

# **ВСПОМОГАТЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ**

Издательство ТГТУ

Министерство образования и науки Российской Федерации

Государственное образовательное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Тамбовский государственный технический университет"

## ВСПОМОГАТЕЛЬНОЕ ПРОЕЦИРОВАНИЕ

Методические разработки  
по инженерной графике



---

Тамбов  
Издательство ТГТУ  
2005

УДК 76 (07)  
ББК В151.34я73-5  
В84

### Рецензент

Доктор технических наук  
*В.В. Леденев*

Составители:

*В.И. Коростелев, В.И. Кочетов, С.И. Лазарев*

В84    Вспомогательное проецирование: методические разработки по инженерной графике / Сост.: В.И. Коростелев, В.И. Кочетов, С.И. Лазарев. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. 16 с.

Методические разработки предназначены для студентов всех специальностей, при изучении ими дисциплины «Инженерная графика» и использовании методов начертательной геометрии при решении графических задач в курсовых и дипломных проектах.

Подробно изложены два вида вспомогательного проецирования: косоугольное и прямоугольное и показано их применение при решении разнообразных позиционных и метрических задач.

Приведена сводная таблица возможных вариантов диаграмм прямоугольного вспомогательного проецирования.

Рассмотрено построение аксонометрических изображений в проекционной связи с комплексным чертежом способом вспомогательного проецирования.

УДК 76 (07)  
ББК В151.34я73-5

© Тамбовский государственный  
технический университет  
(ТГТУ), 2005

Учебное издание

## **ВСПОМОГАТЕЛЬНОЕ ПРОЕКЦИРОВАНИЕ**

Методические разработки  
по инженерной графике

Составители:

КОРОСТЕЛЕВ Владимир Иванович  
КОЧЕТОВ Виктор Иванович  
ЛАЗАРЕВ Сергей Иванович

Редактор В.Н. Митрофанова  
Компьютерное макетирование Д.А. Лопуховой

Подписано в печать 5.09.2005  
Формат 60 × 84 / 16. Бумага офсетная. Печать офсетная  
Гарнитура Times New Roman. Объем: 0,93 усл. печ. л.; 0,87 уч.-изд. л.  
Тираж 100 экз. С. 512<sup>М</sup>

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета,  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

## ВВЕДЕНИЕ

В 30–х г. XX в. была опубликована книга С.М. Колотова [1] посвященная основным принципам построения прямоугольных проекций на специально выбранную плоскость, а также косоугольных и центральных проекций на заданных плоскостях проекций. Этим было положено начало работам по созданию новых и усовершенствованию существующих способов преобразования чертежа, которые могут быть объединены общим названием *вспомогательное проецирование*.

В зависимости от способа проведения проецирующих лучей вспомогательное проецирование может быть прямолинейным и криволинейным, параллельным и центральным. При этом выбор вида и направления проецирования определяются в зависимости от типа и условия решаемой задачи.

Способ вспомогательного (дополнительного) проецирования состоит в построении дополнительных проекций геометрических образов по их заданным ортогональным проекциям либо на одной из плоскостей проекций  $\dot{I}$  или  $V$ , либо на какой-либо новой плоскости общего или частного положения, где и находят решение задачи с последующим переносом его на заданные ортогональные проекции.

Целью вспомогательного проецирования, как и других способов преобразования комплексного чертежа, является упрощение графического решения позиционных и метрических задач. При этом основными преобразованиями являются такие, в результате которых прямая общего положения становится прямой уровня или проецирующей, а плоскость общего положения преобразуется в проецирующую или плоскость уровня.

### Косоугольное вспомогательное проецирование

Косоугольное проецирование применяется в основном при решении позиционных задач, что значительно упрощает построения, связанные с решением задач на пересечение прямых с плоскостями и взаимное пересечение плоскостей, когда необходимо получить вырожденные проекции названных геометрических образов, т.е. прямую превратить в точку, а плоскость – в прямую.

Косоугольное проецирование может быть как центральным, так и параллельным чаще всего на одну из плоскостей проекций  $\dot{I}$  или  $V$ , либо на другие плоскости, например, биссекторные, делящие пополам углы пространства.

