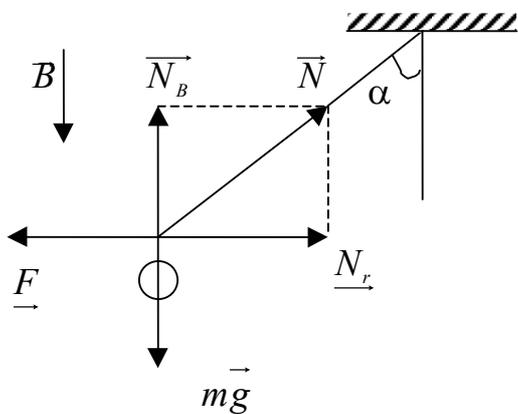


Ю.Ю. ГРОМОВ, Н.А. ЗЕМСКОЙ, О.Г. ИВАНОВА,  
Ю.А. КОСТЫЛЕВ, А.В. ЛАГУТИН, А.Ю. СИЗИКИН

# СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ



◆ ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ ◆

Министерство образования Российской Федерации  
ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**Ю.Ю. ГРОМОВ, Н.А. ЗЕМСКОЙ, О.Г. ИВАНОВА,  
Ю.А. КОСТЫЛЕВ, А.В. ЛАГУТИН, А.Ю. СИЗИКИН**

**СБОРНИК ЗАДАЧ ПО ФИЗИКЕ**

Тамбов  
◆ Издательство ТГТУ ◆  
2003

УДК 53(075)  
ББК В3 я 73-4  
С23

Рецензент  
Доктор физико-математических наук, профессор  
*В.А. Федоров*

**Громов Ю.Ю., Земской Н.А., Иванова О.Г.,  
Костылев Ю.А., Лагутин А.В., Сизикин А.Ю.**

С2 Сборник задач по физике: Учеб. пособие. Тамбов:  
3 Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. 124 с.  
ISBN 5-8265-0123-5

Пособие для решения задач по физике содержит около 500 задач по основным разделам курса физики: механика, молекулярная физика и термодинамика, электромагнетизм. В начале каждого раздела дано краткое теоретическое введение с основными законами и формулами, а также примеры решения типовых задач. В приложении приведены таблицы физических величин.

Содержание пособия соответствует программе по физике на подготовительных факультетах для иностранных граждан.

Предназначено для студентов-иностранцев, проходящих предвузовскую подготовку.

УДК 53(075)

ББК В3 я 73-4

**ISBN 5-8265-0123-5**

© Тамбовский государственный  
технический университет  
(ТГТУ), 2003

© Громов Ю.Ю., Земской Н.А., Иванова О.Г., Костылев Ю.А., Лагутин А.В., Сизикин А.Ю., 2003

Учебное издание

**ГРОМОВ** Юрий Юрьевич,  
**ЗЕМСКОЙ** Николай Александрович,  
**ИВАНОВА** Ольга Геннадьевна,  
**КОСТЫЛЕВ** Юрий Александрович,  
**ЛАГУТИН** Андрей Владимирович,  
**СИЗИКИН** Александр Юрьевич

**СБОРНИК ЗАДАЧ  
ПО ФИЗИКЕ**

Учебное пособие

Редактор Е.С. Мордасова  
Инженер по компьютерному макетированию Т.А. Сынкова

Подписано к печати 24.11.2003

Формат 60 × 84 / 16. Гарнитура Times NR. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Объем: 7,21 усл. печ. л.; 6,5 уч.-изд. л.

Тираж 150 экз. С. 790

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, ул. Советская, 106, к. 14

**1.1 ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ И  
НЕРАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ**

Прямолинейное равномерное движение – это движение с постоянной по величине и направлению скоростью, траектория которого – прямая линия. Расстояние, измеряемое вдоль траектории, называется путем. Путь – это скалярная величина. Путь, пройденный телом за время  $t$ , вычисляется по формуле  $S = v t$ . Если прямую, вдоль которой происходит движение принять за ось координат  $x$ , то координата  $x$  движущейся материальной точки будет равна

$$x = x_0 + v t,$$

здесь  $x_0$  – координата в начальный момент времени  $t = 0$ .

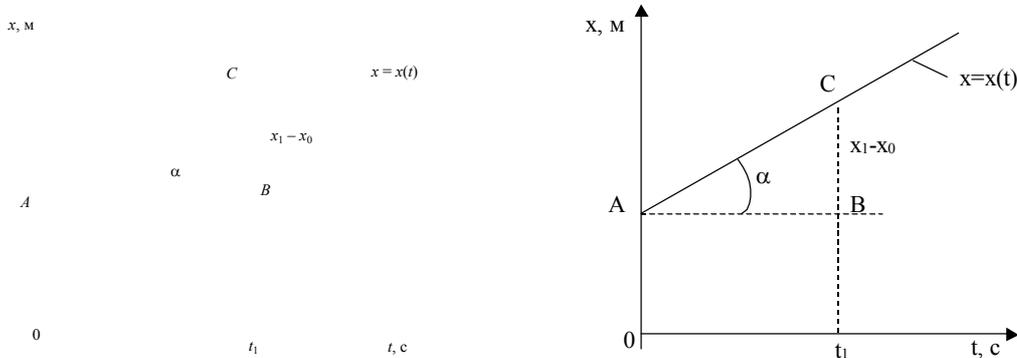
Это уравнение называют уравнением координаты равномерного прямолинейного движения. Из него следует, что:

$$S = x - x_0 = v t.$$

График зависимости координаты от времени имеет вид (рис. 1.1.1).

Отрезок  $OA$  численно равен начальной координате  $x_0$ . Из прямоугольного треугольника  $ABC$  находим скорость движущейся точки:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{AB} = \frac{x_1 - x_0}{t_1} = v.$$



**Рис. 1.1.1**

Если материальная точка движется относительно системы отсчета со скоростью  $v_1$ , которая сама движется относительно неподвижной системы отсчета со скоростью  $v_0$ , то скорость тела относительно неподвижной системы отсчета  $v$  равна:

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1.$$

Если  $\vec{v}_1 \uparrow \vec{v}_0$ , то  $v = v_1 + v_0$ . Если  $\vec{v}_1 \downarrow \vec{v}_0$ , то  $v = v_1 - v_0$ .

Это утверждение называется *законом сложения скоростей*.

Прямолинейное неравномерное движение характеризуется средней скоростью:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t}.$$

Зная среднюю скорость на каком-либо участке пути, мы ничего не можем сказать о характере движения на любой части этого пути. В этом смысле средняя скорость «недостаточно точная» характеристика движения.

Примеры решения задач

**Задача 1** Катер проходит расстояние 180 км между двумя пристанями по течению за 3 часа, а против течения за 4 часа. Найдите скорость катера в стоячей воде и скорость течения воды в реке.

$$\begin{aligned} S &= 1,8 \cdot 10^5 \text{ м} \\ t_1 &= 10,8 \cdot 10^3 \text{ с} \\ t_2 &= 14,4 \cdot 10^3 \text{ с} \end{aligned}$$

---

$$v_{\text{к}} - ? \quad v_{\text{т}} - ?$$

Решение:

Относительно берега реки скорость катера по течению  $v_1 = v_{\text{к}} + v_{\text{т}}$ , а против течения  $v_2 = v_{\text{к}} - v_{\text{т}}$ . Поэтому:

$$\begin{cases} S = (v_{\text{к}} + v_{\text{т}})t_1; \\ S = (v_{\text{к}} - v_{\text{т}})t_2. \end{cases}$$

Решая эту систему относительно  $v_{\text{к}}$  и  $v_{\text{т}}$ , найдем:

$$\begin{aligned} v_{\text{к}} &= \frac{S(t_1 + t_2)}{2t_1t_2}; \quad v_{\text{т}} = \frac{S(t_2 - t_1)}{2t_1t_2}. \\ v_{\text{к}} &= \frac{1,8 \cdot 10^5 (10,8 \cdot 10^3 + 14,4 \cdot 10^3)}{2 \cdot 10,8 \cdot 10^3 \cdot 14,4 \cdot 10^3} \approx 14,2 \text{ м/с}; \\ v_{\text{т}} &= \frac{1,8 \cdot 10^5 (14,4 \cdot 10^3 - 10,8 \cdot 10^3)}{2 \cdot 10,8 \cdot 10^3 \cdot 14,4 \cdot 10^3} \approx 4,2 \text{ м/с}. \end{aligned}$$

Ответ:  $v_{\text{к}} \approx 14,2 \text{ м/с}$ ;  $v_{\text{т}} \approx 4,2 \text{ м/с}$ .

**Задача 2** Автомобиль проехал  $2/5$  пути между двумя населенными пунктами со скоростью 54 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 90 км/ч. Найдите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

$$\begin{aligned} S_1 &= \frac{2}{5} S \\ S_2 &= \frac{3}{5} S \\ v_1 &= 15 \text{ м/с} \\ v_2 &= 25 \text{ м/с} \end{aligned}$$

---

$$v_{\text{cp}} - ?$$

Решение:

Исходим из определения средней скорости:

$$v_{\text{cp}} = \frac{S}{t_1 + t_2},$$

$$t_1 = \frac{2S}{5v_1} \text{ — время движения на первом участке;}$$

$$t_2 = \frac{3S}{5v_2} \text{ — время движения на втором участке.}$$

$$t_1 + t_2 = \frac{S(3v_1 + 2v_2)}{5v_1v_2}.$$

После подстановки  $t_1 + t_2$  в формулу для средней скорости, получим:

$$v_{\text{cp}} = \frac{5v_1v_2}{3v_1 + 2v_2}.$$

Теперь находим численное значение средней скорости автомобиля:

$$v_{\text{cp}} = \frac{5 \cdot 15 \cdot 25}{3 \cdot 15 + 2 \cdot 25} \approx 20 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $v_{\text{cp}} \approx 20 \text{ м/с.}$

**Задача 3** Из пункта  $A$  в пункт  $B$  выехал автомобиль со скоростью  $54 \text{ км/ч}$ . Спустя час из пункта  $B$  в пункт  $A$  выехал другой автомобиль со скоростью  $72 \text{ км/ч}$ . Расстояние между  $A$  и  $B$  равно  $432 \text{ км}$ . Найдите:

- на каком расстоянии от пункта  $B$  встретятся автомобили;
- через сколько времени произойдет встреча ?

$$v_1 = 15 \text{ м/с}$$

$$t_0 = 3600 \text{ с}$$

$$v_2 = 20 \text{ м/с}$$

$$S = 432 \cdot 10^3 \text{ м}$$

---


$$t - ? \quad S_2 - ?$$

Решение:



Рис. 1.1.2

Здесь:  $S_0$  — путь первого автомобиля, пройденный за первый час движения ( $t_0$ );  $S_0, S_1$  — путь первого и второго автомобиля, пройденный за время общего движения ( $t$ ).

Из рис. 1.1.2 ясно, что  $S = S_0 + S_1 + S_2$ .

Но  $S_0 = v_1 t_0$ ;  $S_1 = v_1 t$ ;  $S_2 = v_2 t$ .

Поэтому  $S = v_1 t_0 + (v_1 + v_2) t$ . Отсюда получаем:

$$t = \frac{S - v_1 t_0}{v_1 + v_2};$$

$$t = \frac{432 \cdot 10^3 - 15 \cdot 3600}{15 + 20} = 10,8 \cdot 10^3 \text{ с.}$$

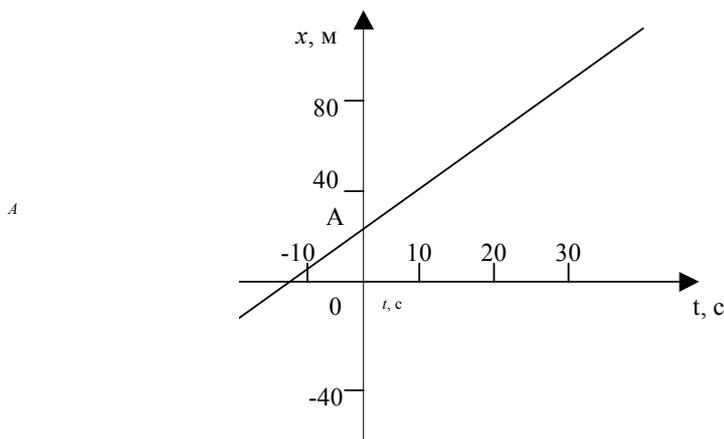
Расстояние от пункта  $B$  до места встречи находим по формуле:

$$S_2 = v_2 t;$$

$$S_2 = 20 \cdot 10,8 \cdot 10^3 = 21,6 \cdot 10^4 \text{ м.}$$

Отвeт:  $t = 10,8 \cdot 10^3 \text{ с}; S_2 = 216 \cdot 10^3 \text{ м.}$

**Задача 4** На рис. 1.1.3 приведен график зависимости пути, пройденного некоторым телом, от времени. Запишите уравнение  $x = x(t)$  этого движения и вычислите путь, пройденный телом за 1 мин.



**Рис. 1.1.3**

Решение:

В общем виде уравнение  $x = x(t)$  при равномерном движении записывается в виде:

$$x = x_0 + vt,$$

где  $x_0$  – координата движущейся точки в начальный момент времени  $t = 0$ .

Из рис. 1.1.3 легко находим  $S_0 = 20$  м. Скорость находим из пунктирного треугольника  $v = 2$  м/с. Теперь записываем искомое уравнение:  $x = 20 + 2t$ . Положив  $t_0 = 60$  с, найдем:  $x_1 = 20 + 2 \cdot 60 = 140$  м. Путь, пройденный за 60 с, будет равен  $S = x_1 - x_0 = 140 - 20 = 120$  м.

Отвeт:  $x = 20 + 2t; S = 120$  м.

**Задача 5** Автомобиль треть всего времени движения шел со скоростью 72 км/ч, а оставшееся время – со скоростью 54 км/ч. Какова средняя скорость автомобиля на всем пути ?

$$t_1 = \frac{1}{3}t$$

$$v_1 = 20 \text{ м/с}$$

$$t_2 = \frac{2}{3}t$$

$$v_2 = 15 \text{ м/с}$$

---


$$v_{\text{ср}} - ?$$

Решение:

По условию весь путь состоит из двух участков:  $S = S_1 + S_2$ .

Участки  $S_1$  и  $S_2$  – это участки равномерного движения со скоростями  $v_1$  и  $v_2$  соответственно. Участок  $S$  проходится с некоторой средней скоростью  $v_{cp}$ . Поэтому:

$$v_{cp} t = v_1 t_1 + v_2 t_2 ;$$

$$v_{cp} t = v_1 \frac{t}{3} + v_2 \frac{2t}{3} ;$$

$$v_{cp} = \frac{v_1 + 2v_2}{3} ;$$

$$v_{cp} = \frac{20 + 2 \cdot 15}{3} \approx 17 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $v_{cp} \approx 17 \text{ м/с.}$

### Задачи для самостоятельного решения

1 Автомобиль прошел первую половину пути между двумя населенными пунктами со скоростью 90 км/ч, а вторую половину – со скоростью 54 км/ч. Определите среднюю скорость автомобиля.

2 Велосипедист за первые 8 с проехал 64 м, за следующие 12 с – 120 м и за последние 15 с – 60 м. Найдите среднюю скорость велосипедиста на каждом из участков и на всем пути.

3 Автомобиль первую половину пути двигался со скоростью 36 км/ч, а вторую половину со скоростью 54 км/ч. Найдите среднюю скорость на всем пути.

4 Мотоциклист прошел первую половину пути со скоростью  $v_1$ , а вторую половину со скоростью  $v_2$ . Получите формулу для средней скорости. Докажите, что средняя скорость не превосходит среднего арифметического значений  $v_1$  и  $v_2$ .

5 Автомобиль прошел треть всего пути со скоростью 36 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 60 км/ч. С какой средней скоростью автомобиль прошел весь путь?

6 Грузовик двигался со скоростью 80 км/ч в течение первой половины времени, а вторую половину времени – со скоростью 36 км/ч. Найдите среднюю скорость движения грузовика.

7 Автомобиль прошел пятую часть своего пути со скоростью 36 км/ч, затем  $3/5$  пути – со скоростью 72 км/ч, а оставшуюся часть пути со скоростью 54 км/ч. Вычислите среднюю скорость автомобиля на всем пути.

8 Первую четверть времени пешеход двигался со скоростью 3 км/ч, затем половину всего времени – со скоростью 6 км/ч, а оставшуюся часть времени со скоростью 5 км/ч. С какой средней скоростью он двигался на всем пути?

9 Из пункта  $A$  в пункт  $B$  вышел автомобиль со скоростью 40 км/ч. Через два часа из пункта  $B$  в пункт  $A$  вышел другой автомобиль со скоростью 60 км/ч. Через сколько времени и на каком расстоянии от пункта  $A$  встретятся автомобили? Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  равно 380 км.

10 Грузовой поезд идет со скоростью 40 км/ч. Спустя час с той же станции в том же направлении вышел скорый поезд со скоростью 80 км/ч. Через сколько времени и на каком расстоянии он догонит грузовой поезд?

11 Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  равно 270 км. Одновременно из них навстречу друг другу вышли два автомобиля со скоростями 36 км/ч и 54 км/ч. Через сколько времени и на каком расстоянии от пункта  $A$  они встретятся?

12 Один автомобиль шел половину пути со скоростью 60 км/ч, а вторую половину пути – со скоростью 40 км/ч. Другой автомобиль шел половину времени со скоростью 60 км/ч, а вторую половину времени – со скоростью 40 км/ч. Найдите среднюю скорость каждого автомобиля.

13 Из пункта  $A$  вышел автомобиль со скоростью 90 км/ч. Спустя час из пункта  $B$  навстречу ему вышел второй автомобиль. С какой скоростью он должен двигаться, чтобы встретить первый автомобиль в середине пути? Расстояние между пунктами  $A$  и  $B$  равно 900 км.

14 Два поезда идут навстречу друг другу со скоростями 54 км/ч и 72 км/ч. Пассажир в первом поезде заметил, что второй поезд прошел мимо него в течение 4 с. Какова длина второго поезда?

15 Пассажирский поезд длиной 120 м и товарный поезд длиной 540 м идут по параллельным путям в одном направлении со скоростями 72 км/ч и 54 км/ч соответственно. Через сколько времени пассажирский поезд обгонит товарный?

16 Расстояние между двумя пристанями катер прошел за 25 мин, а против течения за 30 мин. Скорость катера относительно воды 36 км/ч. Определите скорость течения реки.

17 Из пункта  $A$  в пункт  $B$  с интервалом 0,2 часа вышли два автомобиля со скоростями 54 км/ч. С какой скоростью двигался мотоциклист из  $B$  в  $A$ , если он повстречал эти автомобили с интервалом 5 мин?

18 Эскалатор метро движется со скоростью 0,75 м/с. Пассажир идет по эскалатору со скоростью 1,25 м/с. За какое время пассажир переместится относительно земли на 25 м: а) он идет в направлении движения эскалатора; б) против направления движения эскалатора?

19 Эскалатор метро поднимает неподвижно стоящего на нем пассажира за 1 мин. По неподвижному эскалатору пассажир поднимается за 2,5 мин. Сколько времени будет подниматься идущий вверх пассажир по движущемуся эскалатору?

20 Лодка прошла расстояние от  $A$  до  $B$  со скоростью 9 км/ч, а от  $B$  до  $A$  – со скоростью 18 км/ч. Определите скорость лодки и скорость течения реки.

21 Рыболов, двигаясь на лодке против течения реки, уронил удочку. Через 5 мин он заметил пропажу и повернул обратно. Через сколько времени он догонит удочку? Скорость лодки относительно воды 5 м/с, а скорость течения воды 1 м/с.

22 Лодка движется перпендикулярно берегу реки со скоростью 18 км/ч. Течение реки сносит ее за время переправы на 150 м. Ширина реки 450 м. Найдите время переправы и скорость течения.

23 Скорость движения лодки относительно воды в несколько раз больше скорости течения реки. Во сколько раз поездка на лодке между двумя пунктами против течения занимает больше времени чем поездка по течению?

24 Уравнение движения автомобиля  $x_1 = -250 + 10t$ , а пешехода  $x_2 = -1,25t$ . Через сколько времени и где они встретятся? Задачу решить аналитическим и графическим способом.

25 Велосипедисты движутся согласно уравнениям:  $x_1 = -20 + 5t$  и  $x_2 = 180 - 10t$ . Через сколько времени и где они встретятся? Задачу решить аналитически и графически.

26 На рис. 1.1.4 приведены графики зависимости координаты  $x$  от времени для двух тел. Напишите уравнения  $x = x(t)$  движения тел. Найдите время и место их встречи.

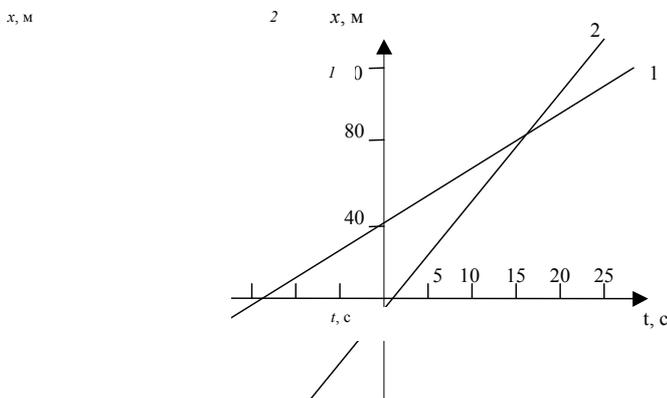


Рис. 1.1.4

27 На рис. 1.1.5 приведены графики движения двух тел. Напишите уравнения  $x = x(t)$  их движения. Когда и где встретятся эти тела?

$x, m$

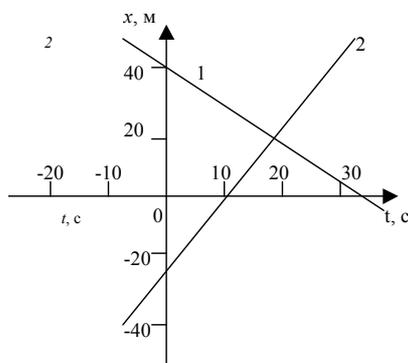


Рис. 1.1.7

## 1.2 РАВНОПЕРЕМЕННОЕ ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ

Движение с переменной по величине, но постоянной по направлению скоростью называется неравномерным прямолинейным движением. Если за любые равные промежутки времени скорость материальной точки изменится на одну и ту же величину, то движение называется равнопеременным. Равнопеременное движение характеризуется ускорением:

$$\vec{a} = \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{t}.$$

При прямолинейном движении скорости  $v_0$  и  $v$  совпадают по направлению. В этом случае можно записать

$$a = \frac{v - v_0}{t}.$$

Если  $a > 0$ , то движение называют равноускоренным. Если  $a < 0$ , то движение называют равнозамедленным.

