# ФИЗИКА. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

♦ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ♦

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
**"Тамбовский государственный технический университет"**

# ФИЗИКА. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Методические указания

Тамбов
Издательство ТГТУ
2006

УДК 519.281.681.321
ББК В3я73-5
Б26

Утверждено редакционно-издательским советом университета

Рецензент

Доктор физико-математических наук, профессор
заведующий кафедрой прикладной математики ТГТУ
*Г.М. Куликов*

Б26 Физика. Обработка результатов измерений и составление отчета: Метод. указ. / Сост. В.И. Барсуков. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2006. 32 с.

Указания знакомят с задачами физического практикума, некоторыми лабораторными приборами, правилами записи результатов эксперимента, основами современных методов статической обработки данных, методикой построения графиков.

Изложены правила оформления и составления отчета по лабораторным работам физического практикума.

Предназначены для студентов 1 и 2 курсов всех специальностей и форм обучения.

УДК 519.281.681.321

ББК В3я73-5



Учебное издание

# ФИЗИКА. ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ И СОСТАВЛЕНИЕ ОТЧЕТА

Методические указания

Составитель
БАРСУКОВ Владимир Иванович

Редактор Е.С. Мордасова
Инженер по компьютерному макетированию М.Н. Рыжкова

Подписано к печати 10.03.2006.
Формат 60 × 84/16. Бумага газетная. Печать офсетная.
Гарнитура Times New Roman. Объем: 1,86 усл. печ. л.; 1,82 уч.-изд. л.
Тираж 150 экз. С. 114

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

## ОСНОВНЫЕ ЗАДАЧИ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

Физика – экспериментальная, точная наука, так как отдельные физические величины связаны между собой ее объективными законами в виде количественных соотношений, полученных чаще всего в результате постановки эксперимента.

Работа в лабораториях физического практикума является неотъемлемой частью процесса изучения как законов, так и методов физики. Цель физического практикума заключается в том, чтобы:

а) проиллюстрировать теоретические положения физики;

б) познакомиться с измерительными приборами;

в) приобрести опыт в проведении эксперимента, научиться подбирать необходимые приборы и проводить измерения так, чтобы точность измерений соответствовала поставленной цели; учитывать влияния различного рода ошибок и оценивать точность окончательного результата, сделать правильный вывод из эксперимента; вести записи результатов измерений и расчетов аккуратно, ясно и кратко.

## СВЕДЕНИЯ ОБ ИЗМЕРЕНИЯХ

Измерить какую-либо величину – значит узнать, сколько раз заключается в ней однородная величина, принятая за единицу меры. Измерения проводятся с помощью соответствующих приборов, которые выбираются в соответствии с желаемой точностью измерений и устанавливаются в соответствии с рекомендациями по их нормальной технической эксплуатации. Следует исключать влияние внешних факторов на показания приборов. После установки приборов необходимо выполнить ряд контрольных измерений.

Процесс измерения состоит из наблюдения и отсчета. Отсчет – считывание результата измерения со шкалы прибора или цифрового табло.

Каждый результат измерений имеет свою ошибку (погрешность). Причины появления ошибок могут быть различными: неправильные или неточные показания приборов; влияние внешних условий; несовершенство наших органов чувств и др. (рис. 1, 2).

Таким образом, вместо истинного значения какой-либо величины $\mu$ мы всегда получаем лишь ее приближенное значение $x$.

Следует научиться оценивать степень, характер этого приближения, т.е. точность, которая характеризует одновременно два вида ошибок: рассеяние результатов измерения вследствие случайных ошибок (*воспроизводимость*) и систематические ошибки (*правильность*).

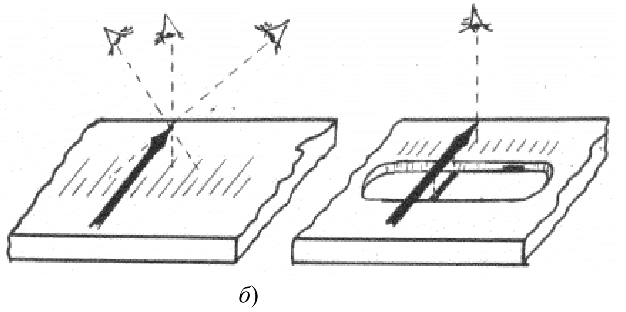



**Рис. 1 Ошибка параллакса:**
*а* – величина отсчета зависит от положения глаза; *б* – зеркало, расположенное рядом со шкалой, позволяет производить отсчет под прямым углом к шкале

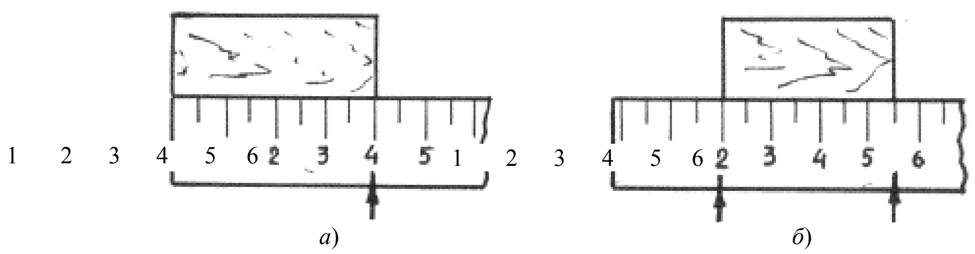



**Рис. 2 Два способа измерения длины предмета:**
*а* – для грубых измерений
(если край линейки испорчен, то вносится систематическая ошибка);
*б* – для точных измерений (длина предмета есть разность двух отсчетов)

*Воспроизводимость* измерения определяется отклонением повторных результатов измерения относительно их среднего значения и обуславливается наличием случайных ошибок.

*Правильность* измерения характеризуется величиной систематической ошибки. Результаты измерения правильны, если они не искажены систематической ошибкой и тем правильней, чем меньше эта ошибка. Правильность измерений оценивается при помощи эталонов.

Следует отметить, что хорошая воспроизводимость не доказывает еще правильности результатов измерения. Например, при пятикратном измерении силы тока в цепи стрелка прибора всегда устанавливается против одного и того же деления – 3А, но так как шкала прибора была плохо пропечатана, в журнале наблюдений ошибочно записали показания 8А, приняв цифру 8 за 3. Ясно, что полученный результат неправильный, воспроизводимость же хорошая.

## КЛАССИФИКАЦИЯ ОШИБОК

По своему характеру ошибки делятся на систематические, случайные и промахи.

Систематические ошибки вызваны одной или несколькими причинами, действующими по определенным законам. К числу этих ошибок обычно относят инструментальные, ошибки метода, индивидуальные и др. Систематические ошибки бывают постоянные и переменные.

Появление первых обуславливается постоянно действующими причинами, например, дефектностью измерительной аппаратуры. Переменные систематические ошибки вызываются причинами, изменяющимися определенным и закономерным образом, например, равномерным изменением температуры. Можно либо исключить систематические ошибки, либо ввести в расчет соответствующие поправки, которые находят опытным путем.

Случайные ошибки – это ошибки измерения, принимающие при повторных измерениях одной и той же величины в тех же условиях различные положительные и отрицательные значения, не зависящие друг от друга.

**Исключить случайные ошибки при измерении нельзя, однако применение метода теории ошибок позволяет более точно установить возможную ошибку окончательного результата измерений.**

Различают абсолютную и относительную ошибки. Абсолютная ошибка – разница в абсолютных цифрах между истинным или, точнее, наиболее достоверным значением определяемой величины и полученным результатом, выраженная в единицах измеряемой величины.

Относительная ошибка – отношение абсолютной ошибки к истинному или среднему значению измеряемой величины, выраженное в процентах. Относительная ошибка дает более наглядное представление о точности измерений.

Промахи (грубые ошибки) связаны с неверными отсчетами или с недостаточной тщательностью в работе. При обработке результатов измерений эти данные отбрасывают.

В дальнейшем будем считать систематические ошибки и промахи устраненными, и рассматривать только случайные ошибки.