Так, для получения вырожденной проекции прямой  $m$  в направлении  $S$ , параллельном этой прямой, ее вспомогательной проекцией на плоскость  $H$  является ее горизонтальный след  $M$  (рис. 1).

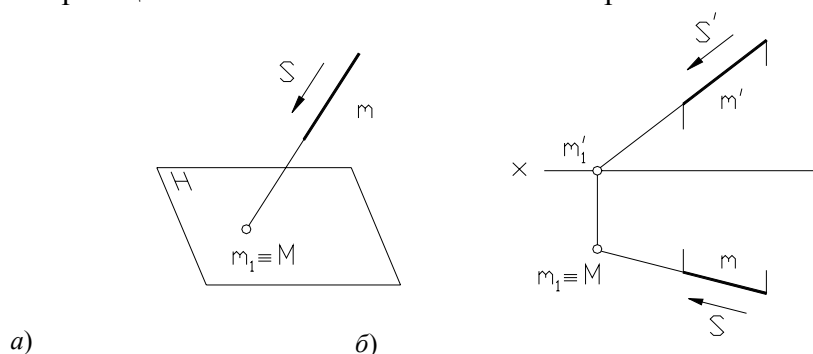


Рис. 1

При построении вырожденной проекции плоскости направление проецирования  $S$  должно быть параллельным этой плоскости. На рис. 2 плоскость  $\Delta ABC$  спроецирована на плоскость  $H$  в направлении прямой  $AB$ , лежащей в заданной плоскости. Вырожденной проекцией плоскости стал ее след – прямая  $\alpha_1 \equiv b_1c_1$ .

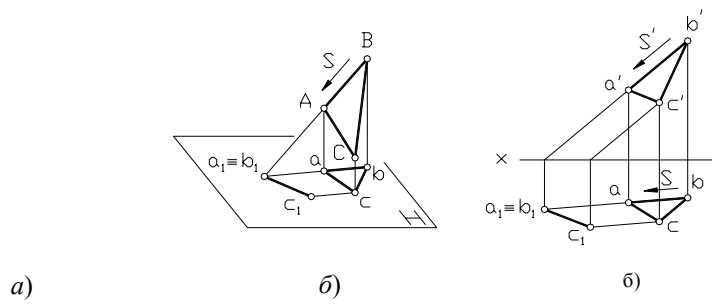


Рис. 2

Рис. 2

Рассмотрим решение двух основных позиционных задач способом косоугольного проецирования [2, 3].

На рис. 3 приведены два варианта решения первой основной позиционной задачи по определению точки пересечения прямой  $EF$  с плоскостью треугольника  $ABC$ .

В первом случае (рис. 3, а) задача решена косоугольным проецированием на плоскость  $H$  в направлении, параллельном стороне  $AB$  треугольника. Плоскость треугольника спроецировалась в прямую  $a_1b_1 \equiv c_1$  прямая – в прямую  $e_1f_1$ . На пересечении полученных прямых находим вспомогательную проекцию  $k_1$  точки  $K$  пересечения заданных прямой и плоскости, а затем обратным преобразованием определяем ее основные проекции  $k, k'$ .

Во втором случае (рис. 3, б) задача решена проецированием в том же направлении, но уже на вторую биссекторную плоскость  $P$ , проходящую через вторую и четвертую четверти пространства, что обеспечивает получение двух проекций любых точек пространства на одной этой плоскости. Найденную на плоскости  $P$  косоугольную проекцию  $k^P$  точки пересечения прямой с плоскостью проецируем на горизонтальную и фронтальную проекции.

