

Л.Б. ПОТАПОВА, В.П. ЯРЦЕВ

**МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ
ПРИ СЛОЖНОМ
НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ**

КАК ПРОГНОЗИРУЮТ
ПРЕДЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ?

**МОСКВА
"ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1"
2005**

Л.Б. ПОТАПОВА, В.П. ЯРЦЕВ

**МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ
ПРИ СЛОЖНОМ
НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ**

**КАК ПРОГНОЗИРУЮТ
ПРЕДЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ?**

МОСКВА
«ИЗДАТЕЛЬСТВО МАШИНОСТРОЕНИЕ-1»
2005

УДК 539. 3/4
ББК В251
П64

Рецензенты:

Доктор физико-математических наук, профессор
Е.А. Лопаницын

Доктор физико-математических наук, профессор
Г.М. Куликов

Потапова Л.Б.

П64 Механика материалов при сложном напряженном состоянии. Как прогнозируют предельные напряжения? / Л.Б. Потапова, В.П. Ярцев. – М.: «Издательство Машиностроение-1», 2005. – 244 с.

Предложен синтезированный подход к проблеме разрушения и прочности твердых тел на основе объединения теоретических положений физики и механики деформируемого твердого тела. В качестве критерия эквивалентности предельных состояний материала под нагрузкой предложена функция вероятности статистической механики Дж.В. Гиббса. Разработана математическая модель предельных поверхностей текучести и объемного вязкого разрушения.

Книга может быть полезна студентам и инженерным работникам, которые специализируются в области конструирования и расчетов на прочность и долговечность изделий из твердых материалов.

УДК 539. 3/4

ББК В251

ISBN 5-94275-197-8

© Потапова Л.Б., Ярцев В.П., 2005

© «Издательство Машиностроение-1», 2005

Научное издание

**ПОТАПОВА Лидия Борисовна,
ЯРЦЕВ Виктор Петрович**

**МЕХАНИКА МАТЕРИАЛОВ
ПРИ СЛОЖНОМ
НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ**

**КАК ПРОГНОЗИРУЮТ
ПРЕДЕЛЬНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ?**

Монография

Редактор З.Г. Чернова

Компьютерное макетирование Е.В. Кораблевой

Подписано к печати 19.05.2005.

Формат 60 × 84/16. Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 14,18 усл. печ. л.; 14,15 уч.-изд. л.

Тираж 100 экз. С. 371^М

«Издательство Машиностроение-1»,
107076, Москва, Стромьинский пер., 4

Подготовлено к печати и отпечатано в Издательско-полиграфическом центре
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Среди механических свойств конструкционных материалов фундаментальными являются сопротивление текучести и разрушению. Даже в случаях, когда в процессе эксплуатации используются другие свойства твердых тел (электрические, тепловые, магнитные, оптические и др.), материал должен иметь способность выдерживать минимальные нагрузки, сохраняя свою целостность, форму и размеры. Но в настоящее время весьма проблематичной является оценка предельных напряжений при сложном напряженном состоянии и оценка условий перехода твердых материалов под нагрузкой из хрупкого состояния в вязкое. В связи с этим изучение механизмов деформирования и разрушения и совершенствование методов оценки предельных напряжений и долговечности – актуальная проблема физики и механики разрушения и деформирования твердого тела.

Прочность и текучесть конструкционных материалов имеет две особенности: во-первых, явно выраженный температурно-временной характер; во-вторых, явно выраженный статистический характер. Именно поэтому для более правильной оценки предельных состояний требуется подход, который сочетал бы в себе возможности учета двух этих особенностей. Такой синтезированный подход предложен в данной работе на основе функции вероятности Дж.В. Гиббса для физического состояния материала.

Новизна предлагаемого статистического критерия предельного состояния твердых тел заключается в его обобщенном характере. Кроме того, будучи встроенным в математическую модель физической кинетической концепции деформирования и разрушения, он позволяет осуществлять прогноз напряжений предельных состояний и долговечности с учетом влияния различных факторов внешнего воздействия, открывает перспективу построения обобщенной теории прочности твердых тел.

Данная монография является продолжением работ С.Б. Ратнера и В.П. Ярцева по исследованию влияния вида напряженного состояния на структурно-силовой параметр формулы Журкова для температурно-временной зависимости прочности твердых тел.

Глава 1

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ОДНООСНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Механические свойства твердого тела связаны с его реакцией на нагружение, когда в материале возникают напряжения и деформации. Внешняя нагрузка может быть постоянной по величине и изменяться во времени, приложенной кратковременно и в течение длительного промежутка времени, в условиях низкой, нормальной или высокой температуры окружающей среды. Окружающая среда может быть химически активной и неактивной, создавать нормальное и повышенное давление. В любом случае реакцией материала на нагружение будет возникновение упругой и пластической деформации или разрушение.

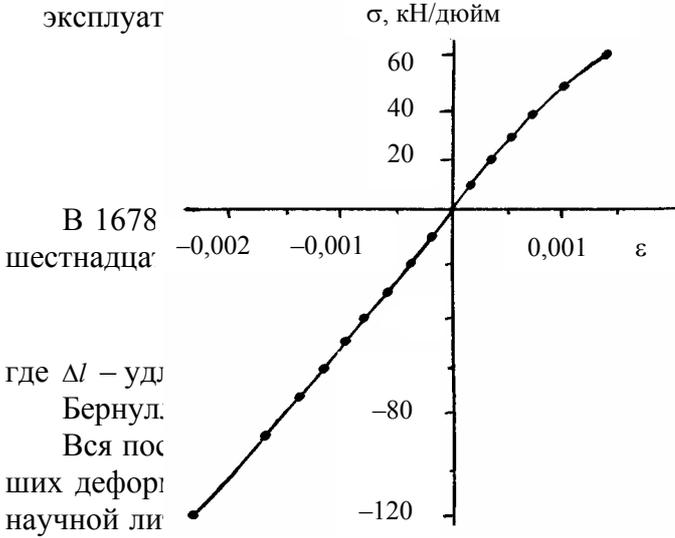
Твердое тело обладает размерами, формой и сплошностью. Выделяют два предельных состояния: одно предельное состояние связано с потерей размеров и формы, другое – с потерей сплошности.

Упругой деформацией называют деформацию, которая при разгрузке исчезает полностью. Пластическая деформация необратима при разгрузке, поэтому она недопустима в деталях и элементах конструкций, и состояние, при котором в материале возникают заметные пластические деформации, является предельным. Но твердое тело при деформировании составляет единое целое.

Под разрушением понимают разделение твердого тела или отдельных его структурных элементов на части с образованием одной или множества новых поверхностей. Разрушение также является предельным состоянием материала под нагрузкой.

Для обеспечения надежности деталей машин и элементов конструкций необходимо знать наименьшие значения напряжений, которые создают недопустимые пластические деформации и разрушение. Эти напряжения называют предельными. А зная предельные напряжения при одних видах нагруже-

ния, нужно уметь прогнозировать состояние предельных состояний в материале при любых других эксплуат



**ЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И
ДЕФОРМАЦИЯМИ**

В 1678
шестнадцат

где Δl – удл
Бернул.
Вся пос
ших дефор
научной ли

изменения перемещений от внешней силы. Уже через
н Я. Бернулли, предложившим степенную зависимость

$$\Delta l = aP^m, \quad (1.1)$$

пытании струн из органического материала.
риодического систематического исследования то больш
ческого переоткрытия закона Я. Бернулли. Поэтому в
(1.1) носит имена разных ученых. Подробно результа

Рис. 1.1

ол за период с Р. Гука и Я. Бернулли до 60-х гг. XX в. рассматрива
[1, 2]. Им показано, что уже к 1835 г. стало очевидно, что не только
большие, но и малые деформации нелинейно зависят от напряжений. Учитывая этот факт, в 1849 г. Бри
танская королевская комиссия по железу даже "отменила" закон Гука и предложила своим инженерам
при расчете металлических конструкций руковод-ствоваться зависимостью в виде квадратной парабол
лы. Однако закон Гука был удобен для разработки математического аппарата, позволяющего с доста
точной степенью точности решить ряд сложных инженерных задач. Поэтому в XIX в. закладываются
теоретические основы линейной теории упругости. Неизвестно, как сложилось бы развитие инженерной
науки, если бы более удобным для расчета оказался нелинейный закон.

В 1824 – 1844 гг. И. Ходкинсон исследовал нелинейность дерева [3], железа [4], чугуна [5] и камня [6]. Он установил, что эти материалы не только нелинейны в области малых деформаций, но и сама не
линейность проявляется при растяжении сильнее, чем при сжатии. На рис. 1.1 показан результат опытов И.
Ходкинсона по исследованию деформаций чугунного стержня – одно из первых сравнений диа
грамм растяжения и сжатия.

После И. Ходкинсона различие свойств материалов при растяжении и сжатии отмечали многие ис
следователи [1, 2]. Эти наблюдаемые макромеханические явления имеют физическую микромеханиче
скую основу. Макроскопическое изменение размера тела происходит за счет изменения расстояния ме
жду структурными элементами, а в пределе – за счет изменения расстояния между атомами.

На рис. 1.2 показана типичная зависимость энергии E (a) и силы взаимодействия F (б) от расстояния
между двумя атомами: 1 – кривая отталкивания; 2 – кривая притяжения; 3 – результирующая кривая.
Энергия взаимодействия складывается из энергии отталкивания (при сжатии) и энергии притяжения
(при растяжении). В связи с более сильным влиянием сил отталкивания суммарная энергия имеет ми
нимум – E₀, а атомы – положение устойчивого равновесия.



$$2\Delta r \quad r_1 \quad r$$

Рис. 1.2

Известное в физике твердого тела степенное уравнение кривой энергетического потенциала имеет вид

$$E(r) = A/r^n - B/r^m, \quad (1.2)$$

где r – расстояние между атомами; A, B, n, m – константы, зависящие от вида связи и структуры твердого тела.

Первое слагаемое уравнения (1.2) отражает отталкивание, а второе – притяжение. Как правило, отношение степеней находится в пределах $n/m = 1,25 \dots 2,0$ [7, 8].

Поскольку процесс разрушения – это процесс кооперативный, т.е. на энергию разрыва отдельной связи в макрообразце оказывают влияние энергетические потенциалы находящихся рядом структурных элементов, то в макронаблюдениях воспроизведется лишь основная тенденция, а численные значения макроскопических закономерностей деформирования и разрушения будут отличаться от численных значений физической закономерности идеального разрыва двух изолированных атомов. Поэтому энергия активации процесса хрупкого разрушения, как некоторая среднестатистическая величина, отражающая и энергию связей, и статистический характер их распределения, и подчас сложную кинетику процесса, будет всегда меньше энергии межатомной связи, $U_0 < E_0$. Аналогично и показатель нелинейности напряжений при деформировании макрообразца будет меньше, а отношение показателей нелинейности при сжатии и растяжении, установленное в макроиспытаниях, будет ближе к нижнему пределу этого отношения, установленного для связи двух атомов.

Равновесное состояние двух атомов соответствует расстоянию r_0 между ними (см. рис. 1.2). В окрестности r_0 , на участке $(r_0 - \Delta r) \leq r \leq (r_0 + \Delta r)$, кривая потенциальной энергии E может быть аппроксимирована квадратной параболой, а график силы взаимодействия F – прямой линией. Это приближение в окрестности состояния равновесия является приближением линейной теории упругости или гармоническим приближением. В физике твердого тела показано, что этим приближением можно пользоваться для расчетов малых упругих деформаций и гармонических колебаний при условии $\Delta r/r \leq 0,1$. Следовательно, деформации макрообразца ограничены: $\varepsilon \leq 0,1$ [7].

Современная механика деформируемого твердого тела для описания диаграммы истинных напряжений при растяжении конструкционных материалов рекомендует следующую зависимость:

$$\sigma = \sigma_{т.п} \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{т.п}} \right)^{1/m}, \quad (1.3)$$

где $\sigma_{т.п}$ – предел текучести при растяжении; $\varepsilon_{т.п}$ – соответствующая этому пределу текучести деформа-

ция; $1/m$ – показатель нелинейности.

Теоретически показатель нелинейности может принимать любые значения в пределах от нуля до единицы, при этом значению $1/m=1$ соответствует идеальноупругое состояние материала, а $1/m=0$ – идеальное пластичное. Для реальных конструкционных материалов обычно $0,02 < 1/m < 0,7$ [7]. Значение показателей нелинейности для многих материалов приведены в справочной [9 – 11] и научной литературе [1, 2, 12 – 15]. Согласно данным, приведенным в монографиях Дж.Ф. Белла [1, 2] и В.А. Крохи [11, 15], нелинейность диаграмм растяжения больше чем диаграмм сжатия, при этом если зависимость между сжимающими напряжениями и деформациями аналогична,

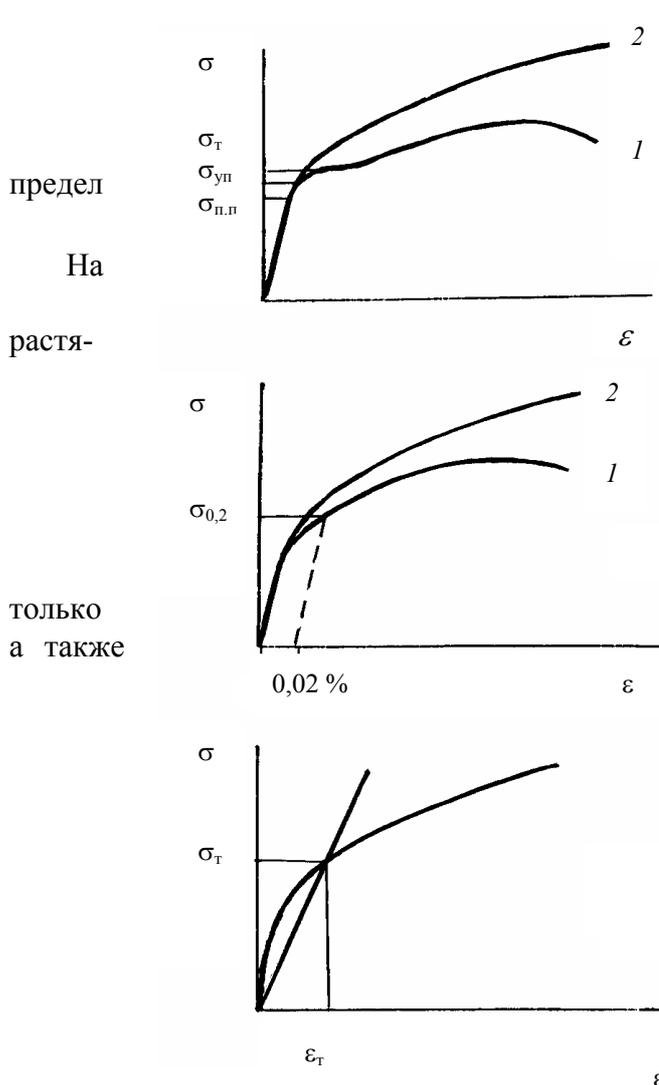
$$\sigma = \sigma_T \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{T-}} \right)^{1/n}, \quad (1.4)$$

то отношение показателей нелинейности находится в пределах $m/n = 1,1 \dots 1,3$.

Следует отметить, что при наличии большого числа экспериментальных и теоретических работ, подтверждающих нелинейный характер зависимости деформаций от напряжений, опубликованных после предложения уравнения Я. Бернулли в 1694 г., единственным изложением сопротивления материалов для инженеров, основанным на нелинейной зависимости, является изданная в Германии на рубеже XIX и XX вв. монография Карла фон Баха "Упругость и прочность" [16]. Все остальные учебники по сопротивлению материалов для подготовки инженерных работников традиционно базируются на законе Гука.

1.2. ПРЕДЕЛ ТЕКУЧЕСТИ

В сопротивлении материалов [17], рассматривая деформационные свойства, вводят понятие о трех пределах в области малых деформаций. Предел пропорциональности $\sigma_{п.п}$ – максимальное напряжение,



соответствующее линейному участку диаграммы деформирования; предел упругости $\sigma_{уп}$ – максимальное напряжение, при котором отсутствуют заметные пластические деформации; текучести σ_T – напряжение, при котором наблюдается явление текучести.

рис. 1.3 представлены примеры диаграмм условных (1) и истинных (2) напряжений при жении различных материалов: упруго-пластичного с площадкой текучести (а); упруго-пластичного без площадки текучести (б); физически нелинейного (в). Предел текучести σ_T соответствует горизонтальной площадке на диаграмме условных напряжений (рис. 1.3, а). Диаграммы с площадкой текучести наблюдаются у углеродистых сталей в отожженном состоянии, у

Рис. 1.3

а)

б)

в)

некоторых других металлов при отдельных видах термообработки (латуни, некоторых аустенитных сталей). Для большинства пластичных материалов переход от упругости к области проявления пластичных свойств носит плавный характер, поэтому условились границей такого перехода считать остаточную деформацию 0,2 %. Соответствующее ей напряжение $\sigma_{0,2}$ называют условным пределом текучести (рис. 1.3, б).

Для ряда высокопрочных твердых материалов, ряда хрупких в обычных условиях материалов, материалов с развитыми реономными свойствами (т.е. для многих и разных по свойствам материалов) в сопротивлении материалов диаграмма деформирования признается нелинейной на всем протяжении. В последнем случае при выполнении инженерных расчетов при малых деформациях вводят понятие секущего модуля, равного тангенсу угла наклона секущей, проведенной из начальной точки диаграммы через точку предельного напряжения (рис. 1.3, в).

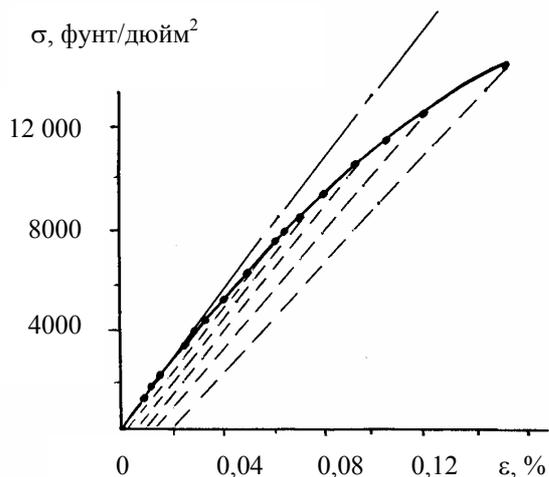
Для полимерных материалов секущий модуль упругости находят при деформациях, не превышающих 0,5 % [18, с. 202]. В то же время, вопрос об условных пределах текучести полимеров не решен однозначно: А.Я. Малкин, А.А. Аскадский и В.В. Коврига определяют его как напряжение, соответствующее остаточной деформации 0,1...2,0 % [18, с. 203]; М.Н Бокшицкий указывает для него граничную деформацию 3...4 % [19, с. 140]; И. Нарисава пишет о нем или как о напряжении начала образования шейки, или соответствующем деформации 10 % [20, с. 92].

В экспериментальной механике деформируемого твердого тела работами И. Герстнера (1824 г.) [21], И. Ходкинсона (1824 – 1844 гг.) [3 – 6], Г. Вертгейма (1844 г.) [22] и (1847 г.) [23], И. Баушингера (1877 – 1886 гг.) [24] и многими другими показано, что остаточная деформация сопровождает любые сколь угодно малые деформации в материалах. Удастся или не удастся наблюдать эти малые остаточные деформации – это зависит только от разрешающей способности используемой аппаратуры.

Исследуя характер изменения деформаций при разгрузке чугунных, стальных и каменных образцов, И. Ходкинсон заметил и обратил внимание последующих исследователей на то, что материалы ведут себя упругопластически с самого начала приложения нагрузки. На рис. 1.4 сплошные линии – усредненные результаты его опытов на растяжение при малых деформациях девяти чугунных стержней; штриховые линии – линии разгрузки.

Таким образом, опубликовав результаты исследований в 1824 – 1844 гг. [3 – 6], И. Ходкинсон предвосхитил сегодняшние исследования по микропластичности материалов. Так, увеличение точности

приборов позволило обнаружить остаточные деформации при малых деформациях порядка 10^{-6} в стали М.Ф. Сэйру в 1930 г., в макрокристаллах свинца В Чалмерсу в 1935 г., при сжатии образцов бетона Т.С. Пауэрсу в 1938 г., в бериллиевой бронзе Дж.Т. Ричардсону в 1952 г. и др. [1].



Рис

Все эти результаты исследований показывают, что физический смысл предельных напряжений σ_r и деформаций ϵ_r текучести не определен однозначно и требует дополнительного обсуждения.

Баушингер И. различал пределы упругости и текучести, различая сущность наблюдаемых эффектов. Он отождествлял предел упругости с пределом пропорциональности, считая что при высокой разрешающей способности измерительного прибора (а изобретенный им в 1877 г. зеркальный тензомер позволял измерять удлинения до $1 \cdot 10^{-4}$ мм, что обеспечивало измерение деформаций с точностью до $7 \cdot 10^{-7}$ на измерительной базе 150 мм) пластическую деформацию можно заметить при напряжениях ниже предела пропорциональности. Малая пластическая деформация оказывалась воспроизводимой при повторных напряжениях ниже предела пропорциональности. Но превышение этого предела приводило к возрастанию остаточной деформации при каждом повторном нагружении. В связи с этим, по определению И. Баушингера, предел упругости (пропорциональности) – это напряжение, ниже которого микропластичность устойчива. Он отмечал, что для ряда твердых материалов, таких как чугун, камни, – предел упругости не может быть найден. Баушингер И. использовал термин "предел текучести" для определения напряжения, начиная с которого в материале развиваются сравнительно большие деформации.

Вертгейм Г. предлагал под пределом упругости понимать напряжение, соответствующее точке диаграммы, которая отвечает остаточной деформации с произвольно назначенным фиксированным значением – порядка $0,5 \cdot 10^{-4}$. Для предела текучести он предлагал установить предельную остаточную деформацию 0,05 %.

Подытоживая результаты работ российской и зарубежных школ экспериментальной механики в области исследования диаграмм деформирования при простом сопротивлении, Н.Н. Давиденков в 1933 г. предложил ввести следующую терминологию [25]. "Абсолютный" предел – физический факт, независимый от того, может ли существующий прибор его обнаружить или нет. "Приближенный" предел – значение, которое удастся практически получить испытаниями. "Условный" предел – значение, которое получается при произвольно выбранном условии. Ссылаясь на экспериментально установленную на основании многочисленных опытов с контрольными образцами зависимость изменения удлинений от силы в виде полинома (в котором влияние третьего кубического члена уже становится малым) и разработанную

Я.И. Френкелем электрическую и молекулярную теорию твердых тел [26], Н.Н. Давиденков делает вывод, что "абсолютного предела пропорциональности не существует вовсе, или, что то же самое, он равен нулю". Закон $\sigma(\epsilon)$ графически представляется кривой, направленной выпуклостью вверх, не имею-

щей вовсе прямолинейного участка, а достижение состояния текучести при сложном нагружении зависит от всей предыстории нагружения [27].

Рассматривая результаты растяжения до условного предела текучести $\sigma_{0,2}$ железа, углеродистых и легированных сталей, меди, алюминия, алюминиевых и магниевых сплавов, С.И. Ратнер в своей монографии [28, с. 17] приводит данные (см. табл. 1.1), которые свидетельствуют о соизмеримости упругой и пластической деформации при напряжении, равном условному пределу текучести, а также практически до деформации 1 %.

Спустя 90 лет после предложения И. Баушингера относительно определения двух пределов, изучая изменение поверхности пластичности при сложном нагружении и проанализировав все аргументы И. Баушингера, А. Филлипс [29] пришел к заключению, что не уровень фиксированной остаточной деформации, а изменение характера роста пластической компоненты деформации, и предложенная И. Баушингером потеря стабильности этой компоненты, может быть единственным приемлемым критерием для определения поверхности пластичности.

1.1. Соотношение упругой и пластической деформации при нагружении до $\sigma_{0,2}$ [28]

Материал	Термообработка	Деформация, %	
		пластическая	упругая
Железо армко	Отжиг при 800 °С	0,2	0,14
Сталь 25	Отжиг при 900 °С	0,2	0,15
Сталь 45	Нормализация	0,2	0,20
Сталь ВС	Нагартованный	0,2	0,75
30ХГСА	Закалка и отпуск при 200 °С	0,2	0,65
30ХГСНА	То же	0,2	0,76
ЭЯ2	Закалка при 1100 °С	0,2	0,15
Медь	Отжиг при 600 °С	0,2	0,06
Алюминий	Отжиг при 360 °С	0,2	0,05
Алюминий	Нагартованный	0,2	0,14
Сплав Д1	Закалка при 500 °С, старение	0,2	0,33
Д6	То же	0,2	0,45
Д16	То же	0,2	0,56
Al-Cu-Mg-Zn	То же	0,2	0,80
Сплав АЛ8	Закалка при 430 °С	0,2	0,25
Сплав МА2	Состояние поставки	0,2	0,40
МА3	То же	0,2	0,40
МА5	Закалка при 420 °С	0,2	0,50

В 1939 г., рассматривая с физической точки зрения связь критической температуры хладноломкости со скоростью деформирования, Н.Н. Давиденков [30] предлагает формулу Р. Беккера для связи предела текучести τ_T с температурой T и скоростью v при действующем напряжении сдвига τ в элементарном объеме w

$$v = v_0 \exp \left[-\frac{w(\tau_r - \tau)^2}{2GkT} \right] \quad (1.5)$$

заменить на

$$v = v_0 \exp \left[A(\tau - \tau_r) - \frac{U}{kT} \right], \quad (1.6)$$

где учитывается, что скорость деформации пропорциональна статистической вероятности энергетических флуктуаций ($v \sim Ae^{-U/kT}$); G – модуль упругости второго рода; k – постоянная Больцмана; U – энергия активации; v_0 и A – константы.

Формулами утверждается, что пластическая деформация за счет тепловых флуктуаций в малых объемах начинается раньше достижения теоретической прочности на сдвиг, а современный физический энциклопедический словарь предел текучести определяет всего лишь как "напряжение, при котором начинает развиваться пластическая деформация" [31, с. 582].

В современной теории пластичности понятия пределов текучести, упругости и пропорциональности не различают [32, с. 50]. Если напряжение меньше предела текучести, то считают справедливым закон Р. Гука, а если больше предела текучести, то считают материал упруго-пластическим и, как правило, выделяют упругую и пластическую части деформации отдельно, схематизируя диаграмму деформирования.

Анализируя исследования ученых в области сопротивления материалов, экспериментальной механики, физики и теории пластичности на предел текучести, можно, используя терминологию Н.Н. Давиденкова, сказать, что при большом объеме теоретических и экспериментальных работ до сих пор не выработано однозначно определение "абсолютного" предела. Предел, который используется в инженерных расчетах, является либо "приближенным", либо "условным".

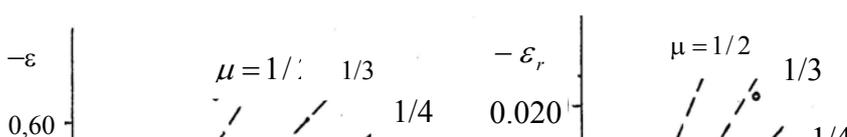
1.3. КОЭФФИЦИЕНТ ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

При линейном одноосном растяжении коэффициент поперечной деформации $\mu = \varepsilon_{\text{поп}} / \varepsilon$, как отношение поперечной деформации $\varepsilon_{\text{поп}}$ к продольной ε , является кинетическим параметром, так как отражает процесс изменения размера в поперечном направлении. Следует ожидать, что для физически нелинейных материалов с неодинаковой нелинейностью при растяжении он будет зависеть от величины растягивающего напряжения. Вопрос заключается в том, насколько сильна эта зависимость и какие микропроцессы, обеспечивающие перемещение в поперечном направлении, она будет отражать.

Коэффициент поперечной деформации для области малых деформаций принято называть коэффициентом Пуассона. Сам С.Д. Пуассон считал, что его константа для всех твердых изотропных тел одинакова и равна 1/4. Вскоре после этого утверждения Г. Вертгейм [33], измеряя непосредственно продольные удлинения и поперечные сужения в длинном резиновом стержне квадратного поперечного сечения, обнаружил, что в области малых деформаций его опытные данные не подтверждают теоретическую предпосылку С.Д. Пуассона. На рис. 1.5 показаны результаты измерения Г. Вертгейма поперечных и продольных деформаций резиновой призмы [1, с. 327]: a – большие деформации; b – начальный участок этого экспериментального графика. Сплошная линия на рис. 1.5, a построена Дж.Ф. Беллом; штриховые линии соответствуют отдельным указанным коэффициентам Пуассона (сохранены все авторские обозначения из [1]). Это построение также свидетельствует о том, что с ростом продольной деформации величина коэффициента поперечной деформации имеет явную тенденцию к снижению.

Позже обстоятельными опытами В. Кестера [34], К. Цвиккера [35] и другими было показано, что коэффициент поперечной деформации при малых деформациях в редких исключениях равен 1/4. Он меняется в зависимости от положения элемента в периодической системе [34]; значение $\mu = 1/3$ является достаточно хорошим теоретическим средним для металлов, для камня и стекла предпочтительнее величина $\mu = 1/4$, а для эластомеров $\mu \approx 1/2$ [35].

Коэффициент поперечной деформации может быть определен непосредственным измерением деформаций, измерением изменения объема, а для области преимущественно упругого деформирования еще и вычислением через отношение модулей упругости первого E и второго G рода, $\mu = E/2G - 1$.



$\mu = 1/2$		$-\varepsilon_r$		$1/3$
	$1/4$	$0,020$		
				$1/4$
		$0,010$		

0 1,0 2,0 ε 0 0,02 0,04 0,06 ε

a)

b)

D

Задача определения коэффициента поперечной деформации только кажется простой; ее реализация на практике оказывается делом сложным, требующим большой точности осуществления эксперимента, как нагружения, так и замеров деформаций, а также тщательного анализа полученных результатов. Именно эта сложность является причиной тому, что мало опубликовано работ с результатами исследования влияния различных факторов на величину коэффициента поперечной деформации, а имеющиеся опубликованные данные зачастую противоречивы. Так, в монографии Дж.Ф. Белла [1] приведены значения коэффициента Пуассона для стекла, полученные разными исследователями, использовавшими различные методы: $0,330$ (Г. Вертгейм, 1848 г.); $0,239$ (Дж.Д. Эверетт, 1866 г.); $0,237$ (А. Корню, 1869 г.); $0,211...0,220$ (В. Фохт, 1882 г.); $0,245...0,250$ (Э. Амага, 1889 г.); $0,197...0,319$ (К.Р. Штраубель, 1899 г.); $0,232$ (В.Т. Шимановский, 1944 г.). Коэффициент Пуассона для латуни там же: $0,25$ (К. де Латур, 1828 г.); $0,333$ (Г. Вертгейм, 1848 г.); $0,387$ (Г.Р. Кирхгофф, 1859 г.); $0,469$ (Дж.Д. Эверетт, 1866); $0,325$ (А. Мэлок, 1879 г.); $0,328$ (Э. Амага, 1889 г.).

После изобретения зеркального тензомера, позволяющего регистрировать удлинения до $0,2 \cdot 10^{-3}$ мм, И. Баушингер смог непосредственно определять коэффициент поперечной деформации как при растяжении, так и при сжатии как для малых, так и для больших деформаций. Проведя испытания при малых деформациях (порядка 10^{-6}), он продемонстрировал, что способ определения коэффициента Пуассона через отношение больших чисел, какими являются модули упругости, дает ненадежные результаты [36]. Так, вычисление для бессемеровской стали давало значение, которое менялось от $0,25$ до $0,36$, если модуль E был определен из опытов на растяжение и сжатие, а модуль G – из опытов на сдвиг. Для мартеновской стали коэффициент Пуассона был в пределах $\mu = 0,24...0,30$, при этом E определялось из опытов на растяжение, а G – из опытов на кручение.

Разброс в значениях коэффициента Пуассона может быть в некоторой степени связан с нелинейностью при малых деформациях, т.е. с зависимостью касательных модулей при сдвиге и растяжении от величины напряжения, о чем убедительно свидетельствуют работы Г. Вертгейма, И. Баушингера, Э.К. Хартига, Э.А. Грюнайзера и др. В 1857 г. Г. Вертгейм обнаружил [37], что при кручении в условиях малых квазистатических деформаций сплошных и полых латунных, железных и стальных образцов круглого и некруглого поперечного сечения функция отклика нелинейна. Баушингер И. в своих исследованиях, результаты которых были опубликованы в 1881 г. [38], определил значения модуля упругости второго рода при разных уровнях деформации и установил, что касательный модуль при кручении и сдвиге уменьшается по линейному закону с увеличением внутреннего усилия, чем на десятилетие опередил обобщение Э.К. Хартига о переменности касательного модуля E [39]. В 1906 г. Э.А. Грюнайзен [40], используя в своих исследованиях интерферометр, установил справедливость нелинейной зависимости напряжений от деформаций, предложенной

Э.К. Хартигом в виде линейного изменения касательного модуля упругости первого рода, вплоть до деформаций между $1,7 \cdot 10^{-6}$ и $7 \cdot 10^{-6}$, т.е. практически, как он сам считал, вплоть до нулевого напряжения.

После опытов Э.А. Грюнайзена упругие константы металлов, как правило, точно или неточно, оп-

ределяются на основе динамических методов (из опытов на колебания или распространение ультразвуковых волн). Коэффициенты Пуассона, определенные динамическими методами оказываются, как правило, ниже значений, полученных другими методами для малых деформаций. Однако и в случае определения коэффициента Пуассона через динамические модули не всегда удается избежать ошибок, связанных с делением больших чисел, от чего предостерегал И. Баушингер [36]. Так, Д.Ф. Сирл в своей монографии 1908 г. [41] привел вычисленные им значения коэффициента Пуассона через динамические модули упругости, которые предположительно были определены точно. Из девяти значений пять оказались больше 1/2, из них: 0,598 для закаленной меди; 0,608 для отожженной меди; 1,207 для твердотянутого мельхиора. А согласно данным для политетрафторэтилена (ПТФЭ), опубликованным в [42], динамический коэффициент Пуассона, установленный из опытов при частоте 70 и 1000 КГц, показывает сильную зависимость от давления: при атмосферном давлении он равен 0,20; при давлении 100 МПа – 0,25; при давлении 400 МПа – 0,33. В то же время, установленный из статических испытаний на растяжение при атмосферном давлении, он по данным одних авторов равен 0,40, а по другим данным – 0,45. Такой разброс опытных значений создает значительные трудности в расчетной практике.

Физические константы твердых материалов (модули упругости, частоты собственных колебаний, скорости прохождения звука и др.) сами по себе зависят от многих факторов, часто могут быть определены лишь приближенно и представляют собой числа, порядок которых существенно отличается от величин деформаций и самого коэффициента Пуассона. Поэтому нужно признать справедливым мнение Г.Р. Кирхгоффа, высказанное им еще в 1859 г. [43], что коэффициент поперечной деформации следует определять прямыми измерениями деформаций. Возможно, что метод определения коэффициента поперечной деформации следует выбирать в зависимости от принятой теоретической модели.

Термин "коэффициент поперечной деформации" для больших деформаций в 1952 г. предложили ввести Н.Н. Давиденков и Д.М. Васильев [44], чтобы отличать его от коэффициента Пуассона, являющегося, как принято считать в теории упругости, константой упругого состояния материала. Авторами [44] было предложено определять коэффициент поперечной деформации путем измерения плотности образца до и после деформации. Таким методом они получили значение $\mu = 0,47$ для среднеуглеродистых сталей 40 и 45 при пластической деформации 10 %. Марковец М.П. и Фролова К.И. непосредственным измерением продольных и поперечных деформаций для восьми сталей на пределе текучести получили значение $\mu \approx 0,42$ [45]. Эти результаты свидетельствуют о плавном возрастании коэффициента поперечной деформации на первом этапе упругопластического растяжения, когда разрывы связей в материале происходят равномерно по всему объему материала.

Надо отметить, что приведенные в работе [44] результаты изменения плотности, вызванные 10 % деформацией, показывают заметную зависимость от обработки. Так, для отожженного образца стали 40 относительное изменение плотности составило $12 \cdot 10^{-5}$, а для нормализованного – $7,8 \cdot 10^{-5}$. Нельзя признать незначительным и разброс результатов измерения относительного изменения плотности, полученных для нормализованных образцов с разным содержанием углерода: для стали 45 – $6,6 \cdot 10^{-5}$, а для стали с 0,37 % С – $5,2 \cdot 10^{-5}$. Можно сказать, что результаты измерения изменения плотности среднеуглеродистой стали при деформации 10 % путем гидростатического взвешивания, приведенные в работе [44], совпадают только по порядку величин и, следовательно, не могут дать высокую точность вычисления коэффициента поперечной деформации.

Для одноосного растяжения относительное изменение объема ε_V определяется выражением

$$\varepsilon_V = (1 + \varepsilon)(1 - \mu\varepsilon)^2 - 1, \quad (1.7)$$

которому при условии изохорического деформирования ($\varepsilon_V = 0$) соответствует формула для коэффициента поперечной деформации

$$\mu = \frac{\sqrt{1 + \varepsilon} - 1}{\varepsilon\sqrt{1 + \varepsilon}}. \quad (1.8)$$

Из этой формулы следует, что при неограниченном (гипотетически, конечно) увеличении продольной деформации коэффициент поперечной деформации уменьшается и в пределе стремится к нулю:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \mu = 0. \quad (1.9)$$

В сопротивлении материалов, рассматривая малые упругие деформации, пренебрегают произведением малых чисел в формуле (1.7) и определяют объемную деформацию как сумму осевых деформаций по трем главным направлениям. Для одноосного растяжения выражение для изменения объема принимает вид

$$\varepsilon_V = \varepsilon - 2\mu\varepsilon. \quad (1.10)$$

В этом случае изохорическому растяжению ($\varepsilon_V = 0$) соответствует коэффициент Пуассона $\mu = 0,5$, причем при любой величине продольной деформации ε . Но в сопротивлении материалов принято считать, что с повышением продольной деформации коэффициент Пуассона увеличивается и становится в пределе (по достижении предела текучести) равным 0,5. В этом состоит некоторое противоречие формул сопротивления материалов (1.7) – (1.10).

В теории пластичности, когда в основу решения инженерных прикладных задач положена диаграмма Прандтля для идеального упруго-пластического тела, принимают для всех напряжений, меньших предела текучести, коэффициент поперечной деформации постоянным и равным коэффициенту Пуассона, а при достижении состояния текучести принимают $\mu = 0,5$.

Теория малых упругопластических деформаций исходит из линейного характера изменения объема от напряжения и дает для коэффициента поперечной деформации μ' от коэффициента Пуассона μ следующую зависимость:

$$\mu' = \frac{1}{2} - \frac{1-2\mu}{2E} \frac{\sigma}{\varepsilon}. \quad (1.11)$$

Зависимость (1.11) была подтверждена опытами А.М. Жукова с пластичной сталью [46]. На рис. 1.6 приведен пример построения диаграммы растяжения стали 30 и соответствующие этой диаграмме опытные значения коэффициента поперечной деформации. Штриховая линия соответствует уравнению (1.11).

Из формулы (1.11) следует, что с увеличением продольной деформации $\sigma/\varepsilon \rightarrow 0$ и в пределе коэффициент поперечной деформации стремится к 0,5

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \mu'_{\varepsilon \rightarrow \infty} = 0,5. \quad (1.12)$$

Для устранения противоречия в формулах (1.9) и (1.12) С.Н. Жернаковым и Х.Ш. Газизовым [47] было предложено модифицированное уравнение состояния для упругопластического материала, согласно которому при больших деформациях изменение объема не равно нулю, а равно упругому изменению от шарового тензора напряжений.

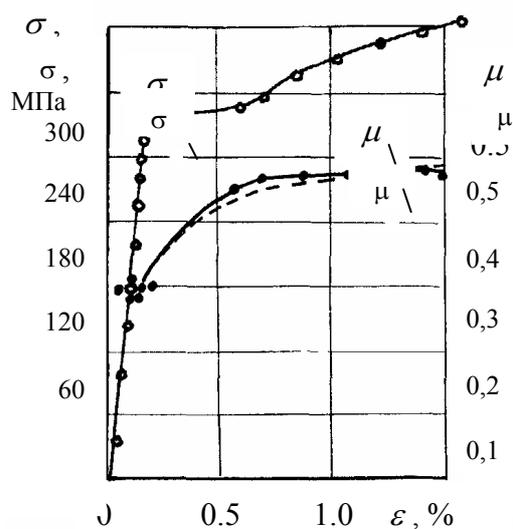


Рис. 1.6

0 0,5 1,0 ε, %

Рис. 1.6

Это модифицированное уравнение состояния при малых деформациях совпадает с уравнением А.А. Ильюшина [48], а при больших — с уравнением почти изохорической деформации. Ему соответствует следующая зависимость коэффициента поперечной деформации μ' от коэффициента Пуассона μ :

$$\mu' = \frac{1}{\varepsilon} \left[1 - \sqrt{\frac{1 + (1 - 2\mu)\varepsilon}{1 + \varepsilon}} \right]. \quad (1.13)$$

Из формулы (1.13) следует, что при малых деформациях в пределе эти коэффициенты равны, $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \mu' = \mu$, а при больших деформациях в пределе коэффициент поперечной деформации также стремится к нулю, $\lim_{\varepsilon \rightarrow \infty} \mu' = 0$. Это снижение коэффициента с ростом продольной деформации согласуется с опытными данными Г. Вертгейма (рис. 1.5).

По данным Г.С. Писаренко с сотрудниками [49] с понижением температуры характер роста коэффициента поперечной деформации не меняется, но интенсивность этого роста снижается и предельное значение 0,5 достигается при деформациях, существенно больших тех, что наблюдаются при нормальной температуре. Пример такого влияния при растяжении крупнозернистой углеродистой стали показан на рис. 1.7 [49, с. 182].

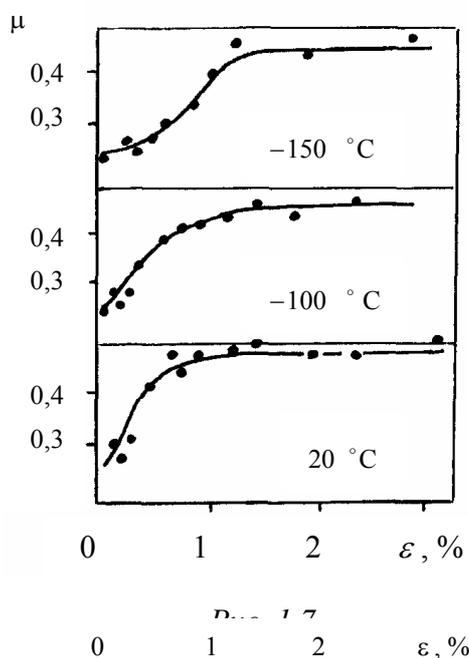


Рис. 1.7

В работе [49] приводятся данные о слабом влиянии низких температур на коэффициент Пуассона: для хромоникелевых сталей охлаждение от 20 °С до – 196 °С приводит к снижению коэффициента Пуассона на 5...7 %, а понижение температуры чугуна до – 150 °С снижает коэффициент Пуассона при сжатии на 8 %.

В конце XIX в. А.М. Бок предположил, что коэффициент Пуассона должен возрастать с ростом температуры, достигая значения 0,5 в точке плавления. Проведя испытания отожженной стали, серебра, меди, никеля и чистого железа на изгиб с кручением при температурах в интервале 20...150 °С, он получил значения μ , разброс которых при 20 °С соизмерим с ростом значения при повышении температуры до 150 °С [50]. Получив такие данные, А.М. Бок все же сделал вывод о наличии слабой зависимости μ от температуры при малых деформациях.

В 1938 г., исследуя пять марок легированных сталей, используемых в турбостроении, М. Писаревский определил изменение модулей упругости при повышении температуры до 600 °С и вычислил соответствующую этим модулям постоянную Пуассона [51]. Оказалось, что хотя она и растет (очень медленно) при повышении температуры, но не стремится к 0,5 с приближением к температуре плавления.

В середине XX в. исследования зависимости коэффициента Пуассона выполнялись как правило вы-

числением его через отношение изменяющихся упругих констант. Так, в 1944 г. Л. Эверетт и Ю. Микловиц [52], исследуя пять типов сталей при температуре от комнатной до 1000 °F, установили нелинейный характер снижения упругих модулей и возрастание коэффициента Пуассона, из них для одного вида стали они получили значения, превышающие 0,5 (рис. 1.8).

Противоположный вывод сделали Ф. Гарофало, П.Р. Маленок и Дж.В. Смит в 1952 г., проведя исследование, подобное исследованию Л. Эверетта и Ю. Микловица, для сорока двух видов стали при восьми уровнях температуры в области значений от комнатной до 1500 °F [53]. Они обнаружили, что при малых деформациях интенсивность изменения упругих модулей с ростом температуры одинаковая, при этом отношение модулей не меняется и коэффициент Пуассона сохраняет постоянное значение до температур, составляющих 0,6 температуры плавления (рис. 1.9, T_m – температура плавления).

Марковец М.Н., Борисенко А.К. и Куртен Л.И. [54], используя метод вдавливания шара в вырезанную лунку, определили, что с повышением температуры от нормальной до 800 °C коэффициент Пуассона аустенитных сталей повышается всего на 17 %, перлитных – на 14 %, жаропрочных сплавов на никелевой основе – на 6 %.

Все вышесказанное свидетельствует об одном: вопрос о коэффициенте Пуассона при растяжении не имеет пока окончательного решения. То же самое можно сказать и об аналогичной характеристике деформаций при одноосном сжатии.

В теории упругости чисто теоретически считается, что коэффициенты Пуассона при растяжении и сжатии одинаковые, хотя существуют опытные данные, не подтверждающие это для полимерных материалов [42], серого чугуна [49] и других материалов. Следует признать это возможным, поскольку существуют опытные данные для многих материалов, показывающие, что модули упругости первого рода при растяжении и сжатии разные [1, 49, 55].

Баушингер И., исследуя малые деформации вплоть до предела упругости (так И. Баушингер называл напряжение, при котором остаточная пластическая деформация становилась неустойчивой – то, что сейчас принято считать пределом текучести), определил упругие модули при сжатии и кручении чугуновых образцов разного поперечного сечения. Замерив поперечную деформацию, он независимым путем вычислил коэффициент Пуассона. В результате этого было установлено, что при увеличении деформации сжатия упругие модули уменьшаются, а коэффициент Пуассона увеличивается [38]. Номограмма, полученная И. Баушингером для одноосного сжатия чугуновых образцов четырех типов поперечного сечения (• – круглого; ◦ – эллиптического; * – квадратного; ◁ – прямоугольного) представлена на рис. 1.10 [1, с. 136]; стрелкой показано направление возрастания сжимающего напряжения.

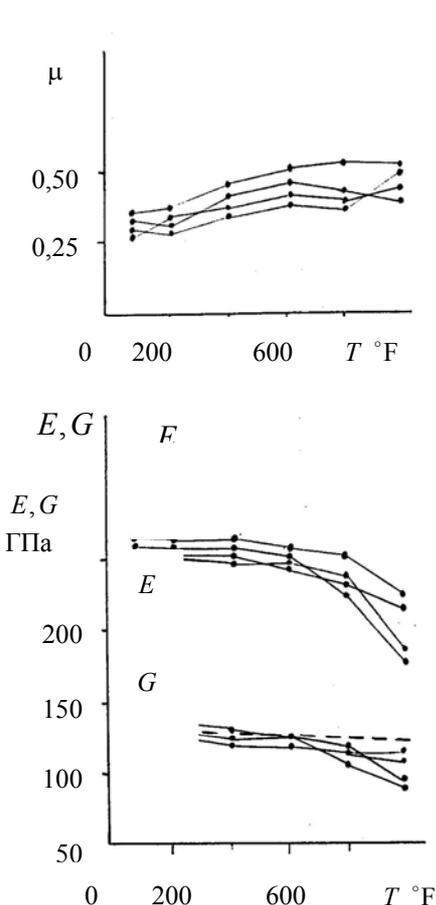


Рис. 1.8

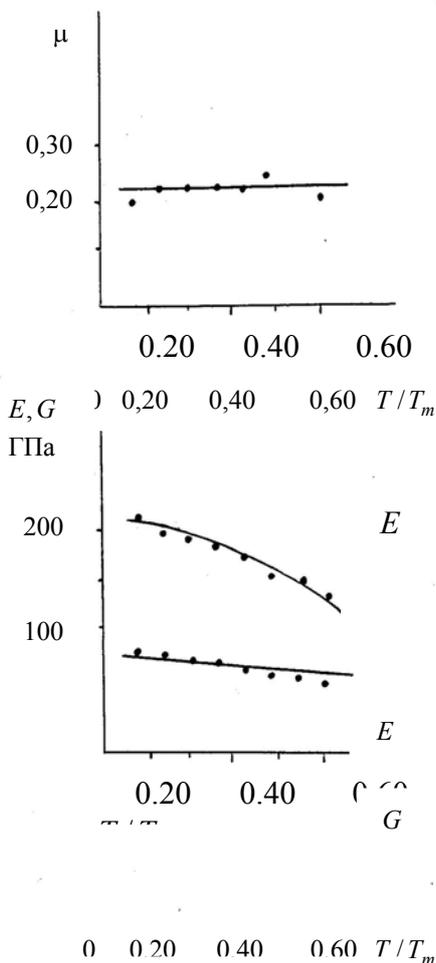


Рис. 1.9

Бриджмен П.В. изучал вопрос, как сказывается переход через предел текучести на зависимость изменения объема от нагрузки при сжатии [56]. Так же как и в свое время И. Баушингер [36], П.В. Бриджмен установил нелинейную зависимость объемной деформации от напряжения как при больших уровнях напряжения, так и при малых для всех исследованных им материалов: железа, стали, чугуна, меди, бронзы, дюралюминия, кварца и горных пород. Так же как и И. Баушингер он обнаружил, что при некотором значении сжимающего напряжения происходит резкое увеличение объема.

На рис. 1.11 приведены опыты П.В. Бриджмена по исследованию изменения длины (1) и объема (2) при одноосном сжатии мрамора [56, с. 235]. Изменения линейного и объемного размера представлены в произвольных единицах (сохранены авторские обозначения из [56]), при этом остаточное укорочение было равно 25 %, что в шесть раз больше соответствующего ему остаточного увеличения объема.

Повторяемость обнаруженного явления позволила П.В. Бриджмену сделать вывод о том, что закономерность общего характера и связана она с раскрытием микротрещин в структуре перед этапом макроскопического разрушения. Это предположение П.В. Бриджмена после нашло подтверждение в опытах О.Я. Берга со сжатием бетона [57]. Исследования показали, что это раскрытие микротрещин является процессом в значительной степени обратимым: при снятии сжимающей нагрузки вначале наблюдалось понижение объема и лишь затем – увеличение до некоторого небольшого остаточного значения (см. кривую 2 на рис. 1.11).

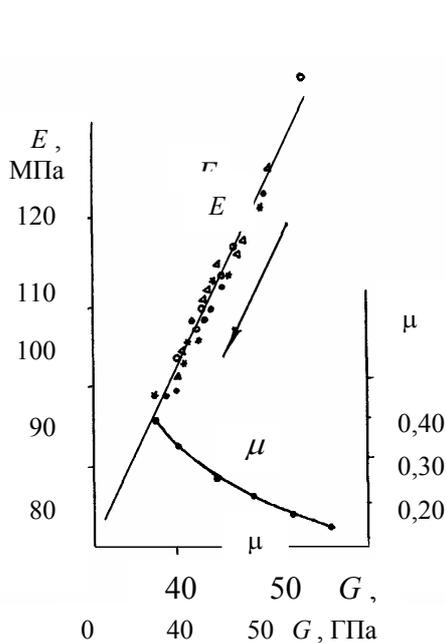


Рис. 1.10

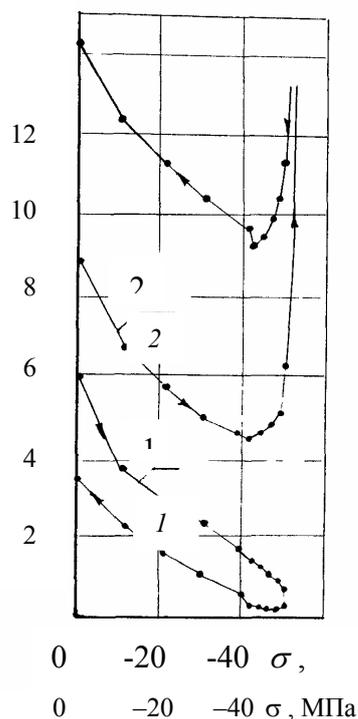


Рис. 1.11

В 1948 – 1955 гг. под руководством О.Я. Берга были выполнены микроскопические наблюдения над различными участками сжимаемых бетонных призм. Параллельно проводились измерения поперечных и продольных деформаций бетона. Было установлено, что на определенной ступени нагрузки, задолго до призмной прочности, прирост поперечной деформации начинает интенсивно увеличиваться, дос-

тигая с ростом сжимающего усилия половины величины прироста продольной деформации и превышая ее. Отношение прироста поперечной деформации к приросту продольной назвали действительным значением коэффициента поперечной деформации [57]. Было обнаружено, что начало роста действительного коэффициента поперечной деформации μ совпадает с возникновением микротрещин.

Результаты измерения μ при увеличении сжимающей нагрузки показаны на рис. 1.12 ($R/R_{пр}$ – относительное сжимающее напряжение; $R_{пр}$ – призмная прочность). По мнению авторов [57], когда кривые превышают ординату $\mu = 0,5$, то математически это означает увеличение объема образца при сжатии, а физически – увеличение количества микротрещин, раскрытие микротрещин в поперечном направлении, их слияние и разрыхление материала.

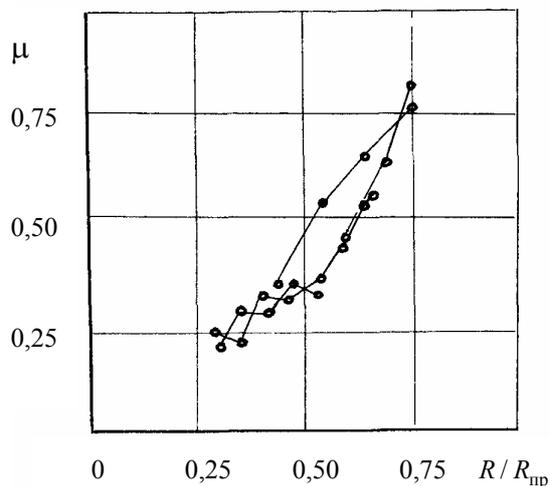
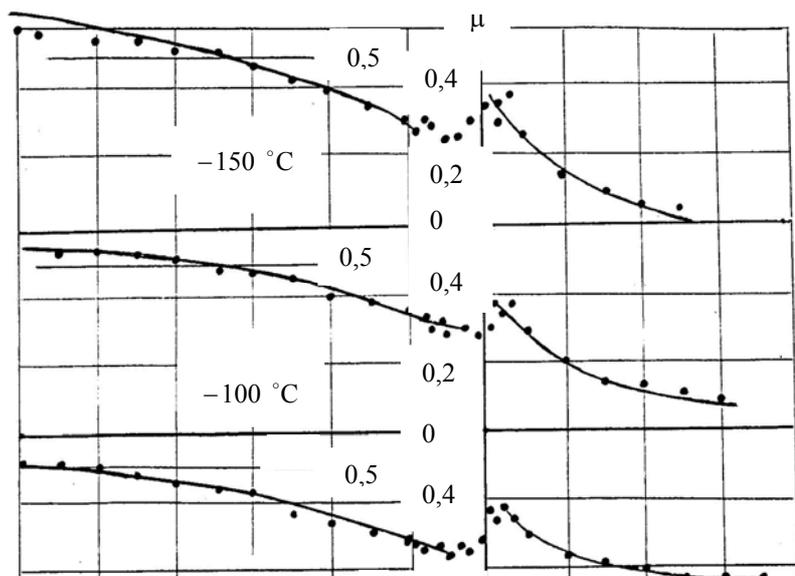


Рис. 1.12

Таким образом, большим значениям коэффициента поперечной деформации соответствуют перемещения, в преобладающей мере связанные с пластическими деформациями от развития микротрещин и с псевдопластическими деформациями от образования свободных поверхностей разрыва и перемещений структурных элементов как единых целых.

Очевидно, что разрыхление материала является причиной уменьшения интенсивности деформирования в поперечном направлении при увеличении растягивающих напряжений в хрупких материалах. Характер изменения коэффициента поперечной деформации серого чугуна при растяжении и сжатии в условиях нормальной и пониженных температур приведен на рис. 1.13 [49, с. 182]. Темп снижения μ при растяжении и темп роста μ при сжатии с понижением температуры увеличиваются, что может быть вызвано повышением склонности материала к хрупкому растрескиванию и увеличением интенсивности образования микропор.



Таким образом, если коэффициент Пуассона – это при малых величинах деформаций, с определенным приближением, константа материала, то коэффициент поперечной деформации при больших деформациях – это характеристика деформационных свойств композиции из основного, еще неповрежденного, материала и пустот, образованных в результате накопления повреждений на микро- и макроуровне.

Значения коэффициентов Пуассона материалов, приведены в табл. 2.П приложений.

1.4. ПОНЯТИЕ О ХРУПКОМ И ВЯЗКОМ РАЗРУШЕНИИ

По характеру деформирования материала в процессе разрушения сами разрушения разделяют на хрупкие и вязкие. Разрушение называют хрупким, если оно происходит при преимущественно упругом деформировании материала, т.е. при напряжениях, меньших условного предела текучести. Как правило, хрупкое разрушение твердых тел наблюдается при низких температурах, высоких скоростях нагружения, многоциклового усталости.

Вязким называют разрушение, сопровождающееся развитием заметных пластических деформаций. Такой характер разрушения наблюдается при высокой температуре, высоком внешнем давлении, некоторых видах сложного напряженного состояния, малоциклового усталости.

В любом случае разрушение не является мгновенным критическим событием. Разрушение – это процесс накопления повреждений, происходящий во времени и в пространстве. Заканчивается этот процесс потерей несущей способности из-за потери сплошности.

Разрушения подразделяют на локализованные и объемные по характеру активизации процесса в пространстве. Локализованное разрушение представляет собой развитие и распространение одной или нескольких макроскопических трещин. Разрушение трещиной характерно для крупногабаритных деталей машин и элементов конструкций, в материале которых в исходном состоянии имеются макроскопические дефекты в виде трещин. Если в окрестности вершины трещины образуется значительная зона пластически деформированного материала, которая влияет на образование свободной поверхности, такое разрушение называют вязким. Для вязкой трещины разработан математический аппарат нелинейной механики разрушения. В окрестности вершины хрупкой трещины материал находится практически в упругом состоянии или размер пластической зоны настолько мал по сравнению с размером трещины, что им можно пренебречь. Для хрупких трещин справедлив математический аппарат линейной механики разрушения, основанный А.А. Гриффитом в 1920 г. [58].

Объемное разрушение представляет собой процесс накопления повреждений на микро- и макроуровне равномерно во всем объеме материала. Таким образом, объемное разрушение представляет собой процесс разрыхления структуры материала. Именно такой характер разрушения наблюдали О.Я. Берг при сжатии бетона [57] и П.В. Бриджмен при растяжении стекла под давлением [56].

Изложенная выше классификация отражает все же не процесс разрушения, а явления, предшествующие разрыву материала. Поэтому классификация является условной, насколько условным является предел текучести и насколько чувствительными являются средства измерения пластической деформации перед разрывом. На практике под хрупким разрушением можно лишь подразумевать разделение материала на части без заметной предварительной деформации. Строгая классификация

разрушения возможна только на основе физических параметров процесса, связанных с механизмом повреждаемости во времени.

Один и тот же материал при разных условиях (температура, давление, скорость нагружения, вид напряженного состояния и т.д.) может разрушаться в одних случаях хрупко, а в других – вязко. Поэтому хрупкость и пластичность – это не свойства материала, а состояние. Существующее в инженерной терминологии разделение конструкционных материалов на хрупкие и пластичные является условным и в первую очередь отражает механические свойства этих материалов при небольших скоростях нагружения в нормальных условиях (при атмосферном давлении и комнатной температуре).

1.5. ВЛИЯНИЕ ВНЕШНИХ ФАКТОРОВ НА ДЕФОРМИРОВАНИЕ И РАЗРУШЕНИЕ

К основным факторам внешнего воздействия следует отнести температуру, время, давление, вид напряженного состояния, среду (контакт с химически активным веществом, ионизирующее и радиационное облучение и т.д.). На деформационные и прочностные свойства влияют также конструктивные и технологические факторы, такие как размеры твердого тела, наполнение, легирование, термообработка и т.д. Влияние конструктивных и технологических факторов связано со структурой материала, поэтому объяснение характера изменения механических свойств требует физического подхода к рассматриваемому вопросу.

В инженерных расчетах, как правило, используют результаты феноменологических исследований влияния температуры, времени (скорости) и давления.

1.5.1. ВЛИЯНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ

Температура оказывает сильное влияние на механические свойства твердых материалов. Характер влияния температуры на диаграммы растяжения материала с решеткой в виде объемно-центрированного куба показан на рис. 1.14.

С уменьшением температуры предел текучести и предел прочности возрастают, но снижается пластичность, что проявляется уменьшением деформаций в момент разрыва [12, 59 – 61]. При уменьшении температуры испытаний в таких материалах показатель упрочнения $1/m$ формулы (1.3) либо не меняется [62], либо уменьшается, но незначительно [12]. Незначительное снижение показателя упрочнения наблюдается также и в случае повышения предела текучести после термообработки [12, 63].

Для малоуглеродистых сталей С.В. Серенсенем и Н.А. Махутовым предложены экспоненциальные зависимости предела текучести $\sigma_{т(T)}$ и предела прочности $\sigma_{в(T)}$ от температуры T [64, 65]:

$$\sigma_{т(T)} = \sigma_{т(T_0)} \exp \left[\beta_{т} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right]; \quad (1.14)$$

$$\sigma_{в(T)} = \sigma_{в(T_0)} \exp \left[\beta_{в} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right], \quad (1.15)$$

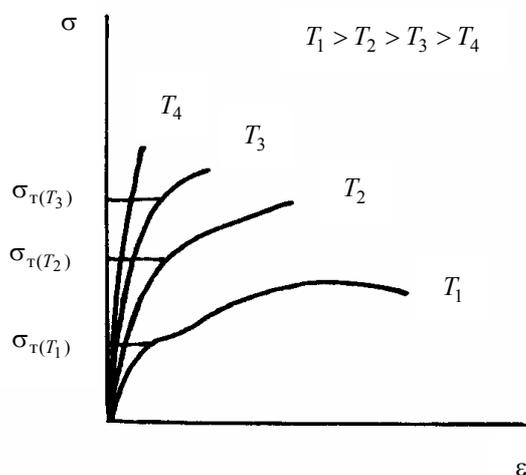


Рис. 1.14

где $\sigma_{т(T_0)}$ и $\sigma_{в(T_0)}$ – пределы текучести и прочности при нормальной температуре $T = 293$ К; β_t и β_b – характеристики материала.

Установлено [66], что значение β_t нелинейно уменьшается с ростом предела текучести $\sigma_{т(T_0)}$, поэтому в целом изменение предельных характеристик (1.14) и (1.15) имеет сложный характер.

Температура, как правило, оказывает более сильное влияние на величину предела текучести по сравнению с пределом прочности, поэтому при низких температурах наблюдается переход материала из пластичного состояния в хрупкое. Первой наглядной демонстрацией такого перехода стала опубликованная в 1924 г. схема А.Ф. Иоффе, полученная испытаниями кристаллов хлористого натрия [67]. В дальнейшем схема Иоффе была подтверждена испытаниями многих материалов. Температура, при которой предел текучести становится равным пределу прочности, получила название температуры хрупкости T_{xp} . При этой температуре разрушение происходит в отсутствие макропластических деформаций, а при температуре ниже температуры хрупкости состояние текучести становится вообще недостижимым. На рис. 1.14 такому состоянию соответствует диаграмма для $T = T_4 < T_{xp}$.

Равенство $\sigma_{т(T_{xp})} = \sigma_{в(T_{xp})} = S_{отр}$ использовано Н.А. Махутовым для вычисления характеристики β_b температурной зависимости предела прочности (1.15) и температуры хрупкости для малоуглеродистых сталей [66]:

$$\beta_b = \beta_t \frac{\lg(S_{отр} / \sigma_{в(T_0)})}{\lg(S_{отр} / \sigma_{т(T_0)})}; \quad (1.16)$$

$$T_{xp} = \left[\frac{1}{T_0} + \frac{\lg(S_{отр} / \sigma_{т(T_0)})}{0,43\beta_t} \right]^{-1}, \quad (1.17)$$

где $S_{отр}$ – истинное сопротивление отрыву, определяемое испытаниями при нормальной температуре.

Температура хрупкости зависит от скорости нагружения, времени и вида напряженного состояния.

1.5.2. ВРЕМЕННАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ПРОЧНОСТИ

Влияние времени на механические характеристики твердого тела наблюдается как при нагружении (деформировании) с постоянной скоростью, так и при воздействии постоянных нагрузок. В последнем случае говорят о длительной статической прочности материала.

1.5.2.1. Влияние скорости

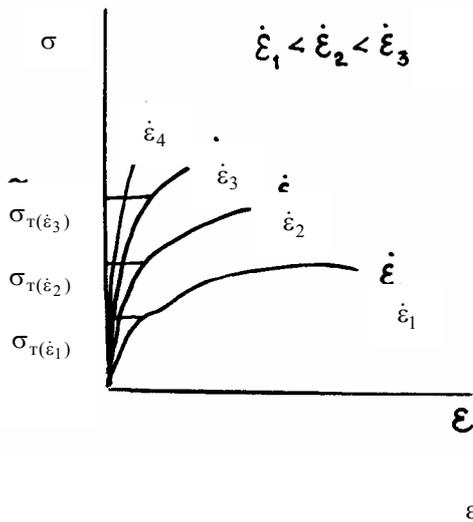
Для стандартных скоростей деформирования $\dot{\epsilon} = 10^{-2} \dots 10^3 \text{ с}^{-1}$, если не происходят физико-химические превращения в материале, то существует аналогия влияния скорости и температуры (рис. 1.15).

С повышением скорости увеличивается предел текучести, а коэффициент упрочнения $1/m$ формулы (1.3) незначительно снижается. С увеличением скорости проявляется склонность к хрупкому разрушению, снижается температура хрупкости материала. Влияние скорости на величины предельных напряжений также отражается степенной или экспоненциальной зависимостью [12, 59, 60, 68], но по сравнению с температурной зависимостью влияние скорости всегда слабее.

При скоростях деформирования порядка $\dot{\epsilon} \approx 10^5 \text{ с}^{-1}$ процесс деформирования становится адиабатическим ввиду недостаточного времени для отвода тепла, резко возрастает температура материала, а сам материал проявляет так называемую сверхпластичность. Этот эффект используется в технологии сварки взрывом и в технологии резания металлов.

Дальнейшее увеличение скорости деформирования до $\dot{\epsilon} = 10^6 \dots 10^7 \text{ с}^{-1}$ приводит к тому, что пластические деформации, распространяющиеся с меньшими скоростями, чем упругие, не успевают развиваться и происходят хрупкие разрушения (например, откольные разрушения при лазерных импульсных нагрузках).

При таких высоких скоростях, когда время нагружения становится близким или кратным периоду собственных колебаний структурных элементов, становятся заметными инерционные эффекты. В этом случае сопротивление зависит от плотности материала и его структуры.



На рис. 1.16 предста **Рис. 1.15** ты исследования предела прочности при растяжении армированных стеклопластиков на полиэфирной основе, приведенные в [68, с. 132]. Величина a по оси ординат – отношение интервала времени от начала нагружения до разрушения к деформации в момент разрушения. Это отношение можно рассматривать как величину, обратную средней скорости деформации, а для циклического воздействия эта величина (с точностью до константы) соответствует периоду цикла.

На рис. 1.16 сохранены авторские обозначения: 1 – удар; 2 – динамическая нагрузка; 3 – колебания; 4 – статическая нагрузка, ползучесть; 5 – колебания при деформации 1,0 % (частота 1000 цикл/мин); 6 – усталость; 7 – колебания при деформации 0,1 % (частота 1000 цикл/мин); 8 – стандартные испытания на статическое растяжение; 9 – испытания с малыми скоростями перемещения. Согласно данным рисунка с возрастанием скорости деформирования на пять порядков предел прочности увеличился меньше чем в два раза.

Одновременное изменение температуры и скорости деформирования приводит к более сильному изменению механических свойств, чем сумма отдельных эффектов, температурного и временного. Это свидетельствует о существовании температурно-временной зависимости прочности сложного вида.

Как показали многочисленные исследования, статическое кратковременное воздействие можно рассматривать как частный случай циклического воздействия. Сопротивление большинства материалов подчиняется степенному закону, предложенному А.Ф. Коффиным и С.С. Мэнсоном в 1954 г. [69, 70]:

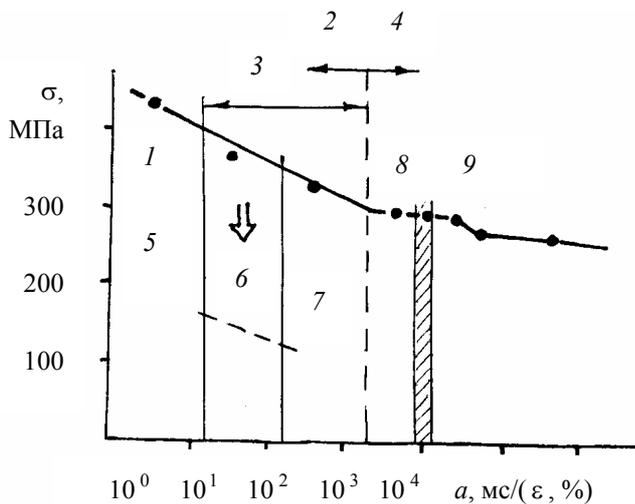


Рис. 1.16

величине деформации в момент статического разрыва.

Поскольку многоцикловая усталость наблюдается при преимущественно упругом деформировании, то уравнению (1.18) соответствует аналогичное выражение, составленное через напряжения [12]:

$$N^{m_N} \sigma_a = (1/4)^{m_N} S. \quad (1.19)$$

Здесь статическая долговечность представлена как $1/4$ периода одного цикла нагружения, отвечающая времени нарастания нагрузки от нуля до разрушающего значения S ; σ_a – амплитуда цикла напряжений.

С учетом влияния скорости нагружения (или частоты f) и температуры T на предельную величину статической прочности $S(f; T)$ в работе [72] предложено уточнение уравнения кривой усталости в виде

$$N^{m_N} \sigma_a = \frac{S(f; T)}{4^{m_N}} \frac{\beta}{\beta_N}, \quad (1.20)$$

где отношение β/β_N учитывает разный характер распределения напряжений по сечению при статическом и циклическом нагружении (растяжение, изгиб и др.).