## ОШИБКИ ПРЯМЫХ РАВНОТОЧНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В метрологии измерения делятся на прямые и косвенные. При прямых (непосредственных) измерениях числовое значение измеряемой величины $x$ сразу получается из показаний прибора, при помощи которого выполняется данное измерение. Например, длина стержня при отсчете – по шкале линейки, его масса – по шкале весов.

Результат каждого прямого измерения включает случайную ошибку, которая зависит от большего числа случайных факторов. Если отклонения, вызываемые этими факторами, по абсолютной величине меньше чувствительности прибора, то они не обнаруживаются; при многократных измерениях одной и той же величины результаты получаются одинаковые, хотя ошибка и не равна нулю. В этом случае (как и при однократных измерениях) критерием точности измерения является цена наименьшего деления шкалы прибора или ее половина. Если же отклонения, вызванные случайными факторами, сравнимы по абсолютной величине с чувствительностью прибора, то они обнаруживаются приборами и при $n$ измерениях одной и той же величины получаются результаты $x_1$, $x_2$, …, $x_n$, которые могут отличаться друг от друга в приделах чувствительности данных измерений.

Среднее арифметическое из этих результатов, т.е.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i \qquad (1)$$

есть величина, наиболее близкая к истинному значению, называемая средним значением. Отсюда следует, что каждое физическое измерение должно быть повторено несколько раз.

Разности $\Delta x_1$; $\Delta x_2$; $\Delta x_3$; …, $\Delta x_n$ между средним значением $x$ измеряемой величины и значениями $x_1$, $x_2$, $x_3$,…, $x_n$, полученными при отдельных измерениях, т.е.

$$\Delta x_1 = \bar{x} - x_1; \quad \Delta x_2 = \bar{x} - x_2; \quad \Delta x_3 = \bar{x} - x_3; \quad \Delta x_n = \bar{x} - x_n$$

называются абсолютными ошибками и могут быть и положительными и отрицательными.

Для определения средней абсолютной ошибки результата берут среднее арифметическое абсолютных значений (модулей) отдельных ошибок, т.е.

$$\Delta x = \frac{|\bar{x} - x_1| + |\bar{x} - x_2| + |\bar{x} - x_3| + \ldots + |\bar{x} - x_n|}{n} = \frac{1}{n}\sum_{1}^{n} \Delta x_i. \qquad (2)$$

Отношения $\frac{\Delta x_1}{x_1}$, $\frac{\Delta x_2}{x_2}$, $\frac{\Delta x_3}{x_3}$, …, $\frac{\Delta x_n}{x_n}$, называются относительными ошибками отдельных измерений.

Отношение средней абсолютной ошибки результата к его среднему значению дает среднею относительную ошибку результата измерений:

$$E = \frac{\Delta x}{\bar{x}}\ . \tag{3}$$

Относительные ошибки принято выражать в процентах $E = \frac{\Delta x}{\bar{x}} \cdot 100\ \%$.

**Истинное значение измеряемой величины**

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x \tag{4}$$

надо понимать так, что истинное значение измеряемой величины находится в интервале

$$\bar{x} - \Delta x < \mu < \bar{x} + \Delta x\ .$$

Если точность прибора такова, что при любом числе измерений получается одно и то же число, лежащие где-то между делениями шкалы, то приведенный метод оценки погрешности неприменим. В этом случае измерение производится один раз и результат измерения записывается так:

$$x_{\text{ист}} = x_{\text{ср}} \pm \Delta x_{\text{пр}}\ ,$$

где $x_{\text{ист}}$ – искомый результат измерения; $x_{\text{ср}}$ – средний результат, равный среднему арифметическому из двух значений, соответствующих соседним делениям шкалы, между которыми заключено остающееся неизвестным истинное значение измеряемой величины; $\Delta x_{\text{пр}}$ – приборная погрешность (предельная), равная половине цены деления шкалы прибора.

Если в работах даются значения некоторых величин, измеренных заранее, то в этих случаях абсолютную погрешность принимают равной ее предельной величине, т.е. равной половине единицы наименьшего разряда, представленного в числе. Например, если дана масса тела $m$ = 524,3 г, то $\Delta m$ = 0,05 г, следовательно,

$$m = (524{,}3 \pm 0{,}05)\ \text{г}.$$

## ПОГРЕШНОСТЬ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

В случаях, когда физическая величина не может быть измерена непосредственно, прибегают к косвенным измерениям. Измерения называются косвенными, если уравнение измерения имеет вид:

$$z = f\,(x_1, x_2, x_3, \ldots, a, b), \tag{5}$$

где: $x_1$, $x_2$, $x_3$ – результаты прямых измерений; $a$, $b$ – физические константы и постоянные приборов; $z$ – значения измеряемой величины в соответствующих единицах.

В этом случае средняя абсолютная ошибка $\Delta z$ может быть найдена по правилам дифференцирования. Если знак дифференциала заменить значком ошибки $\Delta$ и выбрать знаки (+, –) таким образом, чтобы величина ошибки была максимальной, т.е.

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x_1}dx_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2}dx_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3} + \ldots + \Delta a + \Delta b \tag{6}$$

то

$$\Delta z = \frac{\partial z}{\partial x_1}\Delta x_1 + \frac{\partial z}{\partial x_2}\Delta x_2 + \frac{\partial z}{\partial x_3}\Delta x_3 + \ldots + \Delta a + \Delta b \tag{7}$$

Относительная ошибка находится по формуле (3), т.е. $E = \frac{\Delta z}{\bar{z}}$, а так как дифференциал натурального логарифма

$$d\,(\ln z) = \frac{dz}{z}\ ,\quad \text{то} \quad \Delta\,(\ln z) = \frac{\Delta z}{\bar{z}} \tag{8}$$

или

$$E = \frac{\Delta z}{\bar{z}} = \Delta\,(\ln z)\ . \tag{9}$$

Таким образом, относительная ошибка результата равна полному дифференциалу натурального логарифма функции, определяющей зависимость данной величины от измеряемых величин. При вычислении надо брать сумму абсолютных значений дифференциалов всех членов логарифма (все частные ошибки складываются) с заменой значков *d* значком Δ.

Относительную ошибку измерения надо вычислять в такой последовательности:

а) прологарифмировать расчетную формулу;

б) найти от логарифма полный дифференциал;

в) если ошибка отдельных измерений входит в результат дифференцирования несколько раз, то надо сгруппировать все члены, содержащие одинаковый дифференциал и выражения в скобках, стоящие перед дифференциалом, взять по модулю; знак *d* заменить на знак Δ; знаки (+, –) выбрать так, чтобы абсолютная величина относительной ошибки была максимальной.

Выполнив все измерения и вычисления записывают окончательный результат в виде:

$$\mu = \bar{x} \pm \Delta x; \quad E = \frac{\Delta x}{\bar{x}}.$$

Однако следует отметить, что и в этом случае информация о точности измерения не является полной, так как доверительный интервал в формуле (4) не является исчерпывающей характеристикой точности результата. Для того чтобы доверительный интервал имел конкретный смысл, нужна количественная характеристика его достоверности, показывающая, насколько можно быть уверенным в том, что истинное значение измеряемой величины окажется в пределах доверительного интервала. Такой характеристикой является доверительная вероятность, показывающая вероятность того, что среднее значение $\bar{x}$ отличается от истинного значения не более чем на $\Delta x$. Она равна доле результатов однотипных серий измерений, попадающих в пределы доверительного интервала, т.е. отличающихся от истинного значения не более, чем на $\Delta x$. Доверительную вероятность обозначают $\alpha$ или *w*. При оценке прямых измерений $\alpha$ можно определить по формуле:

$$\alpha = 1 - \left(\tfrac{1}{2}\right)^{n-1}, \tag{10}$$

где *n* – число измерений.

Окончательную запись результата делают после округления погрешности, затем результата $\bar{x}$, так, чтобы его последняя значащая цифра соответствовала значащей цифре погрешности, например, вместо $x = 38{,}72 \pm 4{,}3$; $E = 0{,}1$, необходимо записать:

$$x = 39 \pm 4; \quad E = 0{,}1; \quad \alpha = 0{,}94 \ \text{при}\ n = 5.$$

Более строго обработка результатов эксперимента, определение случайных погрешностей, доверительного интервала, вероятности и т.п. проводится на основе математической статистики, считая возможным применение закона нормального распределения случайных ошибок.

