные схемы ТС почти всегда можно представить в комбинации рассмотренных типовых технологических потоков. Зная, например, модели статики отдельных технологических аппаратов, можно аналитически построить математическую модель статики (статическую характеристику) всей технологической системы.

С использованием описанной выше методики рассмотрим технику вывода (получения) аналитических моделей процессов теплообмена, протекающих в технологических аппаратах, из фундаментальных законов природы.

Процессы теплообмена осуществляют в теплообменных аппаратах (теплообменниках). По назначению теплообменные аппараты бывают подогревателями, холодильниками, испарителями, конденсаторами, дистилляторами, сублиматорами, плавителями и т.п.

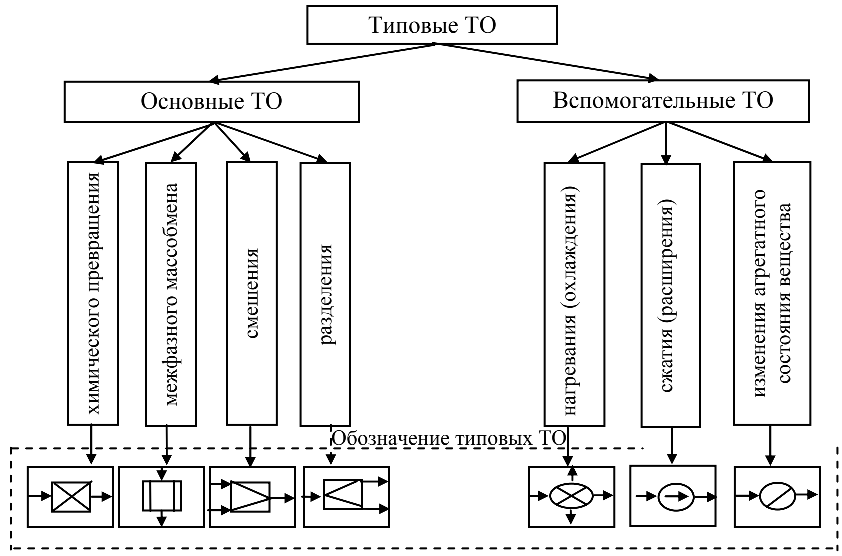


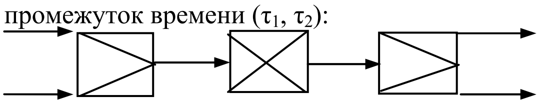
Рис. 2.7. Классификация типовых технологических операторов

По способу передачи теплоты различают теплообменники поверхностные и смесительные. В первом случае передача тепла происходит через разделяющие твердые стенки, во втором – непосредственный контакт (смешение) нагретых и холодных сред (жидкостей, газов, твердых веществ).

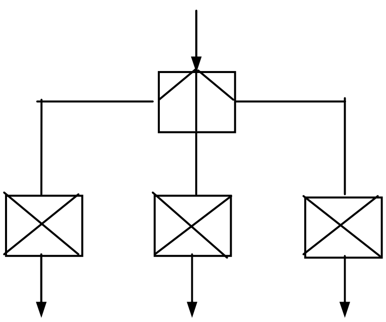
Рассмотрим вывод уравнений ММ процесса нагрева потока жидкости конденсирующимся паром, осуществляемого в рекуперативном теплообменнике (рис. 2.9).

Предположим, что нагреваемый поток жидкости подается в трубное (реакционное) пространство, пар – в межтрубное пространство (змеевик или теплообменную рубашку). Движение потока жидкости соответствует определенной типовой модели гидродинамики: 1) идеальное смешение; 2) идеальное вытеснение; 3) диффузионный режим и т.д.

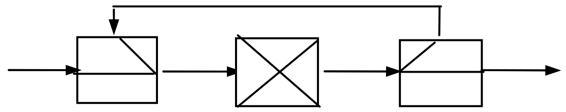
1. Гидродинамика нагреваемого потока соответствует модели идеального смешения, а пар подается в змеевик, находящийся внутри реакционного пространства аппарата (рис. 2.10). При сделанных допущениях температура жидкости в каждой точке реакционного пространства теплообменника и на его выходе одинакова, а пар конденсируется при температуре t_k. Составим уравнение теплового баланса по потоку нагреваемой жидкости за промежуток времени (τ_1, τ_2):



а)



б)



в)

Рис. 2.8. Типы технологических потоков:
а – последовательный; *б* – параллельный; *в* – обратный (рецикл)

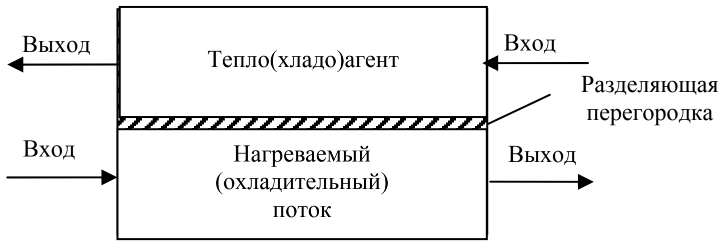


Рис. 2.9. К выводу уравнений ММ процесса теплообмена через разделяющую перегородку

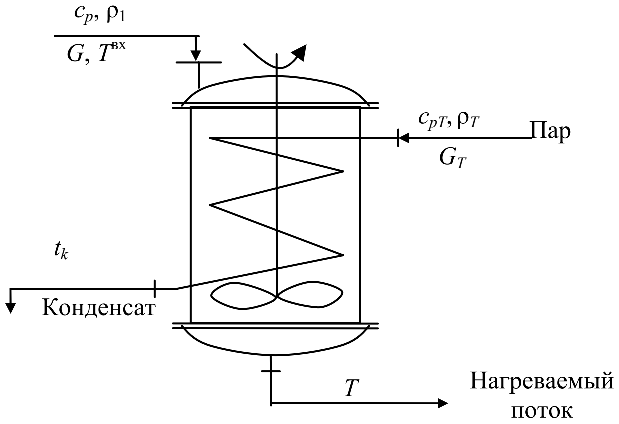


Рис. 2.10. К выводу уравнений ММ

,

где c_p, ρ и G – теплоемкость, плотность и расход потока жидкости соответственно; S – поверхность теплообмена; V – объем реакционной зоны теплообменника; k_T – коэффициент теплопередачи.

Пользуясь теоремой о среднем, получим равенство

которое при помощи теоремы о конечных приращениях можно преобразовать к виду:

где τ_3, τ_4, τ_5 – промежуточные точки интервала .

Отсюда после сокращения на $\Delta\tau$ находим:

.

Наши рассуждения относятся к произвольному промежутку времени (τ_1, τ_2). Переходя к пределу при (τ_1, τ_2) → τ, получим уравнение динамики процесса теплообмена:

,

из которого следует уравнение (модель) статики процесса при :

или .

2. Гидродинамика нагреваемого потока жидкости соответствует модели идеального вытеснения. В этом случае теплообмен осуществляется в аппарате типа «труба в трубе», причем пар подается в межтрубное пространство. Составим уравнение теплового баланса на участке трубы (l_1, l_2) за промежуток времени (τ_1, τ_2):

где d – внутренний диаметр трубы; S – площадь поперечного сечения.

Пользуясь теоремой о среднем, получим равенство, которое при помощи теоремы о конечных приращениях преобразуем к виду:

которое при помощи теоремы о конечных приращениях можно преобразовать к виду:

где τ_3, τ_4, τ_5 и – промежуточные точки интервалов (τ_1, τ_2) и (l_1, l_2).

Отсюда после сокращения на произведение находим:

.

Все рассуждения относятся к произвольным промежуткам (l_1, l_2) и (τ_1, τ_2). Переходя к пределу при (l_1, l_2) → l и (τ_1, τ_2) → τ, получим уравнение динамики процесса теплообмена в аппарате типа «труба в трубе»:

,

из которого можно получить уравнение статики при :

; ,

где – скорость движения потока жидкости.

3. Гидродинамика нагреваемого потока жидкости соответствует диффузионной модели. Уравнение диффузионной модели теплообмена можно получить при подсчете баланса теплоты на отрезке (l_1, l_2) за некоторый промежуток времени (τ_1, τ_2):

Используя аналитические выкладки, аналогичные вышеприведенным, можно получить уравнение диффузионной модели динамики теплообмена:

,

из которого легко получить уравнение (модель) статики при :

, , .

4. Гидродинамика нагреваемого потока жидкости в аппарате соответствует ячеечной модели. В этом случае поток жидкости, например, в аппарате с мешалкой представляется разделенным на m последовательно соединенных ячеек идеального смешения. Тогда для каждой ячейки и в целом для аппарата можно записать:

;

;

…

.

Если режим движения потока жидкости в аппарате описывается ячеечной моделью с обратными потоками (рис. 2.11), то математическая модель процесса теплообмена принимает вид:

…

;

.

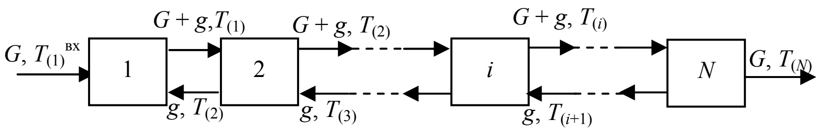


Рис. 2.11. К выводу уравнений ММ процесса теплообмена

Зададим начальные условия для записанных выше уравнений динамики процесса теплообмена:

.

Для получения уравнений модели статики процесса теплообмена необходимо :

;

;

…

;

…

.

П р и м е р 2.1. Оценим профиль температуры нагреваемого потока жидкости, исходя из различных гидродинамических моделей движения этого потока. Зададим условия осуществления теплообмена:

кг/ч; Дж/(кг · К); кг/м^3.

Обогрев осуществляется насыщенным водяным паром, имеющим температуру t = 120 °С.

Диаметр цилиндрической поверхности теплообмена равен м. Коэффициент теплопередачи составляет Вт/(м^2 · К), длина теплообменника – 1,5 м, параметры ячеечной и диффузионной модели: м^2/с. на рис. 2.12 приведены результаты расчета температурного профиля по длине теплообменника.

Результаты свидетельствуют о значительном разбросе температур для различных моделей гидродинамики. Более реальный характер изменения температуры по длине теплообменника отражают ячеечная и диффузионная модели. При этом конечные температуры для данных моделей практически совпадают, но, тем не менее, профили температур различаются существенно.

Приведенный пример подчеркивает важность учета реальной структуры потока в аппарате и его адекватного описания гидродинамическими моделями.

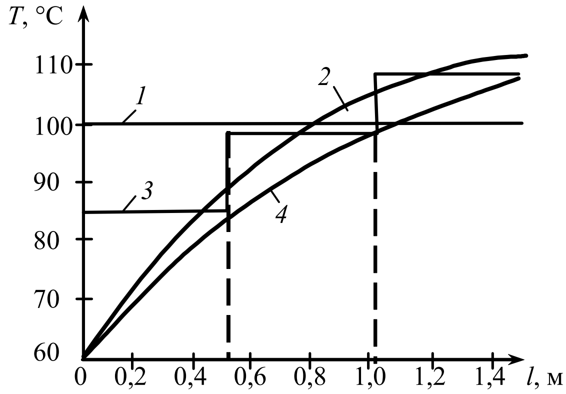


Рис. 2.12. Расчет температурного профиля по различным моделям:
1 – идеальное смешение; *2* – идеальное вытеснение;
3 – ячеечная модель; *4* – диффузионная модель

Вывод уравнения теплопроводности. Для простоты будем рассматривать одномерные процессы теплопроводности. Они имеют место, например, в длинном тонком металлическом стержне, нагреваемом с одного из торцов при условии, что стержень изотропен. Его начальная температура в любом поперечном сечении не зависит от y, z (это условие должно выполняться и на торцах стержня), а потерями тепла с боковой поверхности можно пренебречь.

Рассмотрим произвольное сечение стержня с координатой x. Пусть $\rho(x)$, $c_p(x)$, $k(x)$ – соответственно плотность, удельная теплоемкость и коэффициент теплопроводности в точках этого сечения. Запишем уравнение распространения этого тепла в стержне (уравнение теплопроводности) на некотором отрезке (x_1, x_2) за некоторый промежуток времени (t_1, t_2), применяя закон сохранения энергии (в интегральной форме):

Предположим, что функция имеет непрерывные производные и .

Пользуясь теоремой о среднем, получаем равенство

которое при помощи теоремы о конечных приращениях можно преобразовать к виду:

,

где t_3, t_4, t_5 и x_3, x_4, x_5 – промежуточные точки интервалов (x_1, x_2) и (t_1, t_2).

Отсюда после сокращения на произведение получим:

.

Все эти рассуждения относятся к произвольным промежуткам (x_1, x_2) и (t_1, t_2). Переходя к пределу при ______ и ______, получим уравнение

______,

которое называется уравнением теплопроводности.

Частные случаи

1. Если стержень однороден, то ρ, c_p, k = const, и мы получаем линейное уравнение теплопроводности

______,

где ______ – коэффициент температуропроводности; ______.

Если источники отсутствуют, т.е. ______, то уравнение теплопроводности примет вид:

______.

2. В случае теплообмена с окружающей средой, подчиняющегося закону Ньютона, количество тепла, теряемого стержнем, рассчитываемого на единицу длины и времени, равно ______, где $\theta(x, t)$ – температура окружающей среды; α – коэффициент теплообмена.

Поскольку в нашем приближении не учитывается распределение температуры по сечению, то действие поверхностных источников эквивалентно действию объемных источников тепла. Таким образом, плотность тепловых источников в точке x в момент времени t равна ______, где ______ – плотность других источников тепла.

Если стержень однороден, то уравнение теплопроводности с боковым теплообменом имеет следующий вид:

______,

где ______; ______ – известная функция.

3. Коэффициенты c_p и k, как правило, являются медленно меняющимися функциями температуры. Поэтому сделанное выше предположение о постоянстве этих коэффициентов возможно лишь при рассмотрении небольших интервалов изменения температуры.

Изучение процесса теплопроводности в большом интервале изменения температур приводит к нелинейному уравнению теплопроводности, которое для неоднородной среды запишется в виде

______.

Для получения единственного решения уравнения теплопроводности необходимо к уравнению присоединить начальные и граничные условия.

Начальное условие состоит в задании значений функции ______ в начальный момент ______, т.е. ______.

Граничные условия могут быть различными в зависимости от температурного режима на торцах стержня. Рассматривают три основных типа граничных условий.

1. На торцах стержня в любой момент времени задается температура

______.

2. На торцах стержня задаются потоки теплоты как функции времени

.

К этим условиям мы приходим, если задана величина теплового потока , протекающего через торцевое сечение стержня:

,

откуда , где – известная функция, выражающаяся через заданный поток по формуле

.

3. На торцах стержня задаются линейные соотношения между производной и функцией, например, для $x = l$:

.

Это граничное условие соответствует теплообмену по закону Ньютона на поверхности тела с окружающей средой, температура которой θ известна.

Пользуясь двумя выражениями для теплового потока, вытекающего через сечение $x = l$: и , получаем математическую формулировку третьего граничного условия в виде:

,

где – коэффициент теплообмена; – некоторая заданная функция.

Возможны также и иные виды краевых условий, соответствующие иным физическим ситуациям. Разумеется, допустимы различные комбинации условий, например, на левом конце стержня известна температура, а на правом – поток тепла и т.д.

Более сложный (нелинейный) вариант условий на торцах отвечает сильно нагретому и поэтому излучающему энергию стержню, не контактирующему с какими-либо телами. Тогда в единицу времени стержень теряет на своих границах (торцах) энергию, равную и соответственно. В результате получаются условия:

.

Вывод уравнения диффузии. Если среда неравномерно заполнена газом, то имеет место диффузия его из мест с более высокой концентрацией в места с меньшей концентрацией. Это же явление имеет место и в растворах, если концентрация растворенного вещества в объеме не постоянна.

Рассмотрим процесс диффузии в полой трубке или в трубке, заполненной пористой средой, предполагая, что во всякий момент времени концентрация газа (раствора) по сечению трубки одинакова. Тогда процесс диффузии может быть описан функцией , представляющей концентрацию в сечении x в момент времени t.

Согласно закону Нернста, масса газа, протекающая через сечение x за промежуток времени , равна

;

,

где D – коэффициент диффузии; S – площадь сечения трубки; – плотность диффузионного потока, равная массе газа, протекающего в единицу времени через единицу площадки.

По определению концентрации, количество газа в объеме V равно

.

Отсюда получаем, что изменение массы газа на участке трубки при изменении концентрации на равно

,

где – коэффициент пористости.

При выводе уравнения диффузии будем считать, что в трубке нет источников вещества, и диффузия через стенки трубки отсутствует.

Составим уравнение баланса массы газа на участке за промежуток времени :

.

Отсюда, подобно выводу уравнения теплопроводности, получим уравнение:

,

являющееся уравнением диффузии. Оно вполне аналогично уравнению теплопроводности.

Если коэффициент диффузии постоянен , то уравнение диффузии принимает вид , где .

Если коэффициент пористости , а коэффициент диффузии постоянен, то уравнение диффузии имеет вид: .

Для получения единственного решения уравнения диффузии необходимо к уравнению присоединить начальные и граничные условия.

При переходе к дискретным моделям теплопроводности и диффузии область непрерывного изменения аргументов (x и t) заменяется конечным (дискретным) множеством точек (узлов), называемым сеткой. Вместо функции непрерывного аргумента рассматриваются функции дискретного аргумента, определенные в узлах сетки и называемые сеточными функциями. Производные, входящие в дифференциальные уравнения, заменяются (аппроксимируются) при помощи соответствующих разностных соотношений. В результате дифференциальное уравнение заменяется системой алгебраических (разностных) уравнений. Начальные и краевые условия также заменяются разностными начальными и краевыми условиями.

Естественно требовать, чтобы полученная таким образом разностная краевая задача была разрешима и ее решение при увеличении числа N узлов сетки приближалось (сходилось) к решению исходной задачи.

Пусть область изменения аргументов есть прямоугольник . Построим на отрезке сетку с шагом и сетку с шагом на отрезке .

Множество узлов с координатами и назовем сеткой в прямоугольнике П и обозначим через сетку . Эта сетка равномерна по каждой из переменных x и t.

Пусть Y – сеточная функция, заданная на . Будем обозначать значение сеточной функции Y в узле сетки . Непрерывной функции или , где , будем ставить в соответствие сеточную функцию .

Рассмотрим теперь производную функции . Заменить ее разностным выражением можно бесчисленным множеством способов. Простейшими являются замены вида: – левая разностная производная (левое разностное отношение); – правая разностная производная; – центральная разностная производная, где знак ~ означает соответствие или аппроксимацию.

Обращаясь к формулам для , видим, что и аппроксимируют с первым порядком. Выражения для содержат значения в двух узлах и сетки. Говорят, что оператор является двухточечным или оператором первого порядка.

Множество узлов, значения сеточной функции в которых входят в выражение , называют шаблоном оператора в точке . Очевидно, что шаблон оператора состоит из узлов и , а шаблон – из узлов и .

Возьмем теперь трехточечный оператор, определенный на шаблоне , , :

,

где – произвольное число. В частности при получаем центральную разностную производную , которая аппроксимирует со вторым порядком.

Рассмотрим теперь вторую производную . Выберем трехточечный шаблон, состоящий из узлов , , , и рассмотрим разностный оператор

;

.

На практике аппроксимация производных на многоточечных шаблонах используется редко, так как при увеличении шаблона обычно увеличивается объем вычислительной работы и ухудшаются качества получающихся разностных операторов (в смысле устойчивости).

Рассмотрим более сложный оператор , где – функция двух аргументов x и t, меняющаяся в области . Введем сетку с шагами ; . Произведем замену:

; .

В результате получим разностный оператор

.

Этот оператор определен на шаблоне, состоящем из четырех точек , , , (рис. 2.13, *а*).

Оператор определен не во всех узлах , а только при и , т.е. во внутренних узлах. В остальных узлах, называемых граничными, должны быть заданы начальные и краевые условия. Оператор имеет первый порядок аппроксимации по τ и второй по h:

а) *б*)

Рис. 2.13. Четырехточечный шаблон

.

Аппроксимируем этот же оператор на шаблоне, показанном на рис. 2.13, *б*.

В результате получим оператор

,

аппроксимирующий с тем же порядком точности, что и предыдущий оператор.

Рассмотрим пример постановки разностной задачи для уравнения теплопроводности:

; (2.17)

; .
(2.18)

Введем равномерную сетку и запишем соответствующую разностную краевую задачу:

;

; ; ,

где .

Определим :

,

где .

Если известно, то по этой формуле можно определить во всех узлах (на слое). Так как при задано начальное условие , то последняя формула позволяет определить от слоя к слою значения во всех внутренних узлах сетки , используя при этом краевые условия. В этом случае полученная разностная схема называется *явной*.

Если выбрать другой шаблон, то разностная краевая задача примет вид:

.

В этом случае для определения на новом слое получаем систему алгебраических уравнений:

.

Такая схема называется неявной или схемой с опережением.

После того, как разностная схема написана, возникает, прежде всего, вопрос о разрешимости полученной алгебраической системы уравнений. Если эта система неразрешима, то такую схему следует признать непригодной.

Пусть разностная задача разрешима. Тогда естественно требовать, чтобы при неограниченном измельчении сетки решение разностной задачи стремилось к решению исходной задачи для дифференциального уравнения (схема сходилась). При этом мы предполагаем, что разностная задача решается точно и решение может быть найдено с любым числом знаков. Практически же все вычисления ведутся с конечным числом знаков, и на каждом этапе вычислений допускаются ошибки округления. Если малые ошибки округления, допускаемые на промежуточных этапах вычислительного процесса, при сгущении сетки приводят к большим искажениям решения, то такую схему называют неустойчивой. Она непригодна для практики.

Ошибки вычисления можно рассматривать как возмущения начальных данных или правой части уравнения. Отсюда следует, что от схемы надо требовать, чтобы решение разностной задачи мало менялось при малом изменении входных данных задачи (правой части краевых и начальных условий) или, иными словами, чтобы решение непрерывно зависело от входных данных при измельчении сетки. Если это требование выполняется, то такая схема называется *устойчивой*, в противном случае схема *неустойчива*.

Разностные схемы для нелинейных уравнений теплопроводности (*диффузии*). При написании разностных уравнений естественно исходить из уравнения баланса, которое содержит интегралы от функций и ее производных:

,

где – температура; c – объемная теплоемкость; – плотность источников тепла; – тепловой поток; – коэффициент теплопроводности.

Если существуют непрерывные производные и , то из уравнения баланса следует дифференциальное уравнение теплопроводности:

.

Естественно при написании разностных уравнений, приближенно описывающих тот или иной процесс, исходить из уравнения баланса. Пусть дана сетка (,). Для каждой элементарной ячейки (прямоугольника) этой сетки пишется уравнение баланса, которое содержит интегралы от функции и ее производных вдоль границы ячейки. Для их вычисления необходимо предположение о профиле функций. В зависимости от выбора локальной интерполяции как по x, так и по t мы получим различные схемы. Вопрос о выборе интерполяции подчинен требованиям устойчивости, точности и простоты реализации.

Для примера рассмотрим стационарное уравнение теплопроводности

,

где – мощность стоков тепла (при – источников), пропорциональная температуре .

Выберем на отрезке сетку с шагом h. Напишем уравнение баланса тепла на отрезке ,

:

.

Возьмем простейшую аппроксимацию при :

.

Проинтегрируем равенство на отрезке :

.

Полагая при , будем иметь:

или ; .

Отметим, что есть тепловое сопротивление отрезка .

Заменяя интеграл по одной из формул ,

, получим , и т.д.

В результате получим разностную схему вида:

,

где ; .

Метод баланса, таким образом, позволяет получать схемы, коэффициенты которых во всех узлах сетки вычисляются по одним и тем же формулам как средние значения коэффициентов дифференциального уравнения в окрестности узла сетки.

Все разностные схемы пишутся одинаково во всех узлах сетки и для любых . Такие схемы называются однородными. Для практических целей целесообразно находить коэффициенты схемы по более простым формулам, используя значения в отдельных точках. Обычно используют шаблоны из одной или из двух точек, полагая, например:

,

если непрерывны. Если разрывны, то в этих формулах следует брать полусумму предельных значений слева и справа.

Рассмотрим одномерное с начальными и граничными условиями параболическое уравнение в частных производных, описывающее процессы теплопроводности и диффузии, и обсудим алгоритм его решения.

П р и м е р 2.2. Запишем в общем виде одномерное параболическое уравнение.

; (2.19)

; (2.20)

; (2.21)

, (2.22)

где – температура (концентрация); – коэффициент теплопроводности (диффузии); – объемная теплоемкость; – плотность мощности источников вещества и тепла.

Постановка (2.10) – (2.13) допускает рассмотрение цилиндрических и сферических областей при наличии радиальной симметрии за счет выбора функций (например, при получаем цилиндрическую область, а при – сферическую область).

Представление решения нелинейной краевой задачи (2.10) – (2.13) в аналитической форме возможно лишь в исключительных случаях. Универсальным методом приближенного решения является метод конечных разностей.

Приступим теперь к построению разностной схемы для краевой задачи (2.10) – (2.13). Пусть n и m – фиксированные натуральные числа. Введем на отрезке и сетки и с узлами . Эти сетки определяют сетку в области П. Положим . На этой сетке функция аппроксимируется сеточной функцией , определенной в узлах сетки .

Примем следующие обозначения:

; ; ;

;

; .

Для построения неявной разностной схемы будем использовать четырехточечный шаблон. В результате получим неявную разностную схему с точностью :

;

(2.14)

; (2.15)

Упростим разностную схему (2.14) – (2.17), предполагая h = const, T = const:

Далее, полагая, что , получим схему, линейную относительно :

Решение разностной краевой задачи для находится методом прогонки.

Разностная схема (2.18) нелинейна относительно . Для решения получающейся системы нелинейных уравнений применяются итерационные методы.

Преобразуем разностную схему (2.18), вводя обозначения:

,

где – номер итерации.

В результате получим систему нелинейных алгебраических уравнений вида

. (2.20)

В качестве нулевого приближения обычно берут значение с предыдущего временного слоя .

Решение уравнения (2.20) относительно с краевыми условиями при находится методом прогонки. Для окончания итераций используется условие или же задается определенное число итераций. Обычно уже две-три итерации заметно повышают точность. Неявные схемы вида (2.18) позволяют для обеспечения заданной точности использовать более крупный шаг по времени по сравнению с линейными (безытерационными) схемами (2.19), что зачастую приводит к значительному уменьшению объема вычислительной работы.

Решение систем разностных уравнений методом прогонки. Неявные схемы (2.18, 2.19) для уравнения теплопроводности приводят к системе алгебраических уравнений относительно искомой функции на новом временном слое . Эта система уравнений имеет вид:

; (2.21)

; (2.22)

,

где ; ;

;

;

;

;

.

Задача (2.21), (2.22) разрешима, если . Для нахождения ее решения можно применить обычные методы линейной алгебры или методы итераций. Однако наиболее выгодным или экономичным по объему затрачиваемой работы является метод прогонки или метод факторизации, учитывающий специальный вид матрицы системы уравнений (2.21) – ее трехдиагональность.

Будем искать решение задачи (2.21), (2.22) в виде

, (2.23)

где – неизвестные пока функции. Подставляя в (2.21), исключим и получим , после чего при помощи (2.23) исключим :

.

Уравнение (2.21) будет удовлетворено, если выражения в квадратных скобках равны нулю. Из этих двух равенств находим рекуррентные формулы для определения :

. (2.24)

Сравнивая формулу с краевым условием (2.22) , находим

. (2.25)

Далее, решая (2.24) с начальными условиями (2.25), найдем , .

Определим через из краевого условия (2.22) при . Исключая из формул и , находим

(2.26)

при условии, что .

Из условий разрешимости системы (2.21), (2.22) следует, что для всех .

Алгоритм решения задачи (2.21), (2.22):

1) По начальным данным (2.25) и формулам (2.24) последовательно определяются , затем для (счет идет слева направо – от к).

2) Из (2.26) находится и затем по формуле (2.23) последовательно (справа налево – от к) определяются , , …, , .

Счет по формулам (2.23) устойчив, так как .

Существует еще один вариант формул прогонки:

; (2.27)

; (2.28)

. (2.29)

Алгоритм: 1) по формулам (2.27) и (2.28) последовательно от к (справа налево) определяются сначала , затем для ; 2) по формулам (2.29) последовательно от к (слева направо) находятся .

Нетрудно убедиться в том, что число арифметических операций, производимых при решении задачи (2.21), (2.22), пропорционально числу уравнений.

2.3. Метод моделирования сложных систем

Роль математического моделирования при исследовании сложных систем на МСФ значительно возрастает. Если для состояния нормального функционирования систему можно исследовать без модели экспериментально, то на множестве это сделать практически невозможно.

Как правило, модели на множестве будем представлять в виде систем дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями или разностными уравнениями. Переключения правых частей вызываются изменениями переменной h и обычно происходят в случайные моменты времени. В зависимости от характера изменения переменной h и возможности ее идентификации на рассматриваемых интервалах времени выделим четыре класса систем (рис. 2.14). Дадим краткие определения систем каждого класса, математические модели систем этих классов будут приведены в последующих параграфах.

Пусть – множество последовательно рассматриваемых интервалов времени выполнения системой заданий. Система относится к первому классу и обозначается , если выполняются следующие условия:

(2.30)

и значение известно. Здесь значение на i-м (в порядке очередности) интервале T.

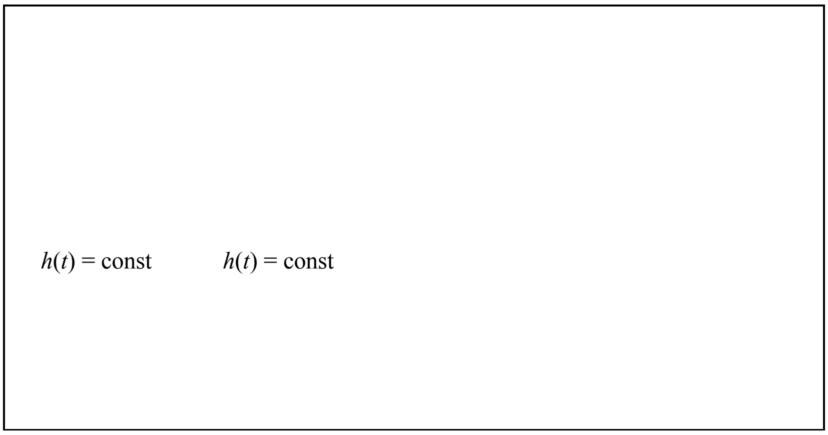


Рис. 2.14. Классификация сложных систем
на множестве состояний функционирования

Итак, интервалы для системы не содержат моментов переключения переменной , изменение происходит как бы в моменты времени, не принадлежащие интервалам . Если же система работает непрерывно, то весь период функционирования ее разбивается на подынтервалы между моментами времени изменения , при этом продолжительность каждого подынтервала должна быть точно большой.

Очевидно, чтобы исследовать свойства системы , достаточно исследовать их для каждого значения . Примерами систем являются гибкие автоматизированные производства, технологические линии, перерабатывающие различное сырье. Упрощенная структурная схема для двух интервалов времени приведена на рис. 2.15, *а*.

Пусть – соответственно начало и конец временного интервала . Система относится ко второму классу и обозначается ; выполняется условие (2.30); состояние функционирования неизвестно, а известно распределение вероятностей значений на интервале .

Системы имеют много общего со стохастическими системами. Структурная схема системы приведена на рис. 2.15, *б*.