Эти два движения полностью описываются двумя уравнениями:

$$\begin{cases} S = S_0 v_0 t + \frac{at^2}{2}; \\ v = v_0 + at. \end{cases} \quad (*)$$

Первое уравнение называется уравнением пути, а второе – уравнением скорости.

Важным частным случаем равноускоренного движения является свободное падение. Свободным падением называется движение тел в безвоздушном пространстве под действием притяжения Земли. Ускорение свободного падения обозначают  $g$ . Вместо  $S$  пишут  $h$ . Для свободного падения уравнения (\*) записывают так:

$$\begin{cases} h = h_0 v_0 t + \frac{gt^2}{2}; \\ v = v_0 + gt. \end{cases}$$

Для небольших  $h$  (вблизи поверхности Земли)  $g = 9,81$  м/с<sup>2</sup>.

Исключив из уравнений (\*) время, получим (при  $S_0 = 0$ ):

$$S = \frac{v^2 - v_0^2}{2a}.$$

Эту формулу используют в тех случаях, когда не известно время.

## Примеры решения задач

**Задача 1** Уравнение движения материальной точки  $x = 3t + 2t^2$ . Запишите уравнение скорости и вычислите скорость через 10 с от начала движения.

$$x = 3t + 2t^2$$

$$t = 10 \text{ с}$$

---

$$v_x(t) - ? \quad v_x(10) - ?$$

Решение:

Уравнение равноускоренного движения в общем виде записывается так:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}.$$

Сравнивая его и уравнение данного движения, находим:

$$x_0 = 0; \quad v_{0x} = 3 \text{ м/с}; \quad a = 4 \text{ м/с}^2.$$

В общем виде уравнение скорости записывают так:

$$v_x(t) = v_{0x} + a t.$$

Подставив в него значения  $v_{0x}$  и  $a$ , найдем уравнение скорости данного движения:

$$v_x(t) = 3 + 4t.$$

Через 10 с скорость будет равна:

$$v_x(10) = 3 + 4 \cdot 10 = 43 \text{ м/с}.$$

Ответ:  $v_x(t) = 3 + 4t$ ;  $v_x(10) = 43 \text{ м/с}$ .

**Задача 2** Уравнение скорости материальной точки  $v_x = 5 + 2t$ . Запишите уравнение движения, если в начальный момент времени точка находилась в начале координат.

$$v_x = 5 + 2t$$

$$x_0 = 0$$

---

$$x(t) - ?$$

Решение:

Уравнение скорости при равноускоренном движении имеет вид:

$$v_x = v_{0x} + a t.$$

Сравнивая его и уравнение скорости данного движения находим:

$$v_{0x} = 5 \text{ м/с}; \quad a = 2 \text{ м/с}^2.$$

Теперь записываем уравнение движения:

$$x(t) = 5t + t^2.$$

О т в е т:  $x(t) = 5t + t^2$ .

**Задача 3** Движение двух автомобилей на шоссе заданы уравнениями:  $x_1 = 2t + 0,25t^2$  и  $x_2 = 600 - 10t$ . Через сколько времени и где они встретятся ?

$$\begin{aligned} x_1 &= 2t + 0,25t^2 \\ x_2 &= 600 - 10t \end{aligned}$$

---

$$t - ? \quad x - ?$$

Решение:

В момент встречи координаты автомобилей равны. Поэтому:

$$600 - 10t = 2t + 0,25t^2;$$

$$0,25t^2 + 12t - 600 = 0;$$

$$t^2 + 48t - 2400 = 0.$$

Решив это уравнение найдем через сколько времени встретятся автомобили:  $t = 30$  с. Теперь можно найти  $x$ :

$$x = 2 \cdot 30 + 0,25 \cdot 900 = 285 \text{ м.}$$

О т в е т:  $t = 30$  с; на расстоянии 285 м от исходного положения первого автомобиля.

**Задача 4** Свободно падающее без начальной скорости тело в последние 2 с прошло треть всего пути. С какой высоты упало тело? Чему равно время падения?

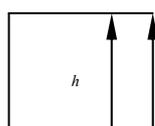
$$\begin{aligned} v_0 &= 0 \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \\ t_0 &= 2 \text{ с} \\ h_0 &= \frac{1}{3}H \end{aligned}$$

---

$$H - ?$$

Решение:

Из рис. 1.2.1 видно, что  $H = h + h_0$ . Если время падения с высоты  $H$  обозначить через  $t$ , то  $H = \frac{gt^2}{2}$ ;  $h = \frac{g(t-2)^2}{2}$ .



**Рис. 1.2.1**

Решая эти три уравнения, получим:

$$\frac{gt^2}{2} = \frac{g(t-2)^2}{2} + \frac{1}{3} \frac{gt^2}{2};$$

$$t^2 - 12t + 12 = 0.$$

Решив это уравнение, найдем время падения с высоты  $H$ . Оно равно 11 с. Теперь находим высоту, с которой упало тело:

$$H = \frac{9,81 \cdot 11^2}{2} \approx 588 \text{ м.}$$

О т в е т:  $t = 11 \text{ с}$ ;  $H \approx 588 \text{ м}$ .

**Задача 5** Брошенный вертикально вверх камень упал на землю через 6 с. Найдите начальную скорость камня и максимальную высоту подъема.

$$\begin{array}{l} t = 6 \text{ с} \\ g = 9,81 \text{ м/с}^2 \\ \hline v_0 - ? \quad H_{\max} - ? \end{array}$$

Решение:

Известно, что время подъема на некоторую высоту и время свободного падения с этой высоты равны. Тогда время подъема  $t_1$  на максимальную высоту равно 3 с. Скорость тела при достижении им максимальной высоты равна нулю:  $v_1 = 0$ .

$$v_1 = v_0 - g t_1,$$

отсюда:

$$v_0 = v_1 + g t_1;$$

$$v_0 = 9,81 \cdot 3 = 29,43 \text{ м/с.}$$

Максимальную высоту подъема находим по формуле:

$$H_{\max} = v_0 t_1 - \frac{gt_1^2}{2};$$

$$H_{\max} = 29,43 \cdot 3 - \frac{9,81 \cdot 9}{2} \approx 44 \text{ м.}$$

О т в е т:  $v_0 = 29,43 \text{ м/с}$ ;  $H_{\max} \approx 44 \text{ м}$ .

**Задача 6** С балкона, находящегося на высоте 45 м над поверхностью земли, бросили вертикально вверх некоторое тело со скоростью 20 м/с. Напишите уравнение движения  $y = y(t)$ . Через сколько времени тело упадет на землю?

$v_0$   $y$

0

Решение:

а) За начало отсчета примем точку на поверхности земли, а ось  $OY$  направим вертикально вверх. Тогда  $x_0 = H$ , а уравнение движения будет иметь вид:

$$y(t) = H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Когда тело упадет на землю  $y(t) = 0$ . Поэтому:

$$H + v_0 t - \frac{gt^2}{2} = 0.$$

Решив это уравнение относительно  $t$ , получим:  $t \approx 3,4$  с.

б) Примем за начало отсчета точку бросания  $O_1$ , а ось  $y$  направим вертикально вверх. Тогда  $x_0 = 0$ , а уравнение движения будет иметь вид:

$$y(t) = v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Когда тело упадет на землю  $y(t) = -H$ . Поэтому:

$$-H = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad \text{или} \quad H + v_0 t - \frac{gt^2}{2}.$$

Мы получили то же самое уравнение. Поэтому время падения на землю будет то же, что и в пункте а).

### Задачи для самостоятельного решения

1) Зависимость скорости материальной точки от времени задана уравнением:  $v_x = 5 + 2t$ . Написать уравнение движения  $x = x(t)$ , если в начальный момент времени материальная точка находилась в начале координат ( $x_0 = 0$ ).

2) Уравнение движения материальной точки имеет вид  $x = t + 0,6t^2$ . Запишите уравнение скорости  $v_x = v_x(t)$  и постройте график.

3) Уравнение движения материальной точки имеет вид  $x = 5t - 0,2t^2$ . Запишите уравнение скорости материальной точки. Какой путь точка пройдет за 5 с? Чему будет равна скорость точки в конце пятой секунды?

4) Координата точки, движущейся прямолинейно вдоль оси  $x$ , меняется по закону  $x = 5 + 2t + 4t^2$ . Найдите начальную скорость и ускорение точки. Чему будет равна скорость точки через 5 с ?

5) Уравнение скорости материальной точки имеет вид  $v = 25 - 2t$ . Найдите уравнение координаты точки, если в начальный момент она находилась в начале координат.

6) Уравнение движения по шоссе велосипедиста и пешехода имеет вид:  $x_1 = 0,2t^2$  и  $x_2 = 400 + 1,5t$ . Через сколько времени велосипедист догонит пешехода? Где это произойдет?

7) Первое тело движется из состояния покоя с ускорением  $0,5 \text{ м/с}^2$ . Второе догоняет первое, имея начальную скорость  $2 \text{ м/с}$  и ускорение  $0,75 \text{ м/с}^2$ . Напишите уравнения движения этих тел. При  $t = 0$ ,  $x_{01} = 10$ , а  $x_{02} = 0$ . Через сколько времени и где второе тело догонит первое?

8) Движения двух тел по шоссе заданы уравнениями:  $x_1 = 5t + 0,1t^2$  и  $x_2 = 500 - 10t$ . Через сколько времени и где они встретятся?

9) Из одной точки в одном направлении начали двигаться два тела: одно равномерно со скоростью  $10 \text{ м/с}$ , а другое – равноускоренно без начальной скорости и ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Через сколько времени и где вторая материальная точка догонит первую?

10) Посадочная скорость самолета  $180 \text{ км/ч}$ , а длина его пробега  $1250 \text{ м}$ . Найти ускорение и время движения самолета при посадке.

11) Реактивный самолет увеличил свою скорость с  $360 \text{ км/ч}$  до  $720 \text{ км/ч}$  на пути в  $10 \text{ км}$ . С каким ускорением двигался самолет? Сколько времени ускорялся самолет?

12) Материальная точка, двигаясь равноускоренно, изменила скорость от  $1 \text{ м/с}$  до  $7 \text{ м/с}$ , пройдя некоторое расстояние  $S$ . Чему была равна скорость на середине этого расстояния?

13) Тело, двигаясь равноускоренно, в течение времени  $t$ , увеличило свою скорость в несколько раз на пути  $S$ . Найдите ускорение тела.

14) Два автомобиля прошли один и тот же путь  $S$  за одно и то же время. Первый автомобиль двигался из состояния покоя с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ . Второй автомобиль первую половину пути шел со скоростью  $36 \text{ км/ч}$ , а вторую – со скоростью  $72 \text{ км/ч}$ . Найдите путь  $S$ .

15) Автомобиль прошел  $75 \text{ км}$  за  $1 \text{ ч}$ . Вначале он двигался равноускоренно с ускорением  $a$ , а в конце пути равномерно с тем же по величине ускорением. Остальное время он двигался равномерно со скоростью  $90 \text{ км/ч}$ . Найдите величину ускорения, зная, что начальная и конечная скорости автомобиля равны нулю.

16) За какое время автомобиль, двигаясь из состояния покоя с ускорением  $0,5 \text{ м/с}^2$  пройдет путь  $75 \text{ м}$ ?

17) Тело, двигаясь равноускоренно из состояния покоя, за четвертую секунду прошло путь  $14 \text{ м}$ . Найдите ускорение и путь пройденный телом за  $4 \text{ с}$ .

18) Тело, двигаясь равноускоренно с начальной скоростью  $5 \text{ м/с}$ , прошло за третью секунду  $3 \text{ м}$ . Определите ускорение и путь, пройденный телом за  $5 \text{ с}$ .

19) Автомобиль прошел два последовательных участка пути по 100 м каждый за 6 и 4 с. С каким ускорением двигался автомобиль?

20) Автомобиль, двигаясь с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$  увеличил скорость с 54 км/ч до 90 км/ч. Какой путь он прошел за время ускорения?

21) За какое время свободно падающее тело без начальной скорости пройдет пятидесятый метр своего пути?

22) Свободно падающее без начальной скорости тело в последнюю секунду падения прошло половину своего пути. С какой высоты упало тело?

23) Свободно падающее без начальной скорости тело в последнюю секунду падения прошло треть своего пути. Найдите скорость тела в момент падения на землю.

24) С какой высоты упало тело, если за последние 2 с оно прошло 48 м? Начальная скорость тела равна нулю.

25) С некоторой высоты с интервалом времени 5 с падают два тела. Как будет изменяться расстояние между ними в процессе падения?

26) В последнюю секунду свободно падающее без начальной скорости тело прошло 30 м. С какой высоты и сколько времени падало тело? С какой скоростью тело достигло земли?

27) Свободно падающее без начальной скорости тело в некоторый момент времени находилось на высоте  $h_1$ , а спустя время  $\Delta t$  на высоте  $h_1$  над поверхностью земли. С какой высоты упало тело?

28) С крыши падают одна за другой две капли. Через 3 с после начала падения второй капли расстояние между каплями стало равным 30 м. С каким интервалом времени начали падать капли?

29) Какую начальную скорость нужно сообщить камню, падающему вертикально вниз с балкона на высоте 30 м, чтобы он достиг поверхности земли через 2 с?

30) Тело падает с высоты 50 м; одновременно с ним с высоты 100 м с некоторой начальной скоростью начинает движение второе тело. Оба тела достигают земли одновременно. Найдите начальную скорость второго тела.

31) Камень, брошенный вертикально вверх, упал на землю через 5 с. Найдите начальную скорость камня и максимальную высоту подъема.

32) Во сколько раз надо увеличить начальную скорость брошенного вертикально вверх камня, чтобы высота подъема увеличилась в несколько раз?

33) Камень брошен вертикально вверх со скоростью 24 м/с. На какой высоте его скорость будет в три раза меньше?

34) С балкона, находящегося на высоте 30 м над поверхностью земли, бросили вертикально вверх камень со скоростью 15 м/с. Напишите уравнение движения  $y = y(t)$ . Через сколько времени камень упадет на землю?

35) Снаряд зенитной пушки, выпущенный вертикально вверх со скоростью 900 м/с, достиг цели через 5 с. На какой высоте находился самолет? Найдите скорость снаряда в момент достижения цели.

36) С высоты 90 м свободно без начальной скорости начинает падать тело. Одновременно вертикально вверх бросают

второе тело со скоростью 20 м/с. Через сколько времени и на какой высоте они встретятся?

37) Из вертолета, поднимающегося вертикально вверх с ускорением  $2 \text{ м/с}^2$ , на высоте 300 м выпал предмет. Найдите скорость и время падения предмета.

38) Свободно падающее без начальной скорости тело прошло последние 20 м за 0,75 с. Найдите высоту падения и скорость в момент падения.

39) Камень свободно падает без начальной скорости в шахту. Через 8 с слышен удар камня о дно шахты. Скорость звука в воздухе 340 м/с. Найдите глубину шахты.

40) Вертолет равномерно поднимается вертикально вверх со скоростью 5 м/с. На высоте 100 м из вертолета вертикально вверх бросают со скоростью 20 м/с некоторое тело. Найдите скорость и время падения тела на землю.

41) Автомобиль начинает движение без начальной скорости и проходит первый километр с ускорением  $a_1$ , а второй – с ускорением  $a_2$ . При этом на первом километре его скорость возрастает на 10 м/с, а на втором – на 5 м/с. Что больше:  $a_1$  или  $a_2$ ?

42) Два велосипедиста едут навстречу друг другу. Один, имея скорость 18 км/ч, движется равнозамедленно с ускорением  $20 \text{ см/с}^2$ , другой, имея скорость 5,4 км/ч, движется равноускоренно с ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ . Через какое время велосипедисты встретятся и какое перемещение совершит каждый из них до встречи, если расстояние между ними в начальный момент времени 130 м?

43) При равноускоренном движении из состояния покоя тело проходит за пятую секунду 90 см. Определить перемещение тела за седьмую секунду?

44) Одно тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью  $v_{01}$ , другое падает с высоты  $h$  с начальной скоростью, равной нулю. Найти зависимость расстояния между телами от времени, если известно, что тела начали двигаться одновременно.

45) Тело падает с высоты 490 м. Определить перемещение тела в последнюю секунду падения.

46) Мяч, брошенный вертикально вверх, упал на землю через 3 с. С какой скоростью был брошен мяч и на какую высоту он поднялся?

47) Тело бросают вертикально вверх со скоростью 4,9 м/с. Одновременно с максимальной высоты, на которую поднимется тело, бросают вниз другое тело с той же начальной скоростью. Определить время, через которое тела встретятся.

48) Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью 80 км/ч, а вторую половину – со скоростью 40 км/ч. Найти среднюю скорость движения автомобиля.

49) Поезд, идущий по горизонтальному участку со скоростью 36 км/ч, начинает двигаться равноускоренно и проходит 600 м. Скорость поезда в конце участка – 45 км/ч. Определить ускорение и время ускоренного движения.

50) По одному направлению из одной точки одновременно пущено два тела: одно – равномерно со скоростью 98 м/с, другое – равноускоренно с начальной скоростью, равной нулю, и ускорением  $9,8 \text{ м/с}^2$ . Через какое время второе тело догонит первое?

51) За вторую секунду после начала движения автомобиль прошел 1,2 м. С каким ускорением двигался автомобиль? Определить перемещение автомобиля за десятую секунду после начала движения.

52) Тело падает с высоты 2000 м. За какое время оно пройдет последние 100 м?

53) Поезд отошел от станции с ускорением  $20 \text{ см/с}^2$ . Достигнув скорости  $37 \text{ км/ч}$ , он двигался равномерно в течение 2 мин, затем затормозив, прошел до остановки 100 м. Найти среднюю скорость поезда.

54) Автомобиль, двигаясь равномерно, прошел два смежных участка пути по 100 км каждый за 5 и 3,5 с. Определить ускорение и среднюю скорость автомобиля на каждом участке пути и на двух участках вместе.

55) Лодка проходит одно и то же расстояние по течению реки за 4 ч, а против течения – за 6 ч. За какое время лодка пройдет это расстояние в стоячей воде?

### 1.3 ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ ТЯЖЕСТИ

Рассмотрим движение тела только под действием силы тяжести. Пусть некоторое тело брошено со скоростью  $v_0$ , составляющей угол  $\alpha_0$  с горизонтом. Будем пренебрегать силой сопротивления воздуха. В этом случае на тело будет действовать только сила тяжести.

В точке бросания поместим начало прямоугольной системы координат (рис. 1.3.1).

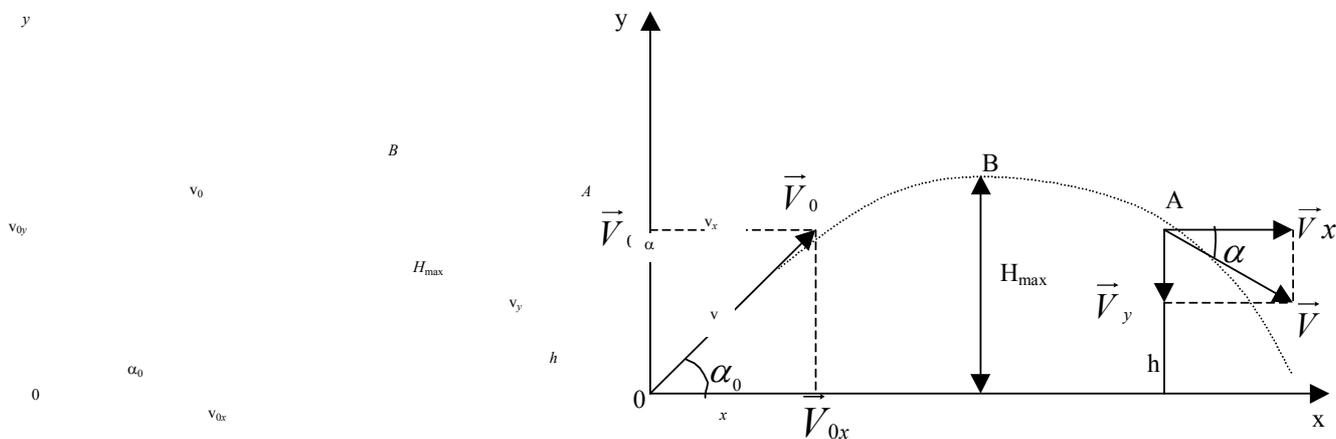


Рис. 1.3.1

Спроектируем вектор начальной скорости  $v_0$  на оси координат. Тогда найдем:

$$v_{0x} = v_0 \cos \alpha_0 = -\frac{\Delta \Phi}{\Delta t};$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \alpha_0.$$

Теперь движение по кривой мы заменим двумя движениями: движением по вертикали вдоль оси  $Oy$  и движением по горизонтали вдоль оси  $Ox$ . Участвуя одновременно в этих двух

движениях, тело будет перемещаться по траектории, которую мы наблюдаем на практике.

Каждое из двух движений будет описываться системой двух уравнений:

1 Уравнением пути:

$$\begin{cases} y = v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{gt^2}{2}; \\ v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt. \end{cases}$$

2 Уравнением скорости:

$$\begin{cases} x = v_0 \cos \alpha_0 t; \\ v_x = v_0 \cos \alpha_0 = \text{const.} \end{cases}$$

а) Найдем уравнение траектории, по которой движется тело. С этой целью для уравнений  $x$  и  $y$  исключим время. Тогда получим уравнение:

$$y = \text{tg } \alpha_0 x - \frac{g}{2v_0^2 \cos^2 \alpha_0} x^2.$$

Мы видим, что  $y$  зависит от  $x$  по параболическому закону. Следовательно, при отсутствии сопротивления воздуха, тело брошенное под углом к горизонту двигалось бы по параболе.