## ОСНОВЫ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ИЗМЕРЕНИЙ

При определении какой либо величины количество измерений может быть достаточно большим ($n \to \infty$) или малым.

Чтобы провести различие между характеристикой случайной величины, найденной по достаточно большому (в пределе – бесконечно большому) и малому числу измерений, введены понятия абстрактной генеральной совокупности, состоящей из всех мыслимых в данных условиях измерений, и выборки, представляющей собой совокупность ограниченного числа измерений. Соответственно различают выборочные характеристики случайной величины, которые зависят от числа наблюдений и характеристики генеральной совокупности, не зависящие от числа измерений.

## ОЧЕНКА ТОЧНОСТИ И ПРАВИЛЬНОСТИ ПРИ БОЛЬШОМ ЧИСЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ

Важнейшими характеристиками случайных величин, наиболее часто используемыми на практике, являются среднее значение случайной величины, ее дисперсия (среднеквадратичное отклонение), коэффициент вариации.

Предположим, что все измерения величины, истинное значение которой μ, проделаны одним методом и с одинаковой тщательностью. Такие измерения $x_1,\ x_2,\ x_3, \ldots,\ x_n$ являются равноточными.

В теории ошибок доказывается, что при выполнении нормального закона (закон распределения Гаусса) при *n* измерениях одинаковой точности среднее арифметическое из результатов, полученных при всех измерениях, является наиболее вероятным и наилучшим значением измеряемой величины:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$$

Из теории ошибок известно, что плотность распределения случайных ошибок зависит от их величины и выражается формулой:

$$y_{x,\sigma} = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-(\mu - x_i)^2}{2\sigma^2}}; \quad (-\infty < x < +\infty), \tag{11}$$

где $\sigma^2$ – дисперсия генеральной совокупности, которая характеризует степень разброса $x_i$ вокруг $\bar{x}$ (рис. 3, 4).

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{x} - x_i)^2}{n}, \tag{12}$$

где σ – стандартное отклонение, средняя квадратичная ошибка отдельного измерения

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (\bar{x} - x_i)^2}{n}}; \quad n \to \infty. \tag{13}$$

Относительная средняя квадратичная ошибка измеряемая в процентах называется коэффициентом вариации: $W = \frac{\sigma}{\bar{x}} \cdot 100\ \%$.

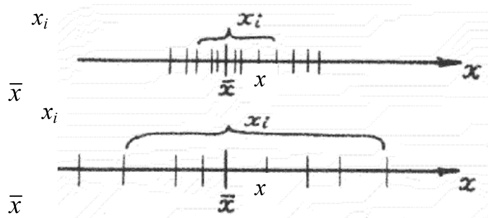



**Рис. 3 Распределение результатов измерения ($x_i$ – штрихи слева и справа) относительно среднего значения – $x_{ср}$**

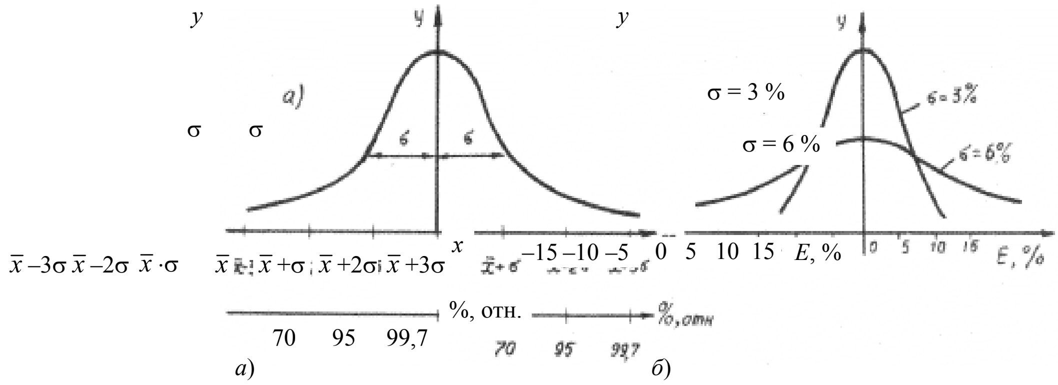



**Рис. 4 Кривые Гаусса:**

*а* – кривая нормального распределения ошибок;

*б* – кривые распределения случайных ошибок для различных значений σ;

*у* – плотность распределения ошибок; *Е* – величина абсолютной ошибки, %

На рис. 4 показаны различные кривые Гаусса. Откуда видно, что максимум плотности распределения случайной ошибки соответствует среднему значению $\bar{x}$ всех результатов измерений. От этой точки кривая симметрично опускается слева и справа, т.е. положительные и отрицательные ошибки одной величины встречаются одинаково часто. На кривой имеются две точки перегиба, расстояние которых от значения $\bar{x}$ по оси абсцисс называется стандартным отклонением σ. Стандартное отклонение характеризует воспроизводимость метода измерения. Чем меньше σ, тем меньше разброс данных и тем более воспроизводим анализ.

Рис. 4, *б* показывает, что каждому значению σ соответствует своя кривая распределения ошибок. Так, для кривой, имеющей σ = 3 %, ошибки, превышающие 9 %, практически не встречаются, а для кривой, соответствующей σ = 6 %, также ошибки появляются довольно часто. Кривая Гаусса (рис. 4, *а*) показывает также, что ~30 % всех результатов имеют величину отклонения от среднего значения $\varepsilon_i = \bar{x} - x_i$, превышающую σ; около 5 % результатов > 2σ и около 0,3 % результатов > 3σ.

Следовательно, при большом числе измерений $n \to \infty$ значение σ определяет и границы достоверности всякого нового определения $x_i$. Можно сказать, что имеется 95 % вероятности того, что этот результат окажется в границах $x - 2\sigma < x_i < \bar{x} + 2\sigma$ и 99,7 % вероятности того, что каждый результата окажется в границах:

$$\bar{x} - 3\sigma < x_i < \bar{x} + 3\sigma.$$

Это явление получило название "правило 3σ". Таким образом, средняя квадратичная ошибка определяет доверительный интервал.

Вероятность того, что новое значение измеряемой величины попадает в доверительный интервал, как отмечалось выше, называется доверительной вероятностью, надежностью или коэффициентом надежности – α.

В лабораторном практикуме обычно задаются величиной α = 0,95. Это означает, что при большом числе определений результаты каждых 95 определений из 100 будут попадать в доверительный интервал, равный $x \pm 2\sigma$.

В научных статьях, как правило, приводят доверительный интервал "плюс-минус одна среднеквадратичная ошибка":

$$\bar{x} \pm \sigma ,$$

соответствующий доверительной вероятности α = 0,7. Такой интервал называют стандартным и при указании ошибки часто не приводят значение доверительной вероятности. Значения доверительной вероятности для некоторых других доверительных интервалов, верные при достаточно больших *n* приведены в таблице 1.

**Таблица 1**

| Ошибка $\Delta x = k\,\sigma$ | 0 | 0,5σ | 1,0σ | 2,0σ | 2,5σ | 3,0σ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Доверительная вероятность α | 0 | 0,383 | 0,683 | 0,954 | 0,988 | 0,997 |

Следовательно, для характеристики случайной ошибки необходимо задать два числа: величину самой ошибки (доверительный интервал) и величину доверительной вероятности.

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ И ПРАВИЛЬНОСТИ ПРИ МАЛОМ ЧИСЛЕ ИЗМЕРЕНИЙ

В лабораторном практикуме имеют дело не с генеральной совокупностью, а с небольшим числом измерений ($2 \le n \le 10$).

Для расчета точности измерений в этом случае пользуются методами математической статистики, разработанной для малого числа измерений. При этом полученные результаты рассматривают как случайную выборку из некоторой гипотетической генеральной совокупности.

Оценку точности измерений и правильности производят с помощью следующих критериев.

Выборочное среднее – среднее арифметическое (1).

Единичные отклонения – отклонения отдельных измерений от среднего арифметического (абсолютная ошибка единичного измерения)

$$\varepsilon_i = \bar{x} - x_i . \tag{14}$$

Алгебраическая сумма одиночных отклонений равна нулю: $\sum \varepsilon_i = 0$.