Примером системы является информационно-вычислительная осуществляющая периодический сбор и обработку данных. На интервале времени получения информации число нормально функционирующих датчиков является случайной величиной.

Обычно системы рассматриваются на столь малых интервалах времени , что на них отсутствует возможность идентификации переменной или коррекции поведения системы после определения значения .

Пусть – множество моментов времени скачкообразного изменения (переключений) переменной . Система относится к третьему классу и обозначается , если интервал содержит моменты времени изменения значений , т.е.

. (2.31)

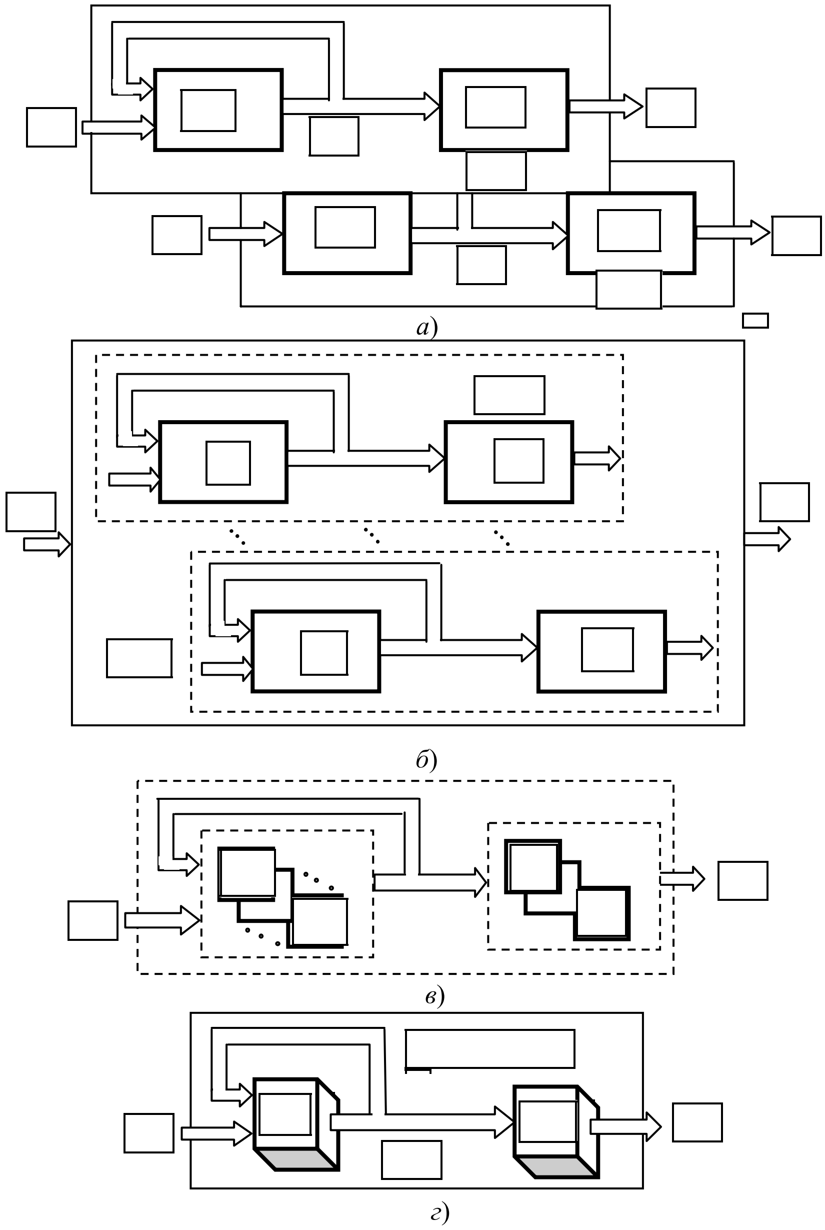


Рис. 2.15. Структурные схемы систем на множестве состояний функционирования (*а*), (*б*), (*в*), (*г*)

Упрощенная схема системы в предположении, что траектория содержит *k* моментов переключений, приведена на рис. 2.15, *в*. Системы наиболее распространены на практике, к ним относятся системы связи, сложные технологические объекты, в процессе выполнения заданий которых могут возникать отказы составных частей.

Пусть – начальное состояние системы для интервала и – множество возможных траекторий , получаемое в соответствии с графом . Система относится к четвертому классу и обозначается если выполняется условие (2.4); в начальный момент времени известно значение и значения неизвестны при , т.е. , не идентифицируется. Упрощенная схема системы приведена на рис. 2.15, *г*. Примерами таких систем являются автоматические устройства без обслуживания.

Заметим, что приведенная классификация не исключает деления системы по другим признакам, например, линейности, детерминированности и т.д. Однако по этим признакам система должна классифицироваться лишь применительно к определенному подмножеству значений переменной .

Рассмотрим задачу моделирования системы которая в пределах рассматриваемого интервала времени имеет одну модель системы, соответствующую определенному значению переменной , т.е.

(2.32)

Модель системы в виде дифференциального уравнения для состояния записывается следующим образом:

, (2.33)

решение которого имеет вид

. (2.34)

Будем систему на множестве называть линейной на интервалах между переключениями переменной и обозначать если .

Если, кроме того, матрицы не зависят от времени, то система называется линейной стационарной и обозначается при этом

. (2.35)

Для системы в состоянии на интервале значение вектора фазовых координат в момент времени определяется по формуле

, (2.36)

где

и I – единичная матрица.

Для линейной стационарной системы вектор определяется следующим образом

. (2.37)

Заметим, что для системы

. (2.38)

Для широкого класса объектов, например, цифровых, импульсных и других дискретных систем, а также непрерывных систем, параметры которых контролируются в дискретные моменты времени, используются модели, записываемые в разностной форме. Разностные уравнения моментов времени , соответствующие системе имеют вид:

; (2.39)

; (2.40)

. (2.41)

Аналогично записываются разностные уравнения для системы

; (2.42)

; (2.43)

. (2.44)

В уравнениях (2.39), (2.42) предполагается, что

,

т.е. на шаге дискретизации вектор входа считается постоянным. Структурная схема дискретной системы в состоянии приведена на рис. 2.16, *а*.

В общем случае модель системы представляет собой множество пар операторов , а также характеристики шумов измерения выходных переменных при каждом значении переменной . Заметим, что система в одних состояниях может быть, например, линейной детерминированной, а в других – нелинейной стохастической и т.д.

а)

б) *в*)

Рис. 2.16. Структурная схема дискретной системы (*а*)
и значения выхода $y(t)$ для состояний h_0 (*б*) и h_1 (*в*)

П р и м е р 2.3. Рассмотрим дискретную систему второго порядка с моделью в виде (2.35), где с начальными условиями . Пусть на интервале времени система находится в состоянии нормального функционирования, при нулевом входе , т.е. исследуется собственное движение системы, шаг дискретизации и матрица , тогда

.

С помощью данной модели нетрудно определить значения вектора фазовых координат z на рассматриваемом интервале времени. Действительно,

Результаты моделирования изменения выходной величины на интервале приведены на рис. 2.16, *б*. Здесь предполагалось, что контроль выхода происходит с пренебрежимо малой погрешностью. На интервале времени значение отличается от состояния , при этом изменилась матрица , а также появилась погрешность изменения выхода с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной 0,1. Модель системы на интервале имеет вид:

.

Изменение выходной величины на интервале приведено на рис. 2.16, *в*.

Заметим, что распределения стационарных и нестационарных вероятностей состояний функционирования и для систем первого класса определяют частоту появления интервалов с соответствующими значениями переменной и используются при расчете эффективности.

П р и м е р 2.4. В качестве примера рассмотрим идентификацию модели теплового объекта. Большой класс тепловых объектов можно представить в виде схемы, содержащей три части: управляемый источник тепла (нагреватель) *1*, нагреваемое тело *2*, оболочка (корпус) *3*, отделяющая тело от окружающей среды (рис. 2.17).

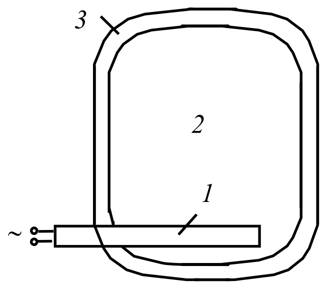


Рис. 2.17. Схема простейшего теплового аппарата

На первом этапе разработки модели примем следующие допущения: 1) температуры частей объекта , , равны их средним по объемам значениям; 2) для нагревателя и стенки корпуса используются усредненные по объемам плотности и удельные теплоемкости ; 3) температура внутренней поверхности корпуса равна температуре нагреваемого тела; 4) между частями объекта и внешней средой имеет место конвективный теплообмен.

При этих допущениях состояние объекта в основном определяется значениями четырех температур , , , (– температура среды). В предположении, что нагревается жидкость, можно записать балансно-кинетическую модель в виде уравнений:

;

;

,

где – объемы соответственно нагревателя, жидкости и корпуса; – наружная поверхность нагревателя; – внутренняя и наружные поверхности корпуса; – коэффициенты теплоотдачи нагревателя и стенок корпуса (изнутри и снаружи); – электрические напряжение и ток нагревателя.

Используя динамическую декомпозицию, введем следующие состояния функционирования, соответствующие различным стадиям (зонам) нагрева. Состояние характеризуется интенсивным повышением температуры нагревателя, при этом изменения температуры корпуса незначительны, потери тепла в окружающую среду отсутствуют. В данном состоянии частная модель имеет вид

;

или

; ; ; ;

; .

В состоянии частная модель учитывает нагрев стенок корпуса *3* аппарата (см. рис. 2.17), т.е.

; ; (2.45)

; ;

.

Для последующих состояний функционирования учитываются потери тепла в окружающую среду, частные модели имеют вид, аналогичный (2.45).

В результате общая модель для четырех состояний функционирования имеет следующую структуру:

;

где – температуры «переключений» состояний функционирования.

Верификация полученной структуры модели осуществляется по экспериментальным данным (рис. 2.18). В частности, решением системы шести уравнений с неизвестными

и оценкой параметров по формулам

получена модель в виде

в достаточной степени отражающая процесс динамики (см. на рис. 2.18).

На втором этапе идентификации оцениваются параметры и границы зон частных моделей. Оценка границ производится с использованием сигналов и (рис. 2.19).

В результате получена общая модель (при):

;

которая удовлетворяет требованиям точности как по величине абсолютной погрешности, так и величине разрыва z_2 в точках «переключения» зон (рис. 2.19). Оценка параметров предварительно производилась с помощью соотношений (2.41), (2.42), затем они уточнялись минимизацией критерия

;

;

,

здесь – весовые коэффициенты; , – значения , рассчитанные по модели; – моменты времени переключения частных моделей; k – число стадий.

Полученная модель использована при создании математического обеспечения контроллера, управляющего процессом нагрева жидкости с минимумом затрат энергии. Оптимальное значение функционала в этом случае на 10 – 15 % ниже, чем при традиционном нагреве.

Вопросы для самопроверки

1. Какие методы применяются при построении моделей систем?

2. В чем заключается аналитический метод построения моделей систем?

3. В чем заключается различие между статическими и динамическими характеристиками системы?

4. Приведите примеры фундаментальных законов природы, используемых при построении аналитических моделей.

5. Что понимается под сложной системой?

6. Что понимается под переменной состояния функционирования сложной системы?

3. Модели систем массового обслуживания

3.1. Общие сведения о моделях систем массового обслуживания

Многие технические, производственные и другие системы при решении задач анализа и синтеза рассматриваются как системы массового обслуживания (СМО). СМО могут быть одноканальные и многоканальные, их функционирование состоит в выполнении поступающего на нее потока требований и заявок. Заявки поступают одна за другой или группами в некоторые обычно случайные моменты времени. Обслуживание поступившей заявки продолжается какое-то время, которое также может рассматриваться как случайное, после чего соответствующий канал освобождается и снова готов для приема следующей заявки. Примерами таких систем являются автоматические системы, автоматические системы управления технологическими процессами (АСУТП), обрабатывающие станки, телекоммуникационные сети, измерительные системы, сервисные системы и т.п.

Любая система массового обслуживания (Queuing System) характеризуется структурой, определяемой составом и функциональными связями. Типовая СМО содержит следующие элементы:

– входящий поток заявок;
– каналы (приборы) обслуживания;
– очередь заявок, ожидающих обслуживания (сценарий обслуживания);
– выходящий поток заявок.

В зависимости от числа каналов и их производительности СМО обладает определенной пропускной способностью, позволяющей с некоторой эффективностью выполнять поток заявок. Предметом теории массового обслуживания является установление зависимости между характером потока заявок, производительностью каналов, числом каналов, сценарием и эффективностью обслуживания. Показателями эффективности обслуживания в зависимости от условий и целей исследуемой задачи могут быть: средний процент заявок, получающих отказ и покидающих систему необслуженными, среднее время ожидания в очереди, вероятность того, что поступившая заявка будет принята к обслуживанию без ожидания в очереди, среднее число заявок в очереди (длина очереди) и т.д. Каждый из этих показателей, с той или другой стороны, характеризует степень приспособленности системы к выполнению потока заявок, т.е. ее пропускную способность.

В узком смысле под пропускной способностью обычно понимают среднее число заявок, которое система может обслужить в единицу времени. Наряду с этим используется термин «относительная пропускная способность», который определяется как среднее отношение числа обслуженных заявок к числу поданных. В общем случае пропускная способность (абсолютная и относительная) зависит как от параметров системы, так и от характера потока заявок.

Если заявки поступают регулярно, т.е. через точно определенные промежутки времени, и обслуживание каждой заявки имеет строго определенную длительность, то расчет пропускной способности системы не представляет особой трудности. На практике заявки обычно поступают в случайные моменты времени, длительность обслуживания заявок тоже носит случайный характер. Поэтому процесс работы системы протекает нерегулярно, в потоках заявок образуются местные сгущения и разрежения. Сгущения входного потока могут приводить к отказам в обслуживании и к образованию очередей, а разрежения – к непроизводительным простоям отдельных каналов или системы в целом. На эти случайности, вызываемые неоднородностью потока заявок, дополнительно накладываются случайности, связанные с задержками обслуживания отдельных заявок. В результате действия этих фактов процесс функционирования системы массового обслуживания представляет собой случайный процесс.

Для решения задач анализа и синтеза системы, оценки ее пропускной способности необходимо разработать математическую модель случайного процесса, протекающего в системе.

Область применения математических моделей и методов теории массового обслуживания непрерывно расширяется. Многие задачи, связанные с автоматизацией производства, используют модели теории массового обслуживания. Например, потоки деталей, поступающих на технологические машины для выполнения различных операций, могут рассматриваться как потоки заявок, ритмичность поступления которых нарушается за счет случайных причин. Аналогичные задачи возникают в телекоммуникационных и транспортных системах. Многие задачи, относящиеся к надежности технических устройств, например, расчет среднего времени безотказной работы, определение необходимого количества запасных деталей, среднего времени простоя в связи с ремонтом и т.д., решаются методами, заимствованными из теории массового обслуживания.

3.2. Модели потоков (событий)

Под потоком событий в теории массового обслуживания понимается последовательность событий, происходящих одно за другим в моменты времени . Примерами таких потоков могут служить: поток деталей на обработку, поток заявок на обслуживание телекоммуникационной сети, поток отказов в автоматической системе и т.п.

В общем случае события, образующие поток, могут быть различными. Если для моделирования работы СМО рассматривается поток, в котором события различаются лишь моментами появления, то его называют потоком однородных событий. Обычно события происходят в случайные моменты времени, и соответствующий поток событий называется *случайным*. Однако в редких случаях возможны регулярные потоки, когда события следуют друг за другом через строго определенные промежутки времени. В последующем, если не оговорено особо, поток событий будет считаться однородным и случайным.

Как уже отмечалось, поток событий называется *регулярным*, если события следуют одно за другим через строго определенные промежутки времени. Регулярный поток сравнительно редко встречается в реальных системах, однако он представляет интерес, как предельный случай для других потоков.

Типичным для системы массового обслуживания является случайный поток заявок (событий). Важными свойствами этого потока для моделирования СМО являются следующие.

1. Стационарность. Поток событий называется *стационарным*, если вероятность попадания определенного числа событий на участок (интервал) времени длиной τ зависит только от длины этого участка и не зависит от того, где на оси времени расположен этот участок.

2. Отсутствие последействия. Поток событий называется *потоком без последействия*, если для любых неперекрывающихся интервалов времени число событий, попадающих на один участок, не зависит от числа событий, попадающих на другие участки времени.

3. Ординарность. Поток событий называется *ординарным*, если вероятность попадания двух или более событий на элементарный (малый) временной участок пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью попадания одного события.

4. Поток событий, обладающий тремя вышеперечисленными свойствами: стационарность, ординарность и отсутствие последействия – называется *простейшим*, или стационарным пуассоновским. Для простейшего

потока число событий, попадающих на любой фиксированный интервал времени, распределено по закону Пуассона.

Условию стационарности удовлетворяют потоки, вероятностные характеристики которых не зависят от времени. Для стационарного потока характерна постоянная плотность, т.е. среднее число заявок в единицу времени. На практике часто встречаются потоки, которые могут рассматриваться как стационарные на ограниченном интервале времени. Например, поток вызовов на телефонной станции в определенное время суток (рабочее время или ночное) может считаться стационарным, а в течение целых суток поток уже нельзя считать стационарным.

Условие отсутствия последствия означает, что заявки поступают на обслуживание независимо друг от друга. Это условие во многих случаях приемлемо для входных потоков. Однако выходной поток обслуженных заявок обычно имеет последствие, даже если входной поток без последствия.

Условие ординарности потока означает, что заявки на обслуживание приходят поодиночке, а не группами (парами, тройками и т.п.). Если в неординарном потоке заявки поступают одинаковыми по составу группами, то его можно свести к ординарному. Для этого достаточно вместо потока отдельных заявок рассмотреть поток групп заявок (пар, троек и т.д.). Если отдельные заявки случайным образом могут оказаться двойными, тройными и т.д., то приходится рассматривать поток разнородных событий.

Простейший поток заявок играет в теории массового обслуживания особую роль, аналогичную роли нормального закона среди законов распределения случайных величин. Известно, что при суммировании большого числа независимых случайных величин, имеющих различные законы распределения, результирующая величина имеет распределение, близкое к нормальному закону. Аналогично, при суммировании большого числа ординарных стационарных потоков, имеющих последействие, получается поток, близкий к простейшему. Это имеет место при условии, что складываемые потоки должны оказывать на суммарный поток равномерно малое влияние.

Обычно достаточно сложить не менее 4-5 потоков, чтобы получить поток, который можно рассматривать как простейший.

Представим отдельный независимый поток событий как последовательность моментов времени наступления событий (для входного потока – поступления заявок) . Тогда суммирование нескольких потоков , заключается в том, что все моменты времени появления событий сносятся на одну временную ось и для суммарного потока можно записать:

. (3.1)

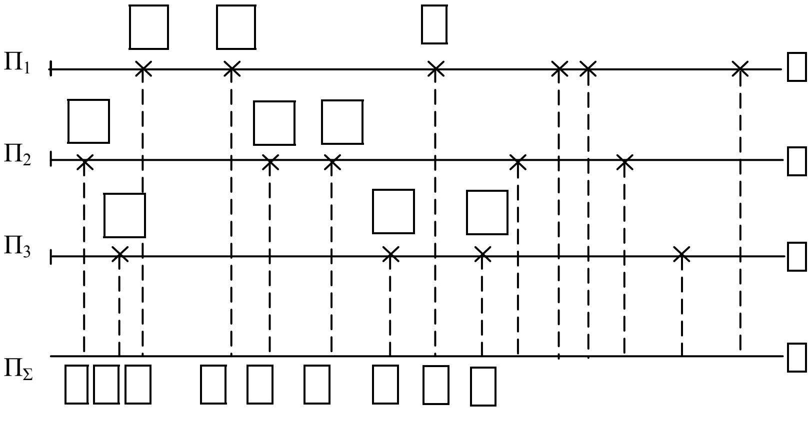


Рис. 3.1. Суммирование потоков событий

На рис. 3.1 показано суммирование потоков при .

Широкое использование простейшего потока в теории массового обслуживания объясняется следующим. Во-первых, простейшие и близкие к ним потоки часто встречаются на практике. Во-вторых, при потоках заявок, отличающихся от простейших, во многих случаях можно получить приемлемые по точности результаты, если поток любой структуры заменить простейшим с той же плотностью.

Для простейшего потока П, как уже отмечалось, число точек, попадающих на временной участок τ, распределено по закону Пуассона с математическим ожиданием

, (3.2)

где λ – плотность потока (среднее число событий, приходящееся на единицу времени).

Вероятность того, что за время τ произойдет ровно m событий, определяется по формуле

. (3.3)

В частности, вероятность того, что участок τ окажется пустым, т.е. m = 0, равна

. (3.4)

Случайное время между соседними событиями в простейшем потоке подчиняется показательному (экспоненциальному) распределению с плотностью вероятности:

(3.5)

где λ – параметр распределения.

Функция распределения времени T для этого закона имеет вид

, (3.6)

а математическое ожидание и дисперсия соответственно равны

; (3.7)

, (3.8)

здесь – знак математического ожидания случайной величины T.

В случае показательного распределения времени T любая информация о том, сколько времени уже протекал этот промежуток, не влияет на закон распределения оставшегося времени. Это свойство показательного закона непосредственно связано со свойством отсутствия последействия простейшего потока.

Поток однородных событий, ординарный и без последействия, но нестационарный, называется нестационарным пуассоновским потоком. Такой поток характеризуется мгновенной плотностью потока в момент времени , т.е.

, (3.9)

где – математическое ожидание числа событий на участке .

Для нестационарного пуассоновского потока число событий , попадающих на временной интервал τ, начинающийся в момент , подчиняется закону Пуассона:

, (3.10)

где *a* – математическое ожидание числа событий на временном интервале , т.е.

. (3.11)

Плотность распределения вероятности времени *T*, функция распределения и вероятность того, что на интервале не появится ни одного события, для данного потока соответственно равны

; (3.12)

; (3.13)

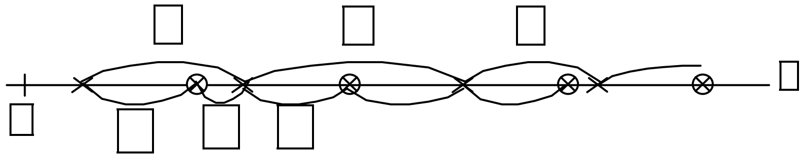
. (3.14)

Если в простейшем потоке снять ограничение на отсутствие последействия, при этом промежутки времени между последовательными событиями для потока представляют собой независимые случайные величины, то такой поток называется потоком с ограниченным последействием или потоком Пальма. Модель данного потока широко используется при анализе надежности систем с резервными элементами, а также в виде выходных потоков СМО. Например, если входной поток заявок простейший, то поток необслуженных заявок (в результате выбывания вследствие занятости всех каналов СМО) будет потоком с ограниченным последствием.

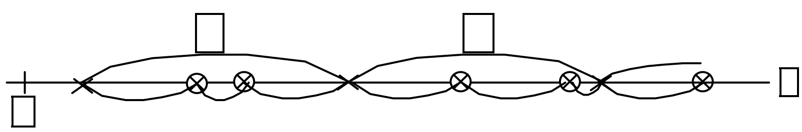
Большое применение на практике находят модели потоков с ограниченным последействием в виде потоков Эрланга различного порядка, которые образуются «просеиванием» простейшего потока. Если в простейшем потоке выбросить каждую вторую точку, то оставшиеся точки образуют поток Эрланга первого порядка, если же в простейшем потоке сохранять каждую третью точку, то получим поток Эрланга второго порядка и т.д. На рис. 3.2, *а*, *б* показаны примеры образования таких потоков, «выброшенные» точки здесь обведены кружками.

Для потока Эрланга *k*-го порядка время *T* между соседними событиями равно сумме $k + 1$ независимых случайных величин, т.е.

, (3.15)



а)



б)

Рис. 3.2. Образование потоков Эрланга первого (*а*) и второго (*б*) порядков

здесь – независимые случайные величины, подчиненные одному и тому же показательному закону с параметром λ (см. (3.5)).

Закон распределения времени T в этом случае называется законом Эрланга k-го порядка, его плотность вероятности имеет вид

(3.16)

Математическое ожидание и дисперсия времени T соответственно равны

, (3.17)

а плотность потока

. (3.18)

Следует заметить, что при неограниченном увеличении k поток Эрланга приближается к регулярному потоку.

Показательное распределение и распределение Эрланга широко используются в теории массового обслуживания и в качестве законов распределения случайной величины времени обслуживания одной заявки $T_{об}$. В случае показательного закона для времени $T_{об}$ его характеристики записываются в виде:

(3.19)

здесь μ – параметр распределения (обслуживания), величина, обратная среднему времени обслуживания одной заявки.

3.3. Марковские системы массового обслуживания

В процессе функционирования состояния СМО скачком изменяются. Изменение состояния может быть вызвано приходом новой заявки, освобождением канала в результате обслуживания заявки, уходом заявки из очереди и т.п. Число возможных состояний системы считается конечным или счетным, множество состояний обозначим . В любой момент времени t система может находиться только в одном из этих состояний . Вероятность того, что в момент времени t система находится в состоянии , обозначим . Для любого момента времени t должно выполняться условие нормировки

, (3.20)

где – множество номеров состояний системы.

Случайные процессы, протекающие в СМО, обычно представляют собой процессы с непрерывным временем, что связано со случайностью потока заявок.

Изменения состояний системы могут быть представлены ориентировочным графом □ изменения состояний. Вершины графа соответствуют возможным состояниям, а дуги – переходам из одного состояния в другое за малый промежуток времени □. В качестве примера на рис. 3.3 приведен граф □, отображающий изменение состояний в системе обслуживания с тремя каналами. Система может находиться в четырех состояниях: x_0 – все каналы свободны; x_1 – один канал занят; x_2 – два занято и x_3 – все три канала заняты. Если система в момент времени t находилась в состоянии x_0, то за малое время dt она может перейти в состояние x_1 при поступлении заявки (дуга d_{01}) или остаться в состоянии x_0 (дуга d_{00}), если заявок не поступало, и т.д.

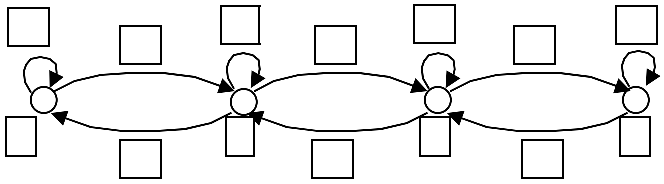


Рис. 3.3. Граф G системы с четырьмя состояниями

Если входящий поток заявок пуассоновский и время обслуживания имеет показательное распределение, то для анализа функционирования СМО применяют аппарат марковских случайных процессов.

Процесс называется марковским или процессом без последействия, если для каждого момента □ времени вероятность □ любого состояния □ системы в будущем, т.е. в момент времени □, зависит только от состояния системы в настоящий момент □ и не зависит от того, каким образом система пришла в это состояние.

Марковский процесс в СМО со счетным множеством состояний и непрерывным временем можно описать с помощью системы обыкновенных дифференциальных уравнений, где неизвестными функциями являются вероятности состояний □.

В зависимости от схемы обслуживания выделяют два типа СМО: а) системы с отказами; б) системы с ожиданием. В системах с отказами заявка, поступавшая в момент, когда все каналы обслуживания заняты, немедленно получает отказ и покидает систему, в дальнейшем процессе обслуживания эта заявка не участвует. В системах с ожиданием заявка, заставшая все каналы занятыми, становится в очередь и ожидает, пока не освободится какой-нибудь канал, т.е. заявка систему не покидает.

Рассмотрим n-канальную СМО с отказами, ее возможными состояниями являются: x_0 – свободны все n каналов, x_1 – занят один канал, …, x_n – заняты все n каналов. Пусть поток заявок простейший с плотностью λ и время обслуживания показательное с параметром μ (см. (3.5) и (3.19)). Так как параметр λ имеет смысл плотности потока заявок или интенсивности поступления заявок, то параметр μ можно считать плотностью потока освобождений занятого канала или интенсивностью обслуживания. Так как потоки заявок и освобождений – простейшие, то процесс в такой СМО – марковский и система дифференциальных уравнений для вероятностей состояний имеет вид:

(3.21)

Уравнения (3.21) называются уравнениями Эрланга и решаются при начальных условиях

,

т.е. считается, что в начальный момент времени все каналы заняты.

Систему уравнений (3.21) можно представить в векторно-матричной форме:

, (3.22)

где – соответствующие (n + 1)-векторы-столбцы

и -матрица коэффициентов

.

Вероятности характеризуют изменение средней загрузки системы с течением времени. В частности, есть вероятность того, что заявка, пришедшая в момент , застанет все каналы занятыми, такое состояние может рассматриваться как состояние отказа, т.е.

.

Величину называют *относительной пропускной способностью* системы. Для момента времени это есть отношение среднего числа обслуженных за единицу времени заявок к среднему числу поданных.

Система линейных дифференциальных уравнений (3.21) достаточно легко интегрируется при любом конкретном числе каналов n.

Следует заметить, что уравнения (3.21) справедливы и для зависящих от времени , если потоки событий, переводящие систему из состояния в состояние, остаются пуассоновскими.

При вероятности , стремятся к своим предельным (стационарным) значениям . Для определения стационарных значений вероятностей состояний системы решается система алгебраических уравнений:

. (3.23)

При этом одно уравнение системы (3.23) заменяется условием нормировки (см. (3.20)), т.е.

. (3.24)

Например, для решаемая система алгебраических уравнений принимает вид:

$$-\lambda p_0 + \mu p_1 = 0;$$
$$\lambda p_0 - (\lambda + \mu) p_1 + 2\mu p_2 = 0;$$
$$p_0 + p_1 + p_2 = 1.$$

Для расчета стационарных вероятностей без решения системы (3.23) можно использовать формулы Эрланга, т.е.

(3.25)

в которых α называют приведенной плотностью потока заявок, численно эта плотность равна среднему числу заявок, приходящихся на среднее время обслуживания одной заявки, т.е.

.

Качественная картина изменения вероятностей , до предельных значений , при показана на рис. 3.4.

Используя формулу (3.25) при , получаем выражение для расчета вероятностей того, что поступившая заявка найдет все каналы занятыми (вероятность отказа):

(3.26)

Вероятность того, что заявка будет обрабатываться системой (она характеризует пропускную способность системы) соответственно равна

. (3.27)

В случае вероятность

(3.28)

характеризует состояние системы, при котором все каналы свободны.

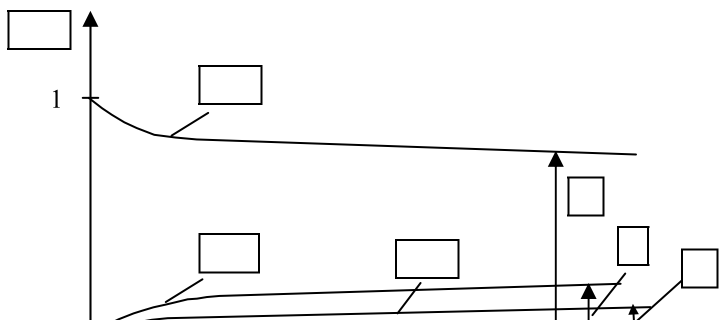


Рис. 3.4. Вероятности состояний системы
массового обслуживания с двумя каналами

П р и м е р 3.1. Система контроля годности продукции состоит их трех параллельно работающих устройств (каналов). В систему для контроля поступают изделия в среднем через 0,4 часа (λ = 2,5 ч$^{-1}$). Среднее время проверки одного изделия составляет 0,5 часа (μ = 2 ч$^{-1}$). Требуется рассчитать стационарные вероятности состояний системы контроля .