Установлено, что для чистого и наполненного поликапроамида (подшипниковые материалы) совпадение экспериментальных значений с вычисленными по уравнению (1.20) имеет место при $m_N = 0,14$.

Поскольку при величине степени $m_N \leq 1/7$ степенные и экспоненциальные кривые становятся неразличимы, то в инженерной практике наряду со степенной зависимостью Коффина-Мэнсона нашло широкое применение экспоненциальное уравнение долговечности вида [10, 73]:

$$N = A_N e^{-\alpha_N \sigma_a}, \quad (1.21)$$

где A_N и α_N – константы материала.

Уравнению (1.21) для $T = \text{const}$ и $f = \text{const}$ соответствует прямая линия в полулогарифмических координатах $\lg N - \sigma_a$.

Пример типичного графика выносливости при $T = \text{const}$ и $f = \text{const}$ представлен на рис. 1.17: 1 – участок малоцикло-вой усталости при упругопластическом деформировании; 2 – участок многоцик-

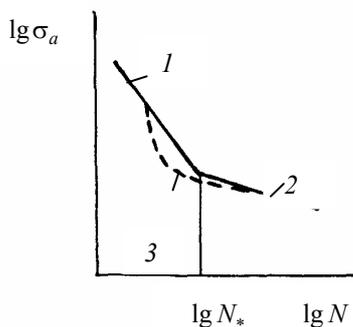


Рис. 1.17

ловой усталости при преимущественно упругом деформировании; 3 – участок высокотемпературного саморазогрева, физическая закономерность которого объяснена в работах С.Б. Ратнера [74, 75]; N_* – граничное значение долговечности вязко-хрупкого перехода.

1.5.2.2. Влияние времени

При постоянном напряжении, так же как и при циклическом, происходит накопление повреждений в материале. Связь времени до разрушения (статической долговечности) τ с уровнем длительного статического нагружения σ_τ выражается аналогичной степенной зависимостью [59, 71, 73]:

$$\tau^{m_\tau} \sigma_\tau = C_\tau, \quad (1.22)$$

где m_τ и C_τ – константы материала.

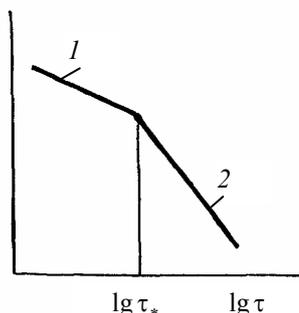
При равных уровнях напряжений ($\sigma_\tau = \sigma_a$) статическая долговечность больше циклической в связи с тем, что при статическом нагружении существеннее сказывается влияние релаксационных процессов, которые снижают концентрацию напряжений на микро- и макроуровнях.

Поскольку, как правило, показатель степени уравнения (1.22) $m_\tau < 1/7$, то справедливой является аппроксимация кривой длительной статической прочности экспоненциальным уравнением вида

$$\tau = A_\tau e^{-\alpha_\tau \sigma_\tau}, \quad (1.23)$$

где A_τ и α_τ – константы

Типичный график полулогарифмических стадия вязкого разрушения; 2 – стадия ква-



материала.

длительной прочности при $T = \text{const}$ в координатах показан на рис. 1.18: 1 – вязкохрупкого разрушения; τ_* – граничное

значение долговечности, при котором меняется характер разрушения (сильно зависит от температуры).

Длительное статическое нагружение также рассматривают как частный случай многоциклового со средним напряжением цикла $\sigma_m = \sigma_\tau$ и амплитудным $\sigma_a = 0$. В этом проявляется аналогия различных видов нагружения.

1.5.3. ВЛИЯНИЕ ДАВЛЕНИЯ

В 1912 г. Т. Карман осуществил опыты с мрамором и известняком [76]. Образцы этих хрупких в обычных условиях материалов, будучи помещенными в сосуд с давлением в несколько тысяч атмосфер, становились пластичными.

В 30 – 40-е гг. П.В. Бриджменом были выполнены систематические исследования механических свойств черных, цветных металлов, стекла и минералов в условиях высоких внешних давлений, до 30 тысяч атмосфер. Некоторые результаты этих испытаний были настолько неожиданными, что стали сенсационными и требовали теоретического объяснения [56].

Во-первых, резкое возрастание пластичности материалов при высоком давлении. Деформации образцов в момент разрыва под давлением были в десятки раз больше соответствующих деформаций образцов при атмосферном давлении. Это полностью опровергало вторую классическую гипотезу прочности механики твердого деформируемого тела.

Во-вторых, материалы, хрупкие при обычных условиях, разрушались по схеме нормального отрыва по поверхностям, перпендикулярным растягивающей силе, на которых зачастую суммарное напряжение от гидростатического давления и продольной силы было сжимающим. Это явление вступало в противоречие с первой классической гипотезой хрупкого разрушения.

В-третьих, при высоком гидростатическом давлении наблюдалось сильное возрастание прочности металлов, пластичных при атмосферном давлении. На рис. 1.19 представлены результаты опытов П.В. Бриджмена по испытанию образцов пушечной (* – 5-0) и броневой (◦ – 7-0, • – 8-0) стали флота на растяжение под давлением: S_{pq} – истинное сопротивление разрыву; $\sigma_{тq}$ – предел текучести. Образцы были

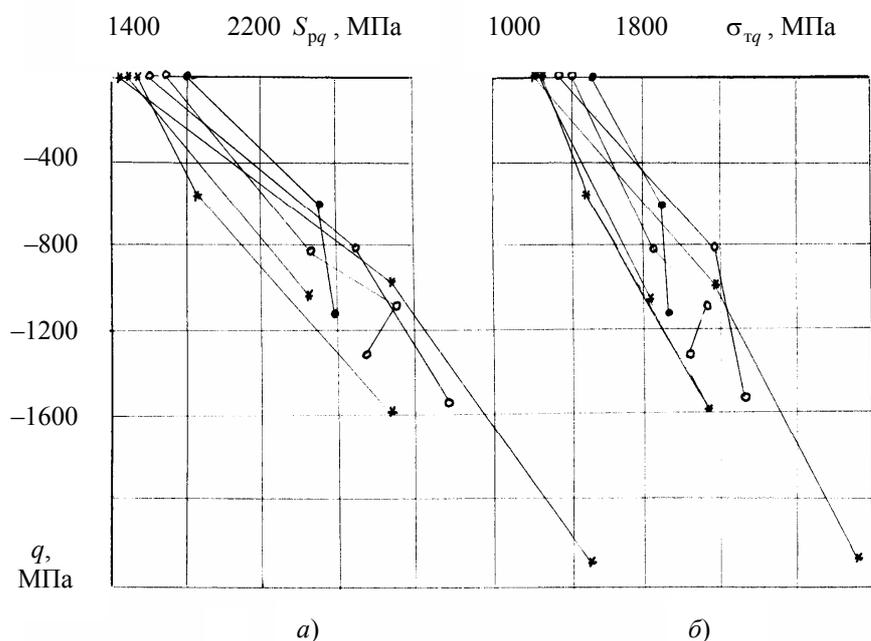


Рис. 1.19

вырезаны из куска металла, в свою очередь вырезанного из пушки или броневой плиты. На рисунке сохранено авторское обозначение металлов из русского издания монографии [56]. Такое сильное влияние на предел текучести и истинное сопротивление разрыву отрицало справедливость четвертой классической гипотезы механики твердого деформируемого тела об отсутствии

влияния шарового тензора на напряженно-деформированное и предельное состояние объектов, в которых развиваются большие пластические деформации.

Следует особо отметить, что опыты П.В. Бриджмена, осуществленные качественно и точно, и в настоящее время являются эталоном качественной и количественной оценки применимости предлагаемых новых гипотез, критериев и теорий.

Позже аналогичные эффекты повышения прочности и пластичности наблюдали российские и зарубежные ученые при испытании цветных металлов и термопластичных полимеров, а также скачкообразный переход из хрупкого состояния в пластичное при испытании термореактивных пластмасс, природных и искусственных камней, композиционных материалов и сплавов [28, 76 – 81].

Всестороннее равномерное давление не может неограниченно повышать прочность и пластичность. Установлено, что существует, по крайней мере, два диапазона высоких давлений, на которых сопротивление материалов проявляется по-разному. О том, что следует различать два диапазона высоких давлений, писал П.В. Бриджмен в 1961 г. в своей последней, изданной посмертно, статье [82]: "В первом, низшем, атомы сами не меняются, а происходящие явления главным образом определяются столкновениями атомов или молекул. Во втором, высшем диапазоне, атомы деформируются все сильнее и в конце концов "раздавливаются" давлением. В качестве первой ступени деформации можно ожидать перестройку электронных орбит внутри атомов и процесс "раздела" орбит между атомами... Вполне возможно, что перестройка электронных орбит будет происходить скачком – скачкообразно будут меняться и физические параметры". При давлениях порядка нескольких тысяч атмосфер жидкости перестают существовать как таковые, превращаясь в твердые тела. При сверхвысоких давлениях любое вещество переходит в металлизированное состояние. Наблюдаются и отдельные диапазоны внешних давлений, которые способствуют образованию новых стабильных форм в результате фазовых превращений, например, синтез алмаза из углерода, синтез черного фосфора, черного бисульфида углерода и др.

Исследуя сырые и закаленные до разной степени твердости углеродистые и легированные стали, П.В. Бриджмен установил линейную зависимость предела текучести и истинного сопротивления разрыву от величины давления на диапазоне до 30 тысяч атмосфер (см. рис. 1.19), а также линейное увеличение пластичности на этом диапазоне давлений.

В работах ученых Института физики высоких давлений [76] на основе исследования истинной деформации в момент разрыва показано, что нет и неограниченного возрастания пластичности, что существует некоторое, характерное для каждого вещества, давление, выше которого линейное изменение пластических свойств отклоняется в меньшую сторону.

О существовании аналогичных двух областей влияния давления на прочностные и деформационные свойства термопластичных полукристаллических полимерных материалов пишут в совместной работе

С.Б. Айнбиндер, К.И. Алскне, Э.Л. Тюнина и М.Г. Лака [80]. Так же как и П.В. Бриджмен, авторы [80] связывают упрочнение материалов с уменьшением числа микротрещин и трещин под давлением, со своего рода "самозалечиванием" материалов.

Коэффициент Пуассона с ростом давления меняется незначительно, хотя есть все основания полагать, что величина коэффициента Пуассона должна зависеть от сил связей между атомами, молекулами и другими структурными единицами, которые, в свою очередь, изменяются с изменением давления. Так, коэффициент Пуассона при одноосном сжатии полиметилметакрилата (ПММА) линейно увеличивается на 14 % при возрастании давления до 2000 атмосфер [80, с. 54], в то время как коэффициент Пуассона одноосного растяжения ПММА увеличивается от 0,338 при атмосферном давлении до 0,341 при давлении 1050 атмосфер, т.е. менее 1 % [80, с. 25].

Аналогия влияния давления и температуры прослеживается в том, что повышение давления вызывает изменения, сходные с происходящими при охлаждении: рост плотности материала; повышение предельных напряжений; переход из жидкого в твердое состояние. Совместное влияние температуры и давления, как правило, сильнее суммы отдельных влияний, что также свидетельствует о сложной температурно-временной зависимости прочности твердых тел. Обычно в технологии обработки твердых тел и синтеза материалов используют одновременное действие температуры и давления.

1.6. ПРИНЦИП СУММИРОВАНИЯ

Опыты показывают, что прочность твердых материалов имеет явно выраженный кинетический характер как при статическом, так и при циклическом нагружении. В любом случае внешнего воздействия разрушение является процессом накопления во времени повреждений. Тогда, если $\tau_i[\sigma_i; T_i]$ – долговеч-

ность твердого тела при постоянном напряжении σ_i и внешней температуре T_i , то за время $t_i < \tau_i$, находясь в этих температурно-силовых условиях, материал израсходует часть своего ресурса долговечности, равную $t_i / \tau_i[\sigma_i; T_i]$. Остаточный ресурс составит часть, равную $1 - t_i / \tau_i[\sigma_i; T_i]$. При одном и том же механизме повреждаемости, если режим нагружения можно представить ступенчатым ($i = 1, 2, 3, \dots, n$), окончательное разрушение в виде разделения материала на части произойдет тогда, когда ресурс долговечности будет полностью исчерпан:

$$\sum_{i=1}^n \frac{t_i}{\tau_i[\sigma_i; T_i]} = 1. \quad (1.22)$$

Если напряжение $\sigma(t)$ и температура $T(t)$ не постоянные, а плавно меняются во времени, то условие разрушения можно представить в интегральном виде:

$$\int_0^{\tau_p} \frac{dt}{\tau[\sigma(t); T(t)]} = 1, \quad (1.23)$$

где τ_p – время от момента начала нагружения до полного разрушения; $\tau[\sigma(t); T(t)]$ – представляет собой математическую модель температурно-временной зависимости прочности.

Условия (1.22) и (1.23) называют принципом суммирования времен. Критерий разрушения в виде принципа суммирования времен был предложен Дж. Бэйли в 1939 г. [83].

Несколько ранее, в 1924 г., для оценки исчерпания ресурса подшипников при циклическом нагружении А. Пальмгреном [84] был предложен критерий вида

$$\sum_{i=1}^r \frac{n_i}{N_i} = 1, \quad (1.24)$$

где n_i – число циклов нагружения с постоянной амплитудой при постоянной температуре внешней среды; N_i – соответствующая этому температурно-силовому воздействию долговечность в циклах; $i = 1, 2, 3, \dots, r$ – номер ступени нагружения, каждой из которых соответствует свое значение амплитуды, но все циклы остаются подобными, с одинаковым коэффициентом асимметрии.

В 1945 г. принцип суммирования повреждений в виде суммы относительного числа циклов получил обоснование в работе А. Майнера [85]. С тех пор критерий разрушения (1.24) называют принципом суммирования Пальмгрена-Майнера, или критерием Пальмгрена-Майнера.

На самом деле, опыты показывают существенные отклонения от единицы накопленной поврежденности Пальмгрена-Майнера в момент разрыва образцов, как в меньшую, так и в большую сторону. Существуют данные, что накопленная поврежденность может быть в пределах 0,3...3 для усталости легких авиационных сплавов [86], 0,3...10 – для металлических корпусных судостроительных материалов [87], а величину в пределах 0,5...2 нужно ожидать для большинства конструкционных материалов, причем она зависит от статистического разброса опытных данных и от ширины доверительного интервала оценки величины накопленной суммы [71, 88]. Отклонения от единицы связано с неучетом влияния скорости (частоты) деформирования, гистерезисного саморазогрева, упрочнения из-за нелинейности физических свойств и разупрочнения при смене амплитуды напряжений, а также с неучетом концентрации напряжений в окрестности растущей усталостной трещины.

В этом отношении критерий Бэйли является более общим по сравнению с критерием Пальмгрена-Майнера. Критерий (1.24) легко переходит в критерий (1.22), если умножить числитель и знаменатель компонент суммы (1.24) на соответствующие периоды циклов. Отклонение от единицы критерия Бэйли также зависит от того, насколько точно математическая модель температурно-временной зависимости прочности отражает процессы, происходящие в материале под нагрузкой.

1.7. МОДЕЛЬ ДВУХСТАДИЙНОГО КВАЗИОБЪЕМНОГО РАЗРУШЕНИЯ

Критерии разрушения (1.22) – (1.24) справедливы в случае равномерной объемной повреждаемости, когда сами повреждения не оказывают влияния на характер распределения напряжений в материале.

Разрушение – процесс многостадийный. Долговечность материала, или время его пребывания под нагрузкой до потери несущей способности, можно представить укрупненно в виде суммы трех времен:

$$\tau = t_{п.о} + t_{п.л} + t_a, \quad (1.25)$$

где $t_{п.о}$ – время объемной повреждаемости; $t_{п.л}$ – время локализованной повреждаемости; t_a – время атермического долома, не зависящее от температуры.

На этапе объемной повреждаемости физические и химические связи рвутся во всем объеме материала, при этом во всем объеме материала образуются субмикро- и микротрещины. Этап заканчивается образованием одной или нескольких микротрещин опасного размера. Второй этап локализованной повреждаемости – это этап медленного развития магистральной трещины от микроскопического до макроскопического размера. На этом этапе происходят все те же повреждения, что и на первом этапе, только они локализуются в окрестности Δ вершины растущей трещины. С ростом магистральной трещины увеличивается относительная поврежденность сечения и повышается концентрация напряжений в окрестности вершины растущей трещины. Когда макротрещина достигает размера, при котором в материале возникают силы соизмеримые с силами связей, связи становятся механически нестабильными и их разрыв происходит атермически. Последний этап быстрого долома реализуется со скоростью, близкой к скорости звука в среде, поэтому третье слагаемое уравнения (1.25) обычно на несколько порядков меньше двух предыдущих и им можно пренебречь. Тогда условие термоактивационного разрушения можно предложить в виде следующего равенства [89]:

$$\int_0^{t_{п.о}} \frac{dt}{\tau[\sigma(t); T(t)]} + \int_0^{t_{п.л}} \frac{dt}{\tau[\sigma_{\Delta}(t); T_{\Delta}(t)]} = 1, \quad (1.26)$$

где в знаменателе подынтегральных выражений – уравнения долговечности температурно-временной зависимости прочности; $\sigma(t)$ – осредненное по всему объему материала мгновенное значение напряжения; $T(t)$ – осредненная по всему объему температура материала в момент времени t (изменение температуры может быть связано и с саморазогревом материала в процессе нагружения); $\sigma_{\Delta}(t)$ и $T_{\Delta}(t)$ – средние значения напряжения и температуры в окрестности Δ вершины растущей трещины; Δ – размер окрестности, пропорциональный текущему размеру трещины.

По своей структуре кинетическое уравнение (1.26) представляет собой математическую модель двухстадийного разрушения и может быть использовано для нескольких частных случаев разрушения. Так, при длительном статическом нагружении и однократном статическом нагружении до разрушения гладких сплошных образцов долговечность в основном связана с повреждаемостью всего объема материала, и временем термоактивационного развития магистральной трещины можно пренебречь. Поэтому долговечность в этих случаях определяется первым интегралом уравнения (1.26). При таких же нагружениях образцов с концентраторами в виде острых проточек, надрезов и трещин с самого начала нагружения долговечность связана с повреждаемостью в ограниченном объеме в окрестности концентратора и определяется вторым интегралом математической модели (1.26). При малоцикловой и многоцикловой усталости гладких образцов этапы равномерной объемной $t_{п.о}$ и локальной $t_{п.л}$ повреждаемости могут быть соизмеримыми [7, 10, 12, 90]. В этом случае оценка уровня накопленной поврежденности требует использования двух интегралов модельного уравнения (1.26) [90].

Переход от объемной модели к квазиобъемной правомочен по следующим соображениям. Во-первых, согласно химической кинетике, подтвержденной экспериментально масс-спектроскопическим методом, скорость превращения несущих элементов в разрушенные зависит от уровня напряжения этих связей, и эта зависимость сильная. На рис. 1.20 показана зависимость скорости выхода летучих продуктов от напряжения, полученная методом масс-спектрометрической регистрации выброса N_A продуктов распада полимерных молекул, при прохождении магистральной трещины через образец [91].

Во-вторых, методом рентгеновской дифракции установлена повышенная концентрация субмикроскопических трещин в области перед вершиной магистральной трещины. На рис. 1.21 показан пример распределения концентрации субмикроскопических трещин $N_{тр}$ в пленочном образце из ориентированного капрона при комнатной температуре; x – расстояние от вершины трещины [92]. Оценка концентрации разорванных молекул ориентированных полимерных образцов методом инфракрасной спектроскопии показала, что эта концентрация нарастает при приближении к вершине трещины и в приповерхностных

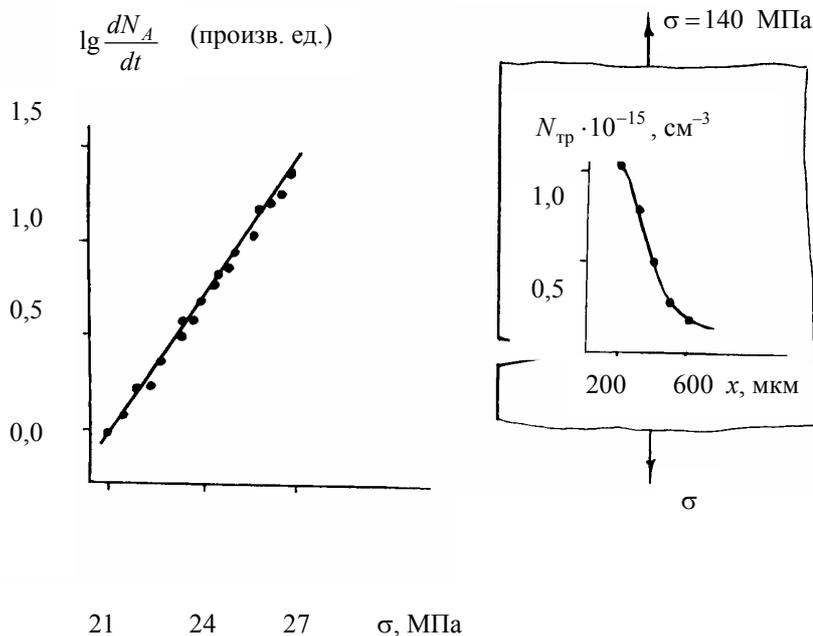


Рис. 1.21

слоях створок трещины достигает значений, сравнимых с общим числом молекул, проходящих через сечение образца. Пример распределения концентрации разорванных молекул $N_{тр}$ в образце из полипропилена, нагруженном при комнатной температуре, показан на рис. 1.22 [93].

В-третьих, методом ИК-спектроскопии было установлено, что напряжения вблизи вершины трещины на 1-2 порядка выше средних напряжений, вычисленных без учета ослабления трещиной. На рис. 1.23 для того же образца, что на рис. 1.22, показано распределение напряжений у вершины трещины: 1 – средние номинальные напряжения $\sigma = 120 \text{ MPa}$; 2 – "средние локальные" напряжения; 3 – напряжения на максимально нагруженных молекулах; x – расстояние от вершины трещины (сохранена авторская терминология) [93]. Из рис. 1.23 видно, что данные ИК-спектрометрии для "средних локальных" напряжений хорошо согласуются с гиперболической зависимостью Г.Р. Ирвина [94], нашедшей широкое применение в линейной механике разрушения. А характер распределения напряжений на отдельных перенапряженных молекулах подобен распределению напряжений в моделях трещин с малой концевой зоной – в моделях Г.И. Баренблатта, С.А. Христиановича [95], М.Я. Леонова, В.В. Панасюка [96], Д.С. Дагдейла [97]. При этом концентрация разрывов молекул согласуется с распределением "средних локальных" напряжений, а концентрация субмикроскопических трещин – с распределением перенапряжений в отдельных связях (см. рис. 1.21 – 1.23).

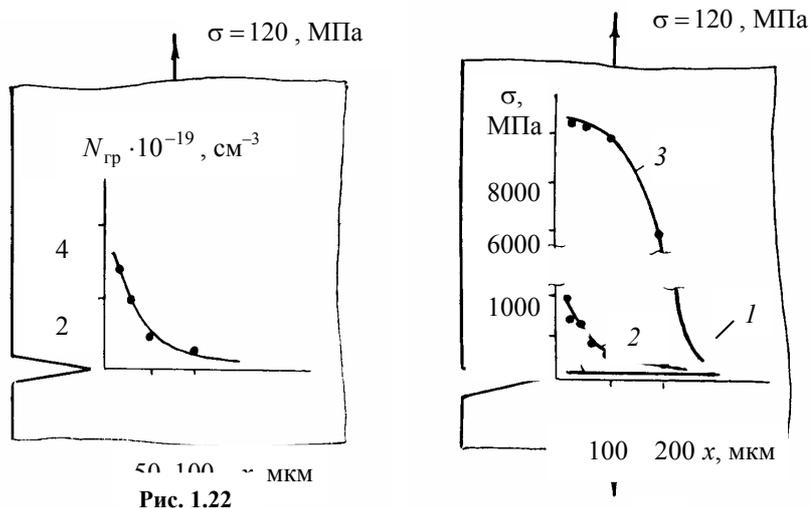
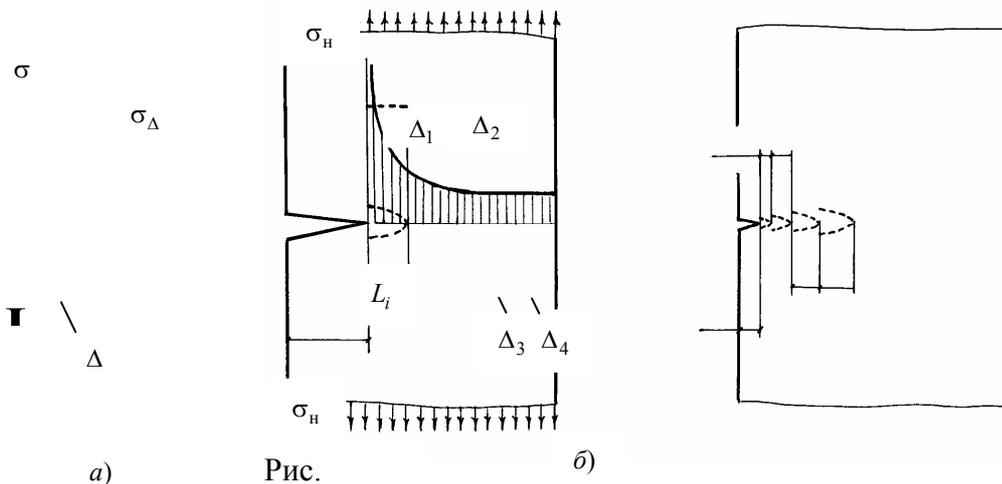


Рис. 1.22

Рис. 1.23

Таким образом, опытные данные убедительно свидетельствуют, что существует некоторая небольшая зона Δ в окрестности вершины растущей трещины L , силовые параметры в которой определяют скорость процесса разрушения в целом. Высказанное в 1907 г. К. Вигхардтом [98] предположение о существовании подобной зоны получило экспериментальное подтверждение. Можно считать, что на этапе роста трещины напряженное состояние вне зоны Δ не оказывает влияния на скорость разрушения. В этом просматривается аналогия с кинетикой распространения пламени – с условием обращения в нуль скорости реакции в холодной части газовой смеси, выдвинутым и обоснованным Я.Б. Зельдовичем в 1948 г. [99].

В своих работах [100, 101] Г.М. Баренблатт и Л.Р. Ботвина показали, что геометрическое подобие каскада дефектов является условием автомодельности процесса циклического разрушения, а автомодельность обеспечивает одновременно справедливость степенного уравнения Коффина-Мэнсона и правила суммирования поврежденностей Пальмгрена-Майнера. Условием геометрического подобия может являться постоянство во времени относительного размера каскада дефектов при изменении абсолютных его размеров. Поэтому во втором интеграле критериального уравнения двухступенчатой модели разрушения (1.26) предложено принять зону предразрушения Δ , пропорциональную текущему размеру трещины L , т.е. при ступенчатом нагружении на каждом i -ом этапе нагружения $\Delta_i / L_i = \text{const}$. Это условие обеспечивает справедливость уравнения Коффина-Мэнсона, поэтому два интеграла формулы (1.26) моделируют процессы, происходящие и при статическом, и при циклическом нагружении твердого тела.



На рис. 1.24, а показана схема к вычислению напряжений интегралов математической модели разрушения (1.26); на рис. 1.24, б показана соответствующая этой модели схема развития трещины при квазиобъемной повреждаемости. На первой стадии разрушения в каждый момент времени напряжение $\sigma(t)$ первого интеграла уравнения (1.26) представляет собой некоторое номинальное значение напряжения σ_n , определяемое формулами механики сплошных сред с учетом физической нелинейности материала. Для вычисления второго интеграла математической модели (1.26) на второй стадии разрушения распределение напряжений σ_L в сечении с трещиной определяют по законам механики трещины [102 – 105]. Для определения текущего вклада поврежденности вычисляют значения σ_L в окрестности Δ и усредняют, получая в соответствии с критерием Вигхардта величину σ_Δ (см. рис. 1.24, а), которую и подставляют во второй интеграл уравнения (1.26).

Уравнение математической модели (1.26) двухстадийного квазиобъемного разрушения было проверено испытаниями образцов чистого и наполненного капролона при циклическом чистом изгибе [90].

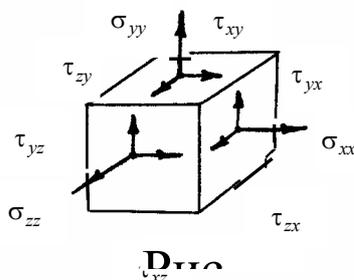
Показано, что модель нелинейного суммирования повреждений (1.26) справедлива, когда учтен саморазогрев, а второй интеграл модели отражает потерю ресурса долговечности в окрестности вершины усталостной трещины, текущий размер которой на порядок меньше размера растущей магистральной трещины: $\Delta \approx 0,1L$. Экспериментально установлена связь уравнения Коффина-Мэнсона и уравнения суммирования повреждений, при этом степенное уравнение Коффина-Мэнсона более удобно для прогноза долговечности, а уравнение суммирования повреждений (1.26) – для оценки остаточного ресурса.

МЕХАНИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

2.1. ПАРАМЕТРЫ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ, ИСПОЛЬЗУЕМЫЕ В РАСЧЕТАХ НА ПРОЧНОСТЬ

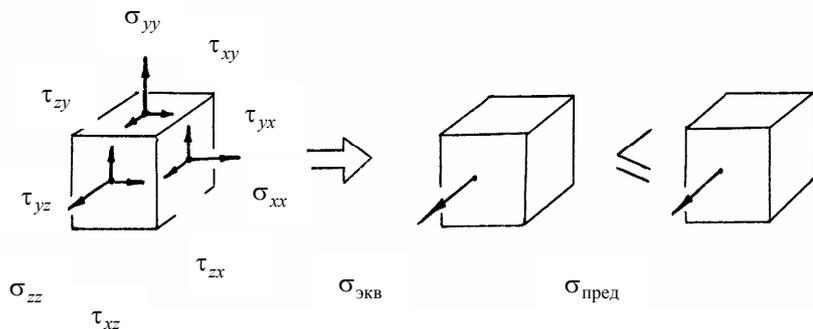
Сложным напряженным состоянием называют такое состояние, когда в бесконечно малой окрестности точки одновременно по нескольким направлениям возникают напряжения. В декартовой системе координат выделяют девять из которых в соответствии с условием равновесия попарно

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}; \tau_{xz} = \tau_{zx}; \tau_{yz} = \tau_{zy}.$$



со-стоянием называют такое малой окрестности точки одновременно по нескольким направлениям выделяют девять из которых в соответствии с условием равновесия попарно

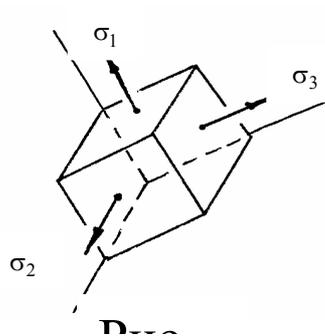
Поскольку опытное определение предельных напряжений для всех видов напряженного состояния является практически невыполнимой задачей, то для инженерных расчетов используют гипотезы, позволяющие заменить сложное напряженное состояние на эквивалентное одноосное напряженное состояние. А вычисленные значения эквивалентных напряжений $\sigma_{\text{экр}}$ сравнивают затем с предельными $\sigma_{\text{пред}}$, полученными опытами на одноосное растяжение или одноосное сжатие. Схема применения гипотезы показана на рис. 2.2.



Все гипотезы, **Рис.** предлагают в качестве критерия эквивалентности либо один какой-то параметр напряженного состояния, либо несколько параметров, либо их функциональную зависимость. Большое количество гипотез свидетельствует о сложности проблемы оценки сопротивления твердых материалов при сложном напряженном состоянии и о ее нерешенности на сегодняшний день.

2.1.1. ГЛАВНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ

Векторное представление сложного напряженного состояния в декартовой системе координат всегда позволяет найти такое положение координатных осей, при котором касательные компоненты равны нулю (рис. 2.3). Такие оси называют главными осями, а нормальные напряжения – главными напряжениями. Их принято нумеровать в соответствии с правилом: $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$.



В этом случае классификация видов сложного напряженного состояния упрощается. Если состояние в точке характеризуется только одним главным напряжением, а два другие равны нулю, то такое напряженное состояние называют одноосным. При двух главных напряжениях, отличных от нуля, напряженное состояние называют двухосным или плоским. При всех трех главных напряжениях, отличных от нуля, напряженное состояние называют трехосным или объемным. Такая классификация, что очень важно, позволяет

одноосное и плоское напряженные состояния не считать какими-то обособленными видами, а лишь частными случаями сложного напряженного состояния, для которых справедливы все зависимости, установленные для объемного напряженного состояния.

Предельные напряжения, которым соответствует начало текучести или разрушение, определяют, как правило, в главных осях. В этом случае все расчетные формулы принимают более простой вид. Уравнения предельных напряжений в осях главных напряжений соответствуют так называемые предельные поверхности. Опытное определение таких предельных поверхностей является также задачей сложной, а подчас и практически невыполнимой из-за трудности обеспечения в объеме образцов отдельных видов напряженного состояния и из-за трудности обеспечения во времени принятого режима нагружения. Однако по тем фрагментам предельных поверхностей, которые удается получить экспериментально, судят о справедливости и области применения отдельных гипотез.

К простым параметрам напряженного состояния, которые используются в гипотезах текучести и прочности, можно отнести максимальное главное напряжение σ_1 , если этот компонент напряженного состояния положительный. Это главное напряжение связывают с деформацией нормального отрыва, т.е. с процессом хрупкого разрушения. Другим важным параметром напряженного состояния является максимальное касательное напряжение

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}. \quad (2.1)$$

2.1.2. ПАРАМЕТРЫ ШАРОВОГО ТЕНЗОРА И ДЕВИАТОРА

Вид напряженного состояния определяется соотношением компонент $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$. От этого соотношения, от знаков напряжений и от сочетания знаков зависят величины предельных напряжений и характер разрушения.

Представление напряженного состояния в тензорной форме позволяет разделить его на две части, шаровую и девиаторную, которые имеют разный физический смысл, т.е. связаны с отдельными компонентами потенциальной энергии деформирования. В символах главных напряжений тензорное разложение будет иметь следующий вид:

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \sigma_1 - \sigma_0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 - \sigma_0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 - \sigma_0 \end{pmatrix}. \quad (2.2)$$

Среднее напряжение шарового тензора,

$$\sigma_0 = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}, \quad (2.3)$$

является тем самым параметром напряженного состояния, который ответственен за изменение объема элемента твердого тела. Среднее напряжение может быть положительным, отрицательным и нулевым. Именно оно отражает влияние знаков соотношения $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$. Хрупкие разрушения наблюдаются, как правило, при напряженных состояниях с $\sigma_0 > 0$.

Девиатор – это та часть напряженного состояния, которая ответственна за изменение формы элемента твердого тела. Характеристикой девиатора является величина, пропорциональная среднеквадратичному значению компонент девиатора, которую называют интенсивностью напряжения σ_i :

$$\sigma_i = \frac{3}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{1}{3} [(\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2]},$$

или
$$\sigma_i = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1}. \quad (2.4)$$

Эта характеристика девиатора всегда имеет положительный знак.

Нетрудно заметить, что оба параметра напряженного состояния (2.3) и (2.4) численно связаны с компонентами напряжений на октаэдрической, равнонаклоненной к главным осям, площадке (рис. 2.4):

$$\sigma_{\text{окт}} = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3), \text{ или } \sigma_{\text{окт}} = \sigma_0; \quad (2.5)$$

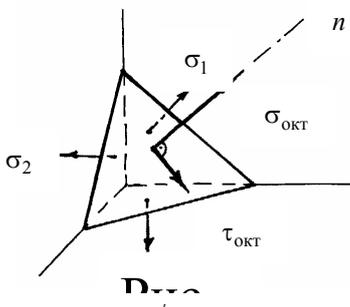
$$\tau_{\text{окт}} = \frac{1}{3}\sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \text{ или } \tau_{\text{окт}} = \frac{\sqrt{2}}{3}\sigma_i. \quad (2.6)$$

Октаэдрические напряжения часто используются в критериях эквивалентности напряженных состояний, но можно сказать, что они являются производными от параметров шарового тензора и девиатора.

Можно сказать также, что максимальное касательное напряжение (2.1) является одним из параметров девиатора, т.е. оно связано с изменением формы. Соответствующее выражение через компоненты девиатора имеет вид

$$\tau_{\text{max}} = \frac{(\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0)}{2}. \quad (2.1')$$

С девиаторной частью напряженного состояния связана и предложенная В.В. Новожиловым [106] интегральная характеристика касательного напряжения, представляющая собой среднеквадратичное значение касательных напряжений τ , действующих на площадках, касательных к сферической поверхности Ω с центром, совпадающим с рассматриваемой точкой тела:



или
с. 422]:

согласно

вычислениям

[107,

$$\tau_{\Omega} = \left(\frac{1}{\Omega} \int \tau^2 d\Omega \right)^{1/2} \text{ при } \Omega \rightarrow 0,$$

$$\tau_{\Omega} = \sqrt{\frac{2}{15}}\sigma_i. \quad (2.7)$$

Таким образом, любое касательное напряжение всегда связано с изменением формы рассматриваемого элемента твердого тела.

2.1.3. ПАРАМЕТР ЛОДЭ

В механике деформируемого твердого тела вид напряженного состояния оценивают параметром Лодэ

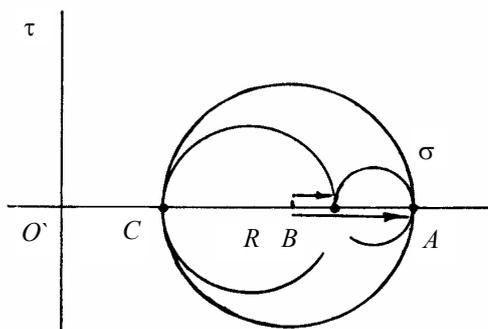
$$\mu_{\sigma} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}. \quad (2.8)$$

Действительно, для всех напряженных состояний с одинаковыми соотношениями компонент $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ этот параметр будет иметь одно и то же значение. Можно сказать, что он является параметром девиатора, так как он принимает то же самое значение и для компонент девиатора:

$$\mu_{\sigma} = \frac{2(\sigma_2 - \sigma_0) - (\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0)}{(\sigma_1 - \sigma_0) - (\sigma_3 - \sigma_0)}. \quad (2.8')$$

Однако параметр Лодэ, с точки зрения его использования в построении теории предельного состояния, имеет два недостатка. Во-первых, он не определяет однозначно вид напряженного состояния $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$. Это хорошо иллюстрируется графическим построением напряженного состояния с помощью кругов Мора.

На рис. 2.5 в осях σ - τ три круга характеризуют напряженное состояние в окрестности точки, при этом: $OA = \sigma_1$; $OB = \sigma_2$; $OC = \sigma_3$; $CR = RA = (\sigma_1 - \sigma_3)/2$. Тогда будет геометрической интерпретацией параметра Лодэ отношение отрезков на кругах Мора: $\mu_\sigma = RB/RA$.



$$\mu_\sigma = \frac{RB}{RA} = \frac{OB - OR}{RA} = \frac{OB - (OC + CR)}{RA} = \frac{\sigma_2 - \left(\sigma_3 + \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \right)}{\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}} = \frac{2\sigma_2 - \sigma_1 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3}$$

Таким образом, параметр Лодэ характеризует относительное положение компоненты σ_2 на числовой оси между σ_3 и σ_1 . Поэтому его область допустимых значений ограничена значениями -1 (для $\sigma_2 = \sigma_3$) и $+1$ (для $\sigma_2 = \sigma_1$). При этом для бесконечно большого количества видов напряженных состояний с разным соотношением компонент $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ параметр Лодэ принимает одинаковое значение, если эти напряженные состояния изображаются одинаковыми кругами Мора. На рис. 2.6 показаны примеры графического изображения трехосного (I) и двухосного (II) растяжения, двухосного (III) и трехосного (IV) сжатия, которым соответствуют одинаковые параметры Лодэ.

Вторым недостатком параметра Лодэ является то, что он не имеет физической интерпретации, т.е. его нельзя связать ни с какими деформационными или энергетическими составляющими процесса разрушения. Проиллюстрировать это можно на примерах легко экспериментально осуществляемых видов напряженного состояния. Так, для одноосного растяжения $\mu_\sigma = -1$, а для двухосного растяжения $\mu_\sigma = +1$, т.е. параметр Лодэ принимает два крайних значения из своей области допустимых значений. А интенсивности напряжений, т.е. характеристики девиаторных частей этих напряженных состояний, одинаковые. Различаются в два раза величины средних напряжений. опыты показывают, что при пластичном состоянии материала предельные напряжения отличаются незначительно [9]. Напрашивается вывод, что в этом случае различие значений μ_σ каким-то образом отражает слабое влияние шарового тензора. Если

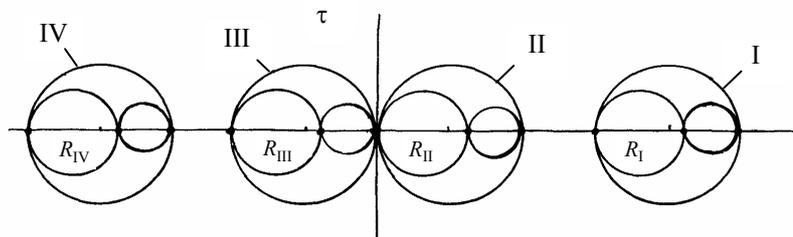


Рис.

напряжения для отдельных пластичных материалов существенно отличаются [9]. Эти простые примеры свидетельствуют о том, что параметр Лодэ не является однозначной характеристикой ни напряженного состояния в целом, ни его девиаторной части.

Со всей очевидностью, параметр Лодэ μ_σ , имеющий геометрический смысл, может быть использован для эмпирических зависимостей, отражающих опытные данные, как вариант аппроксимации. Но он не может быть принят в основу построения физической теории предельного состояния, как не имеющий однозначной физической интерпретации.

2.2. ПОНЯТИЕ О ПРОСТОМ И СЛОЖНОМ НАГРУЖЕНИИ

Простым нагружением называют такое нагружение, при котором направление главных напряжений и их соотношение в любой момент времени t остается неизменным: $\sigma_1(t) : \sigma_2(t) : \sigma_3(t) = \text{const}$. В противном случае нагружение называют сложным.

В случае однородного напряженного состояния нагружение будет простым, если внешние силы возрастают пропорционально одному, общему для всех сил, параметру. Таким параметром может быть время, давление, температура, перемещение захватов и т.д. Таким образом, все виды стандартных испытаний цилиндрических образцов на одноосное растяжение, одноосное сжатие с по-

стоянной скоростью деформирования, испытания трубчатых образцов в условиях возрастания внутреннего давления и пропорционального возрастания продольной силы, внутреннего давления и крутящего момента относятся к испытаниям при простом нагружении. Поэтому результаты этих опытов объединяют в одну совокупность и анализируют применимость того или иного критерия эквивалентности предельных состояний.

Циклическое нагружение относят к сложному виду нагружения. К частным случаям сложного нагружения следует отнести растяжение под давлением, любое другое деформирование с постоянной скоростью под постоянным внешним давлением, если вначале создают внешнее давление, а затем прикладывают пропорционально изменяющуюся внешнюю нагрузку.

Вопрос о том, как должны возрастать внешние силы, чтобы при неоднородном напряженном состоянии нагружение во всех точках твердого тела было простым, пока не решен.

Различать простое и сложное нагружение было предложено

А.А. Ильюшиным в 1945 г. [108]. При простом нагружении направление главных напряжений в твердом теле остается постоянным и сохраняется постоянное отношение между главными напряжениями в течение всего времени нагружения. В случае простого нагружения, как было показано А.А. Ильюшиным [108], две теории пластичности, теория течения и теория малых упруго-пластических деформаций дают одинаковые результаты, что подтвердилось с некоторой степенью точности опытами Е. Дэвиса [109, 110], М. Роша и А. Эйхингера [111], А.М. Жукова [112] и другими.

Анализируя математическую работу А.А. Ильюшина, Н.Н. Давиденков показал техническую сторону основ теории простого нагружения [27]. Постоянство направления главных напряжений обеспечивает постоянство положения в твердом теле октаэдрической плоскости. При пропорциональности главных напряжений главные касательные напряжения будут пропорциональны, поэтому и октаэдрическое касательное напряжение будет сохранять постоянное направление в этой плоскости в течение всего времени нагружения. Плоскость октаэдрического сдвига, проходящая через нормаль к октаэдрической плоскости и октаэдрическое касательное напряжение, также остается без изменения в течение нагружения. Поэтому в конце нагружения лежащий в октаэдрической плоскости конечный угол сдвига будет равен интегралу его приращений на бесконечно малых этапах нагружения. В этом – справедливость принципа суммирования деформаций при простом нагружении. В итоге накопленная интегральная деформация может быть вычислена через величину напряжения в конце нагружения.

Теорию, которая обеспечивает представление накопленных деформаций через величины напряжений в конце нагружения, называют деформационной теорией.

2.3. ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ НАПРЯЖЕНИЯМИ И ДЕФОРМАЦИЯМИ

В теории пластичности в основе зависимостей между напряжениями и деформациями принята предложенная П. Людвигом [113] гипотеза о существовании единой деформационной кривой, согласно которой при любом виде напряженного состояния зависимость интенсивности напряжения σ_i от интенсивности деформации ε_i сохраняет неизменное выражение. Интенсивность деформации вычисляют по формуле

$$\varepsilon_i = \frac{2}{3} \sqrt{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2 + (\varepsilon_2 - \varepsilon_3)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2}, \quad (2.9)$$

где $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – деформации по главным направлениям.

Для степенной аппроксимации эта зависимость, которую называют формулой обобщенной кривой, примет вид

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^{1/m}, \quad (2.10)$$

где A и m – константы, определяемые из опытов на одноосное растяжение.

Таким образом, гипотеза о "единой деформационной кривой" полагает отсутствие влияния шарового тензора на предельное состояние и независимость показателя нелинейности $1/m$ от объемности напряженного состояния. На самом деле, опыты показывают, что диаграммы одноосного растяжения, од-

ноосного сжатия и чистого сдвига не совпадают для большого количества черных и цветных металлов [15, 28, 114] и полимерных материалов [42]. Обобщенная кривая деформирования, признанная в теории пластичности, имеет ограниченное применение. В общем случае, влияние вида напряженного состояния $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ заметно сказывается на величине A зависимости (2.10), и существует слабое его влияние на показатель нелинейности $1/m$.

При сложном нагружении деформация в конце нагружения зависит от пути этого нагружения. Задача о расчете величины деформации в настоящее время не решена. Ясно, что решить ее можно только на основе кинетической физической теории.

В прикладной теории пластичности простым нагружением называют такое нагружение, при котором компоненты девиатора напряжений возрастают пропорционально некоторому параметру. Очевидно, что если компоненты тензора напряжений возрастают пропорционально, то и компоненты девиатора будут тоже возрастать пропорционально [32, 114].

Для изохорического деформирования твердого тела, приняв коэффициент поперечной деформации равным $\mu = 0,5$, тем самым исключив из рассмотрения шаровой тензор, А.А. Ильюшин показал [48], что простое нагружение при пропорциональном возрастании внешних нагрузок будет обеспечено, если справедлива степенная зависимость вида (2.10). При других зависимостях между интенсивностями напряжений и интенсивностями деформаций пропорциональное возрастание внешних нагрузок может создать как простое, так и сложное нагружение в элементе твердого тела [48].

Так, в теоретическом исследовании Д.Д. Ивлева [115] было показано, что в случае аппроксимации обобщенной кривой полиномом для обеспечения постоянства направлений главных напряжений и их соотношения $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ требуется непропорциональное изменение внешних сил. Седов Л.И. [116], исследуя возможные пути деформирования для обеспечения условия $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = \text{const}$ простого нагружения, пришел к выводу, что при больших деформациях идеальное простое нагружение неосуществимо.

Подытоживая результаты вышеуказанных теоретических работ и учитывая заложенные в них допущения, Н.Н. Малинин [32] предлагает в решении прикладных задач теории пластичности исходить из того, что для малых упругопластических деформаций достаточно точно, а для больших пластических деформаций приближенно пропорциональное нагружение твердого тела будет простым, если зависимость между интенсивностью напряжений и интенсивностью деформаций степенная.

Зависимость главных напряжений σ_j от главных деформаций ε_j при трехосном растяжении ($j = 1, 2, 3$) можно также представить в виде степенной функции

$$\sigma_j = \sigma_{т.рj} \left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{т.рj}} \right)^{1/m'} \quad (2.11)$$

В выражении (2.11) $\sigma_{т.рj}$ и $\varepsilon_{т.рj}$ – параметры текучести объемного растяжения, которые отличаются от соответствующих параметров одноосного растяжения и зависят от $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$. Параметр нелинейности при трехосном растяжении m' должен также отличаться от параметра нелинейности одноосного растяжения, хотя есть свидетельства, что это отличие либо незначительное, либо вообще отсутствует [12, 118].

В различии параметров текучести и показателей нелинейности объемного и одноосного растяжения проявляется несоблюдение принципа суперпозиции при деформировании физически нелинейных твердых тел.

Деформация ε_j является результатом одновременного воздействия всех трех главных напряжений, поэтому ее можно представить в виде суммы трех компонент, введя как в строительной механике обозначения с двумя индексами, первый из которых обозначает направление, а второй – причину деформации:

$$\varepsilon_j = \varepsilon_{j1} + \varepsilon_{j2} + \varepsilon_{j3} \quad (2.12)$$

Соответствующие диаграммы показаны на рис. 2.7.

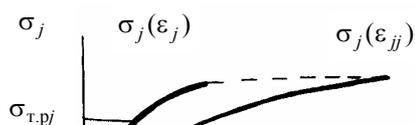


Рис 2.7

Поскольку при простом нагружении деформации суммируются, накопленную деформацию можно выразить через компоненты:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{11} - \mu\varepsilon_{22} - \mu\varepsilon_{33}; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{22} - \mu\varepsilon_{33} - \mu\varepsilon_{11}; \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_{33} - \mu\varepsilon_{11} - \mu\varepsilon_{22}. \end{cases} \quad (2.13)$$

С учетом зависимости (1.3), которая во введенных обозначениях с двумя индексами для одноосного растяжения ($j = 1, 2, 3$) имеет вид

$$\varepsilon_{jj} = \varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_j}{\sigma_{т.р}} \right)^m, \quad (2.14)$$

систему главных деформаций для трехосного растяжения при простом нагружении можно выразить через напряжения следующим образом:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.р}} \right)^m; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.р}} \right)^m; \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.р}} \right)^m - \mu\varepsilon_{т.р} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.р}} \right)^m. \end{cases} \quad (2.15)$$

Деформационные кривые, соответствующие уравнениям (2.14) и (2.11), показаны на рис. 2.7.

Для трехосного сжатия связь главных напряжений с главными деформациями по любому j -му направлению можно представить в виде

$$\sigma_j = \sigma_{т.с.j} \left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{т.с.j}} \right)^{1/n'}, \quad (2.16)$$

если для одноосного сжатия справедлива зависимость

$$\sigma_j = \sigma_{т.с} \left(\frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{т.сj}} \right)^{1/n}, \quad (2.17)$$

при этом $1/n > 1/m$ и $1/n' > 1/m'$. Система трех главных деформаций в конце нагружения приближенно может быть выражена через параметры одноосного сжатия:

$$\begin{cases} \varepsilon_1 = \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.с}} \right)^n; \\ \varepsilon_2 = \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.с}} \right)^n; \\ \varepsilon_3 = \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{т.с}} \right)^n - \mu \varepsilon_{т.с} \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{т.с}} \right)^n. \end{cases} \quad (2.18)$$

Для сложных напряженных состояний $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ с компонентами, имеющими разные знаки, зависимость главных напряжений от главных деформаций имеет более сложный вид. Ясно, что предельные поверхности при этом сохраняют неразрывность и плавный переход из области трехосного сжатия в область трехосного растяжения.

Для использования комплекса зависимостей (2.11) – (2.18) нужно знать, что собой представляет коэффициент поперечной деформации при сложном напряженном состоянии.

2.4. КОЭФФИЦИЕНТ ПОПЕРЕЧНОЙ ДЕФОРМАЦИИ

При одноосном напряженном состоянии в поперечном направлении нет усилий, но есть движение структурных единиц материала. Можно сказать, что коэффициент поперечной деформации при одноосном напряженном состоянии отражает реальную кинетику процесса деформирования в поперечном и продольном направлениях, следовательно, является кинетическим параметром.

Какова будет кинетика, если в поперечном направлении создается усилие, препятствующее этому перемещению или совпадающее по направлению с ним? Какой смысл будет иметь коэффициент поперечной деформации при гидростатическом сжатии или равностороннем трехосном растяжении? Будет он в этих частных случаях напряженного состояния отражать кинетику или отражать нереализованную возможность деформирования в поперечном направлении? Чему он будет равен экспериментально, а не теоретически? На все эти вопросы, если и есть ответы, то количество публикаций на эту тему настолько мало, что они теряются в общем объеме информации. В учебной литературе по сопротивлению материалов, теории пластичности и ползучести такие данные отсутствуют.

В теории упругости И.А. Биргером [119] на основе кусочно-линейной аппроксимации диаграммы деформирования был разработан метод переменных упругих параметров. В пределах каждого участка кусочно-линейной аппроксимации коэффициент поперечной деформации μ' зависит от интенсивности напряжений, интенсивности деформаций и – коэффициента Пуассона μ :

$$\mu' = \frac{(1 + \mu) - (1 - 2\mu)\varphi}{2(1 + \mu) + (1 - 2\mu)\varphi}, \quad (2.19)$$

где $\varphi = \bar{\sigma}_i / \bar{\varepsilon}_i$ – функция пластичности; $\bar{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_{т.с}$; $\bar{\varepsilon}_i = \varepsilon_i / \varepsilon_{т.с}$.

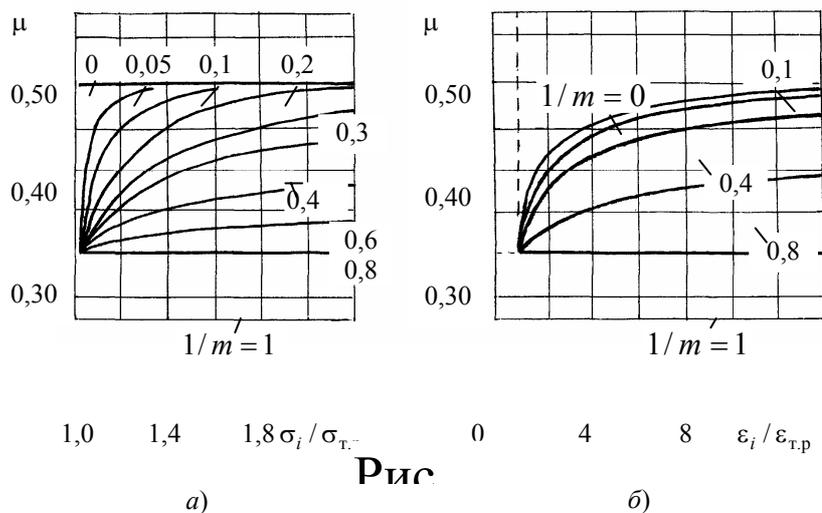
Для значения функции пластичности $\varphi = 1$ коэффициент поперечной деформации совпадает с коэффициентом Пуассона: $\mu' = \mu$. В пределе, при $\varphi \rightarrow 0$, коэффициент поперечной деформации $\mu' \rightarrow 0,5$. Метод переменных параметров исходит из признания существования единой деформационной кривой.

Также приняв в основу модели существование единой деформационной кривой, теоретическую оценку величины коэффициента поперечной деформации для упругопластического материала со степенной диаграммой деформирования предложил Н.А. Махутов [10, 12]:

$$\mu = 0,5 - 0,2\bar{\sigma}_i^{(1/m)}, \quad (2.20)$$

где $\bar{\sigma}_i = \sigma_i / \sigma_T$ – относительная интенсивность; $1/m$ – показатель нелинейности.

Формула предполагает, что при больших деформациях коэффициент поперечной деформации всегда стремится к величине 0,5, а при малых деформациях – к 0,3. На рис. 2.8 показана зависимость коэффициента поперечной деформации стали от относительной интенсивности напряжения (а) и относительной деформации (б) [10, с. 56]. Формула



ИМЕЕТ ОГРАНИЧЕННОЕ ПРИМЕНЕНИЕ И РЕКОМЕНДУЕТСЯ АВТОРОМ [12] ДЛЯ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ МЕТАЛЛОВ В ЗОНЕ КОНЦЕНТРАЦИИ ПРИ ОБРАЗОВАНИИ ТРЕЩИН, КОГДА ВИД НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ПРИ ПЕРЕХОДЕ ОТ МАЛЫХ ДЕФОРМАЦИЙ К БОЛЬШИМ ОСТАЕТСЯ НЕИЗМЕННЫМ.

В своей монографии по теории ползучести [120] А.Р. Ржаницын, рассматривая деформируемое линейно сплошное изотропное тело со свойствами ползучести и пользуясь принципом независимости действия сил, для трехосного напряженного состояния предлагает следующие зависимости:

$$\begin{cases} \varepsilon_1(t) = \sigma_1 F_1(t, \tau) - (\sigma_2 + \sigma_3) F_{II}(t, \tau); \\ \varepsilon_2(t) = \sigma_2 F_1(t, \tau) - (\sigma_3 + \sigma_1) F_{II}(t, \tau); \\ \varepsilon_3(t) = \sigma_3 F_1(t, \tau) - (\sigma_1 + \sigma_2) F_{II}(t, \tau). \end{cases} \quad (2.21)$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – составляющие тензора напряжений, постоянные во времени при $t \geq \tau$ и равные нулю при $t < \tau$; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ – составляющие тензора деформации, являющиеся функциями времени t ; $F_1(t, \tau)$ и $F_{II}(t, \tau)$ – экспериментально получаемые зависимости, отношение которых $F_{II}(t, \tau) / F_1(t, \tau)$ аналогично коэффициенту Пуассона μ . Таким образом, автор [120] признает, что коэффициент Пуассона – не константа материала, а функция.

На основании всего вышеизложенного можно сделать следующие выводы.

Во-первых, коэффициент Пуассона не является константой материала, а является функцией, скорее всего, слабо зависящей от температуры, давления, вида напряженного состояния и сильно зависящей от кинетики силового воздействия.

Во-вторых, коэффициент поперечной деформации при больших деформациях является функцией, существенно и сложно зависящей как от факторов внешнего воздействия, так и от накопленного на расчетный момент времени внутреннего состояния.

В-третьих, в инженерной и научной практике вопрос об использовании коэффициента Пуассона или тех или иных формул коэффициента поперечной деформации в математической модели изучаемого или рассматриваемого процесса должен решаться на основании тех предпосылок или положений, которые приняты в этой математической модели.

2.5. ИЗМЕНЕНИЕ ОБЪЕМА, ОБЪЕМНАЯ ДЕФОРМАЦИЯ

Если в окрестности точки твердого тела выделить элемент с объемом dV , то под действием внешних сил при любом напряженном состоянии в декартовой системе координат размеры элемента изменятся по всем трем направлениям. В главных осях изменение объема будет равно

$$\Delta dV = dV(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) - dV. \quad (2.22)$$

Объемная деформация $\varepsilon_V = \Delta dV / dV$ является функцией осевых главных деформаций:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_3\varepsilon_1 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3. \quad (2.23)$$

Таким образом, объемная деформация является явно нелинейной для любого твердого тела. Лишь для малых деформаций, когда слагаемыми более высокого порядка малости можно пренебречь, объемную деформацию приближенно можно вычислить как сумму трех осевых деформаций:

$$\varepsilon_V = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3. \quad (2.24)$$

Выражение (2.24) используют в задачах теории упругости, в которых напряжения меньше предела текучести, и в математическом аппарате теории пластичности, когда рассматривают твердое тело в условиях малых упруго-пластических деформаций. В других инженерных задачах, требующих учета изменения объема, пренебрегать произведениями осевых деформаций нельзя, и требуется использование формулы (2.23).

В 1879 г. в опубликованных результатах исследования чугуна, песчаника, стали и железа И. Баушингер показал [36], что в процессе пластического деформирования зависимость между относительным изменением объема и осевым напряжением имеет нелинейный характер, при этом относительное изменение объема на порядок меньше линейной деформации. Результаты опытов И. Баушингера по измерению объемной деформации показаны на рис. 2.9 [1, с. 128]: $\Delta V/V_0$ – изменение объема в миллионных долях от первоначального объема образца; I – призма из сварочного железа; II – чугун; III – песчаник. Баушингер И. наблюдал явление неожиданно большого, но большей частью обратимого, относительного изменения объема при больших пластических деформациях. Это явление впоследствии наблюдал П.В. Бриджмен [56] при одноосном сжатии мыльного камня, мрамора (см. рис. 1.11), диабазы, различных сортов низкоуглеродистой стали, чугуна и дуралюмина. В 1969 г. нелинейность изменения объема с внезапной резкой аномалией, практически обратимой после снятия нагрузки, была обнаружена В.Ф. Хартманом [121] при динамических испытаниях отожженной меди.

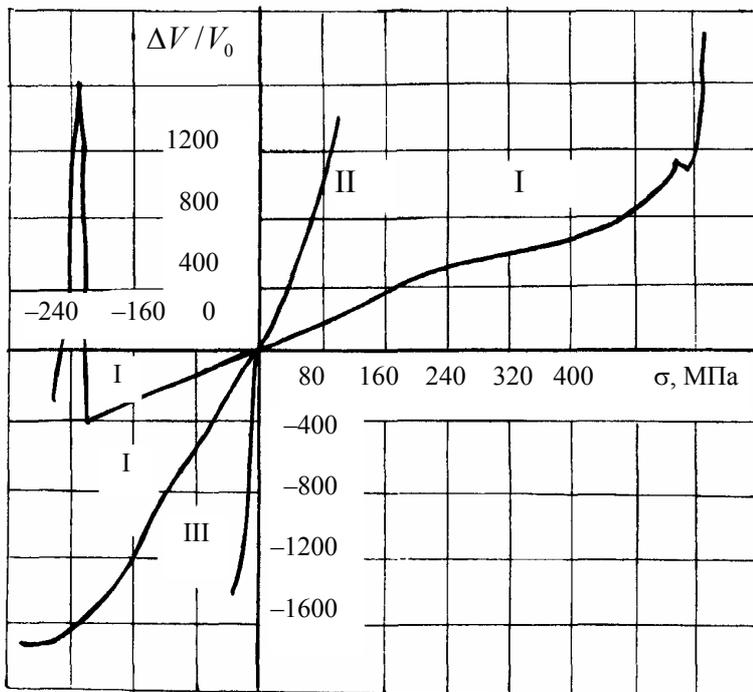


Рис. 2.9

Подытоживая результаты этих испытаний, можно сказать следующее. При чистом гидростатическом сжатии, как правило, наблюдается линейная зависимость между объемной деформацией и величиной гидростатического давления, если оно не вызывает изменения структуры материала. При всех других видах напряженного состояния "...даже для приближенно линейных участков кривой коэффициент пропорциональности между нагрузкой и ΔV не находится больше в простой зависимости с коэффициентом кубической сжимаемости, т.е. с изменением объема под действием гидростатического давления" [82, с. 232]. При всех других видах сложного напряженного состояния изменение объема в первом приближении можно считать линейным вплоть до начала текучести. При более высоких напряжениях изменение объема нелинейное и сопровождается двумя противоположными процессами: образованием пор и разрыхлением с уменьшением плотности; закрытием микротрещин и других дефектов структуры с повышением плотности материала. В этих процессах про-

является влияние девиатора, а твердое тело при больших напряжениях становится композицией основного материала и пустот.

Учитывать или не учитывать изменение объема при больших деформациях – это зависит от поставленной инженерной задачи. В большинстве задач теории пластичности предполагают, что изменения объема при пластической деформации не имеют значения. В других задачах, пренебрегая физической нелинейностью, считают, что изменение объема при пластической деформации постоянно и равно упругому изменению, возникающему от напряжения, равного пределу текучести. Однако в задачах технологии механической обработки и изготовления деталей давлением или резанием, в задачах эксплуатации машин и конструкций, оценки их ресурса прочности и долговечности неучет физической нелинейности и изменения объема может привести к большой погрешности.

2.6. УДЕЛЬНАЯ ПОТЕНЦИАЛЬНАЯ ЭНЕРГИЯ ДЕФОРМАЦИИ ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

Для вывода формулы удельной потенциальной энергии трехосного растяжения при простом нагружении рассмотрим, как в теоретическом курсе сопротивления материалов, бесконечно малый элемент в окрестности выбранной точки в осях, совпадающих с направлением главных напряжений. Удельную энергию деформирования вычислим как сумму работ всех сил, приложенных к элементу, приходящаяся на единицу объема.

Каждая сила, имеющая направление главного напряжения, будет совершать работу на соответствующем ей перемещении, вызванном всеми силами. Сумма работ по трем взаимно перпендикулярным главным направлениям, отнесенная к объему элемента,

$$u = u_{11} + u_{22} + u_{33}. \quad (2.25)$$

Удельная работа сил первого главного направления на перемещениях по первому главному направлению будет равна

$$u_{11} = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma_1 d\varepsilon_1 = \int_0^{\varepsilon_1} \sigma'_{т.п} \left(\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{т.п}} \right)^{1/m'} d\varepsilon_1 = \frac{m'}{m'+1} \sigma_1 \varepsilon_1. \quad (2.26)$$

Тогда полная удельная потенциальная энергия

$$u = \frac{m'}{m'+1} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3). \quad (2.27)$$

В пределе, для упругого материала, когда $m = 1$, выражение (2.27) будет полностью соответствовать известной формуле из курса сопротивления материалов:

$$u = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3). \quad (2.28)$$

Поскольку при простом нагружении накопленную деформацию в конце нагружения можно выразить через напряжения, то с учетом (2.15) удельная потенциальная энергия от работы силы по первому главному направлению будет равна

$$u_{11} = \frac{m'}{m'+1} \frac{\varepsilon_{т.п}}{\sigma_{т.п}^m} [\sigma_1^{m+1} - \mu \sigma_1 \sigma_2^m - \mu \sigma_1 \sigma_3^m]. \quad (2.29)$$

Полная потенциальная энергия деформирования, приходящаяся на единицу объема материала, для объемного напряженного состояния с тремя главными растягивающими напряжениями будет равна

$$u = \frac{m'}{m'+1} \frac{\varepsilon_{т.п}}{\sigma_{т.п}^m} [\sigma_1^{m+1} + \sigma_2^{m+1} + \sigma_3^{m+1} - \mu (\sigma_1 \sigma_2^m + \sigma_1 \sigma_3^m + \sigma_2 \sigma_1^m + \sigma_2 \sigma_3^m + \sigma_3 \sigma_1^m + \sigma_3 \sigma_2^m)]$$

$$+ \sigma_2 \sigma_3^m + \sigma_2 \sigma_1^m + \sigma_3 \sigma_1^m + \sigma_3 \sigma_2^m)]. \quad (2.30)$$

Если подставим в (2.30) вместо трех главных напряжений σ_j среднее напряжение σ_0 , то получим значение удельной потенциальной энергии изменения объема. Оно будет характерно для процесса разрушения при больших пластических деформациях.

$$u_0 = \frac{m'}{m'+1} \frac{\varepsilon_{т.р}}{\sigma_{т.р}^m} 3(1-2\mu)\sigma_0^{m+1}. \quad (2.31)$$

Рассматривая условие текучести и допуская линейное изменение объема при малых деформациях, в выражение (2.31) следует подставить $m' = m = 1$, при этом отношение $\sigma_{т.р} / \varepsilon_{т.р} = E$ будет иметь смысл модуля линейной упругости. Последнее утверждение согласуется с теорией пластичности, в которой понятие пределов текучести, упругости и пропорциональности не различаются. После преобразования выражение для энергии изменения объема примет вид, известный из механики линейно деформируемого твердого тела,

$$u_0 = \frac{1-2\mu}{2(\sigma_{т.р} / \varepsilon_{т.р})} 3\sigma_0^2. \quad (2.32)$$

Аналогичная подстановка $m' = m = 1$ и $\sigma_{т.р} / \varepsilon_{т.р} = E$ в уравнение (2.30) дает известное в механике линейно деформируемого твердого тела уравнение полной удельной потенциальной энергии деформирования:

$$u = \frac{1}{2(\sigma_{т.р} / \varepsilon_{т.р})} [\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_1\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)]. \quad (2.33)$$

Таким образом, в формулах энергии (2.30), (2.33) и (2.31) и (2.32) прослеживается общий характер степенного закона деформирования, предложенного, по-видимому, впервые Я. Бернулли, а затем "перекрестного" многими исследователями. Для степенного закона линейный закон является частным случаем. Но это справедливо только для простого нагружения. Проверить правильность формул (2.30) и (2.31) можно, например, на основе сравнения опытных данных о прочности твердых материалов с расчетными данными прогноза прочности по какой-либо физической теории, использующей формулы энергии деформирования.

Глава 3

КРИТЕРИИ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

Любое твердое тело под нагрузкой разрушается либо хрупко, либо вязко. На сегодняшний день нет такой теории, которая бы для любого вида напряженного состояния однозначно устанавливала и характер разрушения, и величину предельных напряжений. Критерии предельного состояния сопротивления материалов применимы для оценки несущей способности твердых тел как в однородных, так и в неоднородных полях напряжений. В последнем случае под потерей несущей способности понимают возникновение предельного состояния в локальной области в окрестности наиболее напряженной точки, которую называют опасной.

В настоящее время существует большое количество критериев прочности, из них наибольшее признание получили классические. Именно классические гипотезы прочности рекомендуются во всех современных учебниках по сопротивлению материалов в России [12, 122, 123].

3.1. КЛАССИЧЕСКИЕ КРИТЕРИИ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ И ПЛАСТИЧНОСТИ

Первая классическая гипотеза Г. Галлилея (1638 г.) [124] связывает хрупкое разрушение с наибольшим растягивающим главным напряжением. Согласно этой гипотезе прочность твердого материала бу-

дет обеспечена, если наибольшее главное растягивающее напряжение $\sigma_1 > 0$ сложного напряженного состояния ($\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$) будет меньше истинного сопротивления отрыву S_p при одноосном растяжении. Критерий предельного состояния имеет вид

$$\sigma_1 = S_p. \quad (3.1)$$

Этот критерий хорошо соответствует опытным данным, полученным при испытаниях различных конструкционных материалов в условиях двухосного растяжения (чугуна и бетона в обычных условиях, а других материалов – при низких температурах, ударном и циклическом нагружении). Можно считать, что в настоящее время этот критерий не вызывает сомнения.