Выборочная дисперсия – для *n* найденных значений $x_1$, $x_2$, $x_3$, …, $x_n$ случайной величины:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\bar{x} - x_i\right)^2}{n-1} . \tag{15}$$

Положительное значение корня квадратичного из дисперсии называется средней квадратичной ошибкой отдельного измерения или выборочным отклонением:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\bar{x} - x_i\right)^2}{n-1}} . \tag{16}$$

Коэффициент вариации: $\omega = \frac{\varepsilon}{\bar{x}} \cdot 100\ \%$.

При оценке точности полученных результатов вычисляют также выборочную дисперсию среднего значения (среднего результата):

$$S_{\bar{x}}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(\bar{x} - x_i\right)^2}{n(n-1)} . \tag{17}$$

Значение корня квадратного из этой величины называется средней квадратичной ошибкой среднего арифметического или стандартным отклонением среднего результата:

$$S_{\bar{x}} = \frac{S}{\sqrt{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}. \qquad (18)$$

Доверительный интервал – при заданной доверительной вероятности зависит от размера выборки, т.е. от количества проведенных опытов. В общем случае граница доверительного интервала при выбранном коэффициенте надежности α выражается уравнением:

$$\bar{x} - t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}} \quad \text{или} \quad \bar{x} - \varepsilon_\alpha < \mu < \bar{x} + \varepsilon_\alpha, \qquad (19)$$

где $t_\alpha$ – коэффициент Стьюдента, а $\varepsilon_\alpha$ – абсолютная ошибка:

$$\varepsilon_\alpha = t_\alpha \frac{S}{\sqrt{n}}. \qquad (20)$$

Выражение (20) характеризует точность измерения, т.е. точность приближенного равенства $\bar{x} \approx \mu$.

Из уравнений (19) и (20) следует, что с уменьшением числа измерений *n* увеличивается доверительный интервал (при той же надежности) или при заданном доверительном интервале уменьшается надежность измерений. По мере увеличения числа измерений величина $\varepsilon_\alpha$ стремится к значению 2σ при α = 0,95 и к значению 3σ при α = 0,97.

Следовательно, величина коэффициента Стьюдента $t_\alpha$ при большом числе измерений $t_{0,95}$ будет стремиться к 2, а $t_{0,97}$ – к 3.

Иными словами, коэффициент Стьюдента $t_\alpha$ с надежностью α показывает во сколько раз разность между истинным и средним результатами больше стандартного отклонения среднего результата:

$$t_\alpha = \frac{|\mu - \bar{x}|}{S_{\bar{x}}} = \frac{|\mu - \bar{x}|\sqrt{n}}{S}. \qquad (21)$$

Значение $t_\alpha$ для избранной надежности находят по таблице Стьюдента (табл. 2).

**2 Коэффициент Стьюдента**

| *n* / α | 0,4 | 0,7 | 0,95 | 0,999 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 0,73 | 2,0 | 12,7 | 636,6 |
| 3 | 0,62 | 1,3 | 4,3 | 31,6 |
| 4 | 0,58 | 1,3 | 3,2 | 12,9 |
| 5 | 0,57 | 1,2 | 2,8 | 8,6 |
| 6 | 0,56 | 1,2 | 2,6 | 6,9 |
| 7 | 0,55 | 1,1 | 2,4 | 6,0 |
| 8 | 0,55 | 1,1 | 2,4 | 5,4 |
| 9 | 0,54 | 1,1 | 2,3 | 5,0 |
| 10 | 0,54 | 1,1 | 2,3 | 4,8 |

Пользуясь соотношениями (19) и (20) и табл. 2, можно легко определять доверительные интервалы по выбранной надежности или, наоборот, задавшись определенной точностью, можно рассчитывать $t_\alpha$ и по таблице оценить надежность выбранных доверительных интервалов. Кроме того, на основании соотношения (21) и табл. 2 можно установить число параллельных измерений, необходимых для того, чтобы средний результат имел точность не ниже заданной.

Относительную ошибку среднего результата (%) вычисляют с надежностью α по формуле:

$$\frac{\varepsilon_\alpha}{\mu} \cdot 100\ \% \quad \text{или} \quad \frac{\varepsilon_\alpha}{\bar{x}} \cdot 100\ \%. \qquad (22)$$

Таким образом, значения $\bar{x}$, $\bar{x} \pm \varepsilon_\alpha$, *s*, α полностью определяет точность (воспроизводимость и правильность) измерений.

## ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ ПРИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

Если искомая физическая величина является функцией нескольких переменных *a*, *b*, *c*, …, *m*, измеряемых непосредственно:

$$z = f(a, b, c, \ldots, m),$$

то для наилучшего приближения к истинному значению берется величина:

$$z = f(\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}, ..., \overline{m}), \tag{23}$$

***где $\overline{a}$, $\overline{b}$, $\overline{c}$, …, $m$ – средние значения результатов прямых измерений.***

***Для определения результирующей погрешности $\Delta z$ необходимо учесть, что при отклонении результатов измерений первичных величин (*****a, b, c, …*****) от их истинных значений на малые приращения** **da, db, dc, …, *****величина z получит приращение:***

$$dz = \frac{\partial z}{\partial a}da + \frac{\partial z}{\partial b}db + \frac{\partial z}{\partial c}dc + ... \tag{24}$$

***и что в настоящее время нет универсального способа оценки границ доверительного интервала при заданной надежности для результата косвенных измерений, известно лишь, как складываются среднеквадратичные ошибки (дисперсии).***

Если погрешности измерения различных первичных величин независимы, то в правой части (24) имеем сумму случайных независимых величин и по правилу сложения дисперсий

$$\sigma_{\overline{z}}^2 = \sigma_{\overline{z}a}^2 + \sigma_{\overline{z}b}^2 + \sigma_{\overline{z}c}^2 + ..., \tag{25}$$

где

$$\sigma_{\overline{z}b} = \left|\frac{\partial z}{\partial b}\right| \sigma_{\overline{b}}; \quad \sigma_{\overline{z}c} = \left|\frac{\partial z}{\partial c}\right| \sigma_{\overline{c}}. \tag{26}$$

Значения производных находятся как и значение $z$, подставляя вместо истинных значений величин их средние экспериментальные значения; значения $\sigma_{\overline{a}}$, $\sigma_{\overline{b}}$, $\sigma_{\overline{c}}$, среднего результата прямых измерений определяются по (13) и (18).

Далее, прежде чем воспользоваться формулой (25), следует найти численные значения $\sigma_{\overline{z}a}$, $\sigma_{\overline{z}b}$, $\sigma_{\overline{z}c}$ и т.д., сравнить их, выделить величину, дающую максимальный вклад в результирующую погрешность $\sigma_{\overline{z}}$.

Если после вычисления $\sigma_{\overline{z}a}, \sigma_{\overline{z}b}$, … окажется, что лишь одна из этих величин (наибольшая) определяет ошибку $\sigma_{\overline{z}}$ (например, $\sigma_{\overline{z}} \approx \sigma_{\overline{z}a}$), то погрешность $\Delta z$ определяется через $\sigma_{\overline{z}}$ и доверительную вероятность $\alpha$ также, как и в случае прямых измерений, т.е. с помощью коэффициента Стьюдента, по формулам (19), (20). При этом погрешности $\Delta z$ и $\Delta a$, соответствующие заданной доверительной вероятности, связаны соотношением:

$$\Delta z = \left|\frac{\partial z}{\partial a}\right| \Delta a.$$

Если же две и более величины $\sigma_{\overline{z}a}$, $\sigma_{\overline{z}b}$, … дают сравнимые вклады в $\sigma_{\overline{z}}$, то соотношение между $\Delta z$ и $\sigma_z$ определяется с помощью табл. 1 (как и для $n \to \infty$).

Если случайные погрешности при измерении первичных величин окажутся гораздо меньше, чем погрешности измерительных приборов, то только последние будут определять погрешность результата косвенных измерений и в формуле (26) $\sigma_{\overline{a}}$, $\sigma_{\overline{b}}$, ... необходимо заменить на погрешности измерительных приборов $\Delta a, \Delta b$, ... .