В предположении, что процесс изменения состояний в системе марковский и изделия, заставшие все каналы занятыми, не проверяются (система с отказами), для расчета вероятностей можно использовать формулы Эрланга (3.25), т.е. для нашего случая

или

При этом следует напомнить, что .

В результате расчетов для получаем:

Таким образом, вероятность того, что изделие не пройдет контроль (все три устройства заняты) составляет , а вероятность того, что изделие будет проконтролировано, равна . Среднее число занятых каналов (среднее число одновременно контролируемых изделий) и среднее число контролируемых изделий в час соответственно равны

.

Следует заметить, что формулы Эрланга при простейшем входном потоке остаются справедливыми при любом законе распределения времени обслуживания. Кроме того, формулы дают достаточно хорошие результаты, если входной поток имеет незначительное последействие.

Наряду с СМО с отказами на практике широко используются системы с ожиданием. В СМО с ожиданием, если заявка застала все каналы заняты, то она становится в очередь и ждет, пока не освободится один из каналов. Если время ожидания заявки в очереди не ограничено, то такую систему называют чистой системой с ожиданием. Если ожидание ограничено какими-либо условиями, то систему называют системой смешанного типа. Эти системы представляют наибольший интерес для практики.

Ограничения, накладываемые на ожидание, могут быть различных типов. Наиболее часто ограничение накладывается на время ожидания заявки в очереди, это время может быть строго определенным или случайным. При этом начатое обслуживание заявки доводится до конца, независимо от того, сколько времени продолжалось ожидание. В ряде случаев ограничение накладывается не на время ожидания в очереди, а на общее время пребывания заявки в системе. Встречаются смешанные системы, в которых заявка становится в очередь только в случае, если длина очереди не слишком велика, т.е. число заявок в очереди не превышает допустимого значения.

В системах с ожиданием ожидающие заявки вызываются на обслуживание в соответствии с правилами, называемыми дисциплиной очереди. Заявки могут вызываться в порядке очереди или в случайном порядке. Дисциплиной очереди может быть предусмотрено обслуживание с преимуществами, когда некоторые заявки имеют предпочтения перед другими.

В качестве примера рассмотрим модель смешанной СМО с n каналами. На вход поступает простейший поток заявок с плотностью λ, время обслуживания одной заявки показательное с параметром .

Заявка, заставшая все каналы занятыми, становится в очередь, время ожидания ограничено сроком . Если до истечения этого срока заявка не поступает на обслуживание, то она покидает систему необслуженной. Время ожидания считается случайным и распределенным по показательному закону:

, (3.29)

где – параметр, равный обратному значению среднего срока ожидания, т.е.

. (3.30)

Параметр можно рассматривать как плотность «потока уходов» заявки, стоящей в очереди. При смешанная система становится системой с отказами, а при – чистой системой с ожиданием.

Для составления системы дифференциальных уравнений состояний СМО с ожиданием нумеруются с учетом связанных с системой заявок. Заявка называется связанной с системой, если она находится в состоянии обслуживания или ожидает в очереди. При такой нумерации первые состояние остаются теми же, что в системе с отказами, т.е. x_0 – все каналы свободны (очереди нет); x_1 – занят только один канал (очереди нет); …; x_n – заняты все n каналов (очереди нет), а следующие состояния соответствуют числу состояний, находящихся в очереди: x_{n+1} – заняты все n каналов и одна заявка стоит в очереди; x_{n+2} – заняты n каналов и две заявки стоят в очереди и т.д.

Так как число заявок, стоящих в очереди, может быть очень большим, то СМО с ожиданием имеет, в общем случае, бесконечное, хотя и счетное число состояний, а соответственно и бесконечное число дифференциальных уравнений для расчета вероятностей .

Система дифференциальных уравнений записывается следующим образом:

(3.31)

Следует заметить, что первые n уравнений в системе (3.31) точно совпадают с первыми n уравнениями для СМО с отказами (см. (3.21). При , т.е. в установившемся режиме обслуживания, система алгебраических уравнений для расчета стационарных вероятностей принимает вид

(3.32)

Расчет стационарных вероятностей удобно производить по следующим конечным формулам:

; (3.33)

; (3.34)

здесь

; (3.35)

. (3.36)

Следует заметить, что (см. (3.33)).

Используя формулы (3.33) – (3.36), можно подсчитать математическое ожидание числа заявок, находящихся в очереди:

, (3.37)

вероятность наличия очереди

, (3.38)

вероятность того, что заявка покинет систему необслуженной:

(3.39)

и пропускную способность Q системы, т.е. вероятность того, что заявка, попавшая в систему, будет обслужена:

. (3.40)

Некоторые трудности использования формул (3.33), (3.34), (3.37), (3.38) вызывает наличие в них бесконечных сумм (см. (3.35)). Однако с ростом j слагаемые в суммах быстро убывают и для оценки ошибки, вызываемой отбрасыванием всех членов сумм, начиная с k-го, можно использовать формулу

.

Необходимо отметить, что в СМО с ожиданием стационарный режим существует, если выполняется условие , т.е. когда среднее число заявок, приходящееся на время обслуживания одной заявки, не выходит за пределы возможностей системы с n каналами. В случае число заявок, находящихся в очереди, с увеличением времени t неограниченно возрастает.

Для СМО с в предположении для приближенной оценки вероятностей состояний можно воспользоваться следующими формулами:

;

; (3.41)

.

Среднее число заявок, находящихся в очереди, при равно

. (3.42)

В завершение данного параграфа рассмотрим СМО с ограничением ожидания по числу заявок, стоящих в очереди. Пусть заявка, заставшая все каналы занятыми, становится в очередь, если в ней находится менее m заявок, в противном случае заявка в очередь не становится и покидает систему необслуженной. Допущения о простейшем потоке заявок и о показательном распределении времени обслуживания сохраняются. Число состояний такой системы конечно и равно , т.е. – все каналы свободны; – занято i каналов, очереди нет; – занято n каналов и j заявок стоит в очереди. Соответствующая система дифференциальных уравнений записывается в виде

(3.43)

Для определения стационарных вероятностей состояний решается система алгебраических уравнений:

(3.44)

Конечные формулы для расчета стационарных вероятностей имеют вид

;

; (3.45)

.

Вероятность того, что заявка не будет обслужена, так как в очереди уже стоит m заявок, равна .

Вопросы для самопроверки

1. Что понимается под системой массового обслуживания?
2. Какой поток событий считается простейшим?
3. В чем заключается свойство отсутствия последействия?
4. Какой поток событий называется пуассоновским?
5. Какие модели используются для описания марковских систем массового обслуживания?

4. Компьютерные технологии в задачах моделирования

4.1. CASE-технологии

CASE-технология в широком смысле представляет собой совокупность методологий анализа, автоматического проектирования, разработки и сопровождения сложных систем программного обеспечения. Аббревиатура CASE используется для двух направлений проектирования систем. Первое – Computer Aided System Engineering – направлено на решение задач концептуального проектирования сложных слабоструктурированных систем. CASE-технологии этого направления называют *системами CASE для концептуального проектирования*. Второе направление – Computer Aided Software Engineering – решает задачи автоматизированного проектирования программного обеспечения (ПО). Эти CASE-системы называют *инструментальными CASE* или инструментальными средами разработки ПО.

Среди систем CASE первого направления выделяют системы функционального и информационного (поведенческого) проектирования. Наиболее распространенной методикой *функционального проектирования* сложных систем является методика SADT (Structured Analysis and Design Technique). Эта методика стала основой стандарта IDEF0 (Integrated Definition 0). Программные средства информационного проектирования реализуют методики инфологического проектирования баз данных. Широкое распространение получила методика создания информационных моделей IDEF1X. Применение инструментальных CASE-систем позволяет сократить затраты на разработку ПО за счет уменьшения числа итераций и числа ошибок, а также улучшить качество ПО вследствие лучшего взаимопонимания разработчика и заказчика. При этом облегчается сопровождение готового программного продукта.

Под CASE-средствами обычно понимаются программные продукты, используемые как для автоматизированной разработки определенных видов моделей, например, функциональных, информационных, так и для автоматизированного создания программного обеспечения информационных и других систем. В последнем случае CASE-средства поддерживают все этапы проектирования прикладного программного обеспечения и баз данных от формулировки требований до генерации кода, тестирования, документирования и сопровождения в процессе эксплуатации.

С позиции решения задач моделирования CASE-технологии широко применяются для моделирования систем большинства предметных областей. Исключительно большое значение CASE-технологии имеют для разработки моделей деятельности предприятий, в частности функциональных и информационных, которые необходимы для решения задач системного анализа, проектирования, реинжиниринга и др.

Большинство CASE-средств основано на парадигме методология – метод – нотация – средство.

Методология определяет руководящие указания для оценки и выбора проекта разрабатываемого ПО, шаги работы и их последовательность, а также правила распределения и назначения методов.

Метод – это систематическая процедура или техника генерации описаний компонент ПО, например, проектирование потоков и структур данных.

Нотации предназначены для описания структуры системы, элементов данных, этапов обработки; они включают графы, диаграммы, таблицы, блок-схемы, формальные и естественные языки.

Средства – инструментарий для поддержки и усиления методов, они поддерживают работу пользователей при создании и редактировании графического проекта в интерактивном режиме, способствуют организации проекта в виде иерархии уровней абстракции, выполняют проверки соответствия компонентов.

Основными достоинствами CASE-технологий для моделирования процессов и систем являются следующие:

– значительно сокращается время на разработку моделей;

– исследователь (разработчик, проектировщик) освобождается от рутинной работы, связанной с оформлением, представлением и хранением результатов моделирования за счет автоматизации соответствующих процессов, это позволяет ему основное внимание уделять творческой части разработки;

– разрабатываемые модели соответствуют действующим нормативным документам, их описание пригодно для широкого использования без дополнительных пояснений;

– улучшается качество создаваемых моделей за счет средств автоматического контроля;

– автоматизирован процесс развития и сопровождения результатов моделирования.

Для современных CASE-средств характерны следующие особенности.

1. CASE-технологии обеспечивают всех участников проекта, в том числе заказчиков, а иногда и пользователей, единым, строгим, наглядным и интуитивно понятным графическим языком, позволяющим получать обозримые компоненты с простой и ясной структурой. При этом компьютерные программы представляются двумерными схемами, которые более удобны в использовании, чем многостраничные описания. Эти программы позволяют заказчику участвовать в процессе разработки, проектировщикам – общаться с экспертами предметной области, а также разделять деятельность системных аналитиков, конструкторов, программистов и других участников проекта, облегчая им выполнение проекта, а также обеспечивая легкость сопровождения при эксплуатации и внесения изменений в систему.

2. В основе CASE-технологии лежит использование базы данных проекта (репозитория) для хранения всей информации о выполняемом проекте и проектах, связанных с разработкой изделий прототипов. Эта база данных может использоваться всеми разработчиками в соответствии с их правами доступа. Репозиторий включает не только информационные объекты различных типов, но и отношения между их компонентами, правила использования или обработки этих компонентов. В репозитории могут храниться объекты различных типов: структурные диаграммы, описания данных, модели данных, проекты отчетов, исходные коды, элементы данных и т.п.

3. На основе репозитория осуществляются интеграция CASE-средств, а также разделение системной информации между участниками проекта. Возможности репозитория обеспечивают несколько уровней интеграции: общий пользовательский интерфейс, передача данных между средствами, интеграция этапов, единая система представления фаз жизненного цикла проекта, передача данных и средств между различными платформами.

4. CASE-технология на основе репозитория поддерживает групповую работу над проектом, обеспечивает работу в сети в режиме удаленного доступа, экспорт-импорт любых фрагментов проекта для их развития или модификации, планирование, контроль и руководство проектом.

5. Вся документация по проекту генерируется автоматически в соответствии с требованиями действующих стандартов. При этом документация всегда соответствует текущему состоянию дел, так как любые изменения в проекте автоматически отражаются в репозиторий.

6. CASE-технология обеспечивает автоматическую верификацию и контроль проекта на полноту и состоятельность на ранних этапах разработки, что влияет на конкурентоспособность создаваемого изделия.

7. Генерация программного кода, осуществляемая на основе репозитория, позволяет автоматически построить до 80 – 90 % текстов на языках высокого уровня.

8. CASE-технологии позволяют быстро строить макеты (прототипы) проектируемой системы, на ранних этапах разработки оценить, насколько система устраивает заказчика и приемлема для будущих пользователей.

Сопровождение системы при использовании CASE-технологий характеризуется сопровождением проекта, а не программных кодов. Средства реинжиниринга позволяют создавать модель системы из ее кодов и интегрировать полученные модели в проект, автоматически обновлять документацию при изменении кодов, автоматически изменять спецификации при редактировании кодов и т.п.

Необходимым инструментом совершенствования производственных систем и технологических процессов является функциональное моделирование бизнес-процессов.

Под бизнес-процессом понимается совокупность взаимосвязанных ресурсов и деятельности, которые преобразуют вход процесса (материалы, информация) в соответствующий выход. Основная цель процесса – добавление ценности продукта при минимальных затратах.

Следует заметить, что общепринятого определения термина «бизнес-процесс» пока нет. Предполагается, что бизнес-процессы одного подразделения объединены общей задачей, заключающейся в оказании услуг другу, например, в виде изготовления и поставки продукта. При этом оказание услуг осуществляется согласно единой процедуре.

Функциональная модель бизнес-процессов представляет собой многоуровневую систему взаимосвязанных диаграмм, содержащую полное описание процессов жизненного цикла продукта, с выделением узлов действий (блоков), входов, выходов, управлений (условий) и требуемых механизмов (ресурсов).

Каждый узел характеризует действие (процесс, работу, функцию, операцию) по переработке информационных или материальных ресурсов и обозначается прямоугольником (рис. 4.1). Вход представляет собой то, что перерабатывается процессом (стрелка слева прямоугольника), а выход – результат переработки (стрелка справа). Управлением служит информация, необходимая для выполнения процесса (стрелка сверху). Механизмы обеспечивают выполнение (реализацию) процесса, т.е. оборудование, персонал и т.д. (стрелка снизу).

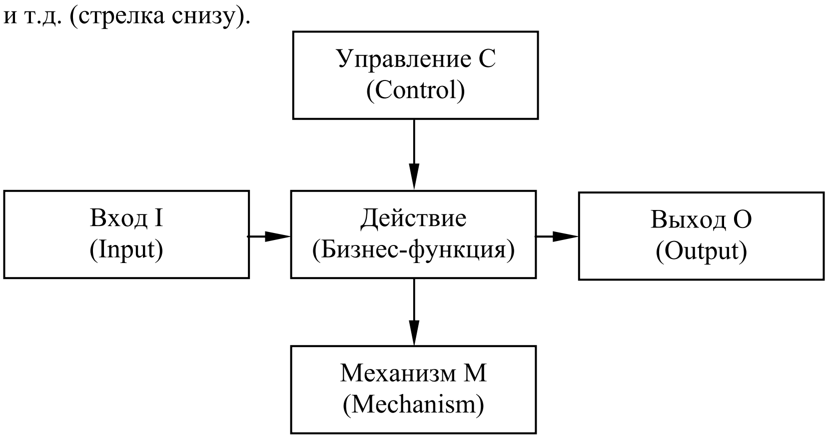


Рис. 4.1. Схема узла функциональной модели

Построение и вид функциональной модели бизнес-процессов регламентируются на международном уровне федеральными рекомендациями США FIPS PUB 183 и стандартом IDEF0 – Integrated Definition for Process Modeling, первоначально разработанным ВВС США. В них описываются метод (язык), правила и методика структурированного графического описания бизнес-процессов.

Разработка любой сложной, в том числе программной, системы должна начинаться с функционального анализа и моделирования системы в целом и всех ее подсистем вплоть до неделимых элементов. Для этой цели разработана методология IDEF0, представляющая собой совокупность методов, правил и процедур, предназначенных для построения функциональной структуры сложных иерархических систем.

Основной принцип, заложенный в функциональное моделирование систем, состоит в их пошаговой нисходящей декомпозиции до уровня, необходимого для моделирования. При этом на всех уровнях используются функциональные блоки, принадлежащие к одному и тому же классу, который можно назвать «объект-функция». В экспертном программировании в качестве суперкласса используется объект-функция 1DEF0.

Если обозначить – вектор входных переменных, – вектор выходных переменных; F – вектор-функцию, реализуемую механизмом, то мы получим выражение объект-функции, эквивалентное традиционному математическому:

.

Однако, в отличие от математических функций, допускающих использование в качестве переменных только числовые величины, в объект-функциях могут использоваться как числовые, так и нечисловые переменные.

Все стрелки в диаграммах IDEF0 имеют метку, т.е. стрелочную надпись, в качестве которой могут использоваться либо идентификаторы, либо наименования переменных.

При построении диаграмм в IDEF0 функциональные блоки соединяются с помощью стрелок, идущих от выхода одного блока к входу и (или) управлению другого. Такая диаграмма с точки зрения ИИ представляет собой семантическую сеть, т.е. граф с помеченными с помощью идентификаторов или наименований вершинами (объект-функциями) и ребрами. С математической точки зрения, диаграмма эквивалентна сложной функции:

.

Построение и вид функциональной модели бизнес-процессов регламентируются на международном уровне федеральными рекомендациями США FIPS PUB 183 и стандартом IDEF0 – Integrated Definition for Process Modeling, первоначально разработанным ВВС США. В них описывается метод (язык), правила и методика структурированного графического описания бизнес-процессов.

При построении функциональной модели используется метод декомпозиции, т.е. сначала описывается общее действие получения продукта (нулевой уровень), затем общее действие раскладывается на несколько основных крупных действий (первый уровень), далее каждое крупное действие описывается с помощью более мелких операций (второй уровень) и т.д. Соответственно раскладываются управления и механизмы при переходе от крупных структур к более мелким.

Важной особенностью функционального моделирования бизнес-процессов является то, что описание строится вокруг действий, а не вокруг организационной структуры. Функциональная модель показывает непосредственных участников бизнес-процессов, элементы оргструктуры фирмы, задействованные в получении продукции, работы, выполняемые различными подразделениями, и оборудование.

Построение функциональной модели рекомендуется выполнять в следующей последовательности:

– идентификация основных видов деятельности, представление их в форме иерархической структуры;

– описание входных элементов каждого процесса;

– описание преобразования входов под воздействием процесса в выходные элементы (O1, O2, ...);

– описание элементов управления (C1, C2, ...), в качестве которых могут быть инструкции, руководства, расписания, графики, стандарты и т.п.;

– указывание механизмов или ресурсов (Ml, M2, ...), используемых для реализации бизнес-процессов.

Представление информационных структур и данных, используемых в функциональной модели, описывается и графически изображается с помощью информационной модели.

Информационная модель отражает структуру баз данных и информационные потоки с позиций семантики, т.е. описания данных в контексте их взаимосвязи с другими данными. Конструктивными элементами этой модели являются сущности, изображаемые блоками, отношения между сущностями, которые обозначаются линиями, соединяющими блоки, и атрибуты (имена внутри блоков).

Построение информационной модели регламентируется стандартом IDEF1X (FIPS 184) – Integrated Definition for Information Modeling.

4.2. Программные средства для решения задач моделирования

При решении многих задач анализа и синтеза систем автоматического управления (САУ) могут использоваться различные программные средства, предназначенные для математических вычислений в технических приложениях – MATLAB, Matcad, Excel, Maple и др. Система MATLAB (MATrix LABoratory – матричная лаборатория, фирма MathWorks, Inc) создана «как язык программирования высокого уровня для технических вычислений». Система имеет открытую архитектуру, современные версии поставляются вместе с пакетом расширения Simulink. Наиболее полно функциональные возможности системы проявляются в рамках комплекса «MATLAB + Simulink + пакеты расширения». Число пакетов расширения насчитывает несколько десятков.

В системе реализован принцип визуально-ориентированного программирования; уравнения состояний, описывающие динамические системы, формируются автоматически; имеются виртуальные средства регистрации и визуализации результатов моделирования. Функции системы MATLAB позволяют в интерактивном режиме выполнять сложные математические вычисления: разрабатывать алгоритмы; выполнять вычислительный эксперимент и имитационное моделирование; анализировать данные и визуализировать результаты.

Основным объектом в MATLAB является массив, для которого не требуется указывать размерность явно. Как система MATLAB объединяет операционную среду и язык программирования. Одним из достоинств системы является то, что на языке MATLAB могут быть написаны программы для многократного использования. Имеется возможность пользователю самому создавать специализированные функции и программы.

Фирма-разработчик MATLAB поддерживает тесные связи с вузами, создаются образовательные версии, имеющие значительные скидки. Например, студенческая версия Student Edition of MATLAB практически не отличается от коммерческой версии, предназначена для учебного процесса и имеет невысокую цену. Для проектирования технических систем наиболее полезными являются пакеты комплекса «MATLAB + Simulink + пакеты расширения»: System Identification Toolbox, Frequency Domain Identification, Control System Toolbox, Nonlinear Control Design, Robust Control Toolbox.

Наиболее известны области применения системы MATLAB:

– математика и вычисления;

– разработка алгоритмов;

– вычислительный эксперимент, имитационное моделирование, макетирование;

– анализ данных, исследование и визуализация результатов;

– научная и инженерная графика;

– разработка приложений, включая графический интерфейс пользователя.

MATLAB – это интерактивная система, основным ее объектом является массив, для которого не требуется указывать размерность явно. Это позволяет решать многие вычислительные задачи, связанные с векторно-матричными формулировками, существенно сокращая время, которое понадобилось бы для программирования на скалярных языках типа C или FORTRAN.

Система MATLAB – это одновременно и операционная среда и язык программирования. Одна из наиболее сильных сторон системы состоит в том, что на языке MATLAB могут быть написаны программы для многократного использования. Пользователь может сам написать специализированные функции и программы, которые оформляются в виде М-файлов. По мере увеличения количества созданных программ возникают проблемы их классификации и тогда можно попытаться собрать родственные функции в специальные папки. Это приводит к концепции пакетов прикладных программ (ППП), которые представляют собой коллекции М-файлов для решения определенной задачи или проблемы.

Система не свободна от недостатков. Во-первых, это низкая скорость работы (решения задач), вызванная, прежде всего, тем, что все модули системы хранятся в так называемых «исходных кодах» и перед выполнением MATLAB их вначале компилирует к исполняемому коду. Например, идентификация системы, рассмотренной в данной работе, длится порядка нескольких (менее 10) секунд.

Во-вторых, это недостаточная прозрачность математических методов, используемых для решения задач. Практически вся русская литература по MATLAB является переводом зарубежной документации. При переводе больше внимания уделяется практическому использованию системы, а теория чаще всего опускается.

Перечислим некоторые другие программные продукты, используемые для моделирования систем. Полные сведения об их возможностях можно получить в Internet.

AnyLogic – графическая среда для моделирования сложных дискретно/непрерывных (гибридных) систем. Удобно, когда много движущихся объектов, они исчезают, появляются, видят друг друга, взаимодействуют и т.д.

DyMoLa – лаборатория (пакет) для динамического моделирования во временном домене механических, электронных, гидравлических, энергетических систем, в блочном представлении, с открытыми интерфейсами для интеграции и поддержкой языка Modelica.

DYNAST – ПО для расчета переходных процессов, символического и частотного анализа линеаризованных систем, описываемых системами дифференциальных и алгебраических уравнений, физическими процессами, и блок-схемами. Обслуживается в пакетном режиме удаленным решателем $0.

EASY5 – программные инструменты для блочного моделирования и анализа динамических систем, содержащих гидравлические, пневматические, механические, тепловые, электрические и цифровые подсистемы с генерацией кода для моделей реального времени.

МВТУ – программа «Моделирование в технических устройствах». Является отечественной разработкой с классическим интерфейсом блочного моделирования. Исследование моделей возможно как во временном, так и в частотном доменах.

Model Vision Studium – новационный инструмент для визуального интерактивного моделирования во временном домене структурно-сложных гибридных систем с применением карт поведения и объектно-ориентированного языка описаний.

Modelica – универсальный объектно-ориентированный язык для моделирования физических систем. Поддерживается пакетами: Dymola, MathModelica (Mathematica), ALLAN, 20-sim, SMILE/M.

http://www.talk.ru/forum/talk.ru.simulation – симуляция движения (моделирование) систем – talk.ru. simulation – группа новостей (эхоконференция). Возможен доступ по web-интерфейсу и через почтовый шлюз.

SamSim – моделирование линейных и нелинейных цепей САУ, построение временных, частотных характеристик, фазовых портретов и годографов. ПО начального уровня, поможет студентам визуализировать процессы в любой точке модели.

S1MPLORER Simulation Center – интегрированные инструменты для моделирования и анализа систем под контролем графа конечного автомата, описанных элементами электрических и блок-схем + собственный SML-язык для компилятора.

Model.Exponenta.Ru (VisSim в России) – сайт о моделировании и исследовании: систем, объектов, технических процессов и физических явлений. Методические ресурсы связаны с математическими программами, которые относятся к классу динамических решателей: VisSim, MVS, MBTY, SimLib4Visio и K2.SimKernel.

VTB Virtual Test Bed – моделирующий комплекс для визуальной (3D) симуляции технических систем различной физической природы – энергетика, электромеханика и др. Модели описываются на языках: ACSL, Modelica, Siber, SPICE, Simulink. + аппаратура ввода вывода.

КОПРАС – комплекс программ для анализа и синтеза автоматических систем (для ТАУ). Имеет большой набор решающих, функциональных элементов и сервисных функций. Динамические модели описываются структурными схемами.

Моделирование в VisSim – примеры моделей в VisSim. Расширение стандартного набора блоков.

Пакет PDELab – решение систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Компьютерное моделирование в физике, химии, биологии и медицине.

При решении задач моделирования в ходе проектирования АСУТП широко используются возможности SCADA-систем (Supervisor Control and Date Acquisition). Ниже перечислены только некоторые из популярных на западном и российском ранках SCADA-систем, имеющих поддержку в России:

SCADA	Фирма-изготовитель	Страна
Factory Link	United States DATA Co.	США
InTouch	Wonderware	США
Genesis	Iconics	США
WinCC	Siemens	Германия
RealFlex	BJ Software System	США
Sitex	Jade Software	Англия
FIX	Intellution	США
Trace Mode	AdAstra	Россия
Simplicity	GE Fanuc Automation	Россия
RSView	Rockwell Software Inc.	США

Общий анализ подобных пакетов позволяет сформулировать некоторые основные возможности и характерные особенности SCADA-систем. В силу тех требований, которые предъявляются к системам SCADA, спектр их функциональных возможностей определен и реализован практически во всех пакетах. Перечислим основные возможности и средства, присущие всем системам и различающиеся только техническими особенностями реализации:

– автоматизированная разработка, дающая возможность создания ПО системы автоматизации без реального программирования;

– средства сбора первичной информации от устройств нижнего уровня;

– средства управления и регистрации сигналов об аварийных ситуациях;

– средства хранения информации с возможностью ее постобработки (как правило, реализуется через интерфейсы к наиболее популярным базам данных);

– средства обработки первичной информации;

– средства визуализации информации в виде графиков, гистограмм и т.п.;

– возможность работы прикладной системы с наборами параметров, рассматриваемых как «единое целое» («recipe» или «установки»).

В качестве примера приведем краткое описание отечественной SCADA-системы ТРЕЙС МОУД. Эта система представляет собой программный комплекс фирмы AdAstra, предназначенный для разработки, настройки и запуска в реальном времени с автоматизированных систем управления технологическими процессами. Все программы, входящие в ТРЕЙС МОУД, делятся на две группы: инструментальная система разработки АСУ и исполнительные модули (runtime).

Инструментальная система включает в себя два редактора: редактор базы каналов и редактор представления данных. В этих редакторах осуществляется разработка математической основы АСУТП, графических экранных фрагментов для визуализации состояния технологического процесса и управления им. В зависимости от лицензии инструментальная система позволяет создавать проекты на разное количество каналов. Существуют следующие градации инструментальных систем по количеству точек ввода/вывода в одном узле проекта: 128, 1024, 32 000 × 16, 64 000 × 16.

В редакторе базы каналов создается математическая основа системы управления: описываются конфигурации всех рабочих станций, контроллеров и УСО, используемых в системе управления, настраиваются информационные потоки между ними. Здесь же описываются входные и выходные сигналы и их связь с устройствами сбора данных и управления. В этом редакторе задаются периоды опроса или формирования сигналов, настраиваются законы первичной обработки и управления, технологические границы, структура математической обработки данных; здесь устанавливается, какие данные и при каких условиях сохранять в различных архивах ТРЕЙС МОУД, и настраивается сетевой обмен, а также решаются некоторые другие задачи. Результатом работы в этом редакторе являются математическая и информационная структуры проекта АСУТП. Эти структуры включают в себя набор баз каналов и файлов конфигурации для всех контроллеров и операторских станций (узлов) проекта, а также файл конфигурации всего проекта.

Файл конфигурации проекта имеет расширение cmt и сохраняется в рабочей директории системы разработки. Для хранения всех остальных файлов проекта в рабочей директории создается каталог, имя которого совпадает с именем файла конфигурации. При этом базы каналов сохраняются в файлы с расширениями dbb.

В редакторе представления данных разрабатывается графическая часть проекта системы управления. При этом создается статичный рисунок технологического объекта, а затем поверх него размещаются динамические формы отображения и управления. Среди них такие, как поля вывода численных значений, графики, гистограммы, кнопки, области ввода значений и перехода к другим графическим фрагментам и т.д. Кроме стандартных форм отображения (ФО), ТРЕЙС МОУД позволяет вставлять в проекты графические формы представления данных или управления, разработанные пользователями. Для этого можно использовать стандартный механизм Active-X. Все формы отображения информации, управления и анимационные эффекты связываются с информационной структурой, разработанной в редакторе базы каналов. Графические базы узлов проекта, созданные в редакторе представления данных, сохраняются в файлах с расширением dbg. Их сохранение осуществляется в соответствующие директории проектов.

Исполнительные модули – это программы, под управлением которых запускается АСУ, созданная в инструментальной системе. В группу исполнительных модулей входят следующие программы:

– мониторы реального времени – МРВ; NetLink МРВ; NetLink Light;
– монитор создания АРМ администратора – SUPERVISOR;
– монитор глобального архива – Глобальный регистратор;
– микромонитор реального времени – Микро МРВ и микро МРВ с поддержкой обмена по коммутируемым линиям – Микро МРВ Модем плюс.

Первые пять мониторов предназначены для организации работы верхнего и административного уровней АСУ. Микро МРВ и Микро МРВ Модем+ предназначены для работы в контроллерах нижнего уровня систем управления, естественно, при условии наличия в них операционной системы MS DOS.

Монитор реального времени МРВ предназначен для запуска на АРМ операторов, осуществляющих с его помощью супервизорный контроль и управление технологическими процессами. Под управлением МРВ выполняются следующие задачи:

– запрос данных о состоянии технологического процесса с контроллеров нижнего уровня по любому из встроенных протоколов или через драйвер;
– передача на нижний уровень команд управления по любому из встроенных протоколов или через драйвер;
– обмен данными с платами УСО;
– сохранение данных в архивах;
– обмен по сети с удаленными МРВ;
– обмен по коммутируемым линиям с удаленными МРВ;
– передача данных по сети на следующий уровень АСУ;
– представление оператору графической информации о состоянии технологического процесса;
– автоматическое и супервизорное управление технологическим процессом;
– обмен данными с другими приложениями WINDOWS через DDE/NetDDE/OPC;
– обмен с базами данных через ODBC и другие функции.