б) Найдем время подъема на максимальную высоту и максимальную высоту поднятия. При подъеме вверх по оси  $Oy$  тело уменьшает свою скорость и, достигнув максимальной высоты, останавливается. Следовательно, в верхней точке траектории вертикальная составляющая скорости обращается в нуль, т.е.:

$$0 = v_0 \sin \alpha_0 - gt_1,$$

где  $t_1$  – время поднятия на максимальную высоту. Отсюда:

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g}.$$

Подставим это время в уравнение координаты  $y$  и обозначим координату  $y$ , соответствующую времени  $t_1$  через  $y_1 = H_{\max}$ . Тогда:

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g}.$$

**в) Найдем время подъема и дальность полета. В силу симметрии траектории время подъема на максимальную высоту и время падения с этой высоты равно между собой. Поэтому для времени всего движения тела получаем:**

$$t_{\Pi} = \frac{2v_0 \sin \alpha_0}{g}.$$

**Обозначим координату  $x$  точки приземления тела через  $S$ . Тогда:**

$$S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{g}.$$

г) Найдем скорость тела в точке  $A$  траектории, находящейся на высоте  $h$  над поверхностью земли. Горизонтальная составляющая скорости постоянна и равна  $v_x = v_0 \cos \alpha_0$ . Вертикальная составляющая равна  $v_y = v_0 \sin \alpha_0 - gt$ . По теореме Пифагора находим модуль интересующей нас скорости:  $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ . Или

$$v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}.$$

Ориентацию вектора скорости  $\vec{v}$  определим следующим образом:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_y}{v_x}$$

или

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{gt}{v_0 \cos \alpha_0};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_0 - \frac{gt^2}{x}.$$

Отдельно рассмотрим частный случай этой задачи. Пусть с некоторой возвышенности высотой  $h$  из точки  $O$  брошено некоторое тело со скоростью  $\vec{v}_0$  параллельной горизонту. Ось  $Ox$  системы координат направим параллельно горизонту. Ось  $Oy$  направим вертикально вниз (рис. 1.3.2).

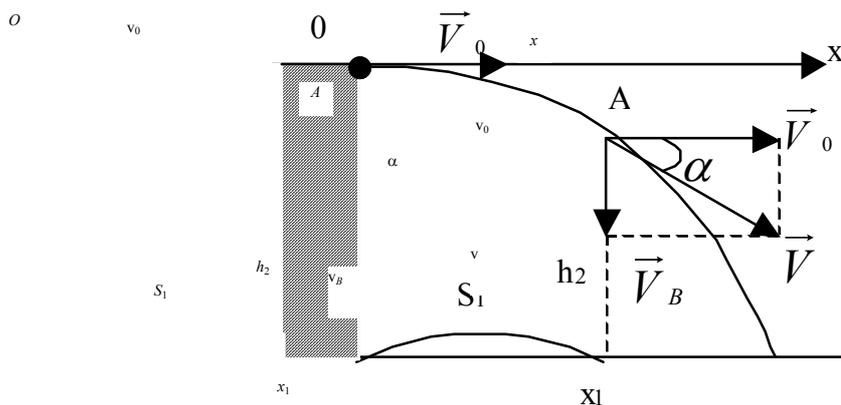


Рис. 1.3.2

В начальный момент времени скорость в горизонтальном направлении равна  $v_0$ , а в вертикальном нулю. Как и ранее сопротивление воздуха не учитывается. Под действием силы тяжести тело начинает приобретать скорость в вертикальном направлении  $v_y = gt$ . По горизонтали движение тела равномерное со скоростью  $v_0$ . В соответствии с этим имеем:

$$\begin{cases} y = \frac{gt^2}{2}; \\ v_y = gt \end{cases}; \quad \begin{cases} x = v_0 t \\ v_x = v_0 \end{cases}.$$

Найдем время падения из уравнения  $y = y(t)$ , положив  $y = h$ . Тогда:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Дальность полета найдем из уравнения  $x = x(t)$ , положив  $x = S$ .

$$S = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Наконец найдем скорость тела в точке  $A$  траектории с координатами  $(S_1, h_1)$ . Для модуля скорости по теореме Пифагора находим:

$$v = \sqrt{v_0^2 + 2g(h - h_1)}.$$

Ориентацию вектора скорости определяем по формуле:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt^2}{v_0};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{gt^2}{S_1} = \frac{2(h - h_1)}{S_1}.$$

### Примеры решения задач

**Задача 1** С балкона горизонтально со скоростью 7 м/с брошен мяч. Высота балкона 25 м. Через сколько времени и на каком расстоянии от основания здания мяч упадет на землю?

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \\ h &= 25 \text{ м} \\ v_0 &= 7 \text{ м/с} \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \\ \hline t - ? \quad S - ? \end{aligned}$$

Решение:

Время полета определяем по формуле  $t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$ , а дальность полета по формуле  $S = v_0 t$ .

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 25}{9,81}} \approx 2,25 \text{ с}; \quad S = 7 \cdot 2,25 = 15,75 \text{ м}.$$

Ответ:  $t \approx 2,25 \text{ с}; \quad S = 15,75 \text{ м}.$

**Задача 2** Мяч брошен с балкона горизонтально со скоростью 9 м/с. Спустя некоторое время он упал на землю под углом  $60^\circ$  к горизонту. Найдите высоту балкона.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \\ v_0 &= 9 \text{ м/с} \\ a_1 &= 60^\circ \\ h_1 &= 0 \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \\ \hline h - ? \end{aligned}$$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся формулами:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2(h-h_1)}{S_1} \text{ и } S = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ При } h_1 = 0, S_1 = S \text{ и вторая формула}$$

дает возможность исключить из первой неизвестную дальность полета. В итоге получим:

$$h = \frac{v_0^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{2g};$$

$$h = \frac{81 \cdot 3}{2 \cdot 9,81} \approx 12,4 \text{ м.}$$

О т в е т:  $h \approx 12,4 \text{ м.}$

**Задача 3** Мяч брошен с балкона горизонтально со скоростью 8 м/с. Дальность полета мяча оказалась равной 12 м. Найдите высоту балкона.

$$\begin{aligned} \alpha_0 &= 0 \\ v_0 &= 8 \text{ м/с} \\ S &= 12 \text{ м} \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$h - ?$

Решение:

Воспользуемся формулой для дальности полета:  $S =$

$$v_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}. \text{ Отсюда } h = \frac{gS^2}{2v_0^2}.$$

$$H = 9,81 \cdot 144 / 2 \cdot 8 = 88,3 \text{ м.}$$

О т в е т:  $h = 88,3 \text{ м.}$

**Задача 4** Тело брошено под углом к горизонту со скоростью 15 м/с. Какую скорость оно будет иметь на высоте 5 м?

$$\begin{aligned} v_0 &= 15 \text{ м/с} \\ h &= 5 \text{ м} \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$v - ?$

Решение:

Для решения задачи воспользуемся формулой  $v = \sqrt{v_0^2 - 2gh}$

$$v = \sqrt{225 - 2 \cdot 9,81 \cdot 5} = 11,2 \text{ м/с.}$$

О т в е т:  $v = 11,2 \text{ м/с.}$

**Задача 5** Тело брошено под углом  $45^\circ$  к горизонту со скоростью 15 м/с. Через сколько времени оно будет на высоте 5 м?

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 45^\circ \\ v_0 &= 15 \text{ м/с} \\ h &= 15 \text{ м} \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2\end{aligned}$$

---

$t - ?$

**Решение:**

Для решения задачи воспользуемся уравнением  $y = y(t)$ . Положив в этом уравнении  $y = h$ , имеем:

$$h = v_0 \sin \alpha_0 t - \frac{gt^2}{2};$$

$$gt^2 - 2v_0 \sin \alpha_0 t + 2h = 0;$$

$$t_{1,2} = \frac{2v_0 \sin \alpha_0 \pm \sqrt{4v_0^2 \sin^2 \alpha_0 - 8gh}}{2g};$$

$$t_{1,2} = \frac{2 \cdot 15 \cdot \sin 45^\circ \pm \sqrt{4 \cdot 225 \cdot \sin^2 45^\circ - 8 \cdot 9,81 \cdot 15}}{2 \cdot 9,81} \approx \frac{21 \pm 7}{19,6};$$

$$t_1 = 1,42 \text{ с}; \quad t_2 = 0,71 \text{ с}.$$

**О т в е т:** На высоте 5 м тело побывает дважды. Первый раз при подъеме через 0,71 с после броска. Второй раз при спуске через 1,42 с.

**Задача 6** Ствол орудия установлен под углом  $30^\circ$  к горизонту. После выстрела снаряд вылетает из ствола со скоростью 600 м/с. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета в 3,5 раза. Найдите дальность полета снаряда в воздухе.

$$\begin{aligned}\alpha_0 &= 30^\circ \\ v_0 &= 600 \text{ м/с} \\ S &= 3,5S_1 \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2\end{aligned}$$

---

$S_1 - ?$

**Решение:**

Для вычисления дальности полета снаряда в безвоздушном пространстве используем формулу:

$$S = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{g}.$$

Дальность полета снаряда в воздухе  $S_1$  в 3,5 раза меньше. Поэтому:

$$S_1 = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{3,5g};$$

$$S_1 = \frac{3,6 \cdot 10^5 \cdot 0,87}{3,5 \cdot 9,81} = 9072 \text{ м}.$$

Ответ:  $S_1 = 9072$  м.

**Задача 7** На холме высотой 75 м установлено орудие. Ствол орудия установлен под углом  $30^\circ$  к горизонту. После выстрела снаряд вылетает со скоростью 800 м/с. Найдите высоту подъема и дальность полета снаряда. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета снаряда в 3,5 раза (рис. 1.3.3).

$$\begin{aligned} H_0 &= 75 \text{ м} \\ \alpha_0 &= 30^\circ \\ v_0 &= 800 \text{ м/с} \\ S &= 3,5S_1 \\ g &= 9,81 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

$$H_{\max} - ? \quad S_1 - ?$$

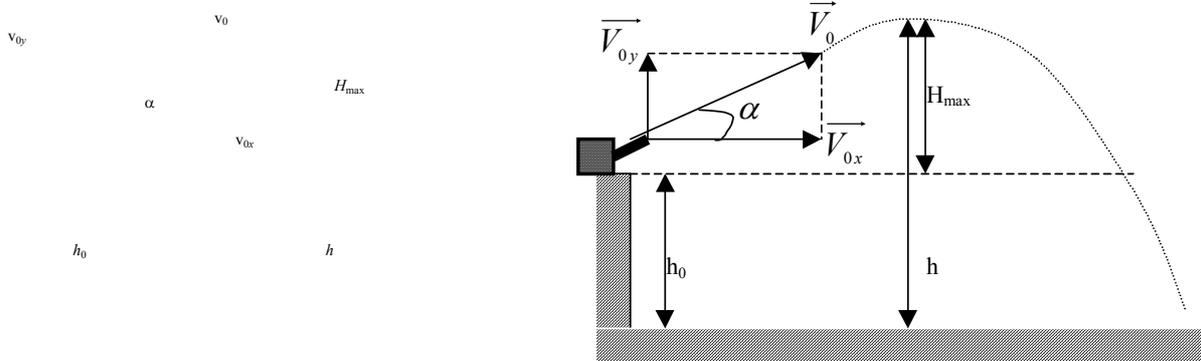


Рис. 1.3.3

Решение:

Время подъема на максимальную высоту (без учета сопротивления воздуха) находим по формуле:

$$t_1 = \frac{v_0 \sin \alpha_0}{g}.$$

За это время снаряд поднимается на высоту  $H_{\max}$ :

$$H_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha_0}{2g};$$

$$H_{\max} = \frac{6,4 \cdot 10^5 \cdot 0,25}{2 \cdot 9,81} = 8100 \text{ м.}$$

Время падения снаряда с высоты  $h$  определим по формуле:

$$h = \frac{gt_2^2}{2},$$

отсюда

$$t_2 = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Полное время полета снаряда  $t = t_1 + t_2$ . За это время снаряд пройдет по горизонтали расстояние  $S$  равное:

$$S = v_0 \cos \alpha_0 (t_1 + t_2);$$

$$S = v_0 \cos \alpha_0 \left( \frac{v_0 \sin \alpha_0}{2g} + \sqrt{\frac{2h}{g}} \right);$$

$$S = S = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{4g} + v_0 \cos \alpha_0 \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

Дальность полета снаряда в воздухе в 3,5 раза меньше:

$$S_1 = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha_0}{14g} + \frac{v_0 \cos \alpha_0}{3,5} \sqrt{\frac{2h}{g}};$$

$$S_1 = \frac{6,4 \cdot 10^5 \cdot 0,87}{14 \cdot 9,81} + \frac{800 \cdot 0,87}{3,5} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot 8175}{9,81}} \approx 12260 \text{ м.}$$

О т в е т:  $H_{\max} = 8100 \text{ м}; S_1 \approx 12260 \text{ м.}$

Задачи для самостоятельного решения

1) С балкона горизонтально со скоростью 10 м/с бросили камешек. Высота балкона 20 м. Через сколько времени и на каком расстоянии от основания здания камешек упадет на землю?

2) Тело брошено горизонтально с некоторой высоты. Модуль начальной скорости равен 15 м/с. Через сколько времени вектор скорости будет направлен под углом  $30^\circ$  к горизонту?

3) После удара футболиста мяч имел скорость 18 м/с, направленную под углом  $45^\circ$  к горизонту. Найдите дальность полета мяча.

4) Тело брошено с высоты 30 м с начальной скоростью 15 м/с. Запишите уравнение траектории.

5) Камень брошен с балкона горизонтально с начальной скоростью 12 м/с. Найдите высоту балкона зная, что камень упал на расстоянии 15 м от основания здания.

6) Тело брошено с балкона горизонтально. В момент падения его скорость была 8 м/с. Высота балкона 20 м. С какой скоростью было брошено тело?

7) Тело брошено с балкона горизонтально со скоростью 12 м/с. В момент падения скорость была направлена под углом  $45^\circ$  к горизонту. Найдите высоту балкона.

8) Тело брошено с балкона высотой 16 м горизонтально. В момент падения скорость тела составляла угол  $60^\circ$  с горизонтом. Найдите дальность полета тела.

9) Тело брошено с земли под углом  $60^\circ$  к горизонту со скоростью 20 м/с. Найдите время и дальность полета тела.

10) Мяч брошен под углом  $30^\circ$  к горизонту со скоростью 17 м/с. Через сколько времени он будет на высоте 2 м? Мяч брошен под углом  $60^\circ$  к горизонту. Через 2 с он имел вертикальную проекцию скорости 3 м/с. Найдите дальность полета мяча.

11) Мяч брошен с балкона со скоростью 15 м/с под углом  $30^\circ$  к горизонту. Высота балкона 20 м. На каком расстоянии от основания здания упадет мяч?

12) Мяч брошен под углом к горизонту со скоростью 15 м/с. Найдите скорость тела на высоте 2,5 м.

13) Мяч брошен с высоты 10 м под углом к горизонту. Начальная скорость мяча 12 м/с. Найдите скорость мяча в момент падения на землю.

14) Ствол пушки направлен под углом  $30^\circ$  к горизонту. Снаряд, выпущенный из пушки преодолел 15400 м. Соппротивление воздуха уменьшило дальность полета в 3,5 раза. Найдите начальную скорость полета снаряда.

15) Пикирующий бомбардировщик сбрасывает бомбу с высоты 1500 м находясь на расстоянии 2400 м от цели. Цель поражается при угле пикирования  $60^\circ$  к горизонту. Найдите скорость бомбардировщика.

16) Самолет летит со скоростью 400 м/с на высоте  $1,5 \cdot 10^4$  м. Когда самолет находится над зенитной установкой производится выстрел под углом  $60^\circ$  к горизонту. Найдите скорость снаряда, если он поразил цель.

17) С самолета, летящего горизонтально со скоростью 180 км/ч, на высоте  $2 \cdot 10^3$  м сброшен груз. Какое расстояние по горизонтали пролетит груз до момента падения?

18) Под каким углом нужно бросать тело, чтобы дальность полета была максимальной?

19) Под каким углом нужно бросать тело, чтобы дальность полета равнялась максимальной высоте подъема?

20) Под каким углом нужно бросать тело, чтобы дальность полета была вдвое больше высоты подъема?

21) Пикирующий бомбардировщик пикирует с высоты  $1,5 \cdot 10^3$  м под углом  $60^\circ$  к горизонту. Скорость бомбардировщика в момент сброса бомбы 250 м/с. На каком расстоянии от цели нужно сбрасывать бомбу? Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета бомбы в два раза.

22) Из самолета, летящего на высоте 500 м со скоростью 50 м/с, сбрасывают груз. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета груза в 3,5 раза. На сколько опередит самолет по горизонтали груз за время его падения?

23) Самолет, летящий на высоте 500 м со скоростью 324 км/ч, сбрасывает бомбу. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета бомбы в два раза. На каком расстоянии от цели нужно сбросить бомбу, чтобы поразить ее?

24) Самолет, летящий на высоте 500 м со скоростью 180 км/ч, должен поразить автомобиль. Автомобиль движется по курсу самолета со скоростью 90 км/ч. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета бомбы в два раза. На каком расстоянии от цели нужно сбросить бомбу?

25) Самолет, летящий на высоте 500 м со скоростью 360 км/ч, должен поразить автомобиль. Автомобиль движется против курса автомобиля со скоростью 72 км/ч. Сопротивление воздуха уменьшает дальность полета бомбы в два раза. На каком расстоянии от цели нужно сбросить бомбу?

26) Струя воды вылетает из ствола со скоростью 50 м/с под углом  $35^\circ$  к горизонту. Найти дальность полета и наибольшую высоту подъема струи.

27) Тело брошено с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Найти скорость тела в высшей точке подъема и в точке его падения на горизонтальную плоскость.

28) Тело падает с высоты 4 м. На высоте 2 м оно ударяется о закрепленную площадку, расположенную под углом  $30^\circ$  к горизонту. Найти полное время движения тела и дальность его полета.

29) Дальность полета тела, брошенного в горизонтальном направлении со скоростью 10 м/с равна высоте бросания. С какой высоты брошено тело?

30) Как изменится время и дальность полета тела, брошенного горизонтально, если увеличить высоту подъема в четыре раза? Скорость бросания при этом не изменяется.

31) Снаряд вылетел из орудия с начальной скоростью 1000 м/с под углом  $30^\circ$  к горизонту. Определить дальность полета и время движения снаряда. Орудие и точка падения снаряда находятся на одной горизонтали.

32) С высоты  $h$  над поверхностью земли брошено тело под углом  $\alpha$  к горизонту со скоростью  $v_0$ . С какой скоростью тело упадет на землю?

33) С вершины наклонной плоскости, составляющей с горизонтом угол  $360^\circ$ , бросают камень под углом  $30^\circ$  к горизонту. На каком расстоянии от точки бросания упадет камень?

34) Под каким углом к горизонту надо бросить тело массой  $m$ , чтобы наибольшая высота его подъема была равна дальности полета, если на тело действует попутный ветер с постоянной скоростью  $v$ ?

35) Шарик бросают под углом  $30^\circ$  к горизонту с начальной скоростью 14 м/с. На расстоянии 11 м от точки бросания шарик ударяется о вертикальную стенку. На каком расстоянии от стенки шарик упадет на землю?

36) Лодка движется перпендикулярно берегу со скоростью 2 м/с. Под каким углом к оси  $Y$  и с какой скоростью относительно реки нужно держать курс, если скорость реки 5 км/ч?

37) С какой скоростью и по какому курсу должен лететь самолет, чтобы за 2 ч пролететь на север 300 км, если во время полета дует северо-западный ветер под углом  $30^\circ$  со скоростью 27 км/ч?

38) Самолет летит относительно воздуха со скоростью 800 км/ч. Ветер дует с запада на восток со скоростью 15 м/с. С какой скоростью будет двигаться самолет относительно земли на юг и под каким углом надо держать курс?

#### 1.4 РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО ОКРУЖНОСТИ

Движение, траектория которого – окружность, называется движением по окружности. Если модуль линейной скорости не изменяется, то движение по окружности называется равномерным. Направление вектора скорости при равномерном движении по окружности непрерывно изменяется. Это изменение характеризуют центростремительным ускорением. Центростремительное ускорение всегда направлено к центру окружности. Модуль центростремительного ускорения можно вычислять по одной из следующих формул:

$$a_{ц.с} = \omega v; \quad a_{ц.с} = \omega^2 R; \quad a_{ц.с} = \frac{v^2}{r},$$

где  $a_{ц.с}$  – центростремительное ускорение;  $\omega$  – угловая скорость;  $v$  – линейная скорость;  $R$  – радиус окружности.

Угловой скоростью называют скорость поворота радиус-вектора, проведенного из центра окружности к движущемуся телу. Угол поворота радиус-вектора обозначают буквой  $\varphi$ . Угловая скорость определяется отношением:

$$\omega = \frac{\varphi}{t}.$$

Линейная скорость определяется отношением пути, пройденному телом по окружности, ко времени прохождения этого пути:

$$v = \frac{S}{t}.$$

За время, равное периоду обращения, точка проходит путь равный  $S = 2\pi R$ , а радиус-вектор поворачивается на угол  $\varphi = 2\pi$ . Поэтому для угловой и линейной скорости получаем:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}; \quad v = \frac{2\pi R}{T}.$$

Величина обратная периоду называется частотой и обозначается буквой  $\gamma$  («ню»). Связь угловой и линейной скорости с частотой определяется формулами:

$$\omega = 2\pi\gamma; \quad v = 2\pi\gamma R.$$

Линейная и угловая скорости связаны между собой соотношением:

$$v = \omega R.$$

Центростремительное ускорение вызывается центростремительной силой. Эта сила приложена к телу и направлена к

центру окружности. Она (сила) всегда перпендикулярна вектору линейной скорости. Роль центростремительной силы выполняет упругая сила, сила тяготения, сила трения, электрические и магнитные силы.

Если тело движется по поверхности, удерживающей тело на окружности (или ее части), то на эту поверхность действует центробежная сила. Центробежная и центростремительная силы равны по величине и противоположно направлены. Но поскольку они приложены к разным телам, то не уравновешивают друг друга.

## Примеры решения задач

**Задача 1** Минутная стрелка часов в 1,25 раза длиннее часовой стрелки. Во сколько раз скорость конца минутной стрелки больше скорости конца часовой стрелки?

$$l_M = 1,25 l_C$$

$$\frac{v_M}{v_C} = ?$$

Решение:

Минутная стрелка совершает полный оборот ( $\varphi = 2\pi$  рад) за 1 ч, а часовая за 12 ч. Значит угловая скорость минутной стрелки в 12 раз больше угловой скорости часовой стрелки:  $\omega_M = 12\omega_C$ . Но  $v_M = \omega_M l_M$ , а  $v_C = \omega_C l_C$ . Теперь находим  $\frac{v_M}{v_C}$ :

$$\frac{v_M}{v_C} = \frac{\omega_M l_M}{\omega_C l_C} = \frac{12 \cdot \omega_C \cdot 1,25 l_C}{\omega_C l_C} = 15.$$

О т в е т:  $\frac{v_M}{v_C} = 15.$

**Задача 2** Зная радиус Земли  $6,4 \cdot 10^6$  м, найдите линейную скорость точек поверхности Земли на широте  $\alpha = 45^\circ$ .

$$R = 6,4 \cdot 10^6 \text{ м}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$v = ?$$

Решение:

Точки земной поверхности, о которых идет речь в задаче, описывают окружность радиуса  $r$  (рис. 1.4.1).