Когда случайная погрешность измерений первичных величин (например $\Delta a$) окажется сравнимой с погрешностью прибора σ, то границы доверительного интервала для нее определяются соотношением

$$\Delta a = \sqrt{t_\alpha^2 S_{\overline{a}}^2 + (k_\alpha/3)^2 \delta^2}, \tag{27}$$

где $k_\alpha \equiv t_\alpha$ при $n \to \infty$.

Относительная погрешность косвенных измерений определяется как $E = \Delta z/\overline{z}$, а так как

$$\frac{1}{z}\frac{\partial z}{\partial a} = \frac{\partial}{\partial a}\ln z; \quad \frac{1}{z}\frac{\partial z}{\partial b} = \frac{\partial}{\partial b}\ln z;$$

то

$$E_z = \sqrt{\left(\frac{\Delta z}{\bar z}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{\partial}{\partial a}\ln z\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial}{\partial b}\ln z\right)^2 \sigma_b^2 + \ldots}$$

или

$$E_z = \sqrt{\left(\frac{\partial \ln z}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \ln z}{\partial b}\Delta b\right)^2 + \ldots} \qquad (28)$$

где $\sigma a$, $\sigma b$, ... взяты равными $\Delta a$, $\Delta b$, ... .

Окончательный результат эксперимента записывают с указанием абсолютной, относительной погрешности и доверительной вероятности.

## РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОРЯКУ ОПЕРАЦИЙ ПРИ ПРЯМЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

1 Результаты каждого измерения записываются в таблицу.

2 Вычисляется среднее значение из $n$ измерений по формуле (1)

$$\bar x = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i .$$

3 Находятся погрешности отдельных измерений по формуле:

$$\Delta x_i = \bar x - x_i .$$

4 Вычисляются квадраты погрешностей отдельных измерений $\Delta x_i^2$ .

5 Если одно (иди два) измерения резко отличается по своему значению от остальных измерений, то следует проверить, не является ли оно промахом.

6 Определяется средняя квадратичная погрешность результата серии измерений:

$$S_{\bar x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\bar x - x_i)^2}{n(n-1)}} .$$

7 Задается значение доверительной вероятности.

8 Определяется коэффициент Стьюдента $t_\alpha$ для заданной вероятности $\alpha$ и числа проведенных измерений (табл. 2).

9 Находятся границы доверительного интервала (абсолютная погрешность результата измерений) $\Delta x = t_\alpha S_{\bar x}$ .

10 Если величина погрешности результата измерений (п. 9) окажется сравнимой с величиной погрешности прибора, то в качестве границы доверительного интервала следует взять величину:

$$\Delta x = \sqrt{t_\alpha^2 S_{\bar x}^2 + (k_\alpha/3)^2 \delta^2}; \qquad k_\alpha = t_\alpha \ (n \to \infty),$$

где $\delta$ – величина погрешности прибора.

11 Окончательный результат записывается в виде: $x = \bar x \pm \Delta x$ .

12 Оценивается относительная погрешность результата серии измерений: $E = \dfrac{\Delta x}{\bar x} \cdot 100\ \%$ .

## РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОРЯДКУ ОПЕРАЦИЙ ПРИ КОСВЕННЫХ ИЗМЕРЕНИЯХ

1 Для каждой серии измерений величин, входящих в определение искомой величины, проводится обработка, как описано в предыдущем разделе для прямых измерений. При этом для всех измеряемых величин задают одно и то же значение доверительной вероятности.

2 Находится выражение для абсолютной и относительной погрешности искомой величины в соответствии с конкретным видом функциональной зависимости (табл. 3, 4).

3 Оцениваются границы доверительного интервала для результатов косвенных измерений:

$$\Delta z = \sqrt{\left(\frac{\partial z}{\partial a}\Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial b}\Delta b\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial c}\Delta c\right)^2 + \ldots} ,$$

где производные $\dfrac{\partial z}{\partial a}$, $\dfrac{\partial z}{\partial b}$, $\dfrac{\partial z}{\partial c}$, … вычисляются при $a = \overline{a}$, $b = \overline{b}$, $c = \overline{c}$ .

4 Окончательный результат записывается в виде:

$$z = f(a, b, c, ..., m) = f(\overline{a}, \overline{b}, \overline{c}, ..., \overline{m}) \pm \Delta z .$$

5 Определяется относительная погрешность результатов серии косвенных измерений по (28).

6 Обработать результаты каждой серии измерений величин, входящих в определение искомой величины, можно с помощью программируемых микрокалькуляторов различных типов [7 – 9].

## ПОДГОТОВКА К ИЗМЕРЕНИЯМ

Прежде чем приступить к измерениям, следует ознакомиться с принципом действия приборов и правилами обращения с ними, определить цену деления шкал, класс точности измерительных приборов, величину приборных ошибок, правильность положения начала отсчета.

Измерительные приборы следует располагать на лабораторном столе так, чтобы было удобно делать отсчеты и работать с переключателями и движками. Все шкалы должны быть хорошо освещены и расположены так, чтобы исключить параллакс. Все приборы должны быть в правильном положении. Прежде чем приступить к измерениям, необходимо наметить порядок, в котором должны следовать отсчеты в течение всего опыта.

## НЕКОТОРЫЕ ЛАБОРАТОРНЫЕ ПРИБОРЫ

1 *Линейки измерительные*. Измерительные линейки выпускаются в виде стальных гибких полос разной длины с миллиметровыми и сантиметровыми делениями и началом отсчета, совпадающим с одним из концов линейки. При измерениях стальными линейками предельную приборную ошибку следует считать равной половине цены наименьшего деления шкалы линейки.

При измерениях линейкой, а также другими приборами следует избегать следующих ошибок:

а) ошибок, обусловленных параллаксом (угол между линией зрения и шкалой должен быть прямым) (рис. 1);

б) ошибки отсчета нуля (предмет следует располагать так, чтобы можно было снимать показания у обоих концов), (рис. 2).

2 *Штангенциркуль*. Штангенциркули выпускаются различных конструкций и на разные пределы измерений линейных величин. От линейки отличаются наличием нониуса – отсчетного устройства в виде дополнительной линейки с делениями меньшей ценой, чем цена деления основной шкалы (рис. 5). Величина $d$, изображенная на рис. 5, рассчитывается следующим образом $d = nl + m\delta$; где $n$ – целое число деления основной шкалы; $l$ – цена деления ее шкалы; $m$ – номер деления нониуса, совпадающего с одним из делений основной шкалы, $\delta$ – цена деления шкалы нониуса. Приборная ошибка равна половине цены деления шкалы нониуса.

3 *Микрометры.* Микрометры применяются для более точных измерений длины (рис. 6). В микрометрах используется микровинтовая пара, преобразующая вращательное движение в поступательное. Так, за один полный оборот барабана Т конец винта Г перемещается на 0,5 мм.

Если барабан Т имеет круговую шкалу с 50 делениями, то поворот на 1 деление вызывает смещение винта Г на 0,01 мм**,** т.е. цена деления круговой шкалы будет равна 0,01 мм. Для обеспечения постоянного давления на предмет при измерениях барабан Т вращают, прикладывая усилия к трещотке С. Перед началом измерений следует проверить положение нулевого отсчета и учесть его при измерениях. Предельная погрешность равна половине деления круглой шкалы.

4 *Счетчики времени*. Механические счетчики времени: секундомеры, хронометры, часы и т.п. имеют большую инерцию движущихся деталей механизма и позволяют измерять промежутки времени с точностью, не превышающей десятых долей секунды (рис. 7).

Электромеханические счетчики имеют точность порядка сотой доли секунды. Электрические (электронные) секундомеры имеют значительно большую точность, но и она зависит от инерционных свойств запускающего механизма.