Монитор реального времени NetLink МРВ может применяться только в составе систем управления, где обмен данными между узлами системы осуществляется по локальной сети. Под управлением NetLink МРВ выполняются следующие задачи системы управления:

– запрос данных о состоянии технологического процесса у удаленных мониторов ТРЕЙС МОУД по сети;
– передача команд управления по сети на нижний уровень;
– сохранение данных в архивах;
– передача данных по сети на следующий уровень АСУ;
– представление оператору графической информации о состоянии технологического процесса;
– автоматическое и супервизорное управление технологическим процессом;
– обмен с базами данных через ODBC.

Монитор реального времени NetLink Light позволяет создавать дополнительные рабочие места операторов. Он не поддерживает функции обработки данных и автоматического управления. Данный монитор является дополнительной графической консолью, которая может быть подключена с удаленного компьютера к запущенному МРВ. Таким образом, имея в сети один монитор реального времени, можно, используя NetLink Light, создать в сети требуемое количество рабочих мест, совершенно равноправных с МРВ по функциям отображения и супервизорного управления.

Монитор SUPERVISOR предназначен для создания АРМ администратора, он может получать данные только из архивов. Это могут быть либо локальные архивы МРВ или NetLink МРВ, либо глобальные архивы, которые создает Глобальный регистратор. С помощью SUPERVISOR невозможно осуществлять оперативное управление процессом. Он реализуют следующие функции:

– чтение по сети и отображение в реальном времени значений параметров технологического процесса, заносимых в архивы мониторами реального времени;

– просмотр данных из архивов в режиме playback с заданной скоростью.

По функциям организации представления данных SUPERVISOR похож на NetLink Light. Для него требуется только создание графической базы (dbg файлы). Существенное отличие SUPERVISOR заключается в том, что он получает от МРВ или Глобального регистратора архивные значения каналов, а NetLink Light – текущие данные.

Глобальный регистратор (ГР) предназначен для ведения глобального архива по всему проекту. Он архивирует данные, посылаемые ему по сети мониторами реального времени. После сохранения данных в архив Глобальный регистратор может передавать их для просмотра мониторам SUPERVISOR. Архив Глобального регистратора реализует технологию хранилища данных. Он фиксирует значения технологических параметров при их изменении. В рамках одного проекта может поддерживаться только один такой архив. Для организации дублирования глобального архива следует запустить в сети еще один монитор Глобальный регистратор. При этом оба ГР будут принимать данные, посылаемые для архивирования, и сохранять в свои архивы. Дублированный глобальный регистратор поддерживает функции синхронизации архивов при работе в реальном времени и при запуске.

Данный монитор позволяет решать следующие задачи:

– прием по сети данных, посылаемых для архивирования от мониторов реального времени;

– сохранение полученных данных в общий архив проекта;

– поддержка восстановления архивных данных с резервного Глобального регистратора;

– чтение из архива и отображение в реальном времени значений параметров технологического процесса;

– анализ и обработка данных, сохраненных в архив;

– обмен данными с другими приложениями WINDOWS через DDE/NetDDE;

– обмен с базами данных через ODBC.

Микро МРВ предназначен для управления задачами сбора данных и управления в контроллерах нижнего уровня АСУТП. Он может быть использован в любых IBM-совместимых контроллерах. По возможностям математической обработки, управления, обмена данными с другими мониторами ТРЕЙС МОУД Микро МРВ идентичен монитору реального времени. Однако для него не реализованы функции графического вывода информации. Задачи для Микро МРВ разрабатываются в редакторе базы каналов. Поэтому при использовании IBM-совместимых контроллеров в рамках ТРЕЙС МОУД реализуется единая линия программирования задач верхнего и нижнего уровней систем управления. В контроллерах до сих пор используются типы процессоров, которые давно считаются устаревшими для применения в персональных компьютерах. Поэтому существуют следующие три модификации исполнительных модулей Микро МРВ: для процессоров типа 18088; для процессоров типа I80286 и старше без сопроцессора; для процессоров типа I80286 и старше с сопроцессором.

Функции монитора Микро МРВ Модем плюс совпадают с Микро МРВ. Единственным его отличием является встроенная поддержка обмена данными с помощью модема по коммутируемым каналам, что позволяет использовать Микро МРВ для создания удаленных пунктов сбора информации, обменивающихся данными через телефонную сеть.

В системе ТРЕЙС МОУД предусмотрены драйверы. Драйвер требуется, если протокол обмена данными с используемым устройством не встроен в систему. Основной функцией драйвера является обеспечение связи ТРЕЙС МОУД с внешними устройствами. Это могут быть устройства сбора, хранения, обработки, передачи данных (контроллеры, УСО, другой компьютер и т.д.) или какие-либо другие устройства. Драйвер осуществляет согласование форматов данных ТРЕЙС МОУД и аппаратуры, для связи с которой он разработан.

4.3. Экспертные системы

Экспертные системы (ЭС) с позиции моделирования систем следует рассматривать, во-первых, как средства или инструментарий для получения и использования моделей, и, во-вторых, как сложные объекты моделирования, в том числе моделирования представления знаний.

ЭС относятся к классу систем искусственного интеллекта, они способны строить логические выводы, осуществлять обобщения и формировать заключения на основе использования знаний и данных подобно тому, как это делают специалисты при выработке умозаключений.

Экспертная система представляет собой интеллектуальную программу, способную делать логические выводы на основании знаний в конкретной предметной области, и обеспечивающую решение специфических задач, в том числе в области моделирования.

Экспертные системы обладают возможностями, позволяющими пользователю решать задачи, которые в отсутствии эксперта (специалиста в предметной области) правильно решить невозможно. Это обеспечивается тем, что они содержат в памяти необходимый багаж знаний, касающихся конкретной предметной области; используют результаты большого опыта работы в этой области, а также позволяют точно сформулировать и правильно решить исследуемую задачу.

Основными требованиями, предъявляемыми к экспертной системе, являются следующие: использование знаний, связанных с конкретной предметной областью; способность приобретения знаний от экспертов; решение реальных и достаточно сложных задач; наличие способностей, присущих экспертам. В качестве экспертов могут выступать опытные проектировщики, консультанты, экономисты, врачи, программисты, преподаватели, переводчики и другие квалифицированные специалисты в соответствующих областях.

Так как создание экспертных систем стало возможным лишь с развитием ЭВМ, то ее можно рассматривать как компьютерную систему, использующую логику эксперта.

Пример структурной схемы экспертной системы приведен на рис. 4.2.

Пользователь взаимодействует через пользовательский интерфейс.

Ядром экспертной системы является база знаний, которая содержит знания из конкретной предметной области. База знаний содержит как общие знания, так и информацию о частных случаях.

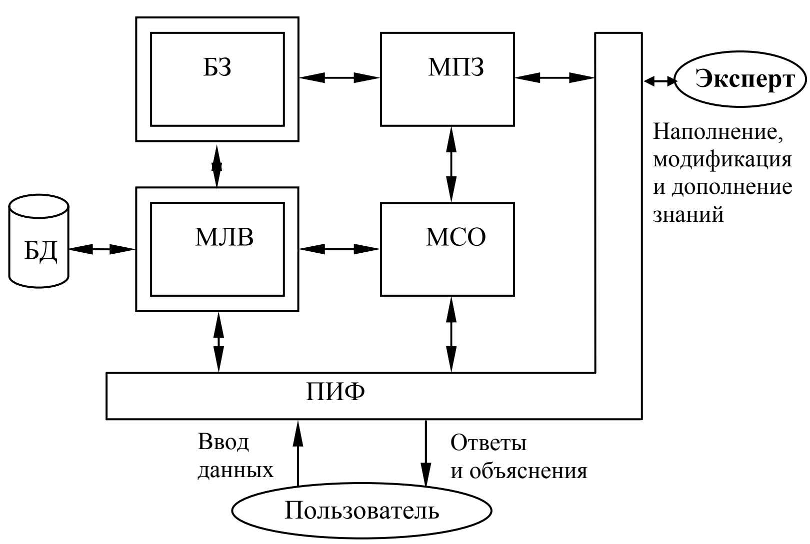


Рис. 4.2. Структурная схема экспертной системы:
БЗ – база данных; МЛВ – механизм логических выводов;
ПИФ – пользовательский интерфейс; МПЗ – модуль приобретения знаний;
МСО – модуль советов и объяснений

Механизм логического вывода или создатель заключения применяет знания и сведения из базы данных при решении реальных задач. Модуль приобретения знаний позволяет пополнять и модифицировать знания в процессе эксплуатации системы. Модуль советов и объяснений выдает заключения, позволяет программе пояснить свое рассуждение пользователю, ответы на вопросы «как?» и «почему?».

Экспертную систему можно рассматривать как прикладную диалоговую систему ИИ, способную получать, накапливать, корректировать знания из некоторой предметной области (обычно предъявляемые специалистами-экспертами), выводить новые знания, находить на основе этих знаний решения практических задач, близкие по качеству к решениям экспертов, и по запросу пользователя объяснять ход решения в понятной для него форме.

ЭС отличаются от обычных прикладных программ, решающих строго определенные математические задачи по точным разрешающим алгоритмам тем, что они решают неформализованные (слабо формализованные), слабо структурированные. Алгоритмическое решение таких задач или не существует в силу неполноты, неопределенности, неточности, расплывчатости рассматриваемых ситуаций и знаний о них, или решения неприемлемы на практике в силу сложности разрешающих алгоритмов. Поэтому ЭС используют логический вывод и эвристический поиск решения.

От систем поддержки принятия решений, которые не используют экспертных методов и опираются на математические методы и модели, ЭС отличаются тем, что базируются на эвристических, эмпирических знаниях, оценках, методах, которые получены от экспертов, и, кроме того, способны анализировать и объяснять пользователю свои действия и знания.

Идея построения ЭС сформировалась в ходе исследований в области ИИ. С точки зрения задач, которые решают ЭС, они делятся на два класса. Системы первого класса предназначаются для повышения культуры работы и уровня знаний специалистов в различных областях деятельности (врачей, геологов, инженеров и т.п.). Системы второго класса можно назвать консультирующими, или диагностирующими. Для оказания помощи человеку в решении указанных задач разрабатываются комплексы программ для ПК, называемые интеллектуальными системами, основанными на знаниях.

Выделяют ЭС, основанные на правилах (ЭСП), ЭС на основе модели (ЭСМ), ЭС, использующие рассуждения на основе опыта (ЭСО) и гибридные (ГЭС).

ЭС, основанные на правилах, используют знания экспертов в простой форме, например, в виде системы продукционных правил. Для этих ЭС характерна относительная простота разработки ЭС, так как правила легко накапливать, реализовывать и тестировать. ЭСП имеют хорошие результаты применения в узких предметных областях.

К недостаткам ЭСП относятся следующие: обычно правила носят эвристический характер и не охватывают знаний, основанных на моделях; в них отсутствует теоретическое обоснование; эвристические правила не проявляют робастности при «неожиданных» исходных данных, они оказываются неприменимыми на границе предметной области, при столкновении с новыми проблемами.

ЭС, основанные на моделях, при решении задач используют функциональные и структурные знания о предметной области, что позволяет решать часть задач, не предусмотренных при создании ЭС. В ЭСМ имеется возможность возвращаться к исходным данным при столкновении с новой проблемой, кроме того, базирование на теоретических научных знаниях позволяет использовать знания в разных задачах.

В качестве недостатков ЭСМ укажем следующее. Они не используют известные экспериментальные данные и знания, относящиеся к предметной области. Кроме того, здесь необходимы точные модели описания предметной области, однако во многих реальных случаях хорошо определенная научная теория для построения точных моделей отсутствует.

Разработка комплекса точных моделей, необходимых для ЭСМ, обычно связана с проведением сложных и трудоемких исследований.

ЭСО по сравнению с ЭСП и ЭСМ имеют ряд достоинств. При создании БЗ здесь можно непосредственно использовать имеющийся практический опыт или полученный из литературных источников, т.е. обойтись без привлечения экспертов. В ЭСО значительно сокращаются рассуждения и время решения задач, если известны аналогичные случаи, называемые шаблонами. ЭСО позволяют избежать прошлых ошибок и использовать удачные результаты, в том числе в сложных ситуациях. В них реализуется простая аддитивная модель приобретения знаний и не требуется проведения анализа знаний о предметной области. Кроме того, имеется возможность использования стратегий индексирования для выбора соответствующих случаев из БД.

К недостаткам следует отнести то, что в ЭСО не учитываются глубокие знания о предметной области, что может приводить к ошибочному применению опыта; использование излишне большой БД может приводить к снижению производительности. Кроме того, имеются трудности в определении хороших критериев для индексирования и сравнения случаев.

В ГЭС сочетаются возможности систем, основанных, например, на правилах и опыте, или моделях и правилах, или моделях или опыте, позволяет значительно повысить эффективность ЭС.

Так, ГЭС, основанные на правилах и опыте, имеют возможность производить предварительный просмотр известных случаев до начала рассуждений на основе правил, что существенно снижает затраты на поиск решения. Результаты выполненного поиска здесь можно сохранять в БД для будущего использования, чтобы избежать повторный поиск. В БД можно сохранять как положительные примеры, так и исключения.

К достоинствам ГЭС, основанных на моделях и правилах, можно отнести следующие. Они имеют возможность дополнять объяснения теоретическими знаниями. В этих системах повышается устойчивость (робастность) за счет использования в рассуждениях исходных теоретических принципов при отсутствии эвристических правил. Кроме того, поиск на основе модели здесь дополняется эвристическим поиском, за счет этого появляется возможность решения из числа альтернативных.

В ГЭС, основанных на моделях и опыте, увеличиваются возможности объяснения ситуаций; повышается производительность решения задач за счет проверки аналогичных случаев до начала более экстенсивного поиска посредством рассуждений на основе модели; обеспечивается внесение примеров и исключений в БД случаев, которые могут быть использованы для управления выводом на основе модели; имеется возможность записи результатов вывода на основе моделей для будущего применения.

Применение и создание экспертных систем для решения моделирования наиболее оправдано в следующих случаях.

1. У пользователей отсутствует достаточный опыт в разработке моделей систем.
2. Проблемная область является хорошо структурированной, определены необходимая терминология и методология построения моделей.
3. Имеются эксперты, работающие в соответствующей области, способные взаимодействовать между собой и умеющие четко выражать свои мысли, поделиться своими знаниями с пользователями.
4. Проблема моделирования имеет приемлемые размеры и границы, например, четко определен класс используемых моделей.
5. Проблема не может быть решена традиционными хорошо известными методами, реализуемыми в пакетах прикладных программ.
6. Стоимость и усилия по разработке экспертной системы оправдываются важностью и необходимостью решения задач моделирования. Например, экспертная система обеспечит значительную экономию материальных затрат, времени и человеческой жизни.

В разработке экспертных систем участвуют:

1) инженеры по знаниям, т.е. эксперты по методам представления знаний. Их главная задача – выбрать программный и аппаратный инструментарий для системы, помочь экспертам предметной области четко сформулировать необходимую информацию и реализовать ее в базе знаний;

2) эксперты в соответствующей предметной области, имеющие опыт работы в этой области, понимающие принципы решения задач, приемы их решения, умеющие управлять данными, в том числе нечеткими, и оценивать получаемые решения;

3) представители конечных пользователей, которые должны оценить, делает ли экспертная система их работу более легкой и быстрой, удобной, достаточен ли уровень необходимых объяснений и т.п.

В качестве примера ЭС, основанной на теоретических научных знаниях или моделях, можно привести систему для автоматизированной разработки алгоритмического обеспечения систем энергосберегающего управления. Здесь в качестве моделей используются результаты полного анализа задач оптимального управления различными динамическими объектами – тепловыми аппаратами, машинами с электроприводами, транспортными средствами и т.п. В БЗ ЭС содержатся строгие математические постановки задач энергосберегающего управления, возможные виды функций оптимального управления, соотношения для определения вида функции управления и расчета ее параметров по задаваемому массиву исходных данных, рекомендации пользователю, что надо изменить в исходных данных, если решения задачи оптимального управления для первоначальной информации не существует и т.д. С демонстрационным модулем можно ознакомиться в сети Internet [http://www.intop.net/di/].

4.4. АРМ и САПР моделей

Современные системы автоматизированного проектирования (САПР) применяются в рамках интегрированной информационной среды (ИИС), обеспечивающей обмен данными между заказчиками, проектировщиками, производителями и потребителями технических систем. ИИС представляет собой совокупность распределенных баз данных, в которых содержатся сведения об изделиях, ресурсах и процессах предприятия. Эти сведения в ИИС хранятся в виде информационных объектов. ИИС обеспечивает доступность, корректность и сохранность данных тем сотрудникам организации, участвующим на всех этапах жизненного цикла (ЖЦ) изделия, кому это необходимо и разрешено.

Основной объем информации в ИИС составляют *данные об изделии*, которые включают в себя:

– классификационные и идентификационные данные об изделии и его компонентах (наименование, обозначение, классификационные коды, сведения о разработчиках и поставщиках, о степени конфиденциальности информации и т.д.);

– сведения о физических, функциональных и эксплуатационных характеристиках изделия, данные о качестве изделий;

– сведения о составе и структуре изделия, используемых материалах и комплектующих, а также о возможных конфигурациях изделия, об индивидуальных свойствах конкретных экземпляров изделий;

– геометрические данные в виде объемных моделей изделия, сборочных единиц и отдельных деталей, электронных и бумажных чертежей, а также текстовая документация и сведения об имеющихся версиях моделей, документов, их статусе и т.д.

Для представления этих данных используются специальные информационные модели.

Технология моделирования при создании ИИС достаточно формализована. Например, разработка функциональных моделей производится в соответствии с методологией и нотацией SADT, которая регламентирована под названием IDEF0 федеральным стандартом США FIPS 183 и официально принята в РФ. Методология функционального моделирования позволяет адекватно описать любой бизнес-процесс в виде совокупности составляющих процесс операций, необходимых условий (управление) и ресурсов, входных и выходных потоков.

Бизнес-процесс представляет собой совокупность последовательно или параллельно выполняемых операций, которая преобразует материальные и информационные потоки в соответствующие потоки с другими свойствами. Протекает бизнес-процесс в соответствии с управляющими и нормативными директивами, вырабатываемыми на основе целей деятельности. В ходе процесса используются финансовые, материальные, энергетические, трудовые ресурсы и выполняются ограничения со стороны других процессов и внешней среды.

Под ресурсом понимается материальная, финансовая, интеллектуальная или иная ценность, используемая или расходуемая в ходе проектирования, производства и эксплуатации изделия.

Для описания бизнес-процесса необходима следующая информация:

– данные о структуре процесса;

– данные о параметрах, свойствах и характеристиках входных и выходных потоков процесса, а также и составляющих его операций и действий;

– качественные и количественные характеристики всех видов используемых ресурсов, в том числе нормы их потребления;

– данные о потенциальной и фактической производительности процесса и составляющих его операций, действий и т.д.

В соответствии со стандартами ИСО серии 10303 (STandard for Exchange of Product data (STEP)) и ГОСТ Р ИСО 10303 «Системы автоматизации производства и их интеграция. Представление данных об изделии и обмен этими данными» данные об изделии представляются в виде репозитория (хранилища), роль которого может выполнять база данных или электронный документ. Стандарты регламентируют описание комплекса типовых информационных моделей, касающихся различных аспектов изделия, в том числе состава, структуры, геометрической формы, материалов, требований к точности и т.д. Такие типовые модели называют интегрированными ресурсами (integrated resources).

Типовые информационные модели объектов для предметных областей (судостроения, автомобилестроения и т.д.), построенные на базе интегрированных ресурсов, называются протоколами применения (application protocol). Для создания информационных моделей, интегрированных ресурсов и протоколов применения используется специальный язык описания данных – EXPRESS, а также различные спецификации и стандарты.

Спецификация STEP PDM Schema (SPS) определяет концептуальную модель базы данных проекта машиностроительного изделия с управляемой конфигурацией.

Спецификации регламентируют следующие аспекты информационного описания изделия: классификация; свойства и геометрическая форма; структура и взаимосвязь составных частей; управление конфигурацией, применяемость составных частей; идентификация изделий-аналогов; управление проектом; авторизация данных; документы и внешние файлы данных.

Спецификация NATO Product Data Model (NPDM) рассматривает концептуальную модель инженерных данных применительно к информационному сопровождению ЖЦ изделий военного назначения. Она построена на основе идеологии и интегрированных ресурсов стандарта STEP. В спецификации вводится ряд новых понятий и ресурсов, связанных с задачами интегрированной логистической поддержки (ИЛП) изделий. Изделие рассматривается с трех точек зрения (view): *заказчика* (AS REQUIRED), *разработчика* (AS DESIGNED) и *эксплуатанта* (AS-BUILT/AS-USED). При этом используются следующие базовые понятия:

– концепция изделия (product concept), т.е. совокупность данных, задаваемых и используемых заказчиком;

– конструкторская (проектная) модель изделия (product definition) в виде совокупности данных, используемой в ходе разработки изделия, а также отображающей результаты проектирования;

– эксплуатационная модель изделия (экземпляра изделия или партии изделий – product instance), т.е. совокупность данных, необходимых для эксплуатации и обслуживания.

Понятие «изделие» в ИСО 10303 и NPDM понимается в широком смысле и соответствует классу физических объектов, который включает конечные изделия, сборочные единицы, материалы и т.д. Конечное изделие представляет собой комбинацию материалов, предметов, программных и других компонентов, готовую к использованию по назначению. Обозначение и наименование изделия определяется посредством информационного объекта PRODUCT (PRD). Модификации изделия указываются посредством объекта PRODUCT DEFINITION FORMATION (PDF).

Для решения проектных (конструкторских), технологических и эксплуатационных задач одновременно поддерживается несколько вариантов. Например, в конструкторском контексте при описании состава изделия приводится полная спецификация элементов, а состав изделия в технологическом контексте может содержать промежуточные технологические узлы. В эксплуатационном контексте состав изделия содержит лишь те компоненты, которые участвуют при выполнении регламентных работ.

При моделировании состава изделия в разных контекстах используются специальные объекты – определение изделия PRODUCT DEFINITION (PD) и контекст определения изделия PRODUCT DEFINITION CONTEXT (PDC). В результате с одним объектом PDF может быть связано несколько объектов PD, соответствующих различным контекстам (PDC). Последовательность объектов PDC = > PD = > PDF задает состав изделия в конкретном контексте.

Обозначение и наименование изделия или класса изделий, удовлетворяющих заданному набору технических требований (SPECIFICATION), определяется концепцией изделия (PRODUCT CONCEPT). С точки зрения заказчика, концепция изделия в виде обозначения формализованного набора требований (SPECIFICATION) отражает потребности заказчика, а с точки зрения производителя, концепция изделия обозначает семейство модификаций изделия, поставляемых на рынок.

В ИСО 10303, SPS и NPDM используется понятие *объект конфигурации*, ему соответствует информационный объект CONFIGURATION ITEM. Один объект конфигурации может как входить в состав другого, так и включать в себя другие объекты конфигурации.

Наряду с САПР для решения задач моделирования широко применяются автоматизированные рабочие места (АРМ) системных аналитиков, в которых используются специализированные пакеты программ различного назначения. Например, отечественный программный продукт АСОНИКА (Автоматизированная Система Обеспечения Надежности и Качества Аппаратуры) позволяет производить и выполнять комплекс задач, связанный с моделированием надежности и тепловых режимов радиоэлектронной аппаратуры. При разработке машиностроительной продукции широкое распространение получили программы ANSYS (моделирование электромагнитных полей и др.), ELCUT (моделирование тепловых полей) и многие другие. Для моделирования работы различных компьютерных сетей и систем связи используются программы OPNET, COMNET III и т.д. Подробные сведения об этих и многих других программах можно найти в Internet.

Вопросы для самопроверки

1. Какие задачи решаются с использованием CASE-технологий?
2. Приведите примеры программных средств, применяемых для решения задач моделирования систем.
3. Какие знаете виды экспертных систем?
4. Перечислите основные компоненты экспертной системы.
5. В чем заключается методология функционального моделирования?

5. Модели систем

5.1. Общие сведения о системах искусственного интеллекта

Искусственный интеллект (ИИ) как раздел науки сформировался во второй половине XX в. на базе вычислительной техники, математической логики, программирования, психологии, лингвистики, нейрофизиологии и других отраслей знаний.

Слово «интеллект» (имеется в виду человеческий) обычно понимается в следующем смысле: обладать способностью успешно реагировать на любую, особенно новую, ситуацию путем надлежащих корректировок поведения, а также способностью понимать взаимосвязи между фактами действительности для выработки действий, ведущих к достижению поставленной цели.

В настоящее время общепринятого определения термина «искусственный интеллект» нет. Достаточно полно смысл понятия ИИ отражает следующее определение.

ИИ – научная дисциплина (область исследования, область знаний), основной задачей которой является разработка математических описаний функций человеческого интеллекта с целью аппаратурной, программной и технической реализации этих описаний средствами вычислительной техники.

Иногда вместо ИИ предлагается использовать термин – новая информационная технология решения инженерных задач, связанных с поиском, анализом и синтезом информации в системах искусственного интеллекта.

Под системой искусственного интеллекта (СИИ) будем понимать систему, способную принимать решение в условиях:

– ограниченной информации;
– неопределенности (нечеткости);
– многомерности пространства;
– необходимости обрабатывать и анализировать большой массив информации;
– необходимости распознавать ситуации (образы, сцены и т.д.);
– различных стадий жизненного цикла объектов управления – проектирования, производства, эксплуатации и т.д.

Все существующие СИИ можно разбить на два класса: общего назначения и специализированные. Структура СИИ общего назначения, основанных на знании, или технологии инженерии знаний представлена на рис. 5.1.

Эксперт (технолог, оператор, специалист в области управления) формирует знания (данные и правила), описывающие выбранные приложения (прикладные задачи, предметную область). Затем на основании этих знаний, заданной цели и исходных данных метапроцедуры генерируют и исполняют процедуру решения конкретных задач, например задачи управления технологическим процессом или производством.

Функционирование специализированных СИИ основано на решении заданного набора задач, определенного при проектировании системы. Однако, это существенно ограничивает способность СИИ реагировать на изменения внешней среды. Для устранения этого недостатка специализированные СИИ разрабатывают с использованием технологий инженерии знаний в виде экспертных систем (ЭС). Примером таких СИИ являются системы диспетчерского управления.

СИИ можно подразделить на системы, решающие задачи анализа и задачи синтеза. На рис. 5.2. приведены примеры таких задач.

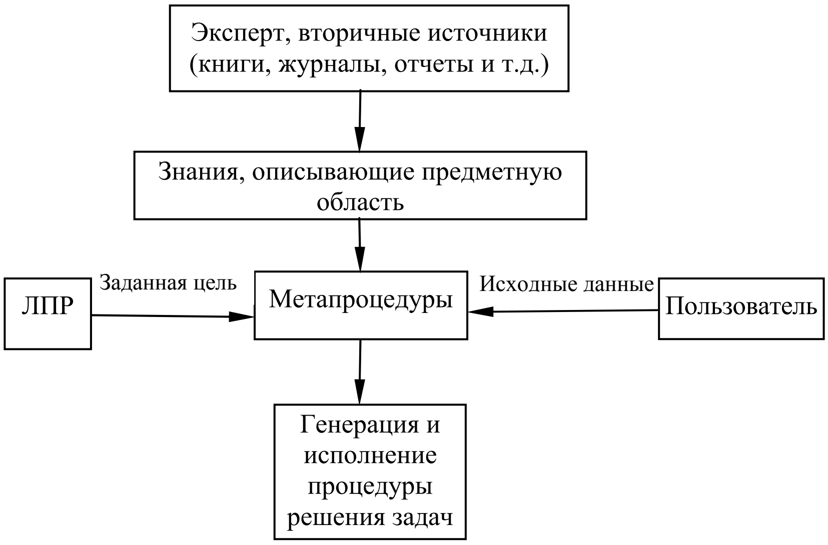


Рис. 5.1. Технология использования СИИ общего назначения

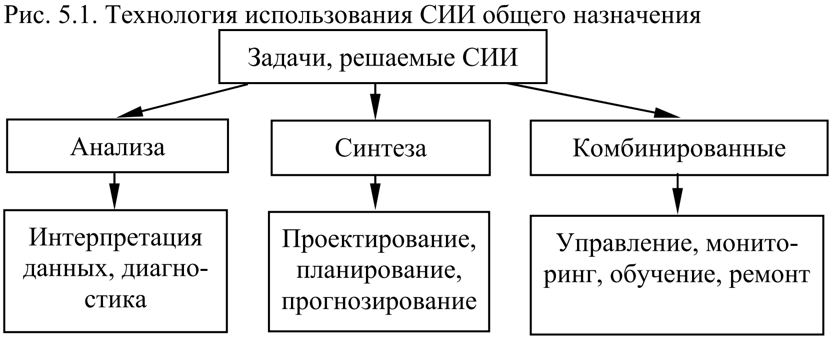


Рис. 5.2. Задачи, решаемые СИИ

Существуют различные подходы к построению моделей систем искусственного интеллекта: логический, структурный, имитационный и эволюционный. Отметим, что четкой границы между ними нет и часто для построения моделей СИИ используется смешанный подход.

Основой логического подхода является алгебра Буля, дальнейшее развитие которая получила в виде исчисления предикатов за счет введения предметных символов, отношений между ними, кванторов существования и всеобщности. Большую выразительность логическому подходу позволило получить сравнительно новое направление – нечеткая логика.

Структурный подход основан на построении СИИ путем моделирования структуры человеческого мозга. Одной из первой таких моделей был перцептрон Ф. Розенблатта. Основной моделируемой структурной единицей в перцептронах является нейрон. Позднее возникли и другие модели, которые обычно известны под термином «нейронные сети». Эти модели различаются по строению отдельных нейронов, по топологии связей между ними и по алгоритмам обучения. Среди наиболее распространенных вариантов нейронных сетей можно отметить сети с обратным распространением ошибки, сети Хопфилда, стохастические нейронные сети.

Для имитационного подхода базовым является понятие «черный ящик». Черный ящик – технологический процесс, аппарат, устройство управления, программный модуль и т.д., информация о внутренней структуре и содержании которых ограничена или отсутствует, но известны входные воздействия и выходные величины.

При эволюционном подходе основное внимание уделяется построению первоначальной модели и правилам, по которым она может изменяться (эволюционировать). Причем модель может быть построена различными подходами – структурным, логическим и т.д.

5.2. Модели представления знаний

В системах искусственного интеллекта знания (совместно с данными, на которых они базируются) представляют в некоторой явной форме, т.е. моделью представления знаний.

Отметим, что под знаниями будем понимать вид информации, отражающий опыт эксперта (специалиста в определенной предметной области), его понимание множества текущих ситуаций и способов перехода от одного описания объекта к другому.

На рис. 5.3 показана классификация моделей представления знаний.

Продукционная модель – это способ описания знаний в виде продукционных правил (правил продукций):

Если «предпосылка, условие», *то* «заключение, действие».

П р и м е р 5.1. *Если* уровень жидкости в технологическом аппарате ниже заданного, *то* необходимо открыть клапан подачи жидкости.