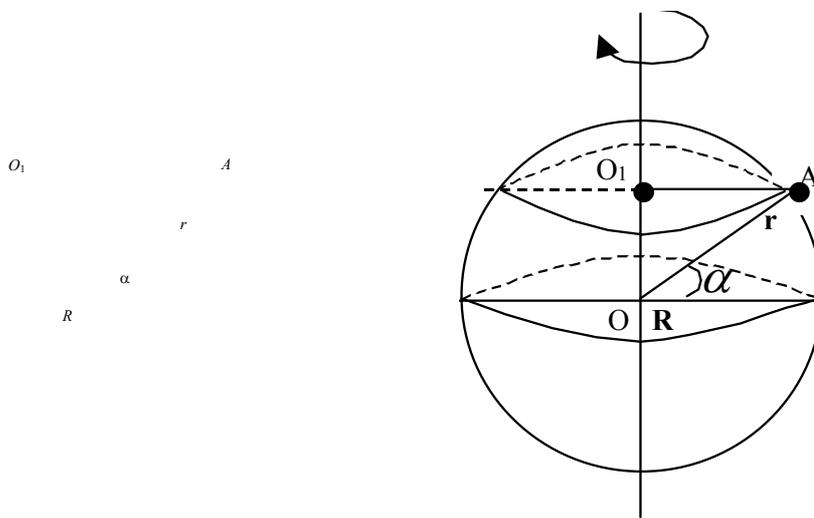


Рис. 1.4.1

В прямоугольном треугольнике  $OO_1A$  угол при вершине  $A$  равен  $\alpha = 45^\circ$ . Поэтому  $r = R \cos \alpha$ . Линейная скорость точки при вращательном движении определяется по формуле  $v = \omega R$ , где  $\omega$  – угловая скорость суточного вращения Земли. Но  $\omega = \frac{2\pi}{T}$ , где  $T$  – период суточного вращения Земли.

Итак:

$$v = \frac{2\pi}{T} R \cos \alpha;$$

$$v = \frac{2\pi}{T} 6,4 \cdot 10^6 \cdot 0,7 \approx 324 \text{ м/с.}$$

Ответ:  $v \approx 324 \text{ м/с.}$

**Задача 3** Масса автомобиля  $3,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$ . Автомобиль движется по выпуклому мосту со скоростью  $20 \text{ м/с}$ . Радиус кривизны моста  $80 \text{ м}$ . Найдите силу давления автомобиля на мост в верхней точке (рис. 1.4.2).

$$m = 3,5 \cdot 10^3 \text{ кг}$$

$$v = 20 \text{ м/с}$$

$$R = 80 \text{ м}$$

---


$$mg - ?$$

Решение:

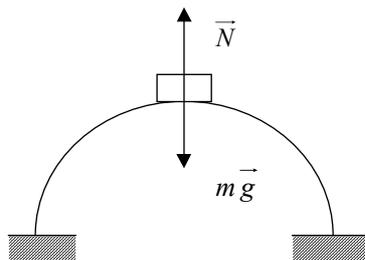


Рис. 1.4.2

По третьему закону Ньютона  $mg = N$ . По второму закону Ньютона  $N + mg = ma_{\text{ц.с.}}$ . Здесь  $N$  – сила реакции опоры. При-

мем за положительное направление к центру кривизны моста.  
Тогда:  $mg - N = ma_{ц.с.}$

$$N = m(g - a_{ц.с.});$$

$$N = m\left(g - \frac{v^2}{R}\right);$$

$$N = 3,5 \cdot 10^3 \left(9,81 - \frac{400}{80}\right) \approx 16,8 \cdot 10^3.$$

Ответ:  $mg \approx 16,8 \cdot 10^3$  Н.

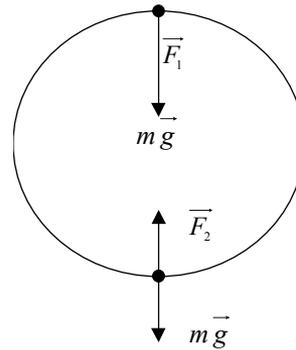
**Задача 4** Груз массой 0,1 кг вращают в вертикальной плоскости на нити длиной 0,5 м. Угловая скорость вращения равна  $3\pi$  рад/с. Определите силу тяжести нити в верхней и нижней точках траектории (рис. 1.4.3).

$$\begin{aligned} m &= 0,1 \text{ кг} \\ l &= 0,5 \text{ м} \\ \omega &= 3\pi \text{ рад/с} \end{aligned}$$

---


$$F_1 - ? \quad F_2 - ?$$

Решение:



**Рис. 1.4.3**

1) В верхней точке сила тяготения совпадает по направлению с силой реакции нити  $F_1$ . По второму закону Ньютона  $F_1 + mg = ma_{ц.с.}$

Отсюда:

$$F_1 = m(a_{ц.с.} - g);$$

$$F_1 = m(\omega^2 l - g);$$

$$F_1 = 0,1(9\pi^2 \cdot 0,5 - 9,8) = 3,5 \text{ Н.}$$

2) В нижней точке сила натяжения противоположна силе тяжести:

$$F_2 - mg = ma_{ц.с.};$$

$$F_2 = m(g + a_{ц.с.});$$

$$F_2 = m(\omega^2 l + g);$$

$$F_2 = 0,1 (9\pi^2 \cdot 0,5 + 9,8) = 54,8 \text{ Н.}$$

О т в е т:  $F_1 = 3,5 \text{ Н}$ ;  $F_2 = 54,8 \text{ Н}$ .

**Задача 5** Автомобиль движется по дуге окружности радиуса 90 м. Коэффициент трения скольжения колес о полотно дороги 0,5. С какой максимальной скоростью автомобиль может двигаться на этом участке дороги?

$$R = 90 \text{ м}$$

$$\mu = 0,5$$

$$v = ?$$

Решение:

Роль центростремительной силы в данном случае играет сила трения. Поэтому:

$$\frac{mv^2}{R} = \mu mg .$$

Отсюда получаем:

$$v = \sqrt{\mu g R} ;$$

$$v = \sqrt{0,5 \cdot 9,8 \cdot 90} \approx 6,6 \text{ м/с.}$$

О т в е т:  $v \approx 6,6 \text{ м/с}$ .

Задачи для самостоятельного решения

1) Среднее расстояние от Луны до Земли  $3,844 \cdot 10^8$  м. Найдите период обращения Луны вокруг Земли.

2) Минутная стрелка вдвое длиннее часовой. Во сколько раз линейная скорость конца минутной стрелки больше линейной скорости конца часовой стрелки.

3) Искусственный спутник Земли находится на высоте 250 км и имеет период обращения 90 мин. Найдите среднюю скорость движения спутника.

4) Искусственный спутник Земли перевели на более высокую орбиту. При этом радиус его орбиты увеличился в 2 раза, а период обращения увеличился в 4 раза. Как изменилась скорость движения спутника.

5) Материальная точка движется по окружности радиусом 2 м с частотой  $5 \text{ с}^{-1}$ . Найдите период обращения, линейную скорость, угловую скорость и центростремительное ускорение.

6) Линейная скорость материальной точки при движении по окружности радиусом 2 м равна 20π м/с. Найдите: период, частоту, линейную скорость и центростремительное ускорение точки.

7) Материальная точка движется с центростремительным ускорением  $200\pi^2$  по окружности радиусом 2 м. Найдите: угловую скорость, линейную скорость, частоту и период обращения материальной точки.

8) Скорость точек экватора Солнца при его вращении вокруг своей оси равна  $2 \cdot 10^3$  м/с. Радиус Солнца  $6,96 \cdot 10^8$  м. Найдите: угловую скорость, период, частоту и центростремительное ускорение точек Солнца, лежащих на экваторе.

- 9) Найдите линейную скорость и центростремительное ускорение точек на экваторе Земли и на широте  $\alpha = 60^\circ$ . Радиус Земли  $6,4 \cdot 10^6$  м.
- 10) Определите среднюю скорость движения Земли вокруг Солнца, если среднее расстояние от Земли до Солнца  $1,5 \cdot 10^{11}$  м. Чему равно центростремительное ускорение Земли?
- 11) Поезд въезжает на закругленный участок пути со скоростью 15 м/с. Радиус закругления  $10^3$  м. Найдите угловую скорость и центростремительное ускорение поезда.
- 12) Автомобиль массой  $3 \cdot 10^3$  кг движется по выпуклому мосту со скоростью 15 м/с. Радиус кривизны моста 45 м. Найдите силу давления автомобиля на мост в его середине.
- 13) С какой скоростью должен двигаться автомобиль по выпуклому мосту радиусом 41 м, чтобы в его верхней точке пассажиры ощутили состояние невесомости?
- 14) Мальчик массой 30 кг качается на качелях длиной 3 м. Найдите скорость прохождения мальчиком среднего положения, если он давит на сиденье с силой 392,4 Н.
- 15) На горизонтально вращающейся платформе на расстоянии  $R = 0,8$  м от оси вращения лежит некоторое тело. Коэффициент трения между грузом и платформой 0,2. Найдите частоту вращения платформы, при которой тело начнет скользить по платформе.
- 16) Барабан центрифуги радиусом 0,5 м вращается со скоростью 30 раз/с. Найдите центростремительное ускорение и силу, с которой ткань прижимает к стенке.
- 17) Мотоциклист движется со скоростью 20 м/с по горизонтальному участку шоссе. Коэффициент трения резины о материал шоссе 0,5. Найдите минимальный радиус дуги, которую может описать мотоциклист. Под каким углом должен быть наклонен мотоцикл?
- 18) Найдите минимальный коэффициент трения между шинами и асфальтом, чтобы автомобиль, двигаясь со скоростью 15 м/с мог пройти без проскальзывания закругления радиусом 90 м.
- 21) Коэффициент трения резины о дорогу 0,4. Мотоциклист должен описать дугу радиусом 90 м. На какой максимальной скорости он может это сделать? Найдите угол от вертикали, на который он отклонился.
- 20) Автомобиль массой 3600 кг движется со скоростью 15 м/с по вогнутому мосту. Радиус кривизны моста 90 м. С какой силой автомобиль давит на мост в его середине?
- 22) Автомобиль массой 1200 кг движется со скоростью 20 м/с по выпуклому мосту. Радиус кривизны моста 100 м. Найдите силу давления на мост в точке, направление на которую  $OB$  (см. рисунок), составляет с направлением  $OA$  на центр моста угол  $30^\circ$  (рис. 1.4.4).

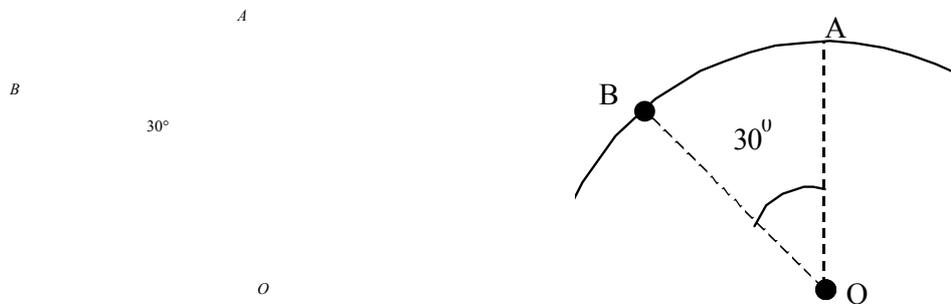


Рис. 1.4.4

- 23) Выпуклый мост может выдержать максимальную силу давления  $F = 3,5 \cdot 10^4$  Н. Радиус кривизны моста 90 м. С какой минимальной скоростью должен двигаться грузовик массой  $4 \cdot 10^3$  кг, чтобы мост не разрушился?
- 24) Для адаптации космонавтов к перегрузке используют центрифуги. Радиус центрифуги 9 м. Сколько оборотов делает центрифуга, если космонавт испытывает десятикратную перегрузку?
- 25) Летчик выполняет «мертвую петлю» радиусом 250 м. В верхней точке петли летчик давит на сиденье с силой равной силе тяжести. Найдите скорость самолета.
- 26) Грузик массой 0,2 кг привязан к нити длиной 0,75 м. Грузик вращают в вертикальной плоскости. С каким максимальным периодом возможно такое вращение? Найдите силу натяжения нити в момент прохождения грузиком нижней точки.
- 27) Спутник необходимо вывести на околоземную круговую орбиту, на высоту  $6 \cdot 10^5$  м. Какую скорость нужно сообщить спутнику?

28) Шар массой 2,5 кг подвешен на невесомой нерастяжимой нити. Его отклонили на угол  $60^\circ$ . Найдите натяжение нити в момент, когда шар пройдет положение равновесия (рис. 1.4.5).

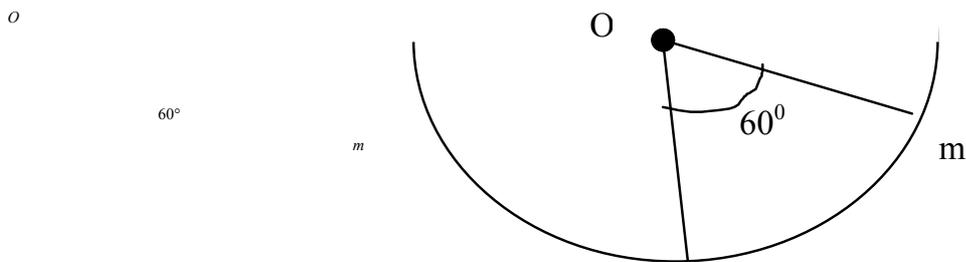


Рис. 1.4.5

29) Небольшой груз скользит без трения по поверхности сферы, радиус которой 1 м. На какой высоте груз оторвется от поверхности сферы? На каком расстоянии от точки  $A$  (рис. 1.4.6) груз упадет на поверхность стола?

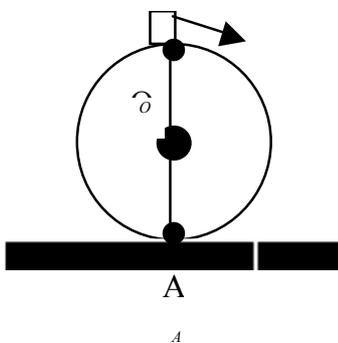


Рис. 1.4.6

30) Шар массой 2 кг подвешен на нити, выдерживающей силу натяжения 39,36 Н. На какой угол нужно отклонить шар, чтобы он оборвал нить, проходя через положение равновесия?

31) Конькобежец движется со скоростью 15 м/с по дуге окружности радиусом 30 м. На какой угол от вертикали он должен отклониться, чтобы сохранить равновесие?

32) Небольшое тело может скользить без трения с наклонной плоскости плавно переходящей в «мертвую петлю» (рис. 1.4.7). С какой минимальной высоты  $h$  должно соскользнуть тело, чтобы не оторваться от поверхности петли? Радиус «мертвой петли» 0,2.

33) Автомобиль движется по закруглению радиуса 100 м со скоростью 15 м/с без проскальзывания. Чему равен коэффициент трения?

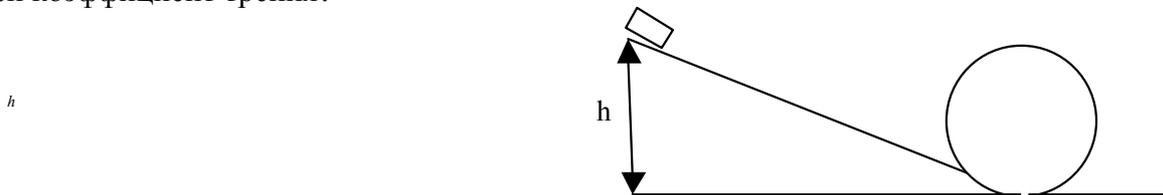


Рис. 1.4.7

34) На краю диска  $AA'$  радиусом 0,2 м укреплен вертикальный стержень  $AB$ . В точке  $B$  укреплена нить длиной 0,5 м с грузом. С какой угловой скоростью нужно вращать диск, чтобы нить образовала угол  $30^\circ$  со стержнем. Нить считать невесомой и нерастяжимой (рис. 1.4.8).

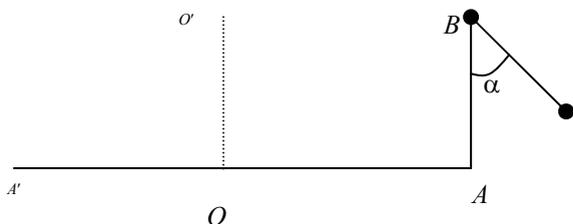


Рис. 1.4.8

35) На оси центробежной машины укреплен отвес. К отвесу привязан маленький шарик на нити длиной 0,2 м. На какой угол отклонится нить, если машина вращается с угловой скоростью  $4\pi$  рад/с? (рис. 1.4.9).

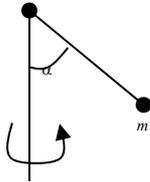


Рис. 1.4.9

## Часть 2

### ДИНАМИКА

---

---

#### 2.1 ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ. ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА

В механике приходится иметь дело с тремя видами сил:

- 1) силой упругости, возникающей при деформациях опоры ( $N$ ) или нити ( $T$ );
- 2) силой тяжести  $P = mg$ ;
- 3) силой трения  $F_{\text{тр}} = kN$ , где  $k$  – коэффициент трения,  $N$  – сила нормальной реакции опоры.

При решении задач по динамике необходимо обратить внимание на правильное использование второго закона Ньютона.

Прежде всего, необходимо сделать к задаче рисунок, на котором нужно указать систему отсчета, расставить все силы, действующие на данное тело, и там, где это требуется, указать направление векторов скорости и ускорения. Затем надо записать уравнение второго закона Ньютона в векторной форме:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i,$$

а затем данное векторное уравнение нужно спроецировать на выбранные направления осей  $x$  и  $y$  и решить полученную систему уравнений.

Примеры решения задач

**Задача 1** В лифте висит на нити тело массой  $m = 2$  кг (рис. 2.1.1). Определить вес тела при движении лифта вверх. Модуль ускорения в начале и конце движения  $a = 1$  м/с<sup>2</sup>.

$$\begin{aligned} m &= 2 \text{ кг} \\ g &= 9,8 \text{ м/с}^2 \\ a &= 1 \text{ м/с}^2 \end{aligned}$$

---

$P = ?$

Решение:

По третьему закону Ньютона,  $\vec{G} = -\vec{F}_H$  или  $G = F_H$  (вес по модулю равен силе натяжения нити). Если применить основное уравнение динамики (второй закон Ньютона) для движения тела, можно определить модуль силы натяжения нити, а следовательно, вес:

$$m\vec{a} = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i. \quad (1)$$

Произведение массы тела на вектор ускорения равно векторной сумме всех сил, которые действуют на тело.

Тело массой  $m$  (рис. 2.1.1) взаимодействует с двумя телами: Землей и нитью. Следовательно, на тело действуют две силы. Одна сила – это результат взаимодействия тела с Землей – сила тяжести  $mg$ . Другая – результат взаимодействия тела с нитью – сила упругости. Ее называют силой натяжения нити  $F_H$ . Следовательно,

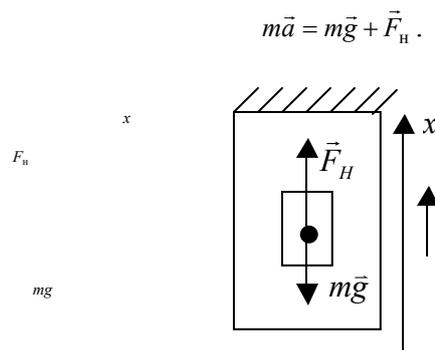


Рис. 2.1.1

Чтобы решить задачу, надо записать это уравнение в скалярной форме. Для этого введем координатную ось  $x$  так, чтобы она совпадала с направлением движения лифта. На эту ось спроецируем ускорение лифта и силы, которые действуют на тело.

1) Сначала скорость лифта увеличивается. Следовательно, ускорение направлено вверх. Проекция ускорения и силы натяжения на ось  $x$  положительны, а проекция силы тяжести – отрицательна. Уравнение в этом случае имеет вид

$$ma = F_{H1} - mg,$$

откуда

$$F_{H1} = ma + mg = m(g + a).$$

В начале движения лифта вверх сила натяжения нити больше силы тяжести тела. Вес  $G_1 = F_{H1} > mg$ . Это перегрузка.

2) Затем лифт равномерно движется вверх (ускорение тела равно нулю:  $a = 0$ ). Следовательно,

$$ma_2 = F_{H2}.$$

Сила натяжения равна силе тяжести тела. Вес  $G_2 = F_{H2} = mg$ .

3) В конце движения скорость лифта уменьшается. Следовательно, ускорение направлено вниз. Проекция ускорения на координатную ось отрицательна. Уравнение (1) в этом случае имеет вид

$$-ma = F_{H3} - mg \quad \text{или} \quad ma = mg - F_{H3}.$$

Отсюда

$$F_{H3} = mg - ma = m(g - a).$$

Сила натяжения нити меньше силы тяжести тела,  $F_{H3} < mg$ . Вес  $G_3 = F_{H3} < mg$ .