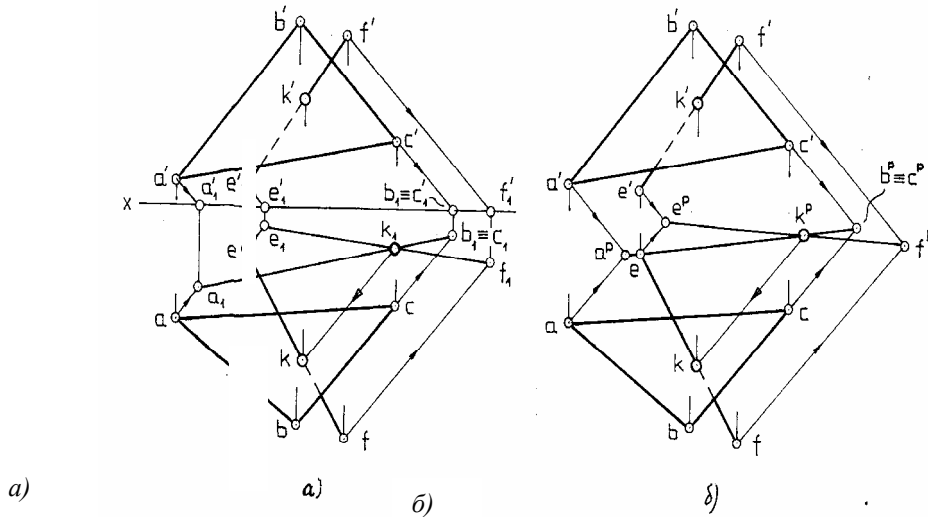


Рис. 3

На рис. 4 приведены варианты решения второй основной задачи по определению линии пересечения различно заданных плоскостей с использованием косоугольного вспомогательного проецирования.

Рис. 4, а содержит построение линии пересечения плоскостей, заданных треугольниками  $ABC$  и  $DEF$ . За направление проецирования принята сторона  $BC$  одного из треугольников, а за плоскость проекций – вторая биссекторная плоскость  $P$ . Проекцией треугольника  $ABC$  на такой плоскости является отрезок  $a^Pb^P \equiv c^P$ , а проекцией треугольника  $DEF$  – треугольник  $d^Pe^Pf^P$ . Определив косоугольные проекции  $k^P$  и  $n^P$  точек  $K$  и  $N$  пересечения сторон  $DE$  и  $EF$  с плоскостью треугольника  $ABC$ , находим ортогональные проекции  $mn$  и  $m'n'$  линии пересечения  $MN$  двух треугольников.

Рис. 4, б содержит задачу на построение линии пересечения треугольника  $ABC$  с плоскостью общего положения  $P$ , заданной следами. Направление вспомогательного проецирования на плоскость  $H$  вы-

брано параллельным фронтальному следу  $P_v$ . Косоугольной проекцией треугольника  $ABC$  на плоскости  $H$  является треугольник  $ab_1c$ , а проекцией плоскости  $P$  – ее вырожденная проекция в виде следа  $P_h$ . Точки  $e_1$  и  $f_1$ , лежащие на пересечении косоугольной проекции треугольника со следом  $P_h$ , переносятся обратным проецированием на ортогональные проекции треугольника, что и завершает построение линии пересечения  $EF$  заданных плоскостей.

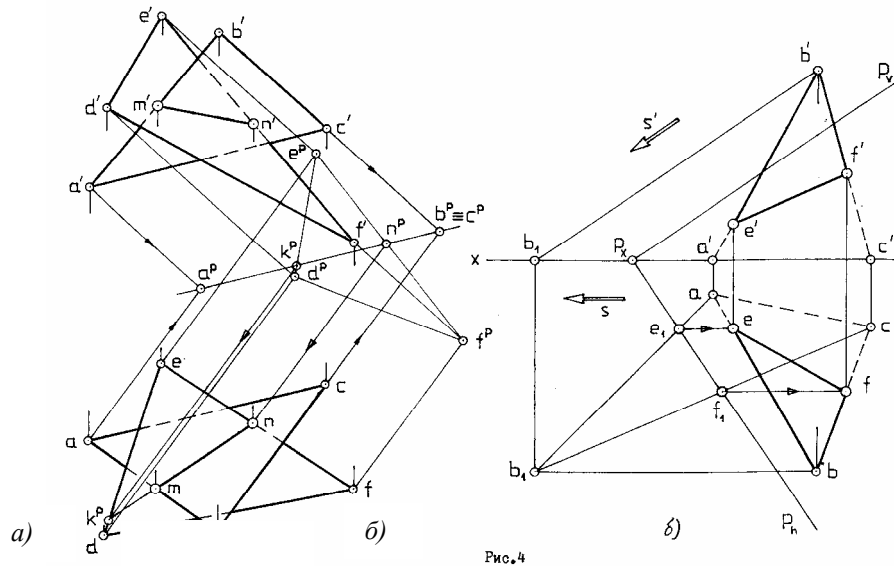


Рис. 4

### Прямоугольное вспомогательное проецирование

При прямоугольном вспомогательном проецировании плоскость дополнительных проекций  $P$  располагается перпендикулярно к направлению проецирования  $S$  (рис. 5).