Полнота продукционных правил (базы знаний) определяет возможности СИИ по удовлетворению потребностей пользователей. Логический вывод с помощью продукционных моделей основан на построении прямой и обратной цепочек заключений, образуемых в результате последовательного просмотра левых и правых частей соответствующих правил, вплоть до получения окончательного заключения.

Семантическая модель (семантическая сеть) – модель, в которой структура знаний формализуется ориентированным графом, вершины которого обозначают объекты предметной области (аппараты, агрегаты, регуляторы, свойства, операции), а дуги – отношения между ними (отношение – связи типа «это», «имеет частью», «принадлежит» и т.д.).

Поиск решения в базе знаний типа «семантическая сеть» сводится к задаче поиска фрагмента сети, соответствующего поставленному вопросу.

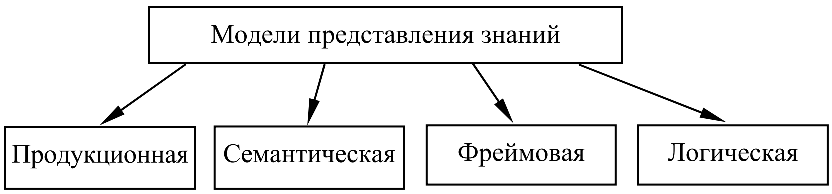


Рис. 5.3. Модели представления знаний

П р и м е р 5.2. На рис. 5.4 показана семантическая сеть. В качестве вершин – понятия: Локальная система управления (ЛСУ), Датчик, Термопара, Теплообменник, Стабилизация, Чувствительный элемент.

К недостаткам семантической модели можно отнести сложность поиска и вывода решения.

Во *фреймовой модели* единицей представления знаний является фрейм, т.е. формализованная модель для отображения образа или ситуации. Фрейм имеет определенную внутреннюю структуру, состоящую из множества элементов, называемых – слотами. Каждый слот в свою очередь представляется определенной структурой данных. Какая именно структура описывается фреймом, определяется пользователем.

По содержательному смыслу выделяют: фреймы-понятия, фреймы-меню и фреймы с иерархически вложенной структурой.

Фрейм-понятие обычно представляет собой фрейм типа И. Например, фрейм «технологическая операция» содержит имена слотов «что делать», «как делать», «кто делает», «где делает» и т.п., которые объединяются связкой И.

Фрейм-меню (типа ИЛИ) служит для организации процедурных знаний, используя оператор «выбрать». Например, фрейм «что делать» может состоять из слотов «построить математическую модель», «подставить данные», «решить математическую модель» и т.п., объединенные связкой ИЛИ.

Фреймы с иерархически вложенной структурой (фреймы-сценарии) в качестве слотов могут использовать имена других фреймов и слотов, т.е.

использовать структуру иерархического типа, в которой комбинируются другие виды фреймов.

Важнейшим свойством фреймовых моделей является заимствованное из семантических моделей наследование свойств. Наследование происходит по АКО-связям (A-Kind-Of = это). Слот АКО указывает на фрейм более высокого уровня, откуда неявно наследуется, т.е. переносятся, значения аналогичных слотов.

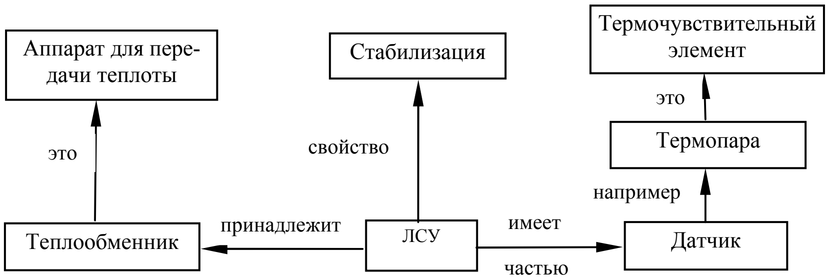


Рис. 5.4. Семантическая сеть

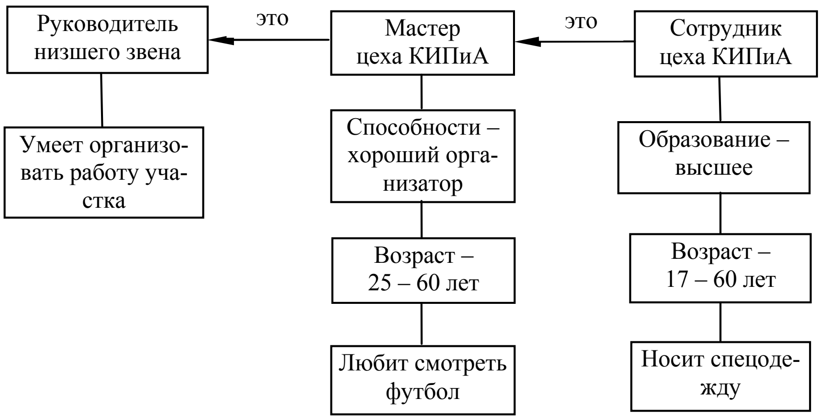


Рис. 5.5. Фреймовая модель

Пример 5.3. Во фреймовой модели на рис. 5.5 понятие «Сотрудник» наследует свойства фреймов «Мастер цеха КИПиА» и «Руководитель низшего звена», которые находятся на более высоком уровне иерархии.

Основой *формальных логических моделей* является классическое исчисление предикатов 1 порядка, т.е. когда предметная область или задача описывается в виде набора аксиом. Описание этих моделей в данном разделе не приводится, так как исчисление предикатов 1 порядка в промышленных СИИ практически не используется.

5.3. Определение и классификация неопределенности

Современные производства, рассматриваемые с позиций системного подхода, состоят из большого количества взаимосвязанных подсистем, между которыми существуют отношения соподчиненности в виде иерархической структуры.

Управление такой системой является чрезвычайно сложной задачей, решаемой методами математического моделирования с использованием декомпозиционного подхода.

Задача усложняется тем, что технологические процессы характеризуются следующим, достаточно общим, набором факторов: наличием нелинейности; распределенностью параметров в пространстве и времени; нестационарностью; непрерывным дрейфом технологических параметров; не полной наблюдаемостью некоторых величин; часто меняющейся номенклатурой и объемом выпускаемой продукции; колебаниями качества и цен используемого сырья; вербальным уровнем формализации информации, используемой для решения задач управления и принятия решений.

Перечисленные факторы являются причиной, порождающей существенные трудности при решении задач оценки переменных состояния и идентификации объектов, которые лежат в основе построения их адекватного математического описания, используемого при решении задач управления, принятия решений и оптимизации.

Большинство существовавших методов идентификации ориентировано на идеализированные условия работы объектов (полную наблюдаемость, детерминированность физико-химических свойств, отсутствие случайных неконтролируемых помех и др.). При таких допущениях для решения задач управления во многих практических случаях используют детерминированные математические модели.

Последние имеют недостатки, обусловленные невозможностью определения точных значений входящих в них параметров, что определяется влиянием факторов неопределенности.

Под неопределенностью будем понимать случайность параметров и нечеткость констант, относящихся к технологическому процессу или производству, например: теплопереноса (теплофизические характеристики материала, коэффициенты теплоотдачи, степень черноты, скорость движения среды, теплофизические характеристики движущейся среды), массопереноса (коэффициенты диффузии, кинетические константы, коэффициенты массоотдачи и массопередачи, скорость движения среды), гидродинамики (скорость и направление потоков, вязкость), входные потоки (гранулометрический состав, температура среды, давление, концентрация примесей).

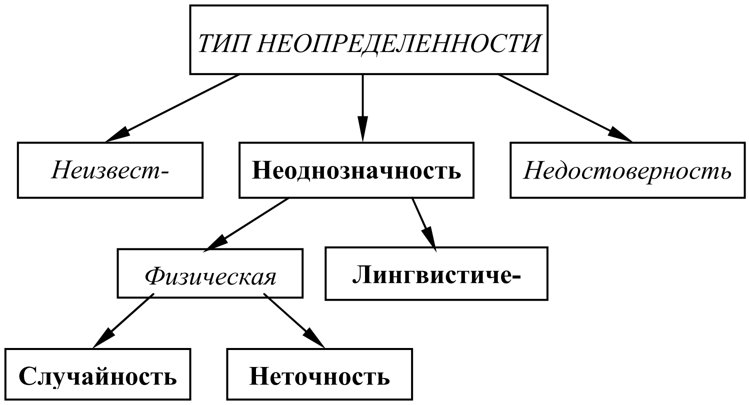
Для всех этих параметров в справочниках приведены их средние значения, а на практике они имеют случайных характер, который определяется взаимным влиянием этих величин друг на друга, флуктуацией структуры потоков, особенностью конструкций аппаратов, машин и т.д.

Неопределенность может вызываться также погрешностями датчиков, исполнительных механизмов, информационных каналов, неточностью задания переменных в математической модели объекта, начальных и граничных условиях и т.п.

Неточность задания тех или иных параметров при расчетах с использованием детерминированной математической модели практически не принимается во внимание. Такой подход часто оказывается несостоятельным для решения современных задач управления технологическими процессами и производствами.

На рис. 5.6 представлена классификация неопределенностей. Основные типы неопределенностей приведены на рис. 5.6, *а*.

а)



б)

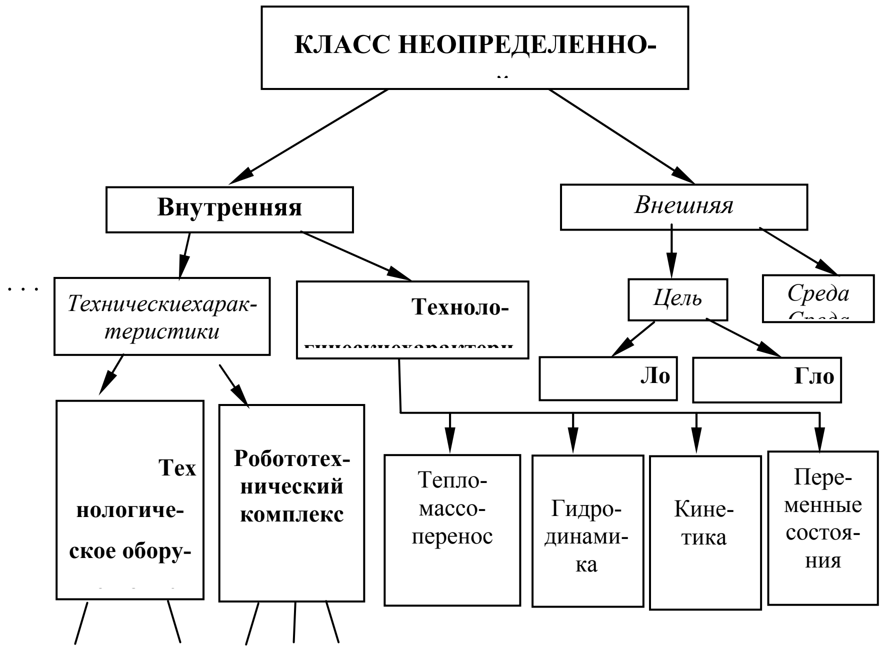


Рис. 5.6. Классификация неопределенностей

Неизвестность – этот тип неопределенности имеет место в том случае, когда неизвестна информация на выходе объекта исследования, т.е. нет технических средств и способов ее измерения.

Неоднозначность – имеет место в том случае, когда при строго определенной информации на входе некоторого технологического объекта, информация на выходе имеет различие. Неоднозначность может быть различной природы:

– физическая природа обуславливается случайностью или неточностью информации, что, как правило, определяется техническими измерительными средствами;

– лингвистическая природа имеет место в том случае, когда информация, используемая для анализа технологического объекта, может быть сформулирована на качественном (лингвистическом) уровне.

Недостоверность – этот тип неопределенности может быть в случае, когда информация об исследуемом объекте, явлении или технологических параметрах не является строго определенной (детерминированной).

На рис. 5.6, *б* представлены классы неопределенностей. Внутренняя неопределенность обуславливается техническими и технологическими характеристиками процессов и производств, а внешняя – определяется целью и состоянием окружающей среды.

Начиная с конца XX в. развитие промышленных производств характеризуется внедрением прогрессивных технологий, обеспечивающих высокий уровень энерго- и ресурсосбережения, ужесточением требований к качеству выпускаемой продукции и экологической чистоты. Это приводит к тому, что ошибки в управлении при использовании детерминированных математических моделей могут приводить к огромным экономическим потерям и способствуют возникновению аварийных ситуаций.

Для решения задач моделирования, управления и оптимизации в условиях неопределенности используют три подхода: стохастический, интервальный анализ и теорию нечетких множеств.

Построение стохастических моделей для решения задач оптимизации, проверки адекватности этих моделей требует проведения большого числа независимых экспериментальных исследований. Последнее сопряжено со значительными трудностями, которые обуславливаются как сложным аппаратурным оформлением современных ТП, так и ненаблюдаемостью некоторых из них, а также требует больших материальных затрат. Однако даже в том случае, когда применение теории управления стохастическими объектами строго обосновано и получены необходимые статистические характеристики, можно выделить основной недостаток, присущий большинству задач управления. В этих задачах функционал и ограничения рассматриваются в среднем, при этом не формализуются и не определяются выполнения технологических и технических требований на тех или иных режимах с заданной вероятностью.

Такой подход имеет ограниченное применение, так как совершенно не исключает возможности аварийных ситуаций, потерь качества продукта, нарушений технологических требований и условий. Причина этого, очевидно, заключается в том, что стремление приблизить работу реальных объектов к оптимальным режимам одновременно сопровождается приближением к предельным значениям технологических требований. В этих условиях учет стохастических свойств объектов лишь «в среднем» является технологически недопустимым. Тем более, невозможно использовать стохастические методы для вновь проектируемых производств, так как в этом случае в принципе нельзя провести прямые эксперименты.

Обычно на практике бывает известен лишь приближенно вид распределения, которому принадлежит неизвестная истинная плотность распределения, или неопределенный параметр задается только верхней и нижней границей, и о его поведении на границах и внутри интервала ничего не известно. В этом случае могут быть применены методы интервального анализа, когда неточность формализуется на основе использования интервальных оценок вместо фиксированных чисел.

Однако интервальный анализ имеет недостатки, которые зачастую могут привести к ошибкам в управлении, потери оптимального решения или к нарушению качественных показателей. Это объясняется, прежде всего, сложностью выбора интервальной оценки технологического параметра, так как при выборе малого интервала увеличивается вероятность нарушения качественных показателей, а при выборе большого интервала – возможно нахождение технологического режима далекого от оптимального.

Наиболее существенным недостатком интервальной оценки является не использование накопленного опыта эксплуатации ТП, имеющихся знаний операторов, технологов, специалистов по управлению.

Между тем, практика внедрения АСУТП показывает, что оператор-технолог зачастую решает задачи управления более успешно, чем эксплуатируемые системы управления. Это определяет необходимость использования качественной информации, получаемой от инженерно-технического персонала (экспертов), длительное время занимающегося эксплуатацией технологических процессов.

Проблема математической обработки качественной информации включает сбор, оценку достоверности, систематизацию, формализацию, переработку информации качественного характера с применением современных средств вычислительной техники.

Введенное Л. Заде понятие нечеткого множества как математического объекта, позволяющего формализовать термины словесного описания особенностей ТП, стимулировало развитие качественного этапа системного анализа и позволило подойти к решению указанной проблемы. При этом стали очевидны следующие достоинства подхода, основанного на аппарате теории нечетких множеств:

– «сжатие» качественной информации, причем степень сжатия определяется требуемой детализацией, которая определяется целью исследования и осуществляется с использованием методов инженерии знаний;

– наглядность и простота агрегирования и классификации сведений об исследуемом ТП, получаемых из различных источников;

– возможность применения качественной информации при переходе от смысловой к математической постановке задач;

– формирование стратегий управления ТП на основе качественной формализации действий оператора-технолога;

– синтез формальных вычислительных процедур для решения задач оптимизации и управления при нечеткой исходной информации и в нечетко определенных ситуациях задач оптимизации и управления с использование качественной информации.

5.4. Базовые понятия теории нечетких множеств

Пусть $X = \{x\}$ – универсальное множество, а С – определенное свойство. Обычное (четкое) непустое подмножество A универсального множества X однозначно определяется характеристическим функционалом

$$Q_A(x) = \boxed{} \qquad (5.1)$$

т.е. подмножество A определяется как совокупность объектов, имеющих некоторое общее свойство С, наличие или отсутствие которого у любого элемента x задается характеристическим функционалом, принимающим значение 1, когда x удовлетворяет свойству С, и 0 – в противном случае.

П р и м е р 5.4. Рассмотрим множество X всех вещественных чисел между 0 и 10, которые назовем предметной областью. Определим подмножество A из X всех вещественных чисел в диапазоне между 4 и 7, т.е. $A =$ [4, 7]

Покажем подмножество A в виде характерной функции, т.е. эта функция присваивает значение 1 или 0 каждому элементу в X, в зависимости от того, принадлежит ли элемент подмножеству или нет (рис. 5.7).

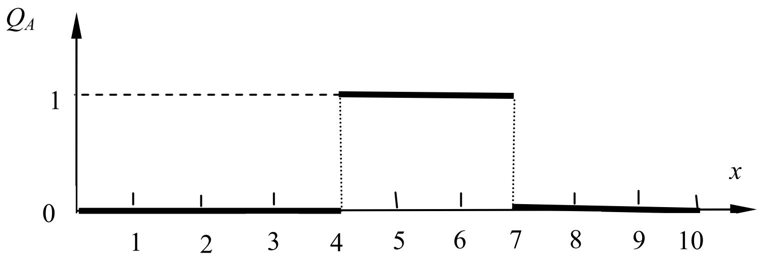


Рис. 5.7. Характеристическая функция

Определим элементы, которым присвоено значение 1, как элементы, принадлежащие множеству A, и элементы, которым присвоили значение 0, как элементы, не принадлежащие множеству A.

Сказанное можно записать следующей математической конструкцией: $X = \{x \in [0, 10]\}$ и $A = \{x \in [4, 7]\}$ – подмножества X: $A \subseteq X$. Это отношение включения можно выразить с помощью функции принадлежности множества:

$$A = \{1|0, 2|0, 3|0, 4|1, 5|1, 6|1, 7|1, 8|0, 9|0, 10|0\}.$$

Однако такие понятия, как множество «больших», «не очень больших» или «малых величин», уже не являются множествами в классическом смысле, так как не определены границы их степеней малости, которые позволили бы провести классификационную процедуру (5.1) и четко отнести каждый объект к определенному классу. Большинство классов реальных систем и технологических процессов относятся именно к такому нечетко определенному типу. Поэтому возникает необходимость введения понятия о нечетком множестве как о классе с непрерывной градацией степеней принадлежности.

Понятие нечеткого множества – эта попытка математической формализации нечеткой информации для построения математических моделей. В основе этого понятия лежит представление о том, что составляющие данное множество элементы, имеющие общее свойство, могут обладать этим свойством в различной степени и, следовательно, принадлежать к данному множеству с различной степенью.

Для нечеткого подмножества, являющегося расширением понятия множества в классическом смысле, на пространстве объектов $X = \{x\}$ вводится уже не функционал вида (5.1), а характеристическая функция, задающая для всех элементов степень наличия у них некоторого свойства, по которому они относятся к подмножеству A. Эта характеристическая функция для нечеткого множества традиционно носит название *функции принадлежности*.

Численное значение функции принадлежности характеризует степень принадлежности элемента некоторому нечеткому множеству, являющемуся в выражении естественного языка некоторой элементарной характеристикой явления (степени эффективности технологического режима, степени загрязнения среды, степени достоверности параметров модели и др.).

Нечеткое подмножество A множества X характеризуется функцией принадлежности □: $X \rightarrow [1, 0]$, которая ставит в соответствие каждому элементу $x \in X$ число □(x) из интервала [0, 1], характеризующее степень принадлежности элемента x подмножеству A. Причем 0 и 1 представляют собой соответственно низшую и высшую степень принадлежности элемента к определенному подмножеству. Будем обозначать такое нечеткое множество □.

Пример 5.5. Пусть $X = \{1, 2, 3, \ldots, 9, 10\}$. Тогда нечеткое множество □ «большие числа» может быть представлено следующим образом:

□ = {6|0,2, 7|0,5, 8|0,8, 9|1, 10|1}.

Это следует понимать следующим образом: числа 9 и 10 с абсолютной уверенностью можно отнести к «большим числам», 8 – есть «большое число» со степенью 0,8 и т.д., а числа 1, 2, …, 5 абсолютно не являются «большими числами». Можно использовать кусочно-линейную аппроксимацию функции принадлежности нечеткого множества, как показано на рис. 5.8.

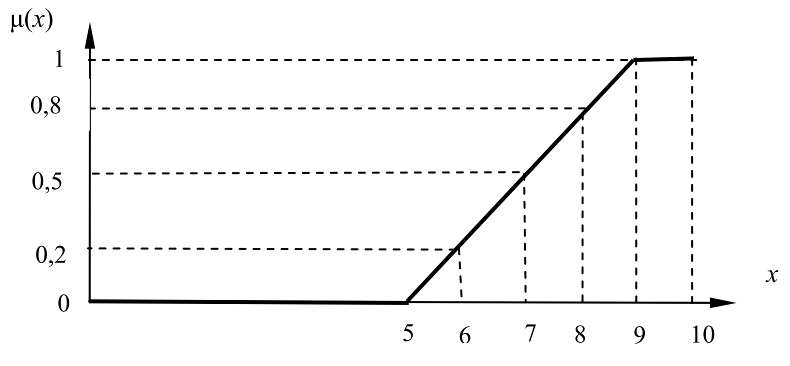


Рис. 5.8. Функция принадлежности нечеткого множества «большие числа»

Таким образом, значение функции принадлежности □(x) элемента x к нечеткому множеству □ можно интерпретировать как определенную экспертом (группой экспертов) степень соответствия элемента x понятию, формализованному нечетким множеством □.

5.4.1. Основные свойства нечетких множеств

Высотой нечеткого множества □ называется величина □□(x). Нечеткое множество □ нормально, если максимальное значение его функции принадлежности □□(x) = 1. При □□(x) < 1 нечеткое множество называется субнормальным.

Непустое субнормальное нечеткое множество можно преобразовать (нормализовать) в нормальное по формуле

□(x) = □.

Носителем нечеткого множества □ называется четкое подмножество универсального множества X, элементы которого имеют ненулевые значения функции принадлежности, т.е. sup (□) = $\{x$: □$(x) > 0\}$, $\forall x \in X$. Нечеткое множество называется пустым, если его носитель является пустым множеством.

Ядром нечеткого множества □ называется четкое подмножество множества X, элементы которого имеют значения функции принадлежности равные 1, т.е. core (□) = $\{x$: □$(x) = 1\}$, $\forall x \in X$. Ядро субнормального нечеткого множества пустое.

Множеством α-уровня (α-сечение) нечеткого множества □ называется четкое подмножество множества X, элементы которого имеют значения функции принадлежности большие или равные α, т.е. $A_\alpha = \{x$: □$(x) \geq \alpha\}$, $\forall \alpha \in [0, 1]$.

Пример 5.6. Пусть □= {1|1; 2|0,8; 3|0,5; 4|0,1; 5|0}. Тогда $A_{0,1}$ = {1, 2, 3, 4}, $A_{0,5}$ = {1, 2, 3}.

Иллюстрация определения носителя, ядра, α-сечение, α-уровня нечеткого множества приведена на рис. 5.9.

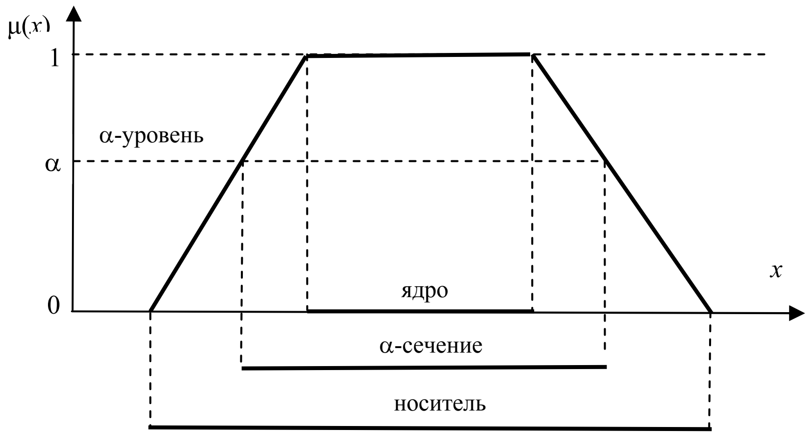


Рис. 5.9. Ядро, α-сечение, носитель нечеткого множества

5.4.2. Операции над нечеткими множествами

С нечеткими множествами можно производить все алгебраические действия, выполняемые для обычных множеств: получать их сумму (объединение), произведение (пересечение) и дополнение. При этом действия с нечеткими множествами сводятся к алгебраическим операциям с функциями принадлежности.

Объединение нечетких множеств. Пусть даны множества □ и □. Их объединением □□□ называется нечеткое множество, функция принадлежности которого вычисляется следующим образом:

□(x) = □(□(x), □(x)).

Объединение соответствует союзу *или* и его можно записывается как

□(x) = □(x) □ □(x),

где символ □ соответствует операции взятия max.

П р и м е р 5.7. Пусть нечеткие множества □ и □ заданы в табличной форме:

□ и □

x_1	x_2	x_3	x_4
0,1	0,2	0,3	1

x_1	x_2	x_3	x_4
0,5	0,9	0,1	0

Тогда

□□□

x_1	x_2	x_3	x_4
0,5	0,9	0,3	1

П р и м е р 5.8. Пусть □ – нечеткий интервал между 5 и 8 и □ – нечеткое число, приблизительно 4. Объединение нечеткого множества между 5 и 8 с приблизительно 4 показывается на рис. 5.10 (жирная линия).

Пересечение нечетких множеств. Пусть даны множества □ и □. Их пересечением □□□ называется нечеткое множество, функция принадлежности которого вычисляется следующим образом:

□(x) = □(□(x), □(x)).

Пересечение соответствует союзу *и* и его можно записать как

□(x) = □(x) □ □(x),

где символ □ соответствует операции взятия min.

П р и м е р 5.9. Пусть нечеткие множества □ и □ заданы в табличной форме:

□ и □

x_1	x_2	x_3	x_4
0,1	0,4	0,5	1

x_1	x_2	x_3	x_4
0,7	0,9	0,3	0

Тогда

□□□

x_1	x_2	x_3	x_4
0,1	0,4	0,3	0

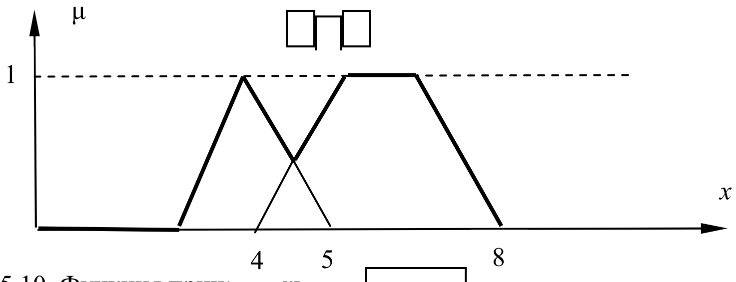


Рис. 5.10. Функция принадлежности □

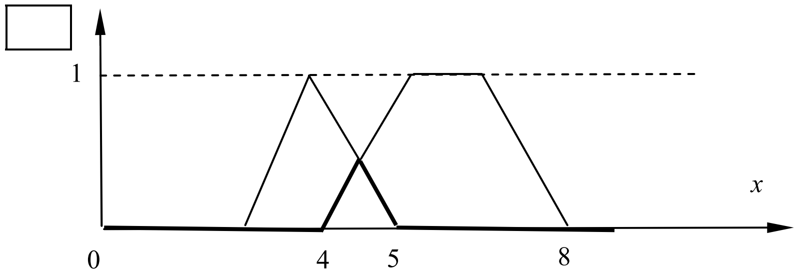


Рис. 5.11. Функция принадлежности □

П р и м е р 5.10. Пусть □ – нечеткий интервал между 5 и 8 и □ – нечеткое число, приблизительно 4. Пересечение нечеткого множества между 5 и 8 с приблизительно 4 показывается на рис. 5.11 (жирная линия).

Дополнение нечеткого множества. Дополнением нечеткого множества □ служит также нечеткое множество □, функция принадлежности которого вычисляется следующим образом:

□$(x) = 1 -$ □(x).

П р и м е р 5.11. Пусть нечеткое множество □ задано в табличной форме:

□

x_1	x_2	x_3	x_4
0,2	0	0,3	1

Тогда □

x_1	x_2	x_3	x_4
0,8	1	0,7	0

Дополнение нечеткого множества □ можно показать графически (рис. 5.12).

В теории нечетких множеств разработан общий подход к выполнению операторов пересечения, объединения и дополнения, реализованный в так называемых треугольных нормах и конормах. Приведенные выше реализации операций пересечения и объединения – наиболее распространенные случаи t-нормы и t-конормы.

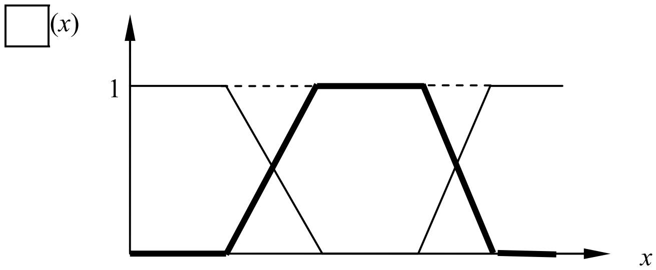


Рис. 5.12. Функция принадлежности □(x)

Существует свыше десятка типовых форм кривых для задания функций принадлежности. Наибольшее распространение получили: треугольная, трапецеидальная и гауссова формы функции принадлежности.

Треугольная функция принадлежности (рис. 5.13) определяется тройкой чисел (a, b, c), и ее значение в точке x вычисляется согласно выражению:

При $b - a = c - b$ имеем случай симметричной треугольной функции принадлежности, которая может быть однозначно задана двумя параметрами из тройки (a, b, c).

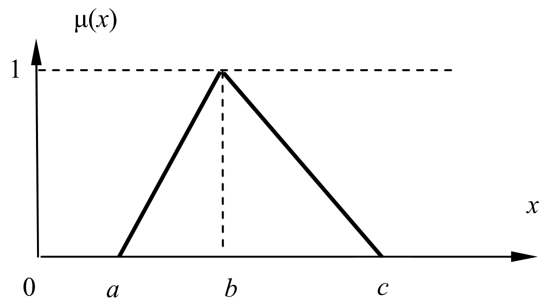


Рис. 5.13. Треугольная функция принадлежности

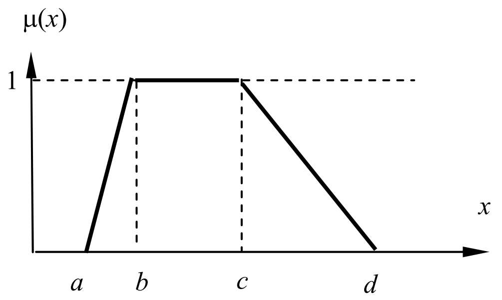


Рис. 5.14. Трапецеидальная функция принадлежности

Аналогично для задания трапецеидальной функции принадлежности (рис. 5.14) необходима четверка чисел (a, b, c, d):

$$\mu(x) = \begin{cases} \dfrac{x-a}{b-a}, & a \le x \le b; \\ 1, & b \le x \le c; \\ \dfrac{d-x}{d-c}, & c \le x \le d; \\ 0 \text{ в остальных случаях}. \end{cases}$$

При $b - a = d - c$ трапецеидальная функция принадлежности принимает симметричный вид.