Вычисляем  $G_1, G_2, G_3$ :

$$G_1 = 2(9,8+1) = 21,6 \text{ Н};$$

$$G_2 = 2 \cdot 9,8 = 19,6 \text{ Н};$$

$$G_3 = 2(9,8-1) = 17,6 \text{ Н}.$$

Отвeт:  $G_1 = 21,6 \text{ Н}; G_2 = 19,6 \text{ Н}; G_3 = 17,6 \text{ Н}.$

**Задача 2** Поезд, масса которого 4000 т, идет со скоростью 36 км/ч. Перед остановкой поезд начинает тормозить. Сила торможения  $2 \cdot 10^5 \text{ Н}$ . Какое расстояние пройдет поезд за 1 мин после начала торможения?

$$m = 4000 \text{ т} = 4 \cdot 10^6 \text{ кг}$$

$$v_0 = 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с}$$

$$F_{\text{тор}} = 2 \cdot 10^5 \text{ Н}$$

$$t = 1 \text{ мин} = 60 \text{ с}$$

---

$s = ?$

Решение:

При торможении скорость поезда уменьшается, то есть ускорение направлено противоположно начальной скорости. Следовательно, путь, который прошел поезд, составляет

$$s = v_0 t + (-a)t^2 / 2.$$

(Эту формулу можно использовать только до момента времени  $t$ , когда  $v = 0$ , т.е. до остановки поезда.) На поезд действует при этом только одна сила – сила торможения. Эта сила сообщает поезду ускорение. По второму закону Ньютона,

$$ma = F_{\text{тор}}.$$

Отсюда

$$a = F_{\text{тор}} / m$$

Подставим это выражение для ускорения в формулу пути, получим

$$s = v_0 t - \frac{F_{\text{тор}} t^2}{2m}.$$

Вычислим  $s$ :

$$s = 10 \cdot 60 - \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 3600}{2 \cdot 4 \cdot 10^6} = 510 \text{ м}.$$

Отвeт:  $s = 510 \text{ м}.$

**Задача 3** В шахту равноускоренно опускается лифт, масса которого  $m = 300 \text{ кг}$ . В первые  $t = 5 \text{ с}$  он проходит  $h = 25 \text{ м}$ . Определить силу натяжения каната, к которому подвешен лифт.

$$m = 300 \text{ кг}$$

$$t = 5 \text{ с}$$

$$h = 25 \text{ м}$$

---

$$\vec{T} - ?$$

Решение:

На лифт действует сила натяжения каната  $\vec{T}$  (рис. 2.1.2) и сила тяжести  $m\vec{g}$ , под действием которых он движется с ускорением  $\vec{a}$ . Следовательно, по второму закону Ньютона

$$\vec{mg} + \vec{T} = m\vec{a}.$$

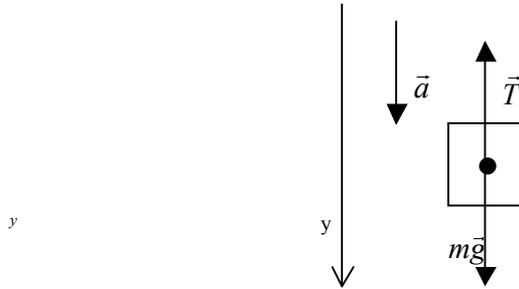


Рис. 2.1.2

Так как все силы направлены по вертикали, выберем вертикальную ось  $y$  с положительным направлением по ускорению (вниз). Проектируем уравнение на ось  $y$ :

$$mg - T = ma \quad \text{или} \quad T = m(g - a).$$

Из кинематики известно, что  $h = at^2 / 2$ . Следовательно,

$$T = m(g - 2h / t^2) = 2340 \text{ Н.}$$

Ответ: 2340 Н.

**Задача 4** Грузы, массы которых  $m_1$  и  $m_2$ , связаны нитью, перекинутой через блок. Второй груз находится на наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha$ . Первый груз висит на нити. Система движется под действием силы  $F$ , приложенной к первому грузу и направленной вертикально вниз. Коэффициент трения второго груза о плоскость равен  $\mu$ . Определить ускорение системы. Найти силу трения  $F_{\text{тр1}}$ , если на груз массой  $m_2$  положили груз массой  $m_3$ , при наличии которого система находится в состоянии покоя.

$$m_1, m_2, m_3$$

$$\alpha$$

$$F$$

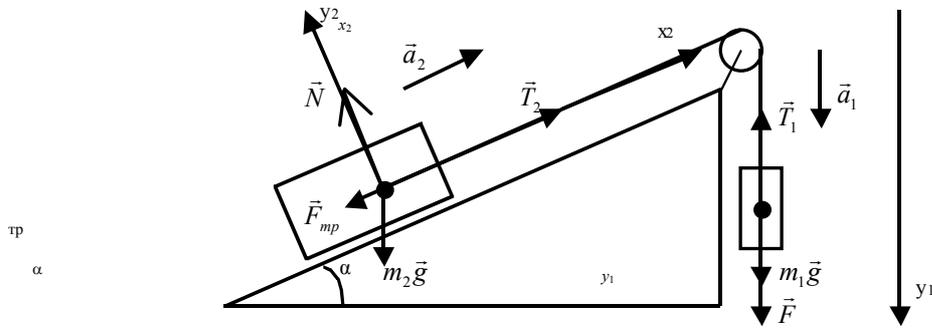
$$\mu$$

---

$$a, F_{\text{тр1}} - ?$$

Решение:

Рассмотрим движение каждого груза отдельно. На первый груз действуют:  $m_1\vec{g}$  – сила тяжести (рис. 2.1.3),  $\vec{F}$  – внешняя сила,  $\vec{T}_1$  – сила натяжения нити.



**Рис. 2.1.3**

Ускорение  $a_1$  направлено вниз. Второй закон Ньютона в проекции на ось  $y_1$  имеет вид:

$$F + m_1g - T_1 = m_1a_1.$$

На второе тело действуют:  $m_2\vec{g}$  – сила тяжести,  $\vec{T}_2$  – сила натяжения нити,  $\vec{N}$  – сила нормальной реакции плоскости,  $\vec{F}_{тр}$  – сила трения.

Ускорение второго тела направлено вдоль наклонной плоскости. Выбираем ось  $x_2$  направленной по ускорению  $\vec{a}_2$ , а ось  $y_2$  – перпендикулярно оси  $x_2$ . Запишем второй закон Ньютона в проекциях на оси  $x_2$  и  $y_2$ :

$$T_2 - F_{тр} - m_2g \sin \alpha = m_2a_2;$$

$$N - m_2g \cos \alpha = 0.$$

Следовательно,

$$N - m_2g \cos \alpha = 0;$$

$$F_{тр} = \mu N = \mu m_2g \cos \alpha;$$

$$T_2 - m_2g \sin \alpha - \mu m_2g \cos \alpha = m_2a_2.$$

Так как нить мы считаем нерастяжимой, то грузы движутся с одинаковым ускорением  $a_1 = a_2 = a$ . Невесомость нити означает, что натяжение нити на всех участках одинаково  $T_1 = T_2 = T$ .

Исключив из последнего уравнения  $T$ , получаем

$$a = \frac{F + m_1g - m_2g(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)}{m_1 + m_2}.$$

В соответствии с первым законом Ньютона сила трения, при условии, что тело находится в покое

$$F_{тр1} = |F + m_1g - (m_2 + m_3)g \sin \alpha|.$$

**Задача 5** Тело массой 100 кг движется по горизонтальной поверхности под действием силы 250 Н. Направление действия силы образует угол  $25^\circ$  с горизонтом и проходит через центр масс тела. Определить коэффициент трения, если тело движется с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ .

$$m = 100 \text{ кг}$$

$$F = 250 \text{ Н}$$

$$\alpha = 25^\circ$$

$$a = 1 \text{ м/с}^2$$

$f$  – ?

Решение:

Коэффициент трения – это отношение силы трения  $F_{тр}$  к силе реакции опоры  $N$ .

$$f = \frac{F_{тр}}{N}. \quad (*)$$

На тело действуют силы (рис. 2.1.4): сила тяжести  $mg$ , сила  $F$ , сила реакции опоры  $N$  и сила трения  $F_{\text{тр}}$ . По второму закону Ньютона,

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{F} + \vec{N} + \vec{F}_{\text{тр}}.$$

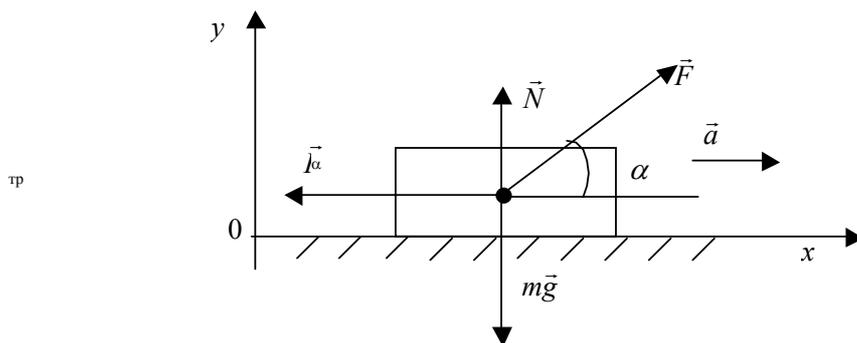


Рис. 2.1.4

Запишем это уравнение в проекциях на координатные оси:

$$ma = F \cos \alpha + -F_{\text{тр}} \quad (\text{ось } x);$$

$$0 = F \sin \alpha + N - mg \quad (\text{ось } y).$$

Тогда получим:

$$F_{\text{тр}} = F \cos \alpha - ma;$$

$$N = mg - F \sin \alpha.$$

Подставляем полученные выражения силы трения и силы реакции опоры в формулу (\*):

$$f = \frac{F \cos \alpha - ma}{mg - F \sin \alpha}.$$

Вычисляем  $f$ :

$$f = \frac{250 \cdot 0,91 - 100 \cdot 1}{100 \cdot 9,8 - 250 \cdot 0,72} \approx 0,16.$$

Ответ:  $f \approx 0,16$ .

Задачи для самостоятельного решения

1) Вагон массой 20 т движется равнозамедленно с ускорением  $0,3 \text{ м/с}^2$  и начальной скоростью 54 км/ч. Найти силу торможения, действующую на вагон, время движения вагона до остановки и перемещение вагона.

2) Гоночный автомобиль массой  $m = 2 \text{ т}$  разгоняется до скорости  $v = 6 \text{ с}$ . Считая движение автомобиля равноускоренным, найти силу  $F$ , с которой в горизонтальном направлении действует автомобиль на поверхность трассы.

3) Масса первого вагона  $m_1$  больше массы второго вагона  $m_2$  на  $m = 5 \text{ т}$ . Каковы массы вагонов, если под действием одинаковых сил они приобретут ускорения  $a_1 = 1 \text{ м/с}^2$  и  $a_2 = 1,1 \text{ м/с}^2$ ? Трением пренебречь.

4) Масса легкового автомобиля  $m = 1$  т, грузового  $m = 4$  т. Сила тяги грузовика  $F_k$  в два раза больше, чем у легкового автомобиля  $F_a$ . Определить отношение ускорения автомобиля  $a_a$  к ускорению грузовика  $a_k$ . Трением пренебречь.

5) Тело массой 3 кг падает в воздухе с ускорением  $8 \text{ м/с}^2$ . Найти силу сопротивления воздуха.

6) Груз массой 50 кг равномерно поднимают с помощью каната вертикально вверх в течение 2 с на высоту 10 м. Определить силу натяжения каната.

Подъемный кран поднимает плиту массой  $m = 1000$  кг с ускорением  $a = 0,2 \text{ м/с}^2$ . Определить силу натяжения  $F$  троса подъемного крана.

7) Лифт, на полу которого лежит предмет, поднимается с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}$ . Какова сила давления  $P$  предмета на пол лифта? Масса предмета  $m = 3$  кг.

8) Человек массой 70 кг поднимается в лифте, движущемся равнозамедленно вертикально вверх с ускорением  $1 \text{ м/с}^2$ . Определить силу давления человека на пол кабины лифта.

9) В лифте, который опускается с ускорением  $a = 2 \text{ м/с}^2$ , находится пассажир, масса которого  $m = 70$  кг. Чему равна в этот момент сила  $P$ , с которой пассажир давит на пол лифта?

10) Поезд трогается на горизонтальном участке пути, развивая силу тяги  $F_t = 4 \cdot 10^5$  Н. Определить силу сопротивления  $F_c$  движению поезда (масса  $m = 10^6$  кг), если он за 1 мин набирает скорость  $v = 54$  км/ч. Силу сопротивления на данном участке пути считать постоянной.

11) Камень при падении с высоты  $h = 25$  м имел скорость в момент падения  $v = 20$  м/с. Чему равна средняя сила сопротивления  $F_c$  воздуха при падении камня? Масса камня  $m = 1$  кг.

12) Брусок массой  $m = 2$  кг тянут равномерно по доске, расположенной горизонтально, с помощью пружины жесткостью  $k = 100$  Н/м. Коэффициент трения  $\mu = 0,2$ . Найдите удлинение пружины  $x$ .

13) На тело массой  $m = 2$  кг, лежащее на горизонтальной поверхности, действуют две силы  $F_1 = 6$  Н и  $F_2 = 8$  Н, направленные горизонтально и перпендикулярные друг к другу. Определить ускорение тела  $a$ . Коэффициент трения  $\mu = 0,2$ .

14) Тело массой  $m = 1$  кг брошено под углом к горизонту. В наивысшей точке траектории его ускорение равнялось  $a = 11 \text{ м/с}$ . Какая сила сопротивления  $F_c$  действовала на тело в этот момент?

15) В вагоне, движущемся горизонтально с ускорением  $a = 0,2 \text{ м/с}$ , висит на шнуре груз, масса которого  $m = 300$  г. Найти натяжение шнура  $T$  и угол отклонения шнура от вертикали  $\alpha$ .

16) Груз массой 45 кг перемещается по горизонтальной плоскости под действием силы 294 Н, направленной под углом  $30^\circ$  к горизонту. Коэффициент трения груза о плоскость 0,1. Определить ускорение движения груза.

17) Тело скользит равномерно по наклонной плоскости с углом наклона  $40^\circ$ . Определить коэффициент трения о плоскость.

18) Автомобиль с массой 1 т поднимается по шоссе с уклоном  $30^\circ$  под действием силы тяги 7кН. Коэффициент трения между шинами автомобиля и поверхностью шоссе 0,1. Найти ускорение автомобиля.

19) Тело массой 200 г свободно падает вертикально вниз с ускорением  $9,2 \text{ м/с}^2$ . Чему равна средняя сила сопротивления воздуха?

20) С какой силой груз массой 100 кг давит на дно кабины, если кабина поднимается вертикально вверх с ускорением  $24,5 \text{ см/с}^2$ ?

21) Тело (масса  $k = 5$  кг) движется горизонтально под действием постоянной силы  $F = 50$  Н, образующей с горизонтом угол  $\alpha = 30^\circ$ . Коэффициент трения скольжения  $\mu = 0,1$ . Определить ускорение тела  $a$ , если сила  $F$  действует: а) снизу вверх; б) сверху вниз.

22) Тело движется вверх по вертикальной стене под действием силы  $F = 20$  Н, направленной под углом  $\alpha = 30^\circ$  к вертикали. Коэффициент трения тела о стену  $\mu = 0,4$ , масса тела  $m = 1$  кг. Найти ускорение тела  $a$ .

23) Тело соскальзывает с наклонной плоскости с углом наклона  $\alpha = 30^\circ$ . На первых  $k = 1/3$  пути коэффициент трения  $\mu_1 = 0,5$ . Определить коэффициент трения  $\mu_2$  на оставшемся отрезке пути, если у основания наклонной плоскости скорость тела равна нулю.

24) На каком расстоянии от перекрестка начинает тормозить шофер при красном свете светофора, если автомобиль движется в гору с углом наклона  $30^\circ$  со скоростью 60 км/ч? Коэффициент трения между шинами и дорогой 0,1.

25) К концам нити, перекинутой через блок, прикреплены грузы, массы которых  $m_1 = 3$  кг и  $m_2 = 1$  кг. Первоначально грузы находились на одном уровне. Определить, на какое расстояние по вертикали разойдутся грузы через  $t = 1$  с после начала движения. Найти силу натяжения нити  $T$ .

26) По поверхности льда (силой трения пренебречь) с силой  $F$  толкают четыре бруска, каждый из которых имеет массу  $m$  (рис. 2.1.5). Найти ускорение каждого бруска  $a$  и силу, действующую со стороны первого бруска на второй  $F_1$ , со стороны второго на третий  $F_2$  и со стороны третьего на четвертый  $F_3$ .

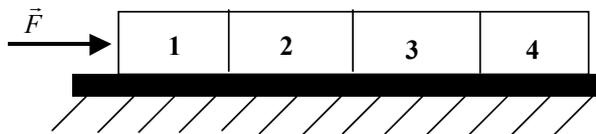


Рис. 2.1.5

27) Система из двух грузов, массы которых  $m_1$  и  $m_2$ , расположена на призме с углом при основании  $\alpha$  (рис. 2.1.6). Призма находится на гладкой поверхности. При каком соотношении масс призма придет в движение, если коэффициент трения между грузом  $m_1$  и плоскостью равен  $\mu$ .

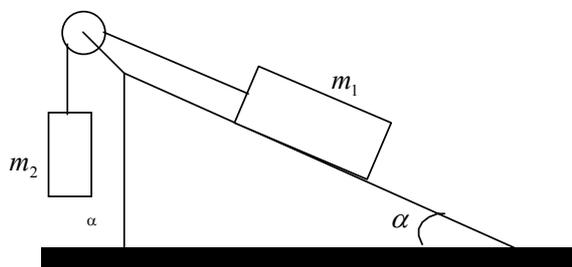


Рис. 2.1.6

28) Нагруженный автомобиль трогается с места с ускорением  $0,2 \text{ м/с}^2$ , а пустой – с ускорением  $0,3 \text{ м/с}^2$  при той же силе тяги. Чему равна масса груза, если масса автомобиля 4 т?

29) Под действием двух взаимно перпендикулярных сил, равных 3 и 4 Н, тело из состояния покоя за 2 с переместилось на 20 м по направлению равнодействующей силы. Определить массу тела.

30) Постоянная вертикальная сила поднимает груз массой 1 кг за 1 с на высоту 2 м из состояния покоя. Чему равна эта сила?

31) Найти ускорение свободного падения на поверхности астероида диаметром 30 км, считая плотность вещества астероида такой же, как и Земли. Диаметр Земли считать равным 12800 км.

32) Материальная точка массой 0,1 кг движется под действием трех сил, модули которых равны 10 Н. Векторы сил лежат в одной плоскости и образуют два угла по  $60^\circ$ . С каким ускорением движется точка?

## 2.2 ИМПУЛЬС, РАБОТА, ЭНЕРГИЯ, ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ

Импульсом  $\vec{p}_i$  материальной точки называется векторная величина, равная произведению массы  $m_i$  точки на скорость  $\vec{v}_i$  ее движения:

$$\vec{p}_i = m_i \vec{v}_i.$$

Единица импульса  $[p] = 1 \text{ кг} \cdot 1 \text{ м/с} = 1 \text{ Н} \cdot \text{с}$ .

Если система состоит из  $n$  материальных точек, то ее импульс  $\vec{p}$  равен сумме импульсов всех точек системы:

$$\vec{p} = \sum_{i=1}^n \vec{p}_i = \sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i .$$

Закон сохранения импульса для замкнутой системы тел: в инерциальной системе отсчета векторная сумма импульсов системы тел с течением времени остается постоянной. Взаимодействие между телами приводит к изменению импульсов отдельных тел, к передаче импульса от одного тела к другому, но это не изменяет суммарный импульс всей системы.

Иногда уравнение второго закона Ньютона записывают в виде

$$\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v}) ,$$

где  $\vec{F}\Delta t$  – импульс силы;  $\Delta(m\vec{v}) = \vec{p}$  – импульс тела.

Примеры решения задач

**Задача 1** Снаряд, летящий со скоростью  $u = 16$  м/с, разорвался на два осколка, массы которых  $m_1 = 6$  кг и  $m_2 = 10$  кг. Скорость первого осколка  $v_1 = 12$  м/с и направлена под углом  $\alpha_1 = 60^\circ$  к скорости снаряда. Найти величину скорости второго осколка  $v_2$  и ее направление  $\alpha_2$  (рис. 2.2.1).

$u = 16$  м/с  
 $m_1 = 6$  кг  
 $m_2 = 10$  кг  
 $v_1 = 12$  м/с  
 $\alpha_1 = 60^\circ$

$v_2, \alpha_2 - ?$

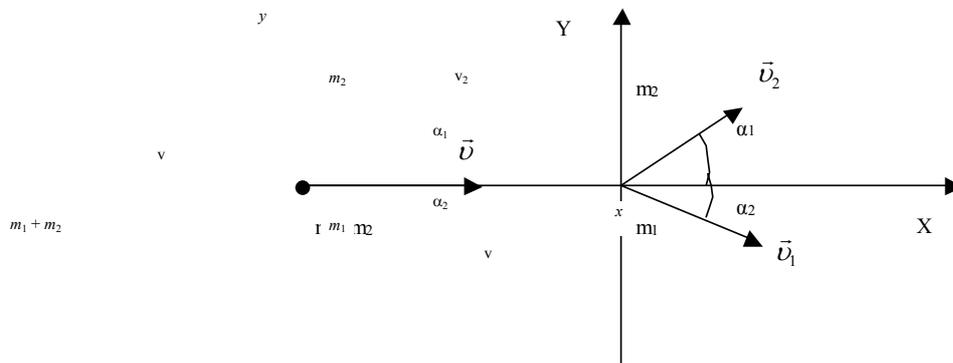


РИС. 2.2.1

Решение:

Закон сохранения импульса в данном случае запишется в виде:

$$(m_1 + m_2)\vec{u} = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 .$$

Проведем ось  $x$  в направлении движения снаряда, а ось  $y$  – перпендикулярно оси  $x$  и запишем закон сохранения импульса в проекциях на оси  $x$  и  $y$  соответственно:

$$(m_1 + m_2)u = m_1 v_1 \cos \alpha_1 + m_2 v_2 \cos \alpha_2; \quad (*)$$

$$0 = m_2 v_2 \sin \alpha_2 - m_1 v_1 \sin \alpha_1. \quad (**)$$

Из уравнения (\*\*) имеем  $\sin \alpha_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \sin \alpha_1$ , или  $\cos \alpha_2 = \sqrt{1 - \left(\frac{m_1 v_1}{m_2 v_2}\right)^2 \sin^2 \alpha_1}$ .