На рис. 5, а в качестве дополнительной плоскости приведена плоскость общего положения, а на рис. 5, б фронтально–проецирующая плоскость.

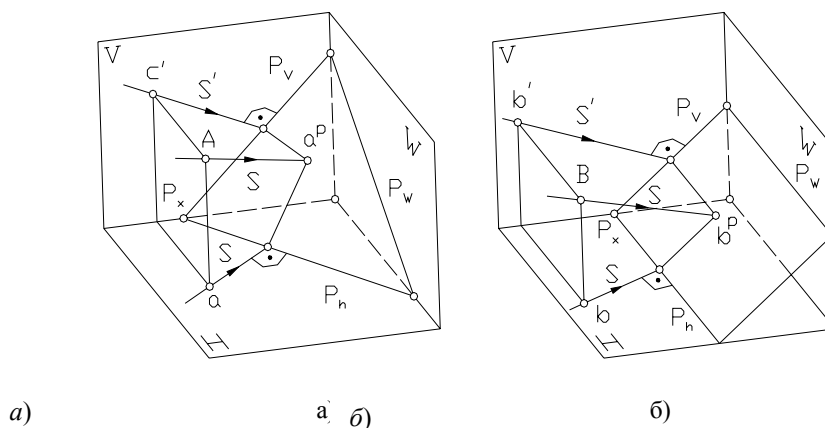


Рис. 5

Для решения задачи способом прямоугольного вспомогательного проецирования следует выбрать направление проецирования, построить перпендикулярную ему плоскость дополнительных проекций, получить решение задачи на этой плоскости и после этого совместить ее с плоскостью чертежа.

На рис. 6 рассмотрено построение натуральной величины расстояния между двумя параллельными прямыми общего положения  $l$  и  $m$  [4].

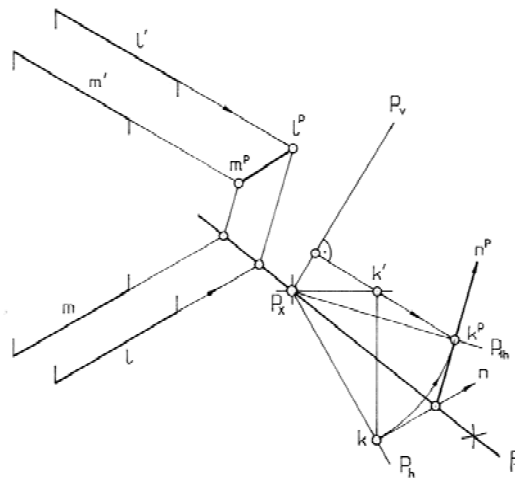


Рис. 6

Для решения задачи направление вспомогательного проецирования выбрано параллельным заданным прямым. Плоскость, перпендикулярную к направлению прямых, изобразим следами  $P_v$  и  $P_h$ . Построенная плоскость приведена во фронтальное положение вращением вокруг фронтального следа  $P_v$ . Новое положение горизонтального следа  $P_{h'}^p$  определено с помощью неподвижной при вращении точки схода следов  $P_x$  и точки  $K$ , фронтальная проекция которой  $k'$  перемещается перпендикулярно к следу  $P_v$  в положение  $k'^p$ , где  $P_x k'^p = P_x k$ , так как натуральная величина отрезка  $P_x k$  после поворота сохраняется.

Точки пересечения прямых  $l$  и  $m$  с плоскостью  $P$  принадлежат линиям ската этой плоскости, т.е. прямым, перпендикулярным к ее горизонталям. Одна из таких прямых  $n$  построена на рисунке: на горизонтальной проекции  $nJ_P h >$  в совмещенном положении  $n^p \perp l^p P_{h'}$ . Линию  $n^p$  называют *носителем изображения*, так как прямым, ей параллельным, принадлежат вспомогательные проекции заданных прямых.