Функция принадлежности гауссова типа (рис. 5.15) описывается формулой

и оперирует двумя параметрами. Параметр c обозначает центр нечеткого множества, а параметр σ отвечает за крутизну функции.

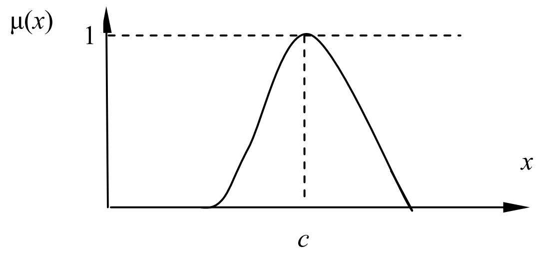


Рис. 5.15. Функция принадлежности гауссова типа

5.5. Логико-лингвистические модели

5.5.1. Основные понятия нечеткой и лингвистической переменных

Задание значений переменных технологического режима (производства) для человека более естественно словами, т.е. без использования чисел. Оператор, технолог и др. принимают решения на основе лингвистической информации типа: «очень низкий уровень», «высокая температура», «низкое качество сырья», «длительное перемещение», «скорость больше средней», «красивый цвет» и т.п. Психологи установили, что человеческий мозг почти всю числовую информацию вербально перекодирует и хранит в виде лингвистических термов.

Лингвистической называется переменная, принимающая значения из множества слов или словосочетаний естественного или формального языка, служащие, как правило, некоторой элементарной характеристикой явления. Множество допустимых значений лингвистической переменной называется терм-множеством. Термом называется любой элемент терм-множества, который формализуется нечетким множеством с помощью функции принадлежности. Например, лингвистическая переменная «температура» может иметь следующие термы: «низкая», «высокая», «средняя», которые образуют терм-множество лингвистической переменной «температура». Лингвистическая переменная «клапан» может иметь следующие термы: «открывать быстро», «не трогать», «закрывать медленно», «закрывать быстро».

Отметим, что для большинства практических задач и необходимой точности описания систем вполне достаточно трех термов в лингвистической переменной, а если не хватает словарного запаса в термах, то следует увеличить их число (рекомендуется не более семи).

Понятия нечеткой и лингвистической переменных используются при описании объектов и явлений с помощью нечетких множеств.

Нечеткая переменная характеризуется тройкой $<a, X, A>$, где a – имя переменной; X – универсальное множество (область определения a); A – нечеткое множество на X, описывающее ограничение (т.е. $\boxed{}(x)$) на значение нечеткой переменной a.

Лингвистической переменной называется набор $<b, T, X, G, M>$, где:

b – имя лингвистической переменной;

T – множество ее значений (терм-множество), представляющих собой наименования нечетких переменных, областью определения каждой из которых является множество (носитель) X. Множество T называется базовым терм-множеством лингвистической переменной;

G – синтаксическое правило, порождающее названия значений лингвистической переменной b;

M – семантическая процедура, позволяющая превратить каждое новое значение лингвистической переменной, образуемое процедурой G, в нечеткую переменную, т.е. сформировать соответствующее нечеткое множество.

П р и м е р 5.12. Пусть эксперт определяет толщину изделия с помощью выражений «маленькая толщина», «средняя толщина» и «большая толщина», при этом минимальная толщина равняется 10 мм, а максимальная – 80 мм.

Формализация этого описания может быть проведена с помощью лингвистической переменной $<b, T, X, G, M>$, для которой b – толщина изделия; T – {«маленькая толщина», «средняя толщина», «большая толщина»}.

Заметим, что наряду с базовыми значениями лингвистической переменной возможно определение значений лингвистической переменной «толщина изделия» как «около 20 мм», «приблизительно 75 мм», т.е. в виде нечетких чисел; X – [10, 80]; G – процедура образования новых термов с помощью связок «и», «или» и модификаторов типа «очень», «не», «слегка» и др. (например, «маленькая или средняя толщина», «очень маленькая толщина» и др.); M – процедура задания на X = [10, 80] нечетких подмножеств A_1 = «маленькая толщина», A_2 = «средняя толщина», A_3 = «большая толщина», а также нечетких множеств для термов из $G(T)$ соответственно правилам трансляции нечетких связок и модификаторов «и», «или», «не», «очень», «слегка» и др. операции над нечеткими множествами вида: A□□, A□□.

Следует отметить, что базовое терм-множество и расширенное терм-множество можно характеризовать функциями принадлежности, например как показано на рис. 5.16 и 5.17.

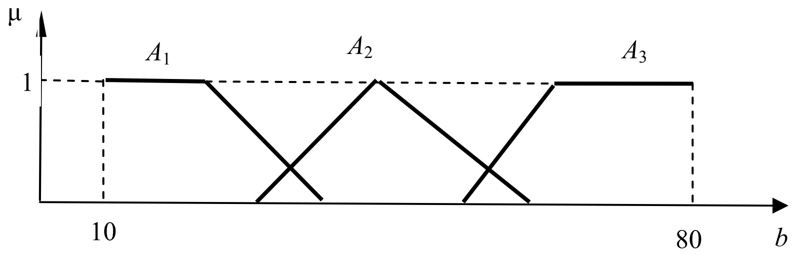


Рис. 5.16. Функции принадлежности терм-множества:
«маленькая толщина» = A_1, «средняя толщина» = A_2,
«большая толщина» = A_3

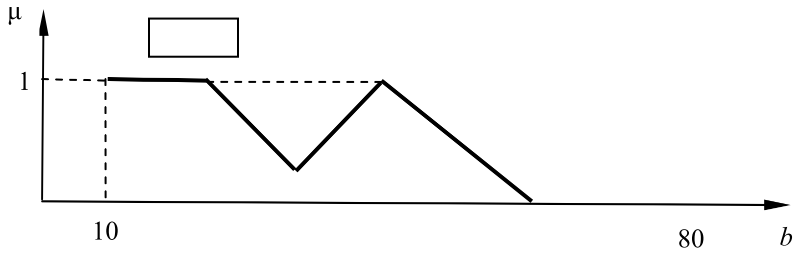


Рис. 5.17. Функция принадлежности:
нечеткое множество «маленькая или средняя толщина» = □

5.5.2. Модели нечеткого логического вывода

Отметим, что эффективность управления современными технологическими системами зависит от построения эффективной математической модели. Основным при конструировании такой модели является выяснение того, насколько полученная модель адекватна реальности. Известно также, что отсутствие достаточного количества информации о функционировании технологической системы, необходимость учета при построении модели большого число взаимосвязей между элементами реальных систем приводит при применении детерминированных моделей к неоправданной идеализации технологической системы. Поэтому, как правило, для полученных традиционным путем моделей характерна низкая эффективность управления технологическими системами.

Например, пусть необходимо перегрузить контейнер с контейнерной площадки на железнодорожную платформу. При этом необходимо управлять мощностью электродвигателя тележки крана, заставляя ее двигаться быстрее или медленнее. От скорости перемещения тележки, в свою очередь, зависит расстояние до платформы и амплитуда колебания контейнера на тросе. Вследствие того, что стратегия управления краном сильно зависит от положения тележки, применение стандартных систем управления для этой задачи весьма затруднительно. Вместе с тем детерминированная математическая модель движения контейнера, состоящая из нескольких дифференциальных уравнений, может быть составлена довольно легко, но для ее решения при различных исходных данных потребуется значительное время. К тому же управляющая программа будет «громоздкой» и «не поворотливой». Нечеткая система управления справляется с такой задачей быстрее, несмотря на то, что вместо сложных дифференциальных уравнений движения контейнера весь процесс движения описывается терминами естественного языка: «больше», «средне», «немного» и т.п., так, будто даются указания оператору, сидящему за органами управления краном.

Простейшие модели нечеткого логического вывода, имеющие практические приложения, основаны на продукционных правилах двух видов:

P_i: Если x_1 есть A_{i1} … и … x_n есть A_{ik}, то Y_k есть D_{ik}, $i =$, $k =$;

P_i: Если x_1 есть A_{i1} … и … x_n есть A_{ik}, то $y_k = f_{ik}(x)$, $i =$, $k =$,

где X, Y – входные и выходные лингвистические переменные типа «плотность», «производительность», «давление», «температура»; A_{ik}, D_{ik} – означают термы этих переменных, например, «очень высокая», «большое», «низкая», определенные как нечеткие подмножества соответствующих множеств численных значений переменных; f_i – некоторые вещественные функции; m – число правил; n – количество переменных.

Нечеткие модели, основанные на правилах первого или второго типа, соответственно называются моделями Мамдани или Сугено.

Типовая структура модели на основе нечеткого логического вывода содержит следующие блоки (рис. 5.18):

– в блоке «Фаззификатор» определяются степени истинности, т.е. значения функций принадлежности для левых частей каждого правила (предпосылок);

– блок «Нечеткая база знаний» содержит информацию о зависимости $Y = f(X)$ в виде лингвистических правил типа «если – то»;

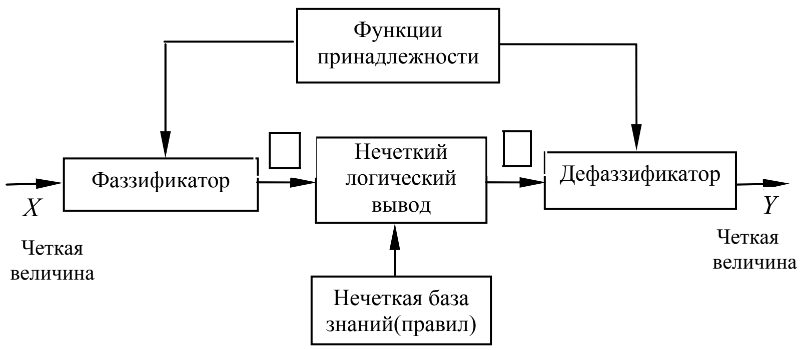


Рис. 5.18. Структура модели нечеткого логического вывода

– в блоке «Нечеткий логический вывод» на основе правил базы знаний определяется значение выходной величины в виде нечеткого множества , соответствующего нечетким значениям входных переменных ;

– блок «Дефаззификатор» преобразует выходное нечеткое множество в четкую величину Y. Существует несколько методов деззафикации, например метод центра тяжести, метод центроида, метод наибольшего значения.

В качестве примера рассмотрим, как можно преобразовать выходное нечеткое множество в четкую величину методом центра тяжести. Для этого используется следующая формула:

, (5.2)

где y' – расчетное выходное четкое значение; $\mu(y)$ – функция принадлежности соответствующего выходного нечеткого множества.

Для кусочно-линейной функции принадлежности формулу (5.2) можно представить в следующем виде:

, (5.3)

где – координата y центра фигуры под i-м отрезком прямой функции принадлежности; S_i – площадь этой фигуры.

Расчет четкого значения по формуле (5.3), представлен на рис. 5.19.

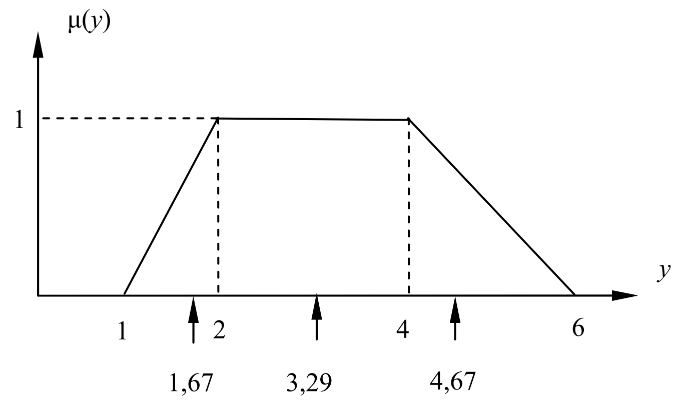


Рис. 5.19. Функция принадлежности

= = 3,29.

Рассмотрим нечеткий вывод на примере модели Мамдани. Это распространенный способ логического вывода в нечетких системах управления.

В модели типа Мамдани взаимосвязь между входами $X = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ и выходом y определяется нечеткой базой знаний следующего вида:

если $(x_1 = a_{1,j1})$ и $(x_2 = a_{2,j1})$ и … и $(x_n = a_{n,j1})$

или $(x_1 = a_{1,j2})$ и $(x_2 = a_{2,j2})$ и … и $(x_n = a_{n,j2})$

. . .

или $(x_1 = a_{1,jk})$ и $(x_2 = a_{2,jk})$ и … и $(x_n = a_{n,jk})$

то $y = d_j$, $j =$,

где $a_{i,jk}$ – терм лингвистической переменной x_i в строке с номером jp ($p =$); m – число правил в которых выходная лингвистическая величина y оценивается термом d_j; s – количество термов, используемых для оценки лингвистической переменной y.

Используя операции «пересечения» и «объединения», нечеткую базу знаний можно представить в более компактной форме:

$$\rightarrow y = d_j .$$

На рис. 5.20 показан нечеткий вывод по Мамдани для двух лингвистических переменных x_1, x_2 и двух нечетких правил P_1, P_2.

П р и м е р 5.13. Рассмотрим управление мобильным роботом, задачей которого является объезд препятствий. Введем две лингвистические переменные: «дистанция» (расстояние от робота до препятствия) и «направление» (угол между продольной осью робота и направлением к препятствию).

Рассмотрим лингвистическую переменную «дистанция». Ее значения можно определить термами «далеко», «средняя», «близко» и «очень близко». Для физической реализации лингвистической переменной необходимо определить точные физические значения термов этой переменной. Пусть переменная «дистанция» может принимать любые значения из диапазона от нуля до 3 м, т.е. носитель равен {0, 3}. Согласно теории нечетких множеств, в таком случае каждому значению расстояния из указанного диапазона может быть поставлено в соответствие некоторое число от нуля до единицы, которое определяет степень принадлежности данного расстояния (допустим 0,5 м) для того или другого терма лингвистической переменной «дистанция». Степень принадлежности определяем функцией принадлежности $\mu(d)$, где d – расстояние до препятствия.

Рассмотрим работу блока «Фаззификатор» (рис. 5.18). Сопоставим возможные показания датчиков мобильного робота к выбранным термам лингвистических переменных, например «дистанция».

Будем рассуждать следующим образом. Расстояние 0,3 м до препятствия можно считать точно принадлежащим терму «очень близко» и, следовательно, все значения расстояний от 0 до 0,3 м примем со степенью принадлежности равной 1. Расстояние свыше 0,8 м точно нельзя считать принадлежащим терму «очень близко», т.е. все значения расстояний свыше 0,8 м примем полностью не принадлежащими данному терму, т.е. степень принадлежности 0.

Соответственно значения расстояний, лежащих между 0,3 и 0,8 м, являются нечеткими (можно сказать и очень близко, но и не совсем близко). Для расстояния d = 0,5 м можно задать степень принадлежности для терма «очень близко» равное 0,7 , а для терма «близко» – 0,3 (рис. 5.21). Конкретное определение степени принадлежности проходит только при работе с экспертами.

Продолжая подобные рассуждения, можно построить функции принадлежности для всех термов лингвистической переменной «дистанция» (рис. 5.21).

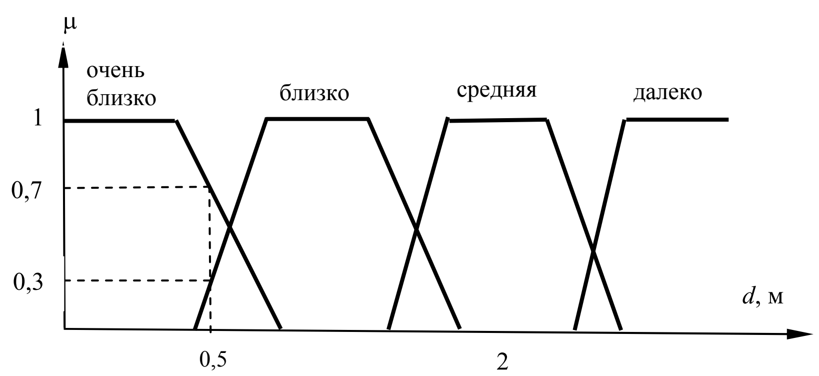


Рис. 5.21. Лингвистическая переменная и функция принадлежности

Лингвистической переменной «направление», которая принимает значения в диапазоне от 0 до 180°, зададим термы «левое», «прямо» и «правое». Для удобства будем считать, что угол 0 лежит по продольной оси движения робота, расположение препятствия с правой стороны от оси положительному углу (от 0 до 90°), а с левой – отрицательному (от 0 до – 90°).

Тогда угол между направлением движения робота и препятствием от 0 до 25° и от 0 до – 25° отнесем к терму «прямо», угол от 20 до 90° – к терму «правое» и угол от – 20 до – 90° – к терму «левое». Построение функций принадлежности аналогично построению для переменной «дистанция».

Теперь необходимо задать выходную лингвистическую переменную, т.е. переменную, значение которой после дефаззификации передается на приводы робота. В данном примере достаточно одной, которую назовем «угол поворота». Она может содержать термы: «резко влево», «влево», «прямо», «вправо» и «резко вправо».

Управление мобильным роботом осуществляется на основе нечетких правил (т.е. связь между входом и выходом запоминается в нечеткой базе знаний), представленных в табл. 5.1.

Каждая запись в данной таблице соответствует своему нечеткому правилу, например:

Если «дистанция» = близко и «направление» = правое, то «угол поворота» = резко влево.

После применения нечетких правил необходимо определить степень принадлежности терма «резко влево». Для этого используется оператор min или max. Допустим, что терм «близко» лингвистической переменной «дистанция» имеет степень принадлежности 0,7, а терм «правое» переменной «направление» – 0,4. Так как в нечетком правиле использована связка «и», то применим оператор min: min (0,7; 0,4) = = 0,4, т.е. степень принадлежности терма «близко» равна 0,4.

5.1. Нечеткие правила управления роботом

Направление	Дистанция			
	Оченьблизко	Близко	Среднее	Далеко
Правое	Резковлево	Резковлево	Влево	Прямо
Прямо	Резковлево	Влево	Влево	Прямо
Левое	Резковправо	Резковправо	Вправо	Прямо

Однако, для расстояния в 0,5 м для терма «близко» степень принадлежности равна 0,3, а для терма «очень близко» 0,7 (см. рис. 5.21). Аналогично для переменной «направление» угол в 18° для терма «правое» 0,4, а для терма «прямо» – 0,6, но необходимо получить одно значение. Для этого используется оператор min или max для каждого разработанного нечеткого правила. Из всех полученных значений выбирается максимальное. В результате получаем одно нечеткое значение управляющей переменной «Угол поворота», которое необходимо привести к четкому значению.

Таким образом, мобильный робот с нечеткой логикой будет работать по следующему принципу: данные от сенсоров расстояния до препятствия и направление к нему будут фаззифицированы, обработаны согласно табличным нечетким правилам, дефаззифицированы, и полученные данные в виде четких управляющих сигналов поступают на приводы робота.

5.6. Нечеткое моделирование

Математическое описание ТП, функционирующих в условиях неопределенности в общем виде может быть представлено следующим образом:

$$\square = M(\square, u, \square),$$

где M – оператор нечеткой математической модели; $\square \in \square$, где $\square$ – множество нечетких значений режимных параметров (например, производительность, качество исходного сырья или полупродуктов и др.), $\square \in \square$, где $\square$ – множество нечетких значений настроечных параметров (например, коэффициенты тепло- и массоотдачи, физико-химические константы, фактические характеристики оборудования и др.); $\square$ – нечеткая выходная величина.

Нечеткие величины характеризуются соответствующими функциями принадлежности. Очевидно, что функция принадлежности выходных величин $\square(y)$ зависит от управляющего воздействия u. Чтобы подчеркнуть эту зависимость, будем в дальнейшем обозначать $\square(y \mid u)$.

Математическую модель, позволяющую определить функцию принадлежности $\square(y \mid u)$ в зависимости от детерминированного значения управляющего воздействия u и функций принадлежности $\square(x)$ и $\square(b)$, запишем в виде

$\square(y \mid u) = \mathbb{M}(\square(x), u, \square(b))$.

Будем называть $\mathbb{M}$ «определяющей моделью» в том смысле, что она рассчитывает (определяет) функцию принадлежности $\square(y \mid u)$ выходных величин.

Эта модель является функциональным оператором, который ставит в соответствие функциям принадлежности $\square(x)$, $\square(b)$ и управляющему воздействию u функцию принадлежности $\square(y \mid u)$:

$$\mathbb{M} : X \times U \times B \rightarrow Y,$$

где X, B, Y – функциональные пространства соответственно $\square(x)$, $\square(b)$ и $\square(y)$.

При этом решение математической модели $\mathbb{M}$ может быть определено на основе использования принципа расширения Заде, т.е. задать эту модель алгоритмически следующим образом:

$$\square(y \mid u) = \square \min(\square(x), \square(b)) \mid y = M(x, u, b),$$

где M – детерминированная математическая модель

$$x \in X; \quad u \in U; \quad b \in B;$$

$$\square(y \mid u) = 0, \text{ если } \{(x, u, b) \mid y = M(x, u, b)\} = \varnothing.$$

Таким образом, определяющая математическая модель $\mathbb{M}$ при расчете $\square(y \mid u)$ многократно использует детерминированную модель ТП.

Алгоритм реализации определяющей математической модели представлен на рис. 5. 22.

В блоке 1 блок-схемы рис. 5.22 вводится значение управляющего воздействия u, для которого необходимо построить реакцию: функцию принадлежности $\mu(y)$.

Блок 2 – организует цикл перебора x и b.

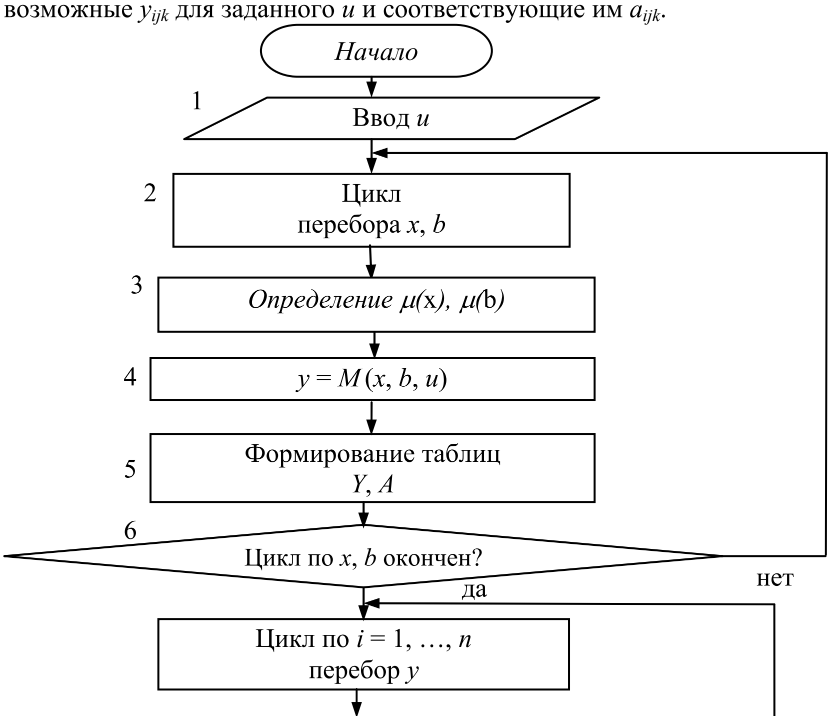
Блок 3 – для каждого x_j и b_k определяет соответствующие значения функции принадлежности $\mu(x_j)$ и $\mu(b_k)$ и минимальное значение из этих двух величин a_{ijk}: $a_{ijk} = \min[\mu(x_j), \mu(b_k)]$.

Блок 4 – вычисляет y_{ijk}, соответствующее заданным значениям u, x_j, b_k по математической модели $y = M(u, x, b)$.

Блок 5 – запоминаются значения y_{ijk} и a_{ijk}, формируя таблицы Y и A.

Блок 6 – определяет окончание цикла перебора x и b.

Таким образом в блоках 2 – 6 рассчитываются и запоминаются все возможные y_{ijk} для заданного u и соответствующие им a_{ijk}.



7

8

9

10

11

12 нет

Рис. 5.22. Блок-схема алгоритма решения уравнений определяющей модели

Блок 7 – организует цикл перебора y и определяет для каждого из них значение функции принадлежности $\mu(y_i)$.

Блок 8 – определяет интервал величиной $2\Delta_i$, где Δ_i – заданная точность расчета такая, что принадлежность y этому интервалу идентифицируется как значение $y = y_i$.

Блок 9 – находит из заполненной таблицы $Y = \{y_{ijk}\}$ значения $y_{ijk} \in [\square_i, \square_i]$, где $\square_i = y_i - \Delta_i$, $\square_i = y_i + \Delta_i$ и идентифицирует их как y_i.

Блок 10 – для каждого из найденных y_{ijk} выбирается из таблицы A соответствующее значение a_{ijk}.

Таким образом формируется множество a_{ijk}, соответствующих y_i.

Блок 11 – определяет значение функции принадлежности $\mu(y_i)$, соответствующее значению y_i по формуле $\mu(y_i) = \square\, a_{ijk}$.

Блок 12 – определяет окончание цикла.

Если цикл окончен, то функция принадлежности $\mu(y)$ для заданного значения u построена.

Следующий параграф посвящен формализации параметров и признака адекватности, разработке алгоритма проверки адекватности определяющей модели реальному объекту.

5.7. Определение адекватности и коррекции нечеткой модели

Параметрами адекватности будем называть составляющие вектора выходных величин математической модели, т.е. $\square = (\square, \square, ..., \square)$, используемые при решении задач моделирования, управления и оптимизации. Вектор выходных величин описывается соответствующей функцией принадлежности $\square(y \mid u)$.

Назовем некоторую постоянную величину ε_i уровнем существенности параметра адекватности $\square$ $(i = \square)$. Областью существенности G_i – множество y_i таких, что (рис. 5.23):

$$G_i = \{y_i \mid \mu_i(y_i \mid u) \geq \varepsilon_i\}.$$

Назовем границами $\square$, $\square$ существенности значений параметров y_i числа, определяемые по формулам:

$$\square = \square\, y_i\,, \quad \square = \square\, y_i\,. \qquad (5.4)$$

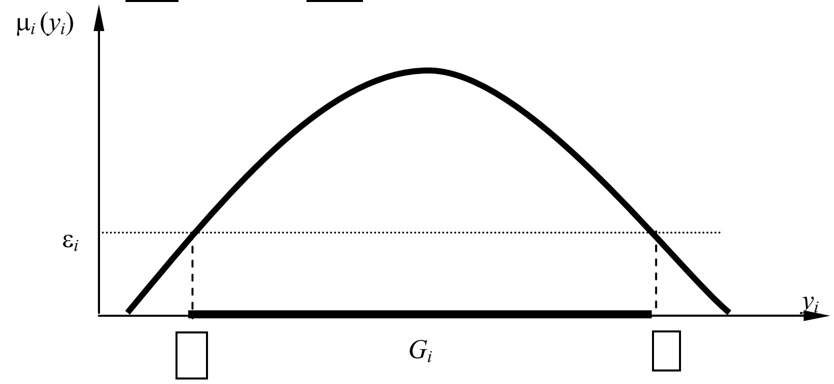


Рис. 5.23. Изображение области существенности G_i

Будем считать, что некоторые экспериментальные значения $\square$ удовлетворяют условиям адекватности, если

$$\square \le \square\,, \qquad (5.5)$$

где $\square = \square$, $\Delta_i = \square - \square$.

Будем считать, что математическая модель адекватна реальному объекту, если при любых значениях управляющих воздействий, принадлежащих множеству допустимых управлений, значения параметра адекватности модели удовлетворяют условиям (5.5).

Таким образом, определение адекватности определяющей математической модели реальному объекту управления заключается в следующем:

1. Определение экспериментального значения управляющего воздействия $\square$, где j – номер эксперимента.

2. Вычисление для $\square$ функций принадлежности $\mu_{ij}(y_{ij} \mid \square)$ параметров адекватности $\square$.

3. Определение значений $\square$, $\square$, $\square$ и Δ_i по формулам (5.4).

4. Измерение экспериментальных значений или вычисление по экспериментальным значениям $\square = (\square, \ldots, \square)$.

5. Проверка выполнения условия (5.5).

На рис. 5.24 представлена блок-схема алгоритма проверки адекватности определяющей математической модели.

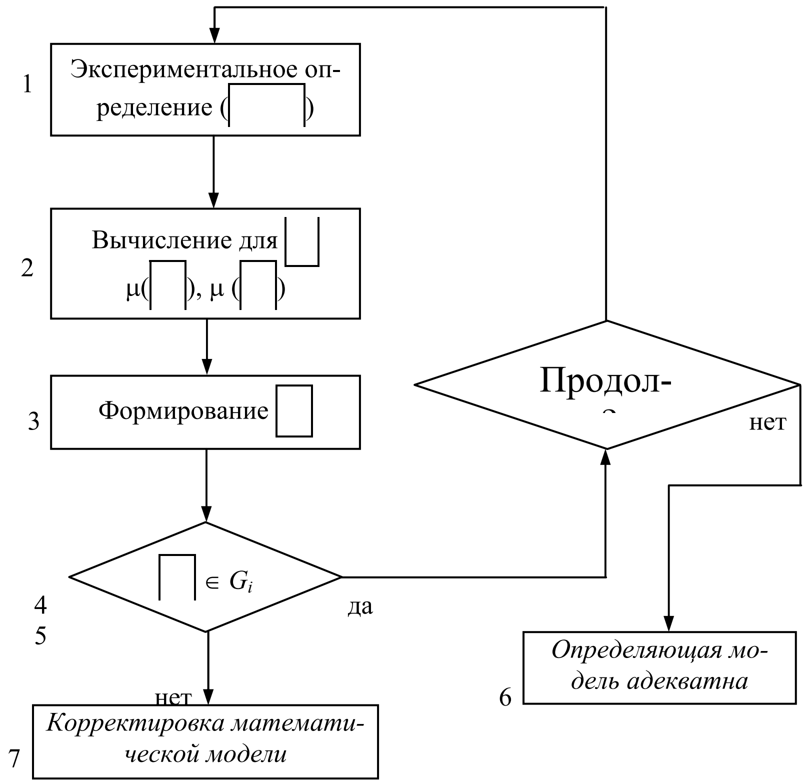


Рис. 5.24. Алгоритм проверки адекватности определяющей математической модели

В том случае, если определяющая математическая модель адекватна реальному объекту управления, т.е. выполняются условия (5.5), то возможно ее применение для решения задач моделирования, управления и оптимизации.

При невыполнении условия (5.5) хотя бы для одного параметра y_i ($i =$), необходимо проводить коррекцию математической модели.

Задача коррекции определяющей математической модели может быть сформирована следующим образом.

Необходимо из множества B функций принадлежности $\mu(b)$ настроечных параметров b модели найти (b), при которой для всех экспериментальных значений (,) ($j =$, где k – число экспериментов) выполняются условия адекватности и при этом принимает минимальное значение рассогласование между откорректированной функцией принадлежности $\mu(b)$ и функцией принадлежности (b), полученной на основании экспертных оценок, при выполнении физической реализуемости $\mu(b)$.