Критерий Г. Галлилея является исторически первым, хотя существуют свидетельства о том, что в древних веках, возможно, умели анализировать напряженно-деформированное состояние в сложных конструкциях и оценивать их прочность. Так, в своей монографии [124] М.М. Филоненко-Бородич пишет, что измерение размеров различных элементов конструкций останков одного из древних храмов и применение к ним современных методов расчета показали, что все детали сооружения были изготовлены с запасом прочности, колеблющимся от трех до четырех, т.е. довольно устойчивым. Возможно, в древнем мире имелись формулы для оценки прочности, но они не сохранились до наших дней.

Вторая классическая гипотеза связана с именем Е. Мариотта (1684 г.) [107]. Согласно этой гипотезе хрупкое разрушение наступает при достижении максимальной относительной деформацией в окрестности рассматриваемой точки твердого тела предельной величины. В символах главных напряжений критерий предельного состояния имеет вид

$$\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3) = S_p, \quad (3.2)$$

где μ – коэффициент Пуассона.

Критерий прочности (3.2) не нашел самостоятельного применения в инженерной практике, так как не отвечает большинству опытных данных. Однако он был использован Я.Б. Фридманом для построения диаграммы механического состояния при различных способах нагружения и обобщенной оценки прочности материалов [59, с. 224].

Третья классическая гипотеза прочности причиной возникновения текучести и вязкого разрушения считает наибольшее касательное напряжение. Это положение впервые было сформулировано Ш. Кулоном в 1773 г. [124]. Условие предельного состояния текучести имеет вид

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \sigma_T, \quad (3.3)$$

где σ_T – предел текучести материала при одноосном напряженном состоянии.

Для условия вязкого разрушения при больших деформациях в правой части критерия (3.3) принимают напряжение, равное истинному напряжению в момент разрыва при одноосном растяжении. Недостатком критерия (3.3) является неучет второго главного напряжения σ_2 .

Четвертая классическая гипотеза И. Максвелла (1856 г.) – Р. Мизеса (1913 г.) [107] причиной текучести или объемного вязкого разрушения в окрестности рассматриваемой точки считает энергию изменения формы. Условие текучести имеет вид

$$\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = \sigma_T, \quad (3.4)$$

где в левой части – формула интенсивности напряжений σ_i .

Условия (3.3) и (3.4) применимы только для чистых металлов (железа, меди, свинца, алюминия, никеля) и некоторых малоуглеродистых мягких сталей. Поскольку эти условия нашли широкое применение в теории пластичности [32], то третья и четвертая классические гипотезы носят название гипотез пластичности.

Левые части условий предельного состояния принято называть эквивалентным напряжением, обозначать $\sigma_{\text{эКВ}}$ и присваивать второй индекс, соответствующий номеру классической гипотезы.

Классические гипотезы пластичности имеют два существенных недостатка. Во-первых, они не учитывают разного сопротивления одноосному растяжению и сжатию, о чем свидетельствуют многочисленные опытные данные зарубежных и российских ученых [1, 2, 9, 20, 28, 42, 125]. Во-вторых, они не учитывают влияние шарового тензора, в то время как опыты показывают, что предельное сопротивление зависит от вида напряженного состояния [28, 42], а гидростатическое давление способствует повышению прочности и пластичности твердых тел [28, 56, 76, 78, 79].

3.2. КРИТЕРИИ, УЧИТЫВАЮЩИЕ РАЗНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ РАСТЯЖЕНИЮ И СЖАТИЮ

В 1900 г. О. Мором [126] был опубликован вариант теории прочности, согласно которой условие эквивалентности предельных напряженных состояний имеет вид

$$\sigma_1 - \chi\sigma_3 = \sigma_p^{\text{оп}}, \quad (3.5)$$

где $\sigma_p^{\text{оп}}$ – так называемое "опасное" напряжение при одноосном растяжении, совпадающее с пределом текучести для пластичных материалов и с пределом прочности для хрупких материалов; $\chi = \sigma_p^{\text{оп}}/\sigma_c^{\text{оп}}$ – отношение соответствующих предельных напряжений одноосного растяжения и сжатия.

Если $\chi \rightarrow 1$, то условие (3.5) совпадает с условием пластичности III классической гипотезы (3.3); если $\chi \rightarrow 0$, то условие (3.5) преобразуется в условие хрупкого разрушения I классической гипотезы (3.1). Фактически О. Мором была предпринята попытка построения обобщенной теории прочности твердых тел. Однако условие (3.5) оказалось применимым только для частных случаев напряженного состояния, когда первое главное напряжение растягивающее $\sigma_1 > 0$, а третье – сжимающее $\sigma_3 < 0$. Опыты показали, что неучет второго главного напряжения σ_2 приводил к ошибке порядка 17 % [107, с. 544]. В итоге, критерий О. Мора стал лишь поправкой критерия Ш. Кулона.

В равной степени критерий Г.С. Писаренко – А.А. Лебедева (1968 г.) [127, 128] явился таким же улучшенным вариантом критерия И. Максвелла – Р. Мизеса:

$$(1 - \chi)\sigma_1 + \chi\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1} = \sigma_p^{\text{оп}}, \quad (3.6)$$

где $\chi = \sigma_p^{\text{оп}}/\sigma_c^{\text{оп}}$.

Для материалов в пластическом состоянии, когда $\sigma_p^{\text{оп}} = \sigma_c^{\text{оп}}$, условие (3.6) преобразуется в условие пластичности IV классической гипотезы (3.4). Для материалов с характеристикой $\chi \rightarrow 0$ условие (3.6) принимает вид условия прочности по I классической гипотезе (3.1). В справочнике [9] приведено большое количество примеров хорошего совпадения критерия Г.С. Писаренко – А.А. Лебедева с опытными данными для плоского напряженного состояния, а конкретно: для двухосного растяжения и случаев, когда одно напряжение растягивающее $\sigma_1 > 0$, а другое – сжимающее $\sigma_3 < 0$.

Несколько ранее, в 1959 г., простейшее объединение I и IV классических гипотез было предложено В.П. Сдобыревым [129]:

$$\frac{\sigma_1 + \sigma_i}{2} = \sigma_p^{\text{оп}}. \quad (3.7)$$

Этот критерий нашел широкое применение для оценки длительной прочности жаропрочных сталей и сплавов.

На рис. 3.1 в относительных координатах показан вид кривых предельного состояния твердых материалов при плоском напряженном состоянии, которые предлагаются в учебной литературе по сопро-

тивлению материалов. Линия I соответствует критерию Галлилея; III – гипотезе Кулона; IV – гипотезе Мизеса; V – критерию Мора; аббревиатурой П-Л обозначена предельная кривая Писаренко-Лебедева. Относительные координаты $\bar{\sigma}_z$ и $\bar{\sigma}_\theta$ – это частное от деления компонентов напряженного состояния σ_z и σ_θ на соответствующие предельные значения, установленные при линейном растяжении по направлению z и θ .

Нетрудно заметить, что в случае двухосного растяжения все приведенные на рис. 3.1 критериальные линии располагаются близко друг от друга. Примерно одинаковой следует ожидать и точность обработки экспериментальных данных при их использовании, т.е. в количественном отношении критерии одинаковые. Отличие между ними будет лишь качественное, но принципиальное: учитывается влияние на прочность второго главного напряжения или нет. В остальных случаях плоского напряженного состояния, особенно в области двухосного сжатия, положение предельных кривых существенно отличается.

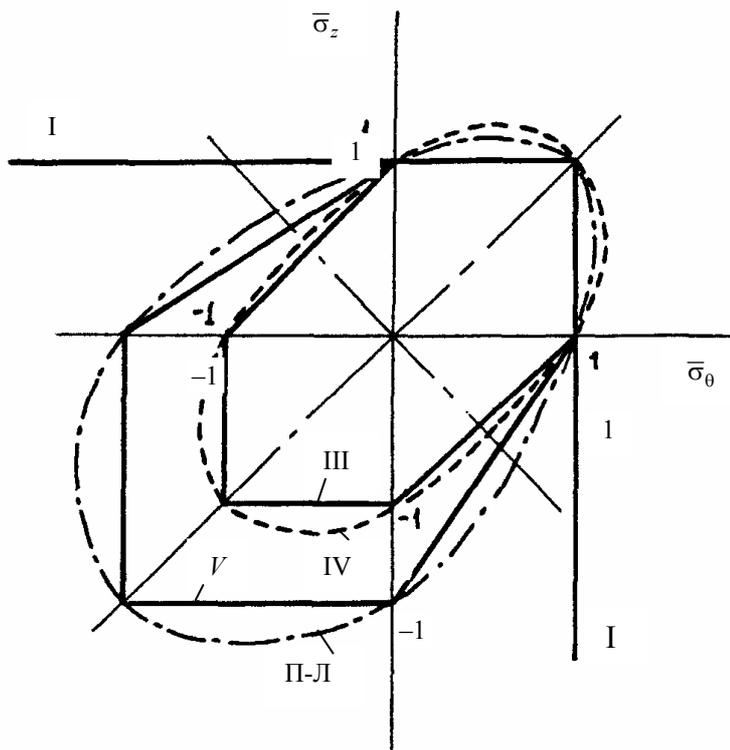


Рис. 3.1

3.3. КРИТЕРИИ, УЧИТЫВАЮЩИЕ ВЛИЯНИЕ ШАРОВОГО ТЕНЗОРА ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ

Анализ накопленных опытных данных о прочности при объемном напряженном состоянии и особенно результаты исследования разрушения под высоким гидростатическим давлением, полученные П.В. Бриджменом [56] и С.И. Ратнер [28], убедительно показали, что прочность и пластичность материалов существенно зависят от шарового тензора, а предельные поверхности текучести и вязкого объемного разрушения существенно отличаются от рассчитанных как по классическим гипотезам максимального касательного напряжения и энергии изменения формы, так и по их улучшенным вариантам.

В ответ на это обстоятельство в России и за рубежом появилось большое количество критериев, учитывающих влияние шарового тензора. Как правило, они представляют собой математическую модель поверхности вращения в пространстве трех главных напряжений с осью, совпадающей с гидростатической осью. При этом авторы старались обеспечить замкнутость поверхности в положительном октанте и разомкнутость в отрицательном, хотя достоверных опытных данных о предельном состоянии при равномерном трехосном растяжении до настоящего времени не получено. В настоящее время насчитывается несколько десятков феноменологических критериев прочности. Существует большое количество на-

учной литературы, в которой приводятся обзоры критериев. Среди последних таких изданий следует отметить работу А.П. Филина [107], где критерии предельного состояния в локальной области классифицированы, систематизированы по наиболее характерным признакам в пределах каждого класса и сопровождаются подробной исторической справкой. Критерии прочности, наиболее широко используемые в России и странах СНГ, приведены в справочнике [9], а критерии, используемые в зарубежных странах, – в монографии И. Нарисавы [20].

Исторически первым вариантом энергетической гипотезы предельного состояния был предложенный в 1885 г. Е. Бельтрами критерий полной удельной потенциальной энергии деформирования [124]. Критерий учитывал влияние и шарового тензора, и девиатора. Уравнение предельной поверхности, соответствующее этому критерию, имеет вид

$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\mu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) = S_p^2, \quad (3.8)$$

Этому уравнению в осях главных напряжений отвечает эллипс вращения с центром в начале координат (рис. 3.2), с симметрией относительно оси среднего напряжения $\sigma_0 = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3$ и полной симметрией поверхностей относительно девиаторной плоскости сечения (с $\sigma_0 = 0$). На этом и последующих рисунках предельных поверхностей цифрой 1 отмечен след поверхности на девиаторной плоскости, а буквой r – радиус круга девиаторной плоскости.

Для всех напряженных состояний, которые отражаются точками внутри любой предельной поверхности, опасности разрушения нет. Считают, что при всех напряженных состояниях, которые изображаются точками вне предельной поверхности, материал разрушается. Точкам предельной поверхности отвечает переход материала от неразрушенного состояния к разрушенному (запас прочности равен единице).

Поскольку опытные данные на всестороннее сжатие не соответствовали уравнению (3.7), то критерий полной энергии деформации был отвергнут. Однако он послужил развитию четвертой классической гипотезы пластичности; соответствующая ему предельная поверхность с 1913 г. [130] в научной литературе носит название "цилиндр Мизеса" (рис. 3.3).

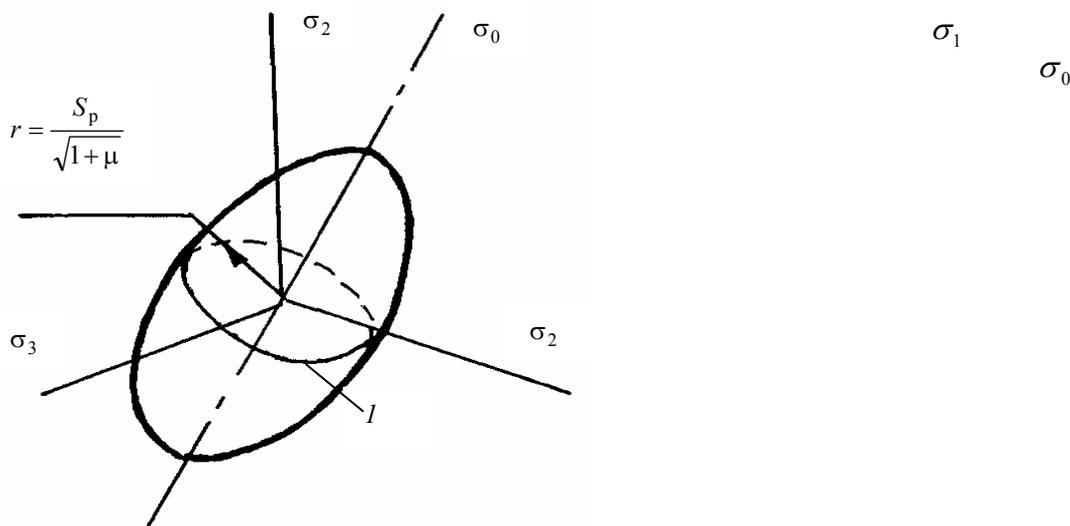
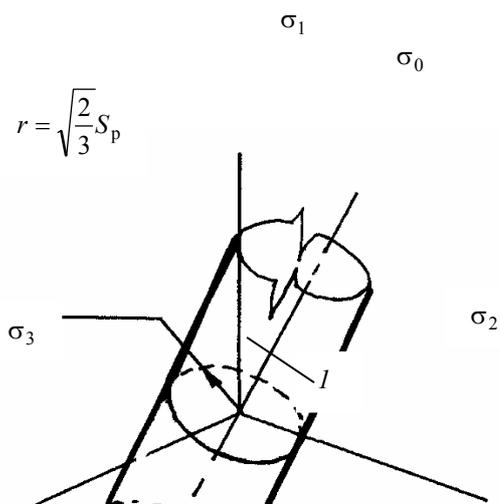


Рис. 3.2



В 1931 г. Ю.И. Ягном [131] была предложена математическая модель предельной поверхности вращения для изотропного материала в виде

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + m(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + n(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = l.$$

Модель не имеет физического обоснования, является лишь геометрической интерпретацией. Константы n , m , l определяют через предельные сопротивления при любых трех напряженных состояниях, легко осуществляемых опытным путем. В зависимости от соотношения этих констант предельная поверхность приобретает определенную регулярную форму: при $m > 0$ и $n^2/4m + l > 0$ – эллипсоид вращения; при $m = n = 0$ – цилиндр Мизеса; при $m = 0$ и $n \neq 0$ – параболоид вращения; при $m < 0$ и $n^2/4m + l = 0$ – конус; при $m < 0$ и $n^2/4m + l \neq 0$ – гиперболоид вращения. Если константы определены из опытов на одноосное растяжение с предельным сопротивлением S_p , одноосное сжатие с предельным сопротивлением S_c и сдвиг с предельным сопротивлением $S_{сдв}$, то константы уравнения предельной поверхности (3.9) имеют следующий вид:

$$m = \frac{6S_c^2 - 2S_p S_c}{S_p S_c}; \quad n = \frac{6S_{сдв}(S_c - S_p)}{S_p S_c}; \quad l = 6S_{сдв}^2.$$

Ягн Ю.И. отмечал, что следует ожидать сложного и существенного влияния вида напряженного состояния на вид предельной поверхности. Истинная поверхность может оказаться настолько сложной, что приближением для нее будет совокупность ряда поясов поверхностей вращения второй степени, из которых один пояс – часть поверхности параболоида, другой – часть цилиндрической поверхности и т.д. Уравнение для каждого пояса сохраняет форму (1.9), но для определения коэффициентов n , m , l каждого пояса нужно будет установить опытным путем предельные напряжения для каких-либо трех видов напряженного состояния (трех соотношений $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$), возможных в пределах каждого пояса.

Именно в связи с вышеизложенными обобщающими соображениями Ю.И. Ягна можно не согласиться с его интерпретацией опытных данных К. Баха [131]. Так, по трем значениям предельных сопротивлений для чугуна ($S_c = 90$ МПа; $S_p = S_{сдв} = 30$ МПа) делается вывод о соответствии предельной поверхности чугуна параболоиду вращения, а по трем значениям предельного сопротивления бетона ($S_c = 4$ МПа; $S_p = S_{сдв} = 0,4$ МПа) делается вывод, что предельная поверхность бетона близко подходит к конусу. Однако чугун и бетон, как правило, демонстрируют различные характеры разрушения: хрупкий – при растяжении и сдвиге, т.е. при напряженных состояниях с $\sigma_0 \geq 0$ и близких к ним; вязкий – при сжатии и при напряженных состояниях с $\sigma_0 < 0$. Описать истинную предельную поверхность одним уравнением в этом случае нельзя.

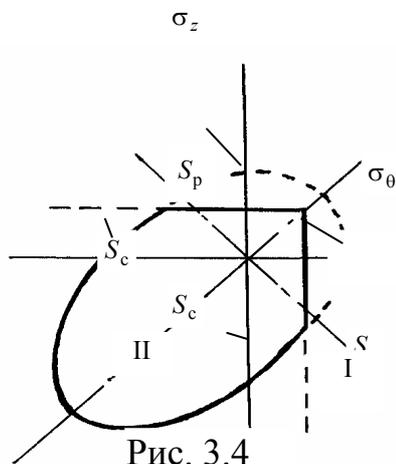
Схема возможного объяснения характера разрушения хрупких материалов подробно рассматривается в работе Н.Н. Давиденкова и А.Н. Ставрогина [132]. Для плоского напряженного состояния она показана на рис. 3.4. Согласно этой схеме должно быть минимум два уравнения предельного состояния: для напряженных состояний с хрупким характером разрушения – I; для вязкого характера разрушения – II.

Формула Ю.И. Ягна, являясь самым общим уравнением поверхности вращения, содержит в себе все предыдущие и последующие гипотезы пластичности, совпадая с каждой из них в соответствующих частных случаях.

В 1937 г. П.П. Баландиным [133] для изотропного линейноупругого материала мерой прочности предложено считать энергию изменения формы, но при этом предельное значение этой энергии считать линейно зависящей от шарового тензора. Уравнение такой предельной поверхности имеет вид

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 2(S_c - S_p)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 2S_p S_c. \quad (3.10)$$

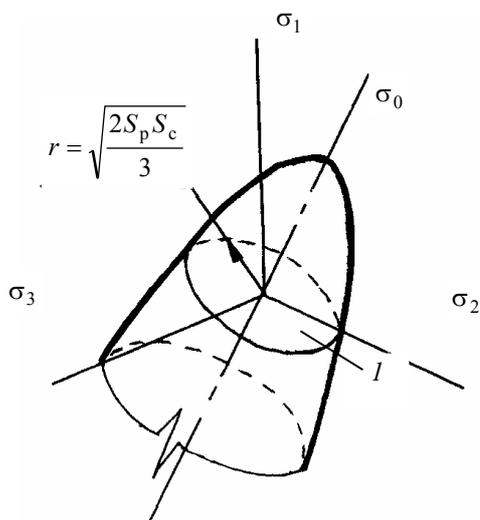
Геометрической интерпретацией уравнения (3.10) в пространстве главных напряжений будет параболоид вращения (рис. 3.5). Автор [133], считая "развитие теорий потенциальной энергии исчерпанным",



рекомендует уравнение параболоида (3.10) для оценки предельного состояния любых пластичных материалов. В то же время, в своей работе он указывает, что "для хрупких материалов необходима достаточно полная опытная проверка". В качестве численного примера, подтверждающего соответствие уравнению параболоида, П.П. Баландин [133] приводит совокупность опытных данных для разрушения при одноосном растяжении, одноосном сжатии и срезе чугуна и цементного раствора (случай, который рассмотрен на рис. 3.4). Этим еще раз подтверждается ошибочность практики построения заключений о прочности при сложном напряженном состоянии по малому числу опытных значений предельных сопротивлений. В первую очередь следует установить характер разрушения, затем – механизм; только после этого опытные данные, полученные при одинаковом механизме разрушения можно аппроксимировать уравнением предельной поверхности.

В пользу параболического характера предельной поверхности в области трехосного сжатия при больших значениях сжимающих напряжений σ_1 , σ_2 и σ_3 высказывался в своей работе [124] М.М. Филоненко-Бородич. В области невысоких напряжений, т.е. в окрестности начала координат, М.М. Филоненко-Бородич считал более приемлемой аппроксимацию предельной поверхности уравнением гиперболоида вращения.

В 1940 г. А.И. Боткиным [134] для сыпучих материалов, а в 1953 г. И.Н. Миролубовым [135] для любых хрупких материалов было предложено при построении критерия прочности исходить из того, что в



предельном состоянии и **Рис. 3.5**, напряжений σ_i является линейной функцией среднего напряжения σ_0 :

$$\sigma_i = c - \alpha \sigma_0. \quad (3.11)$$

Тогда уравнение предельной поверхности имеет следующий вид

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - \frac{2}{9} \alpha^2 (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 + \frac{4}{3} \alpha c (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = 2c^2. \quad (3.12)$$

Если константы α и c выразить через предельные сопротивления при растяжении S_p и сжатии S_c , то они примут следующий вид:

$$\alpha = \frac{S_c - S_p}{S_c + S_p}; \quad c = (1 + \gamma) S_p, \quad \text{или} \quad c = \frac{2S_c S_p}{S_c + S_p}.$$

Согласно данному критерию при трехосном равномерном растяжении прочность – конечная величина, а при трехосном равномерном (гидростатическом) сжатии прочность бесконечна. Уравнению (3.12) соответствует коническая предельная поверхность вращения (рис. 3.6), так как согласно [131]:

$$m = -2\alpha^2/9 < 0 \quad \text{и} \quad n^2/4m + l = (4\alpha c/3)^2/[4(-2\alpha^2/9)] + 2c^2 = 0.$$

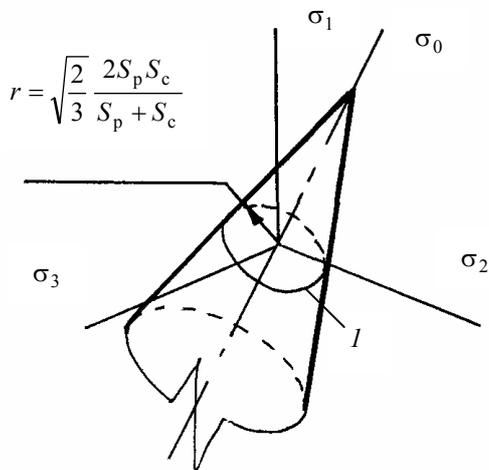


Рис. 3.6

В работе М.М. ... родича [124, с. 63] и позже в работе А.П. Филина [107, с. 573], очевидно ошибочно, предельная поверхность по гипотезе И.Н. Миролубова объявляется однополостным гиперboloидом вращения, условием которого является соотношение констант: $n^2/4m + l > 0$. На самом деле, коническая поверхность (с условием $n^2/4m + l = 0$) является некоторым частным случаем, а точнее, переходной формой от однополостного гиперboloида к двуполостному гиперboloиду вращения, для которого $n^2/4m + l < 0$ [131].

Для оценки объемного вязкого разрушения в условиях одно-, двух- и трехосного сжатия твердых тел типа бетонов с характеристикой до $S_c/S_p = 10$ Л.К. Лукшей в 1963 г. [136] предложено уравнение предельной поверхности:

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 - \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - \frac{3(S_c - S_p)}{2}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = \frac{3}{2}S_c S_p, \quad (3.13)$$

которому соответствуют: однополостной гиперboloид, если $S_c / S_p < 3$; конус вращения, если $S_c / S_p = 3$; двуполостной гиперboloид для $3 < S_c / S_p \leq 10$ (рис. 3.7).

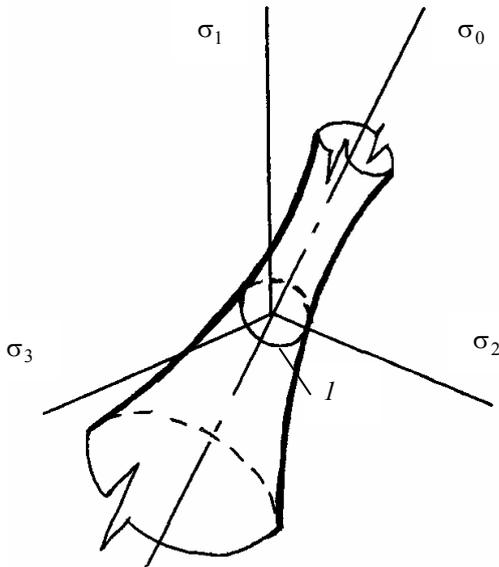


Рис. 3.7

Для еще более хрупких тел типа бетона ($S_c / S_p > 10$) И.Н. Ахвердовым и Л.К. Лукшей в 1965 г. [137] предложена модификация уравнения двуполостного гиперboloида, целью которой было устранение завышенного значения прочности в области неравномерного трехосного сжатия и обеспечение замкнутости предельной кривой для плоского напряженного состояния:

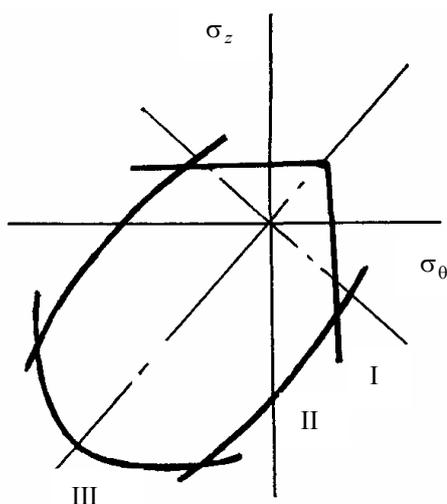
$$\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \frac{2(3S_c - 2S_p)}{3S_c + 2S_p}(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) - (S_c - S_p)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) = S_c S_p. \quad (3.14)$$

Уравнения (3.13) и (3.14) отличаются от предыдущих "отрицательным" влиянием среднего напряжения, что было принято авторами только из соображений обеспечения аппроксимации всей совокупности опытных данных единой поверхностью. С одной стороны, гиперболические вогнутые поверхности противоречат постулату Друккера [124], а с другой стороны, характер влияния шарового тензора уравнений (3.13) и (3.14) противоречит опытным данным, полученным при испытаниях на прочность под высоким гидростатическим давлением. Согласно этим уравнениям гидростатическое давление снижает несущую способность хрупкого материала, но опыты П.В. Бриджмена [56] с чугуном, искусственным и природным камнем и минералами показали, что всегда с увеличением гидростатического давления несущая способность повышалась. Опыты П.В. Бриджмена показали также, что с повышением гидростатического давления существенно повышается пластичность этих материалов. Учитывая этот факт, следует ожидать, что бетоны будут разрушаться: вязко – при напряженных состояниях близких к трехосному равномерному сжатию (с разрыхлением материала по всему объему и с развитием больших деформаций); хрупко – при одно-, двух- и трехосном растяжении и близких к ним напряженных состояниях; квазивязко – при промежуточных напряженных состояниях.

Тогда, следуя предложению Ю.И. Ягна и не нарушая физического смысла, нужно искать математическое приближение к истинной предельной поверхности хрупких материалов в виде набора поверхностей. Такая схема для предельного плоского напряженного состояния показана на рис. 3.8. Она представляет собой кусочно-линейную аппроксимацию с участками хрупкого (I), квазивязкого (II) и вязкого (III) разрушения.

Надаи А., обобщая идею О. Мора, предложил считать причиной разрушения некоторую функциональную совокупность касательного $\tau_{\text{окт}}$ и нормального $\sigma_{\text{окт}}$ напряжения на октаэдрических площадках [138]. Условие предельного состояния в этом случае имеет вид

$$\tau_{\text{окт}} = f(\sigma_{\text{окт}}), \quad (3.15)$$



Рис

где

$$\tau_{\text{окт}} = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2} / 3;$$

$$\sigma_{\text{окт}} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) / 3.$$

КАК ПРАВИЛО, В ОСЯХ $\sigma_{\text{окт}} - \tau_{\text{окт}}$ КРИТЕРИЙ (3.15) ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ КРИВУЮ ЛИНИЮ. ПРЕДЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ В ОСЯХ ГЛАВНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ЯВЛЯЕТСЯ ПОВЕРХНОСТЬ ВРАЩЕНИЯ С ОСЬЮ СИММЕТРИИ, СОВПАДАЮЩЕЙ С ГИДРОСТАТИЧЕСКОЙ. ЭТА ПОВЕРХНОСТЬ МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ ЛЮБОЙ ВИД В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ВИДА ФУНКЦИИ $f(\sigma_{\text{окт}})$, В ТОМ ЧИСЛЕ И ВСЕ ПЕРЕЧИСЛЕННЫЕ ВЫШЕ ВИДЫ ПОВЕРХНОСТЕЙ ВРАЩЕНИЯ.

Для анизотропных твердых материалов критерии прочности имеют сложный вид, включая до девяти предельных сопротивлений, устанавливаемых опытами на одноосное растяжение, одноосное сжатие и сдвиг по всем возможным направлениям тензора сложного напряженного состояния. Однако многие из них, нашедшие применение в инженерной практике, сводятся к перечисленным выше видам критериев, если условия предельного состояния выразить в относительных напряжениях [139 – 145]. Относительное напряжение – это отношение каждого компонента напряженного состояния к предельному значению по соответствующему направлению. Анализ критериев прочности анизотропных тел подробно выполнен в работах И.И. Гольденблатта, В.А. Копнова, В.А. Маньковского [141, 142, 146 – 148].

3.4. СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОЦЕНКА ТЕКУЧЕСТИ И РАЗРУШЕНИЯ

Опыты показывают, что прочность материала сильно зависит от дефектов структуры, а величина предельного напряжения имеет явный статистический характер. Поэтому все предельные поверхности, о которых говорилось выше, в осях главных напряжений представляют собой совокупность среднестатистических значений напряжений, при которых материал переходит в разрушенное состояние мгновенно, если рассматривается кратковременная прочность, или по истечении гарантированного периода времени, называемого долговечностью, если речь идет о длительной прочности материала.

В России работа А.П. Александрова и С.Н. Журкова (1933 г.) [149] была, пожалуй, первой, где дано качественное объяснение зависимости прочности образцов от размера поперечного сечения со стати-

стических позиций. Убывание прочности с ростом поперечного сечения тонких стеклянных нитей объяснено возрастанием вероятности поверхностных повреждений в виде опасных трещин.

Роль масштабного фактора количественно впервые была оценена В. Вейбуллом в 1939 г. [150, 151]. Вероятность того, что весь материал объема V не разрушится, он представил как вероятность того, что не произойдет разрушение ни в одной единице объема этого материала. Считая все дефекты равноопасными, введя функцию распределения напряжений в объеме и вычислив вероятность разрушения при напряжении, равном или большем некоторого фиксированного значения S_p , он установил, что среднее значение предела хрупкой прочности \bar{S}_p связано обратной зависимостью с объемом образца:

$$\bar{S}_p \sim 1/V^{1/m}, \quad (3.16)$$

где $m = 3 \dots 100$ – аппроксимационная константа материала.

Функция распределения В. Вейбулла из-за отсутствия физического обоснования много критиковалась, но в настоящее время успешно используется в статистических расчетах усталости металлов [10, 71, 73, 86].

Влияние масштабного фактора на прочность реальных кристаллов при хрупком разрушении на основе предположения о гауссовом распределении теоретически исследовали Т.А. Конторова и Я.И. Френкель [152]:

$$S_p^* \cong S_p - \sqrt{A \lg V + B}, \quad (3.17)$$

где S_p^* – минимальное значение прочности, определяемое "самым опасным" из всех присутствующих в объеме материала дефектов; S_p – наиболее вероятное значение прочности, соответствующее наиболее часто встречающимся дефектам; A и B – параметры, связанные с функцией распределения неоднородностей в объеме.

В статистической теории Т.А. Конторовой и Я.И. Френкеля в отличие от теории В. Вейбулла прочность образца определяют "наиболее опасной" из всех присутствующих в нем неоднородностей, при этом об "опасности" неоднородности предлагается судить на основании теории о хрупких трещинах А.А. Гриффитса [58]. Такой подход позволил Т.А. Конторовой [153] статистически объяснить не только разброс значений хрупкой прочности, но и наблюдаемый интервал температуры перехода материала из вязкого состояния в хрупкое.

Однако уравнения (3.16) и (3.17) имеют лишь теоретическое значение; для инженерной практики они неприемлемы, так как содержат много неопределенностей. Влияние масштабного фактора в практике инженерных расчетов, как правило, оценивают опытным путем и вводят в расчетные формулы конкретных деталей в виде поправочных эмпирических коэффициентов.

В статистической теории Н.Н. Афанасьева (1940 г.) [154, 155] рассматриваются вопросы усталостной прочности при простом и сложном напряженных состояниях. Им на основе различных функций распределения разработана статистическая модель усталостного разрушения, позволившая описать эффект влияния концентрации напряжений и абсолютных размеров тел. Модель проверена опытами с образцами алюминия, меди, латуни, аустенитной и пружинной сталей. Но все формулы расчета усталостной прочности при сложном напряженном состоянии основаны на механическом переносе без соответствующего обоснования критериев статической прочности при сложном напряженном состоянии. Эти формулы лишь усложнены эмпирическими поправками и добавлением коэффициентов, учитывающих асимметрию цикла и концентрацию напряжений.

Афанасьев Н.Н. исходит из представления о металле как о конгломерате разно напряженных зерен вследствие анизотропии и неоднородности структуры. Вероятность разрушения образца от усталости он определяет вероятностью нахождения рядом одновременно нескольких зерен, имеющих напряжение, превышающее усилие сцепления между ними. Важным в работе [155] является то, что он считает возникновение трещины результатом развития пластических деформаций, которые вызывают повышение предела текучести, вплоть до величины сопротивления отрыву при хрупком разрушении и до величины сопротивления скалыванию при вязком разрушении. Таким образом, согласно модели Н.Н. Афанасьева возникновение любой трещины усталости связано с микромеханизмом пластического деформирования. Вероятность возникновения трещины W отражена степенной зависимостью от макроскопического напряжения σ , вычисляемого по формулам сопротивления материалов

$$W = B\sigma^{\alpha n}, \quad (3.18)$$

где B , α , n – константы, зависящие от характера статистического распределения.

В отличие от вышеперечисленных работ статистическая теория С.Д. Волкова 1960 г. [156] основана на представлении о твердом материале как о сплошной упругопластической среде, макроскопически однородной и микроскопически неоднородной. Гипотеза о макроскопической сплошности позволила С.Д. Волкову решить задачу для произвольного объемного напряженного состояния. Теория разработана для степенного закона макроскопической деформации.

Статистический критерий С.Д. Волкова имеет следующую формулировку: макроскопическое разрушение твердой среды наступает при условии достижения относительной повреждаемости микротрещинами главной площадки тензора напряжений I рода (на макроуровне) критического значения, равно-го 0,5. Этому критерию при законе нормального распределения микронапряжений Гаусса соответствует условие предельного состояния в виде

$$\kappa(S_p - \sigma_1)^2 = E(\kappa - 1)^2 \left(\frac{\sigma_i^2}{6G} + \frac{\sigma_0^2}{2K} \right), \quad (3.19)$$

где E , G , K – модули упругости материала; $\kappa = \xi_p / S_p$; ξ_p , S_p – значения критического растягивающего напряжения на микроуровне (напряжений II рода) и макроуровне соответственно.

Макроскопический критерий пластичности представлен в работе [156] в следующей форме: макроскопическое вязкое разрушение твердой среды наступит, если вероятность того, что среднее значение напряжений II рода в окрестности рассматриваемой точки превысит предел текучести ξ_T , равна 0,5. Этому критерию при законе нормального распределения микронапряжений в окрестности точки соответствует условие предельного состояния в виде

$$\kappa_T \sigma_T - (\sigma_1 - \sigma_3) = (\kappa_T - 1) \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1 \sigma_2 - \sigma_2 \sigma_3 - \sigma_3 \sigma_1}, \quad (3.20)$$

где κ_T – параметр, зависящий от отношения пределов текучести I и II рода ξ_T / σ_T и от параметров функции распределения напряжений на микроуровне.

Статистические условия предельного состояния С.Д. Волкова учитывают влияние шарового тензора, деватора, максимального нормального и максимального касательного напряжения. Они позволили объяснить результаты испытаний на прочность традиционно хрупких материалов: чугуна, стекла, гипса, закаленной и углеродистой стали [156].

Теория учета микронапряжений получила развитие в работах В.В. Новожилова и Ю.И. Кадашевича [157 – 160]. Однако все эти работы имеют пока больше теоретическое значение, чем практическое. Сдерживает использование в инженерной практике критериев на основе статистического распределения напряжений отсутствие достаточного количества данных о виде функции распределения компонент тензоров напряжений и деформаций на микроуровне, и весьма проблематично получить достоверно такие сведения опытным путем. Для непосредственного широкого использования в практических расчетах требуются более простые формулы. Тем не менее, статистическая теория, позволяющая описать процессы деформирования и разрушения с единых физических позиций, наиболее перспективна, поскольку именно она позволила бы разработать математический аппарат обобщенной теории прочности твердых тел.

Введя в статистическую теорию Вейбулла дополнительно функцию распределения разрушаемых элементов по их ориентации относительно главных напряжений, В.Д. Харлаб [161] разработал вариант статистической теории хрупкого разрушения твердых тел при сложном напряженном состоянии. В работе [161] обобщение вейбулловской теории исходит из трактовки первичного разрушаемого элемента как плоского дефекта.

Конкретизация предложенной теории В.Д. Харлаба для объектов, которые можно представить моделью фрикционной системы, была осуществлена Н.Б. Левченко и В.Д. Харлабом [162]. В общую статистическую теорию введено условие микроразрушения первичного элемента в виде "кулоновского" закона:

$$|\tau_n| + \zeta \sigma_n = s, \quad (3.21)$$

где n – нормаль к плоскости возможного дефекта; σ_n и τ_n – нормальное и касательное напряжения в сечении образца с нормалью n ; ς и s – постоянная и случайная характеристики прочности. Для случайной характеристики s функция распределения определена теорией В.Д. Харлаба, она в итоге мало отличается от нормального распределения с теми же математическим ожиданием и дисперсией.

Показано [162], что конкретизированный вариант теории соответствует опытным данным для объемного сжатия и различных видов плоского напряженного состояния бетона с соотношением прочностей равновеликих образцов при растяжении и сжатии $\chi = R_p / R_c = 0,127$.

Несколько раньше эти же авторы [163] разработали другой вариант статистической теории прочности бетонов и любых схожих по структуре материалов, разрушающихся при небольших деформациях в условиях сложного напряженного состояния. Модель хрупкого материала представлена как совокупность кристаллических неразрушаемых "зерен", связанных между собой "контактами" в виде чрезвычайно тонких плоских (несколько молекулярных слоев) твердообразных прослоек (для бетонов – это прослойки воды). Зерна и контакты в этой модели образуют внутреннюю структуру "физической точки" сплошной среды. Ансамбль "зерен" и "контактов" авторы [163] рассматривают как фрикционную систему, для которой условием единичного микроразрушения приняли закон Аммонтона-Кулона вида (3.21). Разрушение материала на макроуровне представили процессом накопления микроразрушений "контактов"; вероятность этого процесса связали с плотностью распределения ориентаций "контактов", плотность распределения "контактов" по прочности и "весовым" вкладом в общую поврежденность вида напряженного состояния в "физической точке".

Немаловажно, что авторы статистической теории [163] считают, что всегда должно иметь место различие между поведением материала при растяжении и сжатии, т.е. константа ς в условии (3.21), которой в теории придается смысл "коэффициента трения", не может быть в точности равна нулю даже для высокопластичного материала. Это авторы согласуют с известным фактом, что угол между осью образца и плоскостями пластического скольжения в случае растяжения несколько больше, а в случае сжатия несколько меньше 45° [138].

В работе [163] выполнены теоретические исследования для случая простого нагружения и треугольного симметричного распределения плотности случайных параметров "контактов". Исследования позволили объяснить причину увеличения прочности бетонов продольному сжатию при добавлении равномерного бокового давления, объяснить наблюдаемое наиболее вероятное направление трещин при некоторых видах напряженного состояния. Работа [163] являлась частью попытки построения единой статистической теории усадки, ползучести и прочности твердых тел типа бетона.

Следует отметить и еще одну работу В.Д. Харлаба (1994 г.) [164]. Им была предложена идея учета неоднородности полей напряжений регулярного и сингулярного характера при оценке хрупкого разрушения. Идея заключается в том, что в формулу эквивалентного напряжения хрупкого разрушения вносится добавка в виде относительного приращения этого эквивалентного напряжения на характерном размере:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} \left(1 + \frac{\Delta\sigma_{\text{ЭКВ}}}{\sigma_{\text{ЭКВ}}} \right) \leq S_p, \quad (3.22)$$

где S_p – стандартный предел прочности материала при одноосном однородном напряженном состоянии (при растяжении).

Показано [164], что для такой обобщенной формы критерия условие прочности бездефектного материала и условие трещиностойкости линейной механики разрушения становятся частными случаями. Характерный размер, на котором следует вычислять градиентную поправку $\Delta\sigma_{\text{ЭКВ}} / \sigma_{\text{ЭКВ}}$, автор [164] предлагает определять опытным путем по результатам стандартных испытаний на прочность при растяжении и изгибе.

Предложенный критерий (3.22) хорошо согласуется с результатами испытаний на чистый изгиб бетонного прямого бруса и круглой стеклянной пластинки, с результатами решений известных из теории упругости задач Ламэ, Кирша, Фламана, с решением Гриффитса для растяжения плоскости с трещиной [164]. Важно и то, что он устанавливает связь механики сплошной среды с механикой трещины.

В 1952 г. В.В. Новожилов показал [106], что интенсивность касательных напряжений $\tau_i = \sigma_i / \sqrt{3}$, которая с точностью до константы соответствует левой части условия предельного состояния IV гипоте-

зы, можно представить как среднеквадратичное значение всех касательных составляющих напряжений τ_{Ω} , действующих на площадках, касательных к сферической поверхности Ω при неограниченном уменьшении радиуса этой поверхности (см. уравнение (2.7)). Учитывая хаотический характер ориентации структурных микроэлементов материала и тот факт, что скольжение этих микроэлементов происходит по самым разнообразным площадкам, можно согласиться, что не максимальное, а именно среднее касательное напряжение является мерой сопротивления разрушению. В этом случае IV гипотеза становится гипотезой среднестатистического касательного напряжения.

Если составить выражение для среднеквадратичного отклонения компонент главных напряжений от среднего значения, то оно также, с точностью до постоянного множителя, будет совпадать с интенсивностью напряжения:

$$\frac{(\sigma_1 - \sigma_0)^2 + (\sigma_2 - \sigma_0)^2 + (\sigma_3 - \sigma_0)^2}{3} = \frac{2}{9} \sigma_i^2. \quad (3.23)$$

На этот факт обратил внимание в 1953 г. С.Д. Пономарев [165], который предложил новую трактовку классической IV гипотезы прочности: "Предельное состояние материала (состояние текучести) в окрестности точки тела, независимо от того, находится ли тело в линейном или сложном напряженном состоянии, наступает тогда, когда среднее квадратичное уклонение тензора напряжений от гидростатического напряжения достигает предельной величины, которую можно найти из опытов с линейно напряженным образцом". Таким образом, условие предельного состояния IV гипотезы в самой простой форме отражает статистический характер прочности твердого тела. Возможно, именно поэтому она нашла широкое применение в практике инженерных расчетов.

На основе процедуры однофакторного дисперсионного анализа, используя идею нормирования напряжений (представление решения в относительных координатах), В.А. Маньковский в 1982 г. [147, 148] получил уравнение предельного состояния в виде

$$\left(\frac{\sigma_3}{\bar{S}_3}\right)^2 = \sum_{j=1}^3 \left(\frac{\sigma_j}{\bar{S}_j}\right)^2 - k \left(\frac{\sigma_1 \sigma_2}{\bar{S}_1 \bar{S}_2} + \frac{\sigma_2 \sigma_3}{\bar{S}_2 \bar{S}_3} + \frac{\sigma_3 \sigma_1}{\bar{S}_3 \bar{S}_1}\right), \quad (3.24)$$

для которого критерием достижения предельного состояния является функция от инвариантов тензоров нормированных напряжений:

$$k_0 I_1^2(T_{\bar{\sigma}}) + I_2(D_{\bar{\sigma}}) = \text{const}. \quad (3.25)$$

В этих уравнениях: k и k_0 – параметры неопределенной природы, отражающие характер влияния шарового тензора, поэтому в общем случае принимающие любой алгебраический знак; \bar{S}_j – среднее значение предела прочности или предела текучести, полученное из макроопытов на одноосное напряженное состояние, при этом материал имеет разные характеристики сопротивления одноосному растяжению и сжатию $\bar{S}_{jp} \neq \bar{S}_{jc}$; величина σ_j / \bar{S}_j – нормированное значение эквивалентного напряжения, константа предельного состояния, которая является неопределенной по той же самой причине неизвестности характера влияния шарового тензора; $I_1(T_{\bar{\sigma}})$ – линейный инвариант тензора нормированных напряжений; $I_2(D_{\bar{\sigma}})$ – квадратичный инвариант девиатора нормированных напряжений $\bar{\sigma}$.

Поскольку параметр k в зависимости от характера влияния шарового тензора принимает различные значения по величине и знаку, то уравнению (3.24) соответствуют предельные поверхности различной геометрии: эллипсоид, параболоид, конус и противоречащий постулату Друккера гиперболоид. Автор [148] предлагает определять параметр k уравнения (3.24) как регрессионный параметр с помощью процедуры оптимизации, например, методом наименьших квадратов. В целом, уравнение (3.24) дисперсионного критерия (3.25) по своей структуре и общности содержания аналогично математической модели Ю.И. Ягна; различие заключается в природе параметров уравнений (k, m, n, l).

Статистический подход, предложенный В.А. Маньковским, позволяет также получить уравнения предельных состояний в относительных координатах, которые согласуются с полученными ранее решениями М.М. Филоненко-Бородича (1961 г.) [124]; Ю.И. Кодашевича – В.В. Новожилова (1958 г.) [157]; И.И. Гольденблатта – В.А. Копнова (1968 г.) [141] и многими другими решениями, известными в механике деформируемого твердого тела. Это подробно проанализировано в работе В.А. Маньковского

[148]. Статистический подход позволил автору [148] в терминах математической статистики интерпретировать наиболее распространенные в инженерной практике критерии прочности и позволил получить такое дисперсионное условие прочности, которое при некоторых допущениях отвечает большинству известных опытов.

Таким образом, теоретические исследования В.А. Маньковского [147, 148] убедительно показали, что статистическая теория открывает возможность к построению обобщенной теории прочности твердых тел. Однако следует отметить, что предложенная форма дисперсионного критерия (3.25), как частного результата построения такой обобщенной теории, имеет существенный недостаток – неопределенность параметра, отражающего влияние шарового тензора.

Имеются данные, что прочность связана не только с масштабом образцов, но и с масштабом дефектов, присутствующих в них. Статистический подход к анализу прочности и долговечности ориентированных полимерных пленок и волокон [166, 167] позволил количественно объяснить открытое в 1960-е гг. Г.М. Бартеневым и Л.К. Измайловой [168] существование дискретных уровней прочности и долговечности, что связано с дискретным характером дефектности структуры, статистически обуславливающей ее неоднородность и спектр релаксационных явлений. Свойство дискретности прочности и долговечности отличает процесс разрушения тонких (высокопрочных) образцов от разрушения массивных (низкопрочных) образцов. Работы Б. Цоя, Э.М. Карташова, В.В. Шевелева и А.А. Валишина [166, 167] обобщают результаты работ школы Г.М. Бартевева, анализируют особенности процессов разрушения полимерных образцов на различных дискретных уровнях напряжений в температурных, радиационных полях и диффузионных средах. Работы являются развитием молекулярно-кинетической теории прочности полимеров на основе объединения уравнений термофлуктуационной концепции разрушения, математической теории трещин, термодинамики и математической статистики. Вся совокупность приведенных и проанализированных в книгах теоретических и экспериментальных данных свидетельствует о том, что достоверные сведения о прочностных свойствах образцов конструкционных материалов, как блочных, так и тонких, можно получить только на основе разработки физической теории разрушения и использовании методов статистического анализа.

3.5. О ЕДИНОЙ ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Существование двух видов предельного состояния – развитие больших деформаций и разделение на части, – не вызывает сомнения. Возникает вопрос, какое из предельных состояний достигается раньше при каждом конкретном случае внешнего воздействия?

Первой наглядной демонстрацией очередности предельных состояний стала опубликованная в 1924 г. схема А.Ф. Иоффе [67].

Согласно этой схеме (рис. 3.9) при температурах ниже некоторой предельной $T' < T_{хр}$ вначале достигается состояние разрыва образца, при этом предельное состояние текучести становится практически недостижимым и разрушение имеет хрупкий характер. При температурах выше температуры хрупкости $T'' > T_{хр}$ достигаются оба предельных состояния: вначале текучесть, а затем разрыв. В этом случае разрушение носит вязкий характер.

Решив вопрос принципиально, схема А.Ф. Иоффе стала отправной в дальнейших теоретических разработках единой теории прочности. Целью такой теории является разработка критерия и метода использования этого критерия для оценки очередности достижения предельных состояний и величины компонентов напряжений сложного напряженного состояния по опытным данным, имеющимся для простых напряженных состояний.

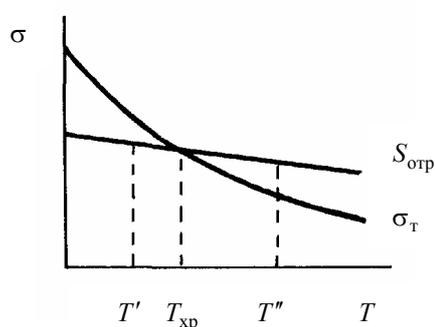


Рис. 3.9

Следует отметить, что критерии прочности О. Мора, В. Сдобырева и Г.С. Писаренко – А.А. Лебедева, которые содержат в себе классические критерии прочности и пластичности, являются простейшими примерами обобщенного подхода к оценке прочности твердых тел. Однако соответствующие им уравнения предельного состояния не позволяют однозначно установить, какой характер разрушения (хрупкий или вязкий) будет при каждом конкретном виде сложного напряженного состояния. Такую двойную информацию, и о величине предельного напряжения, и о характере разрушения, могут нести в себе более сложные построения, например, диаграммы механического состояния материала.

По-видимому, первой такой диаграммой является схема П. Людвига (1909 г.) [169], содержащая элемент кинетического подхода (рис. 3.10). На схеме отражено влияние скорости деформирования $\dot{\epsilon}$ на величину деформации в момент разрыва при одноосном растяжении. Предполагалось, что скорость деформирования не влияет на сопротивление отрыву S_p , хотя опыты показывают значимую зависимость разрушающего напряжения от скорости нагружения и скорости деформирования (закон Коффина-Мэнсона). Позднее, в 1927 г., П. Людвик предложил в качестве фактора, способствующего изменению механического состояния, отношение $(\sigma_1 - \sigma_3)/\sigma_1$. Оба предложения П. Людвига послужили основой для схем других авторов.

В 1933 г. А.И. Дымовым [59, с. 255] были проанализированы отношения значений предельных сопротивлений, вычисленных по I и III гипотезам прочности при хрупком и вязком разрушении материалов. Его схема предельных состояний представлена на рис. 3.11: $S_{отр}$ – предельное напряжение нормального отрыва; τ_r и τ_{max} – касательные напряжения текучести и в момент отрыва.

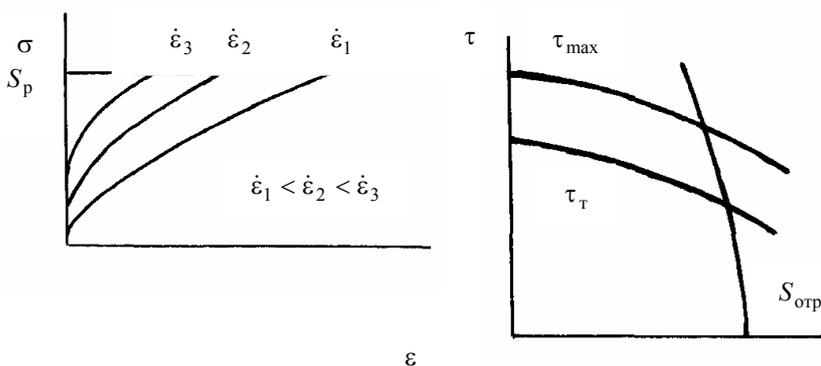
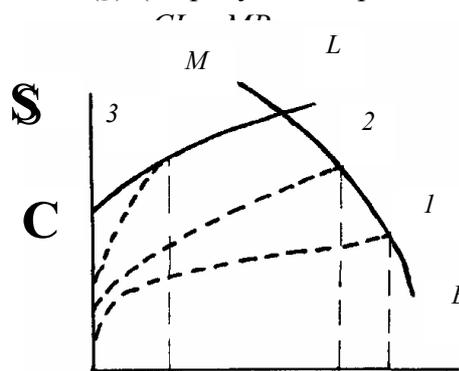


Рис.

Рис. 3.11

Давиденковым Н.Н. в 1936 г. [169, с. 158] в качестве рабочей гипотезы было предложено хрупкое (квазихрупкое из-за присутствия пластических деформаций) разрушение оценивать сопротивлением хрупкому отрыву, а вязкое (квазивязкое при недостаточной пластической деформации) – сопротивлением вязкому разрушению.

На схеме Н.Н. Давиденкова (рис. 3.12): CL – кривая сопротивления хрупкому отрыву; MB – кривая сопротивления вязкому разрушению; штриховыми линиями 1, 2, 3 изображены диаграммы растяжения $S(g)$ (на рисунке сохранены авторские обозначения). Точки пересечения диаграмм с предельными кри-



зывают на характер разрушения.

Для отрыва для многих пластичных материалов определить не просто, так же и для вязкого разрушения. Для получения этой характеристики используются специальные методы. Для получения этой характеристики используются специальные методы. Для получения этой характеристики используются специальные методы. Для получения этой характеристики используются специальные методы.

идею изображения сложного напряженного состояния в осях $\sigma_1 - \tau_{max}$ лида напряженного состояния имеет свой угол наклона. На рис. 3.13 линия 1

Рис. 3.12

соответствует растяжению ($\sigma_1 / \tau_{\max} = 0,5$), а линия 2 – кручению ($\sigma_1 / \tau_{\max} = 1$).

Идеи А.И. Дымова, Н.Н. Давиденкова и М. Генсамера были использованы в оригинальном предложении единой теории прочности, сделанном в 1943 г. Я.Б. Фридманом [170]. Он принял за основу два классических критерия: для вязкого разрушения – максимальное касательное напряжение τ_{\max} , а для хрупкого – максимальную деформацию и соответствующее ей эквивалентное напряжение σ_3^{II} , вычисленное с использованием закона Гука. Полагая, что существует единая деформационная кривая для всех напряженных состояний, он экспериментальным путем построил обобщенную диаграмму сдвига и по ней определил две предельные характеристики: предел текучести τ_T и разрушающее напряжение $\tau_{\text{сдв}}$. Считая, что эти предельные характеристики являются константами материала и не зависят от вида напряженного состояния, Я.Б. Фридман построил диаграмму предельного состояния материала в осях $\tau_{\max} - \sigma_3^{\text{II}}$ (рис. 3.14).

На этой диаграмме силовые константы материала τ_T , $\tau_{\text{сдв}}$ и предельное сопротивление отрыву $S_{\text{отр}}$ (устанавливается опытами на осевое растяжение) изображаются прямыми линиями, параллельными осям, а напряженное состояние исследуемого однократного простого нагружения – наклонной линией. Угол наклона линии каждого напряженного состояния определяется отношением двух критериальных напряжений, вычисленных для этого напряженного состояния, $\text{tg}\alpha = \tau_{\max} / \sigma_3^{\text{II}}$. Тогда образцы, находящиеся в условиях напряженного состояния 1 (на рис. 3.14) будут разрушаться хрупко путем нормального отрыва. Линия 2

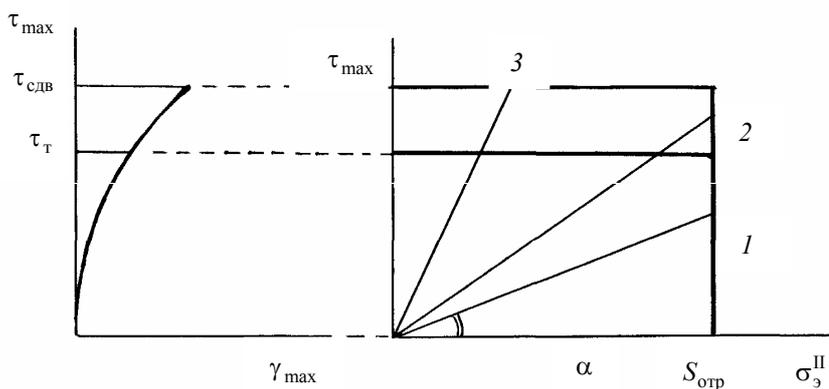


Рис .

диаграммы механического состояния соответствует такому напряженному состоянию, при котором в образцах материала вначале будет достигнуто состояние текучести, но разрушение произойдет путем нормального отрыва. Такое разрушение называют квазихрупким. В условиях напряженного состояния 3 в материале при нагружении вначале возникнет состояние текучести, а затем – вязкое разрушение по схеме сдвига при больших деформациях.

Как все оригинальное и значимое, теория Я.Б. Фридмана привлекла к себе внимание. На страницах журнала "Заводская лаборатория" в 1951 – 52 гг. Н.Н. Давиденковым была развернута дискуссия на тему о критерии, методе и возможности существования единой теории прочности. Накопленные к тому времени опытные данные зарубежных и российских ученых свидетельствовали об отсутствии единой деформационной кривой, т.е. о влиянии шарового тензора на диаграмму деформирования $\tau_{\max} - \gamma_{\max} \cdot A$. Опытные данные П.В. Бриджмена [56] и С.И. Ратнер [28] с высоким давлением – о влиянии шарового тензора на предельную пластичность τ_T и разрушающее напряжение $\tau_{сдв}$ свидетельствовали об отсутствии деформационных и силовых предельных констант материала.

Руководитель дискуссии Н.Н. Давиденков ограничил ее рамками инженерной постановки вопросов, "оставив в стороне соображения о самом механизме разрушения" [171]. Возможно, что именно поэтому дискуссия в 1952 г. завершилась выводом о невозможности единой теории прочности. Однако следует признать, что, имея все вышеперечисленные недостатки, диаграмма Я.Б. Фридмана позволяет все же не количественно, а качественно объяснить многие экспериментально наблюдавшиеся факты – и в этом ее вклад весьма положителен.

Подводя итог в анализе существующих критериев прочности и текучести материалов, следует отметить, что общим недостатком является то, что каждый из этих критериев находит лишь ограниченное применение: для материала конкретного вида и узкого диапазона напряженных состояний. Например, критерий Ю.И. Ягна – для чугуна, некоторых цветных металлов и поливинилхлорида; критерий В.П. Сдобырева – для длительной прочности жаропрочных сталей; критерий И.И. Гольденблатта – В.А. Копнова – для плоского напряженного состояния в термопластах и анизотропных материалах; критерий Л.К. Лукши (1978 г.) – для двухосного сжатия бетонов и т.д. Кроме того, новые полуэмпирические критерии с целью более точного математического описания поля опытных данных содержат большое количество аппроксимационных констант – и это делает их громоздкими и неудобными в практических расчетах на прочность.

Вторым общим недостатком является то, что механика сплошного деформируемого твердого тела считает текучесть и разрушение не процессом, а критическим состоянием, после достижения которого в локальной зоне объекта (изделия или образца материала) весь объект теряет несущую способность. Но благодаря работам многих зарубежных исследователей в 20-х, 30-х и 40-х годах, а в России исследованиям Н.Н. Давиденкова, С.И. Ратнер, Я.Б. Фридмана, И.А. Одингга, В.С. Ивановой, А.П. Александрова, С.Н. Журкова, Я.И. Френкеля и других (см., например, библиографию в [1, 2, 9, 20, 34, 44, 59, 71, 107, 124, 125, 146, 167]) уже к середине XX в. стало ясно, что не существует единых силовых и деформационных констант текучести и разрушения, а пластичность и прочность твердых материалов зависит от температуры, скорости деформирования и нагружения, вида напряженного состояния, времени пребывания под нагрузкой, давления и других факторов внешнего воздействия.

Очевидно, что исключить вышеуказанные недостатки можно построением математической модели критериев текучести и прочности на основе физических представлений о разрушении твердых тел.

Глава 4

ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И РАЗРУШЕНИЯ

Можно считать общепризнанной точку зрения на разрушение как на процесс накопления повреждений (разрывов межатомных связей, субмикро – и микротрещин...), который происходит с самого начала приложения нагрузки. Математическое моделирование процесса осуществляют методами континуальной теории накопления дефектов и теории трещин. В континуальной теории моделируют процесс накопления повреждений, рассеянных равномерно по всему объему материала, а в теории трещин – процесс разделения тела на части. Кинетические уравнения, отражающие процесс повреждения материала под нагрузкой, могут быть как эмпирическими, так и иметь физическую трактовку. Ясно, что последние являются более перспективными. Высказанные В.В. Новожиловым [172] соображения о соотношении феноменологических и физических теорий пластичности справедливо и для теорий разрушения и прочности: "Вероятно, когда-нибудь основные результаты фе-

номенологической теории пластичности будут выведены из статистической теории твердых тел и тогда (подобная судьба была у закона Бойля-Мариотта) они приобретут физическое обоснование".

4.1. ТЕРМОФЛУКТУАЦИОННАЯ КОНЦЕПЦИЯ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

1.2.1. ДОЛГОВЕЧНОСТЬ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Универсальность временной зависимости прочности, наблюдаемой при механических испытаниях силикатных стекол, полимеров, металлов и монокристаллов, позволила ряду исследователей (Ф. Цвики в 1923 г., А. Смекалю в 1936 г., Е.Ф. Понселе в 1944 – 1946 гг. [173, 174]) выдвинуть предположение о том, что временная зависимость заложена в самом физическом механизме разрушения, связана с собственным тепловым движением атомов, молекул и других структурных единиц, то есть имеет термофлуктуационную природу.

В 1951 г. В.Р. Регелем [175] был установлен универсальный характер временной зависимости прочности в виде:

$$\sigma = \beta \lg(a / \tau); \quad (4.1)$$

$$\tau = a \exp(-\beta\sigma), \quad (4.2)$$

где a и β – константы материала; τ – долговечность, или время, в течение которого в нагруженном теле происходят процессы, приводящие к разделению его на части (к хрупкому разрушению).

В 1952 г. в лаборатории физики прочности ФТИ им. А.Ф. Иоффе под руководством С.Н. Журкова были организованы систематические исследования температурно-временной зависимости прочности твердых тел. На основе механических испытаний были выполнены феноменологические исследования долговечности металлов и сплавов, полимерных пленок и волокон, блочных пластмасс и монокристаллов с металлической, ионной и ковалентной связью. Опыты показали, что для большинства твердых материалов зависимости $\lg \tau$ от напряжения σ при разной температуре образуют "веер" прямых, при экстраполяции сходящихся в одной точке. Примеры таких "вееров" для трех существенно различных твердых тел, поликристаллического металла, ориентированного полимера и ионного кристалла, показаны на рис. 4.1 [173, с. 56]: a – для алюминия при температуре 18 °С (1), 100 °С (2), 200 °С (3) и 300 °С (4); b – для капрона при – 100 °С (1), –60 °С (2), 18 °С (3), 80 °С (4) и 130 °С (5); v – для каменной соли при 400 °С (1), 500 °С (2) и 600 °С (3).

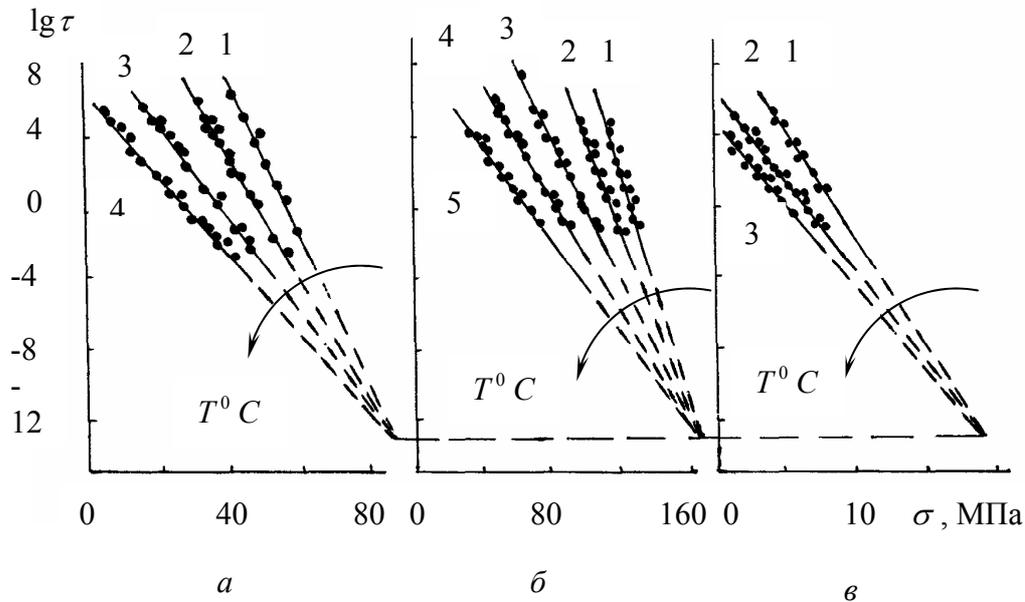


Рис. 4.1

Исследования влияния температуры на константы a и β формул (4.1) и (4.2) позволили С.Н. Журкову предложить носящую его имя формулу для долговечности [176]:

$$\tau = \tau_0 \exp \frac{U_0 - \gamma' \sigma}{RT} \quad (4.3)$$

где U_0 – начальная энергия активации; γ' – структурно-чувствительная константа материала; τ_0 – предэкспоненциальный множитель; T – температура; $R = kN_A$; $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ (число Авогадро); $k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

Аналогичная формула ранее была получена другими авторами, но именно работами научной школы С.Н. Журкова [173] был вскрыт физический смысл констант U_0 и τ_0 . Оказалось, что при хрупком характере разрушения различных тел минимальное время пребывания материала под нагрузкой $\tau_0 \approx 10^{12} \dots 10^{13}$ с, что близко к периоду колебаний атомов. Для металлов, сплавов и монокристаллов с металлической связью энергия активации U_0 , найденная на основе изучения температурно-временной зависимости прочности, хорошо совпадает с энергией сублимации (испарения) – $E_{\text{субл}}$. Для кристаллов с ионной и ковалентной связями – с теплотой их образования. В металлах полная энергия связи атома со всеми его соседями равна сумме энергий одиночных межатомных связей, а энергия сублимации равна половине этой полной энергии. U_0 существенно отличается для разных материалов, но не зависит от термообработки, наполнения, легирования... Для полимеров величина U_0 хорошо коррелирует с величиной энергии активации процесса термохимической деструкции $E_{\text{акт}}$, которая в соответствии с известным правилом Семенова-Поляни приблизительно равна половине энергии диссоциации химических связей основной цепи полимера. Следует особо подчеркнуть, что в химической кинетике энергия активации – это не энергия прямой диссоциации межатомной связи, а энергетический барьер, который преодолевается флуктуациями теплового движения в результате сложного многостадийного процесса, приводящего к реализации химической реакции.

В своей работе 1957 г. [176] С.Н. Журков обращает внимание на то, что с понижением температуры крутизна прямых изотерм долговечности $\lg \tau(\sigma)$ возрастает. В низкотемпературной области (а для каждого типа твердых тел существует своя область) небольшое изменение σ приводит к чрезвычайно большому изменению долговечности (см. рис. 4.1). Создается иллюзия порогового характера разруше-

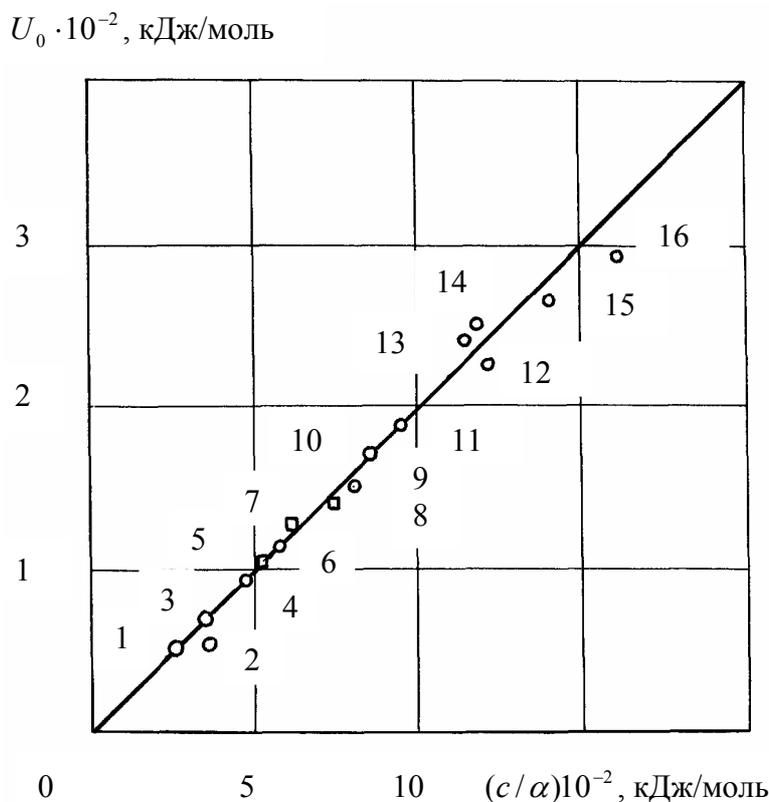
ния: небольшое снижение напряжения – и долговечность становится неизмеримо большой; небольшое увеличение напряжения – и долговечность становится настолько малой, что создается впечатление мгновенности разрушения. Именно веерообразный характер зависимостей долговечности $\lg \tau(\sigma; T)$ свидетельствует о плавном переходе из высокотемпературной в низкотемпературную область и о единстве временной зависимости прочности при термоактивационном характере разрушения. При этом такие механические характеристики как предел текучести и истинное напряжение в момент разрыва становятся условными. Они имеют значение только для инженерных расчетов, но теряют свое значение при суждении о физической природе прочности.