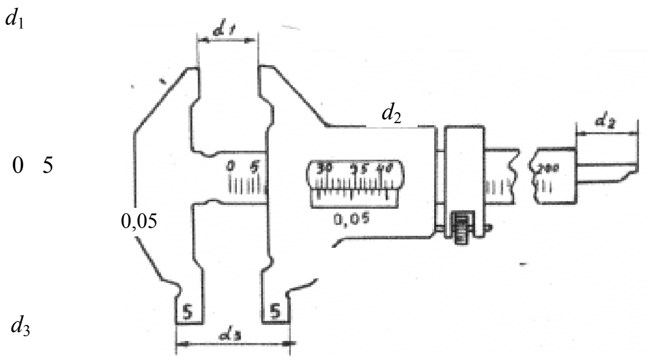



**Рис. 5 Штангенциркуль.**

Три размера $d_1 = d_2$, $d_3$ – отсчитываются при помощи нониуса по шкале.
$d_1$ – диаметр стержня; $d_2$ – глубина выемки; $d_3$ – диаметр отверстия

($d = nl + m\delta$, где $n$ – целое число делений по  основной шкале,
$l$ – цена деления основной шкалы, $m$ – номер деления шкалы нониуса,
совпадающего с одним из делений основной шкалы, $\delta$ – точность нониуса;
тогда $d_1 = 28 \cdot 1 + 4 \cdot 0{,}05 = 28 + 0{,}2 = 28{,}2$ мм; $d_3 = d_1 + 5 + 5 = 28{,}2 + 10 = 38{,}2$ мм)

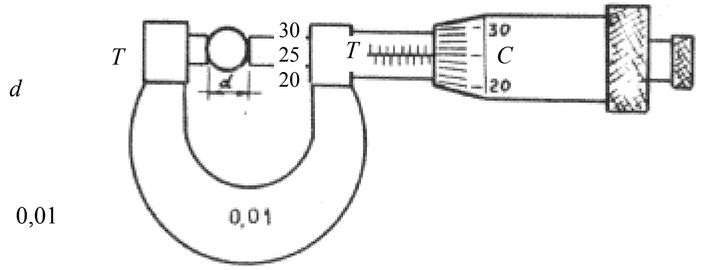
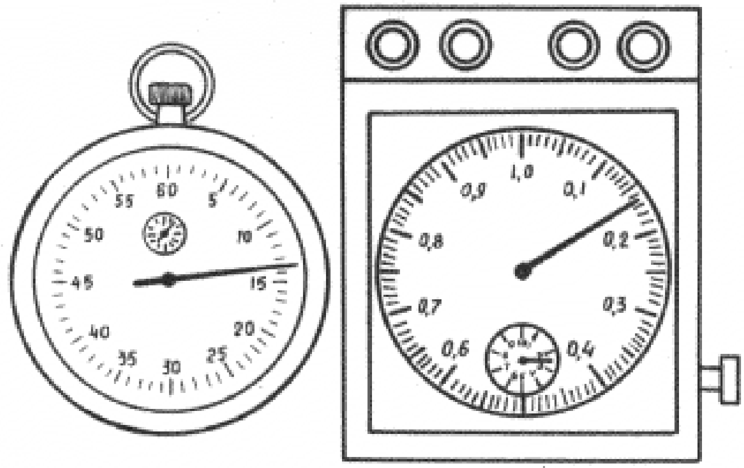



**Рис. 6   Микрометр.**
Диаметр определяется как $d = n + m\delta$,
где $n$ – целое число делений по основной шкале, $m$ – номер деления
по круговой шкале, совпадающего с осевой линией основной шкалы,
$\delta$ – цена деления круговой шкалы

5   *Измерители температуры*. Всякое устройство для измерения температуры состоит из двух основных частей: части, где происходит изменение свойств тела, которое непрерывно меняется с изменением температуры (давление газов, объем жидкости в др.) и измерительного прибора. Действие жидкостных термометров основано на видимом изменении объема жидкости (ртуть, спирт, толуол, керосин), наполняющей капилляр и резервуар при изменении температуры окружающей среды.




*а*)    *б*)

**Рис. 7   Измерение времени:**
*а* – механический секундомер, ошибка при измерении $\Delta t = 0{,}5$ с;
*б* – электромеханический секундомер, ошибка измерения времени $\Delta t = 0{,}01$ с

Государственные стандарты предусматривают выпуск нескольких десятков типов жидкостных термометров на разные пределы измерений, и с разной допустимой ошибкой. Лабораторные термометры, не имеющие паспорта, обладают допустимой ошибкой 1 °С.

## ЗАПИСЬ РЕЗУЛЬТАТОВ ЭКСПЕРИМЕНТА

В каждом эксперименте очень важно сразу же записать все измеряемые величины. Записи необходимо вести аккуратно, полно, четко с минимумом затрат. Записи должны содержать всю необходимую информацию об измерениях.

Рабочая тетрадь (и только тетрадь, а не лист бумаги) должна выглядеть так, чтобы вы могли разобраться в своих записях спустя некоторое время. Все результаты измерений следует записать немедленно и без какой-либо обработки. Из этого правила нет исключений. Не проводите никаких, даже самых простых, арифметических расчетов в уме перед записью результатов измерения. После записи результата измерения необходимо проверить то, что вы записали, взглянув еще раз на приборы.

Итак, посмотрите, запишите, проверьте!

Записывайте характеристики приборов, которыми вы пользовались при проведении эксперимента: серийный номер, класс точности, предел измерения, цена деления шкалы. Все записи необходимо датировать. Старайтесь всегда результаты измерений записывать в виде таблиц. Такая запись компактнее, проще для чтения и анализа. Значение одной и той же величины лучше записывать в вертикальный столбец, ибо глазу легче сопоставить цифры, расположенные столбиком. В начале каждого столбика напишите название или символ соответствующей величины и укажите единицу измерения (табл. 3).

*3 Вольтамперные характеристики лампы накаливания*

| № п/п | $I$, дел | Цена деления, мА/дел | $I$, мА | $U$, дел | Цена деления, В/дел | $U$, В |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 20 | 30/100 = 0,3 | 6,0 | 5 | 10/100 = 0,1 | 0,5 |
| 2 | | | | | | |

Если необходимо исправить написанное, нужно зачеркнуть неверные цифры и рядом написать правильные.

## ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКОВ

Графики строят для наглядного представления и анализа результатов эксперимента. Для графиков используют обычно миллиметровую бумагу с линейным, полулогарифмическим и логарифмическим масштабом. При выборе масштаба нужно исходить из следующих соображений:

а) экспериментальные точки не должны сливаться друг с другом;

б) масштаб должен быть простым.

Например, 1 см миллиметровой бумаги может соответствовать 10; 100; 0,1; 0,5; 2 или 5 единицам какой-либо величины (рис. 8). Кроме того, при выборе масштаба следует стремиться к тому, чтобы угол наклона кривых на графике был близок к 45°, кривые должны занимать все поле чертежа. На осях координат необходимо указывать название или символ величины, а также единицы измерения (см. примеры на рис. 8 – 10). Графики желательно строить непосредственно во время работы, так как это позволяет заметить неверные измерения.

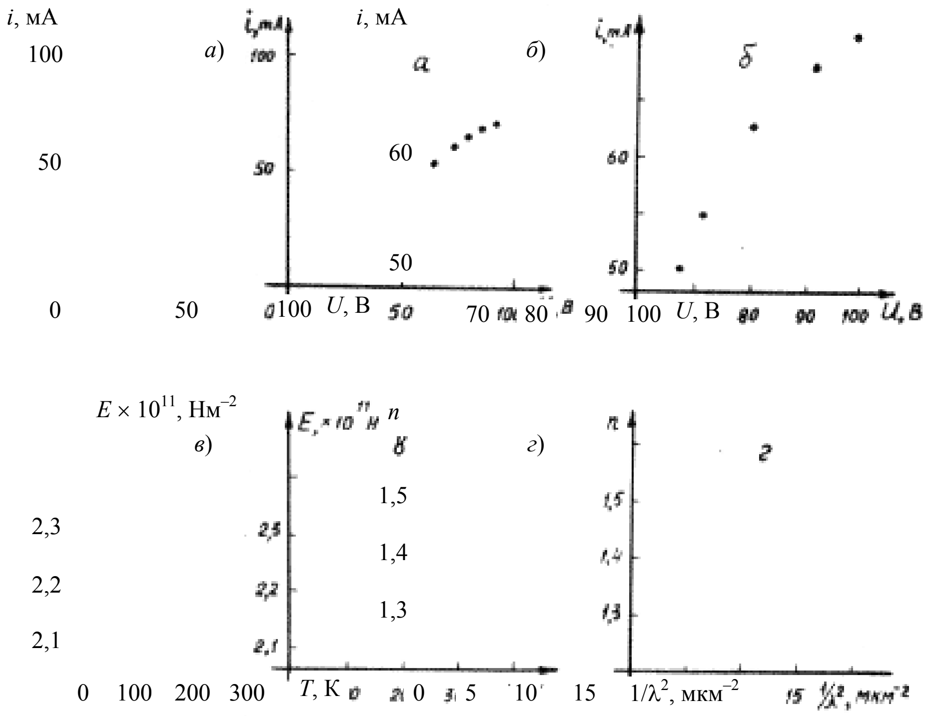



**Рис. 8 Построение графика:**
*а* и *б* – выбор масштаба (*а* – неудачный выбор, *б* – те же данные в увеличенном масштабе), *в* и *г* – примеры, показывающие как делать надписи и указывать единицы измерений