Отсюда вытекает последовательность решения поставленной выше задачи по определению расстояния между параллельными прямыми: горизонтальные проекции прямых проводятся до пересечения со следом  $P_h$ , точки пересечения переводятся вращением на его совмещенное положение  $P_{h'}$ , после чего проводятся прямые, параллельные носителю изображения  $\Pi^p$ , до пересечения с фронтальными проекциями прямых.

Вместо вращения проецирование можно осуществить с помощью биссекторной плоскости, что обуславливает появление оси  $\beta$ , являющейся линией пересечения этой плоскости с плоскостью соответствия. Ось  $\beta$  биссектриса угла  $P_h P_x P_{h'}$  служит линией перехода горизонтальных проекций проецируемых прямых в носители изображения  $\Pi_j^p$ .

Результатом рассмотренных построений является *диаграмма прямоугольного вспомогательного проецирования*. Для решения задачи в этом случае достаточно найти направление двух элементов диаграммы: оси  $\beta$  и носителей изображения  $\Pi_j^p$ . Последующие построения на рис. 6 выполняются следующим образом: горизонтальные проекции  $l$  и  $m$  прямых продляются до пересечения с осью  $\beta$ , затем через точки пересечения проводятся прямые, параллельные носителю изображения  $\Pi^p$  до пересечения с соответствующими фронтальными проекциями  $l'$  и  $m'$ . Полученный таким образом отрезок  $l^p m^p$  равен искомому расстоянию между заданными прямыми.

В табл. I представлены возможные варианты диаграмм для различных случаев задания направления проецирования. При этом для каждого рассматриваемого случая приведены два варианта диаграмм, один из которых связан с совмещением плоскости дополнительных проекций  $P$  с плоскостью  $V$  вращением вокруг ее следа  $P_v$  по часовой стрелке, а второй – вращением против часовой стрелки, что и обусловило появление двух равнозначных пар основных элементов диаграммы:  $\beta_1 \Pi_1^p$  и  $\beta_2 \Pi_2^p$ . Выбор

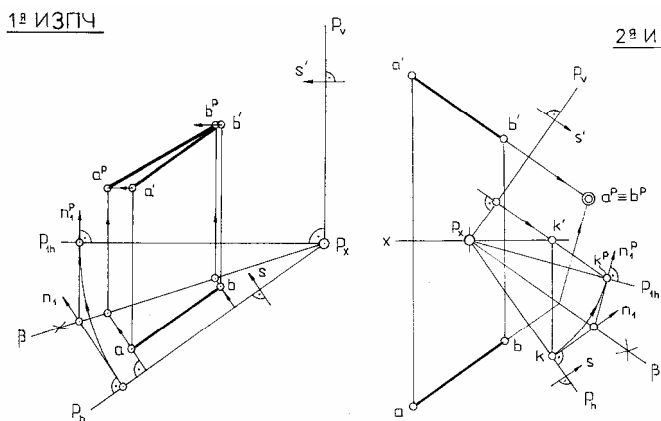
той или другой диаграммы при заданном направлении проецирования определяется удобством графического решения конкретной задачи.

Существуют четыре исходные задачи преобразования чертежа (ИЗПЧ), использование которых позволяет решать не только позиционные, но и все метрические задачи по определению расстояний, углов и величины части геометрического образа.

К четырем ИЗПЧ относят преобразования, в результате которых прямая общего положения занимает положение прямой уровня (1-я задача) или проецирующее положение (2-я задача), а плоскость общего положения занимает положение проецирующей плоскости (3-я задача) или плоскости уровня (4-я задача).

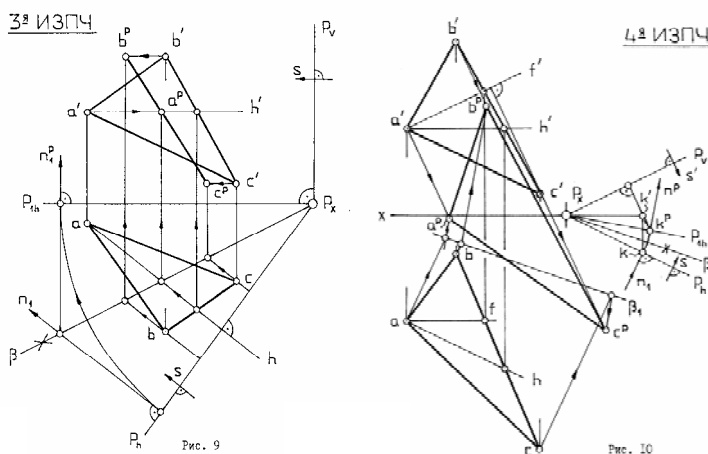
На рис. 7–10 представлены решения всех четырех ИЗПЧ способом прямоугольного вспомогательного проецирования. Каждая из рассмотренных задач потребовала введения единственной дополнительной плоскости  $P$ .