Основные выводы о термофлуктуационном характере разрушения твердых тел учеными ФТИ им. А.Ф. Иоффе были сделаны при анализе формулы (4.3) и изучении кинетики разрушения тел прямыми физическими и физико-химическими методами на объектах в виде различных линейных ориентированных полимеров [173]. Позже они были подтверждены С.Н. Журковым [177], на основе ангармонизма колебаний; установившим связь констант U_0 и γ' с фундаментальными характеристиками твердого тела – теплоемкостью c , коэффициентом теплового расширения α и модулем упругости E :

$$U_0 = (c/\alpha)\varepsilon_*; \quad \gamma' = \frac{c}{\alpha E} \kappa', \quad (4.4)$$

где ε_* – относительная величина предельного изменения межатомного расстояния, приводящего к разрыву; κ' – коэффициент локальной перегрузки связей.

Для кристаллических тел разных классов было подтверждено [177], что в случае хрупкого разрушения при одноосном растяжении U_0 равно энергии сублимации, а $\varepsilon_* = 0.2$. Это согласуется с современными представлениями физики твердого тела, так как при увеличении межатомного расстояния на 20 % энергия связи уменьшается на десятичный порядок [178]. Зависимость U_0 от c/α для ряда твердых материалов показана на рис. 4.2 [178, с. 62]: 1 – Cd; 2 – Zn; 3 – Mg; 4 – Pb; 5 – KCl; 6 – Al; 7 – NaCl; 8 – LiF; 9 – Cu; 10 – Ni; 11 – Fe; 12 – Ti; 13 – Pt; 14 – V; 15 – Nb; 16 – Mo.



В комплексе физических школой С.Н.

Рис. 4.2

результате механических исследований Журкова всего и научной была

разработана кинетическая термофлуктуационная концепция разрушения твердых тел (металлов и неметаллов) [173, 179].

Согласно термофлуктуационной концепции тепловое движение атомов, молекул и других структурных единиц рассматривается как решающий фактор процесса механического разрушения, а сам процесс представляет собой накопление в объеме материала разрывов основных химических (межатомных) и физических (межмолекулярных, межкристаллических, водородных ...) связей в результате флуктуаций тепловой энергии. В развитие концепции внесли вклад работы научных школ Г. М. Бартенева [180], С. Б. Ратнера [178] и других ученых. В работах научной школы Г.М. Бартенева рассматривалась кинетическая теория зарождения и развития микро- и макротрещин в полимерных материалах. В работах научной школы С.Б. Ратнера получила развитие кинетическая континуальная теория прочности и разрушения полимеров.

Конкретно вклад школы С.Б. Ратнера заключается в следующем. Во-первых, дополнено уравнение С.Н. Журкова введением еще одной константы – предельной температуры; доказано, что из уравнения физического состояния конденсированных тел [8] следует линейное падение энергии активации процесса вследствие термического расширения (эффект, установленный Г.М. Бартеньевым в фононной теории) и теплового давления, связанного с теплоемкостью [181, 182]. Во-вторых, разработана физически обоснованная теория саморазогрева при циклическом нагружении [74, 75, 183], которая хоть и проверена только испытаниями пластмасс, но основана на физических закономерностях, справедливых для любых твердых тел. В-третьих, показано, что переход от одного вида нагрузки к другому (растяжение, сжатие, изгиб, всестороннее сжатие, сдвиг) отражается на изменении только одной константы γ' , при этом другие физические константы материала сохраняют свое значение при любых видах нагрузки [184].

Уравнение С. Н. Журкова, модифицированное С. Б. Ратнером введением четвертой константы, отвечает опытным данным большинства твердых тел. Оно обобщено на случай хрупкого и пластичного разрушения в следующем виде [178]: для хрупкого разрушения

$$\tau = \tau_0 \exp \left[\frac{U_0 - \gamma' \sigma}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m'} \right) \right]; \quad (4.5)$$

для достижения критического деформирования (состояния текучести) и объемного вязкого разрушения

$$\tau = \tau_m \exp \left[\frac{U_m - \gamma \sigma}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right]. \quad (4.6)$$

Всего четыре константы определяют достижение любого предельного состояния. Как правило, для твердого материала соответствующие константы математических моделей (4.5) и (4.6) существенно отличаются друг от друга. Три из них имеют ясный физический смысл и не зависят от вида напряженного состояния. Основной константой является начальная энергия активации.

Пластическое деформирование и вязкое разрушение металлов представляют как процесс накопления разрывов физических связей и направленного перемещения различных дефектов. Энергия активации, установленная феноменологическими исследованиями, близка к энергии активации процесса самодиффузии $E_{\dot{a}\dot{e}\dot{o}}$. Как правило, величина энергии самодиффузии меньше энергии сублимации, $E_{\dot{a}\dot{e}\dot{o}} / E_{\dot{n}\dot{o}\dot{a}\dot{e}} \approx 2/3$.

Критическое деформирование и вязкое разрушение полимеров представляют как процесс накопления разрывов физических связей (межмолекулярных, водородных, Ван-дер-ваальсовых...). Энергия активации процесса U_m математической модели (4.6) для полимеров, как правило, существенно больше энергии активации хрупкого разрушения. Очевидно, из-за того, что размягчение реализуется через одновременный разрыв и перемещение (за одну тепловую флуктуацию) большого числа межмолекулярных связей, поэтому U_m кратна энергии связей между звеньями или структурными фрагментами, которые совершают относительные перемещения [173, 178, 181]. Значения энергетических констант некоторых материалов приведены в таблице 3П приложений.

Математические модели (4.5) и (4.6) отличаются от уравнения Журкова (4.3) наличием множителя $(1 - T/T_m)$, который устанавливает температурную границу реализации процесса преимущественного разрыва тех или иных связей в материале [178]. Так, для хрупкого разрушения T_m' – предельная температура существования материала как вещества, а для вязкого разрушения T_m – температура размягчения (стеклования в полимерах). Введение четвертой константы не меняет трактовку роли теплово-

го движения и работы внешних сил в термофлуктуационной концепции разрушения. Величины $1/T_m$ и $1/T_m'$ называют смещением полюса – точки, где сходятся прямые при их экстраполяции. На рис. 4.3 показан эффект смещения полюса, обнаруживаемый обработкой опытных данных одноосного растяжения (●) и изгиба (○) образцов полиметилметакрилата при напряжениях 10 – (1), 20 – (2), 30 – (3) 40 – (4) и 50 МПа – (5) [178, с. 67].

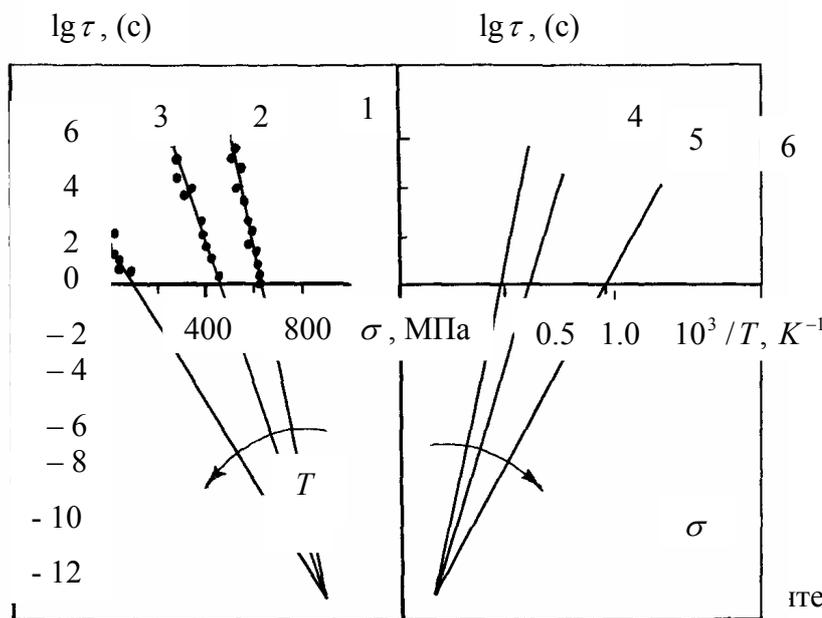
На рис. 4.4 показан результат обработки опытных данных, полученных при растяжении сплава никеля и титана [178, с. 67]: цифрами 1, 2, 3 показаны зависимости $\lg \tau(\sigma)$ для трех температур $T_1 < T_2 < T_3$ соответственно, а цифрами 4, 5, 6 показаны построенные по этим данным зависимости $\lg \tau(1/T)$ для напряжений $\sigma_4 < \sigma_5 < \sigma_6$; стрелками показано направление возрастания параметра в "веере".

С.Б. Ратнером теоретически установлено, что смещение полюса также связано с физическими константами: теплоемкостью c , термическим коэффициентом линейного расширения α и плотностью ρ [182]:

$$\frac{1}{T_m'} \cong \frac{c}{A\rho^2} + \alpha, \quad (4.7)$$

где A – характеристика сил межатомного притяжения.

Смещение полюса существенно для полимерных материалов; оно составляет величину порядка 10^{-3} K^{-1} . Для металлов, имеющих более высокую плотность по сравнению с полимерами, это смещение незначительно (практически не наблюдается), поэтому формула С.Н. Журкова (4.3) для них справедлива. Смещение полюса заметно у легких металлов и сплавов с ослабленным взаимодействием (так называемых "стареющих").



Дру
уравнен

T_m' и T_m соответственно, при которой м *Рис. 4.4* условиях любой нагрузки или без нее разрушается или размягчается в результате разрыва связей. При хрупком разрушении большинства твердых тел $\tau_0 = 10^{-12} - 10^{-13}$ с, что соответствует периоду собственных колебаний атомов. Ясно, что минимальная долговечность не может быть меньше периода колебаний атомов, так как за меньшее время атомы не смогут удалиться друг от друга настолько, чтобы разорвалась связь между ними. При вязком разрушении пластмасс τ_m соответствует периоду собственных колебаний более крупных структурных образований (кристаллов, молекул, сегментов и др.), поэтому величина минимальной долговечности τ_m , установленная экстраполяцией опытных данных, для многих полимеров на несколько порядков больше величины τ_0 . Подробно этот вопрос рассматривается в [187].

где τ_0 в уравнении (4.5) и τ_m в имально допустимой температуре

Роль напряжения, согласно уравнениям (4.5) и (4.6), заключается в снижении энергетического барьера и облегчении тем самым свершения элементарных актов разрыва связей. Влияние внешнего силового воздействия отражено произведением $\gamma' \sigma$ при хрупком разрушении и $\gamma \sigma$ при критическом деформировании. Вопрос о зависимости факторов γ' и γ от вида сложного напряженного состояния на сегодняшний день требует дополнительного теоретического и экспериментального решения.

Авторы концепции, рассматривая растяжение и сжатие образцов, не конкретизировали напряжение σ , считая его макроскопически средним. Они показали, что γ' – структурночувствительная константа материала, численно равная произведению флуктуационного объема ω на некоторый коэффициент β , характеризующий перенапряжение на отдельных связях $\gamma' = \omega\beta$ [173]. Б. И. Паншиным с сотр. [187] при исследовании кинетики механического стеклования полиметилметакрилата (ПММА) при небольших деформациях (до 1%) было обнаружено, что коэффициент γ зависит от вида напряженного состояния и распределения напряжения в образцах, то есть он имеет структурно-силовой характер, который предложено выразить следующим образом:

$$\gamma \sigma = \frac{\alpha_0}{v} \int \sigma_0 dv + \frac{\alpha_i}{v} \int \sigma_i dv, \quad (4.8)$$

где σ_0 – среднее напряжение в окрестности точки образца; σ_i – интенсивность напряжений; v – объем образца; $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_i > 0$ – постоянные материала с размерностью флуктуационного объема.

Для одноосного растяжения, одноосного сжатия, всестороннего сжатия, сдвига и чистого изгиба экспериментально получены следующие значения структурно-силовых констант γ : $(\alpha_0 / 3 + \alpha_i)$; $(-\alpha_0 / 3 + \alpha_i)$; $-\alpha_0$; $\sqrt{3}\alpha_i$ и $0,5\alpha_i$ соответственно. При этом авторы [187] вычисляли напряжения в точках исследуемого образца при изгибе по формулам сопротивления материалов как для линейноупругого деформирования. Однако в большинстве случаев соотношение структурночувствительных констант, установленных опытами при растяжении, изгибе и кручении образцов, значительно отличается от соответствующего соотношения, вычисленного с использованием формул сопротивления материалов по уравнению (4.8) [178, 184, 188]. Очевидно, это связано с физической нелинейностью материалов, особенно ощутимой при больших деформациях.

Рассматривая разрушение ряда аморфных и частично-кристаллических термопластичных полимеров в условиях однородных напряженных состояний разного вида и под давлением, С.Б. Айнбиндер с сотр. [42, 79] также предлагают выделить отдельно влияние шарового тензора, при этом структурно-силовой фактор формулы Журкова для квазихрупкого разрушения предлагают вычислять по формуле

$$\gamma' \sigma = \gamma'_0 \sigma_0 + \gamma'_1 \sigma_1, \quad (4.9)$$

а для критического вязкоупругого деформирования

$$\gamma \sigma = \gamma_0 \sigma_0 + \gamma_\tau \tau, \quad (4.10)$$

где γ'_0 , γ'_1 , γ_0 и γ_τ – константы, по мнению авторов, связанные только с активационным объемом; σ_0 , σ_1 и τ – среднее, первое главное и касательное напряжения соответственно.

Именно влиянием величины и знака среднего напряжения авторы [42, 79] объясняют различие в пределах прочности, пределах текучести и модулях упругости при растяжении, сжатии и сдвиге.

Из уравнений (4.5) и (4.6) следуют зависимости для так называемого предела прочности при хрупком разрушении

$$\sigma = \frac{1}{\gamma'} \left(U_0 - \frac{RT}{1 - T/T'_m} \ln \frac{\tau}{\tau_0} \right) \quad (4.11)$$

и предельного напряжения критического деформирования материала

$$\sigma = \frac{1}{\gamma} \left(U_m - \frac{RT}{1 - T/T_m} \ln \frac{\tau}{\tau_m} \right), \quad (4.12)$$

а также для зависящей от напряжения и времени его действия температуры хрупкого разрушения

$$T = \left(\frac{1}{T'_m} + \frac{R}{U_0 - \gamma' \sigma} \ln \frac{\tau}{\tau_0} \right)^{-1} \quad (4.13)$$

и критического пластического деформирования

$$T = \left(\frac{1}{T_m} + \frac{R}{U_m - \gamma \sigma} \ln \frac{\tau}{\tau_m} \right)^{-1}. \quad (4.14)$$

Все шесть уравнений выражают правило сило-температурно-временной аналогии при условии выяснения смысла произведений $\gamma' \sigma$ и $\gamma \sigma$. Тогда можно сказать, что согласно уравнениям (4.11) и (4.12) в пределах одного характера состояния материала под нагрузкой (либо хрупкого, либо вязкого) при длительном статическом нагружении напряженные состояния будут эквивалентными, если им соответствует одинаковая долговечность τ .

Другая координата полюса равна предэкспоненциальной константе τ_0 в уравнении (4.5) и τ_m в уравнении (4.6). Это минимальная долговечность материала при максимально допустимой температуре T'_m и T_m соответственно, при которой материал в условиях любой нагрузки или без нее разрушается или размягчается в результате разрыва связей. При хрупком разрушении большинства твердых тел $\tau_0 = 10^{-12} \dots 10^{-13}$ с, что соответствует периоду собственных колебаний атомов. Ясно, что минимальная долговечность не может быть меньше периода колебаний атомов, так как за меньшее время атомы не смогут удалиться друг от друга настолько, чтобы разорвалась связь между ними. При вязком разрушении пластмасс τ_m соответствует периоду собственных колебаний более крупных структурных образований (кристаллов, молекул, сегментов и др.), поэтому величина минимальной долговечности τ_m , установленная экстраполяцией опытных данных, для многих полимеров на несколько порядков больше величины τ_0 . Подробно этот вопрос рассматривается в [187].

Роль напряжения, согласно уравнениям (4.5) и (4.6), заключается в снижении энергетического барьера и облегчении тем самым свершения элементарных актов разрыва связей. Влияние внешнего силового воздействия отражено произведением $\gamma' \sigma$ при хрупком разрушении и $\gamma \sigma$ при критическом деформировании. Вопрос о зависимости факторов γ' и γ от вида сложного напряженного состояния на сегодняшний день требует дополнительного теоретического и экспериментального решения.

Авторы концепции, рассматривая растяжение и сжатие образцов, не конкретизировали напряжение σ , считая его макроскопически средним. Они показали, что γ' – структурно-чувствительная константа материала, численно равная произведению флуктуационного объема ω на некоторый коэффициент β , характеризующий перенапряжение на отдельных связях $\gamma' = \omega \beta$ [173]. Паншиным Б.И. с сотрудниками [187] при исследовании кинетики механического стеклования полиметилметакрилата (ПММА) при небольших деформациях (до 1 %) было обнаружено, что коэффициент γ зависит от вида напряженного состояния и распределения напряжения в образцах, т.е. он имеет структурно-силовой характер, который предложено выразить следующим образом:

$$\gamma \sigma = \frac{\alpha_0}{V} \int \sigma_0 dV + \frac{\alpha_i}{V} \int \sigma_i dV, \quad (4.8)$$

где σ_0 – среднее напряжение в окрестности точки образца; σ_i – интенсивность напряжений; V – объем образца; $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_i > 0$ – постоянные материала с размерностью флуктуационного объема.

Для одноосного растяжения, одноосного сжатия, всестороннего сжатия, сдвига и чистого изгиба экспериментально получены следующие значения структурно-силовых констант γ : $(\alpha_0/3 + \alpha_i)$; $(-\alpha_0/3 + \alpha_i)$; $-\alpha_0$; $\sqrt{3}\alpha_i$ и $0,5\alpha_i$, соответственно. При этом авторы [187] вычисляли напряжения в точках исследуемого образца при изгибе по формулам сопротивления материалов как для линейно-упругого деформирования. Однако в большинстве случаев соотношение структурно-чувствительных констант, установленных опытами при растяжении, изгибе и кручении образцов, значительно отличается от соответствующего соотношения, вычисленного с использованием формул сопротивления материалов по уравнению (4.8) [178, 184, 188]. Очевидно, это связано с физической нелинейностью материалов, особенно ощутимой при больших деформациях.

Рассматривая разрушение ряда аморфных и частично-кристаллических термопластичных полимеров в условиях однородных напряженных состояний разного вида и под давлением, С.Б. Айнбиндер с сотрудниками [42, 79] также предлагают выделить отдельно влияние шарового тензора, при этом структурно-силовой фактор формулы Журкова для квазихрупкого разрушения предлагают вычислять по формуле

$$\gamma'\sigma = \gamma'_0\sigma_0 + \gamma'_1\sigma_1, \quad (4.9)$$

а для критического вязкоупругого деформирования

$$\gamma\sigma = \gamma_0\sigma_0 + \gamma_\tau\tau, \quad (4.10)$$

где γ'_0 , γ'_1 , γ_0 и γ_τ – константы, по мнению авторов, связанные только с активационным объемом; σ_0 , σ_1 и τ – среднее, первое главное и касательное напряжения соответственно.

Именно влиянием величины и знака среднего напряжения авторы [42, 79] объясняют различие в пределах прочности, пределах текучести и модулях упругости при растяжении, сжатии и сдвиге.

Из уравнений (4.5) и (4.6) следуют зависимости для так называемого предела прочности при хрупком разрушении

$$\sigma = \frac{1}{\gamma'} \left(U_0 - \frac{RT}{1-T/T'_m} \ln \frac{\tau}{\tau_0} \right) \quad (4.11)$$

и предельного напряжения критического деформирования материала

$$\sigma = \frac{1}{\gamma} \left(U_m - \frac{RT}{1-T/T'_m} \ln \frac{\tau}{\tau_m} \right), \quad (4.12)$$

а также для зависящей от напряжения и времени его действия температуры хрупкого разрушения

$$T = \left(\frac{1}{T'_m} + \frac{R}{U_0 - \gamma'\sigma} \ln \frac{\tau}{\tau_0} \right)^{-1} \quad (4.13)$$

и критического пластического деформирования

$$T = \left(\frac{1}{T'_m} + \frac{R}{U_m - \gamma\sigma} \ln \frac{\tau}{\tau_m} \right)^{-1}. \quad (4.14)$$

Все шесть уравнений выражают правило сило-температурно-временной аналогии при условии выяснения смысла произведений $\gamma'\sigma$ и $\gamma\sigma$. Тогда можно сказать, что согласно уравнениям (4.11) и (4.12) в пределах одного характера состояния материала под нагрузкой (либо хрупкого, либо вязкого) при длительном статическом нагружении напряженные состояния будут эквивалентными, если им соответствует одинаковая долговечность τ .

4.2. ТЕРМОФЛУКТУАЦИОННАЯ КОНЦЕПЦИЯ РАЗРУШЕНИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ ПРИ ПЕРЕМЕННОМ ВО ВРЕМЕНИ НАПРЯЖЕНИИ

Представление о термофлуктуационной природе прочности применимо и к случаям сложного режима нагружения, если исходить из того, что разрушение – это необратимый процесс, происходящий во времени как накопление разрывов отдельных связей, и эти разрывы не исчезают после разгрузки твердого тела.

Для временной зависимости прочности (4.5) уравнение, составленное с использованием критерия Бэйли (1.23),

$$\int_0^{t_p} \frac{dt}{\tau_0 \exp \left[\frac{U_0 - \gamma' \sigma(t)}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right]} = 1 \quad (4.15)$$

позволяет предсказать время наступления хрупкого разрыва t_p и значение предельного напряжения $\sigma(t_p) = \sigma_p$ для различных режимов нагружения $\sigma(t)$. Аналогично и для вязкого (4.6) предельного состояния

$$\int_0^{t_p} \frac{dt}{\tau_m \exp \left[\frac{U_m - \gamma \sigma(t)}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right]} = 1. \quad (4.16)$$

Использование принципа суммирования было предложено в 1959 г. основателями термофлуктуационной концепции для оценки долговечности при однократном статическом нагружении постоянно возрастающей силой и при нагружении П-образными циклами [189]. Результат интегрирования уравнения (4.15) для случая статического растяжения с постоянной скоростью ($\sigma = \dot{\sigma} t$; $\dot{\sigma} = \text{const}$) дает следующие зависимости:

$$\sigma_p \approx \frac{1}{\alpha} \ln A \alpha + \frac{1}{\alpha} \ln \dot{\sigma}; \quad (4.17)$$

$$t_p \approx \tau_p \alpha \sigma_p, \quad (4.18)$$

где $A = \tau_0 \exp[U_0 (1 - T/T_m)/RT]$; $\alpha = \gamma'(1 - T/T_m)/RT$; τ_p – долговечность при длительном статическом растяжении напряжением σ_p .

Соотношение (4.17) показывает, что существует линейная зависимость между логарифмом скорости нагружения $\ln \dot{\sigma}$ и разрывным напряжением σ_p ; это напряжение может быть вычислено через параметры уравнения долговечности (4.5). Совокупности изобар и изотерм скоростей $\ln \dot{\sigma}$ зависимости (4.17) также образуют "веера" прямых, но они будут обратными по сравнению с веерами изобар и изотерм долговечностей $\ln \tau$.

Соотношение (4.18) показывает, что существует корреляционная связь между статической долговечностью τ_p и временем до разрушения t_p при однократном нагружении с постоянной скоростью.

Следует ожидать, что будет аналогичная (хотя и более сложная из-за $\sigma \sim \varepsilon^{1/m}$) корреляция статической долговечности и времени вязкого разрушения интегрального уравнения (4.16), составленного для случая растяжения с постоянной скоростью деформирования.

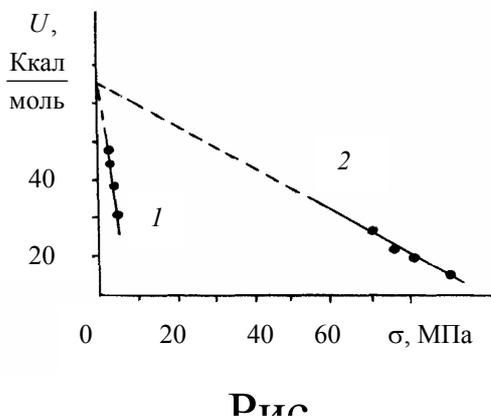
Зависимости (4.17) и (4.18) были подтверждены опытами по непрерывному нагружению оргстекла, алюминия и его сплавов, цинка, серебра и хлористого серебра [189]. Они дали основание авторам кинетической теории утверждать, что процесс разрушения имеет единую физическую основу как при статических, так и при любых меняющихся нагрузках.

Позже термофлуктуационная концепция разрушения при малоцикловом нагружении, многоциклового усталости, разрушении трещиной и даже при износе трением нашла развитие в экспериментальных и теоретических работах В.Р. Регеля, А.М. Лексовского, Г.И. Баренблатта, В.М. Ентова, Р.Л. Салганика, Г.М. Бартенева, И.В. Разумовской, Э.М. Карташова, С.Б. Ратнера с учениками. Обзоры результатов этих работ и основные достижения изложены в [173, 174, 178, 180]. В них рассматриваются вопросы математического моделирования процесса, исследуется эффект саморазогрева, влияние релаксационных свойств, концентрации напряжений в окрестности растущих дефектов и вершины магистральной трещины, а также границы применимости уравнений математических моделей при условии, что разрушение имеет термоактивационный характер.

Многие авторы полагают [173, 178, 179, 190 – 193], что отличие опытных данных и вычисленных по формулам (4.15) и (4.16) связано с отличием структурно-силовых параметров γ , поскольку при разных режимах нагружения по-разному сказывается эффект концентрации напряжений и неодинаково реализуются релаксационные эффекты.

На рис. 4.5 показан результат испытаний полистирола – один из серии испытаний различных материалов, выполненных под руководством В.Е. Гуля [192]. Экстраполяция графиков $U = f(\sigma)$ для режима (1) $\dot{\epsilon} = \text{const}$ и (2) $\sigma = \text{const}$ привела к одному и тому же значению $U_m = 55$ Ккал/моль, но структурно-чувствительный коэффициент γ для режима нагружения с постоянной скоростью деформирования существенно больше.

Можно согласиться с высказанным В.А. Степановым предположением о том, что случаи неравенства опытных значений долговечности и рассчитанных по кинетическим уравнениям (4.15) и (4.16) связаны не с



отклонениями от принципа суммирования, а с неточностью вычисления $\tau[\sigma(t)]$, подставляемой в интеграл Бэйли (1.23) [179]. И нужно согласиться с Н.Ф. Морозовым и В.В. Новожиловым, что наряду со значительными успехами теория прочности имеет и недостатки, в частности, отсутствие "достаточно простого и надежного критерия разрушения, применимого и к задачам статики, и к задачам динамики, и к задачам циклического нагружения" [194], который позволил бы с достаточной точностью вычислить долговечность $\tau[\sigma(t)]$ при любом виде напряженного состояния.

Следует подчеркнуть, что многие из упомянутых выше работ по физической механике материалов являются одновременно и конструктивной критикой, и утверждением справедливости кинетической концепции. Вид предложенных в них математических моделей разрушения, а именно наличие в этих уравнениях множителя Больцмана-Аррениуса $\exp[U/RT]$, равенство энергий активации процессов механо- и термодеструкций, а также связь предэкспоненциального множителя с периодом собственных тепловых колебаний разрушающихся структурных частиц – все это свидетельствует в пользу термофлуктуационного механизма пластического деформирования и разрушения.

4.3. УРАВНЕНИЕ БОЛЬЦМАНА-АРРЕНИУСА И УНИВЕРСАЛЬНОСТЬ ТЕРМОФЛУКТУАЦИОННОЙ КОНЦЕПЦИИ

Любое тело, газообразное или конденсированное, представляет собой совокупность материальных частиц, находящихся в тепловом движении и взаимодействующих друг с другом. Участвуя в хаотичном тепловом движении, каждая материальная точка во времени может менять свое положение в объеме тела, при этом и ее энергия (как сумма кинетической и потенциальной энергии) также принимает различное значение во времени.

Такая совокупность большого (в пределе бесконечного) числа элементов механической системы (атомов), находящихся в одинаковых с макроскопической точки зрения внешних условиях, была введена в рассмотрение Л. Больцманом в 1871 г. и названа им ансамблем с эргодическим распределением. Им было показано, что плотность n_r числа частиц в точке с координатой r будет подчиняться экспоненциальному закону [195]:

$$n_r = n_0 \exp[-U(r)/kT], \quad (4.19)$$

где n_0 – плотность числа частиц, соответствующая точке, в которой $U(r) = 0$; $U(r)$ – потенциальная энергия во внешнем поле.

Несколько позже, в 70-е гг. XIX в., для решения задач кинетической теории газов Л. Больцманом была выдвинута так называемая эргодическая гипотеза, согласно которой распределение во времени аналогично распределению в объеме. Это значит, что средние по времени физические величины, характеризующие систему, равны средним статистическим значениям, определяемым из макроскопических феноменологических наблюдений за объемом этой системы. В настоящее время эргодическая гипотеза успешно используется в решении задач статистической физики и термодинамики не только газов, но и любых конденсированных тел, хотя доказательств того, что реальные материальные системы являются эргодическими (т.е. их состояние полностью определяется распределением структурных составляющих по энергиям), пока нет из-за сложности проблемы в целом.

В 1889 г. С. Аррениусом была установлена температурная зависимость константы скорости k_x элементарной химической реакции [196]:

$$k_x = A \exp[-E_a / kT], \quad (4.20)$$

где A – предэкспоненциальный множитель (размерность совпадает с размерностью k_x); E_a – энергия активации.

Наличие множителя A связано с распределением Л. Больцмана (4.19) и с температурными и энергетическими границами возможности протекания реакции. Оказалось, что уравнение Аррениуса справедливо и для кинетики реакций поликонденсации, ступенчатой полимеризации, плавления, испарения, механохимических превращений. По аналогии со скоростью химической реакции (4.20) газопроницаемость полимерных материалов выражается коэффициентом диффузии [196]:

$$D = A \exp[-\Delta U_{\text{диф}} / RT], \quad (4.21)$$

где A – константа; $\Delta U_{\text{диф}}$ – энергия активации процесса диффузии.

Функцию Аррениуса $e^{-U/kT}$ содержит и предложенное в 1939 г. Н.Н. Давиденковым [30] уравнение для связи предела текучести со скоростью деформирования (1.6).

С позиции теории скоростей химических реакций был рассмотрен процесс ползучести и предложена формула скорости деформации $\dot{\epsilon}$ металлов В. Каушманом в 1941 г. [197], а аналогичная формула для скорости деформации полимеров предложена А.П. Александровым в 1945 г. [198]:

$$\dot{\epsilon} = \dot{\epsilon}_0 \exp\left[-\frac{Q_0 - \alpha\sigma}{RT}\right], \quad (4.22)$$

где $\dot{\epsilon}_0$ – частотный фактор; Q_0 – энергия активации процесса ползучести; α – константа, характеризующая активационный объем.

В настоящее время неупругая деформация – пластическая для кристаллических тел и вынужденно-эластическая для полимеров – рассматривается как процесс, происходящий во времени под воздействием напряжений при участии термических флуктуаций.

Кинетическая теория термоактивационного течения жидкостей [199] и металлов [26, 200] разработана Я.И. Френкелем, обобщена учеными лаборатории физики прочности ФТИ им. А.Ф. Иоффе на случай течения под нагрузкой любых конденсированных тел [173, 201], а отдельно для полимеров механизм термофлуктуационного течения рассмотрен в кинетической теории Г. Эйринга [202]. В научной литературе кинетическая теория течения в конденсированных телах называется кинетической теорией Френкеля-Эйринга. Согласно этой теории механизм течения осуществляется перемещением ("перескоком") отдельных структурных элементов (молекул, кристаллов, сегментов...) в соседнее положение, если оно свободно. В связи с неидеальностью структуры такие свободные места ("вакансии") в конденсированных телах имеются всегда, поэтому "перескоки" происходят всегда (и в отсутствие течения) только в результате флуктуаций тепловой энергии. Процесс течения происходит под действием внешней нагрузки, которая увеличивает вероятность "перескоков" в направлении своего действия.

Ясно, что вероятность "перескока" структурного элемента W_n в кинетической теории Френкеля-Эйринга тем больше, чем слабее интенсивность взаимодействия между структурными единицами и чем больше запас тепловой энергии в системе [196]:

$$W_n = v_0 \exp[-U_n / RT], \quad (4.23)$$

где v_0 – частота собственных колебаний структурного элемента, участвующего в "перескоке"; U_n – энергия активации, кратная энергии активации разрушающихся физических связей.

Сомножитель Больцмана-Аррениуса $\exp[U/RT]$ входит также в температурную зависимость времени релаксации вынужденных высокоэластических деформаций, в температурную зависимость вязкости жидкостей и расплавов и в формулы других физических кинетических уравнений [196].

Структурные элементы твердых тел, которые совершают колебательные движения относительно положения равновесия, в отдельный момент времени за счет флуктуаций тепловой энергии получают запас энергии, достаточный для преодоления взаимодействия с соседними элементами и перемещения в новое положение, бывшее прежде свободным. Преодоление взаимодействия означает кооперативный разрыв физических связей – процесс необратимый в металлах, а в полимерах – необратимый при температуре ниже температуры стеклования и обратимый при деформировании полимеров выше температуры стеклования [196]. В различных температурных условиях элементарные акты разрывов физических связей, посредством которых осуществляется макроскопическая деформация, могут быть разными, с разной начальной энергией активации [203], и не только на разных интервалах температуры, но и при разных напряженных состояниях [204, 205]. Так, В.А. Степановым с сотрудниками при исследовании ползучести ряда цветных металлов (Al, Pb, Cu) было установлено, что при растяжении в области низких температур энергия активации близка к энергии сублимации, а в области высоких температур – к энергии самодиффузии. При сжатии для всех температур энергия активации ползучести оставалась близкой к энергии самодиффузии [205].

На рис. 4.6 [179, с. 49] показано влияние вида напряженного состояния на энергию активации серебра (2, 3) и его сплава с 1,3 % алюминия (1, 4) при кручении (1, 2) и при растяжении по данным [206] (3, 4); на рисунке сохранено авторское обозначение размерности.

U , ккал/моль

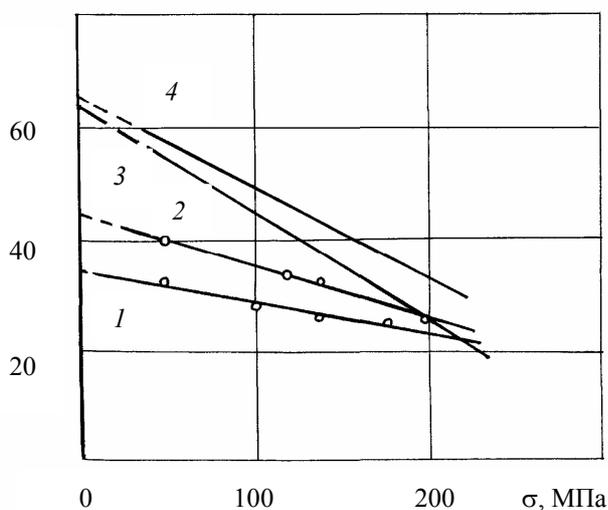


Рис 6

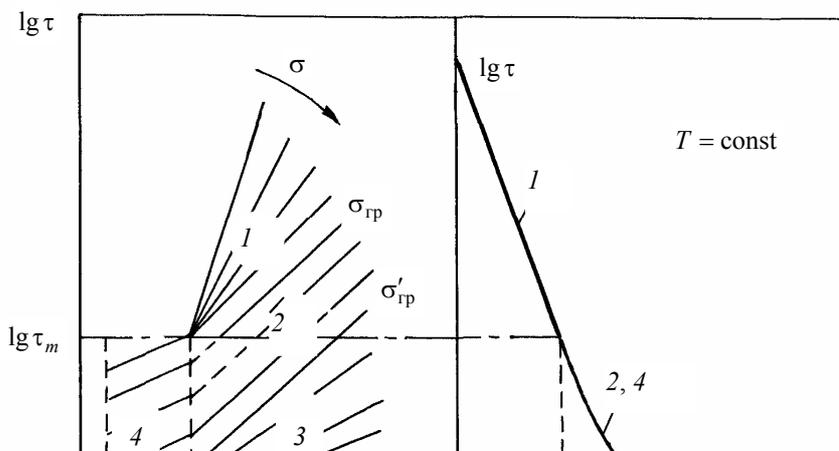


Рис.

На рис. 4.7 показана схема влияния температуры и напряжения на смену характера разрушения жестких полимеров [178, с. 95]: 1 – вынужденноэластическое состояние; 2 – хрупко-эластическое; 3 – хрупкое; 4 – высокоэластическое.

Испытания композиционных материалов, древесно-стружечных плит (ДСП), выполненные В.П. Ярцевым и О.А. Киселевой [207], показали, что при изгибе начальная энергия активации $U_0 = 213$ КДж/моль, а это близко энергии активации термодеструкции целлюлозы. При сжатии ДСП величина начальной энергии активации также отличается и составляет $U_m = 474$ КДж/моль, что объясняется преобладающей ролью деформационных процессов и разрывом межмолекулярных связей (нескольких десятков ван-дер-ваальсовых связей одновременно). Различались и другие физические константы силов-температурно-временной зависимости ДСП. Таким образом, хрупкость, упругость и пластичность – это не свойство, а состояние материала, которое полностью определяется энергией активации.

Из всего вышеизложенного следует, что кинетика различных термоактивационных процессов подчиняется единому закону – закону Больцмана-Аррениуса, а главной физической константой любого процесса является энергия активации U . Именно энергия активации определяет характер и направленность процесса; ее величина указывает, посредством каких элементарных актов осуществляется процесс в целом. По величине начальной энергии активации можно судить о характере разрушения – хрупкое оно или вязкое.

Поскольку хрупкость и пластичность – это не свойства твердого тела, а состояние, и одно и то же тело в зависимости от величины напряжения, температуры, времени (скорости нагружения), вида напряженного состояния может находиться то в хрупком, то в пластическом состоянии, обобщенный подход к оценке прочности возможен. Этот подход должен строиться на основе физической константы, полностью определяющей состояние твердого тела и, следовательно, характер разрушения. Такая физическая константа есть – это энергия активации.

4.4. ФУНКЦИЯ ВЕРОЯТНОСТИ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ ГИББСА И ЕЕ СВЯЗЬ С УРАВНЕНИЯМИ КИНЕТИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ

Любое твердое тело, являющееся объектом задачи о прочности и жесткости, представляет собой совокупность бесконечно большого числа структурных единиц – атомов, молекул, кристаллов, структурных сегментов и др. Состояние такой системы определяется не бесконечно большим количеством значений физических параметров структурных элементов, а вероятностными законами их распределения во времени и в пространстве (в объеме тела) – законами статистической механики, заложенными Д.К. Максвеллом, Л. Больцманом и окончательно оформленными в 1902 г. Дж.В. Гиббсом [208]. За столетие, прошедшее после опубликования труда Дж.В. Гиббса, показано, что любая частная статистическая теория, как классическая (атомистическая), так и квантовая, в наиболее строгом виде может быть построена на принципах статистической механики Дж.В. Гиббса. На основе метода Дж.В. Гиббса могут быть получены уравнения равновесной и неравновесной термодинамики, корреляционные соотношения теории флуктуаций, уравнения теории броуновского движения, уравнения физической кинетики [209]. При этом макроскопические законы и закономерно-

сти устанавливают между макроскопически измеряемыми параметрами при игнорировании соответствующих микроскопических характеристик вещества. О них в макроскопической теории могут быть лишь самые общие сведения. Можно говорить лишь о возможности значений энергии связей, скоростей и положений всех структурных единиц системы, – т.е. о вероятности этих величин.

Вероятность, как количественная мера возможности любого события, равна отношению числа равновероятных исходов, отвечающих данному событию, к общему числу равновероятных исходов. Для случая разрушения и критического деформирования вероятность W будет равна отношению числа активированных связей к общему числу связей:

$$W = \frac{N_a}{N}, \quad (4.24)$$

где N_a – число активных разрываемых связей, энергия которых вследствие притока энергии от тепловой флуктуации равна или превышает энергию активации процесса разрыва связи; N – общее число связей.

В полном соответствии с эргодической гипотезой Л. Больцмана существует "временное" и "частотное" определение вероятности осуществления события [209].

Для исследования состояния системы во времени применимо "временное" определение вероятности, а именно: вероятность пропорциональна времени пребывания системы в заданном состоянии. Тогда, если время разрушения всех N связей равно τ , а активированные связи разрушаются за время одного теплового колебания τ_0 , то вероятность разрушения или достижения состояния критического деформирования при длительном статическом нагружении будет равна

$$W = \frac{\tau_0}{\tau}, \quad (4.25)$$

где τ_0 – время пребывания системы в заданном состоянии, или время, в течение которого разорвется N_a активированных связей; τ – долговечность, вычисляемая по формулам (4.5) или (4.6). В последнем случае в качестве минимального времени следует принять τ_m .

Согласно эргодической гипотезе с течением времени все связи проходят через все возможные состояния, т.е. их энергия в какие-то моменты времени примет значение, равное или превышающее энергию разрыва. Следовательно, за каждый последующий ($i = 1, 2, 3, \dots$) интервал времени τ_0 число разорванных связей будет увеличиваться на величину N_a , а ресурс материала уменьшаться в целом на величину $w_\Sigma = \sum_i \tau_0 / \tau$. Нетрудно заметить, что выражение (4.25) совпадает с выражением для поврежденности. Из "временного" определения вероятности разрушения (4.25) следует закон суммирования повреждений (1.22) и (1.23), так как разрушение признается действительностью – свершившимся событием, когда накопленная вероятность этого события становится равной единице:

$$W_\Sigma = 1. \quad (4.26)$$

Уравнение (4.26) в статистической механике используется и как условие нормировки при выявлении констант функции статистического распределения.

"Частотное" определение вероятности будет следующим: вероятность пропорциональна частоте появления определенного события при многократном осуществлении опыта в неизменных условиях. Это определение предполагает возможность неограниченного повторения опыта в неизменных условиях, тем самым допускает возможность прогноза. При решении задач о прочности и жесткости частотное определение вероятности обосновывает правомочность судить о свойствах материала в целом по результатам исследования опытной партии образцов.

В статистической механике Дж.В. Гиббса плотность вероятности распределения элементов системы по энергиям выражается следующей экспоненциальной функцией (в ней сохранено обозначение Дж.В. Гиббса):

$$w = \exp\left[\frac{\psi - \varepsilon}{\theta}\right], \quad (4.27)$$

где распределение $\eta = (\psi - \varepsilon)/\theta$ – является линейной функцией ε ; ε – внутренняя энергия элемента системы, вычисляемая Дж.В. Гиббсом как сумма потенциальной и кинетической энергии в форме уравнения Гамильтона; ψ – энергия, при которой плотность вероятности равна единице; θ – модуль распределения, имеющий ту же размерность, что и энергия ε .

Ансамбль, в котором показатель вероятности является линейной функцией энергии, Дж.В. Гиббс назвал каноническим и показал, что каноническое распределение всецело определяется своим модулем θ (рассматриваемым как количество энергии) и природой рассматриваемой системы.

При непрерывном изменении внутренней энергии ε в системе вероятность отдельного события, связанного с уровнем этой величины, определяется интегральным выражением

$$W = \int_{\varepsilon} w(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (4.28)$$

Выразив основной параметр ε своих уравнений (4.27) и (4.28) в форме уравнения Гамильтона, Дж.В. Гиббс построил свою теорию, исходя из общих уравнений механики и не опираясь на конкретные модели вещества, тем самым обеспечил возможность применения теории для общего случая взаимодействующих частиц, а не только для газов.

Рассматривая вопрос о термодинамических аналогиях, Дж.В. Гиббс показал, что модуль распределения в статистическом уравнении соответствует температуре, а средний показатель вероятности, взятый с обратным знаком, соответствует энтропии; $\theta \rightarrow T$, $-\bar{\eta} \rightarrow S$. Тогда для задачи разрушения твердого тела плотность вероятности Дж.В. Гиббса в обозначениях, принятых в современной термодинамике, будет иметь вид

$$w = \exp\left[\frac{F - E}{RT}\right], \quad (4.29)$$

где $F = E - TS$ – свободная энергия Гельмгольца, изохорно-изотермический потенциал; E – удельная потенциальная энергия частиц, участвующих в рассматриваемом процессе; RT – среднее значение удельной кинетической энергии.

Преобразуем выражение (4.29) к виду

$$w = A \exp[-E / RT]$$

и постоянную A найдем из условия нормировки (4.26)

$$\int_0^{\infty} A e^{-E/RT} dE = 1,$$

КОТОРОЕ ПОСЛЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПРИНИМАЕТ ПРОСТОЙ ВИД ТАБЛИЧНОГО ИНТЕГРАЛА

$$A \int_0^{\infty} RT \frac{de^{E/RT}}{e^{2E/RT}} = 1.$$

Вычислив этот определенный интеграл, получим значение константы $A = 1/RT$. Окончательно плотность вероятности эргодического распределения Дж.В. Гиббса можно представить в виде

$$w = \frac{1}{RT} \exp\left[-\frac{E}{RT}\right]. \quad (4.30)$$

Согласно статистической механике Дж.В. Гиббса, если твердое тело представляет собой ансамбль систем с числом степеней свободы, равным числу структурных элементов (атомов, молекул, кристаллов и

т.д.), а плотность вероятности каждой системы является функцией ее энергии (справедливо эргодическое распределение Больцмана), в наблюдениях такое твердое тело выглядит как ансамбль систем с одинаковой энергией, равной некоторой среднестатистической величине [208]. Это и будет энергия активации U . Следовательно, все феноменологически установленные характеристики происходящих в теле процессов будут некоторыми среднестатистическими характеристиками, отражающими кооперативный характер этих процессов. Тогда вероятность разрушения, равная отношению числа активированных связей согласно уравнению (4.24), будет равна вероятности того, что энергия частиц системы в распределении (4.30) равна или больше энергии активации процесса разрыва связей $E \geq U$,

$$W = \frac{N_a}{N} = \frac{1}{RT} \int_U^{\infty} e^{-E/RT} dE = e^{-U/RT}. \quad (4.31)$$

Можно сказать, что энергия активации U – это некоторая среднестатистическая энергия, которой должны обладать реагирующие частицы (атомы, молекулы, кристаллы, структурные сегменты и т.д.), чтобы преодолеть потенциальный барьер, разделяющий исходное (целое) и конечное (разрушенное) состояние системы: $U = U_0 - \gamma\sigma$ для хрупкого и $U = U_m - \gamma\sigma$ для вязкого разрушения. При этом N_a элементов будут разрушены не мгновенно, а за минимальное с физической точки зрения время τ_0 , равное периоду собственных колебаний рассматриваемых элементов. При условии справедливости эргодической гипотезы Больцмана (распределение в пространстве аналогично распределению во времени) в каждый последующий период времени τ_0 дополнительно разрушается такое же относительное число активированных связей $N_a / N = e^{-U/RT}$. Процесс разрушения завершится по истечении времени τ , когда накопленная вероятность будет равна единице:

$$\frac{\tau}{\tau_0} e^{-U/RT} = 1. \quad (4.32)$$

Однако такое утверждение справедливо, когда вероятность разрыва связей существенно больше вероятности образования связей между структурными элементами. Такая направленность процесса, когда рекомбинацией связей можно пренебречь, возникает в твердых телах под нагрузкой. Тогда выражение (4.32) в преобразованном относительно долговечности τ виде при линейном снижении напряжением энергии активации

$$\tau = \tau_0 e^{\frac{U_0 - \gamma\sigma}{RT}} \quad (4.33)$$

будет совпадать с известными температурно-временными зависимостями Френкеля-Эйринга для текучести и с уравнением Журкова для разрушения.

Если отдельным интервалам времени $\Delta t_{(i)}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) соответствуют свои значения напряжения и температуры, то условием разрушения будет накопленная вероятность вида

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_{(i)}}{\tau_0} \exp\left[-\frac{U_m - \gamma_{(i)}\sigma_{(i)}}{RT_{(i)}}\right] = 1,$$

или с учетом (4.33) при ступенчатом изменении параметров

$$\sum_{i=1}^n \frac{\Delta t_{(i)}}{\tau_{(i)}} = 1, \quad (4.34)$$

а при непрерывном изменении

$$\int_0^{t_p} \frac{dt}{\tau[\gamma\sigma(t); T(t)]} = 1. \quad (4.35)$$

Уравнения (4.34) и (4.35), являясь уравнениями нормировки парциальных вероятностей, представляют собой известный принцип суммирования Бэйли.

С позиции статистической механики можно объяснить наблюдаемые в опытах отклонения от единицы принципа суммирования. Так, при малых величинах напряжений становится равновероятным процесс рекомбинации разорванных связей, и предельное состояние будет наблюдаться при значениях интегральной суммы больше единицы. В соответствии с теорией скоростей Эйринга скорость процесса разрыва становится соизмерима со скоростью образования связей, а суммарная скорость процесса выражается гиперболической зависимостью вида

$$v \approx \exp[-U/RT] \operatorname{sh}(\gamma\sigma/RT).$$

Если $\sigma \rightarrow 0$, то $\operatorname{sh}(\gamma\sigma/RT) \approx \gamma\sigma/RT$. Последнее означает, что при $\sigma \rightarrow 0$ время разрушения бесконечно велико.

На отдельных диапазонах высоких напряжений может наблюдаться совокупность нескольких физических процессов разрушений с разными энергиями активации (разрывы связей, движение отдельных вакансий, движение более крупных дефектов и т.д.). Если вероятности этих процессов соизмеримы, то неучет какого-либо из них приведет к кажущемуся отклонению от принципа суммирования. При этом предельные состояния будут наблюдаться при значениях интегральной суммы меньше единицы.

Таким образом, функция вероятности Гиббса $\exp[-U/RT]$ совпадает с функцией Больцмана-Аррениуса, входящей сомножителем в кинетические уравнения разрушения и деформирования. Следовательно, уравнения температурно-временной зависимости предельных напряжений (4.5)–(4.6) и кинетические уравнения повреждаемости (4.15)–(4.16) отражают статистический (вероятностный) характер процессов. Поэтому и решение задачи о критерии эквивалентности сложных напряженных состояний, т.е. о смысле и величинах $\gamma'\sigma$ и $\gamma\sigma$, следует искать в вероятностной энергетической постановке.

Глава 5

ВЕРОЯТНОСТЬ СТАТИСТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКИ КАК КРИТЕРИЙ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ

Рассматривая процесс термоактивационного разрушения как процесс накопления поврежденности, рассматривая условие перехода от хрупкого характера развития этого процесса к вязкому, рассматривая условие эквивалентности вызывающих развитие процесса напряженных состояний, всякий раз будем в качестве критерия принимать термодинамическую вероятность Гиббса.

5.1. КРИТЕРИЙ ПЕРЕХОДА ОТ ХРУПКОГО РАЗРУШЕНИЯ К ВЯЗКОМУ

В соответствии с подходом физики твердого тела будем считать твердое тело ансамблем структурных элементов, внутренняя энергия которых определяется потенциалами взаимодействия. Будем исходить из того, что под нагрузкой потенциал связей и химических, и физических снижается. В результате тепловых флуктуаций и химические, и физические связи рвутся параллельно.

При одинаковой термофлуктуационной природе процессы хрупкого и вязкого разрушения – это процессы с разной энергией активации, а следовательно, и с различными микромеханизмами реализации [178, 179, 210]. Хрупкое разрушение происходит при небольших деформациях, его скорость контролируется разрывом межатомных связей с начальной энергией активации U_0 , для металлов близкой к энергии сублимации [173, 177, 210, 211], а для полимеров – совпадающей с энергией активации процесса термодеструкции [42, 173, 181]. Вероятность разрушения химических связей и развития процесса по схеме хрупкого разрушения определим функцией Гиббса

$$W_{\text{хр}} = \exp\left[-\frac{U_0 - \gamma'\sigma_{\text{н}}}{RT}\right], \quad (5.1)$$

где σ_n – номинальное напряжение, через которое можно полностью определить напряженное состояние в материале.

Вязкое разрушение контролируется скоростью пластических деформаций с энергией активации U_m , для металлов совпадающей с энергией объемной самодиффузии или энергией миграции вакансий [210, 212 – 215], а для полимеров U_m кратна энергии разрыва межмолекулярных связей [182, 216 – 218]. Вероятность вязкого разрушения согласно статистической механике Гиббса будет равна

$$W_{\text{вяз}} = \exp\left[-\frac{U_m - \gamma\sigma_n}{RT}\right]. \quad (5.2)$$

Как правило, для металлов $U_m < U_0$, а для полимеров в связи с масштабностью элементарного акта, т.е. с большим количеством одновременно рвущихся межмолекулярных связей для обеспечения взаимного смещения макромолекул, $U_m > U_0$.

Итоговой причиной потери несущей способности материала будет преимущественный разрыв тех связей, вероятность разрыва которых наибольшая:

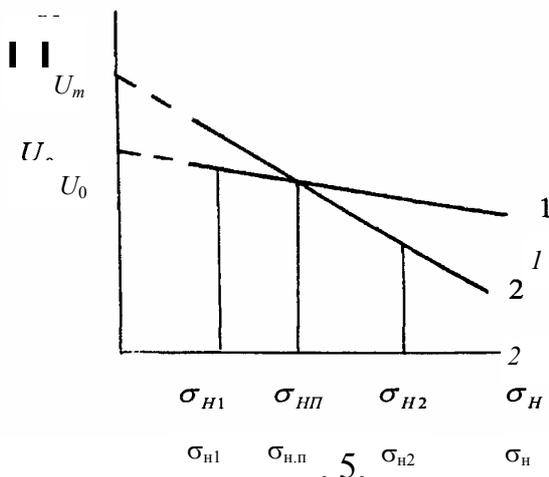
$$e^{-U/RT} = \max. \quad \text{Рис. 5.1} \quad (5.3)$$

Тогда при одинаковой температуре $T = \text{const}$ критическое событие будет достигаться преимущественным разрывом тех связей, которым соответствует минимум энергии активации:

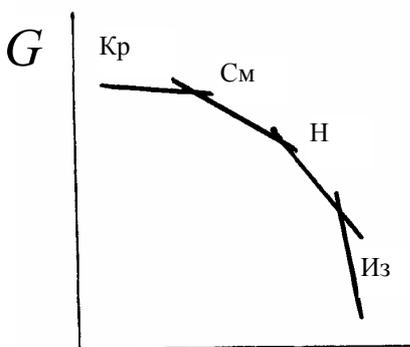
$$U = \min. \quad (5.4)$$

Минимизация энергии активации из дискретного ряда значений соответствующих энергий всех возможных в материале элементарных процессов под нагрузкой дает сходную со схемой А.Ф. Иоффе математическую модель схемы достижения предельного состояния.

На рис. 5.1 показана схема перехода от хрупкого разрушения к вязкому на примере закономерностей жестких полимеров. Линия 1 – энергия активации хрупкого разрушения, а линия 2 – вязкого. Номинальному напряжению σ_{n1} соответствуют два значения энергии активации, при этом процесс разрушения межатомных связей осуществляется при меньшем значении энергии активации, и в целом – разрушение будет иметь хрупкий характер. Напряжению σ_{n2} на рис. 5.1. также соответствуют два значения энергии активации процессов, но наименьшая энергия требуется для разрыва тепловыми флуктуациями межмолекулярных связей и развития необратимого деформирования. Поэтому при напряжении σ_{n2} разрушение материала будет вязким. Точка пересечения двух графиков имеет особенность: при соответствующем ей напряжении $\sigma_{nп}$ вероятность разрыва межатомных связей равна вероятности разрыва физических связей. Очевидно, именно это напряжение и будет минимальным напряжением, при котором пластические деформации соизмеримы с упругими. В соответствии с предложением И. Баушингера это напряжение можно считать условным пределом текучести $\sigma_{т}$, так как при большем значении напряжения преобладающим будет процесс пластического деформирования, а его результатом – объемное вязкое разрушение.



Принцип минимума энергии активации используется в термодинамике при анализе фазовых состояний. На основе этого принципа построено изложение современной физики полимеров в работе Г.М. Бартенева и С.Я. Френкеля [203]. Все переходные процессы, происходящие в полимерах, они рассматривают в "гиббсовых" координатах. На рис. 5.2 показана взятая из [203, с. 350] фазовая диаграмма полимерной системы, которая может существовать в изотропном (Из), нематическом (Н), смектическом (См) и кристаллическом состояниях. Но при каждой температуре реализуется то состояние, гиббсова энергия которого G меньше.



Рис

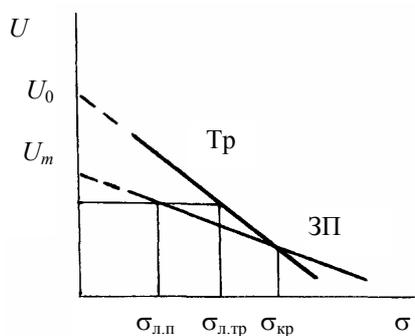


Рис.

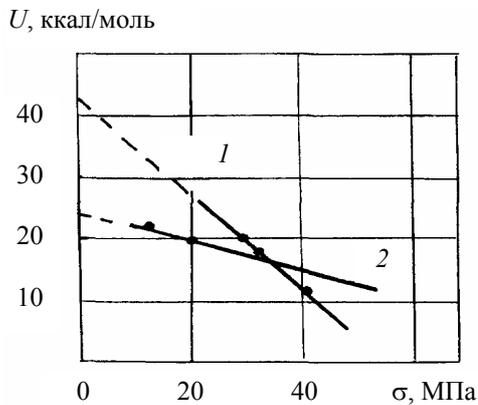
Построение графиков зависимости энергии активации от напряжения есть в работах В.А. Степанова, В.И. Владимирова, В.С. Ивановой, С.Б. Ратнера (см., например, рис. 5.3 и 5.4) Подход к их анализу с позиции статистической механики Гиббса позволяет обосновать характер происходящих процессов при каждом уровне номинальных напряжений.

Владимиров В.И. считает, что "основой для понимания закономерностей квазихрупкого и хрупкого разрушения является представление о конкуренции двух термофлуктуационных процессов" [7, с. 214]. В своей монографии он приводит схему соотношения энергий активации для пояснения условия автомодельности стационарного роста трещины (рис. 5.3): линия Тр – линия энергии активации продвижения трещины, т.е. энергии активации хрупкого разрушения; ЗП – линия энергии активации процесса релаксации, т.е. энергии активации продвижения фронта пластической зоны в окрестности вершины трещины. Под автомодельностью квазихрупкого стационарного разрушения автор [7] понимает постоянство абсолютного размера пластической зоны

при продвижении трещины. Считая, что при равенстве энергии активации (горизонтальная прямая на рис. 5.3) скорости продвижения фронта трещины и фронта пластической зоны приблизительно одинаковы,

В.И. Владимирова показывает, что условием автомодельности квази- хрупкого разрушения будет возникновение пары локальных напряжений: $\sigma_{л.п}$ – в пластической зоне; $\sigma_{л.тр}$ – у вершины трещины (при отсутствии релаксации). Критическое напряжение $\sigma_{кр}$ – это предельное напряжение для квазихрупкого разрушения; при напряжении $\sigma \geq \sigma_{кр}$ разрушение может быть только хрупким.

В своей статистической механике Дж.В. Гиббс отмечал, что главным фактором в формуле вероятности является модуль – т.е. RT . Это практически подтверждается и испытаниями на прочность. Так, для некоторых конструкционных материалов в условиях низких температур хрупкое разрушение при малых напряжениях становится неосуществимым. В этом случае малой вероятности процесса разрыва межатомных связей будет соответствовать малая скорость накопления повреждений, возможно соизмеримая со скоростью рекомбинации связей [7, 173, 179, 180]. Напротив, при увеличении температуры и напряжения может быть достигнуто состояние механической неустойчивости и атермического разрушения. Поэтому, исследуя длительную статическую прочность цветных металлов, В.А. Степанов с сотрудниками наблюдали хрупкое разрушение при низкой температуре и больших напряжениях, а вязкое – при высокой температуре и малых напряжениях [204, 205]. На рис. 5.4 показаны опытные данные зависимости энергии активации свинца от напряжения [204]: 1 – для низких температур и высоких напряжений; 2 – для повышенных температур и низких напряжений.



Рис

На рис. 5.4 графики энергий активации не являются пересекающимися. Они, если можно так сказать, скрещивающиеся, так как относятся к разным диапазонам температуры. Точка наложения двух прямых в плоскости $U - \sigma$ не является особенной точкой, и ее координата не отражает свойства предела текучести, как на рис. 5.1, так как при одинаковой энергии активации процессов, но при разных уровнях температуры ей соответствуют разные вероятности реализации этих процессов.

Таким образом, температура создает необходимые условия реализации микропроцессов под нагрузкой, а величина их энергии активации определяет характер макропроцесса в целом.

Именно в силу вероятностного характера процессов, происходящих под нагрузкой, практически наблюдается переходная зона в окрестности точки пересечения линий энергий активации хрупкого и вязкого разрушения (см. рис. 5.1). Эта зона иногда бывает широкой, поскольку могут сильно отличаться долговечности при хрупком и вязком разрушениях из-за $\tau_0 \neq \tau_m$; $T'_m \neq T_m$. В литературе ее называют областью хрупко-вязкого или смешанного разрушения. Любые попытки отдельного описания деформирования и разрушения на этом диапазоне напряжений приводят лишь к эмпирическим зависимостям с входящими в них константами, не имеющими физической интерпретации [19, 146, 218]. Положив энергию активации в основу классификации, будем в дальнейшем называть квазихрупким разрушение путем нормального отрыва при больших деформациях, если его начальная энергия активации U_0 , так как в этом случае контролирующим процессом является разрыв межатомных связей. Разрушение при малых деформациях, но с энергией активации U_m , т.е. посредством разрыва физических связей, будем называть квазивязким.

5.2. КРИТЕРИЙ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕННЫХ СОСТОЯНИЙ

В математической модели термофлуктуационной концепции разрушения структурно-чувствительные параметры γ' и γ – это единственные параметры, связанные с видом напряженного состояния. Любое напряженное состояние в осях $U - \sigma_n$ изображается прямой линией, угол наклона которой пропорционален величине этого структурно-чувствительного параметра (см. рис. 5.5).

Эквивалентными будем считать такие напряженные состояния, которым соответствует одинаковая вероятность процесса разрушения [219]:

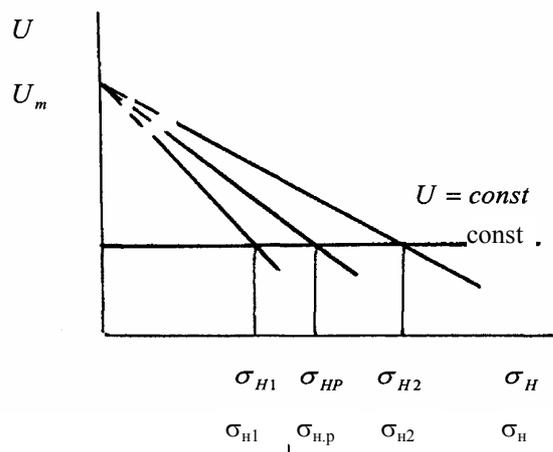
$$e^{-U/RT} = \text{const} . \quad (5.5)$$

При одинаковой температуре $T = \text{const}$ и при одном характере разрушения эквивалентными будут напряженные состояния, которым соответствует равная энергия активации процесса:

$$U = \text{const} . \quad (5.6)$$

На рис. 5.5 показана схема определения номинальных напряжений, отвечающих условию эквивалентности вязких предельных напряженных состояний (5.6). Наклонные линии относятся к разным видам напряженного состояния, с разным соотношением $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$, при этом σ_n на графике – это одно из этих главных напряжений. В качестве номинального напряжения удобно принять, например, наибольшее по

модулю напряжение, если рассматривается вязкое разрушение, или первое главное напряжение σ_1 , если решается вопрос о хрупком разрушении.

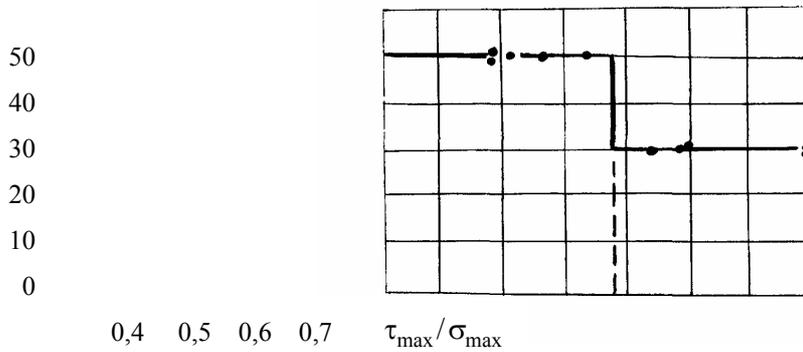


На рис. 5.5 средняя наклонная линия отражает зависимость энергии активации, полученную опытным путем при одноосном растяжении, а две другие – расчетом для двух сложных напряженных состояний. График критерия эквивалентности представляет собой прямую линию, параллельную оси абсцисс, а координаты точек пересечения этой критериальной прямой с наклонными линиями энергий активации разных напряженных состояний – величины эквивалентных номинальных напряжений σ_{H1} , σ_{HP} , σ_{H2} . Этим напряжениям будут соответствовать одинаковые долговечности материала $\tau = \text{const}$ при нагружении постоянным напряжением. При нагружении с постоянной скоростью деформирования линия критерия $U = \text{const}$ отвечает одинаковым скоростям. Установив опытным путем все константы уравнения математической модели при простом виде сопротивления, например, при длительном статическом одноосном растяжении (U_0 , U_m , T'_m , T_m , τ_0 , τ_m , γ'_m , γ_m [173, 178]), и пересчитав значения γ' и γ с учетом соотношения главных напряжений $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$, можно из условия (5.5) определить величину предельного напряжения σ_H , которое будет эквивалентным экспериментально установленному разрушающему напряжению при одноосном растяжении σ_{HP} (см. рис. 5.5). Конечно, важно правильно установить формулу влияния вида напряженного состояния на величину структурно-силового параметра γ' и γ .

Вид напряженного состояния влияет не только на интенсивность снижения энергии активации, но и на характер разрушения тоже. Рассматривая разрушение ряда цветных металлов и сплавов при сложном напряженном состоянии, В.А. Степанов и В.В. Шпейзман [85, 143, 152] установили, что при близких к растяжению напряженных состояниях процессы контролировались микромеханизмом с энергией активации процесса сублимации. При напряженных состояниях близких к кручению и при сжатии энергетический потенциал процессов соответствовал энергии самодиффузии. Изменение контролирующего процесса происходило скачкообразно при достижении определенного значения отношения главных напряжений. На рис. 5.6 показано такое скачкообразное изменение начальной энергии активации разрушения сплава Al с 5,5 % Si [210, с. 64].

Предлагаемый критерий эквивалентности напряженных состояний позволяет объяснить изменение характера разрушения при смене вида напряженного состояния. На рис. 5.7 на примере разрушения полимерного материала в условиях $T = \text{const}$ показана схема такой смены характера разрушения: линии 1 и 2 – энергия активации хрупкого и вязкого разрушения исходного напряженного состояния, например, одноосного

U_0 , ккал/моль



Две

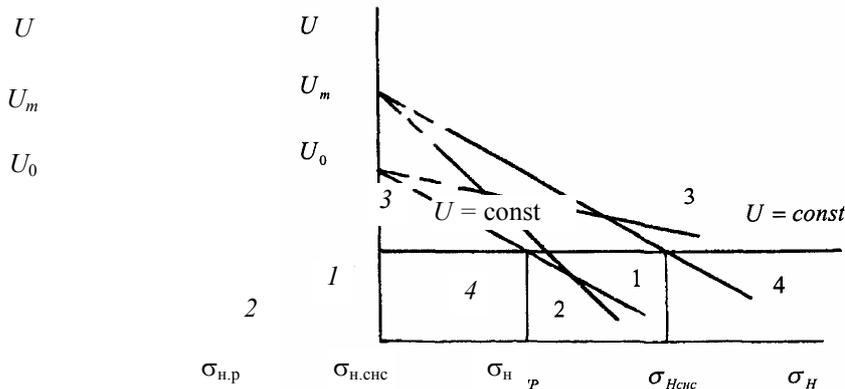


Рис. 5.7

растяжения. Этому виду напряженного состояния соответствует разрушающее номинальное напряжение $\sigma_{н.р}$, при котором с принятой вероятностью $e^{-U/RT} = \text{const}$ разрушение происходит хрупко с начальной энергией активации U_0 . Другому, например сложному напряженному состоянию, соответствует другой наклон линий энергии активации в осях $U - \sigma_n$: это линии 3 и 4 соответственно. Координатой их точки пересечения с критериальной линией $U = \text{const}$ будет номинальное напряжение $\sigma_{н.снс}$, при котором разрушение будет развиваться по вязкому варианту с энергией активации U_m .

Поскольку каждому микромеханизму соответствует свое значение предэкспоненциального множителя в уравнении долговечности, поэтому и долговечности материала при соответствующем переходе от одного напряженного состояния к другому могут различаться на несколько порядков [182, 188, 210, 221].

Таким образом, температурно-временная зависимость прочности – это отражение кинетики разрушения. Разрушение может определяться различными механизмами, причем смена контролирующего механизма может произойти: при изменении температуры T ; при изменении вида напряженного состояния $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$; при изменении величины приложенного напряжения σ_n или скорости нагружения $\sigma_n(t)$; при изменении структуры. Единым критерием сопоставимости процессов или критерием равенства процессов может служить термодинамическая вероятность свершения события – вероятность разрушения. Для этого критерия математическая модель кинетической теории достижения предельного напряженного состояния отражена на рис. 5.1, 5.5 и 5.7.