*Y*, м *Y*, м

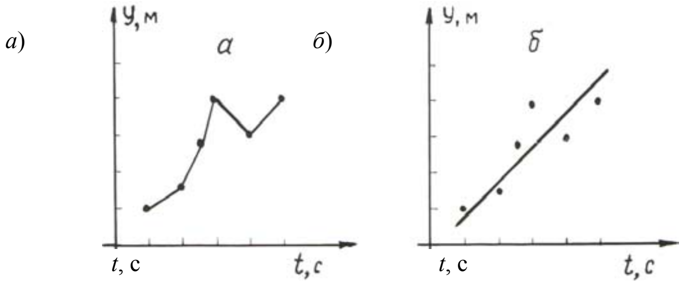



**Рис. 9 Проведение кривой по экспериментальным точкам:**
*а* – неверно, *б* – верно

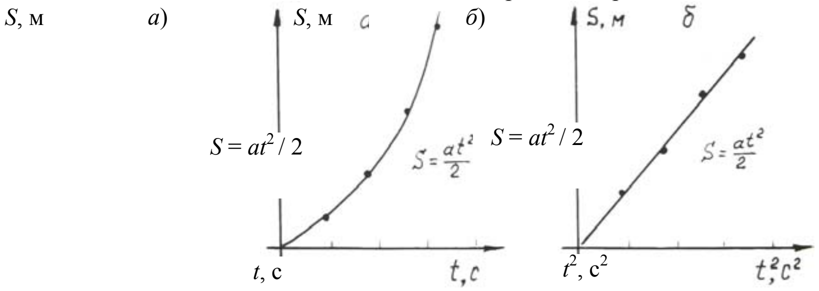



**Рис. 10 Вид зависимости *S* от времени *t* при падении тела:**
*а* – в координатах $S$, $t$; *б*– в координатах $S$, $t^2$

Как правило, физические зависимости – это гладкие, плавные линии без резких изломов. Экспериментальные точки вследствие ошибок измерений не ложатся на кривую физической зависимости, а группируются вокруг нее случайным образом. Поэтому не следует соединять экспериментальные точки на графике отрезками прямой (рис. 9, *а*); проводить гладкие кривые, соответствующие физической закономерности, следует в согласии с идеями метода наименьших квадратов, которые хорошо изложены в литературе [5, 6]. Однако, в условиях физического практикума часто в этом нет необходимости и кривые следует проводить "на глаз" так, чтобы кривая проходила через наибольшее число точек и примерно выполнялось требование о минимальности суммы квадратов расстояний от точек до кривой. Так как проще всего проводить "на глаз" прямую линию, то следует там, где это возможно, сделать такую замену переменных, чтобы в новых переменных изучаемая зависимость была линейной, как это сделано на рис. 10.

## ВЧИСЛЕНИЯ И ЗАПИСЬ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЧИСЕЛ

Цель эксперимента – получить некоторую числовую величину. Умение производить вычисления так же важно, как и производить измерения.

У студентов иногда возникает ложное представление, что числовые выкладки – это процесс простой и не очень важный. Но это не так. И нужно научится производить вычисления оптимальным способом и безошибочно. Вычисления следует производить как можно более последовательно и аккуратно, что позволяет избежать арифметических ошибок. Все, что было ранее сказано о записи измерений, относится и к записи вычислений.

Результат измерений представляет собой приближенное число, точность которого определяется ошибкой. Необходимо придерживаться следующих правил при вычислениях с приближенными числами.

1 Результат измерений или вычислений должен содержать строго определенное число значащих цифр, причем последняя цифра сомнительная, а предпоследняя – достоверная. На практике применяют приближенные числа, имеющие три-четыре значащих цифры.

2 Отбрасывая излишние (неточные) цифры, надо прибавить единицу к последней сохраняемой цифре, если отбрасываемая цифра была равна или больше 5.

3 Необходимо помнить, что точность результата определяется точностью измерительных приборов и метода, а также тщательностью исходных измерений и не может быть повышена в дальнейшем путем различных арифметических действий над результатами наблюдений. Точность конечного результата не может быть большей, чем точность наименее надежного числа в цепи вычислений.

4 Все цифры, кроме нуля, всегда значащие. Нуль является значащей цифрой, если он стоит между другими значащими цифрами или в правом конце числа, если только он не стоит взамен неизвестных или отброшенных цифр. Например, в числе 0,0105 первые два нуля слева незначащие, а нуль между 1 и 5 – значащий. В числе 5000 все нули значащие, если при измерении учитывалось не только сотни и десятки, но и единицы; если учитывать только тысячи, то число должно быть записано в виде $5 \cdot 10^3$. Приближенное число, содержащее незначащие цифры, записывается двумя сомножителями, первый – число, состоящее только из значащих цифр, второе – десять в соответствующей степени. Например:

$$x_1 = 9\ 724\,000 = 9{,}72 \cdot 10^6 \quad \text{(три значащих цифры)},$$

$$x_2 = 9\,724\,000 = 9{,}724 \cdot 10^6 \quad \text{(четыре значащих цифры).}$$

5 При сложении и вычитании приближенных чисел следует сохранять в окончательном результате не больше знаков после запятой, чем их имеется в наименее достоверном числе:

$$197{,}0 + 106{,}37 = 303{,}4 \quad \text{(правильно),}$$

$$197{,}0 + 106{,}371 = 303{,}371 \text{ (неправильно).}$$

6 При умножении и делении приближенных чисел результат следует округлять до такого числа значащих цифр, сколько их имеет приближенное число с наименьшим числом значащих цифр. При этом надо учитывать изложенное в пункте 4. Например:

а) 12,853 × 3,5 = 45

5 значащих цифр 2 значащих цифры 2 значащих цифры

б) 1378 : 0,27 = $5{,}1 \cdot 10^3$

4 значащих цифры 2 значащих цифры 2 значащих цифры

в) 94,3 : 2,358 = 39,995 = 40,0

3 значащих цифры 4 значащих цифры 3 значащих цифры

г) $327 \cdot 23 = 75 \cdot 10^2$ (а не 7521)

д) 4545 : 750 = 6,10 (а не 6,06 и не 6).

7 Если некоторые данные имеют больше десятичных знаков (при сложении и вычитании) или больше значащих цифр (при умножении, делении, возведении в степень и извлечении корня) чем другие, то их предварительно следует округлить, сохраняя лишь одну лишнюю цифру по сравнению с наименее достоверным числом.

8 В промежуточных результатах всех арифметических действий нужно оставлять на одну цифру больше, чем этого требуют правила 5 и 6. Например:

$$x = 2{,}18 \cdot 3{,}6 + 3{,}74 \cdot 1{,}8 + 4{,}06 \cdot 2{,}4 + 8{,}61 \cdot 0{,}9 = 7{,}85 + 6{,}73 + 9{,}74 + 7{,}8 = 32{,}1.$$

9 Если окончательный результат произведения или частного имеет первой значащей цифрой 1 или 2, 3, 4, то рекомендуется сохранить на одну цифру больше, чем этого требует правило 6.