Математически эта задача формализуется следующим образом: необходимо найти такую функцию принадлежности (b), при которой достигает минимума функционал

$$L^*(\mu(b)) = \qquad , \qquad (5.6)$$

при удовлетворении условий $\geq {}_{\text{доп}}$, $\leq {}_{\text{доп}}$,
где неравенства должны выполняться по соответствующим составляющим (5.5) и $\forall($ $)$, $\forall($ $)$;

, – соответственно минимальное и максимальное значения соответствующих составляющих областей определения откорректированной функции принадлежности $\mu(b)$;

$_{доп}$, $_{доп}$ – соответственно минимальное и максимальное допустимые значения и .

Корректировка математической модели в поставленном виде является чрезвычайно сложной вариационной задачей.

Эта задача значительно упрощается, если функцию принадлежности искать в классе кусочно-линейных функций, например, в треугольной, трапецеидальной (см. рис. 5.13, 5.14) и т.д. форме.

При этом функция принадлежности задается несколькими точками, например, функция принадлежности треугольной формы задается тремя точками , и b_c, где b_c – значение, соответствующее максимальному значению функции принадлежности $\mu(b)$, функция принадлежности трапецеидальной формы задается четырьмя точками и т.п.

При таком подходе функционал (5.6) становится функцией конечного числа переменных, и задача коррекции значительно упрощается и переходит в разряд минимизации функции от конечного числа переменных.

5.8. МОДЕЛЬ Принятия решений с использованием байесовского подхода и экспертных оценок

Применение современных пакетов программ, информационных систем и технологий, например, ERP, e-CRM, SCM, XML[1] и других, не снимает полной неопределенности для лица, принимающего окончательное решение, от которого может зависеть успех предприятия или проектного решения. Для снижения вероятности ошибок при оперативном решении ответственных задач используется модель, представляющая собой комбинацию байесовского подхода и метода экспертных оценок.

Пусть требуется из множества вариантов решений, показатели эффективности которых примерно одинаковы, выбрать наиболее оптимальный для реализации.

Обработка результатов работы «узкой» группы экспертов показала, что их мнения не могут быть признаны согласованными (коэффициент конкордации низок) и среди рассматриваемых вариантов решений нет выделяющегося «лидера».

Идея алгоритма, реализующего модель принятия решений, заключается в последовательном привлечении дополнительных экспертов и подсчете для каждого варианта проектного решения средней апостериорной вероятности того, что это решение является оптимальным. Работа продолжается до тех пор, пока средняя апостериорная вероятность одного из вариантов решений множества не будет существенно выше, чем для альтернативных решений. При соблюдении некоторых условий на возможные исходы последующих экспертиз данный вариант проектного решения считается оптимальным.

Результат работы каждого дополнительно привлекаемого эксперта рассматривается как исход проведенного опыта, и расчет апостериорной вероятности производится по формуле Байеса, т.е.

(5.7)

[1] ERP – Enterprise Resource Planning (планирование ресурсов предприятий), e-CRM – electronic Customer Relationship Management (электронное управление взаимоотношениями с клиентами), SCM – Supply Chain Management (управление цепочками поставок), XML – eXtensible Markap Language (технология для бизнес приложений).

где – предположение (гипотеза) о том, что вариант является оптимальным; – результат экспертизы (событие) об оптимальности варианта ; – число рассматриваемых вариантов (мощность множества); – априорная и апостериорная вероятности гипотезы соответственно; – вероятность события , если имеет место гипотеза (правдоподобие).

Будем полагать, что событие произошло, если вариант очередной эксперт расположил на 1-е место при = 2…3, и на 1-е или 2-е место при .

Если произошло событие , то апостериорная вероятность рассчитывается по формуле, аналогичной (5.7), т.е.

, (5.8)

где – апостериорная вероятность гипотезы при событии .

По результатам работы очередного k-го эксперта рассчитываются усредненные апостериорные вероятности по формуле

; (5.9)

,

где – событие, связанное с проверкой гипотезы , т.е. того, что k-й эксперт вариант поставит на первые места, для части слагаемых суммы имеет место , для другой – .

Вероятности естественно удовлетворяют условию полноты группы событий, т.е.

и

В качестве оптимального варианта после k-й экспертизы берется тот, для которого вероятность, рассчитанная по формуле (5.9), максимальна и выполняется условие, что некоторое наперед заданное число последующих экспертиз не изменяет соотношения

, (5.10)

где – гипотеза об оптимальности варианта , .

При использовании байесовского подхода для решения подобных задач важную роль играет формализация правила «остановки» в процессе проведения экспертиз. С одной стороны, своевременное прекращение итераций экономит средства, затрачиваемые на проведение экспертиз. С другой стороны, необходима уверенность, что дальнейшее привлечение экспертов не приведет к кардинальному изменению усредненной апостериорной вероятности и принятию другого варианта для реализации.

Наиболее естественно решение об «остановке» принимать по двум показателям: числе дополнительных экспертов, высказывания которых могут изменить выбор оптимального варианта, и вероятности того, что результаты высказываний этих экспертов приведут к изменению варианта, т.е. гипотезы, для которой усредненная апостериорная вероятность максимальна.

Определение показателей и произведем при следующих допущениях:

1) в множестве можно выделить два лидирующих варианта и ;

2) проведена обработка мнений k экспертов, при этом варианту отдавалось предпочтение (исход) раз и варианту (исход B) – раз , т.е. по результатам k итераций вариант считается предпочтительным (вероятность – максимальна);

3) в качестве вероятностей исходов A и B принимаются оценки

(5.11)

причем вероятность ;

4) исходы A и B при последующих высказываниях экспертов являются независимыми и совместимыми;

5) очередность исходов в m экспертизах не влияет на конечный результат.

При данных допущениях имеет место следующая лемма.

Лемма 1. Если

,

то соотношение

(5.12)

становится возможным при

. (5.13)

Доказательство леммы непосредственно следует из формулы Байеса (5.7) и принятых допущений.

Для определения вероятности , характеризующей возможность неравенства (5.12), используем комбинацию моделей Бернулли для повторяющихся испытаний.

Лемма 2. Если имеет место

и (5.13), то вероятность выполнения неравенства (5.12) при минимальном значении определяется формулой

. (5.14)

Равенство (5.14) означает, что все привлекаемых дополнительно экспертов выскажутся отрицательно относительно варианта (исходы) и положительно относительно (исходы B). Формула (5.14) непосредственно следует из распределения вероятностей возможных сложных событий при испытаниях, в которых события A и B могут принимать по два исхода с разными вероятностями. Такое распределение при использовании моделей Бернулли для событий A и B имеет следующий вид:

, (5.15)

где

Следует заметить, что вероятности (см. (5.11)) необходимо корректировать после каждой итерации.

5.9. МОДЕЛЬ ШОРТЛИФА-БЬЮКЕНЕНА

Использование формулы Байеса требует знаний априорных и условных вероятностей, для оценки которых необходимы статистические данные. При этом встречаются следующие трудности: большая трудоемкость получения представительной выборки, особенно в случае многомерных распределений; необходимость принятия решений в условиях редко повторяющихся ситуаций, наблюдение за которыми требует длительного времени; изменение характера распределений и взаимосвязи между данными и ситуациями со временем, особенно для экономических показателей развивающихся предприятий и др. Модель Шортлифа и Бьюкенена (МШБ) или Стендфорская теория фактора уверенности позволяет делать оперативные выводы на основе неполных знаний. Для этого вместо сбора представительной выборки собираются и обрабатываются мнения экспертов и ЛПР, которые затем интерпретируются в вероятностном смысле.

Преимущество МШБ по сравнению с системой условных вероятностей, применяемых при байесовском подходе, заключается в следующем:

– возможно использование фундаментальных знаний и теоретических закономерностей;

– возможно применение опытного знания для рассмотрения малых групп экономических объектов, имеющих разные классы проблемных ситуаций, для которых нет достаточного статистического материала;

– легкость модификации алгоритма решения, так как продукционные правила не связаны эксплицитно одно с другим и нет необходимости строить заранее структурированное дерево решений;

– изменение правил и добавление новых не требуют анализа сложных взаимосвязей с другими частями системы исходных данных и промежуточных результатов;

– облегчается поиск потенциальных конфликтов и несовместимостей в базе знаний;

– используются простые механизмы объяснений вычислительного процесса;

– можно информировать пользователей только о той части процесса решения, которая ему необходима.

Важную роль в МШБ играют понятия меры уверенности и меры неуверенности.

- Мера (measure) уверенности или доверия (believe) МВ в соответствии с равенством означает, что степень или мера уверенности в некоторой гипотезе h, основанная на свидетельстве x, есть α. Гипотеза h может заключаться в предпочтительности одного из альтернативных вариантов ν проектного решения.

МВ рассматривается не как формальная оценка, которую эксперт (или ЛПР) добавляет к заключениям типа «вероятно, это так», и «почти наверняка, это так» и т.п.

- Мера неуверенности или недостоверности (distrust) МД или означает, что степень или мера неуверенности в h, основанная на свидетельстве x, есть β.

Стендфордская теория фактора уверенности основывается на следующих предположениях. Во-первых, в методах, использующих классические положения теории вероятности, при оценке экспертом истинности некоторого отношения (например, значением 0,8) не учитывается, что отношение может быть и ложным. Здесь правило равенства единице суммы вероятностей отношения и его отрицания не распространяется на все ситуации.

Во-вторых, во многих случаях при абдуктивном выводе «знание самих правил немного важнее, чем знание алгебры для вычисления их достоверности».

«Абдукция является необоснованным правилом вывода, означающим, что заключение необязательно истинно для каждой интерпретации, при которой истинны предпосылки».

Значения МВ и МД, как и для вероятности, всегда должны находиться в интервале [0, 1]. Свидетельства могут быть не только наблюдаемыми, но и гипотезами. Например, есть мера увеличения уверенности в гипотезе при условии, что гипотеза является истинной.

Одно и то же свидетельство *x* не может выступать как в пользу, так и против гипотезы, т.е.

если , то , (5.16)

если , то . (5.17)

Если гипотеза *h* не зависит от свидетельства *x*, т.е. условная вероятность равна априорной вероятности , то

. (5.18)

Определение МВ и МД производится с использованием соотношений

(5.19)

(5.20)

где – априорная вероятность гипотезы *h*; – условная вероятность *h* при свидетельстве .

Вероятность отражает уверенность эксперта в в любой момент времени, а – оценка неуверенности эксперта в истинности *h*. Если , то *x* увеличивает уверенность эксперта в *h*. Если , то *x* уменьшает уверенность в *h* (и увеличивает неуверенность в истинности *h*).

Для расчета МВ и МД допускается использование упрощенных формул

если ; (5.21)

, если . (5.22)

Наряду с МВ и МД в МШБ используется также коэффициент или фактор уверенности CF (certainty factor), вычисляемый по формуле

, , (5.23)

или

при этом .

Например, гипотеза h – стабильная доходность предприятия региона. Априорная вероятность на основе статистических данных составляет (для предприятия без указания его профиля). Пусть в качестве свидетельства x рассматривается, что предприятие производит электронную продукцию и . В этом случае в соответствии с формулами (5.19), (5.20)

;

;

.

Следует заметить, что при данном подходе

, (5.26)

здесь – отрицание .

К основным свойствам мер МВ и МД относятся

1) если – достоверная гипотеза, то

; (5.27)

2) если достоверна (отрицание), то

; (5.28)

3) в случае недостатка свидетельств

, (5.29)

т.е. здесь свидетельство не подтверждает гипотезу и не отвергает ее.

В случае упорядоченного наблюдения двух свидетельств, сначала и затем , расчет МВ и МД производится по формулам:

(5.30)

(5.31)

. (5.32)

В случае двух гипотез для расчетов можно использовать приближенные формулы:

; (5.33)

; (5.34)

$$\mathrm{MB}[h_1 \vee h_2, x] \approx \max\{\mathrm{MB}[h_1, x], \mathrm{MB}[h_2, x]\}; \quad (5.35)$$

. (5.36)

Есть истинность или ложность части свидетельств не известна с полной определенностью, но известно значение CF, основанное на априорных данных и оно отражает степень уверенности в , тогда и рассматриваются соответственно как степени уверенности и неуверенности в h, когда известно, что с полной определенностью является истинным. В этом случае имеет место

; (5.37)

, (5.38)

здесь – мера доверия (недоверия) в случае, если известно, что истинно; – все имеющиеся данные.

Вопросы для самопроверки

1. Какие существуют подходы к построению моделей СИИ?
2. Какие существуют модели представления знаний?
3. Какие известны подходы к решению задач моделирования в условиях неопределенности?
4. Приведите основные свойства нечетких множеств.
5. Что понимается под лингвистической переменной?
6. На чем основаны модели нечеткого логического вывода?
7. Как можно определить адекватность нечеткой модели?

6. Модели производственных систем

6.1. Предприятие как объект моделирования

Под производственной системой (ПС) будем понимать самостоятельную организацию, обладающую материальными, энергетическими, финансовыми и другими ресурсами, которая осуществляет деятельность по производству продукции с целью ее реализации потребителям и извлечения прибыли. Организационно ПС состоит из основных (линейных) и вспомогательных подразделений.

Модель ПС представляет собой сложное комплексное многоуровневое описание целей, структуры, материальных, энергетических, информационных потоков, бизнес-процессов и всех других аспектов, необходимых для ее управления. Модель включает словесные описания (миссия, цели), схемы (структура), математические модели (функции затрат, издержек и т.п.) и данные (параметры деталей, характеристики продукции и т.п.). Она должна обеспечивать руководство ПС необходимой информацией для принятия управленческих решений в достижении поставленных целей. Важнейшими (глобальными) целями любого предприятия являются его устойчивое развитие и конкурентоспособность выпускаемой продукции.

Для описания технологических процессов ПС широко используются термины: концептуальная модель, функциональная модель, информационная модель др.

Модели ПС содержат описания протекающих в системе основных бизнес-процессов. В общем случае бизнес-процесс (БП) представляет собой совокупность последовательно (или параллельно, или последовательно-параллельно) выполняемых операций (действий), в результате которых входные потоки (материальные, информационные) преобразуются в выходные с другими свойствами. В ходе БП потребляются материальные, энергетические, трудовые и финансовые ресурсы, при этом выполняются необходимые ограничения со стороны других БП и внешней среды. Все БП протекают в соответствии с нормативными документами и управляющими директивами, вырабатываемыми на основе целей деятельности предприятия. Для ПС основными БП являются технологические и организационно-деловые.

Для каждого бизнес-процесса разрабатывается количественная модель, затем на основе интеграции (консолидации) информации о бизнес-процессах получается обобщенное количественное описание предприятия.

Концепция построения модели ПС на основе описания бизнес-процессов представлена на рис. 6.1. На первом этапе строится грубая модель предприятия в виде функциональной модели, которая дает представление о функциях предприятия и о распределении ответственности за их выполнение. На втором этапе строится процессная модель, которая детально описывает потоки ресурсов (материальных, информационных и т. д.), используемых при выполнении функций, а также содержит информацию о взаимосвязях функций. Затем разрабатывается комплексная модель, позволяющая выполнять все расчеты производственного процесса, дать стоимостную оценку всем функциям и решать задачи финансового планирования предприятия. Таким образом, сначала строятся качественные модели БП, затем количественные модели БП, на основе которых строится модель финансового плана ПС.

Рис. 6.1. Основные бизнес-процессы производственного предприятия

Основными частями комплексной модели являются описания процессов производства, снабжения материалами и сбыта продукции. В моделях технологических процессов обычно используются следующие переменные: объемы производства, удельные затраты производственных агрегатов, мощность каждого производственного агрегата, стоимость единицы времени каждого агрегата, коэффициент роста стоимости единицы времени агрегата, платежи за использование производственных агрегатов. Понятие «производственный агрегат» обычно включает в себя и трудовые ресурсы – производственных рабочих.

В модели снабженческой программы переменными являются: объемы закупок материалов, стоимость материалов, коэффициент роста цен, запасы материалов, удельный расход материалов на производство единицы продукции, платежи за материалы.

В качестве переменных модели, описывающей сбыт продукции, используются: объемы реализации продукции, спрос на каждый продукт, запасы готовой продукции, цена реализации продукции, коэффициент роста цены продукции и поступления от реализации продукции.

В настоящее время модели материальных, энергетических и информационных потоков рассматриваются в рамках логистики, т.е. науки о планировании, управлении и контроле за движением материальных, информационных и финансовых потоков в различных производственных и других системах.

Модели материальных потоков можно классифицировать по характеру движения потока сырья, продукции и т.п. от поставщика к покупателю. Различие в моделях возникает из-за разного подхода к формированию запасов.

Схема самой распространенной модели приведена на рис. 6.2, *а*. Ее преимущество для производства в том, что достигается максимальная эффективность производственного процесса, так как поставки сырья на обработку гарантированы и нет необходимости быстро реагировать на изменения покупательского спроса – для этого создаются запасы. Запасы в данном случае страхуют производство от колебаний как поставок, так и спроса. Использование запаса для изоляции разных этапов производственного процесса друг от друга значительно упрощает управление, но одновременно имеет недостаток, связанный со значительными затратами на хранение. Данная модель не может применяться в случае изготовления продукции на заказ.

Значительные затраты на хранение запасов вынудили многие предприятия отказаться от запасов сырья и материалов. При этом поставки организуются так, чтобы они точно соответствовали спросу со стороны производства, схема такой модели приведена на рис. 6.2, *б*.

а)

б)

в)

г)

Рис. 6.2. Схемы материальных потоков

Многие предприятия, изготавливающие продукцию по заказам потребителей, используют модель, схема которой приведена на рис. 6.2, *в*. Эта модель применима в любой ситуации, когда покупатель готов ждать поставки, например, процесс производства очень короткий или готовые изделия нежелательно хранить на складе.

В последние годы стремление сократить затраты на хранение и повысить скорость реакции производства на запросы потребителей привело к появлению стратегии производства под названием «точно – вовремя». Конечная цель этого подхода – нулевые запасы на всех стадиях, схема соответствующей модели приведена на рис. 6.2, *г*.

Важное место в комплексной модели занимают модели изделий, как конечных в виде заключительной комплектации материалов, предметов, программ и других компонентов, готовых к использованию по назначению, так и компонентов изделия (деталей, сборочных единиц и т.д.). Модель изделия должна содержать необходимую информацию о его конфигурации, т.е. структуре и составе.

Структура представляется в виде описания отношений между компонентами изделия, например, в виде древовидного или сетевого графа, вершинами которого являются компоненты, а ребрами – отношения. Различают функциональные и физические структуры. Функциональная структура формально описывает энергетические и информационные связи между компонентами и обычно представляется блок-схемой. Физическая структура отображает геометрические, электрические, кинематические и другие связи между компонентами.

Состав изделия представляет собой перечень компонентов с указанием их характеристик. Обычно эта часть модели имеет вид иерархически организованного списка, отображающего вхождение деталей в подузлы (модули), подузлы – в узлы (блоки), узлы – в агрегаты (стойки) и т.д.

Все необходимые сведения об изделии для использования в компьютерной среде оформляются в виде электронной модели изделия, т.е. совокупности всех типов электронных моделей (электронная геометрическая, электронный чертеж и др.), аннотаций, характеристик, атрибутов, которые вместе определяют и описывают свойства изделия. Понятие атрибут в данном случае означает именованную характеристику или параметр изделия (компонента), которая может приобретать конкретное значение в форме числа, вектора, логического завершения, символьного выражения и т.д. на заданном множестве.

6.2. Концептуальные модели и организационные структуры

Для успешного решения задач управления предприятием создается интегрированная информационная среда (ИИС) в виде совокупности распределенных баз данных, содержащих сведения об изделиях, производственной среде, ресурсах и процессах предприятия. ИИС должна обеспечивать сохранность, корректность, актуальность и доступность данных персоналу, участвующему в осуществлении жизненного цикла (ЖЦ) изделия. ИИС создается на основе концептуального описания предметной области и объединяет разнородные по природе и форме информации модели, необходимые для управления предприятием.

В общем случае под управлением предприятием понимается особый вид бизнес-процесса, в ходе которого определяются цели предприятия, собирается и анализируется информация о ходе производственных процессов, принимаются решения и выполняются действия, необходимые для достижения целей. Множество варьируемых параметров в алгоритмах управления позволяет улучшать динамические свойства предприятия за счет поиска областей эффективных значений в процессе машинных экспериментов с моделями, содержащимися в ИИС.

Модель предметной области, созданная на концептуальном уровне, позволяет глубже вникнуть в процессы, происходящие на каждом из этапов жизненного цикла изделия, и тем самым повысить достоверность использования средств моделирования.

Концептуальная модель предметной области создается на основе баз данных (БД), баз знаний (БЗ), экспертных систем (ЭС) и других средств компьютерного моделирования. На рис. 6.3 представлена упрощенная схема модели предметной области производственной системы.

Рис. 6.3. Концептуальная модель предметной области:
СП – сырьевые потоки; ЭП – экономические потоки;
ИП – информационные потоки; БП – бизнес-процессы

Модели данных, определяющих изделие, представляют собой совокупность информационных объектов и правил их взаимодействия, необходимых для полного его описания, в том числе его геометрии, топологий, свойств и т.д., используемых на всех стадиях ЖЦ. В свою очередь информационный объект рассматривается как совокупность данных и программного кода, которая обладает свойствами и методами, позволяющими определенным образом обрабатывать данные.

Понятие «информационная модель» широко используется для описания реальных объектов. Эта модель представляет собой совокупность данных и отношений между ними и предназначена для описания различных свойств реального объекта, которые интересуют разработчика модели и потребителя.

Концептуальная модель должна отражать организационную структуру предприятия. Под структурой обычно понимают совокупность составляющих систему компонентов и устойчивых связей между ними.

В каждой производственной системе имеется несколько различных структур, в том числе линейная, которая характеризует производственную деятельность; функциональная, объединяющая подразделения с управляющими функциями (маркетинг, финансы и т.д.); структура центров планирования (бизнес-план и маркетинг) и структура центров учета (финансы).

Эти структуры в различных вариантах порождают организационные структуры предприятия. Заметим, что организационная структура в некотором смысле представляет собой альтернативу штатному расписанию. Основными видами организационных структур являются: линейно-функциональная, дивизиональная (от division – подразделение) и матричная. Схемы этих структур представлены соответственно на рис. 6.4 – 6.6.

Линейно-функциональная и дивизиональная структуры наиболее широко распространены на практике.

Основными характеристиками линейно-функциональной структуры являются следующие:

– стабильность, т.е. она эффективна в стабильных условиях рынка;
– сравнительно низкие затраты на управленческий персонал;
– специализация и компетентность;
– быстрое решение простых проблем, находящихся в компетенции одной функциональной службы;

– ориентация на действующие технологии и сложившийся рынок;
– ориентация на ценовую конкуренцию.

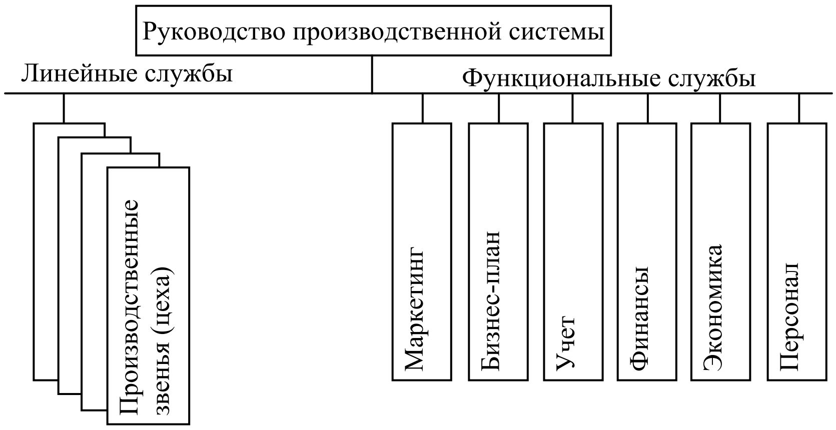


Рис. 6.4. Схема линейно-функциональной структуры

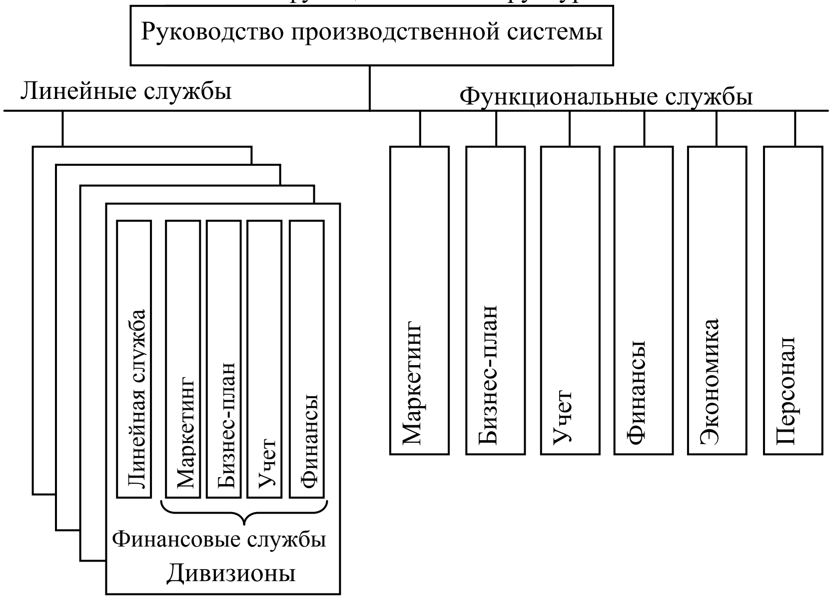


Рис. 6.5. Схема дивизиональной структуры

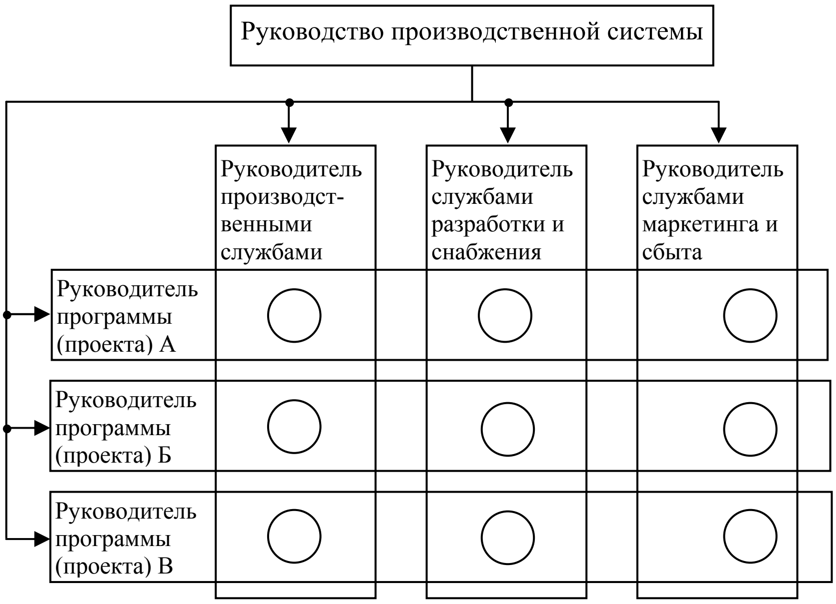


Рис. 6.6. Схема варианта матричной структуры, здесь ± – матричные группы (виртуальные подразделения)

Дивизиональная структура более приспособлена к условиям конкурентной среды. Ее характеристиками являются:

– гибкость, т.е. эффективность в динамичной среде;
– оперативность принятия решений;
– междисциплинарный подход;
– быстрое решение сложных межфункциональных проблем;
– ориентация на новые рынки и технологии;
– ориентация на неценовую конкуренцию.

Матричная организационная структура управления представляет собой наиболее современный и эффективный тип структуры (см. рис. 6.6). Здесь по вертикали осуществляется управление линейными (производственными) и функциональными службами, а по горизонтали – управление программами и проектами (программно-целевой деятельностью). Руководитель соответствующей программы (проекта) работает со специалистами, которые подчинены линейным руководителям. Линейный руководитель решает, кто и как будет выполнять ту или иную работу.

Достоинствами матричной структуры являются:

– активизация деятельности работников;
– распределение функций управления между работниками программ и начальниками линейных (функциональных) подразделений;
– вовлечение руководителей и специалистов в активную творческую деятельность.

К недостаткам этой структуры следует отнести:

– матричные группы не являются устойчивыми образованиями;
– работники часто перемещаются из одной группы в другую;
– отмечается частая смена руководителей и повышенный уровень конфликтности.

Для каждой организационной структуры предприятия имеется своя специфика задач управления и соответствующих моделей. Например, для эффективного функционирования предприятий, имеющих линейно-функциональную или дивизиональную структуру, большое значение имеют задачи планирования и управление запасами. Для предприятий с матричной структурой важную роль играют задачи управления проектами и рисками. Для предприятий с любой структурой, выпускающих наукоемкие изделия, требуется оперативное решение задач управления конфигурацией.

6.3. Модели системы управления производством и его элементами

Для эффективного автоматизированного управления производством соответствующие модели должны обеспечивать решение следующих задач:

– планирование сроков выполнения заказов;
– планирование ресурсов;
– управление на уровне цехов;
– технологические маршруты;
– контроль производства;
– отслеживание производственных ситуаций и др.

Схема варианта комплексной модели системы управления производством приведена на рис. 6.7. На базе интегрированной системы планирования и управления производственным процессом по информации о текущем состоянии работ и загрузке мощностей модель позволяет оценить возможности выполнения конкретного заказа в запланированные сроки, а также определить производительность при выполнении этого заказа и количестве затраченных ресурсов при этом. Результатами моделирования являются информация о загрузке производственных мощностей, сметная калькуляция и т.д.

Компонент модели «Планирование сроков и работ выполнения заказов» обеспечивает информационный расчет и составление детальных производственных и календарных планов для поступающих заказов.

С помощью блока «Отслеживание производственных ситуаций» выполняются:

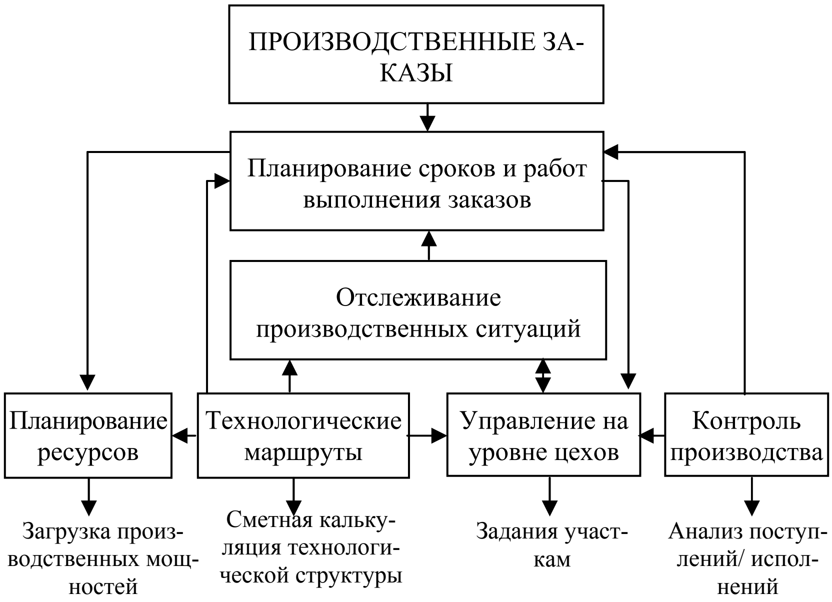


Рис. 6.7 Схема модели системы управления производством

– оперативный анализ текущих заданных данных и внесение изменений в рабочие планы и технологические карты, а также показатели текущих производственных ситуаций;
– формирование производственных планов;
– определение производственной мощности и накладных затрат;
– ведение общего календарного плана, а также и специализированных календарных планов по рабочим местам;
– расчет расходов по участкам, включая накладные расходы.