5.3. ПРЕДЕЛЬНАЯ ПОВЕРХНОСТЬ ТЕКУЧЕСТИ И ВЯЗКОГО ОБЪЕМНОГО РАЗРУШЕНИЯ ПРИ ПРОСТОМ НАГРУЖЕНИИ

5.3.1. ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ХРУПКОГО И ВЯЗКОГО РАЗРУШЕНИЯ. СМЫСЛ $\gamma\sigma$ ФОРМУЛЫ ДОЛГОВЕЧНОСТИ

Поскольку в формулах долговечности хрупкого и вязкого разрушения (4.5) и (4.6) отличаются энергетические (U_0 , U_m), температурные (T'_m , T_m) и временные константы (τ_0 , τ_m), то будут отличаться и величины $\gamma'\sigma$ и $\gamma\sigma$. По смыслу они представляют собой удельную потенциальную энергию, приходящуюся на один моль вещества и передаваемую материалу со стороны внешнего силового поля.

В соответствии с подходом механики деформируемого твердого тела можно предположить, что при хрупком разрушении $\gamma'\sigma$ будет статистически средней удельной энергией нормального отрыва, приходящейся на один моль вещества

$$\gamma'\sigma = \frac{\alpha_n}{F_+} \int_{F_+} \sigma_+ dF, \quad (5.7)$$

где σ_+ – растягивающее нормальное напряжение, возникающее на поверхности нормального отрыва и вычисляемое с учетом физической нелинейности материала; F_+ – часть площади нормального отрыва, на которой возникают растягивающие напряжения; α_n – константа материала, отражающая его теплофизические свойства, структуру и перенапряжения на микроуровне, т.е. по смыслу соответствующая величине структурно-чувствительного коэффициента, установленного С.Н. Журковым при учете ангармонизма (нелинейности) свойств материала [177].

При вязком разрушении, вслед за предложением Б.И. Паншина с сотрудниками [187], будем считать, $\gamma\sigma$ – это соответствующая удельная потенциальная энергия деформирования, равная сумме энергий изменения объема и формы,

$$\gamma\sigma = \frac{\alpha_0}{V} \int_V \sigma_0 dV + \frac{\alpha_i}{V} \int_V \sigma_i dV, \quad (5.8)$$

где σ_0 и σ_i – среднее напряжение и интенсивность, вычисляемая в точках материала с учетом его физической нелинейности в отличие от линейных значений, предложенных авторами работы [187]; V – объем материала, в котором реализуется процесс разрушения; $\alpha_0 > 0$ и $\alpha_i > 0$ – постоянные материала с размерностью флуктуационного объема, аналогичные α_n выражения (5.7).

Из вышеизложенного ясно, что прогноз прочностных свойств материала при объемном хрупком разрушении в условиях сложного напряженного состояния будет заключаться в определении напряжений на предполагаемой поверхности разрыва, а затем – в вычислении интеграла (5.7), хотя сложности могут возникать в прогнозировании самой поверхности разрыва. Оценка соответствия критерия (5.6) опытным данным для ряда металлов и полимерных материалов была выполнена в работе [219].

Что касается вязкого разрушения, то константа γ , которую можно определить опытным путем (например, при линейном растяжении γ_p), приобретает согласно выражению (5.8) сложный вид, разделившись на две константы α_0 и α_i , отдельно отражающие структуру материала и чувствительность материала к шаровому тензору и девиатору. Возникает неопределенность; она требует дальнейшего выяснения вопроса о том, как можно пользоваться этой формой представления $\gamma\sigma$ для прогноза свойств материала при сложном напряженном состоянии.

5.3.2. ВЫВОД ФОРМУЛЫ ПРЕДЕЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Для вывода формулы энергетического критерия вязкого объемного предельного состояния рассмотрим частный случай, который реализуется в стандартных испытаниях на прочность образцов в условиях сложного напряженного состояния, а именно: простое нагружение в однородном поле напряжений при постоянной температуре. Этот частный случай позволит не только преобразовать интегральное выражение (5.8) к удобному для дальнейшего преобразования алгебраическому виду, но и проверить полученное критериальное выражение, используя накопленный на сегодня большой объем опытных данных.

Итак, для простого нагружения в однородном поле напряжений при постоянной температуре критерий эквивалентности сложного напряженного состояния простому одноосному растяжению согласно (5.8) будет иметь вид

$$\alpha_0\sigma_0 + \alpha_i\sigma_i = \alpha_0 \frac{\sigma_p}{3} + \alpha_i\sigma_p, \quad (5.9)$$

где σ_0 и σ_i – параметры сложного напряженного состояния, а σ_p принимает значение предела текучести при линейном растяжении $\sigma_{т,р}$, если прогнозируется переход в состояние текучести, или принимает

значение истинного сопротивления отрыву S_p , если решается задача о разрушении при больших пластических деформациях.

Критерий (5.9) по виду похож на феноменологический энергетический критерий (3.11) А.И. Боткина [134] и И.И. Миролубова [135], но в отличие от него в критерии (5.9) каждое слагаемое имеет физический смысл удельной потенциальной энергии, приходящейся на один моль вещества.

Предположим, что в первом приближении эти удельные энергии соответственно одинаково пропорциональны известным из механики твердого тела удельным потенциальным энергиям изменения объема u_0 и формы u_ϕ , приходящимся на единицу объема материала,

$$\frac{\alpha_0 \sigma_0}{\alpha_i \sigma_i} = \frac{u_0}{u_\phi}. \quad (5.10)$$

Вычислим отношение u_0/u_ϕ для физически нелинейного материала со степенной зависимостью напряжений от деформации для одноосного (1.3) и для трехосного (2.11) напряженного состояния.

Критерий (5.5) – это вероятность разрушения тепловыми флуктуациями ансамбля связей, образующих твердое тело. Связь может быть либо целой, либо разрушенной тепловой флуктуацией, т.е. прекратившей существование. Промежуточного, частично разрушенного, состояния быть не может. В формуле (5.9) $\alpha_0 \sigma_0$ и $\alpha_i \sigma_i$ – это энергии, приходящиеся на один моль вещества, который представляет собой ансамбль частиц с неразрушенными связями. Поэтому и правая часть равенства (5.10), положенного в основу вывода формулы критерия предельной поверхности, должна выражаться через характеристики неповрежденного материала. Это значит, что если релаксационные свойства материала не меняются, то и при малых напряжениях, и при больших напряжениях разрушению подвергаются ансамбли частиц, которые образуют твердое тело и имеют одинаковые физические (U_m ; τ_m ; T_m) и механические константы (m ; n ; μ).

Деформирование в поперечном направлении основного (без учета пустот) материала как совокупности ансамблей частиц с физическими и химическими связями будет отражаться коэффициентом поперечной деформации, который по смыслу совпадает с коэффициентом Пуассона. Можно ожидать, что этот коэффициент будет также слабо зависеть от напряжения, как и от температуры. Это будет соответствовать температурно-силовой аналогии, справедливой для термоактивационных процессов, так как существующие опытные данные показывают слабую зависимость коэффициента Пуассона μ от температуры вплоть до температуры плавления. Слабое изменение μ основного материала вплоть до разрушающих напряжений можно ожидать, поскольку температурное изменение объема наблюдается вплоть до температуры плавления – температуры критического разрушения физических связей.

Считая одноосное растяжение частным случаем объемного напряженного состояния со следующими параметрами: $\sigma_1 = \sigma_p$; $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$; $\sigma_0 = \sigma_p/3$ и $\sigma_i = \sigma_p$, по формулам (2.30) – (2.32) вычислим полную удельную потенциальную энергию деформирования для одноосного растяжения

$$u_p = \frac{m'}{m'+1} \frac{\varepsilon_{т.р}}{\sigma_{т.р}^m} \sigma_p^{m+1} \quad (5.11)$$

и соответствующие энергии изменения объема для линейной объемной деформации

$$u_{0p} = \frac{m'}{m'+1} \frac{\varepsilon_{т.р}}{\sigma_{т.р}^m} 3(1-2\mu) \left(\frac{\sigma_p}{3} \right)^{m+1} \quad (5.12)$$

и для нелинейной объемной деформации

$$u_{0p} = \frac{1-2\mu}{2(\sigma_{т.р}/\varepsilon_{т.р})} \frac{\sigma_p^2}{3}. \quad (5.13)$$

Вычислив энергию изменения формы для одноосного растяжения $u_{\phi.p} = u_p - u_{0p}$ и подставив полученные значения энергий и значения соответствующих параметров линейного растяжения в принятое

предположение (5.10), получим следующие зависимости констант материала: для вязкого объемного разрушения, полагая объемную деформацию нелинейной,

$$\alpha_0 = \frac{3(1-2\mu)}{3^m - 1 + 2\mu} \alpha_i, \quad (5.14)$$

и для перехода в состояние текучести при $\sigma_p = \sigma_{тр}$ в условиях линейного изменения объема

$$\alpha_0 = \frac{3(1-2\mu)(m+1)}{6m - (1-2\mu)(m+1)} \alpha_i. \quad (5.15)$$

Тогда, подставив полученные выражения (5.14) и (5.15) в условие эквивалентности (5.9), получим формулу критерия эквивалентности напряженных состояний при постоянной температуре. С учетом того, что показатели нелинейности при растяжении и сжатии разные ($n \approx 0,75m$ [1, 8, 11]), уравнения предельных поверхностей можно представить в следующем виде:

- для вязкого объемного разрушения

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0 \quad \frac{3(1-2\mu)}{3^m - 1 + 2\mu} \sigma_0 + \sigma_i &= \left[\frac{1-2\mu}{3^m - 1 + 2\mu} + 1 \right] S_p; \\ \sigma_0 \leq 0 \quad \frac{3(1-2\mu)}{3^n - 1 + 2\mu} \sigma_0 + \sigma_i &= \left[\frac{1-2\mu}{3^n - 1 + 2\mu} + 1 \right] S_c; \end{aligned} \quad (5.16)$$

- для перехода в состояние текучести или квазивязкого разрушения

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0 \quad \frac{3(1-2\mu)(m+1)}{6m - (1-2\mu)(m+1)} \sigma_0 + \sigma_i &= \left[\frac{(1-2\mu)(m+1)}{6m - (1-2\mu)(m+1)} + 1 \right] \sigma_{т.п}; \\ \sigma_0 \leq 0 \quad \frac{3(1-2\mu)(n+1)}{6n - (1-2\mu)(n+1)} \sigma_0 + \sigma_i &= \left[\frac{(1-2\mu)(n+1)}{6n - (1-2\mu)(n+1)} + 1 \right] \sigma_{т.с}. \end{aligned} \quad (5.17)$$

Поскольку α_0 меньше величины α_i , что ясно из выражений (5.14) и (5.15), то в случае плоского напряженного состояния и трехосного с сильно отличающимися компонентами напряжений вязкое разрушение (5.16) и текучесть (5.17) определяются преимущественно девиатором. При приближении к равномерному трехосному растяжению ведущая роль в процессе повреждаемости переходит к шаровому тензору и наблюдается существенное повышение предельных напряжений объемного вязкого разрушения и текучести.

При больших напряжениях трехосного сжатия ($\sigma_0 < 0$) начальная энергия активации увеличивается шаровым тензором в соответствии с формулой $U = U_m - \alpha_0 \sigma_0 - \alpha_i \sigma_i$; вследствие этого повышаются предел текучести и разрушающее напряжение. Аналогичные эффекты наблюдал П.В. Бриджмен при испытании материалов на прочность под высоким давлением [56].

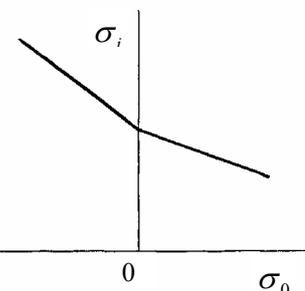
5.3.3. ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ ОБЛАСТЬ ДОПУСТИМЫХ ЗНАЧЕНИЙ. СХОДСТВО И РАЗЛИЧИЕ

С позиции кинетической концепции деформирования и разрушения и температурно-временной зависимости предельного состояния не существует абсолютных пределов. Можно говорить лишь об условных предельных значениях напряжений, объединенных одинаковыми значениями временного и температурного факторов.

В осях $\sigma_0 - \sigma_i$ математические модели предельных поверхностей (5.16) (5.17) представляют собой кусочно-линейную зависимость, показанную на рис. 5.8. При тех же самых деформационных константах μ , m и n влияние шарового тензора на сопротивление текучести сильнее, поэтому углы наклона прямых (5.17) в осях $\sigma_0 - \sigma_i$ будут больше по сравнению с соответствующими углами наклона прямых (5.16).

В осях главных напряжений математические модели (5.16) и (5.17) представляют собой неразрывные предельные поверхности, которые имеют сопряжения на девиаторной плоскости.

Предлагаемый критерий равной вероятности предельных состояний является энергетическим, учитывает влияние на прочность энергии изменения объ-



Рис

ема и формы. Критерием полной энергии деформации является и критерий Е. Бельтрами [уравнение (3.8)]. Однако общее у предлагаемого критерия с критерием Е. Бельтрами заключается лишь в самом факте учета энергий изменения объема и формы. Объединение уравнений физического материаловедения с уравнениями механики деформируемого твердого тела позволило от энергетической формы записи перейти к форме энергетических потенциалов и таким образом учесть знак шарового тензора. Это объединение позволило также физически обосновать линейное влияние среднего напряжения на интенсивность разрушающих напряжений. Чисто математически этот вариант зависимости $\sigma_i(\sigma_0)$ [уравнение (3.15)] обсуждался в обобщающих теоретических работах А. Надаи [138] и М.М. Филоненко-Бородича [124, 222].

Предлагаемый критерий (5.16) и (5.17) в упрощенном виде может быть представлен следующим образом:

$$\beta\sigma_0 + \sigma_i = \lambda, \quad (5.18)$$

где β и λ определяют из опытов на линейное растяжение и линейное сжатие; они являются функциями коэффициента поперечной деформации, параметров нелинейности и предельного сопротивления.

Перенеся $\beta\sigma_0$ в правую часть уравнения и возведя затем обе части в квадрат, после преобразования получим уравнение поверхности второй степени:

$$\sigma_i^2 - \beta^2\sigma_0^2 + 2\beta\lambda\sigma_0 = \lambda^2. \quad (5.19)$$

Этому уравнению в осях главных напряжений будет соответствовать поверхность вращения в виде конуса с осью, равнонаклоненной к осям главных напряжений. Поскольку критерии (5.16) и (5.17) отражают разную нелинейность материала в области растяжения и сжатия, то им будут соответствовать предельные поверхности в виде совокупности двух конусов, пересекающихся на девиаторной плоскости (рис. 5.9). Коническая поверхность в полупространстве с $\sigma_0 \geq 0$ замкнута сверху, в области высоких значений растягивающих напряжений. Считается, что так и должно быть, хотя деформирование и разрушение материалов в условиях всестороннего равномерного растяжения до сих пор практически не исследовано. Коническая поверхность в полупространстве с $\sigma_0 \leq 0$ разомкнута в области высоких значений сжимающих напряжений; это согласуется с существующими в литературе опытными данными.

Уравнения (5.16) и (5.17) получены для положительного и отрицательного октантов пространства главных напряжений. В октантах, где главные компоненты напряженного состояния имеют разные знаки, предельная поверхность, безусловно, должна иметь переходный плавный характер, приближающийся к виду (5.16) и (5.17). Такая геометрия соответствует высказанному М.М. Филоненко-Бородичем предположению о том, что в окрестности начала координат предельная поверхность должна иметь вид гиперboloида вращения [124].

В целом, поясов конических деформационных характеристик напряженного состояния, но постоянными в пределах напряженного состояния, т.е. поверхности. Из опыта политекучести материала повышается и увеличиваются [12]). Тогда смоделированная набором различными углами наклона тенденции, на которые указывал реальная предельная приобретает выпуклый характер; на вогнутую; в области больших вытянута вдоль гидростатической оси и неустойчива. Ясно, что в области трехосного растяжения продольные сопротивления текучести и вязкого разрушения не могут превышать предельные сопротивления хрупкому разрушению. Предельная поверхность со стороны положительного октанта всегда будет замкнутой. И в области трехосного сжатия предельные сопротивления не могут быть бесконечными, так

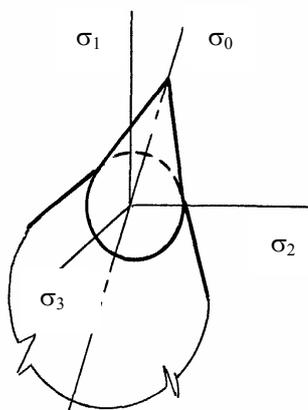


Рис.

поверхностей может быть и больше, если стики μ , m и n зависят от вида приближенно могут приниматься некоторых областей сложного отдельных поясов предельной лучено, что с повышением предела степень его нелинейности (m и n предельная поверхность, конических поверхностей вращения с образующих, будет отражать следующие М.М. Филоненко-Бородич [124]: поверхность в области большого сжатия в области начала координат она похожа растягивающих напряжений она

как при очень больших всесторонних давлениях будет разрушаться первооснова вещества – сам атом, его электронные орбиты [78].

К основным существенным отличиям критерия вероятности статистической физики (5.3), (5.16), (5.17) можно отнести следующее. Во-первых, от существующих статистических критериев его отличает то, что в основу принято эргодическое распределение Больцмана-Гиббса. Во-вторых, отличием от существующих критериев предельного состояния, учитывающих влияние шарового тензора, является учет физической нелинейности материала, что позволило получить разные формулы предельных поверхностей объемного вязкого разрушения (5.16) и текучести (5.17).

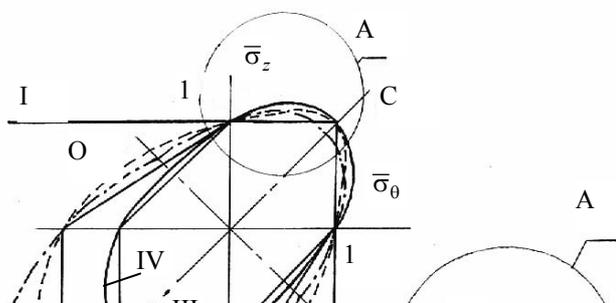
Объемное вязкое разрушение с позиции данного критерия – это процесс накопления повреждений равномерно во всем объеме, который осуществляется в условиях нелинейного изменения объема. К этому виду разрушения можно отнести: разрушение металлов при ползучести в условиях повышенных температур; разрыхление бетона, цемента и природного камня в условиях двух и трехосного сжатия. Предельная поверхность (5.16) – это совокупность разрушающих напряжений, которые соответствуют единым значениям температурного и временного (долговечность, скорость) факторов.

Предел текучести с позиции критерия вероятности статистической физики (5.17) – это напряжение, связанное с ограничением величины пластической деформации, которая создается в условиях линейного изменения объема материала под нагрузкой. Допустим, что предел текучести при одноосном растяжении (или одноосном сжатии) для каких-то фиксированных значений температурного и временного факторов установлен опытным путем в соответствии с существующим ГОСТом. Тогда предельная поверхность (5.17), установленная расчетом с использованием этих опытных данных – это совокупность напряжений, при которых физическое состояние материала будет одинаковым, т.е. одинаковым будет распределение структурных элементов по энергиям.

Поскольку при выводе формул (5.16) и (5.17) исходили из одной предпосылки о причине предельного состояния (5.9), то критерий в форме (5.17) может быть использован и для оценки квазивязкого разрушения – например, разрушения разрыхлением или разрушения при ползучести, но в условиях линейного изменения объема.

Для плоского напряженного состояния в осях главных напряжений критериальная поверхность вырождается в совокупность двух кривых линий с общей осью симметрии С-С и границей раздела О-О, на которой среднее напряжение равно нулю. На рис. 5.10 критерий (5.16) или (5.17) изображен линией ЛК и показано его место среди классических предельных кривых плоского напряженного состояния; сохранены те же обозначения, что и на рис. 3.1. Особенность критериальной линии ЛК в следующем: предельное напряжения одноосного растяжения несколько больше, чем предельные напряжения двухосного равномерного растяжения; предельное напряжение одноосного сжатия больше, чем одноосного растяжения; двухосного равномерного сжатия – больше, чем одноосного.

В связи с разным эффектом влияния шарового тензора в относительных координатах линии критериев ЛК, построенные по уравнениям (5.16) и (5.17), как правило, не совпадают. Предельные значения координат критериальной линии ЛК связаны с предельными значениями деформационных характеристик μ , m и $n \approx 0,75m$.



Область допустимых значений предельных напряжений вязкого объемного разрушения (5.16) будет следующей. Предельная кривая ЛК твердых материалов с коэффициентом Пуассона $\mu = 0,5$ при любых значениях параметра нелинейности $m = 1 \dots \infty$ совпадает с кривой Мизеса IV (см. рис. 5.10). С кривой Мизеса также совпадает предельная кривая ЛК идеально пластичного материала ($m = \infty$) с любым коэффициентом $\mu = 0 \dots 0,5$. Другое предельно допустимое положение кривой ЛК (5.16) соответствует деформационным характеристикам линейно упругого твердого тела $m = 1$ и $\mu = 0$: для двухосного равномерного растяжения $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 = 0,75$; для чистого сдвига $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 = -0,866$; для одноосного сжатия $\bar{\sigma}_z = -3$, а для двухосного равномерного сжатия $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 = -\infty$. В последнем случае согласно (5.16) повышение энергии активации процесса разрушения шаровым тензором численно равно снижению энергии активации девиатором.

Линия ЛК критерия текучести и квазивязкого разрушения (5.17) в пределе также совпадает с кривой Мизеса при $\mu = 0$ и любых $m = 1 \dots \infty$. А для $\mu = 0$ предельные значения координат ЛК меняются с уменьшением параметра нелинейности на диапазоне $m = 1 \dots \infty$ в следующих пределах соответственно: для двухосного равномерного растяжения $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 = 0,857 \dots 0,75$; для сдвига $\bar{\sigma}_z = -\bar{\sigma}_0 = -0,693 \dots -0,866$; для одноосного сжатия $\bar{\sigma}_z = -1,5 \dots -3$ и для двухосного равномерного сжатия $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_0 = -2 \dots -\infty$.

Ясно, что в связи с заложенными предпосылками о простом характере нагружения и о коэффициенте поперечной деформации, по смыслу близком к коэффициенту Пуассона, формула критерия текучести и квазивязкого разрушения (5.17) может быть достаточно хорошим приближением, а формула объемного вязкого разрушения по типу разрыхления или размягчения материала (5.16) – заведомо грубой аппроксимацией. Только сравнение опытных данных с вычисленными значениями по критериям (5.16) и (5.17) покажет, соответствуют эти формулы реальности или нет, и в каких случаях они могут быть применимы.

Глава 6

СООТВЕТСТВИЕ КРИТЕРИЯ РАВНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ОПЫТНЫМ ДАННЫМ

Проверка соответствия критерия равной вероятности опубликованным в научной литературе опытным данным позволит: во-первых, установить правильность принятых теоретических предположений; во-вторых, определить область применимости полученных условий предельных состояний.

6.1. ДЛИТЕЛЬНАЯ СТАТИЧЕСКАЯ ПРОЧНОСТЬ

Уравнение температурно-временной зависимости прочности (4.6) в соответствии с теоретическими выкладками главы 5 для сложного напряженного состояния примет вид

$$\tau = \tau_m \exp \left[\frac{U_m - \alpha_i \sigma_3}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right], \quad (6.1)$$

где эквивалентное напряжение σ_3 согласно предлагаемому критерию равной вероятности напряженных состояний будет представлять собой выражение, находящееся в левой части критериев (5.16) и (5.17).

Для объемного вязкого разрушения с нелинейным изменением объема

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0 & \quad \sigma_3 = \sigma_{\text{э.к.н}} = \frac{3(1-2\mu)}{3^m - 1 + 2\mu} \sigma_0 + \sigma_i; \\ \sigma_0 \leq 0 & \quad \sigma_3 = \sigma_{\text{э.к.н}} = \frac{3(1-2\mu)}{3^n - 1 + 2\mu} \sigma_0 + \sigma_i, \end{aligned} \quad (6.2)$$

а для предельного состояния текучести и квазивязкого разрушения, для которого изменение объема нелинейное

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0 & \quad \sigma_3 = \sigma_{\text{э.к.л}} = \frac{3(1-2\mu)(m+1)}{6m - (1-2\mu)(m+1)} \sigma_0 + \sigma_i; \\ \sigma_0 \leq 0 & \quad \sigma_3 = \sigma_{\text{э.к.л}} = \frac{3(1-2\mu)(n+1)}{6n - (1-2\mu)(n+1)} \sigma_0 + \sigma_i. \end{aligned} \quad (6.3)$$

Уравнению долговечности (6.1) графически соответствует прямая линия в координатах $\lg \tau - \sigma_3$.

Далее приведены результаты исследования применимости формул (6.1) – (6.3). Исследования выполнены на основе статистической обработки опытных данных, опубликованных в научной литературе. Линейный регрессионный анализ выполняли по методике, рекомендованной в монографии М.Н. Степнова [73]. Для расчета эквивалентных напряжений (6.2) и (6.3) при отсутствии конкретных авторских данных коэффициент Пуассона принимали в соответствии с рекомендациями справочника по сопротивлению материалов [223], а параметры нелинейности – по данным справочника В.А. Крохи [11] и монографии Дж.Ф. Белла [1, 2] или устанавливали аппроксимацией диаграмм деформирования.

6.1.1. ЖАРОПРОЧНЫЕ ЛЕГИРОВАННЫЕ СТАЛИ

В инженерной практике для оценки прочности жаропрочных сталей при сложном напряженном состоянии широкое использование [9] получил критерий В.П. Сдобырева [129], согласно которому эквивалентное напряжение

$$\sigma_{\text{э.Сд}} = \frac{\sigma_1 + \sigma_i}{2}. \quad (6.4)$$

ПОЭТОМУ ОЦЕНКА ПРИМЕНИМОСТИ КРИТЕРИЯ РАВНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ ВЫПОЛНЕНА КАК СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ТОЧНОСТИ АППРОКСИМАЦИИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ ПО ДВУМ КРИТЕРИЯМ: СДОБЫРЕВА (6.4) И РАВНОЙ ВЕРОЯТНОСТИ.

На рис. 6.1 представлены графики длительной статической прочности как результат регрессионного анализа, в котором в качестве независимой переменной принято напряжение, вычисленное по критерию равной вероятности (6.3). Точки – опыты В.П. Сдобырева [224] по исследованию прочности трубчатых образцов жаропрочного сплава на никелевой основе ХН77ТЮР (ЭИ-437Б) в условиях растяжения (•), кручения (◦), растяжения с кручением (*) при температуре $T = 700$ °С.

Горячая деформация жаропрочных высоколегированных сталей имеет особенность: малую пластичность при всех температурах и высокое сопротивление деформации. Разрушение при ползучести в данном случае – это достижение некоторой заметной скорости деформирования, т.е. переход в состояние текучести. Поэтому по оси абсцисс на рис. 6.1 отложено эквивалентное напряжение, соответствующее линейному изменению объема (6.3):

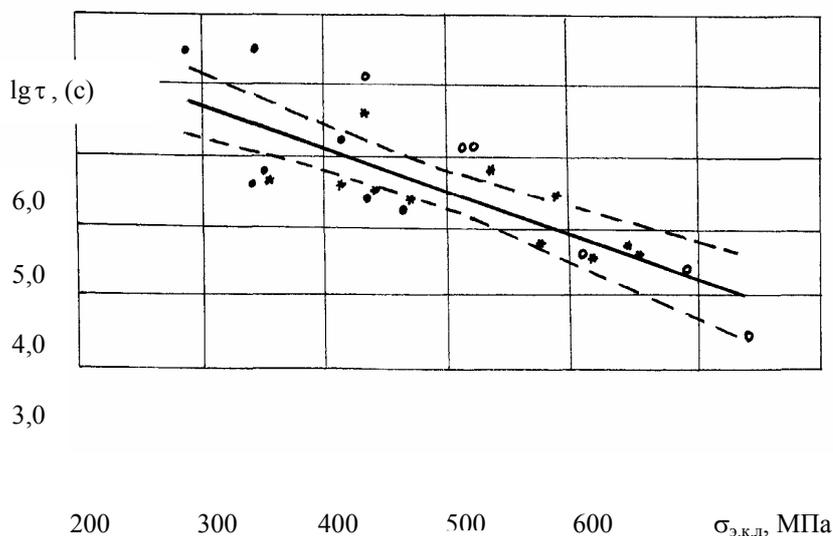
$$\sigma_{\text{э.к.л}} = 0,429\sigma_0 + \sigma_i. \quad (6.5)$$

Для его вычисления по рекомендациям справочника В.К. Крохи [11] принято значение $1/m = 0,5$, как среднее для жаропрочных сталей и сплавов, а коэффициент поперечной деформации с учетом высокого

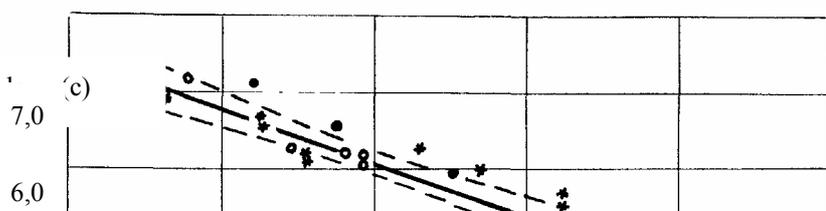
сопротивления деформированию взят наименьшим из предлагаемого справочником [223] диапазона для легированных сталей – $\mu = 0,25$.

Из рис. 6.1 видно, что полученные при испытании на растяжение, кручение и растяжение с кручением экспериментальные данные располагаются практически равномерно с двух сторон от прямой математического ожидания на всем диапазоне рассматриваемых напряжений. Это означает справедливость линейной зависимости прочности в полулогарифмических координатах и, следовательно, экспоненциальной зависимости (6.1) долговечности от эквивалентного напряжения.

Статистическая характеристика среднеквадратичного отклонения логарифма долговечности $\delta_y = \sqrt{S^2}$, как мера индивидуального рассеяния опытных данных относительно эмпирической кривой длительной прочности, при обработке опытных данных по критерию равной вероятности составила $\delta_y = \pm 0,600$, а по критерию Сдобырева – $\delta_y = \pm 0,559$. Оба эти значения средних квадратических отклонений соответствуют обычно наблюдаемому при длительных испытаниях разбросу опытных данных по долговечности в пределах одного порядка [10, 73, 146]. Границы доверительной области кривой длительной прочности, соответствующие 95 % вероятности, показаны на рис. 6.1 штриховой линией. В относительных единицах максимальная ширина интервала долговечности при применении критерия равной вероятности составила $\pm 19,2\%$, а для критерия Сдобырева $\pm 16,2\%$. Таким образом, критерий В.П. Сдобырева обеспечивает более точную оценку долговечности, но это превышение небольшое.



на рис. 6.2 представл Рис. 6.2 – результаты аналогичной статистической обработки опытных данных Н.И. Трунина [225] по испытаниям жаропрочной аустенитной стали 1X18H12T при $T = 610\text{ }^\circ\text{C}$ на длительную статическую прочность при растяжении (\bullet), кручении (\circ) и растяжении с кручением ($*$). Штриховой линией показаны границы 95 % доверительной области в окрестности линии регрессии. Для материала 1X18H12T мера индивидуального рассеяния δ_y опытных данных относительно эмпирической кривой длительной прочности, построенной по критерию равной вероятности (6.5) и по критерию Сдобырева (6.4), существенно меньше аналогичной статистической характеристики рассеяния сплава ХН77ТЮР. Для долговечности, вычисленной по критерию равной вероятности, $\delta_y = \pm 0,269$, а по критерию Сдобырева $\delta_y = \pm 0,149$, соответственно, и ширина 95 % доверительной области для кривой длительной прочности по $\lg \tau$ составляет $\pm(2,40...6,35)\%$ для критерия равной вероятности и $\pm(1,12...4,39)\%$ – для критерия Сдобырева. Таким образом, различие в точности оценки логарифма статической долговечности по предлагаемому критерию и критерию Сдобырева составляет всего 1–2 %.



Аустенитная легированная жаропрочная сталь X18H9T испытывалась на длительную статическую прочность Ш.Н. Кацем (рис. 6.3), при $T = 650$ °С в условиях одноосного растяжения ($\bullet - \sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 0 : 0$) и двухосного растяжения (*), создаваемого в трубчатых образцах внутренним давлением ($\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3 = 1 : 0.5 : 0$) [226]. Позже в научной литературе были опубликованы: результаты исследования ползучести стали X18H9T при $T = 600$ °С в условиях растяжения, кручения, растяжения с кручением [227]; диаграммы деформирования при $T = 20$ °С в условиях одноосного растяжения и в условиях кручения [228]; результаты исследования кратковременной прочности стали X18H9T в условиях двухосного растяжения при различных уровнях температуры [229]. Анализируя результаты исследований этих работ, можно сделать следующее предположение о характере разрушения: диапазон напряжений, который был положен Ш.Н. Кацем в основу исследований длительной прочности, обеспечивал развитие небольших деформаций ползучести [227], так как напряжения были существенно (в 2–3 раза) меньше истинного сопротивления разрыву S_p при однократном нагружении до разрушения [229] и одновременно меньше условного предела текучести ($\sigma_{0,2} \approx 0,7S_p$) для сталей данного класса [10, 223]).

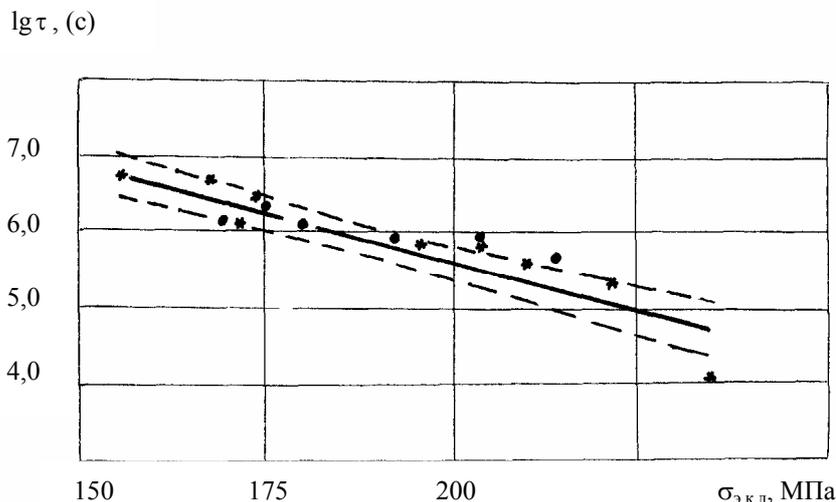


Рис. 6.3

Разрушение при ползучести, наблюдаемое Ш.Н. Кацем, представляло собой потерю устойчивости процесса деформирования в виде достижения состояния текучести и развития большой скорости деформирования; этот вид предельного состояния подробно рассмотрен в работе И.А. Одингга и Г.А. Тулякова [227]. Поэтому для расчета эквивалентного напряжения по критерию равной вероятности процессов приняли формулу (6.3), соответствующую линейному изменению объема. Тогда, формула эквивалентного напряжения для стали X18H9T при $\mu = 0,25$ [174] и $1/m = 0,36$ [179] примет вид

$$\sigma_{\text{э.к.л}} = 0,3834\sigma_0 + \sigma_i \quad (6.6)$$

Хотя с повышением температуры показатель нелинейности $1/m$ жаропрочных сталей увеличивается, но согласно данным [10, 12] это изменение слабое, поэтому при расчете эквивалентного напряжения (6.6) использовали авторские данные [228], установленные испытаниями стали X18H9T при нормальной температуре.

Результаты статистической обработки опытных данных Ш.Н. Каца, приведенные на рис. 6.3, показывают следующее: экспериментальные точки кучно группируются вокруг линии математического ожидания; границы 95 % доверительного интервала (штриховые линии на рис. 6.3) для линии регрессии, построенной по критерию равной вероятности, максимально удалены от нее на $\pm 7,53\%$ по координате $\lg \tau$, а по критерию Сдобырева – на $\pm 7,65\%$. Оценка долговечности по двум этим критериям по точности одинаковая.

На рис. 6.4 показана диаграмма длительной статической прочности перлитной жаропрочной стали 15X1M1Ф. Для расчета эквивалентного напряжения по критерию равной вероятности приняли: $\mu = 0,25$ [223]; $1/m = 0,25$. Учитывая некоторое повышение показателя упрочнения с ростом температуры, приняли наибольшее значение из диапазона показателей упрочнения жаропрочных сталей перлитного класса, приведенных в справочнике В.А. Крохи [11]:

$$\sigma_{\text{э.к.л}} = 0,3438\sigma_0 + \sigma_i \quad (6.7)$$

Точки на рис. 6.4 – опытные данные Н.И. Трунина, полученные при испытании трубчатых образцов стали 15X1M1Ф на растяжение (\bullet), кручение (\circ) и растяжение с кручением ($*$) [225]. Погрешность оценки логарифма долговечности стали 15X1M1Ф по эквивалентному напряжению Сдобырева и по эквивалентному напряжению (6.7) одинаковая и находится в пределах $\pm 3,5\%$ для исследованного диапазона напряжений. Штриховые линии на рис. 6.4 – границы 95 % доверительной области.

$\lg \tau$, (с)

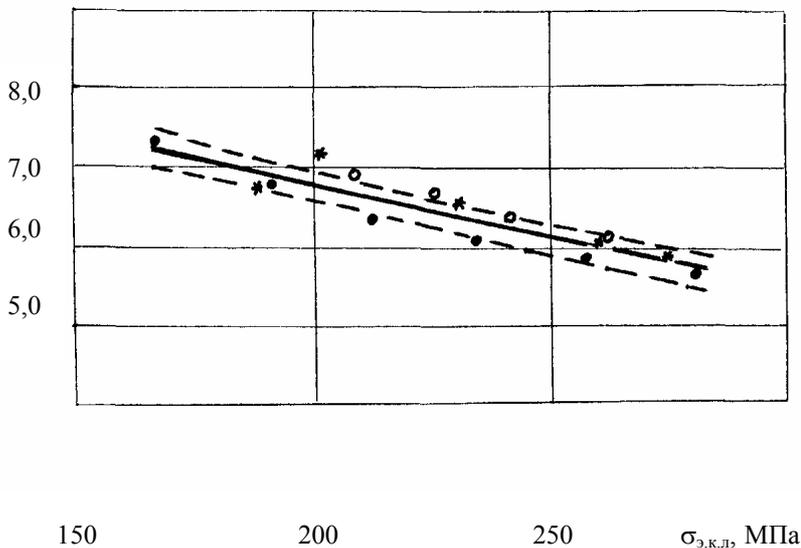


Рис.

В своей работе [225] Н.И. Трунин показал, что отдельно ни первое главное напряжение σ_1 (I классическая гипотеза), ни интенсивность напряжения σ_i (III классическая гипотеза) не могут быть использованы в качестве критерия длительной прочности при сложном напряженном состоянии. Построенные им графики длительной прочности в координатах $\lg \tau - \lg \sigma_{\text{э.к.л}}$ показали, что точки, соответствующие испытаниям при различных напряженных состояниях, располагаются вблизи одной общей прямой $\tau = A\sigma_{\text{э.к.л}}^n$; при этом значения постоянных A и n можно определять по результатам испытаний при одноосном растяжении. Автор объясняет справедливость критерия Сдобырева (6.4) тем, что интенсивность напряжения σ_i характеризует энергию деформации, которая предшествует разрушению и создает бла-

гоприятные условия для разрыхления материалов и ослабления межатомных связей, а σ_1 ответственно за разрушение межатомных связей и нарушение сплошности. Объяснение логичное, однако опытными данными численно не подтверждается. При условии справедливости критерия Сдобырева эквивалентные напряжения, выраженные через номинальные значения, будут равны: при одноосном растяжении $\sigma_{\Sigma, Сд} = \sigma_{н.р}$; при чистом сдвиге $\sigma_{\Sigma, Сд} = 1,366\sigma_{н.сдв}$; при одноосном сжатии $\sigma_{\Sigma, Сд} = 0,5\sigma_{н.с}$. Это означает, что для всех твердых материалов отношение разрушающих напряжений при растяжении, чистом сдвиге и сжатии должно быть одинаковым и равным $1 : 0,683 : 2$. Согласно данным, приведенным в монографии С.И. Ратнер [28], отношения предельных напряжений при растяжении и кручении не только отличаются для разных конструкционных материалов, но и для одного и того же материала зависят от способа его термообработки. Эти опытные данные, скорее, находят объяснение формулами предлагаемого критерия равной вероятности (6.2) и (6.3), так как параметры нелинейности m и коэффициенты поперечной деформации μ у различных материалов разные. Термообработка может оказывать на них влияние, поэтому и отношение значений предельных напряжений будет отличаться как для разных видов материала, так и для одного и того же материала, но с разной предварительной термообработкой. Критерий Сдобырева хорошо отвечает, пожалуй, опытными данным для жестких материалов с небольшим значением μ и при напряженных состояниях, которые в пространстве главных напряжений расположены вблизи одноосного растяжения.

6.1.2. УГЛЕРОДИСТАЯ КОНСТРУКЦИОННАЯ СТАЛЬ

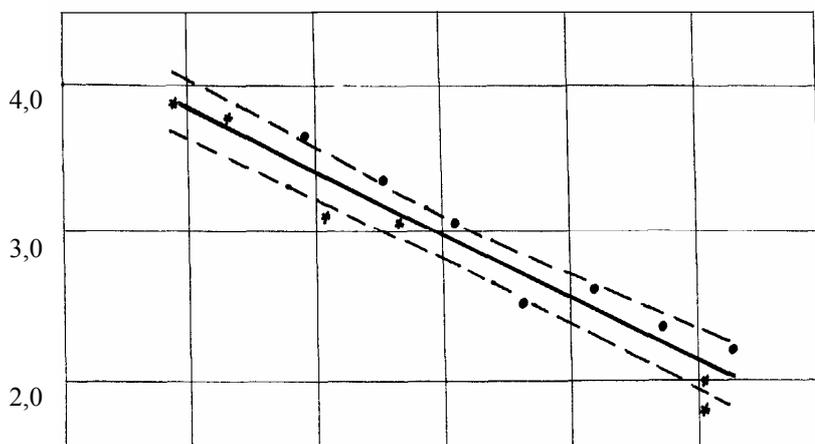
На рис. 6.5 показана диаграмма длительной статической прочности малоуглеродистой стали 20 при температуре $T = 500$ °С. Точки – опытные данные Ш.Н. Каца, полученные при испытании тонкостенных трубчатых образцов в условиях одноосного ($\bullet - \sigma_z = \sigma_1; \sigma_\theta = 0$) и неравномерного двухосного растяжения (* $\sigma_z / \sigma_\theta = 0,5$) [230].

В этих опытах разрушение при ползучести было исследовано при напряжениях от 40 до 160 МПа, что меньше предела текучести $\sigma_{т.р} = 270$ МПа, установленного кратковременными стандартными испытаниями на прочность при одноосном растяжении. Разрушающие деформации при длительных испытаниях в условиях двухосного растяжения достигали $\varepsilon_p = 10...25$ %, а при одноосном растяжении $\varepsilon_p = 25...45$ %, что соответствовало разрушающим деформациям при кратковременных испытаниях на прочность.

Основываясь на том, что компоненты напряжений при длительных испытаниях существенно (в несколько раз) меньше стандартного значения предела текучести, предположили, что разрушение стали 20 в опытах Ш.Н. Каца было квазивязким. Поэтому эквивалентное напряжение для статистической обработки опытных данных [230] вычислили по формуле (6.3), приняв $\mu = 0,28$ [223] и $1/m = 0,28$ [11]:

$$\sigma_{\Sigma, к.л} = 0,3108\sigma_0 + \sigma_i. \quad (6.8)$$

$\lg \tau, (с)$



60 80 100 110 120 $\sigma_{\Sigma, к.л}, \text{ МПа}$

Рис.

5,2 5,6 6,0 6,4

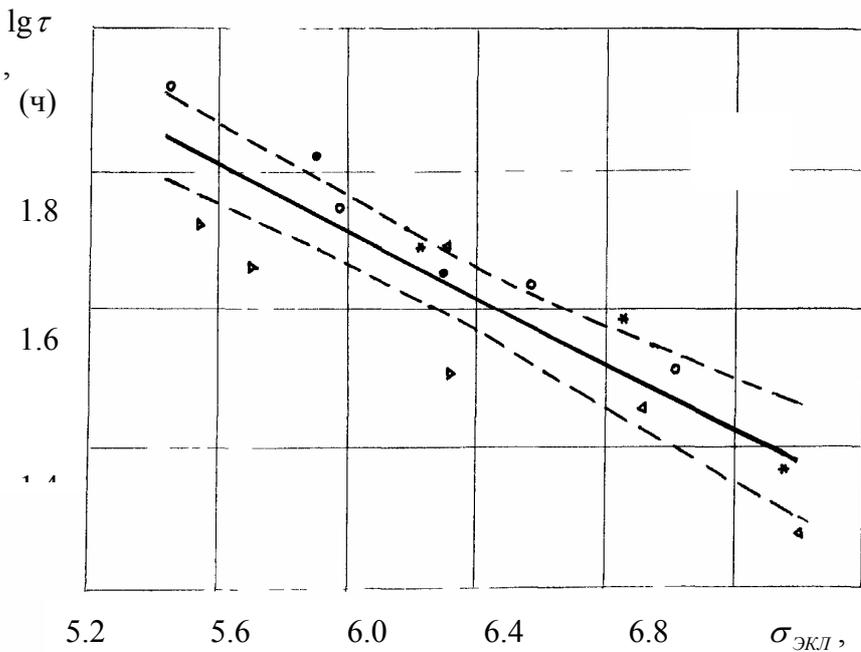
На диаграмме длительной статической прочности (рис. 6.5) границы доверительного интервала 95 % вероятности (штриховые линии) максимально удалены от эмпирической линии регрессии на $\pm 9,81$ % по координате $\lg \tau$.

6.1.3. ЧАСТИЧНО КРИСТАЛЛИЧЕСКИЙ ПОЛИМЕР

На рис. 6.6 представлены статистически обработанные в соответствии с критерии процесса разрушения результаты испытания полиэтилена высокой плотности (статическую прочность в условиях двухосного растяжения. Границы 95 % доверительной области показаны штриховой линией. Испытания осуществлены А.М. Гринманом и А.С. [231]. Трубочатые тонкостенные образцы доводились до разрушения при температуре $T = 70$ °C при различных отношениях продольного и окружного напряжения σ_z / σ_θ : • - 0; * - 1; < - 2; ◦ - 4. Уровни напряжений при испытании на длительную статическую прочность с $\sigma_{т.р}$ - предел текучести, установленный кратковременными статическими испытаниями

σ_z , МПа
 8
 6
 4
 2
 0 2 4 6 8

постоянной скорости деформирования при той же температуре $T = 70$ °C. Рис. 6.6



а)

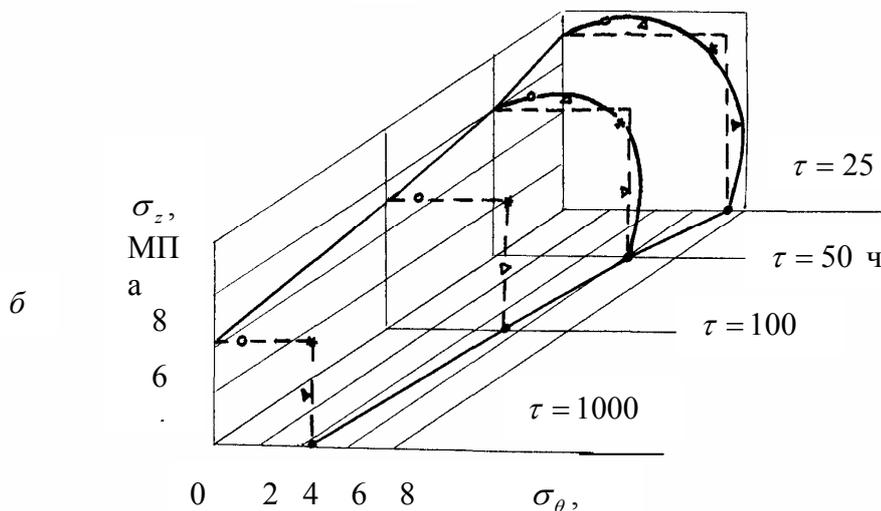


Рис. 6.6

Диаграммы длительной прочности, построенные авторами [231] в полулогарифмических координатах для каждого соотношения компонентов главных напряжений, имели по два линейных участка. Анализ характера разрушения опытных образцов позволил авторам [231] установить, что небольшим уровням напряжений и большим долговечностям соответствовало хрупкое разрушение, а при больших уровнях напряжений разрушение образцов сопровождалось заметной пластической деформацией в окрестности магистральной трещины. При этом время роста самой макротрещины составляло незначительную часть от всей долговечности образца, поэтому авторы классифицировали разрушение при больших напряжениях как "квазихрупкое". Статистическая обработка результатов, выполненная А.М. Гринманом и А.Я. Гольдманом, показала, что критерием эквивалентности напряженных состояний при хрупком разрушении являлось наибольшее главное напряжение, а для длительной прочности в условиях заметной остаточной деформации хорошо подходил критерий И.И. Гольденблатта–В.А. Копнова. При этом отклонение опытных данных от изохронных критериальных кривых не превышало 4 % по напряжениям [125, 231].

На рис. 6.6, а в полулогарифмических координатах построена диаграмма долговечности с использованием критерия равной вероятности в формуле (6.3). Точки – средние значения логарифма долговечности, установленные А.М. Гринманом и А.Я. Гольдманом для каждого уровня напряжений по 3 – 6 испытаниям.

Разрушение образцов при ползучести происходило при напряжениях, меньших кратковременного предела текучести, и при деформациях от 5 до 25 %, что в несколько раз меньше разрушающих деформаций при кратковременной прочности. Именно поэтому разрушение квалифицировали как квазивязкое и использовали критерий в форме (6.3). Для вычисления эквивалентных напряжений обработали диаграммы растяжения, опубликованные в монографии А.Я. Гольдмана [125] и в справочнике [9], и показатель нелинейности для напряжений до величины предела текучести приняли равным $1/m = 0,625$, а коэффициент поперечной деформации согласно [20, 42, 125] приняли равным $\mu = 0,4$:

$$\sigma_{\text{э.к.л}} = 0,1719\sigma_0 + \sigma_i \quad (6.9)$$

На рис. 6.6, а теоретическая линия регрессии построена по уравнению

$$\lg \tau = 3,127 - 0,237\sigma_{\text{э.к.л}}, \quad (6.10)$$

в котором принято авторское измерение времени – в часах. Оценка дисперсии относительно линии регрессии (6.10) по критерию Стьюдента позволяет с 95 % вероятностью утверждать, что доверительный интервал по оси логарифма времени не превышает 6 % (см. штриховые линии на рисунке). Это совпало с точностью оценки долговечности по критерию Гольденблатта–Копнова, рекомендованному авторами работ [125, 231].

На рис. 6.6, б точками показаны изохронные пределы длительной статической прочности ПЭВП, вычисленные авторами оригинальной работы [182] по эмпирическим уравнениям регрессии, установленным ими для каждого соотношения напряжений σ_z/σ_0 . Сплошные линии $\sigma_{\text{э.к.л}} = \text{const}$ построены по уравнению (6.10) с критерием эквивалентности (6.9), а штриховые – для хрупкого разрушения при малых уровнях напряжений по критерию σ_1 первой классической гипотезы. Из рис. 6.6, б явно видны две особенности длительной статической прочности ПЭВП. Первая – это наличие перехода от хрупкого характера разрушения к вязкому с ростом величины компонент напряжений. Вторая – это меньшая прочность при двухосном равномерном растяжении по сравнению с одноосным растяжением, что свидетельствует о влиянии шарового тензора.

Таким образом, разрушение в условиях сложного напряженного состояния при ползучести ряда конструкционных материалов, если оно носит квазивязкий характер, достаточно хорошо отражается экспоненциальным уравнением долговечности с эквивалентным напряжением критерия равной вероятности статистической физики.

6.2. КРАТКОВРЕМЕННАЯ ПРОЧНОСТЬ ПРИ ОДНОКРАТНОМ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ ДО РАЗРУШЕНИЯ

6.2.1. УГЛЕРОДИСТЫЕ СТАЛИ

Критерий равной вероятности процесса разрушения (5.17) использован для построения предельной кривой текучести малоуглеродистой стали при плоском напряженном состоянии (рис. 6.7), но уже в относительных величинах, когда вместо абсолютных значений главных напряжений σ_1 ; σ_2 и σ_3 в формулу критерия подставлены относительные значения $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 / \sigma_{1т.р}$; $\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 / \sigma_{2т.р}$ и $\bar{\sigma}_3 = \sigma_3 / \sigma_{3т.р}$, где $\sigma_{1т.р}$; $\sigma_{2т.р}$ и $\sigma_{3т.р}$ – пределы текучести одноосного растяжения по соответствующим главным направлениям. Точки на рисунке – представленные в относительных координатах $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / \sigma_{zт.р}$ и $\bar{\sigma}_\theta = \sigma_\theta / \sigma_{\thetaт.р}$ опубликованные в справочнике [9] результаты испытаний малоуглеродистых сталей: * – сталь (0,05 % C) [232, 233]; • – Ст3 [234 – 237]; ◦ – сталь 20 [238] и ◁ – сталь 25 [239]. Сплошная линия построена по критерию равной вероятности; штриховая – по критерию Мизеса.

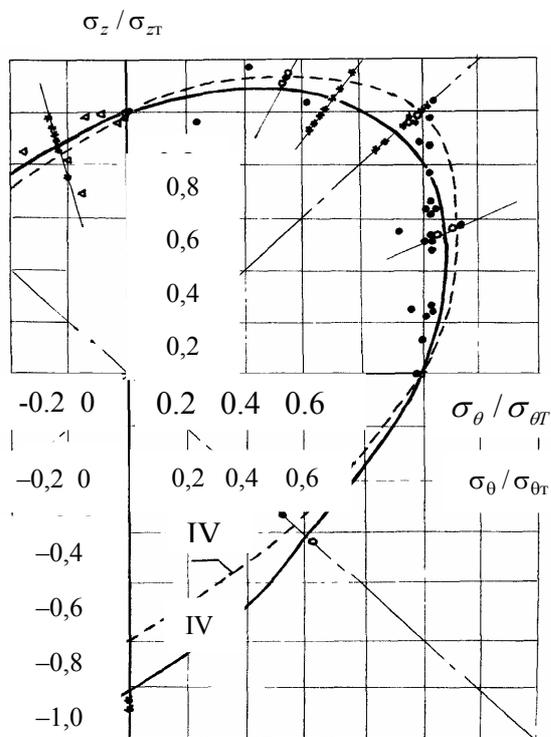


Рис. 6.7

Рис. 6.7

В опытах на сжатие стали (0,05 % C) авторами были использованы сплошные цилиндрические образцы, так как трубчатые образцы теряли устойчивость с образованием гофра; в опытах со сталью Ст3 авторы использовали плоские образцы; остальные данные получены авторами при испытании трубчатых образцов материалов. Условные пределы текучести стали (0,05 % C) были замерены при температу-

ре 20, -50, -100, -150 и -175 °С. Условные пределы текучести стали 20 были установлены при температуре 20 и -100 °С; для остальных материалов – только при $T = 20$ °С.

Понижение температуры, как правило, приводило к повышению предела текучести малоуглеродистой стали. Так, при понижении температуры от +20 до -100 °С предел текучести линейного растяжения стали (0,05 % С) увеличился на 40 %, а стали 20 – на 51 %. С повышением предела текучести упругость, как правило, несколько уменьшалась [10, 12, 240], что выражалось в снижении показателя степени $1/m$. Согласно данным исследований [240, 241] при изменении температуры на $\Delta T = (150...200)^\circ$ изменение параметра нелинейности небольшое, всего лишь на несколько процентов.

При понижении температуры коэффициент поперечной деформации μ обычно снижается, но согласно данным М.Н. Марковца, А.К. Борисенко и Л.И. Куртена [54] для углеродистых сталей это изменение было незначительным – в пределах 5...7 %.

Анализируя формулу критерия (5.17), можно заметить, что изменение нелинейности некоторым образом компенсирует эффект от изменения коэффициента поперечной деформации, и величина энергии объемного деформирования в целом может слабо зависеть от температуры.

Не располагая точными значениями деформационных характеристик всех перечисленных марок малоуглеродистых сталей, оценили всю совокупность прочностных данных в относительных координатах по средним значениям μ и $1/m$ для $T = 20$ °С, приведенным в научной литературе. Для $\mu = 0,28$ [54, 223, 242, 243], $1/m = 0,28$ и $1/n = 0,373$ [11, 15, 244] условие текучести (5.17) в относительных координатах имеет вид:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,3108\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,1035; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,335\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,1035. \end{aligned} \quad (6.11)$$

На графике в осях относительных главных напряжений – это две кривые линии, соединяющиеся в точках, соответствующих чистому сдвигу при $\sigma_0 = 0$ (рис. 6.7). Штриховой линией изображена предельная кривая Мизеса (IV). Можно сказать, что для совокупности точек, отражающей предельное состояние текучести малоуглеродистых сталей при двухосном растяжении, предельная кривая Мизеса, не учитывающая влияние шарового тензора, является огибающей. Критерий равной вероятности (6.11) качественно соответствует основным тенденциям сопротивления материалов при плоском напряженном состоянии.

На рис. 6.8 в относительных координатах представлены результаты испытания на прочность при простом нагружении в условиях плоского напряженного состояния. По осям отложены истинные значения компонентов разрушающих напряжений, отнесенные к соответствующим величинам истинного сопротивления разрыву S_{jp} . Истинное сопротивление S_{jp} определяется испытаниями на одноосное растяже

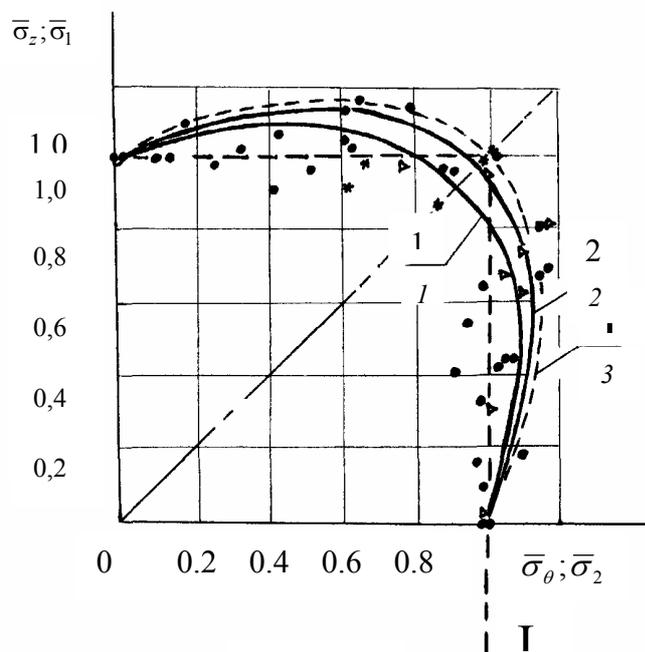


Рис. 6.8

0 0,2 0,4 0,6 0,8 $\bar{\sigma}_0; \bar{\sigma}_2$

Рис. 6.8

по каждому главному направлению $j=1; 2; 3$. Точки на рис. 6.8 – в относительных координатах $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / S_{zp}$ и $\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 / S_{0p}$, опытные данные для малоуглеродистых сталей: * – стали (0,05 % C) [233]; • – Ст3 [234, 237, 245]; ▷ – стали (0,23 % C), эти результаты опытов Е.А. Дэвиса со сталью (0,23 % C) опубликованы в монографии [28]. Все данные получены при испытании трубчатых образцов. В опытах Е.А. Дэвиса наблюдается сильная анизотропия, по мнению автора связанная с формой образца: $S_{zp} = 790$ МПа; $S_{0p} = 500$ МПа. Разрушающие напряжения для стали (0,05 % C) получены при температуре 20, –50, –100, –150 и –175 °С. Остальные испытания выполнены при $T = 20$ °С. В опытах со сталью Ст3 [237, 245] явно заметно неодинаковое влияние компонентов напряжений плоского напряженного состояния на разрушение: при больших значениях окружного напряжения $\bar{\sigma}_0$ перестает влиять осевое напряжение $\bar{\sigma}_z$, что больше похоже на хрупкое разрушение стенки образца, связанное с эффектом формы тонкостенного профиля. К обобщению прочностных свойств малоуглеродистых сталей на рис. 6.8 взяты только результаты опытов со сталью Ст3, полученные авторами при простом нагружении, так как и формулы критериев (5.16) и (5.17) выведены лишь для случая простого нагружения. Критерию равной вероятности объемного вязкого разрушения при нелинейном изменении объема материала под нагрузкой (5.16) для $\mu = 0,28$ и $1/m = 0,28$ соответствует следующее уравнение предельного состояния в относительных координатах при $\bar{\sigma}_0 \geq 0$:

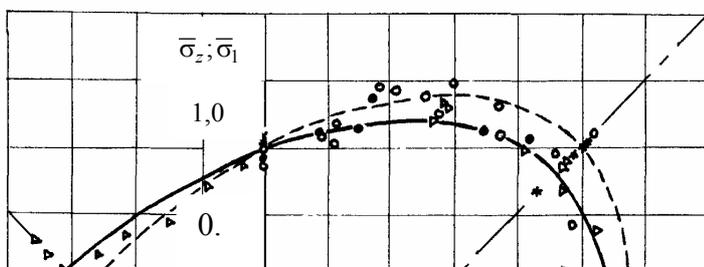
$$0,02637\bar{\sigma}_0 + \sigma_i = 1,00879. \quad (6.12)$$

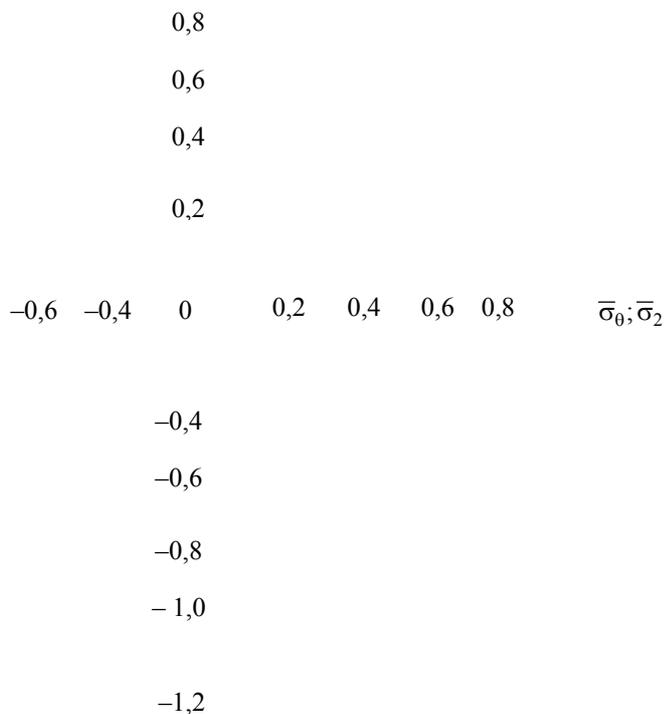
Результаты, представленные на рис. 6.8, свидетельствуют о том, что качественно вся совокупность точек разрушения при двухосном растяжении малоуглеродистой стали в большей степени соответствует I классическому критерию Галилея – это штриховая линия I. Штриховая линия IV построена по критерию Мизеса.

На рис. 6.9 показаны опытные данные, вошедшие в справочник [9]. Это предельные кривые текучести для среднеуглеродистых сталей: * – стали (0,37 % C) [246]; ◦ – Ст4 [247] и стали 40 [248]; ▷ – стали 45 [237, 249 – 251]; • – 50А [252]; ◁ – стали (0,53 % C) [205]. Лебедев А.А. с сотрудниками выполнили исследования текучести и прочности стали (0,37 % C) при нормальной $T = 20$ °С и пониженных температурах (при –50, –100, –150 и –180 °С); авторы [251] испытали сталь 45 при –50, –100 и –150 °С; сталь (0,53 % C) испытана при –100 и –180 °С. Остальные исследования выполнены авторами при нормальной температуре. Всем испытаниям подвергались трубчатые тонкостенные образцы.

Влияние наполнителей (углерода, легирующих добавок) на деформационные свойства сталей – сложное [11, 15, 201, 249, 253], сложным является и влияние термообработки. Но для углеродистых конструкционных сталей просматривается такая тенденция: с увеличением содержания углерода, так же как и с увеличением твердости в результате термообработки, абсолютные значения предельных напряжений увеличиваются, а показатель степени $1/m$ диаграмм деформирования несколько снижается. Аналогичный эффект наблюдается при понижении температуры [246].

Обработка диаграмм, опубликованных в [28, 15, 252, 255] и данные [9, 11, 48, 246, 354] показывают, во-первых, значительный разброс характеристик упрочнения и, во-вторых, заметное превышение показателя степени диаграмм сжатия по сравнению с диаграммами растяжения. С учетом этих данных для среднеуглеродистых сталей приняли $1/m = 0,20$ и, положив в основу соотношение показателей $m \cdot n = 4 \cdot 3$





Дис

приняли $1/n = 0,276$. Тогда критерий равной вероятности текучести (5.17) при $\mu = 0,29$ [9, 242] в относительных величинах принял вид:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,2701\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,090; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,2919\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,090. \end{aligned} \quad (6.13)$$

На рис. 6.9 сплошная кривая построена по условию (6.13); штриховая IV – по критерию Мизеса. Видно, что кривая Мизеса является огибающей для совокупности экспериментальных точек в первой четверти. Критерий равной вероятности качественно отражает особенности сопротивления материалов текучести при плоском напряженном состоянии. При низких температурах -150 и -180 °С, близких к температуре хрупкости среднеуглеродистых сталей $T_{xp} = -(160...190)$ °С [229], часть образцов теряли несущую способность при сжатии в результате потери устойчивости, при этом состояние текучести становилось недостижимым. Этим можно объяснить на рис. 6.9 отклонение от критерия (6.13) преимущественно в меньшую сторону опытных значений, соответствующих одноосному сжатию. Количественная оценка точности критерия (6.13), выполненная графически отдельно для двухосного растяжения стали 40, показала, что максимальное отклонение опытных данных не превышает 10 %, а среднеквадратичное отклонение составляет $\delta \approx 4,5$ %. В этом случае погрешность определяли графически по длинам лучей, один из которых соединял экспериментальную точку с центром системы координат, а другой был проведен под тем же углом, тангенс которого отражал вид напряженного состояния σ_z / σ_0 , до пересечения с линией критерия (6.13).

На рис. 6.10 сведены в одну совокупность опытные данные по разрушению трубчатых образцов среднеуглеродистых сталей: * – стали (0,37 % С) [246], \triangleright – 45 [251] и \triangleleft – стали (0,53 % С) [253] при нормальной и пониженной температуре (уровни температуры те же, что и при исследовании текучести этих сталей); \circ – стали 40 при 20 °С [253] и \bullet – опубликованные в монографии [28] данные Е. Зибея и А. Майера о прочности сталей St37 и St60 при нормальной температуре в условиях одноосного и двухосного растяжения.

Авторы [248, 251] наблюдали небольшую анизотропию свойств: предельные напряжения текучести и прочности в осевом направлении оказывались на 2...5 % больше, чем в тангенциальном. Следует предположить влияние геометрического фактора: очевидно, концентрация перенапряжений в направлении θ будет больше из-за кривизны поверхности и небольшого градиента напряжений по толщине стенки тонкостенного образца.

Зибель Е. и Майер А. установили, что трубчатые образцы St37 и St60 обладали наибольшей пластичностью при одноосном продольном растяжении. Затем, с увеличением среднего главного напряжения пластичность падала и достигала минимума при плоском растяжении с соотношением $\sigma_z / \sigma_\theta = 1$: прочность St37 снижалась на 8,6 %, а St60 – на 13,8 %. Наряду с понижением пластичности наблюдалось также и падение прочностных характеристик, при этом образцы разрушались вязко, о чем свидетельствовало значительное сужение (до 40 % и больше). Аналогичное явление снижения пластичности при двухосном растяжении стали (0,37 % С) описано в работе Г.С. Писаренко и А.А. Лебедева [229]: при одноосном растяжении предразрывные деформации больше, а температура хрупкости меньше.

В условиях одноосного сжатия и чистого сдвига тонкостенные образцы в области пластических деформаций теряли устойчивость с образованием гофра [246, 251], поэтому экспериментальные данные зачастую невозможно было получить, а те, которые получены, явно отражали заниженную характеристику прочности (рис. 6.10) и предел текучести (рис. 6.9).

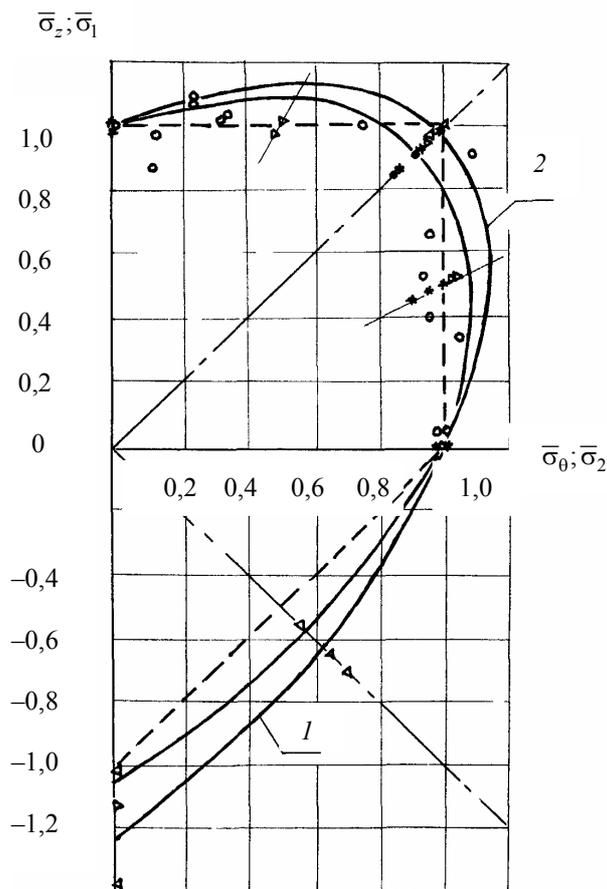


Рис. 6.10

В целом, для потери прочности авторы [248, 251] полагают справедливым для сталей 40 и 45 критерий Кулона (штриховая линия на рис. 6.10). Но тогда разрушение при чистом сдвиге должно происходить при напряжениях $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_\theta = 0,5$, а предельные характеристики одноосного сжатия и одноосного растяжения должны быть одинаковыми, что не отвечает всей совокупности экспериментальных данных для среднелегированных сталей.