10 При возведении в квадрат или куб в результате следует сохранить столько значащих цифр, сколько их имеет возводимое в степень приближенное число.

11 При извлечении квадратного или кубического корней в результате следует брать столько значащих цифр, сколько их имеет подкоренное число.

12 Точность измерения какой-либо величины должна быть одинакова, т.е. все числа в определенной графе должны кончаться на одном общем разряде. Так, например, нужно писать не 5,434 и 5,4, а 5,43 и 5,40, если измерения проводят с точностью до сотых долей.

13 Точность измерения различных величин (помещаемых в разных графах) может быть неодинакова и определяется точностью имеющихся в распоряжении экспериментатора измерительных приборов.

## ТРЕБОВАНИЯ, ПРЕДЪЯВЛЯЕМЫЕ К ОФОРМЛЕНИЮ ЛАБОРАТОРНЫХ РАБОТ

Всю подготовительную работу к лабораторным занятиям следует выполнить в читальном зале (дома), начиная с изучения теоретического материала соответствующей темы, затем познакомиться с методическим указанием к лабораторной работе и приступить к подготовке отчета. Для этого в тетради записывается название лабораторной работы, цель ее выполнения, приборы и оборудование с их характеристиками (название, диапазон измерений, цена деления, класс точности и т.п.), кратко излагается теория эксперимента, выполняется описание и схема установки, приводится основная расчетная формула, строится таблица для заполнения данными прямых измерений, выводится формула для относительной ошибки измерения искомой величины, из анализа которой делается вывод о наивыгоднейших условиях измерения каждой измеряемой величины, заготавливается миллиметровая бумага для построения графиков. После выполнения измерений, заполнения таблиц и вычисления искомой величины по средним значениям прямых измерений, тетрадь подается на подпись преподавателю или лаборанту. Без подписи проверяющего работа не считается выполненной. Все остальные расчеты и окончательное оформление отчета по работе студент делает в удобное для него время, но обязательно до следующего занятия.

## ПРАВИЛА РАБОТЫ В ЛАБОРАТОРИИ ФИЗИЧЕСКОГО ПРАКТИКУМА

В начале семестра преподаватель сообщает студентам учебный план на семестр: количество учебных часов и занятий, наличие зачета, экзамена, количество лабораторных работ, которые необходимо выполнить в течении семестра. Каждому студенту сообщается маршрут выполнения лабораторных работ, т.е. дата выполнения каждой лабораторной работы. Описание лабораторных работ выдается студенту за две недели до занятия.

На занятия студент предъявляет преподавателю подготовленную для работы тетрадь и сдает допуск по данной лабораторной работе. При сдаче допуска студент отвечает на вопросы по теории и практическому выполнению работы и получает разрешение на ее выполнение. При выполнении студентом экспериментальной части задачи его работой руководит лаборант, сопровождающий занятие. Окончание эксперимента отмечается в тетради студента и лабораторном журнале преподавателя.

Отчет о работе сдается на следующем занятии. Студент, по любым причинам не сдавший преподавателю две лабораторные работы полностью, к дальнейшим занятиям в практикуме не допускается до окончательной сдачи выполненных работ.

При срыве маршрута по уважительной причине преподаватель назначает студенту дополнительное время для занятий в ближайшие две недели, При пропуске занятий по неуважительной причине студент завершает выполнение лабораторных работ в конце семестра в зачетную неделю.

## СОВЕТЫ И УКАЗАНИЯ

1 Извлечь из работы практикума максимальную пользу можно только относясь к каждой работе как к небольшой самостоятельной научной работе.

Описание задач – только стержни, вокруг которых строится работа. Объем навыков и сведений, которые будут получены студентом при выполнении работы, определяются, главным образом, не описанием, а подходом студента к выполнению работы. Самое ценное, что может дать практикум – умение применять теоретические знания к экспериментальной работе, умение думать по поводу своих опытов, умение правильно построить эксперимент и избежать ошибок, умение видеть важные и интересные особенности и мелочи, из которых нередко вырастают потом серьезные научные исследования – все эти навыки студент должен развить в себе сам в процессе упорного, вдумчивого, сознательного, сосредоточенного труда.

2 Бесполезно приступать к выполнению работы без четкого представления об основных чертах теории изучаемого явления. Не имея ясности в основных теоретических вопросах, студент не сможет надежно отделить изучаемое явление от случайных и несущественных помех, часто не сумеет даже обнаружить, что установка неисправна и непригодна к работе.

3 При выполнении работы необходимо подробно разобраться в устройстве применяемой аппаратуры. Нужно до мелочей понимать устройство аппаратуры, назначение каждой детали, каждого выреза, каждого "винтика". В тех случаях, когда студент не может сам дойти до такого понимания, следует обратиться к помощи преподавателя, но так или иначе нужно добиться того, чтобы устройство приборов было вполне и до конца уяснено.

Главное условие успешного выполнения измерений заключается во внимательном и неторопливом ознакомлении с установкой перед измерениями, в ее тщательной проверке и наладке. Никогда не следует жалеть времени на эту предварительную стадию эксперимента из опасения не успеть сделать измерения. Работу с незнакомыми приборами можно начинать, лишь прочтя до конца инструкции и выяснив все необходимые предосторожности. Нужно вырабатывать в себе умение бережно обращаться с оборудованием. Если работа не ладится, нужно обязательно искать и пробовать, выдвигать и проверять различные предложения до тех пор, пока неисправность не будет обнаружена. Тот опыт и знания, которые помогают найти и устранить неполадки, составляет золотой фонд экспериментатора, их нельзя приобрести никаким другим способом.

4 В точности измерения большую роль играет внимание и сосредоточенность экспериментатора, умение выбрать разумный план работы и спокойно, удобно организовать измерение. Нужно правильно расположить оборудование, обеспечить достаточно яркое и равномерное освещение, выбрать удобную позу, периодически делать перерывы в работе, своевременно обдумывать предварительные результаты и т.д. Поспешно сделанные измерения обычно не годятся.

Стремясь получить наиболее точную картину явления, следует разумно согласовать точность измерения различных величин друг с другом.

Область измерения переменных следует всегда брать как можно шире, так как на границах широкого интервала часто нагляднее обнаруживаются недостатки аппаратуры и новые явления, влияние которых начинает обычно сказываться существенно раньше, но не может быть там с достоверностью обнаружено. Перед началом работы полезно привести несколько предварительных измерений по всему диапазону измерения переменных, чтобы сразу познакомиться с основными чертами явления и правильно спланировать ход эксперимента. В конце работы рекомендуется проделать все измерения в обратном порядке, что позволяет провести стабильность работы установки или обнаружить новые подробности в самом явлении.

5 Сравнивая результаты с данными таблицы или с результатами товарищей, не следует при несовпадении сразу считать свои данные ошибочными. Нужно тщательно продумать методику измерений, стараясь вскрыть причины расхождений, обращаясь к книгам, прибегать к помощи преподавателей. При сдаче работ с "плохими" результатами студент после обсуждения с преподавателем часто получает значительно больше пользы, чем при наличии "хороших".

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1 Кассандрова О.Н., Лебедев В.В. Обработка результатов наблюдений. М.: Наука, 1970. 104 с.
2 Зайдель А.Н. Ошибки измерений физических величин. Л.: Наука, 1974. 101 с.
3 Кортнев А.В., Рублев Ю.В., Куценко А.Н. Практикум по физике. М.: Высшая школа, 1965. 408 с.
4 Методические указания по выполнению работ в лаборатории общего физического практикума. Горький: Изд-во Горьковского госуниверситета, 1986. 24 с.
5 Светозаров В.В. Основы статистической обработки результатов измерений. М.: Изд-во МИФИ, 1983. 40 с.
6 Линник Ю.В. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. М.: Физматгиз, 1968. 390 с.
7 Дьяков В.В. Справочник по расчетам на микрокалькуляторах. М.: Наука, 1986. 141 с.
8 Цимринг Ш.Е. Специальные функции. Программы для микрокалькулятора "Электроника БЗ-21". М.: Радио и связь, 1983. 120 с.
9 Трохименко Я.К. Программирование микрокалькуляторов "Электроника МК-52" и "Электроника МК-61". Киев: Техника, 1987. 135 с.