Подставив это в выражение (\*) получим:

$$(m_1 + m_2)u - m_1 v_1 \cos \alpha_1 = \sqrt{(m_2 v_2)^2 - (m_1 v_1)^2 \sin^2 \alpha_1}.$$

Возводя полученное уравнение в квадрат, выразим скорость второго тела  $v_2$ :

$$v_2 = \sqrt{(m_1 + m_2)^2 u^2 + m_1^2 v_1^2 - 2m_1(m_1 + m_2)uv_1 \cos \alpha_1} / m_2 = 22,9 \text{ м/с.}$$

Значение угла  $\alpha_2$  выразим из уравнения (\*\*)

$$\sin \alpha_2 = \frac{m_1 v_1}{m_2 v_2} \sin \alpha_1 = 0,272, \quad \alpha_2 = 15,8^\circ.$$

#### Задачи для самостоятельного решения

- 1) Тело массой 0,2 кг падает с высоты 1 м с ускорением 8 м/с<sup>2</sup>. Найти изменение импульса тела.
- 2) Молекула массой  $5 \cdot 10^{-26}$  кг, летит перпендикулярно стенке сосуда со скоростью 500 м/с, ударяется о стенку под углом 30° к перпендикуляру и отскакивает от нее под тем же углом и с той же по модулю скоростью. Найти импульс силы, полученный стенкой при ударе.
- 3) Снаряд массой 100 кг, летящий горизонтально вдоль железнодорожного пути со скоростью 500 м/с, попадает в вагон с песком массой 10 т и застревает в нем. Какую скорость получит вагон, если он двигался со скоростью 36 км/ч в направлении, противоположном движению снаряда?
- 4) Граната, летящая со скоростью 15 м/с, разорвалась на два осколка массами 6 и 14 кг. Скорость большего осколка возросла до 24 м/с по направлению движения. Найти скорость и направление движения меньшего осколка.
- 5) Метеорит и ракета движутся под углом 90° друг к другу. Ракета попадает в метеорит и застревает в нем. Масса метеорита  $m$ , масса ракеты  $m/2$ , скорость метеорита  $v$ , скорость ракеты  $2v$ . Определить импульс метеорита и ракеты после соударения.
- 6) Снаряд массой 20 кг, летит горизонтально со скоростью 500 м/с, попадает в платформу с песком массой 10 т и застревает в нем. Определить скорость, которую получила платформа от толчка.
- 7) Какую скорость получит неподвижная лодка, которая вместе с грузом имеет массу 200 кг, если пассажир в ней выстрелит в горизонтальном направлении? Масса пули 10 г, ее скорость 800 м/с.
- 8) Снаряд массой 50 кг летит вдоль рельсов со скоростью 600 м/с, попадает в платформу с песком массой 10 т и застревает в песке. Вектор скорости снаряда в момент падения образует угол 45° с горизонтом. Определить скорость платформы после попадания в нее снаряда, если платформа двигалась навстречу снаряду со скоростью 10 м/с.
- 9) Два шара массами 6 и 4 кг движутся вдоль одной прямой со скоростями 8 и 3 м/с. С какой скоростью они будут двигаться после удара, если: 1) первый шар догоняет второй; 2) шары движутся навстречу друг другу.
- 10) Лодка массой 150 кг и длиной 2 м покоится на поверхности пруда на расстоянии 0,7 м от берега и обращена к нему носом. Человек массой 70 кг, сидевший в лодке, переходит с ее носа на корму. Причаливает ли лодка к берегу?
- 11) Мяч массой 1 кг ударяется о вертикальную стену. Скорость его перед ударом равна 10 м/с и направлена под углом 30° к плоскости стенки. Найти импульс силы, передаваемый стенке при ударе, и среднюю силу удара. Длительность удара равна 1,1 с.

12) Летящий снаряд разорвался на два осколка с одинаковыми массами. Модули скоростей составляют 300 и 400 м/с, угол между векторами скоростей равен  $90^\circ$ . Найти скорость снаряда до разрыва.

13) Конькобежец массой 70 кг, стоя на коньках на льду, бросает в горизонтальном направлении камень массой 3 кг со скоростью 8 м/с. Найти на какое расстояние откатится конькобежец, если коэффициент трения 0,02.

14) Железнодорожную платформу массой 20 т, движущуюся по горизонтальному участку пути со скоростью 0,5 м/с, догоняет платформа массой 10 т, движущаяся со скоростью 2 м/с. Определить скорость движения платформы после сцепления.

15) Вагон массой 50 т движется со скоростью 9 км/ч и встречает неподвижную платформу массой 30 т. Вычислить расстояние, пройденное вагоном и платформой после сцепления. Коэффициент трения 0,05.

16) Тело, начальная скорость которого  $v_0 = 10$  м/с, движется прямолинейно с ускорением  $a = 1,5$  м/с<sup>2</sup>. Во сколько раз изменится импульс тела при прохождении им пути  $S = 100$  м?

17) Два тела (их массы  $m_1 = 1$  кг и  $m_2 = 2$  кг) движутся равномерно во взаимно перпендикулярных направлениях. Скорость первого тела  $v_1 = 3$  м/с, а второго  $v_2 = 2$  м/с. Определить импульс данной системы тел.

18) Спортсмен стреляет из ружья. Скорость пули после выстрела  $v = 500$  м/с, а ее масса  $m = 5$  г. Найти среднее значение силы  $F$ , с которой приклад в момент выстрела действует на плечо спортсмена, предполагая, что время действия этой силы  $\Delta t = 0,05$  с.

19) Стрела, летящая со скоростью  $v = 30$  м/с, попадает в мишень и останавливается за время  $\Delta t = 0,05$  с. Масса стрелы  $m = 0,25$  кг. Определить величину силы сопротивления  $F_c$ , предполагая, что она постоянна в интервале  $\Delta t$ .

20) При стрельбе из автомата средняя сила давления на плечо  $F = 15$  Н. Считая, что масса пули  $m = 10$  г, а ее скорость при вылете из ствола  $v = 300$  м/с, определить число выстрелов  $n$  в единицу времени.

21) Мяч массой  $m = 0,15$  кг подлетает к стенке под углом  $\alpha = 30^\circ$  со скоростью  $v = 10$  м/с и упруго отскакивает от нее. Средняя сила, действующая на мяч со стороны стенки  $F = 15$  Н. Определить продолжительность удара  $\Delta t$ .

22) Бильярдный шар, масса которого  $m = 0,2$  кг, движется со скоростью  $v = 2$  м/с. Перпендикулярно к его скорости в течение времени  $\Delta t = 0,01$  с на него действуют с силой  $F = 30$  Н. Найти абсолютную величину импульса  $p$  шара после действия силы  $F$ . Трением пренебречь.

23) Пуля, масса которой  $m$ , вылетает из пистолета массой  $M$  с горизонтальной скоростью  $v$  относительно Земли. Определить скорость  $u$  отдачи пистолета.

24) Начиная игру в бильярд, по группе близко расположенных шаров ударили шаром, масса которого  $m = 250$  г, а скорость  $v = 10$  м/с. Найти суммарный импульс всех шаров  $p$  после удара.

25) Два хоккеиста, движущихся навстречу друг другу, сталкиваются и далее движутся вместе. Первый хоккеист, масса которого  $m_1$  кг двигался со скоростью  $v_1 = 3$  м/с, а скорость второго при массе  $m_2 = 80$  кг была равна  $v_2 = 6$  м/с. В каком направлении и с какой скоростью  $v$  они будут двигаться после столкновения?

26) Орудие, стоящее на гладкой горизонтальной площадке, стреляет под углом  $\alpha = 30^\circ$  к горизонтальной поверхности. Масса снаряда  $m = 20$  кг, его начальная скорость  $v = 200$  м/с. Какую скорость  $u$  получит орудие при выстреле, если его масса  $M = 500$  кг? Найти модуль приращения импульса снаряда  $|\Delta \vec{p}|$  за время полета до падения на Землю.

27) Снаряд, масса которого  $m = 40$  кг, летящий со скоростью  $v = 600$  м/с под углом  $\alpha = 60^\circ$  к горизонту, попадает в платформу с песком и застревает в ней. Определить скорость платформы после падения снаряда  $u$ , если ее масса  $M = 20$  т.

28) Ракета, масса которой  $m_1 = 2$  т, летит со скоростью  $v_1 = 600$  м/с. От ракеты отделяется головная ступень массой  $m_2 = 500$  кг, которая движется в направлении первоначального полета со скоростью  $v_2 = 800$  м/с. С какой скоростью  $v$  летит оставшаяся часть ракеты?

29) С железнодорожной платформы, движущейся со скоростью  $u$ , выстрелили из пушки. Общая масса платформы с пушкой, закрепленной на ней, и снарядами  $M$ , масса снаряда  $m$ , его скорость относительно прежней скорости платформы  $v$ . Какова скорость платформы после выстрела  $u_1$ , если направление выстрела: а) совпадает с направлением движения платформы; б) противоположно; в) перпендикулярно ему; г) составляет с направлением движения платформы угол  $\alpha$ ?

30) Плот, масса которого  $m_1 = 200$  кг движется вдоль берега по воде со скоростью  $v_1 = 2$  м/с. На него с берега со скоростью  $v_2 = 5$  м/с перпендикулярно направлению скорости плота прыгает человек. С какой скоростью  $v$  будет двигаться плот с человеком, если масса человека  $m_2 = 60$  кг?

31) Тележка массой  $m_1 = 200$  кг движется со скоростью  $v_0 = 3$  м/с вместе с находящимся на ней человеком, масса которого  $m_2 = 60$  кг. С какой скоростью относительно тележки должен бежать человек по тележке в направлении движения, чтобы скорость тележки уменьшилась вдвое ( $k = 2$ )?

32) Призма, масса которой  $M$ , а угол наклона  $\alpha$ , находится на гладкой горизонтальной поверхности льда. На призме стоит человек, масса которого  $m$ . С какой скоростью  $u$  будет двигаться призма, если человек пойдет вверх по поверхности призмы со скоростью  $v$  относительно нее? Трением между призмой и льдом пренебречь.

33) Человек, масса которого  $m = 70$  кг, стоит на корме лодки, находящейся на озере. Длина лодки  $l = 5$  м, ее масса  $M = 280$  кг. Человек переходит на нос лодки. На какое расстояние  $S$  передвинется человек относительно дна озера? Сопротивлением воды пренебречь.

### 2.3 МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА. МОЩНОСТЬ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ ЭНЕРГИИ

Работой постоянной силы называется величина

$$A = F s \cos \alpha,$$

где  $F$  – сила, действующая на тело;  $s$  – перемещение тела под действием силы;  $\alpha$  – угол между направлениями силы и перемещения.

Мощностью называется величина

$$N = A/t,$$

где  $t$  – время, за которое совершается работа.

Если движение равномерное, то

$$N = F v,$$

где  $v$  – скорость равномерного движения.

Коэффициентом полезного действия (к.п.д.) механизма называется величина

$$\eta = \frac{A_{\text{п}}}{A_{\text{з}}}, \quad \eta = \frac{N_{\text{п}}}{N_{\text{з}}}, \quad \eta = \frac{W_{\text{п}}}{W_{\text{з}}},$$

где  $A_{\text{п}}(N_{\text{п}}, W_{\text{п}})$  – полезная работа (мощность, энергия) механизма;  $A_{\text{з}}(N_{\text{з}}, W_{\text{з}})$  – затраченная механизмом работа (мощность, энергия).

Различают два вида механической энергии: кинетическую и потенциальную.

Движущееся тело обладает кинетической энергией

$$W_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2},$$

где  $m$  – масса движущегося тела;  $v$  – скорость тела.

Тело, поднятое над поверхностью Земли, обладает потенциальной энергией

$$W_{\text{п}} = mgh,$$

где  $h$  – высота тела над поверхностью Земли.

Сжатая или растянутая пружина обладает потенциальной энергией

$$W_{\text{п}} = \frac{kx^2}{2},$$

где  $k$  – жесткость пружины;  $x$  – сжатие (или растяжение) пружины.

Под полной механической энергией  $W$  – понимают сумму кинетической и потенциальной энергий:

$$W = W_k + W_{п} .$$

Изолированной системой тел называется такая система, на которую не действуют силы со стороны тел, не входящих в эту систему.

В изолированной системе тел полная механическая энергия системы остается постоянной (закон сохранения механической энергии). Для тела, движущегося со скоростью  $v$  на высоте  $h$  над поверхностью Земли, уравнение закона сохранения механической энергии имеет вид

$$\frac{mv^2}{2} + mgh = \text{const} .$$

В случае, если на тело или систему тел действуют внешние силы (например, сила трения, сила тяги), закон сохранения механической энергии не выполняется. В этом случае выполнимо следующее соотношение:

$$A = \Delta W = W - W_0 ,$$

где  $A$  – работа внешних сил, действующих на тело;  $W$  и  $W_0$  – конечная и начальная механическая энергии тела;  $\Delta W$  – изменение полной механической энергии тела.

Примеры решения задач

**Задача 1** Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в вал и проходит до остановки 0,5 м. Определить силу сопротивления вала движению пули, если ее масса 24 г.

$$v_0 = 400 \text{ м/с}$$

$$s = 0,5 \text{ м}$$

$$m = 24 \text{ г} = 2,4 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$$

---


$$F - ?$$

Решение:

Проведем ось  $x$  в направлении движения пули (рис. 2.3.1). Так как  $\alpha = \pi$ , то  $\cos \alpha = -1$ , тогда

$$A = -Fs .$$

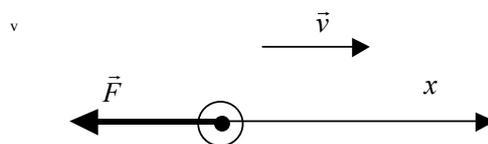


РИС. 2.3.1

Иначе:

$$A = W - W_0 . \quad (*)$$

Для данного случая  $W = 0$  (пуля остановилась), а

$$W_0 = \frac{mv_0^2}{2} .$$

Подставим полученные выражения в (\*):  $W_k = -\frac{mv_0^2}{2}$ , откуда

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{gt^2}{2} \\ v_y = gt \end{array} \right\}; \quad F = \frac{2,4 \cdot 10^{-2} \cdot 400^2}{2 \cdot 0,5} \text{ Н} \approx 3,8 \text{ кН.}$$

Ответ:  $F \approx 3,8 \text{ кН}$ .

**Задача 2** На горизонтальном участке пути длиной 3 км скорость автомобиля увеличилась с 36 до 72 км/ч. Масса автомобиля 3 т. Коэффициент трения 0,01. Определить работу, совершенную двигателем автомобиля, и его среднюю мощность.

$$\begin{aligned} m &= 3 \text{ т} = 3 \cdot 10^3 \text{ кг} \\ v_1 &= 36 \text{ км/ч} = 10 \text{ м/с} \\ v_2 &= 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с} \\ s &= 3 \text{ км} = 3 \cdot 10^3 \text{ м} \\ f &= 0,01 \end{aligned}$$

$A - ? \quad N_{\text{ср}} - ?$

Решение:

Двигатель автомобиля совершает работу против силы трения и работу по увеличению скорости (т.е. работу по увеличению кинетической энергии автомобиля):

$$A = F_{\text{тр}}s + \left( \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \right).$$

Но так как  $F_{\text{тр}} = fmg$ , то

$$A = fmg + \left( \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} \right).$$

Средняя мощность

$$N_{\text{ср}} = F_{\text{т}} v_{\text{ср}},$$

где  $F_{\text{т}}$  – сила тяги автомобиля.

Работа, совершенная двигателем автомобиля, есть  $A = F_{\text{т}}s$ . Отсюда

$$F_{\text{т}} = A/s.$$

Так как движение автомобиля равноускоренное, средняя скорость автомобиля

$$v_{\text{ср}} = (v_1 + v_2)/2.$$

Таким образом, получаем

$$N_{\text{ср}} = A(v_1 + v_2)/(2s).$$

Вычислим  $A$  и  $\frac{v_y}{v_x}$ :

$$A = 0,01 \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 9,8 \cdot 3 \cdot 10^3 + \frac{3 \cdot 10^3 \cdot 400 - 3 \cdot 10^3 \cdot 100}{2} = 1,3 \cdot 10^6 \text{ Дж};$$

$$N_{\text{cp}} = \frac{1,3 \cdot 10^6 (10 + 20)}{3 \cdot 10^3 \cdot 2} = 6,5 \cdot 10^3 \text{ Вт.}$$

Отвeт:  $A = 1,3 \cdot 10^6$  Дж,  $N_{\text{cp}} = 6,5 \cdot 10^3$  Вт.

**Задача 3** Тело массой 30 кг поднимают постоянной силой на высоту 10 м в течение 5 с. Определить работу этой силы. Начальная скорость тела равна нулю.

$$\begin{aligned} m &= 30 \text{ кг} \\ h &= 10 \text{ м} \\ t &= 5 \text{ с} \\ v_0 &= 0 \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_

$A - ?$

Решение:

В результате работы, совершенной силой, потенциальная энергия тела увеличилась до  $E_{\text{п}} = mgh$  и тело получило кинетическую энергию  $E_{\text{к}} = 1/2 mv^2$ . Таким образом, работа

$$A = E_{\text{п}} + E_{\text{к}} = mgh + \frac{mv^2}{2}.$$

Скорость  $v$  найдем из формулы

$$h = v_{\text{cp}} t = \frac{vt}{2},$$

так как тело движется равноускоренно ( $v_0 = 0$ ). Отсюда

$$v = \frac{2h}{t}.$$

Окончательно имеем

$$A = mgh + 2mh^2 / t^2;$$

$$A = 30 \cdot 9,8 \cdot 10 + \frac{2 \cdot 3 \cdot 100}{25} = 3180 \text{ Дж.}$$

Отвeт:  $A = 3180$  Дж.

**Задача 4** Средняя мощность двигателя подъемного крана  $N = 7,5$  кВт, его коэффициент полезного действия  $\eta = 80\%$ . Определить массу груза, который можно поднять равноускоренно на высоту  $H = 25$  м за время  $t = 25$  с.

$$\begin{aligned} N &= 7,5 \text{ кВт} \\ \eta &= 80 \% \\ H &= 25 \text{ м} \\ t &= 25 \text{ с} \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_

$m - ?$

Решение:

Работу силы натяжения троса крана  $F$  (рис. 2.3.2) запишем в виде

$$A = FH \cos \alpha,$$

где  $\alpha = 0$  – угол между направлением силы  $F$  и перемещением  $H$ .

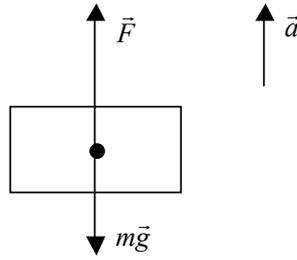


Рис. 2.3.2

Величину силы  $F$  определим исходя из второго закона Ньютона, записанного для груза:  $F - mg = ma$  или  $F = m(g + a)$ .

Из уравнения равноускоренного движения  $H = at^2 / 2$  определяем величину ускорения  $a = 2H / t^2$ . Следовательно,  $F = m(g + 2H / t^2)$ ,  $A = m(g + 2H / t^2)H$ .

Работу  $A_3$ , затраченную краном, выражаем через среднюю мощность двигателя:  $A_3 = Nt$ .

По определению кпд:

$$\eta = (A / A_3) \cdot 100\%, \quad Nt\eta = m(g + 2H / t^2)H \cdot 100\%.$$

Отсюда 
$$m = \frac{Nt^3\eta}{(gt^2 + 2H)H \cdot 100\%} = 607 \text{ кг.}$$

Ответ:  $m = 607$  кг.

**Задача 5** Тело бросили с поверхности Земли под некоторым углом к горизонту с начальной скоростью  $v_0 = 15$  м/с (рис. 2.3.3). На какой высоте  $h$  его кинетическая энергия составляет  $k = 1/3$  от первоначальной? При каких углах бросания  $\alpha$  задача имеет решение?

$$v_0 = 15 \text{ м/с}$$

$$k = 1/3$$

$$h - ?$$

$$\alpha - ?$$

Решение:

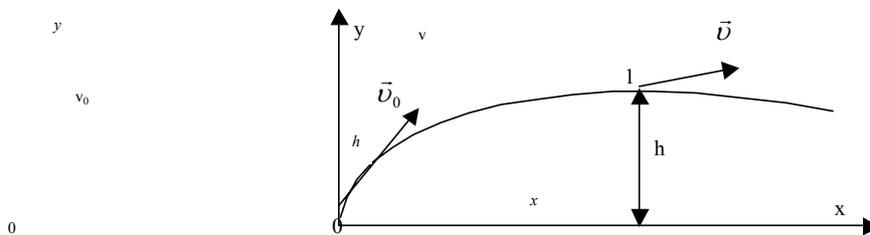


Рис. 2.3.3

Используем закон сохранения механической энергии тела. В момент бросания тело обладает только кинетической энергией

$$E_{k0} = m v_0^2 / 2.$$

На искомой высоте  $h$  (точка 1) тело обладает потенциальной энергией  $E_{п1} = mgh$  и некоторой кинетической энергией  $E_{к1}$ .

По закону сохранения энергии:

$$E_{к0} = E_{п1} + E_{к1}. \quad (1)$$

По условию задачи:

$$E_{к1} = kE_{к0} = kmv_0^2 / 2.$$

Тогда уравнение (1) примет вид:

$$mv_0^2 / 2 = mgh + kmv_0^2 / 2.$$

Отсюда 
$$h = (1 - k)v_0^2 / (2g) = 7,65 \text{ м}.$$

Наибольшая высота подъема тела над поверхностью Земли  $H = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g}$ . Очевидно, что данная задача имеет решение, если  $h = \frac{(1 - k)v_0^2}{2g} \leq H$ . Отсюда  $\sin \alpha \geq \sqrt{1 - k} = \sqrt{\frac{2}{3}}$ ,  $\alpha \geq 54^\circ$ .

Ответ:  $h = 7,65 \text{ м}$ ,  $\alpha \geq 54^\circ$ .

Задачи для самостоятельного решения

1) Материальная точка, масса которой  $m = 1,5 \text{ кг}$ , перемещается вверх по наклонной плоскости по желобу под действием силы  $F = 30 \text{ Н}$ , направленной под углом  $\alpha = 20^\circ$  к плоскости, на расстояние  $S = 2 \text{ м}$ . Угол наклона плоскости  $\beta = 30^\circ$ . Найти работу  $A$ , совершенную силой  $F$  и скорость материальной точки в конце движения  $v$ , предполагая что в начале движения скорость была равной нулю. Силой трения пренебречь.

2) Вычислить работу  $A$ , совершаемую при равноускоренном подъеме груза на высоту  $h = 4 \text{ м}$  за время  $t = 2 \text{ с}$ . Масса груза  $m = 100 \text{ кг}$ .

3) Сила тяги локомотива  $F = 250 \text{ кН}$ , мощность  $N = 3000 \text{ кВт}$ . За какое время  $t$  поезд пройдет  $S = 10,8 \text{ км}$ , если он движется равномерно?

4) Тело равномерно перемещается по горизонтальной поверхности под действием силы, направленной вверх под углом  $\alpha = 45^\circ$  к горизонту. Работа этой силы на пути  $S = 6 \text{ м}$  равна  $A = 20 \text{ Дж}$ . Масса тела  $m = 2 \text{ кг}$ . Найти коэффициент трения с поверхностью  $\mu$ .

5) Тепловоз (масса  $m = 60 \text{ т}$ ) равномерно поднимается в гору с уклоном  $\alpha = 4^\circ$ . Коэффициент трения  $\mu = 0,03$ . Определить развиваемую тепловозом мощность  $N$  при скорости движения  $v = 36 \text{ км/ч}$ .

6) Определить полную механическую энергию тела  $E$  относительно поверхности Земли, если на расстоянии  $h = 4 \text{ м}$  от поверхности Земли его скорость составляет  $v = 6 \text{ м/с}$ . Масса тела  $m = 2 \text{ кг}$ .