Рассматривая всю совокупность экспериментальных данных (рис. 6.10), считая, что процесс разрушения реализуется посредством одних и тех же элементарных актов независимо от отношения σ_z / σ_θ в I и IV квадранте поля плоского напряженного состояния (двухосное растяжение и растяжение-сжатие), можно сделать следующий вывод. Экспериментальные данные располагаются практически между двумя предельными кривыми критерия равной вероятности процесса: кривой 2 вязкого разрушения при нелинейном изменении объемного размера (6.14) и кривой 1 квазивяз-

кого разрушения (6.13), когда абсолютные значения осевых деформаций малы и изменение объема можно приближенно считать линейным. Последнее характерно для низких температур, близких к температуре хрупкости T_{xp} [246, 251], а также для двухосного растяжения, сопровождающегося падением пластичности [9, 253].

Критерий (6.14) получен подстановкой в (5.16) параметров кривых деформирования $1/m = 0,20$, $1/n = 0,276$, $\mu = 0,29$ и делением компонент главных напряжений, через которые вычисляются среднее напряжение и интенсивность, на соответствующие этим главным направлениям значения разрушающих напряжений, полученных экспериментально в опытах на линейное растяжение:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,00519\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,00173; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,02061\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,00173. \end{aligned} \quad (6.14)$$

Критерий квазивязкого разрушения в относительных координатах полностью совпадает с критерием текучести, только он получен делением компонент главных напряжений формулы (5.17) не на пределы текучести $\sigma_{j,п}$, установленные для одноосного растяжения отдельно для каждого главного направления j , а делением на соответствующие значения истинных сопротивлений разрыву S_{jp} .

Бурмакина О.П. и Савицкий Ф.С. исследовали текучесть и прочность инструментальной высокоуглеродистой стали У7 [255] и У8А [256 – 258] на закаленных и отпущенных до HRC 45-48 трубчатых образцах при плоском напряженном состоянии (рис. 6.11).

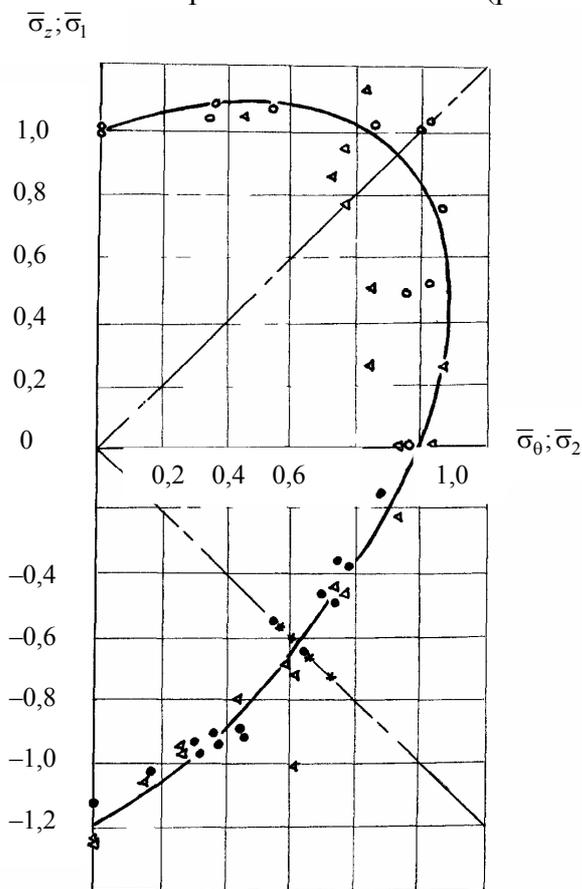


Рис.

Исследуя текучесть, авторы [255 – 257] отмечали несовпадение диаграмм $\sigma_i - \varepsilon_i$ для разных значений отношения σ_z / σ_θ , подтвердив тем самым отсутствие единой деформационной кривой и наличие влияния шарового тензора. В области объемного растяжения с $\sigma_0 > 0$ кривые $\sigma_i(\varepsilon_i)$ имели более пологий вид по сравнению с кривыми, построенными для случаев деформирования с объемным сжатием,

когда $\sigma_0 < 0$. Это значит, что для высокоуглеродистых сталей сохраняется тенденция: $m > n$. Предел текучести при линейном сжатии был больше предела текучести линейного растяжения: для материала У7 $\sigma_{т.р} = 1270$ МПа и $\sigma_{т.с} = 1570$ МПа [255]; для материала У8А наблюдалась некоторая анизотропия свойств, в продольном направлении $\sigma_{т.р} = 1270$ МПа и $\sigma_{т.с} = 1570$ МПа [257].

Обработка диаграмм одноосного растяжения и сжатия в продольном направлении образцов сталей У7 и У8А, опубликованных в [55], диаграмм линейного растяжения в окружном направлении и для $\sigma_z/\sigma_0 = -2,5$ [255], а также данные [11] позволяют принять для сталей У7 и У8А $1/m = 0,16$ и $1/n = 0,213$. Тогда критерий достижения состояния текучести (5.17) в относительных напряжениях, как и критерий квазихрупкого разрушения, при $\mu = 0,29$ примет вид:

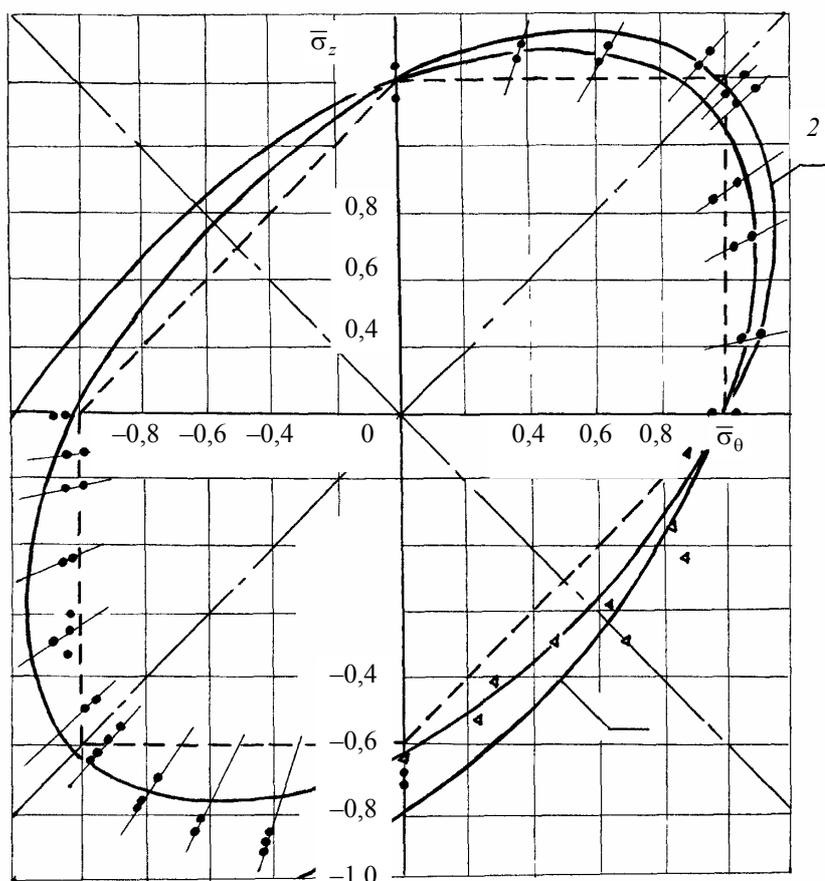
$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,2651\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,088; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,2784\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,088. \end{aligned} \quad (6.15)$$

На рис. 6.11 показана диаграмма текучести для высокоуглеродистых термообработанных сталей. Сталь У7: \bullet — [255]; $*$ — [249]. Сталь У8: \circ — [256]; \triangleleft — [257]. Предельная кривая построена по критерию (6.15). Следует отметить, что экспериментальные точки в области двухосного растяжения не совсем качественно отражают сопротивление материалов, так как испытанные в [257] образцы имели неодинаковую твердость. Поэтому и разброс общей совокупности точек на графике получился значительным. Бурмакина О.П. и Савицкий Ф.С. предлагают оценивать текучесть инструментальной высокоуглеродистой стали по критериям Ю.И. Ягна или А.И. Боткина, которые учитывают влияние шарового тензора. Из рис. 6.11 следует, что и предлагаемый критерий равной вероятности отвечает полю опытных данных.

Для оценки пределов прочности инструментальной стали У8А при плоском напряженном состоянии авторы работы [258] рекомендуют критерий Ю.И. Ягна и критерий С.Д. Волкова [259]. Сурикова Е.Е. и Ли М.А. [260] предлагают использовать критерий С.Д. Волкова для оценки разрушения закаленной и отпущенной на высокую твердость высокоуглеродистой стали У12А. Надо отметить одну особенность критерия С.Д. Волкова: учитывая влияние шарового тензора, этот критерий показывает меньшую прочность материала при равномерном двухосном сжатии по сравнению с одноосным сжатием.

Результаты опытов со сталью У8А в относительных координатах ($S_{zp} = 1730$ МПа; $S_{zc} = 1880$ МПа) представлены на рис. 6.12. Кривая 1 квазивязкого разрушения построена по условию (6.15). Кривая 2 критерия равной вероятности вязкого разрушения для стали У8А построена по условию:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,001314\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,000438; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,007307\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,000438. \end{aligned} \quad (6.16)$$



Условие (6.16) получено подстановкой в критерий (5.16) $1/m = 0,16$; $1/n = 0,213$ и $\mu = 0,29$. Оно отражает слабое влияние шарового тензора, что связано с малой величиной показателя степени $1/m$ кривой деформирования. Штриховая линия на рис. 6.12 соответствует критерию Кулона.

Разрушение тонкостенных трубчатых образцов имело две особенности. Во-первых, при напряженных состояниях с большой сжимающей продольной силой в III и IV квадранте поля главных напряжений и при линейном продольном сжатии разрушение образцов сопровождалось потерей устойчивости прямолинейной формы образующих стенок с образованием гофр, при этом деформации были существенными, но их невозможно было измерить. Во-вторых, в области окружного одноосного сжатия при $\sigma_z/\sigma_\theta = 0$ и при двухосном сжатии до $\sigma_z/\sigma_\theta = 0,88$ разрушение происходило при $\sigma_\theta = -1790$ МПа и не зависело от сжимающего напряжения σ_z . Разрушение имело локальный характер в виде "вырывания окон" и явно связано было с особенностью формы образца, возможно с потерей устойчивости формы оболочки в окружном направлении. Имелось аналогичное отсутствие влияния компоненты σ_z на прочность при двухосном растяжении при достижении большого напряжения σ_θ ($0 \leq \sigma_z/\sigma_\theta \leq 1$), что тоже можно объяснить влиянием геометрии образца. Можно сказать, что совокупность точек, представленных на рис. 6.12, не отражает единый с физической точки зрения механизм разрушения, поэтому судить о точности какого-либо одного критерия для всей совокупности точек не имеет смысла. Однако для той части совокупности точек, которая отражает разрушение без потери устойчивости формы, можно сделать следующее заключение: эти точки располагаются между двумя предельными кривыми вязкого (6.16) и квазивязкого разрушения (6.15). Кажущееся соответствие всей совокупности точек какому-либо одному критерию объясняется с позиции предлагаемого вероятностного подхода именно слабым влиянием шарового тензора из-за малого значения показателей степени $1/m$ и $1/n$.

Таким образом, для кратковременных испытаний углеродистых сталей при плоском напряженном состоянии характерно следующее: предельное состояние текучести хорошо согласуется с критерием (5.17), а опытные значения разрушающих напряжений расположены между двумя предельными кривыми критериев (5.16) и (5.17).

6.2.2. ЛЕГИРОВАННЫЕ СТАЛИ

Легированные стали в зависимости от технологии получения и термообработки могут иметь разную структуру и связанную с ней твердость: ферритную (НВ 1100...1400); аустенитную (НВ 1400...1600); перлитную (НВ 2000...2600) и мартенситную (НВ 3500...5500). Именно от этой микроструктуры зависят параметры диаграмм деформирования. С учетом данных из работ [11, 15, 228, 240, 261, 262] можно принять в среднем: для сталей ферритно-карбидного класса $1/m = 0,10$ и $1/n = 0,13$; для перлитных $1/m = 0,25$ и $1/n = 0,33$; для аустенитных сталей и жаропрочных сплавов $1/m = 0,5$ и $1/n = 0,67$; для мартенситных $1/m \approx 1,0$ и $1/n \approx 1,0$. Коэффициент поперечной деформации для легированных сталей ферритного класса можно принять в среднем равным $\mu = 0,30$ [49, 54, 242], причем этот коэффициент слабо зависит от температуры, изменяясь в пределах нескольких процентов как при охлаждении до -196 °С [49], так и при нагреве до $+600$ °С [54].

На рис. 6.13 в относительных координатах показана диаграмма текучести высокопрочных низколегированных сталей ферритно-карбидного класса при плоском напряженном состоянии: • – 15Х2НМФА; ◦ – 10ГН2МФА при 20, 100, 200, 300 и 400 °С. Точки – опытные данные Б.И. Ковальчука [263]. Для этих материалов уравнение предельного состояния в относительных напряжениях при линейном изменении объема имеет вид (кривая I):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,2374\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,0791; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,2452\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,0791. \end{aligned} \quad (6.17)$$

Условие предельного состояния в относительных напряжениях при нелинейном изменении объема в процессе деформирования (кривая 2):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 2,032 \cdot 10^{-5} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1 + 6,77 \cdot 10^{-6}; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 3,168 \cdot 10^{-4} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1 + 6,77 \cdot 10^{-6}. \end{aligned} \quad (6.18)$$

Линия 2 на рис. 6.13 практически совпадает с предельной кривой Мизеса. Автор опытных исследований этих материалов Б.И. Ковальчук предложил для оценки текучести свой критерий, являющийся некоторым обобщением классических критериев Кулона и Мизеса [263].

Деформационные кривые, полученные автором [263] при одном уровне температуры, но при разных σ_z/σ_0 , представляют собой семейства кривых, практически параллельных и малоотстоящих друг от друга. Поэтому при аппроксимации степенной зависимостью они показывают практически одинаковый показатель степени, близкий к $1/m \approx 0,10$. Более высоким температурам соответствуют аналогичные семейства кривых с существенно меньшим значением предела текучести, но с несущественно (на несколько десятков процентов) отличающимся показателем степени по сравнению с тем, что установлен при нормальной температуре. Характер изменения этого показателя степени с увеличением температуры не является однозначным. Однако при таком малом абсолютном значении показателя $1/m = 0,10$ его изменение на несколько десятков процентов в любую сторону практически не сказывается значимо на графике предельной кривой плоского напряженного состояния. Поэтому опытные точки объединены на рис. 6.13 в одну совокупность; все они располагаются практически между двумя предельными кривыми 1 и 2.

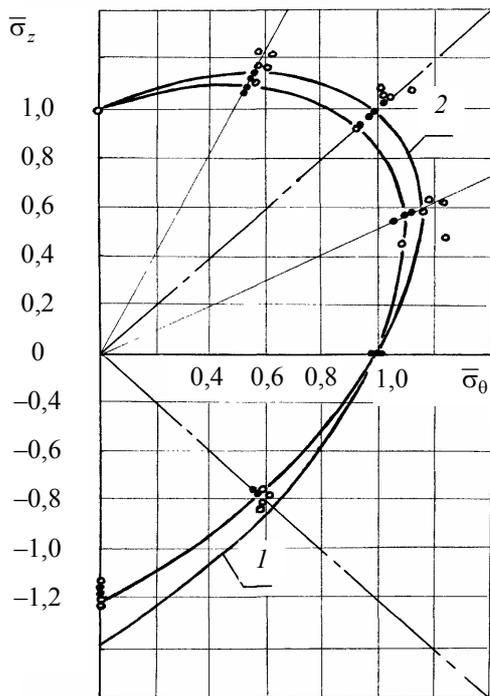


Рис 6.13

На рис. 6.14 показана предельная диаграмма разрушения корпусных сталей ферритно-карбидного класса • – 15Х2НМФА при нормальной температуре и ◦ – 10ГН2МФА при 20, 100, 200, 300 и 400 °С [263], а также * – быстрорежущих сталей с карбонитридным упрочнением Р12 ($1/m = 0,105$), Р18 ($1/m = 0,100$) и Р6МЗ ($1/m = 0,110$) при $T = 20$ °С [228]. Быстрорежущая сталь была испытана К.К. Пахотиным и Л.М. Седоковым в условиях растяжения и кручения. Можно сказать, что вся совокупность точек, отражающая разрушение материала

лов с подобными диаграммами растяжения, в относительных координатах также располагается между двумя предельными кривыми: кривой 1 квазивязкого разрушения по условию (6.17) и кривой 2 вязкого разрушения по условию (6.18). Штриховая линия построена по критерию Кулона.

Быстрорежущая сталь, но закаленная до мартенситной микроструктуры с высокой твердостью и высокой прочностью обнаруживает совершенно иной характер разрушения. Ее диаграммы деформирования – практически прямые линии с $1/m \approx 1,0$ и $1/n \approx 1,0$ [264], разрушение в области $\sigma_0 > 0$ хрупкое [264], а разрушающее сжимающее напряжение

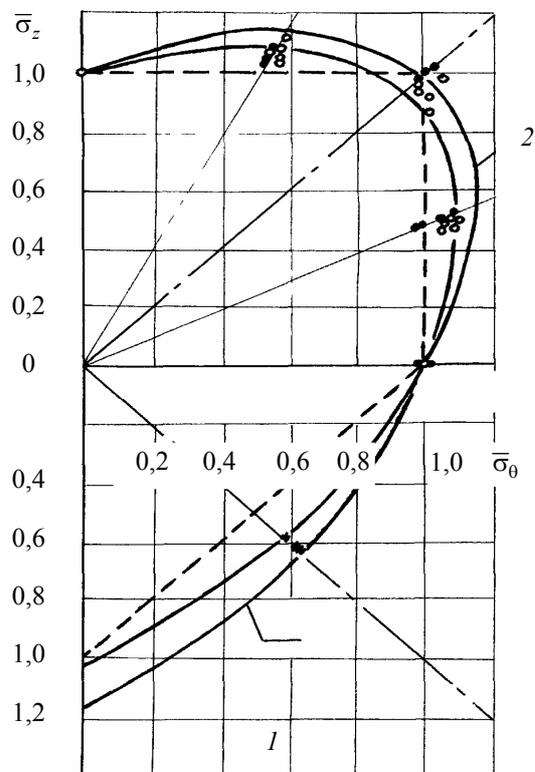


Рис.

при одноосном сжатии почти вдвое больше разрушающего растягивающего напряжения $S_p/S_c = 0,42...0,50$ [264, 265], как и для некоторых других термически обработанных до высокой твердости

(HRC 62...64) инструментальных сталей мартенситного класса [265].

Для сталей перлитного класса в относительных координатах критерий равной вероятности при линейной объемной деформации имеет вид ($1/m = 0,25$; $1/n = 0,33$; $\mu = 0,25$):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,3488\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,163; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,3750\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,163. \end{aligned} \quad (6.19)$$

При нелинейной объемной деформации шаровой тензор оказывает меньшее влияние на предельное состояние:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,01863\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,00621; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,05660\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,00621. \end{aligned} \quad (6.20)$$

На рис. 6.15 показана предельная диаграмма текучести (а) и разрушения (б) высокопрочных среднелегированных сталей при нормальной температуре: \circ – 20Х3МВФ (опытные данные А.М. Жукова [266]); \bullet – 30Х2ГСН2ВМ (опытные данные Бастуна В.Н. и Черняка Н.И. [267]). Предельная кривая 1

построена по условию (6.19); кривая 2 – по условию (6.20); штриховая III соответствует критерию Кулона; штриховая IV – критерию Мизеса.

Жуков А.М. предлагал критерий Мизеса для оценки текучести и критерий Кулона для оценки разрушения. Бастун В.Н. и Черняк А.М. для оценки всех предельных состояний считают приемлемым критерий Мизеса. Поскольку при двухосном растяжении влияние шарового тензора слабое, то многие критерии будут равноценны по точности. Нетрудно заметить, что экспериментальные точки располагаются между кривыми критерия равной вероятности для линейного (6.19) и нелинейного (6.20) изменения объема.

На рис. 6.16 представлены опубликованные в справочнике [9] результаты испытаний при температуре 20 °С сплава Х16Н40М5Д3Т3Ю (•) на хромоникелевой основе и сплава ХН35ВТЮ (◦) на железоникелевой основе. Штриховая линия III соответствует критерию Кулона; штриховая IV – критерию Мизеса.

Авторы опытных исследований для оценки текучести и прочности предлагают критерии Кулона и Мизеса. Сдобыревым В.П. было показано [268], что для оценки длительной прочности сплава ХН35ВТЮ при плоском напряженном состоянии хорошую сходимость с опытными

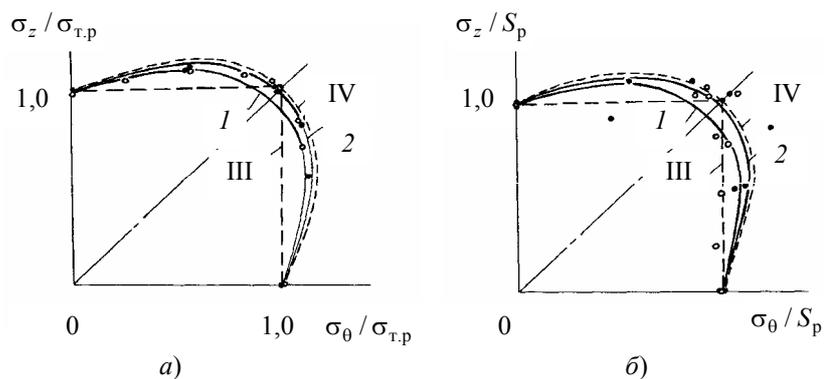


Рис. 6.15

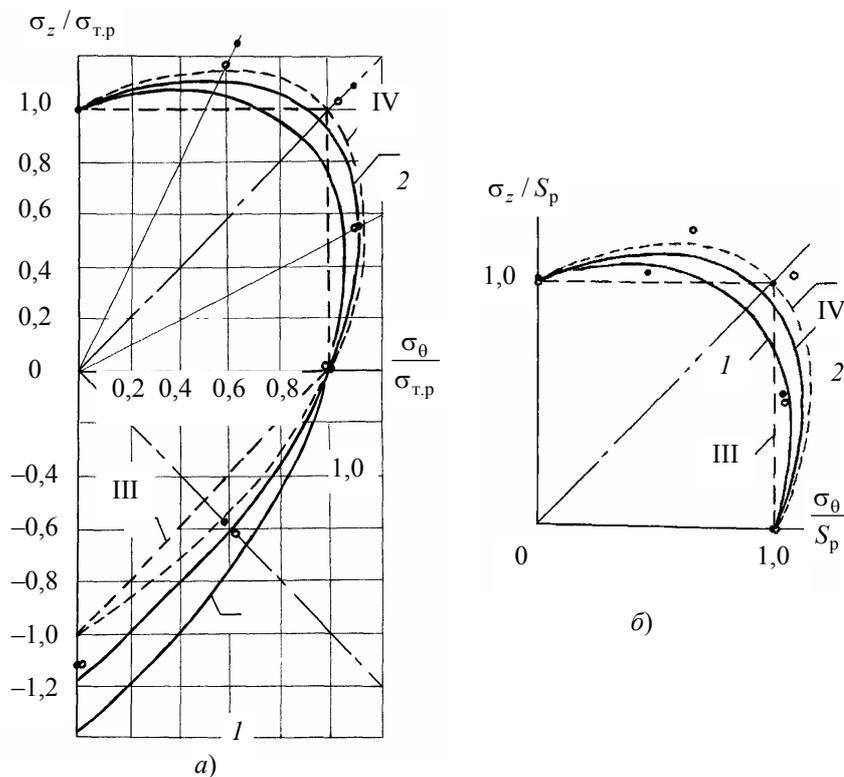


Рис.

данными дает критерий Сдобырева. На рис. 6.16 кривые равной вероятности процесса разрушения построены для $1/m = 0,5$ [262], $1/n = 0,67$ и $\mu = 0,25$. Кривая текучести и кривая I квазивязкого разрушения построена в относительных координатах по условию

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,4286\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,1429; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,4839\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,1429, \end{aligned} \quad (6.21)$$

а кривая 2 вязкого разрушения – по условию

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,1765\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,0588; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,3194\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,0588. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Экспериментальные точки предельных состояний текучести и разрушения находятся вблизи кривых (6.21) и (6.22).

Результаты испытаний на прочность стали X18H9T в условиях двухосного растяжения при температуре 20, 220, 420, 620 и 820 °С, опубликованные в [229], представлены на рис. 6.17.

Для жаропрочной высоколегированной аустенитной стали X18H9T в относительных напряжениях условие предельного состояния квазивязкого разрушения при двухосном растяжении ($\bar{\sigma}_0 \geq 0$; $1/m = 0,36$ и $\mu = 0,25$) преобразуется в выражение

$$0,3834\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,1278, \quad (6.23)$$

а для вязкого разрушения

$$0,0725\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,0242. \quad (6.24)$$

На рис. 6.17, *а* кривые построены в абсолютных координатах по условию (6.24); на рис. 6.17, *б* в относительных координатах предельная кривая I построена по условию (6.23); кривая 2 – по условию (6.24). Штриховая линия соответствует критерию Кулона. Можно сказать, что для аустенитной стали X18H9T предельное состояние разрушения соответствует критерию Кулона, но примерно с такой же степенью точности будет подходить и критерий равной вероятности. Критерий Мизеса в данном случае будет являться предельной огибающей для экспериментальных точек, расположенных внутри этой кривой.

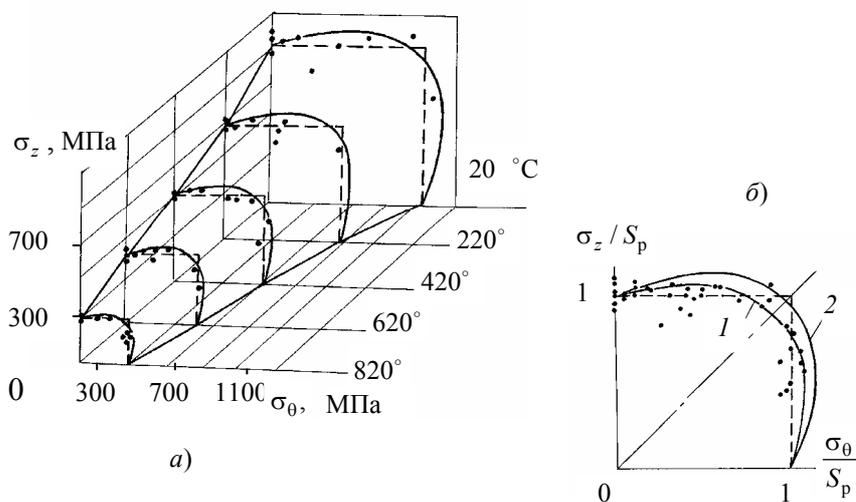


Рис.

6.2.3. СЕРЫЙ ЧУГУН

Испытания на прочность при одноосном, двухосном и трехосном сжатии чугуна МСЧ 38-60 были выполнены в 1950-е гг. в лаборатории Ленинградского политехнического института Ю.И. Ягном и В.В. Евстратовым [269]. Результаты испытания представлены на рис. 6.18: • – опытные данные для разрушенных образцов; * – напряжения в конце испытания неразрушенных образцов. Авторами [269] было установлено, что шаровой тензор оказывает существенное влияние на прочность и пластичность чугуна: прочность и пластичность при объемном сжатии были больше, чем при одноосном сжатии, и повышались с увеличением $|\sigma_0|$. Сопоставление результатов опытов с условиями разрушения по различным существующим на тот момент времени гипотезам показало, что ни одна из них не обеспечивала вполне удовлетворительного описания явления. Ниже приведена проверка, насколько предлагаемый энергетический критерий равной вероятности процесса разрушения отвечает этим опытными данным.

Используя изложенную в монографии М.Н. Степнова [73] методику статистической обработки опытных данных, получили уравнение регрессии, устанавливающее зависимость интенсивности разрушающих напряжений σ_i от среднего напряжения σ_0 . Затем сравнили уравнение эмпирической линии регрессии с критериальным уравнением для $\sigma_0 < 0$, полученным преобразованием уравнения (5.16). При этом правую часть критериального уравнения выразили через параметры диаграммы одноосного сжатия:

$$\frac{3(1-2\mu)}{3^n-1+2\mu}\sigma_0 + \sigma_i = \left[-\frac{1-2\mu}{3^n-1+2\mu} + 1 \right] |S_C|. \quad (6.25)$$

В статистическую обработку включили только данные о разрушенных образцах из всей совокупности данных [269] для чугуна МСЧ 38-60 при температуре 20 °С. Учли, что все значения $x_j = \sigma_{0j}$ и $y_j = \sigma_{ij}$, приведенные Ю.И. Ягном и В.В. Евстратовым в научной статье, являются средними, установленным по трем-четырем испытаниям на прочность при простом нагружении с одинаковым отношением $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$. Следует отметить, что одно число из исходных данных авторов [269] не соответствует виду напряженного состояния: для $\sigma_0 = -416$ МПа при $\sigma_0/\sigma_i = -0,648$, очевидно, ошибочно указано значение $\sigma_i = 580$ МПа, а нужно: $\sigma_i = -460/(-0,648) = 642$ МПа. Статистическую обработку выполнили по формулам для малых выборок.

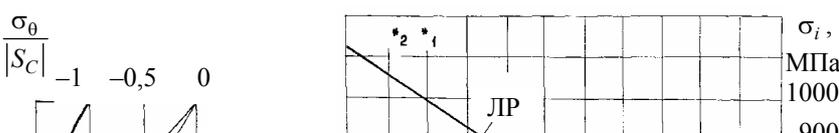
Корреляционный анализ опытных данных показал сильное влияние $x = \sigma_0$ на $y = \sigma_i$; линейный регрессионный анализ дал следующее уравнение предельного состояния в МПа:

$$y = 425 - 0,626x. \quad (6.26)$$

Погрешность вычисления интенсивности напряжений по уравнению (6.26) составила $\delta_y = \pm 38,2$ МПа, т.е. для исследованного диапазона напряжений была в пределах $\pm 7\%$. На рис. 6.18, б эмпирическая линия регрессии обозначена аббревиатурой ЛР, штриховыми линиями показан доверительный интервал 95 % вероятности.

На основании кривых деформирования чугунных образцов, экспериментально полученных И. Ходкинсоном [5], В.С. Головенко, В.З. Мидуковым и Л.М. Седоковым [270], Б.И. Ковальчуком и А.А. Лебедевым [271], Л.Г. Нудельманом [272], О.Е. Ольховиком [273], а также на основании диаграмм, опубликованных в [55], установили среднее значение параметра нелинейности $n = 1,5$. Коэффициент поперечной деформации для серого чугуна согласно [223, 242] приняли равным $\mu = 0,25$. Тогда, согласно (6.25), уравнение предельного состояния для серого чугуна МСЧ 38-60 с предельным сопротивлением линейному сжатию $S_C = 575$ МПа [206] примет вид

$$\sigma_i = 514 - 0,319\sigma_0, \text{ МПа.} \quad (6.27)$$



Это уравнение хорошо аппроксимирует опытные данные авторов [269] только для двухосного сжатия, что показано на рис. 6.18, *a*, но оно плохо соответствует данным для трехосного сжатия. Эмпирической линии регрессии (6.26) удовлетворительно соответствует линия критерия (6.25), в котором $n = 1,5$, а коэффициент поперечной деформации меньше установленного испытанием при одноосном напряженном состоянии и составляет всего $\mu = 0,1$:

$$\sigma_i = 470 - 0,546\sigma_0, \text{ МПа.} \quad (6.28)$$

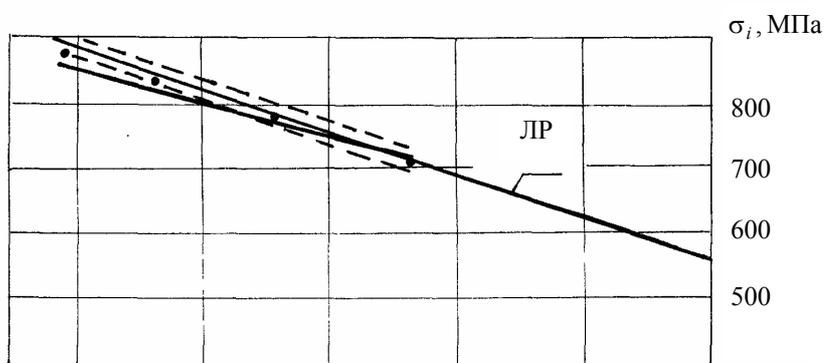
Низкому значению μ соответствует слабая деформируемость материала в поперечном направлении. В этом случае коэффициент поперечной деформации критерия (6.28) отражает не потенциальную возможность деформирования материала в поперечном направлении, а реальную кинетику процесса деформирования: есть кинетика – есть коэффициент, а нет кинетики – и коэффициент поперечной деформации равен нулю.

На рис. 6.18, *б* график критерия (6.28) представляет собой прямую в осях $\sigma_0 - \sigma_i$, проходящую на исследуемом диапазоне внутри доверительного интервала 95 % вероятности, построенного для эмпирической линии регрессии. Напряжения в неразрушенных образцах на рис. 6.18, *б* показаны точками, которые располагаются и в допредельной, и в запредельной области графика $\sigma_0 - \sigma_i$. Эти испытания осуществлены при напряженных состояниях, более близких к равностороннему сжатию: отношение $\sigma_0 / \sigma_i = -0,778$ для точки 1; $-0,850$ для точки 2; -1 для точки 3. В этом случае следует ожидать уменьшения коэффициента поперечной деформации. Опытные данные явно отражают тенденцию усиления влияния шарового тензора на повышение прочности с ростом объемности напряженного состояния. С позиции критерия (6.25) это можно объяснить снижением коэффициента поперечной деформации.

В 1970-е гг. прочность чугуна СЧ 18-36 (НВ 1900 МПа) при трехосном сжатии в условиях простого и сложного нагружения при нормальной температуре исследовалась в Томском политехническом институте В.С. Головенко, В.В. Мидуковым и В.В. Седоковым [270] – рис. 6.19. Корреляционный анализ опубликованных авторами [270] опытных данных для простого нагружения показал сильную линейную связь $x = \sigma_0$ и $y = \sigma_i$. Уравнение регрессии в МПа имеет вид

$$y = 559 + 0,641x, \quad (6.29)$$

при этом ошибка вычисления составила всего $\delta_y = \pm 8,5$ МПа, или $\pm 1,5$ % на исследуемом диапазоне напряжений.



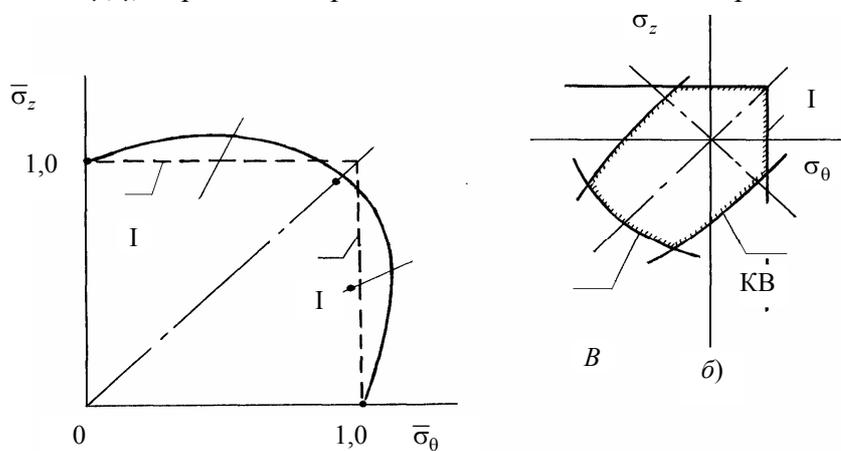
Рис

Для материала СЧ 18-36 с разрушающим напряжением при линейном сжатии $S_C = 705$ МПа [270] уравнение предельного состояния по энергетическому критерию равной вероятности будет удовлетворительно соответствовать статистическому уравнению регрессии (6.29), так же как и в случае с МСЧ 38-60, при $n = 1,5$ и $\mu = 0,1$:

$$\sigma_i = 577 + 0,546\sigma_0, \text{ МПа.} \quad (6.30)$$

Диаграмма предельного состояния чугуна СЧ 18-36 построена на рис. 6.19. Точки – опытные данные [270]. График критерия (6.30) показан сплошной линией, она проходит вблизи линии регрессии ЛР (6.29); 95 % доверительный интервал для линии регрессии показан штриховой линией. Максимальное отклонение опытных данных по оси σ_i от линии критерия (6.30) составляет всего 3,2 %. Следует отметить, однако, что диаграммы сжатия СЧ 18-36, представленные авторами в работе [270], имеют несколько необычный для серого чугуна вид: с нисходящим участком, больше свойственным пластичному материалу.

В институте проблем прочности АН УССР Б.И. Ковальчук и А.А. Лебедев выполнили испытания на прочность тонкостенных образцов серого чугуна типа СЧ 00 (рис. 6.20, а) при плоском напряженном состоянии в условиях одноосного и двухосного растяжения, одноосного сжатия и кручения при температуре 20, -100 и -180 °С [271, 274]. Исследуя механические свойства при разных отношениях σ_z / σ_θ , авторы установили отсутствие единой деформационной кривой $\sigma_i(\varepsilon_i)$ и резкое возрастание пластичности с переходом из области с $\sigma_0 > 0$ в



a)

Рис

область с $\sigma_0 < 0$. Такое изменение пластичности можно объяснить сменой характера элементарных актов разрушения, т.е. изменением энергии активации процесса разрушения. Ранее аналогичную закономерность разрушения чугуна отмечал и Н.Н. Давиденков в работе [275]: чугун разрушается от отрыва при растяжении и постепенно переходит к разрушению от среза по мере появления и роста отрицательного шарового тензора.

Авторы работы [274] А.А. Лебедев и В.В. Ковальчук, анализируя свои опытные данные, сделали вывод о том, что общие закономерности низкотемпературного деформирования и разрушения чугуна остаются те же, что и при нормальной температуре. Что разрушение чугуна типа СЧ 00 всегда является хрупко-вязким, поэтому опытные данные хорошо аппроксимируются критерием Г.С. Писаренко–А.А.

Лебедева в форме, которая учитывает статистический аспект прочности структурно неоднородного тела с помощью функции влияния A^{1-1} [276], где $I = 3\sigma_0 / \sigma_i$.

Поскольку трубчатые образцы имели анизотропию свойств в осевом и тангенциальном направлении ($S_{zC} \neq S_{0C}$) и отсутствовали авторские данные о прочности чугуна в тангенциальном направлении при низких температурах, то был выполнен корреляционный анализ в относительных координатах $\bar{\sigma}_z = \sigma_z / S_{zp}$, $\bar{\sigma}_0 = \sigma_0 / S_{0p}$ только для разрушения при нормальной температуре. Корреляционный анализ показал, что связь параметров напряженного состояния σ_0 и σ_i в области двухосного растяжения незначимая. Это подтверждает ранее высказанное предположение о том, что в этой области точность всех критериев, и учитывающих, и не учитывающих шаровой тензор, будет одинаковой.

Диаграмма разрушения чугуна СЧ 00 при $T = 20$ °С показана на рис. 6.20, а: точки – опытные данные [274]; предельная кривая построена по уравнению (6.31); штриховая линия I соответствует критерию Галилея.

Для построения предельной кривой равной вероятности приняли $m = 2$ и $\mu = 0,25$; согласно (5.16) уравнение кривой в относительных напряжениях для СЧ 00 при этом получило вид

$$\bar{\sigma}_i = 1,0588 - 0,176\bar{\sigma}_0. \quad (6.31)$$

Предельная кривая (6.31) построена на рис. 6.20, а сплошной линией.

На основании деформационных кривых [271], проанализировав характер разрушения [275] и данные рис. 6.20, а, правильно будет предположить, что в области положительного шарового тензора критерием прочности чугуна является максимальное главное напряжение – и справедлива первая классическая гипотеза сопротивления материалов. С переходом в область отрицательного шарового тензора разрушение становится вязким, при этом возможна переходная область квазивязкого разрушения, для которой деформации в момент разрушения материала малы и изменение объема линейное. Такая возможная схема предельного состояния серого чугуна при плоском напряженном состоянии показана на рис. 6.20, б.

Выраженные в относительных координатах $\bar{x} = \bar{\sigma}_0 = \sigma_0 / |S_C|$ и $\bar{y} = \bar{\sigma}_i = \sigma_i / |S_C|$ уравнения эмпирических линий регрессии и уравнения предельных состояний вязкого разрушения серых чугунов МСЧ 38-60 и СЧ 18-36 при сжатии сведены в табл. 6.1.

6.1. Связь уравнений предельного состояния

Материал	Уравнение эмпирической линии регрессии	Уравнение критерия равной вероятности
МСЧ 38-60	$\bar{y} = 0,739 - 0,626\bar{x}$	$\bar{\sigma}_i = 0,818 - 0,546\bar{\sigma}_0$
СЧ 18-36	$\bar{y} = 0,793 - 0,641\bar{x}$	$\bar{\sigma}_i = 0,818 - 0,546\bar{\sigma}_0$

Сравнение уравнений табл. 6.1 свидетельствует о следующем.

Во-первых, согласно уравнениям эмпирических линий регрессии вклад шарового тензора в предельное состояние серого чугуна разных марок примерно одинаковый.

Во-вторых, если представить уравнение эмпирической линии регрессии в виде $\bar{y} = \bar{a} - b\bar{x}$, то просматривается приближенно связь коэффициентов вида $\bar{a} \approx 1 - b/3$. Такая структура уравнений регрессии соответствует общей структуре уравнения критерия равной вероятности (6.25).

6.2.4. ПОЛИМЕРНЫЕ ТЕРМОПЛАСТИЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

На рис. 6.21 в относительных координатах показаны результаты кратковременных испытаний термопластов при нормальной температуре. Точки – это совмещенные данные И. Нарисавы для пределов текучести поликарбоната (*) [20] и данные для полистирола (o) и других термопластов (•), взятые из монографии А.Я. Гольдмана [125]. На рис. 6.22 – опубликованные в [146] данные Е.Р. Джонса для случая двухосного растяжения стеклопластика.

На обоих рисунках опытные точки располагаются между двумя предельными кривыми критерия равной вероятности состояния текучести, построенными для двух предельных значений коэффициента поперечной деформации $\mu=0,3$ и $\mu=0,4$ [20] для $m=1,5$ в области положительного шарового тензора и $n=1,125$ в области отрицательных значений σ_0 (согласно диаграммам для различных термопластов, приведенных в [9, 125, 277 – 280]).

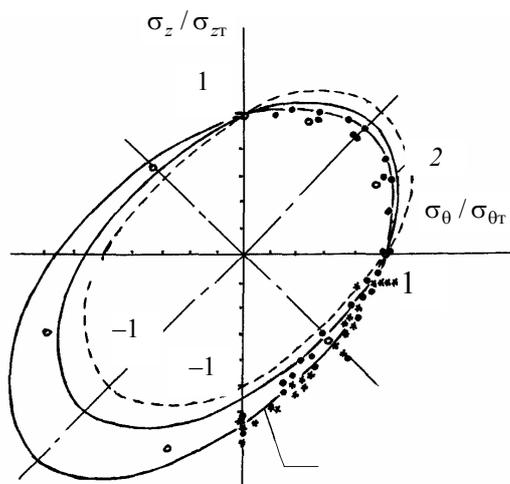


Рис. 6.21

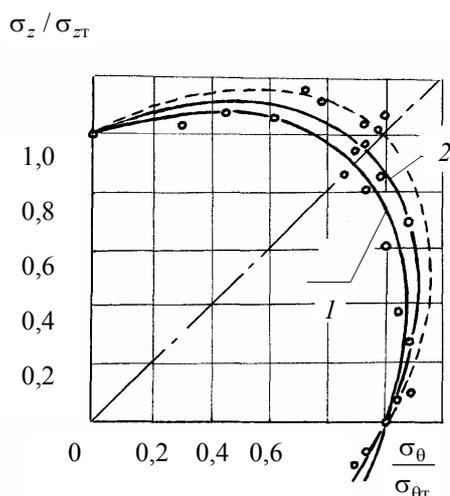


Рис. 6.22

Следует отметить, что для одних и тех же аморфных термопластов разные авторы приводят разные, зачастую сильно отличающиеся между собой, значения коэффициентов Пуассона [20, 19, 42, 125, 280]. От выбранного значения коэффициента Пуассона, порой, существенно зависит результат расчета на прочность и жесткость деталей из пластмасс, на что обращают внимание в своей работе С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина и К.И. Цирулле [11].

Условия текучести термопластов по критерию равной вероятности (5.17):

для $\mu=0,3$:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,3750\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,125; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,4322\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,125. \end{aligned} \quad (6.32)$$

для $\mu=0,4$:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_0 \geq 0 & \quad 0,1765\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,059; \\ \bar{\sigma}_0 \leq 0 & \quad 0,2016\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1,059. \end{aligned} \quad (6.33)$$

На рис. 6.21 и 6.22 предельные кривые I построены по уравнению (6.32); кривые 2 – по уравнению (6.33); штриховые линии соответствуют критерию Мизеса.

Для оценки предела текучести полимерных материалов И. Нарисава [20, с. 98] предлагает модифицированное условие Мизеса

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6(\tau_T - \psi_0 \sigma_0)^2, \quad (6.34)$$

где τ_T – предел текучести при чистом сдвиге; ψ_0 – так называемый коэффициент чувствительности к давлению (константа, характерная для данного материала).

После простых преобразований уравнение (6.34) дает схожую форму с предлагаемым критерием равной вероятности

$$\sigma_i + \sqrt{3}\psi_0\sigma_0 = \sqrt{3}\tau_T, \quad (6.35)$$

если ввести следующее обозначение: $\sqrt{3}\psi_0 = \alpha_0/\alpha_i$. Траектория текучести для двухосного напряженного состояния, построенная по условию (6.35) будет отражать те же особенности, что и построенная по критерию (5.17), а именно: предельное напряжение одноосного растяжения больше, чем двухосного равномерного растяжения; предел текучести одноосного сжатия больше одноосного растяжения; предел текучести двухосного равномерного сжатия больше одноосного сжатия.

Отличие критерия (6.35) от критерия равной вероятности заключается в следующем. Во-первых, условие (6.35) получено на основе других физических предпосылок: величина $\psi_0\sigma_0$ введена как поправка, отражающая влияние давления на предельное сопротивление сдвигу. Во-вторых, условие (6.35) не различает влияний растягивающего и сжимающего среднего напряжения. При этом константу ψ_0 рекомендуют определять из опытов на сдвиг под гидростатическим давлением.

Со ссылкой на иностранные источники И. Нарисава указывает [20, с. 99], что установленный испытаниями под давлением коэффициент чувствительности к давлению для ПММА $\psi_0 = 0,15...0,17$, а для большинства кристаллических и аморфных полимеров находится в пределах $\psi_0 = 0,1...0,3$. Тогда соответственно для ПММА $\sqrt{3}\psi_0 = 0,260...0,294$, а для большинства полимеров $\sqrt{3}\psi_0 = 0,173...0,520$. Нетрудно заметить, что значения констант критериев (6.32) и (6.33) для $\bar{\sigma}_0 \leq 0$, $\mu = 0,40...0,30$ и $n = 1,125$ входят в вышеуказанный предел и составляют $\alpha_0/\alpha_i = 0,202...0,432$. Определять эти константы из стандартных опытов на одноосное сжатие гораздо проще, чем по результатам испытаний под гидростатическим давлением. В этом состоит одно из преимуществ предлагаемого критерия равной вероятности.

6.2.5. БЕТОНЫ

Бетон – искусственный каменный композиционный материал, который получают в результате затвердения смеси, составленной из заполнителя, вяжущего, воды и специальных добавок. Особенностью этого материала является то, что при затвердении образуется сложная структура, включающая в себя большое количество различных дефектов: трещин и пор в матрице; пустот по границам зерен заполнителя.

Несмотря на неоднородность и дефектность структуры, бетон в инженерных расчетах представляют некоторой моделью сплошной среды, при этом выделяют характерный объем материала, в пределах которого реальные напряжения заменяют на "сглаженные". Размер этого характерного элемента теоретически пока не обоснован. Практически за наименьшее значение линейного размера l_0 принимают $l_0 \approx 5d$, где d – диаметр заполнителя [281]. Если габаритный размер объекта (обычно длина) больше характерного размера l_0 , то в инженерных расчетах используют гипотезы сплошности и плоских сечений. Они позволяют получить математическую модель, в которой деформации и напряжения являются непрерывными функциями координат.

Окаменение бетонной смеси и образование твердого тела – это процесс образования специфической кристаллографической структуры. Он включает в себя этапы гидратации (связывания воды твердой фазой), кристаллизации, возникновения ионной структуры кристаллогидратных образований. Процесс структурирования бетона существенно зависит от температуры, является протяженным во времени. По-

сколькx разрушение – это процесс, обратный структурированию, то разрушение бетона – это термохимическая деструкция со сложной кинетикой.

Рассматривая основы физики бетона, И.Н. Ахвердов [282] связывает кинетику роста прочности при твердении бетона с трансформацией связей в образующемся цементном камне – с переходом по мере уплотнения кристаллической решетки от диполь-дипольной к ион-дипольной и ион-ионной связи. Хотя предельные напряжения при хрупком и вязком разрушении бетона зависят от его плотности и структурной неоднородности, но основной характеристикой, предопределяющей характер разрушения, является энергия активации. Ахвердов И.Н. считает [282], что хрупкое разрушение обуславливается в основном ион-ионным взаимодействием, а наиболее явно вязкие свойства цементного камня проявляются при ион-дипольном взаимодействии в межкристаллических прослойках жидкости.

При растяжении бетон разрушается хрупко путем развития одной или нескольких магистральных трещин. Вязкое разрушение бетона при сжатии и комбинации сжатия с растяжением представляют как процесс прогрессирующего развития несплошности равномерно во всем объеме. Концепция разрыхления в России развита работами А.А. Гвоздева [283] и О.Я. Берга [284]. Ими было показано, что необратимые деформации в бетоне являются результатом образования пустот, в пределах которых отдельные малые структурные элементы могут перемещаться как единое целое. При этом часто наблюдается замедление изменения объема и дилатация (дилатансия) – возрастание объема материала при напряженных состояниях с отрицательным шаровым тензором. Из-за этой особенности разрыхления материала О.Я. Берг предложил называть необратимые большие деформации в бетоне "псевдопластическими" [284].

В работах А.А. Гвоздева [283] и О.Я. Берга [284] убедительно показано, что для "псевдопластического" деформирования и вязкого разрушения бетонов классические гипотезы не применимы. На предельное состояние влияет второе главное напряжение σ_2 и шаровой тензор. Большинство предложенных в последнее время критериев предельного состояния представляют собой функциональную зависимость октаэдрического нормального, октаэдрического касательного напряжения и параметра Лодэ, т.е. являются развитием обобщений А. Надаи [138] и М.М. Филоненко-Бородича [124].

На рис. 6.23 представлены взятые из работы Л.К. Лукши [287] данные о прочности бетонов при двухосном сжатии: • – опыты Кобаяши; Δ – Лиу; \square – Райниуса; * – Вейглера.

Кривая 1 на рис. 6.23, а построена по критерию Писаренко-Лебедева (3.6) для $\chi^{-1} = |S|/S = 10$; критерий дает явно заниженные значения предельных напряжений. Лукшей Л.К. в работе [287] предложен модифицированный критерий, математическая модель которого имеет довольно сложный вид:

$$\tau_{\beta} = \tau_{+} + (\tau_{-} + \tau_{+}) \left(\frac{1 - \mu_{\sigma}}{\sqrt{3 + \mu_{\sigma}^2}} \right)^{\omega}, \quad (6.36)$$

где μ_{σ} – параметр Лодэ; $\omega = 3$ для сжатия и $\omega = 4$ для растяжения;

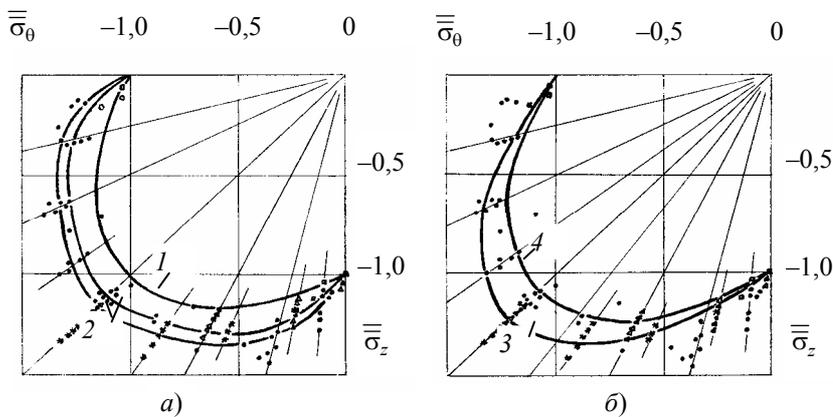


Рис. 6.23

$$\tau_{\beta} = \sqrt{2}\sigma_i/3; \quad \tau_{-} = \sqrt{\frac{3\sigma_0[\chi^{-1}(\varphi-1)\sigma_0 + (\chi^{-1}-1)S_C] + S_C^2}{3\lambda^{-1}(1+0,5\varphi)}};$$

$$\tau_+ = \sqrt{\frac{6\sigma_0[(b-1)(c+0,5b)\sigma_0 + (\chi^{-1}-1)(1+0,5b)S_p + \chi^{-1}(c+0,5b)S_p^2]}{6(1+0,5b)(a+0,5b)}}$$

$\chi^{-1} = |S_C|/S_p$; $\varphi(\chi^{-1}; m)$; m – показатель класса бетона; a, b, c – константы.

В итоге критерий (6.36) включает в себя шесть аппроксимационных констант. Он хорошо удовлетворяет совокупности экспериментальных данных. На рис. 6.23, *a* критерий Л.К. Лукши показан кривыми 2, область между которыми соответствует материалам с параметром $\chi^{-1} = |S|/S = 6,67 \dots 14,0$. Но включая шесть аппроксимационных констант, он является довольно сложным для применения в инженерной практике.

Для объемного вязкого разрушения в условиях одноосного, двухосного и трехосного сжатия критерий вероятности статистической физики (5.16) в относительных координатах будет иметь вид

$$\frac{3(1-2\mu)}{3^n-1+2\mu} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 1 - \frac{1-2\mu}{3^n-1+2\mu}, \quad (6.37)$$

где $\bar{\sigma}_0 = \sigma_0/|S_C|$ и $\bar{\sigma}_i = \sigma_i/|S_C|$.

Для бетонов коэффициент Пуассона, как правило, имеет значение в пределах $\mu = 0,15 \dots 0,20$ [281, 285], а параметр нелинейности можно принять равным $n = 1,5 \dots 2,0$ [286]. Тогда для $\mu = 0,15$ и $n = 1,5$ критерию (6.37) будет соответствовать уравнение предельного состояния

$$0,4671\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 0,8443, \quad (6.38)$$

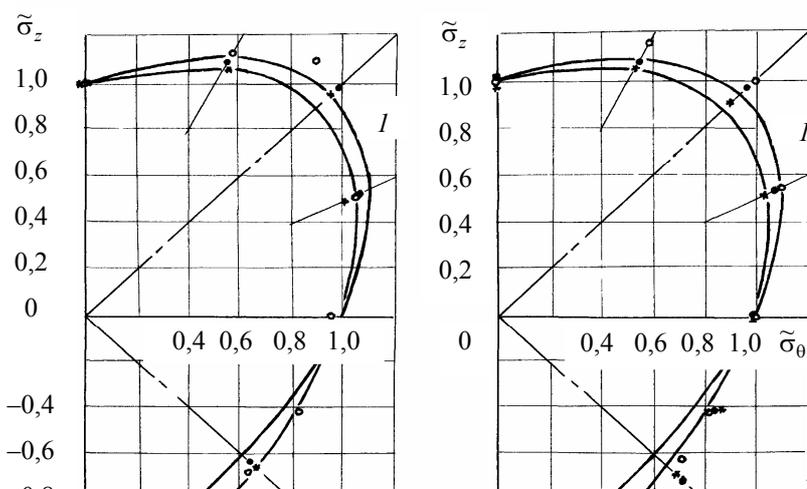
а для $\mu = 0,20$ и $n = 2,0$

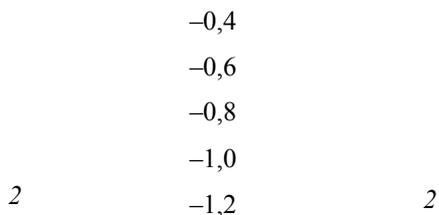
$$0,2143\bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i = 0,9286. \quad (6.39)$$

На рис. 6.23, *b* представлены те же экспериментальные данные, а предельные кривые разрушения построены по критерию равной вероятности: 3 – по уравнению (6.38); 4 – по уравнению (6.39). Нетрудно заметить, что критерий равной вероятности отражает качественно характер изменения прочности бетона с изменением соотношения напряжений при двухосном сжатии. Более сильное повышение прочности по сравнению с одноосным сжатием при появлении небольшого по величине второго сжимающего напряжения соответствует характеру влияния шарового тензора, когда изменение объема материала под нагрузкой линейное (см. рис. 6.20, *b*). Положительным в этом критерии является простота для инженерной оценки и физическая обоснованность констант.

6.3. ПРОЧНОСТЬ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

На рис. 6.24 *a* показаны результаты испытания на прочность при плоском напряженном состоянии высоколегированной стали Х12Н2ВМФА (ЭИ 961), а на рис. 6.24, *b* – сплава ХН73НБТЮ (ЭИ 698) на никелевой основе при однократном нагружении с постоянной скоростью деформирования до разрушения ($\circ - N = 0,5$) и при периодическом нагружении, соответствующем малоциклового усталости материала ($\bullet - N = 10^3$; $* - N = 10^4$). Испытания осуществлены И.Н. Шкановым, Н.З. Брауде и Ф.И. Муратаевой [281]. Для прогноза малоциклового усталости авторы предлагают критерий И.Н. Шканова [289], представляющий собой модифицированный вариант критерия Г.С. Писаренко–





А.А. Лебедева, в котором константы выражены через пределы выносливости материала по нормальным и касательным напряжениям при симметричных циклах нагружения и учтено влияние коэффициента поперечной деформации.

На рис. 6.24, *a* и *б* опытные точки [288] показаны в относительных координатах $\tilde{\sigma}_{zN} = \sigma_{zN} / S_{PN}$ и $\tilde{\sigma}_{\theta N} = \sigma_{\theta N} / S_{PN}$, где σ_{zN} и $\sigma_{\theta N}$ – максимальные напряжения циклов нормальных напряжений по оси z и θ ; S_{PN} – предел выносливости при одноосном циклическом растяжении, соответствующий базовому числу циклов N . Опытные точки располагаются между предельными кривыми 1 критерия равной вероятности вязкого (6.22) разрушения и 2 – квазивязкого (6.21) разрушения высоколегированных аустенитных сталей и сплавов. Экспериментальные данные статической прочности ($N = 0,5$) располагаются ближе к предельной кривой вязкого разрушения, а с увеличением базового числа циклов смещаются в сторону кривой квазивязкого разрушения.

На рис. 6.25 показаны результаты опытов В.А. Шерстнева и А.Я. Гольдмана, исследовавших прочность тонкостенных трубчатых образцов полиэтилена высокой плотности (ПЭВП) при пропорциональном нагружении в условиях двухосного циклического растяжения с частотой $f = 1,2$ Гц при температуре $T = 25 \pm 2$ °С [290].

Авторами [290] было установлено, что цикличность нагружения способствует охрупчиванию материала. При малых значениях долговечности ($\lg N \leq 4$) вид разрушения образцов указывал на вязкую природу процесса. При меньших значениях напряжений циклов, когда долговечность материала была больше 10^4 циклов, характер разрушения образцов становился хрупким. Шерстнев В.А. и Гольдман А.Я. установили подобие разрушения ПЭВП при циклическом и статическом разрушении, но отметили, что накопление повреждений при циклическом нагружении развивается с большей скоростью, чем это следует из принципа линейного суммирования Бейли. Однако в этом численном исследовании авторы [290] на протяжении всего интервала времени циклического воздействия считали параметры циклов неизменными. Позднее, рассматривая усталость при изгибе образцов из другого кристаллического полимера, полиамида, С.Б. Ратнер и Л.Б. Потапова показали [89], что учет концентрации напряжений в окрестности вершины растущей трещины и саморазогрева, а также использование модели квазиобъемной повреждаемости на втором этапе циклической долговечности подтверждает справедливость принципа суммирования повреждений, но само суммирование при этом будет нелинейным.

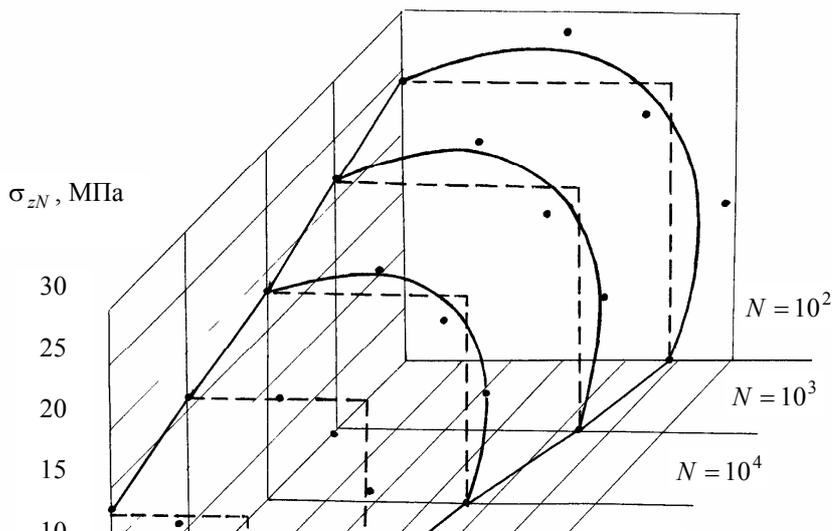


Рис. 6.25

Точки изохронных кривых на рис. 6.25 – это вычисленные авторами [290] по экспериментальным кривым выносливости пределы выносливости, соответствующие принятым базовым долговечностям. Для малоциклового усталости при $N \leq 10^4$ явно прослеживается закономерность повышения прочности материала при $\sigma_{zN} / \sigma_{\theta N} = 0,5$ и снижения прочности при равномерном двухосном растяжении $\sigma_{zN} / \sigma_{\theta N} = 1$ по сравнению с одноосным циклическим растяжением. Это соответствует критерию равной вероятности квазивязкого разрушения, построенному сплошными линиями на рис. 6.25 для $1/m = 0,625$ и $\mu = 0,4$. Уравнение предельного состояния для малоциклового усталости подобно уравнению (6.9) для длительного статического нагружения и имеет вид

$$0,1719\sigma_{\theta N} + \sigma_{iN} = 1,0573S_{pN}. \quad (6.40)$$

Штриховые линии на рис. 6.25 соответствуют классической гипотезе максимальных главных напряжений Галлилея. При многоциклового усталости ($N > 10^4$ циклов), пожалуй, справедливой будет классическая гипотеза Галилея. При этом снижение предела выносливости при двухосном растяжении связано не с влиянием шарового тензора, а с более сильным влиянием концентрации напряжений в окрестности сравнительно медленно растущей трещины.

Таким образом, если период изменения внешней нагрузки не соизмерим с периодом собственных колебаний структурных фрагментов и частиц твердого тела (или с периодом релаксационных процессов в твердом теле), то циклическое нагружение вызывает в твердом теле такие же процессы разрушения как и статическое нагружение. Справедливым является принцип суммирования повреждений в виде принципа суммирования времен. Разным видам нагружения (длительному статическому, однократному статическому и циклическому) будут соответствовать разные коэффициенты перенапряжений в материале и разные температуры гистерезисного саморазогрева. Это исследовали в своих работах С.Н. Журков и Э.Е. Томашевский [189], В.Р. Регель и А.М. Лексовский [173], В.А. Степанов, В.В. Шпейзман и Л.В. Жога [291]; Г.М. Бартенев [180], И.В. Разумовская [193], С.Б. Ратнер и С.Т. Бугло [75, 178] и другие. С позиции критерия равной вероятности это обстоятельство отражается аналогично: циклическое нагружение представляется всего лишь частным случаем нагружения, отличающимся от статического величиной коэффициента α_i формулы температурно-временной зависимости прочности материала, что связано только со свойствами материала, но не с видом напряженного состояния. Характер влияния компонентов напряжения σ_0 и σ_i сложного напряженного состояния при циклическом нагружении будет таким же как и при статическом длительном и однократном кратковременном нагружении. Можно также сказать, что предлагаемый критерий подтверждает справедливость уравнения Коффина-Мэнсона, широко используемого в механике разрушения для прогноза прочности при циклическом нагружении по результатам статических испытаний на прочность [10, 12, 68], а в работе В.В. Новожилова и О.Г. Рыбакиной даже делается попытка обобщения критерия Л. Коффина на случай любого (не циклического) сложного нагружения [292].

Глава 7

ТЕКУЧЕСТЬ И РАЗРУШЕНИЕ ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

7.1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Испытания образцов на прочность в условиях постоянного гидростатического давления можно рассматривать как частный случай сложного нагружения: вначале образцы нагружаются гидростатическим давлением до некоторого конечного значения q (превышение над атмосферным), а затем к ним прикладывается внешняя нагрузка от нулевого значения до разрушающего. На первом этапе, этапе гидростатического нагружения давлением q , энергия активации меняется и к концу первого этапа становится равной $U_{mq} = U_m - \alpha_{0q}q$, где α_{0q} – коэффициент влияния гидростатического давления на энергию активации, а $q < 0$. Тогда условие эквивалентности предельных состояний можно записать как условие равенства вероятностей физического состояния материала под нагрузкой:

$$e^{[(U_m + \alpha_{0q}|q|) - \gamma\sigma_q]/RT} = e^{(U_m - \gamma\sigma)/RT}, \quad (7.1)$$

где σ_q и σ – предельные напряжения текучести или вязкого разрушения под давлением и в атмосферных условиях соответственно.

Сложное напряженное состояние удобно выражать через главные напряжения. Рассматривая состояние текучести и объемного вязкого разрушения, в математической модели (7.1) в качестве σ_q и σ следует принять величину наибольшего по модулю главного напряжения: либо $\sigma_n = |\sigma_1|$, либо $\sigma_n = |\sigma_3|$. Условие эквивалентности предельных состояний (7.1) с учетом преобразования

$$\gamma\sigma_q = \left(\alpha_0 \frac{\sigma_0}{\sigma_n} + \alpha_i \frac{\sigma_i}{\sigma_n} \right) \sigma_n \quad (7.2)$$

можно представить в виде

$$\frac{U_m + \alpha_0|q| - (\alpha_0\bar{\sigma}_0 + \alpha_i\bar{\sigma}_i)\sigma_n}{RT} = \text{const}, \quad (7.3)$$

где $\bar{\sigma}_0$ и $\bar{\sigma}_i$ – относительные параметры напряженного состояния.

Для простого (пропорционального) нагружения физически нелинейного материала со степенной зависимостью напряжений от деформаций, если изменение объема линейное,

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0, \quad \gamma\sigma_q &= \alpha_i \left[\frac{3(m+1)(1-2\mu)}{6m - (m+1)(1-2\mu)} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i \right] \sigma_n; \\ \sigma_0 \leq 0, \quad \gamma\sigma_q &= \alpha_i \left[\frac{3(n+1)(1-2\mu)}{6n - (n+1)(1-2\mu)} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i \right] \sigma_n; \end{aligned} \quad (7.4)$$

если изменение объема нелинейное,

$$\begin{aligned} \sigma_0 \geq 0, \quad \gamma\sigma_q &= \alpha_i \left[\frac{3(1-2\mu)}{3^m - 1 + 2\mu} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i \right] \sigma_n; \\ \sigma_0 \leq 0, \quad \gamma\sigma_q &= \alpha_i \left[\frac{3(1-2\mu)}{3^n - 1 + 2\mu} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i \right] \sigma_n. \end{aligned} \quad (7.5)$$

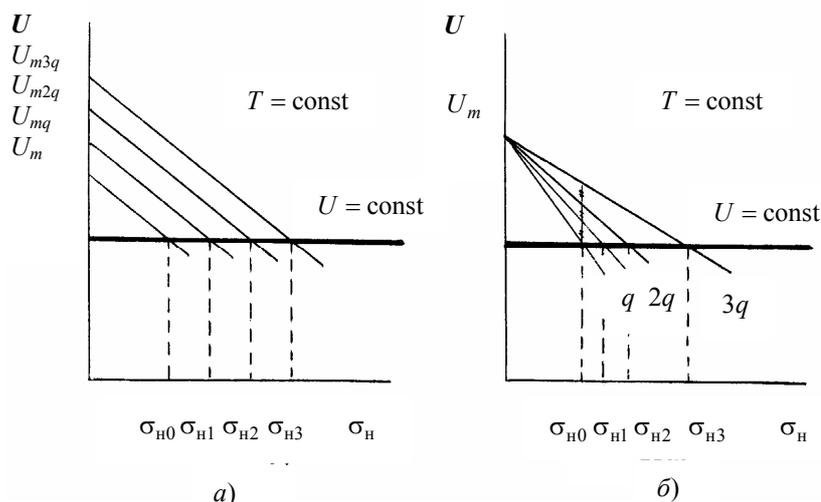
7.2. ГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ УСЛОВИЯ ПРЕДЕЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ МАТЕРИАЛОВ ПРИ НАГРУЖЕНИИ ПОД ДАВЛЕНИЕМ

Для случая нагружения образцов под давлением при постоянной температуре математическая модель (7.3) преобразуется к виду равенства энергий активации:

$$(U_m + \alpha_{0q}|q|) - (\alpha_0\bar{\sigma}_0 + \alpha_i\bar{\sigma}_i)\sigma_n = \text{const} . \quad (7.6)$$

На графике в осях $U - \sigma$ модель (7.6) изобразится совокупностью прямых параллельных линий (рис. 7.1, а), так как для одинаковых видов нагружения под давлением структурно-силовые параметры γ одинаковые. Параллельные прямые пересекают критериальную прямую $U = \text{const}$, а координаты точек пересечения являются значениями предельных напряжений (текучести или разрушения). Эти напряжения (σ_{n0} , σ_{n1} , σ_{n2} , и т.д.) на практике будут соответствовать испытаниям образцов с одинаковой скоростью деформирования или они будут соответствовать одинаковой долговечности образцов при испытании в режиме $\sigma = \text{const}$.