В блоке «Планирование ресурсов» производится расчет ресурсов для каждого рабочего места, детализированный график загрузки, анализ входной и выходной информации с периодической выдачей сообщений.

Блок «Технологические маршруты» анализирует всю информацию, необходимую для выпуска стандартных технологических карт. Этапы технологического цикла конкретизируются в виде заданий производственным участкам с учетом фактических ограничений. Стандартная технологическая карта определяет производственные участки и обрабатывающие центры, через которые проходит изделие.

В блоке «Управление на уровне цехов» для каждого заказа обеспечивается выполнение условия о наличии необходимых ресурсов. Блоком производится оперативный сбор и отображение информации о текущей производственной ситуации, распределение работ по участкам с определением приоритетов в режиме диалога.

Параметры производственных операций и нормативы времени для каждого отдельного заказа могут со временем изменяться. Информация об их изменениях вводится в блок «Отслеживание производственных ситуаций», в том числе непосредственно с рабочего места. Это позволяет получать информацию как о текущем состоянии заказа, так и о критических моментах в процессе его выполнения. В блоке отслеживается выполнение отдельных технологических операций и заказа в целом, информация о случаях брака, необходимости доработки, фактической длительности выполнения рабочих операций, об отклонениях эффективности и производительности работы.

Блок «Контроль производства» осуществляет контроль производственных заданий и управление ими в ходе всего технологического цикла.

Многие производственные задачи управления и планирования решаются методами линейного программирования – симплекс-методом (методом последовательного улучшения плана), транспортным методом, методами целочисленного линейного программирования и др.

Например, симплекс-метод используется для решения следующих задач:

1) совокупное производственное планирование, т.е. составление производственных планов с минимальными производственными затратами и с учетом ограничений на различного рода ресурсы;

2) планирование состава продукции, т.е. определение оптимального состава продукции, в которой составляющие имеют разные стоимости и потребляют различные количества ресурсов;

3) маршрутизация технологического процесса, т.е. определение оптимального маршрута последовательного перемещения продукции в ходе ее обработки от одного обрабатывающего центра к другому с учетом конкретных затрат и производительности оборудования;

4) управление технологическим процессом, например, минимизации отходов материалов в процессе раскроя листов или рулонов стали, кожи и т.п.;

5) управление товарно-материальными запасами, в частности, определение оптимальной комбинации различных видов продукции для хранения на складе.

Широкое распространение получил также транспортный метод. С помощью этого метода решаются задачи:

1) нахождения оптимального варианта размещения нового предприятия исходя из затрат на транспортировку грузов и с учетом различных вариантов расположения зданий предприятия, а также мест расположения поставщиков и потребителей продукции;

2) определения оптимальных маршрутов движения транспортных средств для перемещения грузов между цехами предприятия с минимальными издержками и др.

Для решения задач методами линейного программирования необходимо, чтобы модель задачи удовлетворяла следующим условиям.

1. Задача должна быть связана с ограниченными ресурсами, например, ограниченное количество оборудования, времени и т.п.

2. Требуется четкая формулировка цели критерия, обычно это максимизация прибыли или минимизация затрат.

3. Задача должна характеризоваться линейностью функции цели и ограничений.

4. Задача должна характеризоваться однородностью используемых переменных и параметров, так, изделия, изготовленные на станке, идентичны; затраты времени, в течение которых рабочий выполняет ту или иную операцию, используются им с одинаковой продуктивностью и т.д.

5. Варьируемые переменные и ресурсы должны быть делимы, т.е. их можно разделять на доли. Если такое деление невозможно, то используется модификация метода линейного программирования – дискретное (или целочисленное) программирование.

Формально модель задачи, решаемой методом линейного программирования, имеет следующий вид. Рассматривается задача оптимизации процесса, заключающегося в том, чтобы определить значения неотрицательных варьируемых переменных , при которых целевая функция

(6.1)

принимает максимальное (минимальное) значение, выполняются ограничения на разного рода ресурсы:

(6.2)

и условие

(6.3)

где – заданные постоянные величины (параметры).

Таким образом, целевая функция представляет собой линейную форму, а ограничения в виде линейных неравенств или равенств задают область допустимых решений задачи. Допустимая область представляет собой выпуклый многоугольник (симплекс). Основная идея метода заключается в направленном переборе вершин симплекса с целью определения вершины, в которой целевая функция (6.1) максимальна (минимальна).

Если , то определение вершины многоугольника, соответствующей максимальному значению *Q* легко показать графически.

П р и м е р 6.1. Пусть решается задача, представленная следующей моделью:

; (6.4)

; (6.5)

; (6.6)

; (6.7)

. (6.8)

Здесь переменные и параметры имеют следующий смысл: – количество изделий первого и второго вида, выпускаемых предприятием; – прибыли, которые приносит одно изделие соответственно первого и второго вида; – прибыль предприятия от выпускаемых изделий; – производственные мощности (например, в единицах времени) трех участков, на которых изготовляются изделия; – затраты времени на первом участке для соответствующих изделий; – аналогично на втором участке; – на третьем.

Таким образом, требуется определить, сколько надо выпускать изделий первого (x_1) и второго (x_2) видов, чтобы прибыль предприятия была максимальна.

На рис. 6.8 показана допустимая область, ограниченная линиями, которые получаются из (6.5) – (6.8) в результате замены знаков неравенств (≥) на равенства (=). Полученный многоугольник имеет пять вершин.

Пунктиром обозначены линии (6.4). Прибыль возрастает, если линия перемещается (параллельно) вправо-вверх. При таком перемещении сначала она достигает вершины многоугольника с координатами , в этом случае .

Рис. 6.8. Графическое решение задачи симплекс-методом

При дальнейшем движении линия достигнет вершины с координатами , определяемой решением уравнений

В этом случае .

Для следующей вершины , получаемой при пересечении прямых

значение .

Наконец, для вершины , получаемой при пересечении прямой с осью

Таким образом, максимальное значение прибыли имеет место при и .

Модель задачи, решаемой методом линейного программирования, сокращенно может быть записана в виде кортежа , т.е. целевая функция (максимум или минимум) и матрицы (векторы) параметров соответствующих размерностей. Для примера 6.1 модель задачи имеет вид: .

Большинство существующих программных продуктов для инженерных расчетов содержат пакеты, позволяющие решать задачи линейного программирования. Например, в системе MATLAB для этого предназначена функция

,

здесь – вектор варьируемых переменных; – минимизируемая целевая функция (в (6.1) обозначена); – параметр, характеризующий вычислительный процесс: – решение получено с требуемой точностью, – достигнуто максимальное число итераций, – решение не найдено; – вектор коэффициентов функции цели; – параметры системы ограничений (6.2), заданной в матричном виде ; – параметры, которые используются, если система ограничений задана в виде равенств ; – параметры, используемые для обозначения двусторонних ограничений , ограничений слева (6.3) и ограничений справа .

Важно отметить, что если решается задача на максимум целевой функции (6.1), то ее надо перевести к виду задачи с минимизируемой целевой функцией. Для этого целевую функцию умножают на –1, а в системе ограничений также на –1 умножают ограничения вида .

Задача примера 6.1 в результате такого преобразования записывается в виде

В этом случае используется функция , здесь заменены пустыми массивами и отсутствует , так как нет ограничений в виде равенств и дополнительных правосторонних ограничений. Параметры задачи водятся следующим образом:

При решении задачи линейного программирования с помощью программного продукта Excel используется функция «Поиск решения».

Заметим, что методы линейного программирования применяются, если поставлена только одна цель: максимизировать, например, прибыль или минимизировать, например, затраты. Если целей несколько, то используется целевое программирование. В случаях, когда задачу следует решать поэтапно или по временным интервалам, то лучше воспользоваться методом динамического программирования. Для решения более сложных задач могут потребоваться другие методы, например, нелинейное, или квадратичное программирование.

6.4. Управления запасами

Запасы играют важную роль для рациональной и эффективной деятельности производственных предприятий (см. рис. 6.2). Различают следующие типы запасов.

1. Запасы сырья и материалов. Под сырьем и материалами обычно понимаются все закупаемые товары, становящиеся частью выпускаемой продукции.
2. Запасы готовой продукции. Любой товар, находящийся в состоянии запаса, может быть отправлен покупателю в любое время. Основная причина создания подобных запасов состоит в том, чтобы разъединить производство и спрос и обслуживать непредсказуемый или предсказуемо непостоянный рынок без лишнего изменения объема производственных мощностей.
3. Запасы полуфабрикатов. На практике всегда существует какое-то незавершенное производство, поскольку для превращения сырья и материалов в готовое изделие требуется время. На промежуточных стадиях производства появляются полуфабрикаты – продукты, обработка которых уже началась, но еще не завершена в общем цикле производства. Часть полуфабрикатов свыше необходимого минимума идет для создания промежуточных запасов в виде буфера при наличии «узких мест» или для ускорения выпуска готовых изделий в случае повышенного спроса.
4. Запасы расходных материалов. Расходные материалы используются в ходе деятельности организации, но не входят в состав готовой продукции. Это могут быть чистящие средства, смазочные материалы и т.д. Этими запасами управляют так же, как запасами сырья и материалов.
5. Запасы запчастей. Запасные части для изделий предприятия или для оборудования обычно рассматриваются как запасы готовой продукции.
6. Стратегические запасы. Эти запасы создаются из-за возможных изменений в среде поставщиков или политической нестабильности в стране. Их отсутствие может негативно сказаться на будущих поставках или на конкуренции.

Предприятие несет существенные затраты на ведение запасов. К этим затратам относятся затраты на хранение, затраты на приобретение и затраты, связанные с отсутствием запасов (от дефицита запасов). Затраты на хранение включают в себя стоимость капитала, замороженного в запасах; стоимость хранения, включая занимаемое пространство, оборудование, труд, услуги и т.д.; стоимость потерь из запаса, уровень потерь зависит от природы хранимых товаров, однако он никогда не бывает равен нулю.

Затраты на хранение иногда выражаются в процентах от стоимости хранящихся материалов и в большинстве случаев находятся в пределах от 15 до 30 % в год.

Затраты на приобретение. Приобретение товаров, помимо стоимости самих товаров, связано еще с некоторыми расходами, в том числе административными, процедурами приемки, расходами на доставку и т.п.

Затраты от дефицита обусловлены следующим. При отсутствии запасов производство может остановиться, могут быть приняты шаги к организации экстренной доставки необходимых материалов. В любом случае возникают значительные издержки. Например, конвейер по сборке автомобилей, на котором заканчиваются кузовные детали (или даже краска), обязательно встанет. Эта категория затрат трудно поддается определению.

При рассмотрении задач управления запасами обычно считается, что прием поставок происходит мгновенно и периодически. При одном и том же уровне потребления организация может закупать редко, но большие партии материалов или часто, но мелкие. В первом случае сокращаются затраты на приобретение и возрастают издержки хранения, во втором – наоборот. Для нахождения оптимального соотношения двух статей затрат определяется экономически эффективный размер заказа.

Классификация моделей управления запасами приведена на рис. 6.9. В статических моделях объем спроса на хранимые материалы (продукцию) является постоянным, в динамических моделях он является функцией времени.

В простейшей детерминированной статической модели управления запасами используются следующие переменные и параметры: – уровень запаса в момент времени ; – объем заказа (единиц материала, продукции); – интенсивность спроса или потребления (единиц продукции в единицу времени); – продолжительность цикла

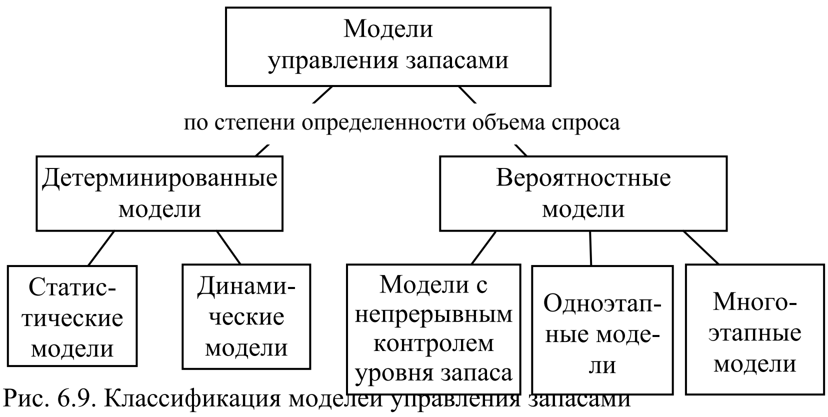


Рис. 6.9. Классификация моделей управления запасами

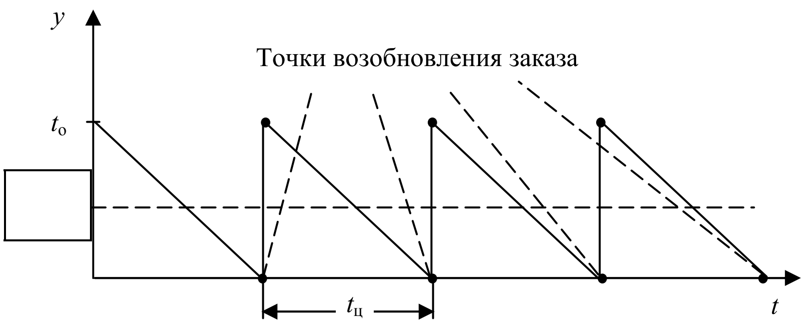


Рис. 6.10. Функция изменение уровня запаса *y*(*t*)

заказа (единиц времени); – затраты на хранение (затраты на единицу складируемой продукции в единицу времени); – затраты на оформление и размещение заказа; – суммарные затраты в единицу времени (на приобретение и хранение запаса). Функция имеет периодический характер, ее вид показан на рис. 6.10.

Так как средний уровень запаса и продолжительность цикла заказа , то суммарные затраты рассчитываются по формуле

. (6.9)

Из выражения (6.9) можно найти оптимальное значение уровня заказа , при котором суммарные затраты минимальны. Дифференцируя по (предполагается, что является непрерывной переменной) и приравнивая производную нулю, получаем уравнение для расчета , т.е.

,

и результате оптимальные значения и равны

. (6.10)

Таким образом, на основе данной модели оптимальным решением задачи управления запасами будет следующее: заказывать единиц запасаемых материалов через каждые единиц времени. Качественная картина изменения суммарных затрат и ее составляющих показана на рис. 6.11.

Так как пополнение запаса не может происходить мгновенно в момент оформления заказа, то обычно используют модель управления запасами, учитывающую временное запаздывание от момента заказа до реальной поставки. Обозначим срок выполнения заказа τ. В предположении, что , график изменения уровня запаса и точки возобновления заказа показаны на рис. 6.12.

Если , то определяется эффективный срок выполнения заказа по формуле

(6.11)

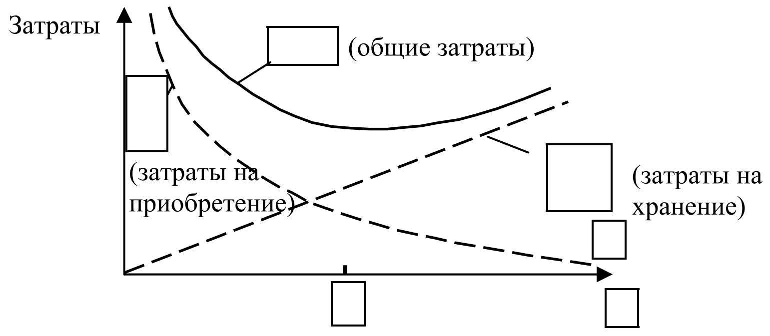


Рис. 6.11. Кривые изменения затрат на запасы

Рис. 6.12. Изменение уровня запаса и моменты времени возобновления заказа при сроке выполнения заказа τ

здесь – целая часть отношения . В этом случае точки возобновления заказа имеют место при

. (6.12)

П р и м е р 6.2. Пусть D = 100 ед./день, K = 100 р. за заказ, h = 0,02 р. за хранение единицы в день; τ = 12 дней. Используя формулы (6.10), получаем

Так как , то необходимо определить эффективный срок выполнения заказа по формуле (6.11) при

т.е. дня,

и точка возобновления заказа имеет место при уровне запаса

ед. материала.

Суммарные расходы на содержание запасов при оптимальной стратегии равны

р./день.

Оптимальная стратегия заключается в следующем: заказывать 1000 ед. материала, когда уровень запаса уменьшается до 200 единиц.

Во многих случаях стоимость единицы закупаемого материала зависит от величины заказа, обычно эта зависимость имеет вид:

, (6.13)

где – некоторый пороговый уровень закупки, выше которого материал продается со скидкой. Для данного случая модель задачи управления запасами должна учитывать затраты на приобретение материалов в единицу времени

(6.14)

С учетом (6.14) общие затраты в единицу времени определяются соотношением

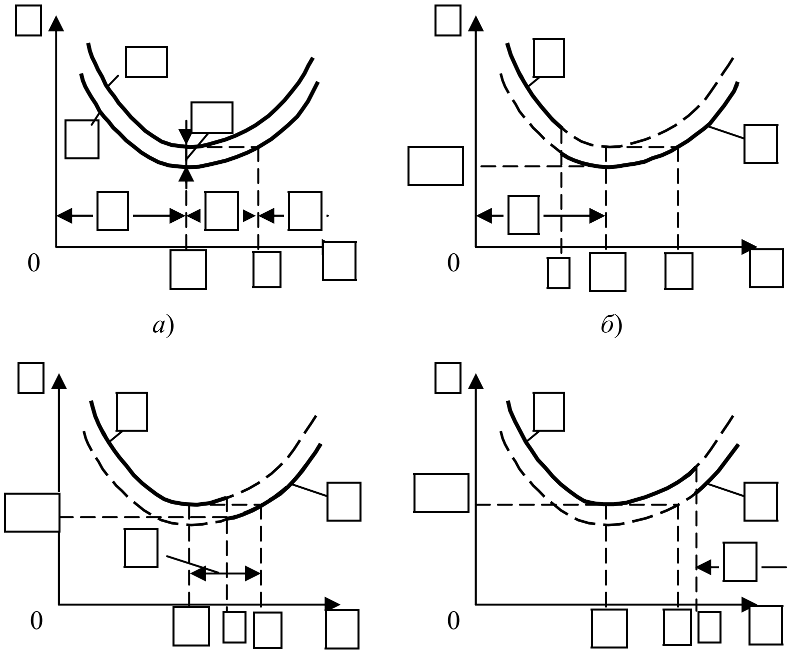
(6.15)

Как видно из (6.15), функции и отличаются на постоянную величину

.

Поэтому минимумы этих функций совпадают (рис. 6.13) и соответствуют значению

. (6.16)



а) *б*) *в*) *г*)

Рис. 6.13. Графики функций $S_1(y_о)$, $S_2(y_о)$ (*а*) и оптимальные решения для случаев $q < y_м$ (*б*), $q \in (y_м, Q)$ (*в*), $q > Q$ (*г*)

Сопоставление функций и показывает, что оптимальное решение зависит от того, в каком интервале значений находится точка «разрыва цены» . Если (рис. 6.13, *б*), то .

Если (рис. 6.13, *в*), то .

Численно значение Q определяется решением уравнения

. (6.17)

В случае (рис. 6.13, *г*) имеет место то , т.е. решение совпадает с решением для первой зоны . Таким образом, для оптимального решения можно записать

(6.18)

В рассмотренных моделях предполагалось, что создаются запасы одного вида материалов (продуктов) и дефицит отсутствует. Если требуется хранить m видов материалов при ограничении на складское помещение, то модель задачи управления запасами существенно усложняется и принимает следующий вид: требуется минимизировать суммарные затраты как функцию m переменных, т.е.

(6.19)

при ограничениях

, (6.20)

, (6.21)

здесь – максимальная вместимость складского хозяйства; – необходимое пространство для хранения i-го вида материала; – значения для материала i-го вида.

Решение задачи (6.19) – (6.21) с многопродуктовыми запасами решается в следующей последовательности:

1) рассчитываются оптимальные значения без учета ограничения (6.20), т.е.

; (6.22)

2) проверяется выполнение ограничения (6.20) при полученных по формуле (6.22), если ограничение выполняется, то решение задачи заканчивается и , если – нет, то переходят к третьему этапу;

3) задача решается с использованием метода множителей Лагранжа, т.е. минимизируется функция

, (6.23)

где λ – неопределенный множитель Лагранжа, $\lambda < 0$.

Значения и для (6.23) находятся решением систем уравнений:

; (6.24)

. (6.25)

Решая уравнение (6.25), получаем

. (6.26)

Из формулы (6.26) видно, что последовательно уменьшая множитель λ до тех пор, пока не будет выполняться ограничение (6.20), легко определить . Таким образом, задача с m неизвестными и ограничением решается поиском значения одной переменной λ.

В динамических задачах управления запасами (см. рис. 6.9) срок на материалы меняется во времени. Эти задачи иногда называются задачами планирования потребностей ресурсов, для их решения обычно используется метод динамического программирования.

В вероятностных моделях управления запасами значение спроса рассматривается как случайная величина с известным законом распределения. В большинстве случаев этот закон считается нормальным. Функция суммарных затрат здесь зависит от плотности распределения спроса в течение срока выполнения заказа и уровня запаса , при котором размещается запас. Для определения оптимальных значений и в данных задачах приходится решать системы нелинейных уравнений.

Вопросы для самопроверки

1. Что представляет собой модель производственной системы?
2. Какие виды потоков должна учитывать модель производственной системы?
3. Что понимается под концептуальной моделью?
4. Приведите примеры бизнес-процессов в производственной системе.
5. Какие модели используются для решения задач планирования производства?
6. Приведите примеры моделей управления запасами.

Заключение

Моделирование стало эффективным средством исследования и проектирования технологических и технических систем. Актуальность математических моделей непрерывно возрастает из-за их гибкости, адекватности реальным системам, невысокой стоимости реализации на базе современных ЭВМ. Особенно эффективно применение моделирования на этапах проектирования технологического оборудования и систем управления, когда особо высока цена ошибочных решений.

Использование ресурсов современной вычислительной техники позволило увеличить сложность моделей при исследовании систем, учитывающих многообразие факторов, имеющих место в реальных технологических и технических системах.

Прочитав учебное пособие «Компьютерное моделирование технологических процессов и систем», вы убедились в изобилии моделей одной и той же предметной области. А в условиях изобилия моделей нужно уметь их сравнивать, например, по таким характеристикам качества модели, как адекватность и устойчивость. Также следует добавить, что составляя математическую модель, желательно знать, что хотите от нее узнать и какие основные факторы реальной системы могут дать ответ. Очевидно, что оценка качества моделей тесно связана с технологией построения моделей на разных стадиях при сравнении промежуточных результатов.

Не претендуя на полноту технологий моделирования, отметим их основные виды: традиционные технологии моделирования (В.А. Самарский); алгоритмическое моделирование (В.Т. Кулик, В.М. Пономарев, Н.П. Бусленко); новые информационные технологии, автоматизация программирования (Г.С. Поспелов), включающие ряд понятий: «мягкое моделирование», учитывающее свойство нечеткости систем, «автоматизация моделирования» – методы искусственного интеллекта, «когнитивное моделирование», рассматривающее построение модели как процедуру познания предметной области и ее структурирование; и развивающаяся технология – множественное моделирование (В.В. Иванищев, А.И. Суворов, Ю.Р. Валькман) на основе формализма алгоритмических сетей, предполагающая создание баз моделей для ряда предметных областей.

В целом в учебном пособии сделана попытка системного подхода к изложению научных основ моделирования систем. Освещена реализация возможностей компьютерного моделирования. Перспективным является ориентация научных основ моделирования на новые информационные технологии в исследованиях, проектировании и управлении технологическими и техническими системами, обучении студентов, магистрантов и специалистов.

Список литературы

1. Дорохов, И.Н. Системный анализ процессов химической технологии / И.Н. Дорохов. – М. : Наука, 2005. – 584 с.
2. Веников, В.А. Теория подобия и моделирования / В.А. Веников, Г.В. Веников. – М. : Высшая школа, 1984.
3. Советов, Б.Я. Моделирование систем / Б.Я. Советов, С.А. Яковлев. – М. : Высшая школа, 2005. – 343 с.
4. Шеннон, Р. Имитационное моделирование систем. Искусство и наука / Р. Шеннон. – М. : Мир, 1978.
5. Бусленко, Н.П. Моделирование сложных систем / Н.П. Бусленко. – М. : Наука, 1988.
6. Хакен, Г. Синергетика. Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. – М. : Мир, 1985.
7. Системное обеспечение прикладных программ / под ред. А.А. Самарского. – М. : Наука, 1990.
8. Ермаков, С.М. Математический эксперимент с моделями сложных стохастических систем / С.М. Ермаков, В.Б. Мелос. – СПб. : Изд-во СПбГУ, 1993.
9. Клейнен, Дж. Статистические методы в имитационном моделировании / Дж. Клейнен. – М. : Статистика, 1978.
10. Гухман, А.А. Применение теории подобия к исследованию процессов тепло- и массопереноса / А.А. Гухман. – М. : Высшая школа, 1974.
11. Дильман, В.В. Методы модельных уравнений и аналогий / В.В. Дильман, А.Д. Полянин. – М. : Химия, 1988.
12. Имитационное моделирование производственных систем / под ред. А.А. Вавилова. – М. : Машиностроение ; Берлин : Техник, 1983.
13. Прицкер, А. Введение в имитационное моделирование и язык СЛАМП / А. Прицкер. – М. : Мир, 1987.
14. Джордж, Ф. Основы кибернетики / Ф. Джордж. – М. : Радио и связь, 1984.
15. Кафаров, В.В. Методы кибернетики в химии и химической технологии / В.В. Кафаров. – М. : Химия, 1976.
16. Математическая теория планирования эксперимента / под ред. С.М. Ермакова. – М. : Наука, 1983.
17. Ахназарова, С.Л. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии : учебное пособие для химико-технологических вузов / С.Л. Ахназарова, В.В. Кафаров. – М. : Высшая школа, 1978.
18. Дрейпер, Н. Прикладной регрессионный анализ / Н. Дрейпер, Г. Смит. – М. : Статистика, 1973.
19. Химмельблау, Д. Анализ процессов статистическими методами / Д. Химмельблау. – М. : Мир, 1973.
20. Мухин, О.И. Компьютерная инструментальная среда / О.И. Мухин. – Пермь : ПГТУ, 1991.
21. Полляк, Ю.Г. Статистическое машинное моделирование средств связи / Ю.Г. Полляк, В.А. Филимонов. – М. : Радио и связь, 1988.
22. Самарский, А.А. Численные методы : учебное пособие для вузов / А.А. Самарский, А.В. Гулин. – М. : Наука, 1989.
23. Бахвалов, Н.С. Численные методы : учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков. – М. : Наука, 1987.
24. Балакирев, В.С. Экспериментальное определение динамических характеристик промышленных объектов / В.С. Балакирев, Е.Г. Дудников, А.М. Цирлин. – М. : Энергия, 1967.
25. Построение математических моделей химико-технологических объектов / Е.Г. Дудников, В.С. Балакирев и др. – М. : Химия, 1970.

26. Туголуков, Е.Н. Математическое моделирование технологического оборудования химических производств / Е.Н. Туголуков. – Тамбов : Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003.

27. Тихонов, А.Н. Уравнения математической физики / А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. – М., 1972.

28. Бодров, В.И. Математическое моделирование процесса получения азокрасителей / В.И. Бодров, С.И. Дворецкий, А.М. Кудрявцев // Химия и химическая технология. – 1985. – Т. 28, № 1. – С. 81 – 86.

29. Бодров, В.И. Проектирование аппарата для непрерывного диазотирования труднорастворимых аминов / В.И. Бодров, С.И. Дворецкий, В.Ф. Калинин // Химическая промышленность. – 1982. – № 10. – С. 612 – 616.

30. Муромцев, Ю.Л. Моделирование и оптимизация сложных систем при изменениях состояния функционирования / Ю.Л. Муромцев, Л.Н. Ляпин, О.В. Попова. – Воронеж : Изд-во ВГУ, 1992. – 164 с.

31. Вентцель, Е.С. Теория вероятностей / Е.С. Вентцель. – М. : Гос. изд-во физ.-мат. лит-ры, 1962. – 564 с.

32. Гнеденко, Б.В. Введение в теорию массового обслуживания / Б.В. Гнеденко, И.Н. Коваленко. – М. : Наука, 1966. – 432 с.

33. Таха Хемди, А. Введение в исследование операций / А. Таха Хемди. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 912 с.

34. Харари, Ф. Теория графов / Ф. Харари. – М. : Мир, 1973. – 300 с.

35 Дружинин, Г.В. Надежность автоматизированных систем / Г.В. Дружинин. – М. : Энергия, 1977. – 536 с.

36. Надежность технических систем : справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др. ; под ред. Н.А. Ушакова. – М. : Радио и связь, 1985. – 608 с.

37. Гаскаров, Д.В. Интеллектуальные информационные системы / Д.В. Гаскаров. – М. : Высшая школа, 2003. – 431 с.

38. Рыбина, Г.В. Проектирование систем, основанных на знаниях : учебное пособие / Г.В. Рыбина. – М. : МИФИ, 2000. – 104 с.

39. Люгер, Д.Ф. Искусственный интеллект: стратегии и методы решения сложных проблем / Д.Ф. Люгер. – М. : Изд. дом «Вильямс», 2003. – 864 с.

40. Попов, Э.В. Экспертные системы / Э.В. Попов. – М. : Наука, 1985. – 283 с.

41. Поспелов, Д.А. Логико-лингвистические модели в системах управления / Д.А. Поспелов. – М. : Энергоиздат, 1981.

42. Поспелов, Д.А. Ситуационное управление / Д.А. Поспелов. – М. : Наука, 1986.

43. Заде, Л. Понятие лингвистической переменной и ее применение к решению приближенных решений / Л. Заде. – М. : Мир, 1976. – 167 с.

44. Ротштейн, А.П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А.П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. – 320 с.

45. Калянов, Г.Н. CASE-технологии. Консалтинг в автоматизации бизнес-процессов / Г.Н. Калянов. – 3-е изд. – М. : Горячая линия – Телеком, 2002. – 320 с.

46. Норенков, И.П. Основы автоматизированного проектирования : учебник для вузов / И.П. Норенков. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 336 с.

47. Информационные системы / В.Н. Петров. – СПб. : Питер, 2003. – 688 с.

48. Романов, В.П. Интеллектуальные информационные системы в экономике : учебное пособие / В.П. Романов ; под ред. проф. Н.П. Тихомирова. – М. : Издательство «Экзамен», 2003. – 496 с.

49. CALS (Поддержка жизненного цикла продукции) : руководство по применению / сост. : А.Н. Давыдов, В.В. Баранов, Е.В. Судов, С.С. Шульга. – М. : Мин-во экономики РФ, НИЦ CALS-технологий «Прикладная логистика», ГУП «ВИМИ», 2000. – 44 с.

50. Елиферов, В.Г. Бизнес-процессы: Регламентация и управление : учебник / В.Г. Елиферов, В.В. Репин. – М. : ИНФРА-М, 2004. – 319 с.

51. Дьяконов, В. MATLAB. Анализ, идентификация и моделирование систем : специальный справочник / В. Дьяконов, В. Круглов. – СПб. : Питер, 2002. – 448 с.

52. Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzy TECH / А.В. Леоненков. – СПб. : БХВ – Петербург , 2003. – 736 с.

Оглавление