7) Прямолинейное движение материальной точки описывается формулой  $x = (8 + 6t - 2t^2) \text{ м}$ . Найти кинетическую энергию точки  $E_k$  через  $t = 1 \text{ с}$  от начала движения. Масса материальной точки  $m = 0,2 \text{ кг}$ .

8) Определить массу тела  $m$ , если его кинетическая энергия  $E_k = 2 \text{ кДж}$ , а импульс  $p = 4 \text{ кг} \cdot \text{м/с}$ .

9) Какую работу  $A$  надо совершить, чтобы заставить тело массой  $m = 1 \text{ кг}$  увеличить свою скорость с  $v_1 = 3 \text{ м/с}$  до  $v_2 = 5 \text{ м/с}$  при движении без трения по горизонтальной поверхности?

10) Человек с постоянной скоростью поднимает из колодца глубиной  $h = 5 \text{ м}$  ведро с водой, масса которого  $m = 7 \text{ кг}$ . Время подъема  $t = 10 \text{ с}$ . Найти развиваемую человеком мощность  $N$ .

- 11) Какую массу воды  $m$  можно поднять из шахты глубиной  $h = 150$  м в течение  $t = 1$  ч, если мощность установки  $N = 7,5$  кВт?
- 12) Двигатель лифта развивает мощность  $N = 5$  кВт, масса лифта вместе с пассажирами  $m = 500$  кг. Найти время  $t$ , за которое лифт поднимается на высоту  $h = 10$  м. Скорость лифта постоянна. Потерями энергии на трение пренебречь.
- 13) Альпинист, масса которого  $m = 70$  кг, поднимается на высоту  $h = 3$  км. Определить проделанную им работу  $A$  по подъему своего тела на эту высоту и запасенную в результате подъема потенциальную энергию  $E_{\text{п}}$ .
- 14) Спортсмен выпускает из лука стрелу, масса которой  $m = 0,3$  кг, со скоростью  $v = 20$  м/с. Тетива действует на стрелу в течение времени  $\Delta t = 0,1$  с. Найти мощность, развиваемую луком при выстреле, предполагая, что в течение выстрела она не изменяется.
- 15) Моторная лодка движется со скоростью  $v = 18$  км/ч. При этом двигатель лодки развивает мощность  $N = 1$  кВт. Считая, что половина мощности ( $k = 1/2$ ) расходуется на преодоление силы сопротивления воды  $F_c$ , найти величину этой силы.
- 16) Тело, масса которого  $m = 3$  кг, свободно падает вблизи поверхности Земли. Рассчитать мощность силы тяготения в конце первой ( $N_1$ ) и пятой ( $N_5$ ) секунды падения. Сопротивлением воздуха пренебречь, начальную скорость считать равной нулю.
- 17) Пуля, имеющая массу  $m = 10$  г, подлетает к доске толщиной  $d = 0,04$  м со скоростью  $v_1 = 600$  м/с и, пробив доску, вылетает со скоростью  $v_2 = 400$  м/с. Найти среднюю силу сопротивления  $F_c$  доски.
- 18) Пуля, летящая со скоростью 400 м/с, попадает в вал и проходит до остановки 0,5 м. Определить силу сопротивления вала движению пули, если ее масса 24 г.
- 19) Груз массой 2 кг падает с высоты 5 м и проникает в мягкий грунт на глубину 5 см. Определить среднюю силу сопротивления грунта.
- 20) Брусок скользит сначала по наклонной плоскости длиной 42 см и высотой 7 см, а потом по горизонтальной плоскости, после чего останавливается. Определить коэффициент трения, считая его везде одинаковым, если по горизонтальной плоскости брусок проходит до остановки расстояние 142 см.
- 21) Груз массой 0,5 кг падает с высоты на плиту массой 1 кг, укрепленную на пружине жесткостью  $k = 9,8 \cdot 10^2$  Н/м. Определить наибольшее сжатие пружины, если в момент удара груз обладал скоростью 5 м/с.
- 22) Уклон участка дороги равен 1 м на каждые 20 м пути. Спускаясь под уклон при выключенном двигателе, автомобиль движется равномерно со скоростью 60 км/ч. Определить мощность двигателя автомобиля, поднимающегося по этому уклону с той же скоростью. Масса автомобиля 1,5 т.
- 23) Определить работу подъема груза по наклонной плоскости и среднюю мощность подъемного устройства, если масса груза 100 кг, длина наклонной плоскости 2 м, угол ее наклона к горизонту  $30^\circ$ , коэффициент трения 0,1, ускорение при подъеме  $1$  м/с<sup>2</sup>. У основания наклонной плоскости груз находился в покое.
- 24) Шар массой  $m$ , подвешенный на нити длиной  $l$ , отклоняют на угол  $90^\circ$  от вертикали и отпускают. Определить силу максимального натяжения нити.
- 25) Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на легком жестком стержне и застревает в нем. Масса пули в 1000 раз меньше массы шара. Расстояние от точки подвеса стержня до центра 1 м. Найти скорость пули, если известно, что стержень с шаром отклонился от удара пули на угол  $10^\circ$ .
- 26) Человек, находящийся в вагонетке, толкает другую вагонетку. Обе вагонетки приходят в движение и через некоторое время останавливаются из-за трения. Определить отношение перемещений вагонеток до остановки, если масса первой вагонетки с человеком в три раза больше массы второй вагонетки.
- 27) Молот массой 400 кг падает на сваю массой 100 кг, вбитую в грунт. Определить среднюю силу сопротивления грунта, если известно, что при каждом ударе свая погружается в грунт на 5 см, а высота подъема молота 1,5 м.
- 28) Тело массой  $m$ , скатившись с горы высотой  $h$ , останавливается. Какую работу нужно совершить, чтобы поднять тело обратно на гору?
- 29) Поезд массой 500 т поднимается со скоростью 30 км/ч по уклону 10 м на 1 км пути. Коэффициент трения 0,002. Определить мощность, развиваемую локомотивом поезда.

30) Камень, скользящий по горизонтальной поверхности льда, останавливается, пройдя 48 м. Определить начальную скорость камня, если известно, что коэффициент трения 0,06.

31) Конькобежец массой 70 кг, стоя на льду, бросает в горизонтальном направлении шайбу массой 0,3 кг со скоростью 10 м/с. На какое расстояние откатится конькобежец, если коэффициент трения коньков о лед 0,02?

32) Ящик с песком массой 10 кг удерживается пружиной, жесткость которой 30 Н/см. Пуля массой 10 г, движущаяся со скоростью 500 м/с, попадает в ящик и застревает в нем. Определить, на сколько сожмется пружина.

33) Поезд в метро между станциями движется с постоянной скоростью 60 км/ч. При этом его моторы потребляют мощность 1 МВт. Чему равна сила сопротивления движению, если КПД его моторов равен 80 %?

34) Молотком массой 0,5 кг ударяют по гвоздю. Скорость молотка при ударе 3 м/с. Определить среднюю силу сопротивления, если гвоздь вошел в доску на 24 м. Массой гвоздя пренебречь.

### Часть 3

## ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МОЛЕКУЛЯРНО - КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ. ТЕРМОДИНАМИКА

### 3.1 СВОЙСТВА ГАЗОВ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ. ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ

Количеством вещества называется физическая величина, равная числу структурных элементов – молекул, атомов или ионов, из которых состоит вещество. Так как массы отдельных структурных элементов (например, молекул) отличаются друг от друга, то одинаковые количества разных веществ имеют разную массу. Для измерения количества вещества вводят единицу, которую называют молем.

Моль – это количество однородного вещества, которое содержит столько же молекул, сколько содержится атомов в 0,012 кг углерода.

Число атомов (молекул или других структурных единиц), содержащихся в одном моле вещества, называется постоянной Авогадро  $N_A$ :

$$N_A = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}.$$

Масса одного моля вещества называется молярной массой.

Молярная масса равна  $\mu = mN_A$ , где  $m$  – масса одного структурного элемента (атома, молекулы, иона).

Количество вещества массой  $M$  определяется выражением

$$\nu = \frac{M}{\mu} = \frac{N}{N_A},$$

где  $N$  – число структурных элементов (атомов, молекул, ионов).

Состояние идеального газа характеризуют следующие параметры: давление  $p$ , объем  $V$ , температура  $T$  и масса  $m$ .

Если масса  $m$  остается постоянной, то поведение газа описывают три закона.

1 Закон Бойля – Мариотта (изотермический процесс) для данной массы газа при неизменной температуре произведение давления на объем газа – величина постоянная:

$$pV = \text{const.}$$

Для любых двух состояний газа закон Бойля – Мариотта можно записать в виде

$$p_1V_1 = p_2V_2 \quad \text{или} \quad pV = p_0V_0,$$

где  $V_0$  – объем данной массы газа при нормальном давлении.

2 Закон Шарля (изохорный процесс) – при постоянном объеме давление данной массы газа прямо пропорционально его температуре:

$$p = p_0 \frac{T}{T_0},$$

где  $p_0$  – давление газа при температуре  $T_0 = 273,15$  К.

3 Закон Гей-Люссака (изобарный процесс) – при постоянном давлении объем данной массы газа прямо пропорционален его температуре:

$$V = V_0 \frac{T}{T_0},$$

где  $V_0$  – объем газа при температуре  $T_0 = 273,15$  К.

Для процессов, в которых остается постоянной только масса газа  $m$ , а параметры  $p$ ,  $V$  и  $T$  изменяются, удобно использовать объединенный газовый закон: произведение давления данной массы газа на его объем, деленное на термодинамическую температуру, есть величина постоянная:

$$\frac{pV}{T} = \text{const}.$$

Параметры газа при нормальных условиях:

$$p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$T_0 = 273 \text{ }^\circ\text{C}.$$

Объем 1 моль любого газа занимает объем  $V_{0M} = 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Следовательно:

$$\frac{p_0V_{0M}}{T_0} = \text{const} = R = \frac{1,013 \cdot 10^5 \text{ Па} \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{ммоль}}{273 \text{ К}} = 8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}).$$

Уравнение состояния идеального газа для моля газа:

$$\frac{pV}{T} = R \quad \text{или} \quad pV = RT.$$

Для газа любой массы  $m$  имеем (уравнение Менделеева – Клайперона):

$$pV = (m/M)RT,$$

где  $m/M$  – число молей данного газа.

Примеры решения задач

**Задача 1** Найти количество вещества, концентрацию молекул и плотность газообразного кислорода, находящегося в объеме  $V = 100 \text{ м}^3$ . Молярная масса кислорода  $\mu = 0,032 \text{ кг}/\text{моль}$ . Масса кислорода  $m = 2 \text{ кг}$ .

$$V = 100 \text{ м}^3$$

$$\mu = 0,032$$

$$m = 2 \text{ кг}$$

---

$$v - ? \quad n - ? \quad \rho - ?$$

Решение:

Количество вещества выражается в молях, следовательно

$$v = m/\mu = 62,5 \text{ моль.}$$

Общее число молекул кислорода равно

$$N = N_A v,$$

где  $N_A$  – постоянная Авогадро.

Следовательно, концентрация молекул определяется как

$$n = N_A v / V = 3,76 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}.$$

Плотность газообразного кислорода

$$\rho = m/V = 0,02 \text{ кг/м}^3.$$

$$\text{Ответ: } v = 62,5 \text{ моль; } n = 3,76 \cdot 10^{23} \text{ м}^{-3}; \quad \rho = 0,02 \text{ кг/м}^3.$$

**Задача 2** Газообразный кислород, находящийся под давлением  $p_1 = 2 \cdot 10^5$  Па при температуре  $T_1 = 283$  К, после нагревания при постоянном давлении занял объем  $V_2 = 0,01 \text{ м}^3$ . Определить изменение объема, плотности и температуры газа. Молярная масса кислорода  $\mu = 0,032$  кг/моль, газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/моль · К. Масса кислорода  $m = 0,01$  кг.

$$p_1 = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$$

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$V_2 = 0,01 \text{ м}^3$$

$$\mu = 0,032 \text{ кг/моль}$$

$$R = 8,31 \text{ Дж/моль} \cdot \text{К}$$

$$m = 0,01 \text{ кг}$$

---

$$\Delta V - ? \quad \Delta \rho - ? \quad \Delta T - ?$$

Решение:

Запишем уравнение состояния идеального газа до расширения

$$p_1 V_1 = RT_1 m / \mu,$$

откуда  $V_1 = mRT_1 / (\mu p_1) = 3,67 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$  и  $\Delta V = V_2 - V_1 = 6,33 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ .

Плотность до расширения  $\rho_1 = m/V_1 = 2,72 \text{ кг/м}^3$ , плотность после расширения  $\rho_2 = m/V_2 = 1 \text{ кг/м}^3$ , поэтому  $\Delta \rho = \rho_1 - \rho_2 = 1,72 \text{ кг/м}^3$ .

Согласно изобарическому процессу  $\frac{V_1}{V_2} = \frac{T_1}{T_2}$ , в результате  $T_2 = V_2 T_1 / V_1 = 771 \text{ К}$  и  $\Delta T = T_2 - T_1 = 488 \text{ К}$ .

Задачи для самостоятельного решения

- 1) Вычислить массу одной молекулы  $m_1$  углекислого газа  $\text{CO}_2$ . Молярная масса углекислого газа  $\mu = 0,044$  кг/моль.
- 2) Сколько атомов  $N$  содержится в  $V = 1 \text{ см}^3$  алюминия? Молярная масса алюминия  $\mu = 0,027$  кг/моль, плотность  $\rho = 2,7 \cdot 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.
- 3) За время  $t_1 = 1$  ч полностью испарилась вода, масса которой  $m = 10$  г. Сколько молекул  $N$  вылетело с поверхности воды за время  $t_2 = 2$  с? Молярная масса воды  $\mu = 0,018$  кг/моль.
- 4) В сосуде находятся  $m_1 = 2$  кг азота и  $m_2 = 1$  кг водорода. Определить молярную массу  $\mu$  полученной смеси. Молярная масса азота  $\mu_1 = 28 \cdot 10^3$  кг/моль, водорода  $\mu_2 = 2 \cdot 10^3$  кг/моль.
- 5) Найти концентрацию молекул газа  $n$  при нормальных условиях.
- 6) Концентрация молекул газа  $n = 10^{21} \text{ м}^{-3}$ , температура  $t = 27$  °С. Чему равно давление в газе?
- 7) Давление газа в современной телевизионной трубке при комнатной температуре ( $t = 20$  °С составляет  $p = 10^{-9}$  атм. Каково число молекул  $N$  в  $V = 1 \text{ см}^3$ ?  $1 \text{ атм} = 10^5$  Па.
- 8) Объем пузырька воздуха при всплывании его со дна на поверхность увеличивается в три раза. Какова глубина озера?
- 9) В закрытом сосуде вместимостью 1 л содержится 12 кг кислорода. Найти давление кислорода при 15 °С.
- 10) Вычислить давление 1 моль молекул газа, занимающего при температуре 300 К объем 1 л.
- 11) Сколько молекул воздуха находится в комнате объемом  $240 \text{ м}^3$  при температуре 15 °С и давлении 105 Па?
- 12) Объем воздуха в комнате  $100 \text{ м}^3$ . Какова масса вышедшего из нее воздуха при повышении температуры от 10 до 25 °С, если атмосферное давление 102 кПа?
- 13) На сколько градусов  $\Delta T$  необходимо нагреть при неизменном давлении  $V_1 = 5$  л газа, находящегося при температуре  $t_1 = 27$  °С, чтобы его объем стал равным  $V_2 = 6$  л?
- 14) Газ, образующийся при сгорании угля, при выходе из печной трубы имеет температуру  $T_2 = 350$  К. При этом его объем уменьшается в  $n = 2$  раза, по сравнению с объемом топки. Определить первоначальную температуру газа  $T_1$ , считая, что давление газа не изменяется.
- 15) При какой температуре  $T_1$  находился газ, если при нагревании его на  $\Delta T = 60$  °С при постоянном давлении его объем увеличился на  $a = 15$  %?
- 16) Открытую пробирку с воздухом при атмосферной давлении медленно нагрели до некоторой температуры  $T_1$ , затем герметически закрыли и охладили до  $T_2 = 14$  °С. Давление воздуха при этом упало на  $a = 30$  %. До какой температуры была нагрета пробирка?
- 17) Определить плотность воздуха  $\rho$  при стандартных условиях  $p_0 = 10^5$  Па и  $T = 273$  К. Молярная масса воздуха  $\mu = 0,029$  кг/моль, газовая постоянная  $R = 8,31$  Дж/моль · К.
- 18) При какой температуре кислород ( $\mu = 0,032$  кг/моль) имеет плотность  $\rho = 7,2$  кг/м<sup>3</sup>? Давление газа принять равным  $p = 0,2 \cdot 10^6$  Па.
- 19) Один моль кислорода находится в объеме  $V = 11,2$  имеет температуру  $T = 0$ . Чему равно давление  $p$  газа?
- 20) Сколько молекул воздуха вылетает из помещения объемом  $V = 60 \text{ м}^3$ , если температура в нем повысилась от  $T_1 = 288$  К до  $T_2 = 298$  К. Атмосферное давление  $p_0 = 10^5$  Па.
- 21) Металлический баллон с кислородом хранится в помещении, где температура воздуха  $t_1 = 24$  °С. При этом манометр показывал давление  $p_1 = 0,23$  МПа. Когда баллон несли на улицу, где температура  $t_2 = -12$  °С, манометр показал  $p_2 = 0,19$  МПа. Определить, произошла ли утечка газа за время, прошедшее между двумя измерениями давления. Атмосферное давление  $p_0 = 0,1$  МПа.
- 22) В сосуде при температуре  $T_1$  находится газ под давлением  $p_1 = 1,6 \cdot 10^6$  Па. Определить давление газа в сосуде после того, как три четверти массы газа выпущено из сосуда, а температура возросла в 2 раза ( $T_2 = 2T_1$ ).
- 23) В цилиндре с площадью основания  $100 \text{ см}^2$  находится воздух. Поршень расположен на высоте 50 см от дна цилиндра. На поршень кладут груз массой 50 кг, при этом он опускается на 10 см. Найти температуру воздуха после опускания поршня, если до его опускания давление было равно 101 кПа, а температура 12 °С.
- 24) Найти плотность водорода при температуре 15 °С и давлении 98 кПа.

25) 10 г кислорода находятся под давлением 0,303 МПа при температуре 10 °С. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем 10 л. Найти объем газа до расширения и температуру газа после расширения.

26) Из баллона со сжатым водородом вместимостью 10 л из-за неисправности утекает газ. При 7 °С давление в баллоне 5 МПа. Давление не изменилось и при 17 °С. Определить, сколько газа утекло.

27) Определить плотность смеси, состоящей из 4 г водорода и 32 г кислорода, при температуре 7 °С и давлении 93 кПа.

28) Имеются два сосуда с газом: один вместимостью 3 л, другой 4 л. В первом сосуде газ находится под давлением 202 кПа, а во втором 101 кПа. Под каким давлением будет находиться газ, если эти сосуды соединить между собой? Температура в сосудах одинакова и постоянна.

29) Сколько молекул воздуха будет находиться в 1 см<sup>3</sup> сосуда при 10 °С, если воздух в сосуде откачан до давления 1,33 мкПа?

30) В озере на глубине 100 м при температуре 8 °С находится в равновесии шар массой 400 г, наполненный воздухом. Найти массу воздуха внутри шара, если атмосферное давление 99,7 кПа.

31) В одном баллоне емкостью 2 л давление газа  $0,33 \cdot 10^5$  Па, в другом, емкостью 6 л, давление газа  $0,66 \cdot 10^5$  Па. Баллоны соединяются трубкой. Какое давление установится в баллонах? Процесс считать изотермическим.

32) До какой температуры нужно нагреть колбу с воздухом при 20 °С, чтобы его плотность уменьшилась в 1,5 раза?

33) Найти массу одной молекулы водорода.

34) Сколько молекул воды содержится в капле массой 0,2 кг?

35) Вычислить массу одной молекулы озона O<sub>3</sub>, углекислого газа CO<sub>2</sub> и метана CH<sub>4</sub>.

### **3.2 ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ. РАБОТА В ТЕРМОДИНАМИКЕ**

Сумма кинетической и потенциальной энергий всех молекул называется внутренней энергией тела:

$$U = cmT .$$

Здесь  $c$  – удельная теплоемкость тела;  $m$  – масса тела;  $T$  – температура тела.

Изменение внутренней энергии тела может происходить в результате двух процессов: теплообмена и превращения механической энергии во внутреннюю энергию тела.

В первом процессе мерой измерения внутренней энергии  $\Delta U$  является количество теплоты  $Q$ , а во втором – механическая работа  $A$ .

В общем случае количество теплоты, сообщенное телу, идет на изменение внутренней энергии тела и на совершение телом работы над внешней средой:

$$Q = \Delta U + A .$$

Это уравнение является первым началом термодинамики.

Рассмотрим два частных случая изменения внутренней энергии.

1 Изменение внутренней энергии при теплообмене без совершения механической работы. В этом случае

$$Q = \Delta U .$$

Изменение внутренней энергии  $\Delta U$  можно подсчитать из следующих соотношений:

$$\Delta U = cm\Delta T$$

при нагревании или охлаждении;

$$\Delta U = \lambda m$$

при плавлении или отвердевании;

$$\Delta U = rm$$

при парообразовании или конденсации;

$$\Delta U = qm$$

при сгорании вещества.

Здесь  $c$  – удельная теплоемкость тела;  $\lambda$  – удельная теплота плавления;  $r$  – удельная теплота парообразования;  $q$  – удельная теплота сгорания;  $m$  – масса тела;  $\Delta T$  – изменение температуры.

2 Изменение внутренней энергии при совершении телом механической работы (без теплообмена с окружающей средой). В этом случае

$$0 = \Delta U + A,$$

откуда

$$\Delta U = -A.$$

Механическая работа  $A$  может быть подсчитана из следующих соотношений:

$$A = Fs \cos \alpha, \quad A = W - W_0,$$

где  $F$  – сила, действующая на тело;  $s$  – перемещение тела;  $W$ ,  $W_0$  – конечное и начальное значения полной механической энергии тела.