Приращение предельных напряжений (см. рис. 7.1, а) линейно связано с величиной предварительно приложенного давления q , так как начальная энергия активации (7.6) линейно увеличивается давлением.



Именно линейное повышение предела текучести и истинного напряжения в момент разрыва наблюдал П.В. Бриджмен. В главе 5 своей монографии [56], анализируя влияние давления (до 50 тысяч атмосфер) на прочность и пластичность материалов, находящихся под давлением при растяжении, сжатии, сдвиге и сложном напряженном состоянии, П.В. Бриджмен отмечал: "Очевидно, не существует такого экспоненциального возрастания прочности под гидростатическим давлением, которое вначале предполагалось; на деле возрастание, по-видимому, линейно в пределах ошибок измерений".

Анализируя влияние давления на предельные напряжения текучести и прочности материалов, Т. Карман и Р. Беккер [124], П.В. Бриджмен [56], а также С.И. Ратнер [28], С.Б. Айнбиндер с сотрудниками [80] и некоторые другие ученые складывали алгебраически величину давления с шаровым тензором внешней нагрузки, приложенной на втором этапе нагружения. Такому варианту обработки опытных данных соответствует совсем другая математическая модель критерия равной вероятности предельных состояний. Ее графическая интерпретация показана на рис. 7.1, б. В этой математической модели начальная энергия активации остается неизменной ($U_m = \text{const}$), а структурно-силовой параметр меняется ($\gamma = \text{var}$). Согласно этой модели предельные напряжения (как текучести, так и разрушения), соответствующие равной вероятности физического состояния материала под нагрузкой, образуют совокупность значений σ_{ni} , нелинейно связанную с внешним давлением. Последнее, пожалуй, будет справедливо при простом нагружении, когда внешняя нагрузка и гидростатическое давление прикладываются к образцу одновременно пропорционально.

Для математической модели (7.6) характерно меньшее значение структурно-силового параметра γ при одноосном сжатии по сравнению с одноосным растяжением. Это значит, что для сжатия угол между наклонными линиями и осью U (см. рис. 7.1, а) будет больше. Следовательно, предельное напряжение одноосного сжатия в атмосферных условиях будет больше одноосного растяжения, и влияние давления на приращение предельных напряжений при сжатии – сильнее. На эту особенность влияния давления на сопротивление стекол обращают внимание в своих работах П.В. Бриджмен [56], Г.М. Огибалов и И.А. Кийко [293]. Т. Карман и Р. Беккер, пожалуй, первыми исследовали деформирование мрамора при одноосном и двухосном сжатии под давлением. Если результаты их исследования предельных напряжений, приведенные в монографии М.М. Филоненко-Бородича [124] в осях "октаэдрическое нормальное – октаэдрическое касательное напряжение", перестроить в осях "давление – номинальное напряже-

ние", то графики покажут более сильное влияние давления на повышение предельных напряжений двухосного сжатия.

Таким образом, критерий (7.6) качественно отражает явления, наблюдаемые в опытах: повышение предельных напряжений при нагружении под давлением; линейный характер этого влияния на некотором диапазоне давлений; более сильное влияние давления на повышение предельных напряжений одноосного сжатия по сравнению с одноосным растяжением.

7.3. ОПЫТЫ П.В. БРИДЖМЕНА С РАСТЯЖЕНИЕМ СТАЛЕЙ

Растяжение различных материалов, выполненное П.В. Бриджменом в первой половине XX в., показало, что все они, и даже хрупкие в обычных условиях материалы, имеют повышенную пластичность под высоким давлением: существенно более высокий предел текучести и более высокое истинное сопротивление разрыву [56].

Бриджмен П.В. выполнил исследование разрушения при растяжении под давлением на образцах цилиндрической формы со сплошным сечением, которые в отличие от трубчатых образцов обеспечивали хорошую повторяемость результатов опытов. Наблюдаемый большой разброс опытных данных при испытании трубчатых образцов П.В. Бриджмен объяснял частично тем, что в трубчатых образцах возникает не одномерная, а двумерная неустойчивость, соответствующая образованию шейки по радиусу и по окружности. Трубчатые образцы разрушались, как правило, при меньшей пластической деформации. Для трубок при растяжении под давлением не наблюдался разрыв путем нормального отрыва, а только по поверхностям среза, наклонным к оси образца примерно под 45° . Это может быть связано с тем, что в трубчатых образцах напряженное состояние несколько отличается от напряженного состояния в сплошных образцах; неучет радиальных напряжений сказывается на качестве анализа результатов. Именно поэтому систематические исследования и количественная оценка прочности были выполнены П.В. Бриджменом только на сплошных цилиндрических образцах и только для растяжения сталей. Другие исследования влияния давления на прочность были им выполнены в большей степени как качественные, а не как количественные.

В опытах П.В. Бриджмена образцы из сталей, помещенные отдельно под гидростатическое давление до 50 тысяч атмосфер, не обнаруживали сколько-нибудь существенных деформаций, а точнее они были на 1–2 порядка меньше обнаруживаемых при простом одноосном растяжении. Последующее одноосное растяжение, наложенное на гидростатическое давление, сопровождалось развитием больших деформаций, которые в момент разрыва образцов зачастую были на 2–3 порядка больше, чем при растяжении в атмосферном давлении.

Испытывая различные марки сталей, П.В. Бриджмен установил, что этап гидростатического сжатия давлением до 50 тысяч атмосфер сопровождается практически линейным изменением объема [56]. Обобщая данные различных ученых, А. Надаи в своей монографии [138] пишет, что реакция мономерных и полимерных материалов на гидростатическое сжатие различная, но, по-видимому, для металлов до некоторого предельного значения давления характерно именно линейное изменение объема. Это означает, что для математического моделирования изменения энергии активации на этапе гидростатического сжатия металлов следует использовать формулу (7.4).

Тогда, для растяжения металлов под давлением при одинаковой температуре ($T = \text{const}$) и одинаковых контролирующих микропроцессах ($U_m = \text{const}$; $\alpha_i = \text{const}$) из условия эквивалентности (7.6) следуют зависимости: влияния давления на повышение:

- предела текучести

$$\frac{3(1-2\mu')(n'+1)}{6n'-(1-2\mu')(n'+1)} |q| = \left[\frac{(1-2\mu)(m+1)}{6m-(1-2\mu)(m+1)} + 1 \right] (\sigma_{т.р.д} - \sigma_{т.р.0}); \quad (7.7)$$

- истинного сопротивления разрыву

$$\frac{3(1-2\mu')(n'+1)}{6n'-(1-2\mu')(n'+1)} |q| = \left[\frac{1-2\mu}{3^m - 1 + 2\mu} + 1 \right] (S_{Pq} - S_{P0}), \quad (7.8)$$

в которых $\sigma_{т.р.д}$ и $\sigma_{т.р.0}$ – пределы текучести при растяжении под давлением и в атмосферных условиях соответственно; S_{Pq} и S_{P0} – истинное сопротивление разрыву при растяжении под давлением и в атмо-

сферных условиях; n' – параметр физической нелинейности и μ' – коэффициент поперечной деформации на этапе гидростатического сжатия; m и μ – соответствующие параметры одноосного растяжения.

На рис. 7.2 – 7.5 приведены значения пределов текучести и истинного напряжения в момент разрыва при растяжении под давлением металлов, испытанных П.В. Бриджменом. Точки на графиках – опытные данные П.В. Бриджмена (сохранены авторские [56] обозначения материалов). Для вычисления теоретических зависимостей влияния давления показатели нелинейности соответствующих марок сталей взяты из справочника В.А. Крохи [11], а коэффициенты поперечной деформации – из справочников по сопротивлению материалов. Линии влияния давления на рисунках показаны штриховыми линиями. Оказалось, что наиболее точно математические модели (7.7) и (7.8) соответствуют опытным данным, если принять $\mu' = 0$. Если принять $\mu' = \mu$, то эти уравнения будут отражать слабое влияние давления, что иногда наблюдается в опытах с нагружением под небольшим гидростатическим давлением [80, 138]. Возможно, что в математических моделях (7.7) и (7.8), основанных на уравнениях физической кинетики, коэффициент поперечной деформации должен также отражать кинетику деформирования в поперечном направлении, а при таком частном случае нагружения, как гидростатическое сжатие, кинетика деформирования в поперечном направлении при больших давлениях отсутствует, поэтому $\mu' = 0$. С другой стороны, параметр α_{0q} критерия (7.6) отражает влияние объемной деформации на энергию активации. Возможно, что при сравнительно больших давлениях на величину объемной деформации существенно влияют и произведения осевых деформаций, чем обычно в механике деформируемого твердого тела пренебрегают. Как показали в своей теоретической работе В.С. Жернаков и Х.Ш. Газизов [47], для решения задач о больших упругопластических деформациях с использованием уравнений теории течения необходим учет влияния произведения осевых деформаций при вычислении объемной деформации. Этот учет приводит к зависимостям, согласно которым условием стремления процесса деформирования к изохорическому виду является $\mu' \rightarrow 0$; именно такое стремление следует ожидать при нагружении твердого материала большим гидростатическим давлением. Ясно, что найти объяснение можно практически любому факту; что на самом деле происходит в материале – может показать только тщательное опытное исследование самого явления или процесса. На рис. 7.2 – 7.5 критериальные штриховые линии построены для $\mu' = 0$.

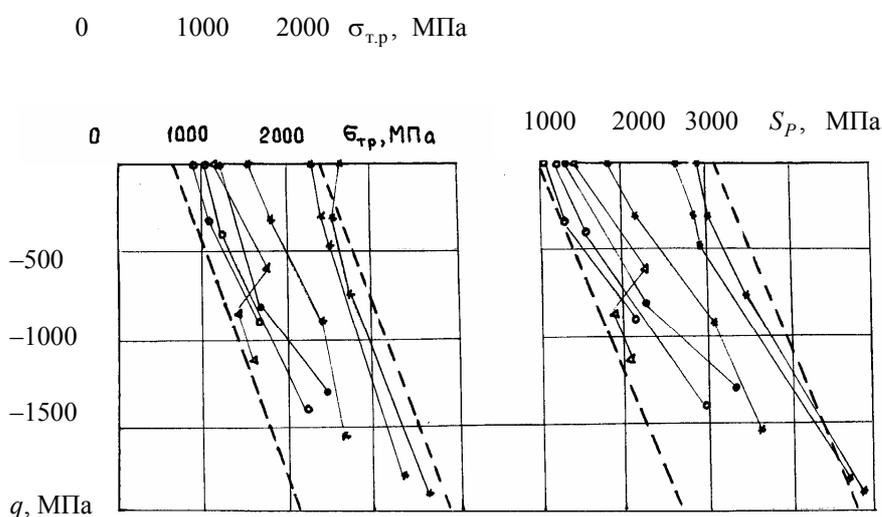


Рис. 7.2

Для углеродистой стали (рис. 7.2), обозначенной в монографии [7] как сталь 2, с содержанием углерода 0,45 % и параметрами деформационной кривой $\mu = 0,29$, $n' = 3,75$ и $m = 5$, влияние давления на предельные напряжения согласно уравнениям (7.7) и (7.8) будет следующим:

$$\Delta\sigma_{т.р.} = 0,737|q|; \quad (7.9)$$

$$\Delta S_p = 0,801|q|. \quad (7.10)$$

На рис. 7.2 точками обозначены данные для образцов стали: • 2-0 – сырой; < 2-1 – нормализованной; ◦ 2-2 и 2-3 – после отжига; * 2-5, 2-6 и 2-7 – после закалки. Наклон штриховых линий соответствует критериям (7.9) и (7.10).

На рис. 7.3 показаны аналогичные результаты интерпретации опытных данных для высокоуглеродистой стали 4 с содержанием углерода 0,9 %. Сталь после различных видов обработки: • 4-0 – сырая; < 4-1 – нормализованная; ◦ 4-2 и 4-3 – после отжига; * 4-5, 4-6 и 4-7 – после закалки. Критериальные штриховые линии для $\mu = 0,29$, $n' = 4,69$ и $m = 6,25$ построены по уравнениям

$$\Delta\sigma_{т.р} = 0,699|q|; \quad (7.11)$$

$$\Delta S_p = 0,760|q|. \quad (7.12)$$

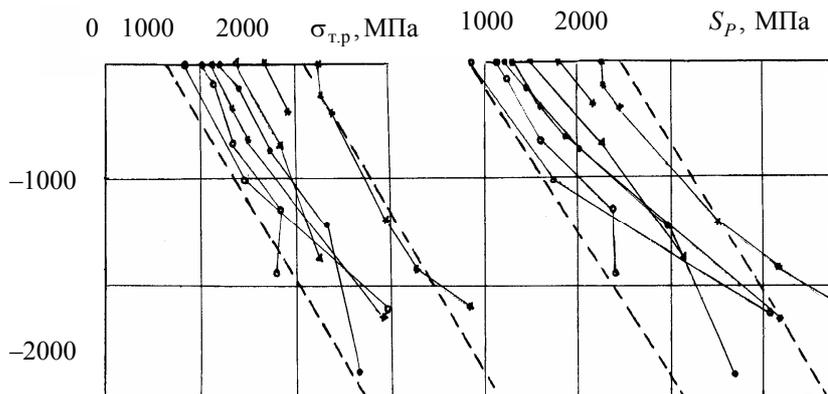


Рис.

На рис. 7.4 показаны: значения пределов текучести и истинного напряжения в момент разрыва при растяжении под давлением в образцах сырой пушечной (• 5-0; < 6-0) и броневой (* 7-0; ◦ 8-0) стали флота. Наклон штриховых линий соответствует критериям (7.7) и (7.8) для $n' = 3,0$; $m = 4,0$ и $\mu = 0,30$, так как по составу и механическим свойствам эти стали похожи на наши российские среднелегированные хромоникелевые стали со структурой перлита

$$\Delta\sigma_{т.р} = 0,768|q|; \quad (7.13)$$

$$\Delta S_p = 0,852|q|. \quad (7.14)$$

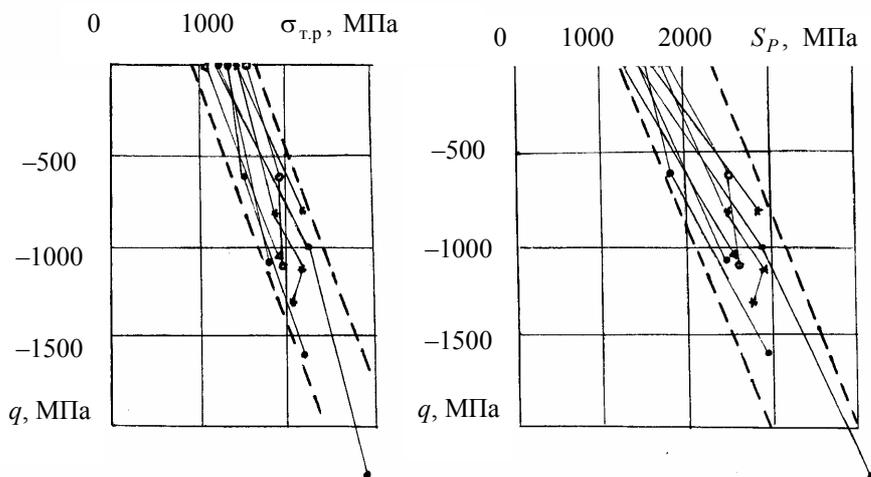


Рис. 7.4

На рис. 7.5 точками показаны предел текучести и истинное сопротивление разрыву при растяжении под давлением образцов из стали Уоттертаутского арсенала, закаленных и отпущенных до разной твердости: • 9-2, HRC 40.3; < 9-3, HRB 91.7; * 9-4, HRB 85.5; ◦ 9-6, HRC 21. На рис. 7.6 показаны опытные значения предельных сопротивлений образцов из нержавеющей хромо- никелевых сталей: • 15-0; < 16-0; * 17-0 и ◦ 18-0. Для всех этих материалов приняты параметры кривых деформирования как для российских высоколегированных аустенитных и нержавеющей сталей: $\mu = 0,25$, $n' = 1,5$ и $m = 2,0$. Штриховые линии влияния на рис. 7.5 и 7.6 построены по уравнениям, отражающим более сильное влияние давления

$$\Delta\sigma_{т,р} = 1,01|q|; \quad (7.15)$$

$$\Delta S_p = 1,09|q|. \quad (7.16)$$

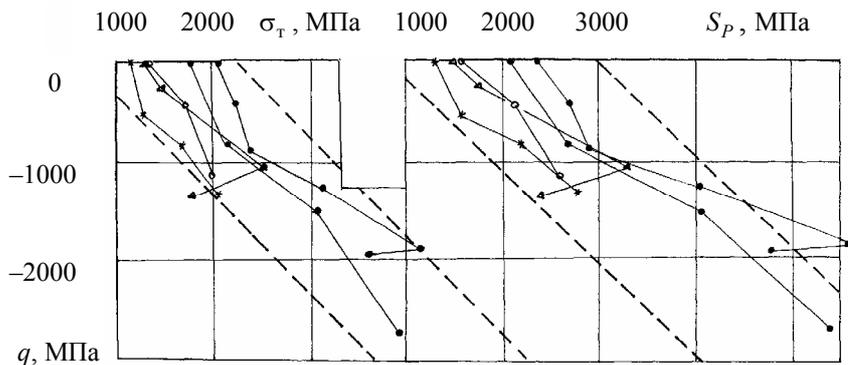


Рис.

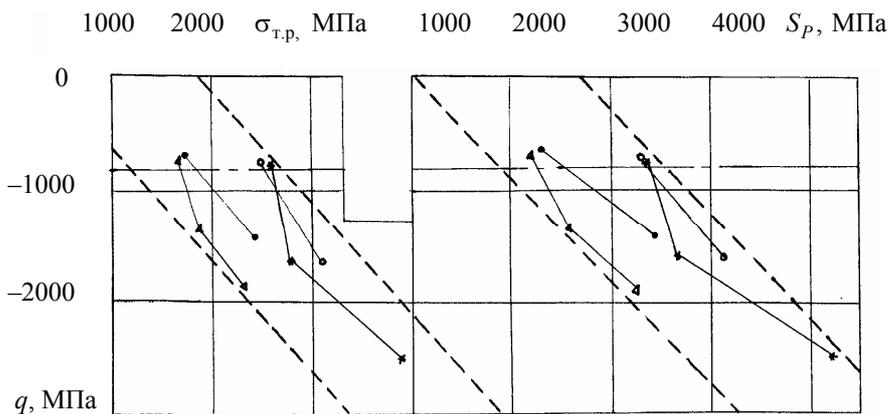


Рис.

Опытные данные П.В. Бриджмена для углеродистых и легированных сталей, показанные на рис. 7.2 – 7.6, свидетельствуют о том, что гидростатическое давление более интенсивно повышает истинное сопротивление разрыву по сравнению с повышением предела текучести. Эту же самую тенденцию отражают и формулы (7.7) и (7.8) критерия равной вероятности; они отличаются разным эффектом влияния деформации изменения объема.

Практически для всех сталей, кроме сталей с аустенитной структурой, коэффициент влияния давления на повышение критического напряжения меньше единицы. В соответствии с (7.3) структура формул критериев (7.7) и (7.8) для большого диапазона значений μ , n и m отвечает этому опытному факту: $\alpha_{0q}/(\alpha_{0p}/3 + \alpha_i) < 1$. Это означает, что для большинства материалов (рис. 7.7) обязательно будет существовать некоторое предельное значение давления $|q^*|$, при превышении которого кажущееся суммарное главное напряжение от растягивающей силы и от гидростатического сжатия в момент разрыва будет сжимающим: $S_{pq} - |q| < 0$. Именно этот эффект и наблюдал П.В. Бриджмен при испытании стеклянных, чугунных образцов и образцов из других материалов, которые в атмосферных условиях разрушались хрупко, а при растяжении под высоким давлением проявляли пластичность и разрушались по сечениям,

перпендикулярным растягивающей силе; но суммарное напряжение на площадке разрыва было сжимающим.

На рис. 7.7 показана схема, поясняющая особенность предельного сопротивления материала под давлением: 1 – график влияния давления на предельное напряжение от растягивающей силы; 2 – биссектриса $S_{Pq} = |q|$. Напряжения при сложном нагружении в данном случае считаются неаддитивными.

Для всех исследованных сталей, углеродистых и легированных, с ферритно-карбидной, перлитной и аустенитной структурой, критерии (7.7) и (7.8) дают в 1,5 – 2 раза заниженную характеристику влияния давления на рост предельных напряжений, если принять $\mu' = \mu$. Кажущееся благополучие между опытными данными и расчетными при $\mu' = 0$ соответствует предположению об отсутствии кинетики деформирования в поперечном направлении в процессе чистого гидростатического сжатия. Но если учесть, что используемые в инженерной практике классические критерии разрушения сопротивления материалов и гипотезы современной теории пластичности вообще игнорируют влияние шарового тензора, то можно считать, что опыты П.В. Бриджмена убедительно свидетельствуют о том, что термофлуктуационная концепция в целом верна. А некоторое несовпадение оценок по предлагаемым формулам критерия равной вероятности с опытными данными говорит лишь о том, что требуется уточнение этих формул, так как при их выводе заложен ряд допущений.

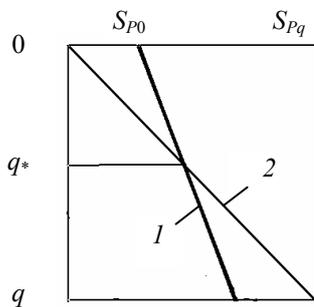


Рис.

7.4. СЖАТИЕ СЕРОГО ЧУГУНА

Головенко В.С., Мидуков В.З. и Седоков Л.М. исследовали прочность сплошных цилиндрических образцов серого чугуна СЧ 18-36 при одноосном сжатии под давлением [270]. Нагружение было сложным и осуществлялось по такой же схеме, как в опытах П.В. Бриджмена: вначале прикладывалось гидростатическое давление, а затем образцы подвергались дополнительному одноосному сжатию до разрушения при неизменном гидростатическом давлении.

Авторы [270], рассматривая сложное нагружение, выполнили анализ изменения от давления суммарного в момент разрушения значения главного напряжения в направлении продольной оси цилиндрического образца, сложив алгебраически два напряжения, от гидростатического давления и последующего линейного сжатия: $\sigma_{3\Sigma} = q + S_{Cq}$. Но, очевидно, оба фактора, и физическая нелинейность материала, и сложный характер нагружения, не позволяют применять принцип простого сложения сил. Поэтому подход к анализу прочности при сложном нагружении с позиции силового критерия позволил авторам [270] сделать лишь качественный вывод о наличии влияния давления на прочность серого чугуна при сжатии, но конкретную количественную закономерность этого влияния установить не удалось.

С позиции термофлуктуационной концепции разрушения влияние любого внешнего воздействия происходит посредством изменения энергетического потенциала, при этом при последовательном нагружении складываться алгебраически могут различного вида энергии, но не силы. Поэтому с позиции термофлуктуационной концепции разрушения гидростатическое давление не является разрушающим фактором, оно приводит к увеличению начальной энергии активации. Тогда, согласно этой концепции, на втором этапе рассматриваемого сложного нагружения одноосному сжатию подвергается как бы другой материал, с более высокой начальной энергией активации по сравнению с энергией исходного материала в атмосферных условиях. Именно поэтому анализировать следует напряжение от продольной силы или его изменение, не складывая напряжение от продольной силы с напряжением от ранее приложенного гидростатического давления.

Такая статистическая обработка опытных данных из работы [270] была выполнена, и корреляционный анализ показал, что существует значимая связь между величиной давления и повышением прочности при линейном сжатии $\Delta S_C = S_{Cq} - S_{C0}$ (где S_{Cq} – разрушающее напряжение при давлении q и S_{C0} – разрушающее напряжение при атмосферном давлении). А линейный регрессионный анализ позволил установить, что связь между ними сильная, с коэффициентом влияния больше единицы:

$$\Delta S_C = -15 - 1,20|q|, \text{ МПа.} \quad (7.17)$$

На рис. 7.8 точками показаны опытные данные для СЧ 18-36 [270]; линия регрессии ЛР построена по уравнению (7.17) с границами 95 % доверительной области (штриховые линии).

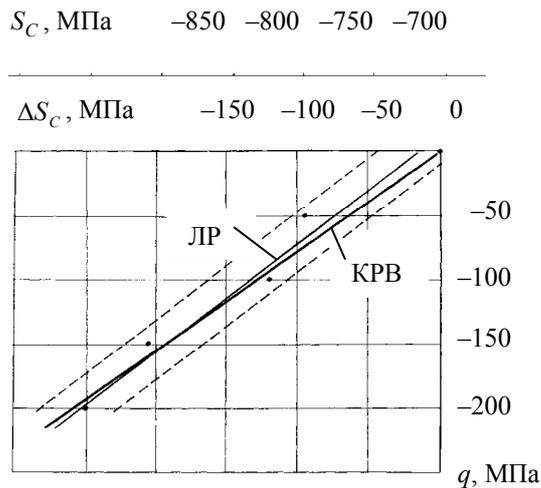
По аналогии с критерием равной вероятности (7.8) для рассматриваемого случая одноосного сжатия под давлением можно записать условие эквивалентности в виде

$$\frac{3(1-2\mu')(n'+1)}{6n'-(1-2\mu')(n'+1)}|q| = \left[-\frac{1-2\mu}{3^n-1+2\mu} + 1 \right] |\Delta S_C|. \quad (7.18)$$

Тогда для серого чугуна с параметрами деформационных свойств при одноосном сжатии $\mu = 0,25$ и $n = 1,5$ при условии, что параметры на этапе гидростатического сжатия $\mu' = 0$ и $n' = 1,5$, условие эквивалентности примет вид

$$\Delta S_C = 1,29|q|. \quad (7.19)$$

На рис. 7.8 линия критерия равной вероятности (7.19) обозначена аббревиатурой КРВ; она отражает такое же сильное влияние давления, как и линия регрессии (7.17). На исследуемом диапазоне напряжений график (7.19) проходит внутри 95 % доверительной области, при этом в соответствии с линейным регрессионным анализом отклонение от эмпирической линии регрессии не превышает ± 27 МПа.



7.5. ТЕКУЧЕСТЬ ПОЛИМЕРНЫХ ТЕРМОПЛАСТОВ

Согласно данным, обобщенным в работах сотрудников Рижского института механики полимеров [42, 80], у полимеров величина объемной деформации уже при давлениях порядка 1000 атмосфер может достигать 10 %, поэтому гипотеза о линейности объемных деформаций предварительного нагружения равносторонним давлением свыше 1000 атмосфер неприемлема. Это значит, что влияние давления на предел текучести при растяжении термопластов будет выражаться формулой

$$\frac{3(1-2\mu')}{3^{n'}-1+2\mu'}|q| = \left[\frac{(1-2\mu)(m+1)}{6m-(1-2\mu)(m+1)} + 1 \right] \Delta\sigma_{т.р}. \quad (7.20)$$

Анализируя литературные данные, С.Б. Айнбиндер, Э.Л. Тюнина и К.И. Цируле в совместной работе [42] пишут, что повышение давления до 200 МПа приводит к повышению коэффициента Пуассона при растяжении некоторых термопластичных материалов на несколько процентов; такое же небольшое, на несколько процентов, повышение μ наблюдается и при понижении температуры на 100° . Однако это изменение μ меньше различия в имеющихся данных о самой величине коэффициента Пуассона в нормальных условиях. Некоторые из этих данных приведены в табл. 7.1. Существуют также зарубежные данные, что величина μ при одноосном сжатии меньше, чем при одноосном растяжении, и что коэффициент меняется во времени под давлением и это изменение не является одинаковым: у ПММА и ПВХ повышается при растяжении и при сжатии; у ПП при растяжении повышается до 0,52, а при сжатии вначале растет, а потом падает ниже исходного значения (соответственно меняется и объемная деформация неоднозначно). Авторы [42] отмечают, что из-за трудностей точного определения коэффициента поперечной деформации мало опубликовано работ на эту тему как за рубежом, так и в России. Вместе с тем от величины μ существенно могут зависеть результаты расчета.

Учитывая некоторую неопределенность с коэффициентом поперечной деформации, вычислим критериальные зависимости по уравнению (7.20) для $n' = 1,125$, $m = 1,5$ и трех характерных значений коэффициента поперечной деформации, в соответствии с данными табл. 7.1:

для $\mu' = \mu = 0,3$ $\Delta\sigma_{т.р} = 0,351|q|$; (7.21)

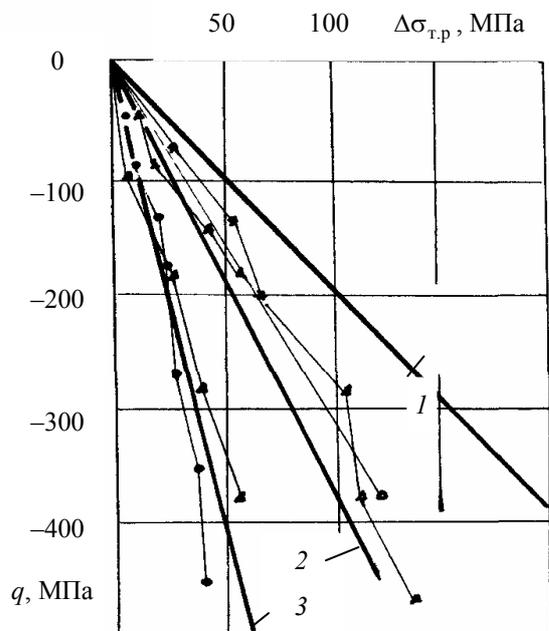
для $\mu' = \mu = 0,4$ $\Delta\sigma_{т.р} = 0,175|q|$; (7.22)

для $\mu' = \mu = 0,45$ $\Delta\sigma_{т.р} = 0,0872|q|$(7.23)

7.1. Коэффициент Пуассона некоторых частично-кристаллических и аморфных полимеров

Материал	Литературный источник		
	[42]	[19]	[125]
Политетрафторэтилен (ПТФЭ)	0,45	–	0,40
Полиэтилен (ПЭ)	0,34...0,38	–	0,42
Полипропилен (ПП)	0,32...0,36	0,460	–
Поликарбонат (ПК)	0,38	0,450	–
Полиметилметакрилат (ПММА)	0,34	0,395	–
Поливинилхлорид (ПВХ)	0,40	0,370	–

На рис. 7.9 приведены опубликованные в [42] опытные данные Дж.А Сойера, К.Д. Пае, Д.Р. Майерса и С.К. Батая для ПТФЭ (•), ПЭ (<), ПП (>), ПК (◦) и данные японских исследователей М. Симоно, Т. Накаяма и Н. Иноу – для ПММА (*). Все испытания термопластичных материалов были выполнены при нормальной температуре.



Рис

Толстые прямые построены по критериальным зависимостям: 1 – (7.9); 2 – (7.11); 3 – (7.13). Однозначный вывод по данным рис. 7.9 сделать сложно. Ясно, что влияние давления на предельные напряжения у полимеров слабее, чем у черных металлов, что, возможно, связано с их высокомолекулярным строением и более интенсивной деформируемостью.

Айнбиндер С.Б., Тюнина Э.Л. и Цирулле К.И. считают, что у частично-кристаллических полимеров под давлением возможным становится процесс дополнительного стеклования аморфной части, так как высокое давление может поднять температуру стеклования до величины комнатной.

Противоречивость литературных данных о значении коэффициента Пуассона, сложный характер изменения коэффициента поперечной деформации под нагрузкой и возможные структурные изменения в полимерах под давлением делают оценку влияния давления на предельное состояние полимеров по критерию (3.21) весьма приближенной. Для более точной оценки требуются дополнительные исследования деформационных параметров μ , m , n высокомолекулярных твердых тел с позиции механики сплошных сред.

Айнбиндер С.Б. и Тюнина Э.Л. предлагают рассматривать текучесть полимеров под давлением как деформацию критического сдвига [294, с. 241]:

$$\Delta\tau_T = m|q|, \quad (7.24)$$

где τ_T – предел текучести при сдвиге; m – константа, отражающая линейное влияние давления на повышение предельного сопротивления, обычно $m = 0,1 \dots 0,05$.

Со ссылкой на иностранные источники авторы [294, с. 242] приводят значение константы m для отдельных термопластов: 0,058 – ПЭНД; 0,051 – ПТФЭ; 0,185 – ПВХ; 0,110 – ПП.

Для сдвига под давлением в соответствии с (7.6) при условии нелинейного изменения объема на стадии гидростатического сжатия следует зависимость

$$\alpha_{0q}|q| = \sqrt{3}\Delta\tau_T. \quad (7.25)$$

Тогда константы уравнений (7.24) и (7.25) будут связаны между собой: $m = \alpha_{0q} / \sqrt{3}$. Вычисление α_{0q} через деформационные характеристики $n' = 1,125$ и $\mu = 0,3 \dots 0,45$ дает значение коэффициента влияния в пределах $m = 0,228 \dots 0,052$, что отвечает опубликованным в литературе опытным данным.

Из всего вышеизложенного в данной главе можно сделать вывод, что явления повышения предельных сопротивлений текучести и вязкого разрушения, наблюдаемые в опытах при нагружении твердых материалов под давлением, качественно могут быть объяснены с позиции вероятности статистической механики Дж.В. Гиббса. При этом правильно считать, что нагружение материалов под давлением является частным случаем сложного нагружения. Компоненты напряжения от внешней нагрузки и предварительно приложенного к твердому телу давления неаддитивны. Роль давления заключается в повышении начальной энергии активации, что и является основной причиной повышения сопротивления материалов текучести и разрушению.

Предложенные формулы критерия равной вероятности физического состояния материалов при растяжении и сжатии под давлением качественно соответствуют опытным данным о текучести и разрушении металлов и полимерных термопластов. О количественной оценке можно спорить и уточнять ее, но выражение вклада компонентов напряженного состояния через деформационные характеристики материала позволяет получить более универсальную формулу критерия, справедливую для различных твердых материалов.

Глава 8

ПРОГНОЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ

Согласно термофлуктуационной концепции разрушения не существует таких констант материала как предел текучести и предел прочности. Материал может достигнуть предельного состояния при любых нагрузках – это зависит от температуры и времени. Работоспособность материала, достигающего предельного состояния – потери целостности или формы тела, определяется небольшой группой физических констант, которые связаны со строением материала. Среди этих физических констант одна (структурно-механический фактор) связана с видом напряженного состояния.

Для прогноза работоспособности материала (долговечности, предельного напряжения или максимальной температуры) надо: во-первых, выявить основные физические константы испытанием образцов при простом напряженном состоянии; во-вторых, определить, чему будет равен структурно-механический фактор в конкретном сложном напряженном состоянии, если известно его значение при простом напряженном состоянии; в-третьих, используя уравнение математической модели, связывающее температуру, время и напряжение, определить требуемый параметр работоспособности (долговечность, предельное напряжение текучести или разрушения, температуру).

Важно аккуратное сочетание фундаментальных представлений и закономерностей физической кинетики разрушения и размягчения (критического деформирования) с тензорными представлениями механики твердого тела.

8.1. ПРОГНОЗ РАБОТОСПОСОБНОСТИ ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ДЛИТЕЛЬНОМ СТАТИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

Рассмотрим алгоритм прогноза, когда справедлива широко апробированная "каноническая" формула С.Н. Журкова – А.П. Александрова для вязкого разрушения или размягчения (потери формы), обобщенная С.Б. Ратнером до вида

$$\tau = \tau_m \exp \left[\frac{U_m - \gamma_{\text{ПНС}} \sigma}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right], \quad (8.1)$$

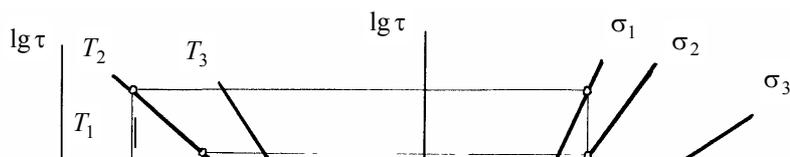
где $\gamma_{\text{ПНС}}$ – структурно-силовой фактор простого напряженного состояния (одноосного растяжения, одноосного сжатия).

1. Практическое использование этого уравнения связано с предварительным нахождением его параметров τ_m , T_m , U_m , $\gamma_{\text{ПНС}}$. Методика проведения испытаний в условиях простого сопротивления, статистической обработки данных и оценки погрешности в определении констант подробно изложена в работе В.Р. Регеля, А.И. Слущера и Э.Е. Томашевского [173].

Беря за основу веер прямых $\lg \tau = f_1(\sigma; T)$ при трех различных температурах $T_1 > T_2 > T_3$ (рис. 8.1, а), строят прямые $\lg \tau = f_2(1/T; \sigma)$ для нескольких значений напряжения $\sigma = \text{const}$. Из самого метода перестройки графиков ясно, что координаты полюсов $\lg \tau_m$ двух вееров прямых по оси $\lg \tau$ должны совпадать. Второй координатой полюса, в котором пересекаются прямые $\lg \tau = f_2(1/T; \sigma)$, будет обратная величина предельной температуры существования твердого тела $1/T_m$. В работе С.Б. Ратнера и В.П. Ярцева обращено внимание на необходимость именно не ускоренного, а полного исследования температурно-временной зависимости прочности для правильного выявления координат полюса и констант τ_m и T_m [178]. В этой работе критически рассмотрены ошибки и парадоксы, к которым привело неверное определение координат полюса изобар долговечности, построенных в аррениусовских координатах.

По наклонам прямых $\lg \tau = f_2(1/T; \sigma)$, построенных для нескольких значений $\sigma = \text{const}$, вычисляют энергию активации процесса разрушения через конечные разности $U(\sigma) = 2,3 \Delta(\lg \tau) / \Delta(1/T)$ и строят график функции $U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{ПНС}} \sigma$ (рис. 8.1, б). Экстраполируя его к $\sigma = 0$, находят величину начальной энергии активации U_m , а по наклону – структурно-механический параметр сопротивления простому напряженному состоянию $\gamma_{\text{ПНС}} = \Delta U / \Delta \sigma$.

Для обеспечения точности прогноза предпочтительна статистическая обработка данных при расчете констант уравнения (8.1). Методика такой обработки экспериментальных данных по долговечности на основе методов математической статистики для трехпараметрической формулы С.Н. Журкова развита в работах Э.М. Карташова с сотрудниками [174, 295, 296]. Ясно, что для четырехпараметрической формулы (8.1) процесс расчета будет гораздо сложнее. В работе [178, с. 42] со ссылкой на многолетний опыт указано: "... когда константы формулы имеют четкий физический смысл, выявление вида формулы, определение ее констант и формулирование ответственных выводов возможно при линейаризации формулы и извлечении констант из серии прямых (бар) на основе тщательно



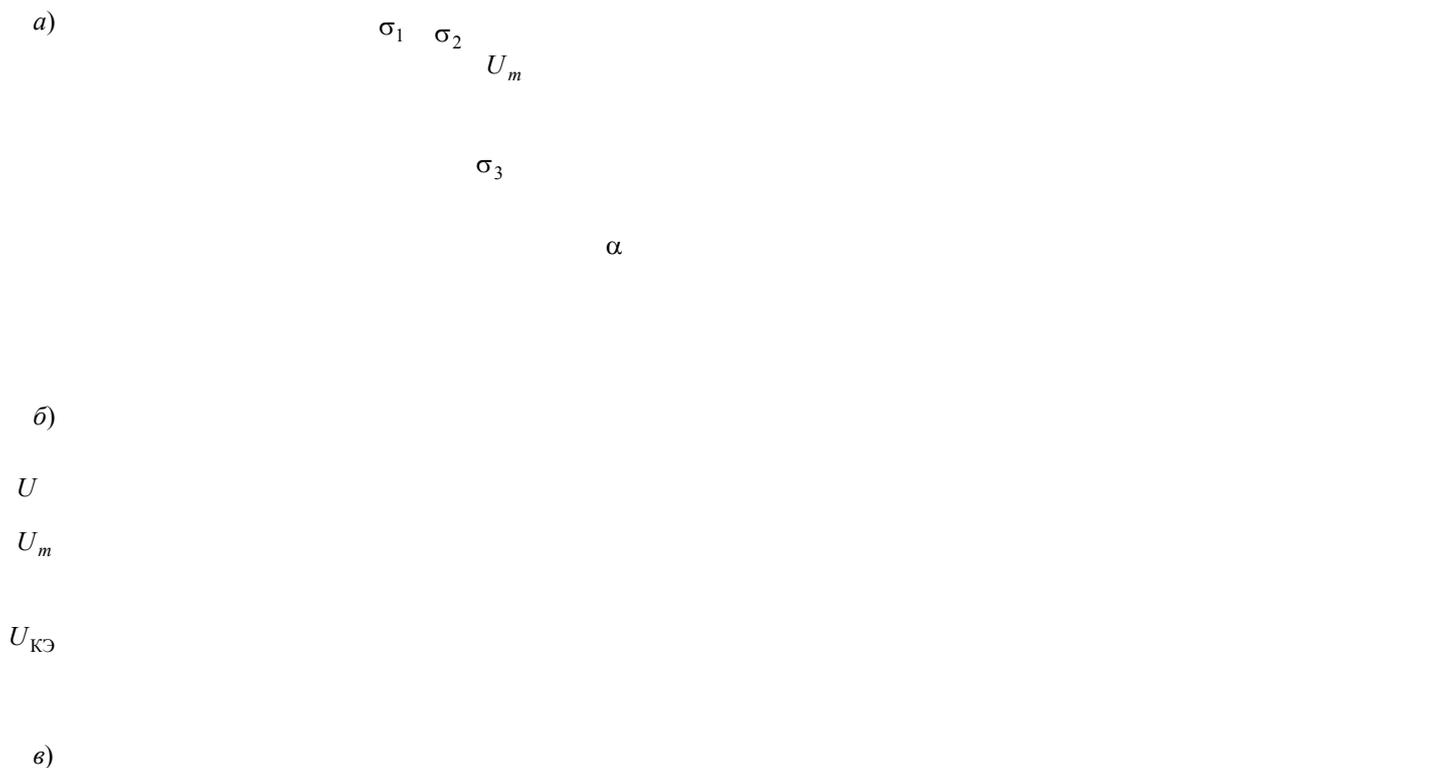


Рис. 8.1

проведенных экспериментов. В работе [178] показано, как можно выбрать модель, оптимально согласованную с опытом, и вычислить физические константы, если семейства прямых $\lg \tau = f_1(\sigma; T)$ и $\lg \tau = f_2(1/T; \sigma)$ не сходятся в полюс и реализуется иная зависимость, связывающая три границы работоспособности – время, температуру и напряжение.

Если исходить из надежности, то желательно физические константы вязкого разрушения τ_m , T_m и U_m определять на основе спланированных испытаний образцов в условиях одноосного сжатия, при этом важно не допустить потери устойчивости. При одноосном сжатии, в отсутствие растягивающих напряжений, материал будет разрушаться только вязко при любой температуре и при любых сколь угодно малых долговечностях [297, 298]. В условиях растяжения материалы могут разрушаться как вязко, так и хрупко, при этом результаты испытаний будут группироваться в два веера прямых, а каждому вееру будет соответствовать своя совокупность констант [178, 179].

Немаловажно при испытаниях фиксировать одинаковое предельное состояние: либо достижение состояния текучести или размягчения, либо разрушение при больших деформациях с потерей целостности.

В обработку следует включать опытные данные, соответствующие одинаковому виду предельного состояния.

2. Для представления коэффициента $\gamma_{\text{ПНС}}$ в виде произведения двух величин

$$\gamma_{\text{ПНС}} = \lambda_{\text{ПНС}} \alpha_i, \quad (8.2)$$

где $\lambda_{\text{ПНС}}$ – механический фактор, связанный с тензором напряжений и деформационными константами материала; α_i – физическая константа, связанная со структурой материала.

Необходимо выполнить следующие испытания. Во-первых, выполнить стандартные испытания на растяжение с постоянной скоростью деформирования, которые позволят установить параметр нелинейности диаграммы растяжения m . Во-вторых, стандартные испытания на сжатие с постоянной скоростью деформирования, которые позволят установить параметр нелинейности диаграммы сжатия n . В-третьих, выполнить стандартные испытания по определению коэффициента Пуассона, желательного при ступенчатом нагружении с замером перемещений на измерительных базах в продольном и поперечном направлениях. Методика проведения испытаний и статистической обработки результатов имеется в соответствующих ГОСТах и справочной литературе [18, 61, 73].

Механический фактор текучести и квазивязкого сопротивления одноосному растяжению следует вычислить по формуле

$$\lambda_{\text{ПНС}} = \lambda_{\text{Длк}} = \frac{(1-2\mu)(m+1)}{6m-(1-2\mu)(m+1)} + 1, \quad (8.3)$$

а для вязкого объемного разрушения при растяжении

$$\lambda_{\text{ПНС}} = \lambda_{\text{Длк}} = \frac{(1-2\mu)}{6m-1+2\mu} + 1. \quad (8.4)$$

Если основные испытания по определению физических констант выполнены в условиях одноосного сжатия, то механический фактор квазивязкого сопротивления сжатию вычислить по формуле

$$\lambda_{\text{ПНС}} = \lambda_{\text{Слк}} = \frac{(1-2\mu)(n+1)}{6m-(1-2\mu)(n+1)} + 1, \quad (8.5)$$

а для вязкого сопротивления сжатию

$$\lambda_{\text{ПНС}} = \lambda_{\text{Слк}} = \frac{(1-2\mu)}{6^n-1+2\mu} + 1. \quad (8.6)$$

Механический фактор сопротивления квазивязкому разрушению соответствует формуле статистического критерия равной вероятности при линейном изменении объема, а механический фактор сопротивления вязкому разрушению – формуле статистического критерия равной вероятности при нелинейном изменении объема материала под нагрузкой.

3. Для того сложного напряженного состояния, для которого предстоит спрогнозировать параметры работоспособности, вычисляют механический фактор сопротивления $\lambda_{\text{СНС}}$. Если рассматривают квазивязкое предельное состояние, то механический фактор сопротивления сложному напряженному состоянию с положительным шаровым тензором вычисляют по формуле

$$\lambda_{\text{СНСлк}} = \frac{3(1-2\mu)(m+1)}{6m-(1-2\mu)(m+1)} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i, \quad (8.7)$$

где $\bar{\sigma}_0$ – относительные параметры сложного напряженного состояния $\bar{\sigma}_i = \sigma_0/\sigma_n$ и $\bar{\sigma}_i = \sigma_i/\sigma_n$; σ_n – модуль номинального по модулю главного напряжения.

Механический фактор объемного вязкого сопротивления сложному напряженному состоянию с положительным шаровым тензором имеет вид:

$$\lambda_{\text{СНСлк}} = \frac{3(1-2\mu)}{6^m-1+2\mu} \bar{\sigma}_0 + \bar{\sigma}_i. \quad (8.8)$$

Для сложного напряженного состояния с отрицательным шаровым тензором соответствующие механические факторы вычисляют по формулам:

$$\lambda_{\text{CHC}_{\text{лк}}} = \frac{3(1-2\mu)(n+1)}{6m - (1-2\mu)(n+1)} |\bar{\sigma}_0| + \bar{\sigma}_i, \quad (8.7 a)$$

$$\lambda_{\text{CHC}_{\text{нк}}} = \frac{3(1-2\mu)}{6^n - 1 + 2\mu} |\bar{\sigma}_0| + \bar{\sigma}_i, \quad (8.8 a)$$

По имеющимся значениям механических факторов сопротивления простому $\lambda_{\text{ПНС}}$ и сложному напряженному состоянию λ_{CHC} вычисляют структурно-механический фактор γ_{CHC} , который основоположники термофлуктуационной концепции называют просто "структурно-чувствительным коэффициентом":

$$\gamma_{\text{CHC}} = \lambda_{\text{CHC}} \frac{\gamma_{\text{ПНС}}}{\lambda_{\text{ПНС}}}. \quad (8.9)$$

Важно только, чтобы все входящие в формулу (8.9) величины соответствовали одинаковому виду предельного состояния, либо только квазивязкому, либо только объемному вязкому. По всей вероятности, отношение $\gamma_{\text{ПНС}}/\lambda_{\text{ПНС}} = \alpha_i$, представляющее собой физическую характеристику сопротивления материала девиатору напряжений, не будет одинаковым для квазивязкого и вязкого состояния материала, так как этим состояниям соответствует разная реализация релаксационных процессов под нагрузкой и, следовательно, разные коэффициенты перенапряжений в связях на микроуровне.

4. Имея значения трех физических констант U_m , τ_m , T_m , не связанных с видом напряженного состояния, и имея значение структурно-механического фактора γ_{CHC} , отражающего сопротивление конкретному виду напряженного состояния, можно на основании формулы (8.1) выполнять любой прогноз работоспособности материала при длительном статическом нагружении:

– по известному значению номинального напряжения $\sigma_{\text{нCHC}}$ и температуре T определить среднестатистическое значение долговечности τ по формуле

$$\tau = \tau_m \exp \left[\frac{U_m - \gamma_{\text{CHC}} \sigma_{\text{нCHC}}}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m} \right) \right]; \quad (8.10)$$

– для требуемого значения времени эксплуатации материала τ при температуре T установить предельное значение номинального напряжения $\sigma_{\text{нCHC}}$:

$$\sigma_{\text{нCHC}} = \frac{1}{\gamma_{\text{CHC}}} \left(U_m - \frac{RT}{1 - T/T_m} \lg \frac{\tau}{\tau_m} \right); \quad (8.11)$$

– определить предельную температуру эксплуатации материала, зависящую от напряжения и времени его действия:

$$T = \left(\frac{1}{T_m} + \frac{R}{U_m - \gamma_{\text{CHC}} \sigma_{\text{нCHC}}} \lg \frac{\tau}{\tau_m} \right)^{-1}. \quad (8.12)$$

Определить номинальные напряжения равновероятных (или эквивалентных) сложных напряженных состояний можно графически, построением веера прямых $U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{CHC}} \sigma_{\text{н}}$ так, как показано на рис. 8.1, в. Если задана долговечность и температура, при которой эта долговечность должна быть обеспечена, и экспериментально установлено предельное значение напряжения линейного напряженного состояния $\sigma_{\text{нПНС}}$, соответствующее этой температуре и долговечности, то искомые номинальные напряжения эквивалентных сложных напряженных состояний ($\sigma_{\text{нCHC}1}$, $\sigma_{\text{нCHC}2}$, ...) будут представлять собой координаты по оси абсцисс $\sigma_{\text{н}}$ точек пересечения веера прямых $U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{CHC}} \sigma_{\text{н}}$ с горизонтальной линией критерия эквивалентности КЭ. Линию критерия КЭ проводят параллельно оси абсцисс через точку $\sigma_{\text{нПНС}}$ графика $U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{ПНС}} \sigma_{\text{н}}$, при этом уравнение линии критерия будет иметь вид: $U_{\text{КЭ}} = \text{const}$ при $T = \text{const}$.

8.2. ПРОГНОЗ ПРОЧНОСТИ ТВЕРДЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ОДНОКРАТНОМ КРАТКОВРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

В инженерной практике расчетов на прочность деталей машин и элементов конструкций, выполняемых методами сопротивления материалов, строительной механики, теории упругости и пластичности как по допускаемым напряжениям, так и по допускаемым нагрузкам в качестве опасных принимают значения напряжений, установленных стандартными испытаниями на растяжение и сжатие с постоянной скоростью деформирования – это так называемые "пределы текучести" и "пределы прочности". Считается, что элемент конструкции или деталь потеряет работоспособность сразу, как только напряжение достигнет одной из этих предельных величин, фактор времени и температура не учитываются. Исключение составляют инженерные расчеты на выносливость, где косвенно учитывается фактор времени сравнением эксплуатационных напряжений с пределом выносливости, установленным для базового числа циклов.

Для экспоненциальной зависимости (8.1) характерно большое изменение долговечности при небольшом изменении напряжения. При стандартном испытании с однократным нагружением до разрушения создается "ложное впечатление о существовании предельного разрушающего напряжения, выше которого образец разрушается мгновенно, а ниже может оставаться неразрушенным сколь угодно долго" [176]. На основании изучения временного фактора прочности при линейном напряженном состоянии с переменным во времени напряжением $\sigma(t)$ можно записать уравнение вязкого состояния материала под нагрузкой в виде принципа суммирования повреждений

$$\int_0^{t_p} \frac{dt}{\tau_m \exp \frac{U_m - \gamma_{ПМС} \sigma(t)}{RT} \left(1 - \frac{T}{T_m}\right)} = 1, \quad (8.13)$$

где t_p – время достижения напряжением предельного значения; τ_m , T_m , U_m – физические константы материала, не зависящие от вида напряженного состояния и характера нагружения; $\gamma_{ПМС}$ – структурно-механический параметр, величина которого отличается от аналогичного параметра при постоянном во времени напряжении [180, 189, 192, 193, 277].

В экспериментальных работах [192, 277] показано, что экстраполяция графика $U(\sigma) = U_m - \gamma_{ПМС} \sigma(t)$ к значению при $\sigma(t) = 0$ для разных режимов испытаний $\sigma(t)$ приводит к одному и тому же значению начальной энергии активации U_m , если одинаковый характер разрушения. При этом для режима деформирования с постоянной скоростью наблюдается более высокое значение структурно-механического фактора $\gamma_{ПМС, v = \text{const}}$ по сравнению со значением структурно-механического фактора $\gamma_{ПМС, \sigma = \text{const}}$, полученного испытанием в режиме постоянного во времени напряжения.

На рис. 8.2 показана схема зависимостей $U(\sigma)$ для испытаний в режиме $v = \text{const}$ (1) и $\sigma = \text{const}$ (2) при одноосном растяжении. Такую схему объясняют разной степенью участия в элементарном акте связи химической и физической природы [192], разной степенью развития релаксационных процессов,

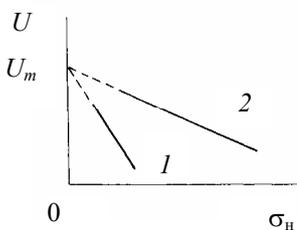


Рис.

приводящих к выравниванию напряжений в связях на микроуровне [180, 193, 277]. Причина та же, что и для различия структурно-механических факторов вязкого и квазивязкого разрушений при одинаковом режиме нагружения, например, $\sigma = \text{const}$.

Кроме того, в принципе суммирования повреждений при разрушении в режиме постоянной скорости деформирования (8.13) наибольший вклад в величину интеграла создают напряжения, развивающиеся непосредственно перед разрушением [173, 176, 192], а логарифм времени до разрушения ($\lg t_p$) пропорционален этому напряжению, что наблюдается для большого диапазона скоростей деформирования [90; 192; 193, с. 132]. Именно этот факт позволяет для прогноза так называемых "пределов текучести" и "пределов прочности" использовать критерий

$$\lambda_{СНС} \sigma_{нСНС} = \lambda_{ПМС} \sigma_{нПМС}, \quad (8.14)$$

где $\sigma_{нСНС}$ и $\sigma_{нЛНС}$ – наибольшие по модулю главные напряжения, которые развиваются в материале в момент достижения предельного состояния – текучести или разрыва.

Нетрудно заметить, что критерий (8.14) – это обобщенная запись формул (5.16) и (5.17), использованных в главе 6 для проверки соответствия опубликованных в печати результатов испытаний предлагаемым критериям равной вероятности напряженных состояний. В этом случае критерий (8.14) позволяет установить напряжения сложного напряженного состояния, которые будут эквивалентны линейному напряженному состоянию при той же температуре и скорости деформирования.

Однако наглядно предельные напряженные состояния режима постоянной скорости деформирования можно изобразить диаграммой механического состояния, аналогичной диаграмме рис. 8.1, в, и использовать эту диаграмму для оценки прочности при любой скорости нагружения и температуре. Это можно сделать следующим образом.

1. Определить физические константы τ_m , T_m , U_m уравнения долговечности термофлуктуационной концепции разрушения (8.1), выполнив полное испытание материала при длительном статическом нагружении в условиях линейного напряженного состояния и обработку его результатов так, как это изложено в п. 1 предыдущего параграфа.

2. Определить структурно-механический фактор $\gamma_{ПНС}$ из опытов на однократное кратковременное нагружение с постоянной скоростью деформирования. Методика такого определения параметра подробно изложена в книге А.Я. Малкина, А.А. Аскадского и В.В. Ковриги [18]. Для этого следует любым численным методом решить интегральное уравнение, в котором $\gamma_{ПНС}$ – лишь одно неизвестное:

$$\int_0^{tД} e^{\gamma_{ПНС}(1/RT - 1/RT_m)\sigma(t)} dt = \tau_m \exp[1/RT - 1/RT_m]. \quad (8.15)$$

По рекомендациям [18] желательно выполнить испытания и получить диаграммы деформирования $\sigma(t)$ материала при разных скоростях деформирования и при разных температурах. Это позволит осуществить статистическую обработку значений $\gamma_{ПНС}$ и построить график зависимости $U(\sigma) = U_m - \gamma_{ПНС}\sigma_n$, где σ_n – напряжение в момент достижения предельного состояния. Это будет график аналогичный построенному в работе [192] и аналогичный графику $U(\sigma)$, построенному на рис. 8.1, б для режима $\sigma = \text{const}$.

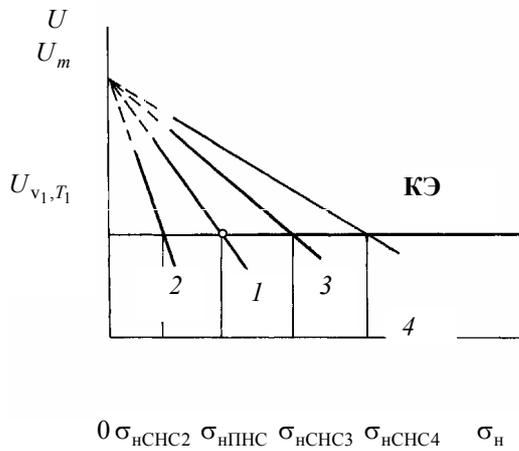
Каждой точке графика $U(\sigma)$, построенного для значения $\gamma_{ПНС}$ кратковременного однократного нагружения, будет соответствовать своя отдельная скорость деформирования, а следовательно, и вероятность достижения предельного состояния.

3. Выполнить дополнительно необходимые стандартные испытания на прочность при одноосном растяжении и сжатии. Установить параметр нелинейности m и n аппроксимацией диаграмм деформирования степенным уравнением. Выполнить испытания по определению коэффициента Пуассона μ и вычислить механический фактор квазивязкого или вязкого сопротивления линейному напряженному состоянию $\lambda_{ПНС}$ по одной из формул (8.3) – (8.6) в зависимости от вида простого напряженного состояния, при котором экспериментально установлено значение $\gamma_{ПНС}$ (растяжение или сжатие), и от вида исследуемого предельного состояния (текучесть или разрушение).

4. Механический фактор сопротивления сложному напряженному состоянию при простом виде нагружения $\lambda_{СНС}$ вычислить: по формуле (8.7), если ставится задача оценки текучести или квазивязкого разрушения; по формуле (8.8), если предстоит оценить предельное напряжение вязкого разрушения для сложного напряженного состояния с положительным шаровым тензором. Соответствующие механические факторы $\lambda_{СНС}$ для напряженных состояний с отрицательным шаровым тензором вычислить по формулам (8.7 а) и (8.8 а).

Структурно-механический фактор $\gamma_{СНС}$ кратковременной прочности материалов при сложном напряженном состоянии можно вычислить по формуле (8.9). Следует ожидать, что его величина будет больше значения структурно-механического фактора длительной статической прочности при том же виде сложного напряженного состояния: $\gamma_{СНС, v = \text{const}} > \gamma_{ПНС, \sigma = \text{const}}$.

5. Имея значения структурно-механических факторов γ для простого и сложных напряженных состояний разного вида, можно построить веер прямых 1, 2, 3, 4 (рис. 8.3) по формуле $U(\sigma) = U_m - \gamma\sigma_n$ с полюсом на оси ординат в точке U_m . Этот веер прямых может соответствовать, например, одноосному растяжению (1), двухосному растяжению (2), одноосному сжатию (3) и двухосному сжатию (4).

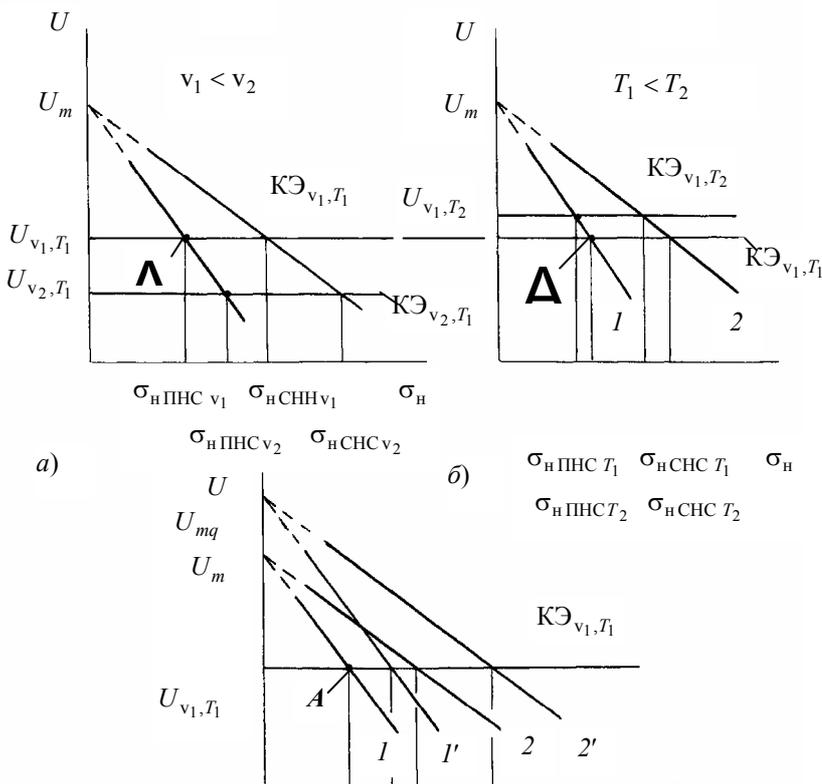


Диа

Тогда предельному напряжению $\sigma_{\text{нПНС}}$, установленному опытным путем по диаграмме деформирования, полученной при температуре T_1 в режиме постоянной скорости деформирования v_1 , будут соответствовать эквивалентные сложные напряженные состояния с номинальными напряжениями $\sigma_{\text{нCHC2}}$, $\sigma_{\text{нCHC3}}$, $\sigma_{\text{нCHC4}}$. Эти значения являются координатами точек пересечения линии критерия эквивалентности КЭ, проведенной параллельно оси абсцисс через точку с координатами $(\sigma_{\text{нПНС}}; U_{v_1, T_1})$. Уравнением линии критерия будет: $U(\sigma_{\text{н}}) = U_{v_1, T_1}$. Именно совокупность этих точек диаграммы равновероятных состояний (рис. 8.3) для всех возможных видов сложного напряженного состояния образует в осях главных напряжений поверхность равной вероятности разрушения в виде поверхности вращения. Она состоит минимум из двух конических поверхностей, каждая из которых отвечает совокупности констант m, n, μ , связанных функционально в левой и правой части критерия (8.14).

Этот прием определения напряжений эквивалентных сложных напряженных состояний, представленный на диаграмме механического состояния рис. 4.3, проверен в параграфе 6.2 главы 6 сравнением опытных данных с расчетами по предлагаемому критерию (8.14) для достижения состояния текучести и объемного вязкого разрушения металлов и полимеров.

6. По диаграммам механического состояния можно проследить влияние факторов внешнего воздействия – скорости деформирования, температуры и давления на величину предельных напряжений сложного напряженного состояния разного вида, если известны предельные напряжения линейного напряженного состояния. Схемы такого ожидаемого влияния показаны на рис. 8.4: влияние скорости деформирования



$$\begin{array}{ccc}
 \sigma_{\text{нПНС}} & \sigma_{\text{нСНС}} & \sigma_{\text{н}} \\
 \sigma_{\text{нПНС}q} & \sigma_{\text{нСНС}q} &
 \end{array}$$

б)

температуры (б); давления (в). На рис. 8.4 прямыми линиями показаны: 1 – энергия активации простого напряженного состояния, полученная экспериментально; 2 – энергия активации сложного напряженного состояния, полученная расчетным путем. Схемы рис. 8.4, конечно, требуют обстоятельного экспериментального подтверждения.

При одинаковой температуре, но более высокой скорости деформирования $v_2 > v_1$ вероятность разрушения материала больше. Влияние скорости слабое, и правильно рассматривать влияние не самой скорости, а логарифма скорости деформирования. Большей скорости деформирования будет соответствовать меньшее время до разрушения и большее значение предельного напряжения линейного напряженного состояния, что следует из уравнения (8.15). Тогда, если известно предельное напряжение $\sigma_{\text{нПНС},v_1}$ при деформировании со скоростью v_1 (точка А на рис. 8.4, а), то новое предельное состояние изобразится на линии 1 диаграммы простого напряженного состояния точкой с координатой $\sigma_{\text{нПНС},v_2}$ (ниже точки А). Предельному одноосному напряженному состоянию $\sigma_{\text{нПНС},v_2}$ будет соответствовать другое значение номинального напряжения эквивалентного сложного напряженного состояния: $\sigma_{\text{нПНС},v_2} > \sigma_{\text{нПНС},v_1}$. Это напряжение может быть найдено как координата точки пересечения линии критерия $\text{КЭ}_{v_2,T_1}$ с прямой 2 ($U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{СНС}}\sigma_{\text{н}}$). При этом линия критерия $\text{КЭ}_{v_2,T_1}$ проходит через новую точку ($\sigma_{\text{нПНС},v_2}; U_{v_2,T_1}$) параллельно оси абсцисс, $U_{v_2,T_1} = \text{const}$.

Влияние температуры на величину предельных напряжений более сильное по сравнению с влиянием скорости. Если известно значение предельного напряжения одноосного напряженного состояния $\sigma_{\text{нПНС},T_1}$ (рис. 8.4, б), установленного опытами при постоянной скорости деформирования v_1 и температуре T_1 , то при такой же скорости деформирования, но при температуре $T_2 > T_1$ номинальные напряжения эквивалентных напряженных состояний на диаграмме механического состояния изобразятся точками пересечения прямых 1 и 2 $U(\sigma) = U(\sigma) - \gamma_{\text{СНС}}$ с линией критерия $\text{КЭ}_{v_1,T_2}$. Согласно формуле вероятности Дж.В. Гиббса уравнение этого критерия можно получить простым преобразованием: $U_{v_1,T_2} = (U_{v_1,T_1}T_2)/T_1$. Повышение температуры снижает величину предельных напряжений. Это влияние температуры на диаграмме механического состояния связано с изменением положения линии КЭ критерия равной вероятности. Характерные точки критерия $\text{КЭ}_{v_1,T_1}$ и $\text{КЭ}_{v_1,T_2}$ диаграммы рис. 8.4, б – это все точки одинаковой вероятности процесса разрушения при нагружении с одинаковой постоянной скоростью деформирования v_1 . Возможно, что влияние температуры гораздо сложнее, и на диаграмме предельных состояний это отразится и некоторым изменением координаты полюса в связи с заложенной зависимостью в формуле (8.1), $U'_m = U_m(1 - T/T_m)$, и изменением наклонов линий 1, 2 в связи с возможными изменениями констант материала α_i, m, n, μ . Ясно, что прием прогноза предельного состояния, схематично изображенный на рис. 8.4, б, требует тщательной экспериментальной проверки и разработки.

Влияние всестороннего сжимающего давления q , создаваемого предварительно, сводится к повышению начальной энергии активации (рис. 8.4, в). Если при последующем нагружении с той же постоянной скоростью деформирования v_1 и при той же температуре T_1 константы материала m, n, μ не меняются, то на диаграмме механического состояния веер исходных прямых $U(\sigma) = U_m - \gamma_{\text{СНС}}$ напряженных состояний при нормальном давлении (1, 2) сместится плоско-параллельно вверх. При этом полюс веера (1', 2') займет новое положение на оси ординат в точке $(U_m + \alpha_0|q|)$, где α_0 является функцией от m, n, μ , вид которой, предположительно, зависит от того, линейно или нелинейно изменился объем материала при предварительном нагружении всесторонним давлением q . Координатами точек пересечения нового веера (1', 2') прямых $U(\sigma) = (U_m + \alpha_0|q|) - \gamma_{\text{СНС}}$ с линией критерия эквивалентности $\text{КЭ}_{v_1,T_1}$ (см рис.

8.4, в) являются значения номинальных напряжений эквивалентных напряженных состояний $\sigma_{нПНС, q}$, $\sigma_{нСНС, q}$.

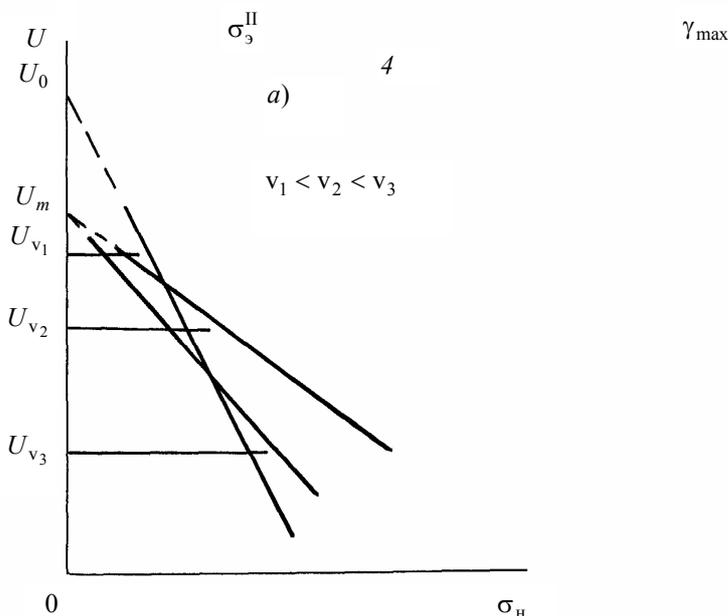
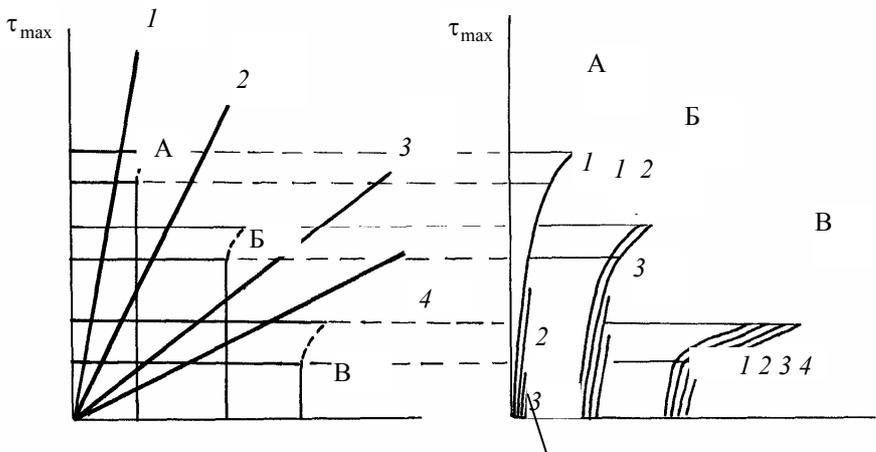
Все изображенное на схемах рис. 8.4 можно отнести и к сопротивлению материалов длительному статическому нагружению, так как физический механизм разрушения твердых тел при любом характере нагружения одинаков. Отличие будет в величине структурно-механического фактора γ (см. рис. 8.3), что на схемах рис. 8.4 отразится в наклонах прямых 1 и 2.