Для решения 1-й ИЗПЧ (рис. 7) направление вспомогательного проецирования  $S$  выбрано перпендикулярным к прямой  $AB$ , а в качестве дополнительной плоскости принята горизонтально-проецирующая плоскость  $P$ .



**Рис. 7**

**Рис. 8**



**Рис. 9**

**Рис. 10**

я 2-й ИЗПЧ (рис. 8) плоскость проекций  $P$  перпендикулярна к направлению прямой  $AB$ , так как направление проецирования совпадает с заданной прямой.

При решении 3-й ИЗПЧ (рис. 9) преобразование треугольного отсека  $ABC$  плоскости общего положения в проецирующее положение дополнительная плоскость  $P$  должна быть перпендикулярна к отсеку, поэтому направление проецирования  $s$  выбрано параллельным отсеку.



На рис. 10 найдена натуральная величина треугольного отсека  $ABC$  (4-я ИЗПЧ). Поскольку отсек плоскости проецируется без искажения на параллельную ему плоскость проекций, то направление вспомогательного проецирования  $S$  выбрано перпендикулярным к отсеку. Найденный треугольник  $a^p b^p c^p$  является натуральной величиной заданного отсека.

Все построения, представленные на рис. 7–10 для преобразования геометрических образов, ясны из чертежей и не требуют более подробных пояснений.

### Построение прямоугольной аксонометрии способом вспомогательного проецирования

Известно построение прямоугольной аксонометрии по заданным условиям с использованием треугольника следов [5]. Это требует определения расположения аксонометрических осей и коэффициентов искажения по ним.

В качестве альтернативного варианта разработано построение аксонометрических изображений, находящихся в непосредственной проекционной связи с комплексным чертежом, с помощью аппарата вспомогательного проецирования [4].

В этом случае, в зависимости от выбранного направления проецирования  $S$ , построению аксонометрического изображения должно предшествовать построение диаграммы вспомогательного проецирования (см. табл. 1).

На рис. 11 показано построение прямоугольной аксонометрии объекта способом вспомогательного проецирования. Поскольку горизонтальная и фронтальная проекции  $(\gamma, \gamma')$  угла наклона направления проецирования  $S$  приняты равными между собой ( $\gamma = \gamma' = 30^\circ$ ) полученное на основной плоскости изображение представляет собой прямоугольную профильную диметрию объекта.

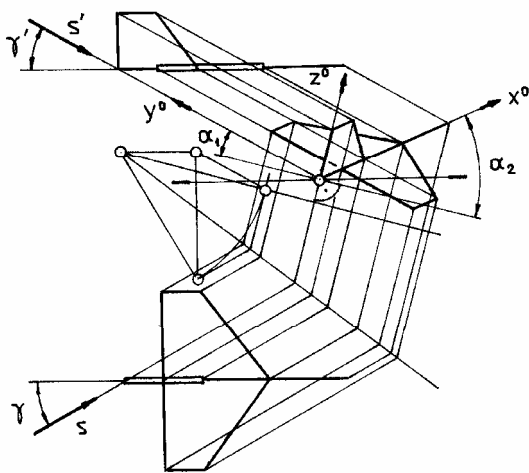


Рис. 11

## ЛИТЕРАТУРА

1. Колотов С.М. Вспомогательное проектирование. Киев: Вища школа, 1933.
2. Бубенников А.В. Начертательная геометрия. М.: Высшая школа, 1985.
3. Короев Ю.И. Начертательная геометрия. М.: Стройиздат, 1987.
4. Колотов С.М. и др. Начертательная геометрия. Киев: Вища школа, 1975.