8.3. ОБОБЩЕННЫЙ ПОДХОД К ОЦЕНКЕ ПРОЧНОСТИ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

Поскольку пластичность и хрупкость – это не свойства, а состояния твердого тела, и процессы деформирования и разрушения имеют одну физическую природу, но различаются только энергией активации (разными микромеханизмами), то возможен обобщенный подход к оценке прочности при хрупком и вязком разрушении. Вариантом такого подхода может стать построение диаграммы механического состояния на основе предлагаемого статистического критерия. Поэтому вернемся к вопросу о целесообразности построения обобщенной теории прочности твердых тел.

"За и против единой теории прочности" – так назывались опубликованные (начальная в 1947 г. [299] и заключительная в 1949 г. [300]) в журнале "Вестник инженеров и техников" дискуссионные статьи

Н.Н. Давиденкова о критериях прочности и о возможности использования диаграммы механического состояния Я.Б. Фридмана для обобщенного подхода к оценке хрупкого и вязкого разрушения твердых тел. На рис. 8.5, а показана диаграмма механического состояния для тел различной степени твердости [59, с. 254]: А – очень твердых; Б – твердых; В – мягких; 1 – вдавливание; 2 – одноосное сжатие; 3 – кручение;



б)

Рис. 8.5

4 – одноосное растяжение. Рассмотрим эти "за" и "против" сейчас, спустя полвека, но с позиции физической кинетической концепции разрушения и с учетом результатов, полученных в главах 6 и 7.

Рассмотрим сначала то, что было высказано "за" единую теорию прочности.

Положительным в технической теории прочности твердых материалов при однократном кратковременном нагружении, разработанной Я.Б. Фридманом, является следующее. Во-первых, она позволяет предсказать характер разрушения, хрупкий или вязкий. Во-вторых, по диаграмме механического состояния можно определить, насколько близок другой характер разрушения. В-третьих, она позволяет установить как предельные напряжения достижения состояния текучести, так и разрушения.

Что касается возможного обобщенного подхода к оценке прочности на основе предлагаемой в данной книге диаграммы физико-механического состояния, то она позволяет решить практически все перечисленные вопросы.

Рассмотрим теперь основные "против" единой теории прочности.

Первое возражение связано с тем, как теорией Я.Б. Фридмана решается вопрос о смене характера разрушения, от хрупкого – к вязкому. Согласно диаграмме механического состояния характер разрушения связан только с видом напряженного состояния; и наоборот, каждому виду напряженного состояния присущ только один характер разрушения. Однако, согласно схеме А.Ф. Иоффе при одном и том же виде напряженного состояния, но при разной температуре и разной скорости деформирования (а эти особенности Я.Б. Фридман предлагал использовать при определении напряжения нормального отрыва) разрушение может происходить как по схеме хрупкого, так и по схеме вязкого. То есть диаграмма Я.Б. Фридмана справедлива лишь для узкого диапазона температур и скоростей. Предложенная в ней система критериев не охватывает собой все возможные случаи разрушения. Не имеющая кинетической основы, эта система критериев не может также дать решение о несущей способности материала при длительном статическом нагружении.

Этот недостаток может быть устранен именно кинетической теорией деформирования и разрушения, в которой вероятность предельного состояния связана с временем (скоростью), температурой и тензором напряжений. Пример построения такой диаграммы физико-механического состояния металла при одном виде напряженного состояния показан на рис. 8.5, б: X_p – линия энергии активации хрупкого разрушения; Т – текучести; В – объемного вязкого разрушения. Трех горизонтальным линиям (разной энергии активации) соответствуют разные скорости деформирования и разные вероятности развития процесса разрушения. Для самой малой скорости v_1 точками пересечения линии $U_{v_1} = \text{const}$ будут напряжения, соответствующие достижению состояния текучести, затем вязкого разрушения; напряжение хрупкого разрушения становится в этом случае недостижимым и разрушение в целом будет иметь характер вязкого. При более высокой скорости v_2 будет наблюдаться вначале достижение состояния текучести, а затем разрушение от нормального отрыва – по терминологии Н.Н. Давиденкова, квазихрупкое разрушение. При высокой скорости деформирования v_3 первой и последней точкой пересечения линии критерия будет точка пересечения с линией энергии активации хрупкого разрушения; в этом случае текучесть и вязкое разрушение станут недостижимыми. Согласно рис. 8.5, б с увеличением скорости деформирования предельные разрушающие напряжения увеличиваются. Для другого вида напряженного состояния смена характера разрушения будет такой же, только изменится наклон линий энергий активации текучести (Т), вязкого (В) и хрупкого (X_p) разрушения, так как изменится величина механического параметра структурно-механического коэффициента γ .

Вопрос об условных предельных напряжениях текучести при разных напряженных состояниях в условиях простого нагружения с постоянной скоростью деформирования может быть решен также построением отдельной диаграммы условных предельных напряжений аналогично диаграмме рис. 8.3. При этом наклоны линий соответствуют константам γ для линейного изменения объема под нагрузкой. Этот прием проверен в главе 6 на основе опубликованных данных о пределах текучести металлов и полимеров

при плоском напряженном состоянии. Однако вопрос о физическом смысле точки пересечения линий хрупкого $U(\sigma) = U_0 - \gamma'\sigma_1$ и вязкого $U(\sigma) = U_m - \gamma\sigma_n$ состояния материала, когда вероятность развития разрушения по хрупкой и вязкой схеме становится одинаковой, остается открытым и требует опытной проверки: будет ли этому напряжению отвечать предельное состояние текучести.

Ясно, что диаграммы кинетической теории должны строиться отдельно для оценки длительной и кратковременной прочности. Схемы перехода из одного механического состояния в другое, построенные на основе кинетических представлений о прочности, будут обладать большей универсальностью. Способ учета влияния тензора напряжений на достижение предельного вязкого и квазивязкого состояния предложен в главе 5 и проверен в главах 6 и 7 данной книги.

Второе серьезное возражение против единой теории предельного состояния относится к характеристикам разрушения материала, которые были предложены в качестве констант материала в варианте единой теории прочности Я.Б. Фридмана. Теория Я.Б. Фридмана была построена на синтезе II и III классических гипотез прочности как комплексная оценка материалов по характеристикам сопротивления деформированию и разрушению. В качестве константы хрупкого разрушения принято сопротивление отрыву, которое для твердых материалов (чугун, закаленные стали, инструментальные стали... – А и Б на рис. 8.5, а) предлагалось определять по стандартной методике как истинное значение временного сопротивления при одноосном растяжении в нормальных условиях, а для пластичных материалов (В на рис. 8.5, а), которые при температуре 20 °С разрушаются при больших деформациях, – из испытаний на одноосное растяжение при низких температурах или импульсным методом. Но ни сопротивление отрыву при квазихрупком разрушении, ни сопротивление срезу, ни предельная деформация в момент разрыва не являются константами материала – они зависят от шарового тензора, т.е. в общем случае зависят от вида напряженного состояния.

Очевидно, не существует таких механических констант, ни силовых, ни деформационных, которые не были бы связаны с видом напряженного состояния. Не связанными с видом напряженного состояния, но связанные с физическим состоянием материала могут быть только физические константы. И термофлуктуационная концепция разрушения выявляет такие константы – энергии активации разрывов связей, преимущественное накопление которых и определяет макроскопический характер разрушения в целом. Начальные энергии активации – это основополагающие константы. Роль напряжения заключается в том, что оно удерживает разорванные связи от рекомбинации и определяет направление процесса. При этом энергии активации разрушения разных связей снижаются разными компонентами напряженного состояния: энергия межатомных связей (в полимерах химических) – растягивающими напряжениями, а энергия активации разрушения физических связей снижается и шаровым тензором, и девиатором.

Третье возражение "против" единой теории прочности касалось единой деформационной кривой, с помощью которой в теории Я.Б. Фридмана предлагалось устанавливать предел текучести и сопротивление срезу. Единую деформационную кривую предлагалось получать либо из опытов на кручение тонкостенных образцов пластичного (тип В на рис. 8.5, а) материала, либо из опытов на сжатие материалов, которые проявляют хрупкость при кручении в обычных условиях (таких как литые алюминиевые сплавы, чугун и др. – тип Б на рис. 8.5, а), а для очень хрупких (тип А) – из опытов на вдавливание. Однако для большинства материалов деформационная кривая, построенная как для максимальных касательных напряжений, так и для октаэдрических, зависит от вида напряженного состояния. И предел текучести не является константой; он зависит от вида напряженного состояния, от шарового тензора.

Таким образом, основные возражения против единой теории прочности Я.Б. Фридмана связаны с неучетом фактора времени, температуры и шарового тензора в системе критериев. Однако аккуратное сочетание законов физической кинетики, зависимостей механики деформируемого твердого тела и теории вероятности может позволить в дальнейшем снять все возражения "против" и построить обобщенную теорию прочности твердых тел.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В монографии выделены три вида предельного состояния. Первое – текучесть, или возникновение заметных пластических деформаций. Второе – вязкое разрушение, или потеря сплошности в условиях

развития больших пластических деформаций. Третье – хрупкое разрушение, или потеря сплошности в отсутствие заметных пластических деформаций.

Процессы хрупкого разрушения и пластического деформирования под нагрузкой – это процессы с разной начальной энергией активации; им соответствуют разные микромеханизмы повреждаемости. Начальная энергия активации хрупкого разрушения и пластического деформирования U_0 связана с разрывом межатомных связей в металлах и с разрывом основных химических связей в полимерах. Начальная энергия активации U_m пластического деформирования и вязкого разрушения связана с разрушением физических связей: перемещением структурных несовершенств в металлах и с разрывом межмолекулярных связей в полимерах. Все процессы на микроскопическом уровне происходят параллельно. Поэтому квазихрупкое разрушение – это разрушение, которое контролируется микропроцессами с начальной энергией активации U_0 , но при заметных пластических деформациях на макроуровне. Квазивязкое разрушение контролируется микропроцессами с начальной энергией активации U_m , но при малых пластических деформациях на макроуровне. Можно считать, что процесс квазивязкого разрушения сопровождается линейным изменением объема, поэтому формула критерия квазивязкого разрушения соответствует формуле критерия текучести.

Предельное состояние текучести и предельное состояние объемного вязкого разрушения достигаются посредством одних и тех же микропроцессов, но отличаются разным масштабом изменения объема твердых материалов на макроуровне. В формулах статистических критериев это выражается разным вкладом шарового тензора в энергетический потенциал деформирования. Формула статистического критерия текучести и квазивязкого объемного разрушения отражает процесс линейного изменения объема материала при простом нагружении в условиях сложного напряженного состояния. Формула статистического критерия вязкого разрушения отражает процесс нелинейного изменения объема под нагрузкой, при этом вклад шарового тензора в энергетический потенциал деформирования существенно меньше.

Характер разрушения, хрупкий или вязкий, определяют по максимуму вероятности процесса, $e^{-U/RT} = \max$. Для прогноза текучести и объемного вязкого разрушения при сложном напряженном состоянии по величине ожидаемых пластических деформаций выбирают нужную формулу критерия, для линейного или нелинейного изменения объема. Понятие "малые пластические деформации" является условным настолько, насколько условным является понятие предела текучести.

Формула критерия равной вероятности предельных состояний для случая линейного изменения объема материала под нагрузкой хорошо отвечает опытным данным, полученным при плоском напряженном состоянии для:

- предела текучести различных сталей и полимерных термопластов;
- длительной статической прочности сталей и жаропрочных сплавов, разрушающихся в условиях ползучести;
- квазивязкого разрушения при длительном статическом нагружении жестких полимеров;
- малоциклового усталости некоторых сталей и полимеров.

Если разрушение металлов сопровождается развитием больших деформаций, то опытные данные стандартных испытаний на кратковременную прочность при плоском напряженном состоянии располагаются на графике, как правило, между двумя предельными кривыми, одна из которых соответствует формуле критерия равной вероятности квазивязкого разрушения при линейном изменении объема, а вторая – формуле критерия равной вероятности вязкого разрушения при нелинейном изменении объема.

Для случаев объемного напряженного состояния в металлах наблюдается следующая тенденция: формулы критериев равной вероятности оказываются справедливыми при условии уменьшения расчетного значения коэффициента поперечной деформации при приближении к трехосному равномерному напряженному состоянию, как если бы этот параметр в формуле критерия имел кинетический характер как и сами температурно-временные зависимости текучести и прочности твердых тел.

Предварительное всестороннее равномерное сжатие может быть создано с помощью различных сред: газообразных и жидких, химически активных и инертных по отношению к материалу сжимаемого образца. Всестороннее равномерное давление в материале может быть даже обеспечено посредством контакта с твердым телом, как в некоторых опытах П.В. Бриджмена с образцами фасонного профиля. Однако в любом случае не удастся избежать влияния среды из-за поверхностных эффектов при передаче давления. Эти поверхностные эффекты, изменяя величину энергии актива-

ции процесса разрушения, всегда будут являться причиной отклонения теоретических расчетов от практических результатов. Открытым остается вопрос, как это влияние можно учесть.

Критерий равной вероятности статистической физики качественно хорошо объясняет закономерности повышения предельных напряжений текучести и разрушения с ростом давления, наблюдавшиеся в опытах П.В. Бриджмена с различными сталями, а также в опубликованных данных о разрушении при сжатии под давлением серого чугуна и текучести при растяжении под давлением термопластов. Точная количественная оценка требует дополнительно опытного исследования влияния гидростатического давления на деформационные свойства материалов – коэффициент поперечной деформации и параметр нелинейности диаграмм деформирования.

Для случаев термоактивационного деформирования и разрушения твердых тел под нагрузкой на основе системы критериев вероятности статистической физики может быть построена обобщенная теория предельных состояний, которая позволит осуществлять прогноз работоспособности (долговечности, напряжений текучести и разрушения, предельной температуры эксплуатации) в условиях сложного напряженного состояния. Пути разработки такой теории показаны в данной книге.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: В 2 ч. Ч. 1. Малые деформации / Пер. с англ.; под ред. А.П. Филина. – М.: Наука, 1984. – 600 с.
2. Белл Дж.Ф. Экспериментальные основы механики деформируемых твердых тел: В 2 ч. Ч. 2. Конечные деформации / Пер. с англ.; под ред. А.П. Филина. – М.: Наука, 1984. – 432 с.
3. Hodgkinson E. On the transverse strain and strength of materials // Memoirs of Literary and Philosophical Society of Manchester. – 1824. – S. 2 – 4. – P. 225 – 289.
4. Hodgkinson E. Theoretical and experimental researches to ascertain the strength and best forms of iron beams // Memoirs of the Literary and Philosophical Society of Manchester. – 1831. – S. 2 – 5. – P. 407 – 544.
5. Hodgkinson E. On the relative strength and other mechanical properties of cast iron obtained by hot and cold blast // J. Franklin Inst. – 1839. – 24. – P. 184 – 196, 238 – 257.
6. Hodgkinson E. Experimental inquiries into the falling-off from perfect elasticity in solid bodies // Report of the Fourteenth Meeting of the British Association for the Advancement of Science. – York. – 1844. – S. 2. – P. 25 – 27.
7. Владимиров В.И. Физическая природа разрушения металлов. – М.: Металлургия, 1984. – 280 с.
8. Ратнер С.Б. О механизме детонации жидких взрывчатых веществ. Оценка разогрева жидких нитроэфиров в ударной волне // Журнал физической химии. – 1949. – Т. XX. – Вып. 11. – С. 1377 – 1380.
9. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии: Справочник / А.А. Лебедев, Б.И. Ковальчук, Ф.Ф. Гигиняк, В.П. Ламашевский. – Киев: Наук. думка, 1983. – 336 с.
10. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 224 с.
11. Кроха В.А. Упрочнение металлов при холодной пластической деформации: Справочник. – М.: Машиностроение, 1980. – 157 с.
12. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981. – 272 с.
13. Чучман Т.Н., Лихачев В.А. Необратимая компонента напряжений течения металлов с ГКЦ решеткой // Физика металлов и металловедение. – 1970. – Т. 29. – Вып. 2. – С. 381 – 386.
14. Hollomon J.H. Tensile deformation // Trans. AIME. – 1945. – 162. – P. 268 – 290.
15. Кроха В.А. Кривые упрочнения металлов при холодной деформации. – М.: Машиностроение, 1968. – 131 с.
16. Bach C. Elasticital und Festigkeit. 4-te edition. – Berlin: J. Springer, 1902.
17. Александров А.В., Потапов В.Д., Державин Б.П. Сопротивление материалов: Учеб. для вузов. – М.: Высш. шк., 2000. – 560 с.
18. Малкин А.Я., Аскадский А.А., Коврига В.В. Методы измерения механических свойств полимеров. – М.: Химия, 1978. – 336 с.

19. Бокшицкий М.Н. Длительная прочность полимеров. – М.: Химия, 1978. – 308 с.
20. Нарисава И. Прочность полимерных материалов. – М.: Химия, 1987. – 400 с.
21. Gerstner F. Handbuch der Mechanik: Vol. 1. – Leipzig: Herbig, 1831.
22. Wertheim G. Recherches sur l'elasticite // Annales de Chimie et de Phisique. – 1844. – Ser. 12. – S. 385 – 454.
23. Wertheim G. Memoire sur l'equilibre et la cohesion des principaux tissus du corps humain // Annales de Chimie et de Phisique. – 1847. – Ser. 21. – S. 385 – 414.
24. Bauschinger J. Uber die Veranderung der Elasticitatzgrenze und des Festigkeit des Eisens und Stahls durch Strecken und Quetschen, durch oftmal wiederholte Beanspruchung: Heft 13. – Munchen: Polytechnischen Schule, 1886. – 115 s.
25. Давиденков Н.Н. Механические свойства и испытание металлов. – Л.: Кубуч, 1933. Вып. 1. – 140 с.
26. Френкель Я.И. Введение в теорию металлов: Курс лекций. – Л.-М.: Гостехиздат, 1948. – 291 с.
27. Давиденков Н.Н. К вопросу об основах математической теории пластической деформации // Сб. тр. Института строительной механики. – 1949. – № 10. – С. 3 – 8.
28. Ратнер С.И. Прочность и пластичность металлов. – М.: Оборонгиз, 1949. – 152 с.
29. Phillips A., Tang J-L. The effect of loading path on the yield surface at elevated temperatures // Intern. J. Solids and Structures. – 1972. – 8. – N 4. – P. 463 – 474.
30. Давиденков Н.Н. О связи критической температуры хладноломкости со скоростью деформирования // Журнал технической физики. – 1939. – Т. 9. – Вып. 12. – С. 1051 – 1062.
31. Ленский В.С. Предел текучести // Физика: Большой энциклопедический словарь. – М.: Большая Российская Энциклопедия, 1999. – С. 582.
32. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
33. Wertheim G. Memoire sur l'equilibre des corps solides homogenes // Annales de Chimie et de Phisique. – 1848. – Ser. 22. – S. 52 – 95.
34. Koster W. Die Querkontraktionszahl im periodischen System // Elektrochem. – 1943. – № 49. – S. 233 – 237.
35. Zwick C. Physical Properties of Solids Material. – London-New York: Pergamon Press, 1955.
36. Bauschinger J. Uber die Quersontraction und Dilatation bei Langenausdehnung und Zusammen-druckung prismatischer Korper // Civilingenieur. Leipzig. – 1879. – 25. – S. 81 – 124.
37. Wertheim G. Memoire sur la torsion, Deuxieme Partie // Annals de Chimie et Physique. – 1857. – Ser. 50. – S. 385 – 431.
38. Bauschinger J. Experimentelle Prufung der neueren Formeln fur die Torsion Prismatischer Korper // Civilingenieur. – 1881. – N 27. – S. 115 – 130.
39. Hartig E.K. Die Elasticitatsmodul des gerades Stabes als Funktion der spezifischen Beanspruchung // Civilingenieur. – 1893. – N 39. – S. 113 – 138.
40. Gruneisen E.A. Uber das Verhalten des Cusseisens bei kleiner elastischer Dehnung // Deutcher Physikalische Gesellschaft. – 1906. – N 8. – S. 469 – 477.
41. Searle G.F.Ch. Experimental Elasticity. – Cambridge: Cambridge University Press, 1908.
42. Айбиндер С.Б., Тюнина Э.Л., Цируле К.И. Свойства полимеров при различных напряженных состояниях. – М.: Химия, 1981. – 232 с.
43. Kirchoff G.R. Ueber das Verhaltnis der Quercontraction zur Langendilatation bei Staben von federhartem Stanl // Annalender Physik und Chemie (Poggendorff). – 1859. – Ser. 108. – S. 369 – 392.
44. Давиденков Н.Н., Васильев Д.М. О коэффициенте поперечной деформации // Заводская лаборатория. – 1952. – N 5. – С. 596 – 599.
45. Марковец М.П., Фролова К.И. О коэффициенте поперечной деформации в пластической области на пределе текучести // Заводская лаборатория. – 1951. – Т. 17. – № 5. – С. 609 – 611.
46. Жуков А.М. О коэффициенте Пуассона в пластической области // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1954. – № 12. – С. 86 – 91.
47. Жернаков В.С., Газизов Х.Ш. Об одном варианте теории течения для решения задач о больших упругопластических деформациях // Изв. вузов. Машиностроение. – 2001. – № 6. – С. 3 – 10.
48. Ильюшин А.А. Пластичность. – М.: ГИТТЛ, 1948. – 376 с.

49. *Прочность материалов и элементов конструкций в экстремальных условиях* / Под ред. Г.С. Писаренко. – Киев: Наук. думка, 1980. – Т. 1. – 535 с.

50. *Vock A.M. Ueber das Verhaltnis der Quercontraction zur Langendilatation bei Staben von verschiedenen Metallen als Funktion der Temperatur* // *Annalen der Physik und Chemie.* – Neue Folge. – 1894. – 52.

S. 607 – 620.

51. *Писаревский М.* Методика динамического определения модулей упругости и сдвига при разных температурах // *Заводская лаборатория.* – 1938. – Т. 7. – № 6. – С. 708 – 712.

52. *Everett F., Miklowitz J.* Poisson's ratio at high temperatures // *J. Appl. Phys.* – 1944. – № 15. – P. 592 – 598.

53. *Garofalo F., Malenock P.R., Smith G.V.* The influence of temperature on the elastic constants of some commercial steels // *American Society for Testing Materials. Symposium on Determination of Elastic Constants. Special Testing Publication.* – 1952. – № 129.

54. *Марковец М.Н., Борисенко А.К., Куртен Л.И.* Определение сопротивления ползучести металлов методом длительного вдавливания шара в вырезанную лунку // *Проблемы прочности.* – 1981. – № 9. – С. 88 – 91.

55. *Расчеты на прочность в машиностроении: Т. 2. Некоторые задачи прикладной теории упругости. Расчеты за пределами упругости. Расчеты на ползучесть* / Под ред. С.Д. Пономарева. – М.: Машгиз, 1958. – 974 с.

56. *Бриджмен П.В.* Исследование больших пластических деформаций и разрыва. – М.: Изд-во ин. лит., 1955. – 444 с.

57. *Берг О.Я.* Некоторые физические обоснования теории прочности бетона // *Теория расчета и конструирования железобетонных конструкций.* – М.: Госстройиздат, 1958. – С. 14 – 22.

58. *Griffith A.A.* The phenomena of rupture and flow in Solids // *Philosophical Transaction Royal Society.* – 1920. – Ser. A. – Vol. 221. – P. 163 – 198.

59. *Фридман Я.Б.* Механические свойства металлов: В 2 ч. Ч. 1. Деформация и разрушение. – М.: Машиностроение, 1974. – 472 с.

60. *Давиденков Н.Н.* Исследования по проблеме прочности металлов // *Металлургия СССР (1917 – 1957).* – М.: Metallurgia, 1959. – Т. 2. – С. 627 – 658.

61. *Испытание материалов: Справочник* / Под ред. Х. Блюменауэра. – М.: Metallurgia, 1979. – 448 с.

62. *Давиденков Н.Н., Чучман Т.Н.* Влияние температуры на диаграммы сжатия металлов // *Физика металлов и металловедение.* – 1960. – Т. IX. – Вып. 5. – С. 741 – 750.

63. *Никонов А.Г., Приданцев М.В.* Влияние предварительного одно- или многократного воздействия на свойства рельсовой стали // *Прочность металлов при циклических нагрузках.* – М.: Наука, 1967. – С. 191 – 199.

64. *Серенсен С.В., Махутов Н.А.* Определение критических температур хрупкости изделий из малоуглеродистой стали // *Проблемы прочности.* – 1969. – № 4. – С. 29 – 39.

65. *Серенсен С.В., Махутов Н.А.* Сопротивление хрупкому разрушению элементов конструкций // *Проблемы прочности.* – 1971. – № 4. – С. 3 – 12.

66. *Махутов Н.Н.* Сопротивление элементов конструкций хрупкому разрушению. – М.: Машиностроение, 1973. – 203 с.

67. *Иоффе А.Ф., Кирпичева М.В., Левитская М.А.* Деформация и прочность кристаллов // *Журнал Русского физико-химического общества.* – 1924. – Т. 56. – Вып. 5 – 6. – С. 489 – 504.

68. *Фудзии Т., Дзако М.* Механика разрушения композиционных материалов: Пер. с яп. – М.: Мир, 1982. – 232 с.

69. *Coffin L.F.* A study of effect of Cyclic Thermal stresses in Ductile Metal // *Transactions of ASME.* – 1954. – Vol. 76. – P. 931.

70. *Manson S.S.* Behavior of Materials under Condition of Thermal Stress // *NACA Technical Note.* – 1954. – 2933. – P. 41.

71. *Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М.* Несущая способность и расчет деталей машин на прочность. – М.: Машиностроение, 1975. – 488 с.

72. *Потапова Л.Б., Ратнер С.Б.* Прогноз долговечности хрупких полимеров по результатам кратковременных испытаний на прочность // *Механика композит. материалов.* – 1990. – № 4. – С. 742 – 745.

73. *Степнов М.Н.* Статистические методы обработки результатов механических испытаний: Справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.

74. Ратнер С.Б., Коробов В.И. Саморазогрев пластмасс при циклической деформации // Механика полимеров. – 1965. – № 3. – С. 93 – 100.
75. Ратнер С.Б., Бугло С.Т. Влияние режима нагружения на разогрев пластмасс при циклическом деформировании // Механика полимеров. – 1969. – № 3. – С. 465 – 469.
76. Некоторые вопросы больших пластических деформаций металлов при высоких давлениях / В.И. Береснев, Л.Ф. Верещагин, Ю.Н. Рябинин, Л.Д. Лившиц. – М.: Изд-во АН СССР, 1960. – 80 с.
77. Твердые тела в условиях давлений и температур земных недр. – М.: Наука, 1964. – 195 с.
78. Твердые тела под высоким давлением: Сб. / Под ред. В. Пола, Д. Варшауэра; пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 405 с.
79. Пластичность и прочность твердых тел при высоких давлениях / Б.И. Береснев и др. – М.: Наука, 1970. – 161 с.
80. Свойства полимеров при высоких давлениях / С.Б. Айнбиндер, К.И. Алксне, Э.Л. Тюнина, М.Г. Лака. – М.: Химия, 1973. – 192 с.
81. Механические свойства материалов под высоким давлением / Под ред. Х.Л. Пью; пер. с англ. Вып. 1: Общие вопросы воздействия давлений на механические свойства материалов. – М.: Мир, 1973. – 296 с.
82. Бриджмен П.В. Общий обзор исследований при высоких давлениях // М.: Мир, 1966. – С. 11 – 25.
83. Bailey J. Attempt to correlate some strength measurements of glass // Glass Industry. – 1939. – Vol. 20: – N 1. – P. 21 – 25; – N 2. – P. 59 – 65; – N 3. – P. 95 – 99; N 4. – P. 143 – 147.
84. Palmgren A. Die lebensdauer von kugellagern // Z. Ver. Dtsch. Ind. – 1924. – 68. – S. 339 – 341.
85. Miner M.A. Experimental verification of cumulative fatigue damage // Automot. Aviat. Industr. – 1945. – 93. – P. 20 – 24.
86. Степнов М.Н., Гиацинтов Е.В. Усталость легких конструкционных сплавов. – М.: Машиностроение, 1973. – 320 с.
87. Быков В.А. Пластичность, прочность и разрушение металлических судостроительных материалов. – Л.: Судостроение, 1974. – 216 с.
88. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. – М.: Машиностроение, 1977. – 232 с.
89. Ратнер С.Б., Потапова Л.Б. Сопротивление многоциклового усталости хрупких полимеров // Механика композит. материалов. – 1990. – № 4. – С. 633 – 638.
90. Потапова Л.Б. Сопротивление многоциклового усталости хрупких полимеров (на примере наполненных поликапроамидов): Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М., 1989. – 19 с.
91. Поздняков О.Ф., Регель В.Р. Исследование кинетики растрескивания пластмасс и кинетики роста магистральных трещин с помощью масс-спектрометра // Физика твердого тела. – 1968. – № 12. – С. 3664 – 3669.
92. Журков С.Н., Куксенко В.С., Слуцкер А.И. Образование субмикроскопических трещин в полимерах под нагрузкой // Физика твердого тела. – 1969. – № 11. – С. 296 – 301.
93. Молекулярное разрушение полимеров в вершине магистральной трещины / В.Е. Корсуков, В.И. Веттегрень, И.И. Новак, А. Чмель // Механика полимеров. – 1972. – № 4. – С. 621 – 625.
94. Irwin G.R. Analysis of stress and strain near the end of crack transversing a plate // J. Appl. Mech. – 1957. – Vol. 24. – N 3. – P 361 – 364.
95. Баренблатт Г.И., Христианович С.А. О модуле сцепления и теории трещин // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1968. – № 2. – С. 70 – 76.
95. Леонов М.Я., Панасюк В.В. Развитие найдрібніших тріщин в твердому тілі // Прикладная механика. – 1959. – Т. 5. – № 4. – С. 391 – 401.
97. Dugdale D.S. Yielding of steel sheets containing slits // J. Mech. Phys. Solids. – 1960. – Vol. 8. – N. 2. – P. 100 – 108.
98. Wieghardt K. Uber das Spalten und Zerreiben elastischer Korper // Z. Math. und Phys. – 1907. – 55. – S. 60 – 103.
99. Зельдович Я.Б. К теории распространения пламени // Журнал физической химии. – 1948. – Т. 22. – Вып. 1. – С. 27 – 48.
100. Баренблатт Г.М., Ботвина Л.Р. Автомодельность усталостного разрушения. Накопление повреждаемости // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1983. – № 4. – С. 161 – 165.

101. *Баренблатт Г.И., Ботвина Л.Р.* Методы подобия в механике и физике разрушения // Физико-химическая механика материалов. – 1986. – № 1. – С. 57 – 62.
102. *Sih G.C.* Handbook of stress intensity factors: For researchers and engineers. – Bethlehem: Lehigh. univ., 1973. – 943 p.
103. *Саврук М.П.* Механика разрушения и прочность материалов. Т. 2: Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1988. – 620 с.
104. *Морозов Е.М.* Метод сечений в теории трещин // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1969. – № 12. – С. 57 – 63.
105. *Морозов Е.М.* Расчет на прочность конструкционных элементов с трещинами. – М.: Машиностроение, 1982. – 48 с.
106. *Новожилов В.В.* О физическом смысле инвариантов напряжения, используемых в теории пластичности // Прикладная математика и механика. – 1952. – Т. 16. – Вып. 5. – С. 617 – 619.
107. *Филин А.П.* Прикладная механика твердого деформируемого тела: В 3 т. Т. 1. Сопротивление материалов с элементами теории сплошных сред и строительной механики. – М.: Наука, 1975. – 832 с.
108. *Ильюшин А.А.* Связь между теорией Сен-Венана-Леви-Мизеса и теорией малых упруго-пластических деформаций // Прикладная математика и механика. – 1945. – Т. 9. – № 3. – С. 207 – 218.
109. *Дэвис Е.* Рост напряжений с изменением деформаций и зависимость "напряжения-деформации" в пластической области для меди при сложном напряженном состоянии // Теория пластичности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1948. – С. 336 – 363.
110. *Дэвис Е.* Текучесть и разрушение стали со средним содержанием углерода при сложном напряженном состоянии // Теория пластичности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1948. – С. 364 – 374.
111. *Рош М., Эйхингер А.* Опыты, связанные с выяснением вопроса об опасности разрушения // Теория пластичности. – М.: Изд-во иностр. лит., 1948. – С. 157 – 165.
112. *Жуков А.М.* Пластические свойства и разрушение стали при двухосном напряженном состоянии // Инженерный сборник. – 1954. – Т. 20. – С. 37 – 48.
113. *Людвик П.* Основы технологической механики // Расчеты на прочность. – М.: Машиностроение, 1971. – Вып. 15. – С. 132 – 166.
114. *Тарасенко И.И.* Об условии разрушения металлов // Журнал технической физики. – 1951. – Т. 21. – Вып. 11. – С. 1336 – 1344.
115. *Качанов Л.М.* Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.
116. *Ивлев Д.Д.* К теории простого деформирования пластических тел // Прикладная математика и механика. – 1955. – Т. XIX. – Вып. 6. – С. 734 – 735.
117. *Седов Л.И.* О понятиях простого нагружения и возможных путях деформирования // Прикладная механика. – 1959. – Т. XXIII. – Вып. 2. – С. 400 – 402.
118. *Уэйэтт О., Дью-Хьюз Д.* Металлы, керамики, полимеры: Введение к изучению структуры и свойств технических материалов: Пер. с англ. – М.: Атомиздат, 1979. – 560 с.
119. *Биргер И.А.* Некоторые общие методы решения задач теории пластичности // Прикладная математика и механика. – 1951. – Т. 15. – № 6. – С. 765 – 770.
120. *Hartman W.F.* Propagation of large amplitude waves in annealed brass // Intern. J. Solids Structures. – 1969. – 5. – P. 303 – 317.
121. *Ржаницын А.Р.* Теория ползучести. – М.: Стройиздат, 1968. – 418 с.
122. *Сопротивление материалов: Учеб. пособие / Н.А. Костенко и др.; под ред. Н.А. Костенко.* – М.: Высш. шк., 2000. – 430 с.
123. *Сопротивление материалов / Под ред. акад. АН УССР Г.С. Писаренко.* – Киев: Вища шк., 1986. – 775 с.
124. *Филоненко-Бородич М.М.* Механические теории прочности: Курс лекций. – М.: Изд-во МГУ, 1961. – 91 с.
125. *Гольдман А.Я.* Прочность конструкционных пластмасс. – Л.: Машиностроение, 1979. – 320 с.
126. *Mohr O.* Welche Umstände bedingen die Elastizitätsgrenze und der Bruch eines Materials // VDI, Bd. XLIV. – Nov. 1900. – N 45. – S. 1524 – 1530.
127. *Лебедев А.А.* О возможном совмещении условий пластичности и хрупкого разрушения // Прикладная механика. – 1968. – № 4. – Вып. 8. – С. 85 – 93.

128. *Лебедев А.А.* Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии. – Киев: Мин-во высш. и сред. спец. образования УССР, 1968. – 66 с.
129. *Сдобырев В.П.* Критерий длительной прочности для некоторых жаропрочных сплавов при сложном напряженном состоянии // Известия Академии наук СССР. Механика и машиностроение. – 1959. – № 6. – С. 93 – 99.
130. *Mises R.* Mechanik der festen Korper im plastischdeformablen Zustand. Nachrichten d. Geselch, d. Wissensch // Gottingen Math.-phys. Klasse. – 1913. – S. 582 – 589.
131. *Ягн Ю.И.* Новые методы расчета на прочность // Вестник инженеров и техников. – 1931. – № 6. – С. 237 – 244.
132. *Давиденков Н.Н., Ставрогин А.Н.* О критерии прочности при хрупком разрушении и плоском напряженном состоянии // Известия Академии наук СССР. ОТН. – 1954. – № 8. – С. 101 – 109.
133. *Баландин П.П.* К вопросу о гипотезах прочности // Вестник инженеров и техников. – 1939. – № 1. – С. 19 – 24.
134. *Боткин А.И.* О прочности сыпучих и хрупких материалов // Известия ВНИИ гидротехники. – 1940. – № 26. – С. 205 – 236.
135. *Миролюбов И.Н.* К вопросу об обобщении теории прочности октаэдрических касательных напряжений на хрупкие материалы // Труды Ленинградского технологического института. – 1953. – № 25. – С. 42 – 51.
136. *Лукиа Л.К.* К теории прочности // Доклады Академии наук БССР. – 1963. – Т. 7. – № 5. – С. 301 – 304.
137. *Ахвердов И.Н., Лукиа Л.К.* К теории прочности хрупких тел // Доклады Академии наук БССР. – 1965. – Т. 9. – № 2. – С. 182 – 184.
138. *Надаи Ф.* Пластичность и разрушение твердых тел. – М.: ИЛ, 1954. – 648 с.
139. *Хилл Р.* Математическая теория пластичности. – М.: Гостехиздат, 1956. – 407 с.
140. *Ху Л., Марин Дж.* Анизотропные функции нагружения для сложных напряженных состояний в пластической области // Механика. – 1956. – № 2. – С. 172 – 188.
141. *Гольденблатт И.И., Копнов В.А.* Критерии прочности и пластичности конструкционных материалов. – М.: Машиностроение, 1968. – 192 с.
142. *Гольденблатт И.И., Копнов В.А.* Общая теория критериев прочности изотропных и анизотропных материалов // Проблемы прочности. – 1971. – № 5. – С. 65 – 69.
143. *Белянкин Ф.П., Яценко В.Ф., Марголин Г.Г.* Прочность и деформативность стеклопластиков при двухосном сжатии. – Киев: Наук. думка, 1971. – 155 с.
144. *Ашкенази Е.К., Ганов Э.В.* Анизотропия конструкционных материалов. – М.: Машиностроение, 1972. – 216 с.
145. *Викарио А., Толанд Р.* Критерий прочности и анализ разрушения конструкций из композитных материалов // Анализ и проектирование конструкций. – М.: Мир, 1978. – Т. 7. – Ч. 1. – С. 62 – 107.
146. *Гольденблатт И.И., Бажанов В.П., Копнов В.А.* Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
147. *Маньковский В.А.* Влияние анизотропии и разброса механических характеристик на геометрию прочности конструкционных материалов: Сообщение 1 // Проблемы прочности. – 1982. – № 6. – С. 49 – 53.
148. *Маньковский В.А.* Влияние инвариантов напряженного состояния на геометрию теорий прочности конструкционных материалов: Сообщение 2 // Проблемы прочности. – 1982. – № 7. – С. 51 – 56.
149. *Александров А.П., Журков С.Н.* Явление хрупкого разрыва. – М.: ГТТИ, 1933. – 120 с.
150. *Weibull W.A.* A statistical theory of the strength of materials // Proc. Royal. Acad. Engl. Sci. – 1939. – № 15. – P. 45.
151. *Вейбулл В.* Усталостные испытания и анализ их результатов. – М.: Машиностроение, 1964. – 275 с.
152. *Конторова Т.А., Френкель Я.И.* Статистическая теория хрупкой прочности реальных кристаллов // Журнал технической физики. – 1941. – Т. XI. – Вып. 3. – С. 173 – 183.
153. *Конторова Т.А.* О статистической природе влияния масштабного фактора на критический интервал хрупкости // Журнал технической физики. – 1946. – Т. XVI. – Вып. 12. – С. 1461 – 1468.
154. *Афанасьев Н.Н.* Статистическая теория усталостной прочности металлов // Журнал технической физики. – 1940. – Т. X. – Вып. 19. – С. 1533 – 1560.

155. *Афанасьев Н.Н.* Статистическая теория усталостной прочности металлов. – Киев: Изд-во АН УССР, 1953. – 128 с.
156. *Волков С.Д.* Статистическая теория прочности. – М.: Машгиз, 1960. – 176 с.
157. *Болотин В.В.* Методы теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. – М.: Стройиздат, 1982. – 351 с.
158. *Болотин В.В.* Прогнозирование ресурса машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1984. – 312 с.
159. *Кадашевич Ю.И., Новожилов В.В.* Теория пластичности, учитывающая остаточные напряжения // Прикладная математика и механика. – 1958. – Т. 22. – Вып. 1. – С. 78 – 89.
160. *Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И.* Микронапряжения в конструкционных материалах. – Л.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
161. *Харлаб В.Д.* Обобщение вейбулловской статистической теории хрупкого разрушения // Механика стержневых систем и сплошных сред: Межвуз. темат. сб. тр. / ЛИСИ. – Л., 1978. – Вып. 11. – С. 150 – 152.
162. *Левченко Н.Б., Харлаб В.Д.* Вариант статистической теории хрупкого разрушения при сложном напряженном состоянии // ЛИСИ. – Л., 1978. – Вып. 11. – С. 152 – 156.
163. *Левченко Н.Б., Харлаб В.Д.* К теории прочности бетона и некоторых других структурно-неоднородных материалов // Механика стержневых систем и сплошных сред: Тр. ЛИСИ. – Л., 1971. – С. 101 – 117.
164. *Харлаб В.Д.* Теория прочности, учитывающая влияние неоднородности напряженного состояния // Известия вузов. Строительство. – 1994. – № 11. – С. 39 – 44.
165. *Пономарев С.Д.* К вопросу трактовки условий наступления пластического состояния материала // Научно-методический сборник Академии им. Н.Е. Жуковского. – 1954. – № 6.
166. *Разрушение тонких полимерных пленок и волокон / Б. Цой, Э.М. Карташов, В.В. Шевелев, А.А. Валишин.* – М.: Химия, 1997. – 344 с.
167. *Цой Б., Карташов Э.М., Шевелев В.В.* Прочность и разрушение полимерных пленок и волокон. – М.: Химия, 1999. – 496 с.
168. *Бартенев Г.М., Измайлова Л.К.* Бездефектные стеклянные волокна // Доклады Академии наук СССР. – 1962. – Т. 146. – № 5. – С. 1136 – 1138.
169. *Давиденков Н.Н.* Динамические испытания металлов. – М.: ОНТИ, 1936. – 395 с.
170. *Фридман Я.Б.* Единая теория прочности материалов. – М.: Оборонгиз, 1943. – 96 с.
171. *Давиденков Н.Н.* Об оценке склонности металла к хрупкому разрушению // Заводская лаборатория. – 1952. – 18. – № 1. – С. 68 – 77.
172. *Новожилов В.В.* О пластическом разрыхлении // Прикладная математика и механика. – 1965. – Т. XXIX. – Вып. 4. – С. 681 – 689.
173. *Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Р.* Кинетическая природа прочности твердых тел. – Л.: Наука, 1974. – 246 с.
174. *Карташов Э.М.* Современные представления кинетической термофлуктуационной теории прочности полимеров // Итоги науки и техники / ВИНТИ. – 1991. – Вып. 27. – 112 с.
175. *Регель В.Р.* О механизме хрупкого разрушения пластмасс // Журнал технической физики. – 1951. – Т. 21. – Вып. 3. – С. 287 – 303.
176. *Журков С.Н.* Проблема прочности твердых тел // Вестник Академии наук СССР. – 1957. – № 11. – С. 78 – 82.
177. *Журков С.Н.* К вопросу о физической основе прочности // Физика твердого тела. – 1980. – Т. 22. – № 11. – С. 3343 – 3349.
178. *Ратнер С.Б., Ярцев В.П.* Физическая механика пластмасс. Как прогнозируют работоспособность? – М.: Химия, 1992. – 320 с.
179. *Степанов В.А., Песчанская Н.Н., Шнейзман В.В.* Прочность и релаксационные явления в твердых телах. – Л.: Наука, 1984. – 246 с.
180. *Бартенев Г.М.* Прочность и механизм разрушения полимеров. – М.: Химия, 1984. – 279 с.
181. *Ратнер С.Б.* Сопоставление констант кинетики термо и механодеструкции полимеров // Доклады Академии наук СССР. – 1976. – 230. – № 5. – С. 652 – 655.
182. *Ратнер С.Б.* Границы деформационной и прочностной работоспособности пластических масс с позиции физического материаловедения // Пластические массы. – 1977. – № 10. – С. 31 – 35.
183. *Коробов В.И., Ратнер С.Б.* Определение критического саморазогрева полимеров при циклической деформации // Заводская лаборатория. – 1966. – № 5. – С. 589 – 591.

184. Ратнер С.Б., Ярцев В.П. Выявление физической константы твердых тел при разных видах нагрузки // Доклады Академии наук СССР. – 1979. – 249. – № 2. – С. 409 – 414.
185. Амелин А.В. Изучение влияния дефектных мест в макромолекулах на процесс термо- и механо-деструкции полимеров: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – Л., 1975. – 14 с.
186. Уэнланд У. Термические методы анализа. – М.: Мир, 1978. – 526 с.
187. Панишин Б.И., Петров Б.П., Федоренко А.Г. Влияние вида напряженного состояния на характеристики процесса механического стеклования полимеров // Механика полимеров. – 1971. – № 2. – С. 195 – 199.
188. Степанов В.А., Шнейзман В.В. О характере процесса разрушения металлов при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. – 1972. – № 7. – С. 38 – 44.
189. Журков С.Н., Томашевский Э.Е. Временная зависимость при различных режимах нагружения // Некоторые проблемы прочности твердого тела: Сб. ст., посвящ. 80-летию акад. АН УССР Н.Н. Давиденкова. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 68 – 75.
190. Долговечность и релаксационные процессы в твердых полимерах / И.В. Разумовская, Ю.Г. Корабельников, К. Попов, В. Сирджопулу // Механика полимеров. – 1969. – № 4. – С. 629 – 632.
191. О принципе линейного суммирования парциальных разрушений при равномерном нарастании напряжений в полимерах / М. Натов, С. Василева, К. Попов, В. Сирджопулу // Механика полимеров. – 1974. – № 4. – С. 735 – 737.
192. Структурная чувствительность характеристик полистирола при одноосном растяжении / Т.В. Шамравская, Т.А. Пирко, Ф.Х. Хакимов, В.Е. Гуль // Механика полимеров. 1974. – № 6. – С. 979 – 984.
193. Разумовская И.В. Влияние условий эксплуатации на механизмы хрупкого разрушения полимеров: Автореф. дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – М., 1983. – 36 с.
194. Морозов Н.Ф., Новожилов В.В. Некоторые проблемы структурной механики разрушения. По материалам докл. I Всесоюз. конф. "Механика разрушения материалов". Львов, 20 – 22 октября, 1987 г. // Физ.-хим. механика материалов. – 1988. – № 1. – С. 21 – 26.
195. Больцман Л. Избранные труды. – М.: Наука, 1984. – 589 с.
196. Кулезнев В.Н., Шершнев В.А. Химия и физика полимеров. – М.: Высшая школа, 1988. – 312 с.
197. Kauzmann W. Flow of solid metals from the standpoint of the chemical-rate theory // Trans. AIME. – 1941. – Vol. 143. – P. 57 – 83.
198. Александров А.П. Морозостойкость высокомолекулярных соединений // Труды I и II конф. по высокомолекулярным соединениям. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1945. – С. 49 – 59.
199. Френкель Я.И. Кинетическая теория жидкостей. – М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1945. – 423 с.
200. Френкель Я.И. Электрическая теория твердых тел. – Л.: Изд-во АН СССР, 1924. – 241 с.
201. Инденбом В.Л., Орлов А.Н. Физическая теория пластичности и прочности // УФН. – 1962. – Т. 16. – № 3. – С. 537 – 591.
202. Krausz A.S., Eyring H. Deformation kinetic. – Now York: Wiley and Sons, 1975. – 398 p.
203. Бартнев Г.М., Френкель С.Я. Физика полимеров. – Л.: Химия, 1990. – 432 с.
204. Степанов В.А., Шмелев А.Г., Шнейзман В.В. Влияние температуры на энергию активации процесса разрушения металлов // Физика металлов и металловедение. – 1967. – Т. 24. – Вып. 6. – С. 1099 – 1103.
205. Степанов В.А., Шнейзман В.В. Ползучесть металлов при растяжении и сжатии // Физика металлов и металловедение. – 1970. – Т. 29. – Вып. 2. – С. 375 – 380.
206. Журков С.Н., Савицкий А.В. К вопросу о механизме разрушения твердых тел // Доклады Академии наук СССР. – 1959. – Т. 129. – № 1. – С. 91 – 93.
207. Ярцев В.П., Киселева О.А. Прогнозирование прочности, долговечности и термостойкости нагруженных в постоянном режиме древесных плит // Известия вузов. Строительство. – 2002. – № 1 – 2. – С. 141 – 144.
208. Гиббс Дж.В. Термодинамика. Статистическая механика. М.: Наука, 1982. – 554 с.
209. Терлецкий Я.П. Статистическая физика: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высшая школа, 1994. – 350 с.
210. Иванова В.С. Разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1979. – 168 с.
211. Степанов В.А., Шнейзман В.В. Разрушение металлов (обзор) // Физика металлов и металловедение: Тр. ЛПИ. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1974. – № 133. – С. 5 – 33.

212. Куров И.Е., Степанов В.А. Долговечность металлов при кручении // Физика твердого тела. – 1962. – Т. 4. – № 1. – С. 191 – 201.
213. Шнейцман В.В. Долговечность и ползучесть металлов при разных напряженных состояниях: Автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Л.: 1969. – 29 с.
214. Куров И.Е., Самойлович С.С., Степанов В.А. Влияние вида напряженного состояния на электросопротивление металлов при испытаниях на ползучесть // Физическая механика материалов. – 1972. – Т. 33. – № 4. – С. 860 – 864.
215. Бахтибаев А.Н., Бетехтин В.И., Бобнозаров Х. и др. Закономерности разрушения некоторых алюминиевых сплавов и меди // Физика прочности композиционных материалов: Тр. Всесоюз. семинара, Л., 1977. – Л.: ЛИЯФ, 1978. – С. 153 – 165.
216. Степанов В.А. Деформация и разрушение полимеров // Механика полимеров. – 1975. – № 1. – С. 95 – 106.
217. Межмолекулярное взаимодействие и неупругая деформация аморфных полимеров / В.А. Бернштейн, Л.Г. Разгуляева, А.Б. Синани, В.А. Степанов // Физика твердого тела. – 1976. – Т. 18. – № 10. – С. 3017 – 3022.
218. Ратнер С.Б. Работоспособность пластических масс в условиях разрушения и ползучести // Пластические массы. – 1980. – № 4. – С. 47 – 49.
219. Потапова Л.Б., Ратнер С.Б. Энергетический критерий длительной прочности твердых материалов с нелинейными физическими свойствами // Проблемы прочности. – 1997. – № 5. – С. 23 – 29.
220. Степанов В.А., Шнейцман В.В. Кинетический подход к выбору критериев ползучести и разрушения при сложном напряженном состоянии // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 195 – 201.
221. Рубанов В.В. Ползучесть и разрушение материалов, разносопротивляющихся растяжению и сжатию, при сложном напряженном состоянии // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии: Тез. докл. Всесоюз. симп. 24 – 26 октября 1989 г. Житомир. – Киев: ИПП АН СССР, 1989. – Ч. 2. – С. 49 – 50.
222. Филоненко-Бородич М.М. Об условиях прочности материалов, обладающих различным сопротивлением растяжению и сжатию // Инженерный сборник. – 1954. – Вып. 19. – С. 15 – 47.
223. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – Киев: Наук. думка, 1988. – 736 с.
224. Сдобырев В.П. Длительная прочность сплава ЭИ-437 Б при сложном напряженном состоянии // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1958. – № 4. – С. 92 – 97.
225. Трунин Н.И. Оценка сопротивления длительному разрушению и некоторые особенности деформирования при сложном напряженном состоянии // Журнал прикладной механики и технической физики. – 1963. – № 1. – С. 110 – 114.
226. Кац Ш.Н. Разрушение аустенитных труб под действием внутреннего давления в условиях ползучести // Энергомашиностроение. – 1957. – № 3. – С. 1 – 5.
227. Одинг И.А., Туляков Г.А. Ползучесть аустенитной стали при сложном напряженном состоянии // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1958. – № 1. – С. 3 – 10.
228. Пахотин К.К., Седоков Л.М. Критерий разрушения упрочняющихся материалов // Проблемы прочности. – 1972. – № 4. – С. 46 – 48.
229. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наук. думка, 1976. – 416 с.
230. Кац Ш.Н. Исследование длительной прочности углеродистых труб // Теплоэнергетика. – 1955. – № 11. – С. 37 – 40.
231. Гринман А.М., Гольдман А.Я. Длительная прочность полиэтилена в условиях двухосного растяжения // Механика полимеров. – 1976. – № 3. – С. 401 – 408.
232. Гигиняк Ф.Ф., Лебедев А.А., Красовский А.Я. Влияние вида напряженного состояния на деформационное упрочнение малоуглеродистой стали // Металловедение и термическая обработка металлов. – 1971. – № 4. – С. 33 – 36.
233. Гигиняк Ф.Ф., Лебедев А.А., Красовский А.Я. Закономерности деформирования и разрушения технического железа при сложном напряженном состоянии в условиях низких температур // Проблемы прочности. – 1972. – № 4. – С. 21 – 25.

234. *Каменцев В.Н., Талыпов Г.Б.* Граница разрушения малоуглеродистой стали при простом и сложном нагружении // Исследования по упругости и пластичности. – 1961. – № 1. – С. 192 – 201.
235. *Талыпов Г.Б.* Пластичность и прочность стали при сложном нагружении. – Л.: Изд-во Ленингр. ун-та, 1968. – 134 с.
236. *Балдин В.А., Трофимов В.И.* Экспериментальное исследование условия текучести строительной стали на плоских образцах // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1958. – № 3. – С. 126 – 129.
237. *Тарасенко И.И., Халдина О.Н., Черепанов В.М.* Прочность стали при сложных напряженных состояниях в случае простого и сложного путей нагружения // Исследования по упругости и пластичности. – 1961. – № 1. – С. 201 – 212.
238. *Карасев А.В.* Пластичность стали 20 и сплава АМг6М при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур // Эксплуатация, модернизация и ремонт оборудования. – 1973. – № 10. – С. 4 – 7.
239. *Работнов Ю.Н.* Малые пластические деформации как проблема механики // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1954. – № 7. – С. 97 – 104.
240. *Беляков А.Р. и др.* Методика оценки прочности направляющих аппаратов газовых турбин с концентраторами // Проблемы прочности. – 1972. – № 4. – С. 37 – 44.
241. *Расчет на прочность натуральных деталей в случае хрупких и квазихрупких разрушений / Н.А. Костенко, Н.А. Махутов, С.Л. Мишаков, Т.А. Миронова // Проблемы прочности. – 1987. – № 9. – С. 91 – 94.*
242. *Расчеты на прочность в машиностроении / Под ред. С.Д. Пономарева. – М.: Машгиз, 1956. – Т. 1. – 884 с.*
243. *Матохин Г.В., Матохин А.В., Гридасов А.В.* Расчетные оценки пороговых характеристик для ферритно-перлитных сталей // Проблемы прочности. – 1992. – № 4. – С. 50 – 56.
244. *Schwandt S.* Das Formänderungsverhalten unlegierter und niedriglegierter Stähle bei der Massivumformung // Draht-Welt. – 1970. – N 10. – S. 574 – 581.
245. *Талыпов Г.Б.* Граница текучести и разрушения малоуглеродистой стали в случае простого и сложного нагружения. Влияние старения // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1961. – № 6. – С. 125 – 130.
246. *Писаренко Г.С., Лебедев А.А., Ламашевский В.П.* Экспериментальное исследование закономерностей деформирования углеродистой стали при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур // Проблемы прочности. – 1969. – № 5. – С. 42 – 47.
247. *Черняк Н.И., Бастун В.Н.* Влияние анизотропии стали на вид поверхности текучести // Прикладная механика. – 1965. – № 1. – Вып. 12. – С. 57 – 64.
248. *Андреев Л.С.* О больших деформациях стали при сложном напряженном состоянии // Труды Тул. горн. ин-та. Сер. общетехническая. – 1961. – Вып. 3. – С. 55 – 68.
249. *Кишкин С.Т., Ратнер С.И.* Экспериментальная проверка основного закона теории пластичности // Журнал технической физики. – 1949. – № 19. – Вып. 3. – С. 412 – 420.
250. *Бастун В.Н., Черняк Н.И.* О применении некоторых условий пластичности для анизотропной стали // Прикладная механика. – 1966. – № 2. – Вып. 1. – С. 92 – 98.
251. *Ковальчук Б.И., Кульчицкий Н.М., Лебедев А.А.* Влияние циклической тренировки на пластичность и прочность стали 45 в условиях сложного напряженного состояния при низких температурах // Проблемы прочности. – 1977. – № 9. – С. 3 – 7.
252. *Андреев Л.С.* О пластической деформации металлов при двухосном растяжении // Инженерный журнал. – 1962. – № 2. – Вып. 3. – С. 150 – 157.
253. *Лебедев А.А., Ламашевский В.П.* Исследование деформирования и разрушения углеродистой стали при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур // Термопрочность материалов и конструктивных элементов. – 1969. – Вып. 5. – С. 444 – 456.
254. *Хван Д.В.* Пластическое сжатие длинномерных цилиндров // Проблемы прочности. – 1992. – № 3. – С. 39 – 44.
255. *Савицкий Ф.С., Бурмакина О.П.* О пластичности и разрушении закаленной стали при плоском напряженном состоянии // Физика металлов и металловедение. – 1959. – Т. VII. – Вып. 3. – С. 421 – 425.
256. *Бурмакина О.П., Савицкий Ф.С.* Механические свойства закаленной стали при двухосном растяжении // Некоторые проблемы прочности твердого тела. – Свердловск, 1958. – С. 334 – 339.

257. Бурмакина О.П., Савицкий Ф.С. О пластичности закаленной стали У8А при плоском напряженном состоянии // Прочность и пластичность материалов. – Томск, 1970. – Ч. 2. – С. 5 – 13.
258. Бурмакина О.П., Савицкий Ф.С. О разрушении стали при двухосном сжатии // Физика металлов и металловедение. – 1960. – Т. 10. – Вып. 4. – С. 609-616.
259. Волков С.Д. Единая статистическая теория прочности твердых тел // Журнал технической физики. – 1953. – Т. 23. – С. 2025 – 2038.
260. Сурикова Е.Е., Ли М.А. Предельная кривая разрушения стали в условиях трехосного сжатия // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. Всесоюзный симпозиум 24 – 26 октября 1989 г., Житомир: Тез. докл. / ИПП Академии наук УССР. – Киев, 1989. – Ч. 2. – С. 58.
261. Конструкционные материалы: Справочник / Под общ. ред. Б.Н. Арзамасова. – М.: Машиностроение, 1990. – 688 с.
262. Иванова В.С., Ермишкин В.А. Пластичность тугоплавких металлов и монокристаллов. – М.: Металлургия, 1976. – 80 с.
263. Ковальчук Б.И. О критерии предельного состояния некоторых корпусных сталей в условиях сложного напряженного состояния при комнатной и повышенных температурах // Проблемы прочности. – 1981. – № 5. – С. 10 – 15.
264. Закономерности деформирования и разрушения стали Р6М5 при сложном напряженном состоянии / В.П. Ламашевский, А.А. Лебедев, В.А. Остафьев и др. // Проблемы прочности. – 1977. – № 2. – С. 28 – 31.
265. Конюшко З.М. Исследование прочности термически обработанных инструментальных сталей // Юбилейный сборник МВТУ: Разд. IV. – М.: Машгиз, 1947.
266. Жуков А.М. Сложное нагружение и теория пластичности изотропных металлов // Известия Академии наук СССР. Отд. техн. наук. – 1955. – № 8. – С. 81 – 92.
267. Бастун Н.В., Черняк Н.И. Влияние предварительного пластического деформирования высокопрочной стали на форму кривых предельных состояний // Прикладная механика. – 1966. – Т. 2. – Вып. 9. – С. 79 – 84.
268. Сдобырев В.П. Ползучесть и длительная прочность при растяжении // Инженерный журнал. – 1963. – Т. 3. – Вып. 2. – С. 413 – 416.
269. Ягн Ю.И., Евстратов В.В. Прочность и пластичность модифицированного чугуна при различных напряженных состояниях // Доклады Академии наук СССР. – 1957. – Т. 113. – № 3. – С. 573 – 575.
270. Головенко В.С., Мидуков В.З., Седоков Л.М. Прочность и деформируемость серого чугуна при всестороннем неравномерном сжатии // Проблемы прочности. – 1973. – № 1. – С. 56 – 58.
271. Ковальчук Б.И., Лебедев А.А. Деформационные свойства серого чугуна при плоском напряженном состоянии в условиях низких температур // Проблемы прочности. – 1970. – № 7. – С. 9 – 13.
272. Нудельман Л.Г. Кручение чугунных стержней (задача Сен-Венана) // Проблемы прочности. – 1976. – № 7. – С. 74 – 77.
273. Ольховик О.Е. Установка для испытаний материалов при объемном напряженном состоянии // Заводская лаборатория. – 1989. – № 6. – С. 104 – 107.
274. Лебедев А.А., Ковальчук Б.И. Влияние низких температур на прочность серого чугуна при сложном напряженном состоянии // Проблемы прочности. – 1970. – № 8. – С. 80 – 84.
275. Давиденков Н.Н. О хрупком разрушении // Вопросы машиноведения: Сб. ст., посвящ. 60-летию академика Е.А. Чудакова. – М.: Изд-во АН СССР, 1950. – С. 467 – 474.
276. Лебедев А.А. Критерий прочности структурно-неоднородных материалов // Проблемы прочности – 1969. – № 1. – С. 57 – 60.
277. Бартнев Г.М., Поварова З.Г., Каргин В.А. Реологические свойства и надмолекулярная структура полимеров // Доклады Академии наук СССР. – 1964. – Т. 159. – № 6. – С. 1350 – 1353.
278. Соголова Т. И. Физическая и физико-химическая модификация полимеров // Механика полимеров. – 1972. – № 3. – С. 395 – 408.
279. Об учете влияния гидростатического давления при описании нелинейных вязкоупругих свойств полиэтилена высокой плотности / А.М. Локощенко, Н.И. Малинин, В.В. Москвитин, Г.К. Строганов // Механика полимеров. – 1974. – № 6. – С. 998 – 1002.
280. Миненков Б.В., Стасенко И.В. Прочность деталей из пластмасс. – М.: Машиностроение, 1977. – 264 с.
281. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.

282. *Ахвердов И.Н.* Основы физики бетона. – М.: Стройиздат, 1988. – 464 с.
283. *Гвоздев А.А.* Расчет несущей способности конструкций по методу предельного равновесия. – М.: Госстройиздат, 1949. – 280 с.
284. *Берг О.Я.* Физические основы теории бетона и железобетона. – М.: Стройиздат, 1962. – 96 с.
285. *Ахвердов И.Н., Смольский А.Е., Скочеляс В.В.* Моделирование напряженного состояния бетона и железобетона. – Минск: Наука и техника, 1973. – 232 с.
286. *Берг О.Я.* К вопросу о прочности и пластичности бетона и железобетона // Доклады Академии наук СССР. – 1950. – Т. 70. – № 4. – С. 617 – 620.
287. *Лукиша Л.К.* Критерий прочности и пластичности хрупких материалов типа бетонов // Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии: Тр. Всесоюз. совещ. – Киев: Наук. думка, 1978. – С. 24 – 32.
288. *Шканов И.Н., Брауде Н.З., Муратаева Ф.И.* Оценка малоциклового усталости элементов конструкций в условиях сложного напряженного состояния // III Всесоюз. симпоз. "Малоцикловая усталость элементов конструкций". Паланга, сент. 1979 г.: Тез. докл. / Мин-во высш. образ. Лит. ССР. – Паланга., 1979. – Вып. 2. – С. 106 – 108.
289. *Шканов И.Н.* Методика исследования усталостной прочности в условиях сложного напряженного состояния // Труды Казан. авиац. ин-та. Прикладная механика. – 1963. – Вып. 81. – С. 81 – 90.
290. *Шерстнев В.А., Гольдман А.Я.* Длительная прочность полиэтилена при циклическом нагружении в условиях плоского напряженного состояния // Механика полимеров. – 1977. – № 1. – С. 35 – 40.
291. *Шнейцман В.В., Степанов В.А., Жога Л.В.* Хрупкое разрушение твердых тел при статическом и циклическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности твердых тел. К 100-летию со дня рождения акад. АН УССР Н.Н. Давиденкова. – Л.: Наука, – 1979. – С. 43 – 55.
292. *Новожилов В.В., Рыбакина О.Г.* Перспективы построения критерия прочности при сложном нагружении // Механика твердого тела. – 1966. – № 5. – С. 103 – 111.
293. *Огибалов Г.М., Кийко И.А.* Очерки по механике высоких параметров. – М.: Изд-во МГУ, 1966. – 272 с.
294. *Айнбиндер С.Б., Тюнина Э.Л.* Введение в теорию трения полимеров. – Рига: Зинатне, 1978. – 224 с.
295. *Карташов Э.М., Валишин А.А., Шевелев В.В.* Расчет параметров уравнения долговечности эластомеров по экспериментальным данным // Каучук и резина. – 1987. – № 7. – С. 16 – 18.
296. *Валишин А.А., Карташов Э.М.* Применение математической статистики при исследовании долговременной прочности полимеров // Высокомолекулярные соединения. – 1989. – Т. 31 (А). – № 4. – С. 877 – 882.
297. *Давиденков Н.Н.* О природе прочности // Сборник трудов Института строительной механики. – 1949. – № 13. – С. 5 – 13.
298. *Костенец В., Лазарев Б., Коткевич В., Шихман М.* Ударная вязкость металлов при – 253 °С // Журнал технической физики. – 1948. – Т. 18. – № 9. – С. 1149 – 1155.
299. *Давиденков Н.Н.* За и против единой теории прочности // Вестник инженеров и техников. – 1947. – № 6. – С. 979 – 984.
300. *Давиденков Н.Н.* За и против единой теории прочности // Вестник инженеров и техников. – 1949. – № 4. – С. 123 – 127.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1П. Показатель нелинейности материалов

Материал	Параметр нелинейности диаграммы растяжения m и сжатия n	Литературные данные
Малоуглеродистая сталь	$m = 3,57$ $n = 2,68$	[4, 11, 15, 224]
Сталь среднеугле-	$m = 5$	[9, 11, 15, 28,

родистая	$n = 3,75$	55, 154, 254]
Высокоуглероди- стая	$m = 6,25$ $n = 4,69$	[11, 55, 255]
Легированная фер- ритная	$m = 10$ $n = 7,5$	[11, 15]
Быстрорежущая	$m = 10$ $n = 7,5$	[228]
Легированная пер- литная	$m = 4$ $n = 3$	[11, 15, 228, 240]
Аустенитная сталь, сплав	$m = 2$ $n = 1,5$	[11, 48, 262]
ХН77ТЮР	$m = 2$	[11]
1Х18Н12Т	$m = 2$	[11]
1Х18Н9Т	$m = 2,78$	[228]
15Х1М1Ф	$m = 4$	[11]
Серый чугун	$m = 2$ $n = 1,5$	[1, 5, 55, 270 – 273]
Медь	$m = 2,63$	[118, с. 144]
Никель	$m = 2,38$	Там же
Алюминий	$m = 6,67$	– " –
Латунь	$m = 2,48$	– " –
Полимерный тер- мопласт	$m = 1,5$ $n = 1,125$	[9, 125, 277 – 280]
ПЭВП	$m = 1,6$	[42, 125]
Бетон	$n = 1,15$	[1]
Гранит	$m = 1,37$ $n = 1,11$	Там же
Цементный камень	$n = 1,1$	– " –

2П. Коэффициент Пуассона материалов

Материал	Коэффици- ент Пуассона μ	Литературный источник
Малоуглеродистая сталь	0,28	[54, 223, 242, 243]
Сталь среднеуглеро- дистая	0,29	[9, 242]
Высокоуглеродистая	0,29	[242, 255, 258]
Легированная фер- ритная	0,30	[54, 242, 261]
Быстро-режущая	0,30	Там же
Легированная перлит- ная	0,30	– " –
Аустенитная сталь, сплав	0,25	– " –
ХН77ТЮР	0,25	[223]
1Х18Н12Т	0,25	Там же
1Х18Н9Т	0,25	– " –
15Х1М1Ф	0,25	– " –
Серый чугун	0,25	[233, 242]
Алюминий	0,33	[210, с. 47]
Вольфрам	0,27	[118, с. 177]
Золото	0,41	[78, с. 55]
Медь	0,34	[210, с. 47]

Натрий		0,29	[78, с. 55]
Никель		0,30	[210, с. 47]
Серебро		0,35	[78, с. 55]
Свинец		0,39	[78, с. 55]
Титан		0,31	[118, с. 177]
Поликристаллы:	Fe-	0,275	[78, с. 55]
С			
Ag-Br		0,397	Там же
Ag-Zn		0,353	– " –
KCl		0,250	– " –
NaCl		0,249	– " –
Полимерный термопласт		0,3...0,4	[19, 20, 42, 280]
ПЭВП		0,40	[42, 125, 232]
Бетон		0,15...0,20	[281, 282, 285]
Растворная часть бетона		0,15...0,16	[285]
Цементный камень		0,23	Там же
Щебень, галька из твердых пород		0,24	– " –
Известняк		0,29	[282]
Гранит		0,20	Там же
Мрамор		0,22	– " –
Базальт		0,12	– " –

3П. Энергия активации хрупкого разрушения [173, 178]

Материал	Энергия активации E_0 , кДж/моль	Материал	Энергия активации E_0 , кДж/моль
Цинк	105...147	Стеклопластик	380
Свинец	176	Полиэтилен	220...260
Алюминий	210...223	Полиметилметакрилат	230
Никель	265	Полистирол	240
Медь	339	Поливинилхлорид	147
Железо-(α)	504	Полиамид	188
Титан	508	Полипропилен	234...244
Молибден	714	Фторопласт	314
Каменная соль	276	Хлопок	143
Кремний	474	Гранит	92