При наличии теплопотерь различают количество теплоты  $Q_{\text{п}}$ , идущее на изменение внутренней энергии тела (полезное количество теплоты), и полное количество теплоты  $Q_3$ . В этом случае вводят понятие коэффициента полезного действия (кпд)  $\eta$ :

$$\eta = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_3} 100 \%$$

Примеры решения задач

**Задача 1** Автомобиль, движущийся со средней скоростью 72 км/ч, развивает силу тяги 2500 Н. Коэффициент полезного действия двигателя автомобиля равен 25 %. Сколько бензина он тратит за час?

$$v = 72 \text{ км/ч} = 20 \text{ м/с}$$

$$F = 2500 \text{ Н}$$

$$\eta = 25 \%$$

$$t = 1 \text{ ч} = 3600 \text{ с}$$

$$q = 4,6 \cdot 10^7 \text{ Дж/кг}$$

---

$$m = ?$$

Решение:

При работе двигателя автомобиля сгорает бензин. Внутренняя энергия, которая выделяется при сгорании топлива, – это затраченное количество теплоты  $Q_3$ . Из формулы  $Q_3 = qm$  можно найти массу бензина:

$$m = Q_3 / q.$$

Коэффициент полезного действия  $\eta = \frac{Q_{\text{п}}}{Q_3}$ . Отсюда

$$Q_3 = Q_{\text{п}} / \eta .$$

Значение  $Q_{\text{п}}$  можно найти из формулы полезной работы:

$$A_{\text{п}} = N_{\text{п}} t ,$$

где  $N_{\text{п}} = F_{\text{т}} v$ .

Так как  $Q_{\text{п}} = A_{\text{п}}$ , то  $Q_{\text{п}} = F_{\text{т}} v t$  и

$$Q_3 = F_{\text{т}} / \eta; \quad m = F_{\text{т}} v t / (\eta q) .$$

Вычисляем  $m$ :

$$m = \frac{2500 \cdot 20 \cdot 3600}{0,25 \cdot 4,6 \cdot 10^7} \approx 15,6 \text{ кг} .$$

Ответ:  $m \approx 15,6$  кг.

**Задача 2** С какой скоростью должна лететь свинцовая пуля, чтобы при ударе о препятствие она расплавилась? Начальная температура пули была равна  $27^\circ\text{C}$ . Предполагается, что вся энергия движения пули превращается при ударе в теплоту.

$$t_1 = 27^\circ\text{C}$$

$$t_2 = 327^\circ\text{C}$$

$$c = 1,3 \cdot 10^2 \text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$$

$$\lambda = 2,5 \cdot 10^4 \text{ Дж/кг}$$

$v = ?$

Решение:

В момент удара о препятствие ее кинетическая энергия изменяется. Изменение кинетической энергии равно количеству выделившейся при ударе теплоты:  $\Delta E_{\text{к}} = Q$ . При этом теплота расходуется на нагревание и плавление свинца:

$$\Delta E_{\text{к}} = Q_1 + Q_2 ,$$

где  $\Delta E_{\text{к}} = \frac{mv^2}{2}$ ;  $Q_1 = cm(t_2 - t_1)$ ;  $Q_2 = \lambda m$ .

Производим подстановку и находим скорость  $v$ :

$$\frac{mv^2}{2} = cm(t_2 - t_1) + \lambda m ;$$

$$v^2 = 2[c(t_2 - t_1) + \lambda]; \quad v = \sqrt{2[c(t_2 - t_1) + \lambda]} .$$

Вычисляем  $v$ :

$$v = \sqrt{2(0,13 \cdot 10^3 \cdot 300 + 0,25 \cdot 10^5)} \approx 360 \text{ м/с} .$$

Ответ:  $v \approx 360$  м/с.

## Задачи для самостоятельного решения

- 1) Определить среднюю квадратичную скорость молекул кислорода при  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При какой температуре эта скорость равна  $500\text{ м/с}$ ?
- 2) Какое количество теплоты нужно сообщить  $2\text{ кг}$  льда, взятого при температуре  $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ , чтобы лед расплавить, а полученную воду нагреть до  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$  и выпарить?
- 3) В каком состоянии – твердом или жидком – находятся металлы: серебро, золото, медь, алюминий при температуре  $1000\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?
- 4) В латунный сосуд массой  $128\text{ г}$ , содержащий  $240\text{ г}$  воды при  $8,4\text{ }^{\circ}\text{C}$ , опущено металлическое тело массой  $192\text{ г}$ , нагретое до  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Окончательная температура в сосуде  $21,5\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Определить удельную теплоемкость тела.
- 5) Найти массу воды, превратившейся в пар, если в сосуд, содержащий  $1\text{ кг}$  воды при  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$  влить  $10\text{ кг}$  расплавленного свинца при температуре плавления. Сосуд латунный, его масса  $0,5\text{ кг}$ .
- 6) В сосуде, теплоемкость которого  $0,63\text{ кДж/К}$ , находится  $0,5\text{ л}$  воды и  $250\text{ г}$  льда при  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Какая установится температура после впуска в воду  $90\text{ г}$  водяного пара при температуре  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ ?
- 7) В сосуде, из которого быстро выкачивают воздух, находится небольшое количество воды при  $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Из-за испарения происходит замораживание воды. Какая часть воды превращается в лед?
- 8) При выстреле вертикально вверх свинцовая пуля достигла высоты  $1200\text{ м}$ . При падении, ударившись о землю, она нагрелась. Считая, что  $50\%$  всей энергии удара пошло на нагревание пули, рассчитать, на сколько повысилась ее температура.
- 9) Коэффициент полезного действия (кпд) тепловой машины равен  $30\%$ . Чему был равен кпд, если бы потери теплоты уменьшились в  $2$  раза?
- 10) При какой скорости свинцовая пуля, ударившись о преграду, плавится? Температура пули до удара  $100\text{ }^{\circ}\text{C}$ . При ударе  $60\%$  энергии пули превращается во внутреннюю энергию.
- 11) Сколько железа, взятого при температуре  $20\text{ }^{\circ}\text{C}$ , можно расплавить в печи, в которой сгорает уголь массой  $100\text{ кг}$  (при кпд  $60\%$ )?
- 12) Сани массой  $6\text{ кг}$  скатываются с горы, образующей с горизонтом угол  $30^{\circ}$ . Пройдя по склону горы  $50\text{ м}$ , сани достигают скорости  $4,5\text{ м/с}$ . Определить количество теплоты, выделенное при трении полозьев о снег.
- 13) Вода падает с высоты  $15\text{ м}$  и  $30\%$  совершенной при падении работы идет на нагревание самой падающей воды. На сколько градусов нагреется вода?
- 14) Самолет летел со скоростью  $720\text{ км/ч}$  и пролетел  $1800\text{ км}$ . Мощность моторов самолета  $1600\text{ л.с.}$ , его кпд  $30\%$ . Сколько бензина израсходовал самолет?
- 15) Автомобиль движется со скоростью  $54\text{ км/ч}$ . Запас бензина равен  $20\text{ кг}$ . На сколько километров пути хватит бензина, если полезная мощность мотора  $37,5\text{ кВт}$ , а его кпд  $30\%$ ?
- 16) Для нагревания на спиртовке  $300\text{ г}$  воды в железном стакане теплоемкостью  $42\text{ Дж/К}$  от  $18$  до  $68\text{ }^{\circ}\text{C}$  было сожжено  $7\text{ г}$  спирта. Найти кпд спиртовки.
- 17) Кпд тепловоза равен  $30\%$ . Определить расход нефти в нем на  $7,36 \cdot 10^2\text{ Вт/ч}$ .
- 18) Двигатель расходует  $25\text{ кг}$  бензина в час и охлаждается водой, разность температур которой при входе в охлаждающее устройство и выходе из него  $15\text{ К}$ . Определить секундный расход воды, если на ее нагревание затрачивается  $30\%$  энергии, выделившейся при сгорании бензина.
- 19) Пуля, масса которой  $m_1 = 9\text{ г}$ , вылетает из ствола со скоростью  $v = 915\text{ м/с}$ . Определить массу  $m_2$  порохового заряда, если кпд выстрела  $\eta = 0,25$ . Удельная теплота сгорания пороха  $q = 3 \cdot 10^6\text{ Дж/кг}$ .
- 20) С какой скоростью летела свинцовая пуля, если при ударе о стенку она расплавилась наполовину? Температура пули до удара  $T_1 = 400\text{ К}$ , во внутреннюю энергию пули превращается  $\eta = 0,8$  ее кинетической энергии. Удельная теплоемкость свинца  $c = 130\text{ Дж/кг} \cdot \text{К}$ , удельная теплота плавления свинца  $\lambda = 2,4 \cdot 10^4\text{ Дж/кг}$ , температура плавления  $T_2 = 600\text{ К}$ .
- 21) Свинцовая пуля, летящая со скоростью  $300\text{ м/с}$ , входит в стену дома и остается там. На сколько градусов нагрелась пуля, если  $50\%$  выделенной при ударе теплоты пошло на ее нагревание?
- 22) Свинцовая пуля пробивает деревянную доску. Ее скорость в момент удара о доску было  $400\text{ м/с}$ , а после прохождения доски –  $300\text{ м/с}$ . Температура пули в момент удара  $67\text{ }^{\circ}\text{C}$ . Определить, какая часть пули расплавится. Считать, что всю выделенную теплоту получает пуля.

23) С какой высоты  $h$  падает вода, если в результате падения она нагревается на  $\Delta T = 0,02$  К. Считать что только 30 % кинетической энергии падающей воды превращается в ее внутреннюю энергию. Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/кг · К.

24) Паровой молот падает с высоты  $h = 3$  м на латунную болванку. Сколько раз  $n$  он должен упасть, чтобы температура болванки поднялась на  $\Delta T = 19,87$  К. На нагревание болванки расходуется 60 % теплоты, выделенной при ударах. Удельная теплоемкость латуни  $c = 400$  Дж/кг · К. Масса молота  $M = 5$  т, масса болванки  $m = 200$  кг.

25) Свинцовая пуля имела скорость  $v_0 = 300$  м/с. Пробив доску, она нагрелась на  $\Delta t = 50$  °С. Какова скорость пули  $v$  после вылета из доски, если считать, что все выделенное количество теплоты израсходовано на нагревание пули? Удельная теплоемкость свинца  $c = 120$  Дж/кг · К.

26) Определить мощность  $N$  двигателя автомобиля с кпд  $\eta = 0,3$  если при скорости  $v = 20$  м/с двигатель потребляет объем  $V = 10$  л бензина на пути  $S = 100$  км. Удельная теплота сгорания бензина  $q = 44$  МДж/кг, его плотность  $\rho = 7 \cdot 10^2$  кг/м<sup>3</sup>.

27) Двигатель дизельного трактора с кпд  $\eta = 60$  % при движении со скоростью  $v = 36$  км/ч развивает силу тяги  $F = 60$  кН. Определить расход топлива за время  $t = 1$  ч работы. Удельная теплота сгорания топлива  $q = 4,2 \cdot 10^7$  Дж/кг.

28) Вместимость бензобака автомобиля  $V = 40$  л. Масса автомобиля  $m = 2$  т, КПД двигателя  $\eta = 0,3$ . Сколько километров сможет проехать автомобиль до следующей заправки, если коэффициент трения  $\mu = 0,05$ ? Плотность бензина  $\rho = 700$  кг/м<sup>3</sup>, удельная теплота сгорания бензина  $q = 4,6 \cdot 10$  Дж/кг. Движение автомобиля считать равномерным, силой сопротивления воздуха пренебречь.

### 3.3 КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. ТЕПЛОВОЙ БАЛАНС

Изменение внутренней энергии при теплообмене без совершения механической работы является частным случаем изменения внутренней энергии. В этом случае количество теплоты, сообщенное телу, идет на изменение внутренней энергии тела

$$Q = \sum_{i=1}^n \Delta U_i . \quad (*)$$

Если в теплообмене участвует несколько тел, то количество теплоты, отданное телами, внутренняя энергия которых уменьшается, должно быть равно количеству теплоты, полученному телами, внутренняя энергия которых увеличивается (для изолированной системы тел). Это положение называется уравнением теплового баланса

$$\sum_{i=1}^n Q_{i\text{отд}} = \sum_{i=1}^n Q_{i\text{получ}} ,$$

где  $Q_{i\text{отд}}$  и  $Q_{i\text{получ}}$  подсчитываются из уравнения (\*).

#### Примеры решения задач

**Задача 1** Воду, имеющую температуру  $T_1 = 283$  К, помещают в холодильник. Найти отношение времени превращения воды в лед ко времени охлаждения воды до  $T_2 = 273$  К. Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/кг·К, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,34 \cdot 10^5$  Дж/кг.

$$T_1 = 283 \text{ К}$$

$$T_2 = 273 \text{ К}$$

$$c = 4,2 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$$

$$\lambda = 3,34 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$$

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = ?$$

Решение:

Количество тепла  $Q$ , которое отбирает холодильник в единицу времени у воды в процессе ее охлаждения и замерзания одинаково, поэтому

$$Q = \frac{cm(T_1 - T_2)}{\tau_1} = \frac{\lambda m}{\tau_2},$$

где  $m$  – масса воды;  $\tau_1$  – время охлаждения воды до температуры  $T_2$ ;

$\tau_2$  – время превращения воды в лед.

Имеем

$$\frac{\tau_1}{\tau_2} = \frac{\lambda}{c(T_1 - T_2)} = 7,95.$$

Ответ:  $\frac{\tau_1}{\tau_2} = 7,95$ .

**Задача 2** Кусок льда (масса  $m_1 = 5$  кг) при температуре  $t_1 = -20$  °С опустили в воду (масса  $m_2 = 20$  кг). Температура воды до помещения в нее льда  $t_2 = 50$  °С. Когда весь лед растает, при нормальном давлении выпускается водяной пар, масса которого  $m_3 = 1$  кг, температура  $t_3 = 120$  °С. Какая температура воды установится в сосуде (влиянием изменения температуры стенок сосуда пренебречь)? Удельная теплоемкость льда  $c_1 = 2,1$  кДж/кг · К, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 0,33$  МДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c_2 = 4,2$  кДж/кг · К, удельная теплоемкость водяного пара  $c_3 = 1,97$  кДж/кг · К, удельная теплота парообразования водяного пара  $r = 2,26$  МДж/кг.

$$m_1 = 5 \text{ кг}$$

$$t_1 = -20 \text{ °С}$$

$$m_2 = 20 \text{ кг}$$

$$t_2 = 50 \text{ °С}$$

$$m_3 = 1 \text{ кг}$$

$$t_3 = 120 \text{ °С}$$

$$c_1 = 2,1 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$$

$$\lambda = 0,33 \text{ МДж/кг}$$

$$c_2 = 4,2 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$$

$$c_3 = 1,97 \text{ кДж/кг} \cdot \text{К}$$

$$r = 2,26 \text{ МДж/кг}$$

---

$$\theta_2 = ?$$

Решение:

Уравнение теплового баланса при помещении куска льда в воду имеет вид

$$m_1 c_1 (0^\circ \text{C} - t_1) + m_1 \lambda + m_1 c_2 \theta_1 = m_2 c_2 (t_2 - \theta_1),$$

где слева от знака равенства стоят слагаемые, соответствующие количеству теплоты, полученному льдом при его нагревании до  $0$  °С и при таянии льда, а также количеству теплоты, сообщенному талой воде при ее нагревании до установившейся температуры  $\theta_1$  (масса талой воды равна массе льда). Справа – количество теплоты, отданное водой, находящейся в сосуде.

Находим температуру  $\theta_1$  воды после того, как лед растает

$$\theta_1 = \frac{m_1 c_1 t_1 + m_2 c_2 t_2 - m_1 \lambda}{m_1 c_2 + m_2 c_2} = 22,3 \text{ °С}.$$

Уравнение теплового баланса после впуска пара запишется как

$$m_3 c_3 (t_3 - t_4) + m_3 r + m_3 c_2 (t_4 - \theta_2) = (m_1 + m_2) c_2 (\theta_2 - \theta_1)$$

и отражает: количество теплоты, отданной паром при его охлаждении до температуры конденсации  $t_4 = 700^\circ\text{C}$  и при конденсации, количество теплоты, отданное сконденсированной водой при ее охлаждении до температуры  $\theta_2$  и количество теплоты, полученное водой, имевшейся в сосуде, и талой водой при ее нагревании до температуры  $\theta_2$ . Тогда найдем окончательно установившуюся температуру воды

$$\theta_2 = \frac{m_3 c_3 (t_3 - t_4) + m_3 r + m_3 c_2 t_4 + (m_1 + m_2) c_2 \theta_1}{(m_1 + m_2) c_2 + m_3 c_2} = 46,3^\circ\text{C}$$

Ответ:  $\theta_2 = 46,3^\circ\text{C}$ .

Задачи для самостоятельного решения

1) Какую мощность развивает велосипедный двигатель, если при скорости движения 25 км/ч расход бензина составлял 1,7 л на 100 км пути? КПД двигателя 20 %.

2) Теплоход массой 213,5 т, движущийся со скоростью 72 км/ч, останавливается. Какое количество теплоты выделится при торможении.

3) Молот массой 10 т свободно падает с высоты 2,5 м на железную болванку массой 200 кг. На нагревание болванки идет 30 % количества теплоты, выделенного при ударах. Сколько раз падал молот, если температура болванки поднялась на  $20^\circ\text{C}$ ?

4) Свинцовая пуля летит со скоростью 200 м/с. Как изменится температура пули, если все ее энергия идет на нагревание?

5) Лед массой 20 кг при  $-20^\circ\text{C}$  опущен в 20 л воды при  $70^\circ\text{C}$ . Весь ли лед расплавится?

6) В сосуд, теплоемкость которого 42 Дж/К, который содержит 270 г воды при  $12^\circ\text{C}$ , опустили кусок алюминия массой 200 г, нагретый до  $100^\circ\text{C}$ . Температура теплового равновесия  $23^\circ\text{C}$ . Определить удельную теплоемкость алюминия.

7) Смешано 24 л воды при температуре  $12^\circ\text{C}$  и 40 л воды при  $80^\circ\text{C}$ . Определить окончательную температуру смеси, если во время смешения тепловые потери составили 420 кДж.

8) Какое количество теплоты  $Q$  выделится при замерзании воды массой  $m = 10$  кг при  $0^\circ\text{C}$ . Удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$  Дж/кг.

9) Какое количество теплоты  $Q$  потребуется для превращения льда массой  $m = 0,1$  кг, взятого при температуре  $t_1 = -10^\circ\text{C}$  в воду, температура которой  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ ? Удельная теплоемкость воды  $c_{\text{в}} = 4200$  Дж/кг · К, льда  $c_{\text{л}} = 2100$  Дж/кг · К, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,35 \cdot 10^5$  Дж/кг.

10) Определите количество теплоты  $Q$ , выделившееся при конденсации водяного пара массой  $m = 400$  г и охлаждении воды от температуры  $t_1 = 100^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 40^\circ\text{C}$ . Удельная теплота парообразования воды  $r = 2,2$  МДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c_{\text{в}} = 4,2$  кДж/кг · К.

11) Чтобы охладить  $m_1 = 4$  кг воды от  $t_1 = 80^\circ\text{C}$  до  $t_2 = 60^\circ\text{C}$  в нее добавляют воду при  $t_3 = 10^\circ\text{C}$ . Какое количество холодной воды  $m_2$  нужно добавить?

12) Кузнец охлаждает железную болванку, масса которой  $m = 400$  г, а температура  $t_1 = 500^\circ\text{C}$ , опустив ее в сосуд, содержащий воду массой  $M = 10$  кг при температуре  $t_2 = 20^\circ\text{C}$ . Определить конечную температуру воды и болванки  $t$  (пренебречь теплотой, полученной сосудом и паром). Удельная теплоемкость железа  $c_1 = 450$  Дж/кг · К, воды  $c_2 = 4200$  Дж/кг · К.

13) В водонагревателе нагрели  $V = 50$  л воды, имевшей температуру  $t_1 = 20^\circ\text{C}$ , до температуры  $t_2 = 80^\circ\text{C}$  и сожгли для этого  $m = 6,3$  кг дров. Найти коэффициент полезного действия водонагревателя  $\eta$ . Удельная теплота сгорания дров  $q = 10$  МДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/кг · К, ее плотность  $\rho = 103$  кг/м<sup>3</sup>.

14) Сколько алюминия  $M$  можно нагреть от  $T_0 = 273$  К до температуры плавления  $T_1 = 932$  К в плавильной печи, коэффициент полезного действия которой  $\eta = 0,2$ , если сжечь  $m = 20$  кг нефти? Удельная теплота сгорания нефти  $q = 4,6 \cdot 10^7$  Дж/кг, удельная теплоемкость алюминия  $c = 880$  Дж/кг · К.

15) Какое количество фреона  $M$  должно испариться для замораживания  $V = 0,5$  л воды с начальной температурой  $T_1 = 288$  К, если коэффициент полезного действия холодильной установки  $\eta = 0,81$ . Температура кристаллизации воды  $T_2 = 273$  К, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,32 \cdot 10^5$  Дж/кг, удельная теплота испарения фреона  $r = 1,68 \cdot 10^6$  Дж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2 \cdot 10^3$  Дж/кг · К, плотность воды  $\rho = 10^3$  кг/м<sup>3</sup>.

16) В печи с коэффициентом полезного действия  $\eta = 0,2$ , в результате сгорания  $m_1 = 22$  кг дров, из снега (масса  $m_2 = 100$  кг, температура  $t_1 = -10$  °С), получена вода с температурой  $t_2 = 20$  °С. Определить удельную теплоту сгорания дерева  $q$ . Удельная теплоемкость воды  $c_1 = 4,2$  кДж/кг · К, удельная теплоемкость льда  $c_2 = 2,1$  кДж/кг · К, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 0,33$  МДж/кг.

17) Какая масса воды  $m$  окажется в смеси, если лед массой  $m_1 = 750$  г и воду массой  $m_2 = 200$  г, находящиеся в состоянии теплового равновесия, нагреть до  $t_1 = 100$  °С путем пропускания пара, имеющего температуру  $100$  °С? Удельная теплота парообразования воды  $r = 2,2$  МДж/кг, удельная теплота плавления льда  $\lambda = 3,32 \cdot 10^5$  Дж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4200$  Дж/кг · К.

18) В сосуде смешиваются три жидкости массами  $m_1, m_2$  и  $m_3$ . Удельные теплоемкости жидкостей соответственно равны  $c_1, c_2, c_3$ . Определить удельную теплоемкость полученной смеси  $c$ .

19) Термометр с теплоемкостью  $c = 2$  Дж/К показывает температуру помещения  $t_1 = 10$  °С. При погружении термометра в воду массой  $m = 0,1$  кг, он показал температуру  $t_2 = 31$  °С. Какова была температура воды  $t_3$ . Теплоемкостью сосуда пренебречь, удельная теплоемкость воды  $c_1 = 4,2$  кДж/кг · К.

20) Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул газа при температуре  $5000$  °С равна  $1,6 \cdot 10^{-23}$  Дж. Какова эта энергия при температуре  $-273$  °С и  $1000$  °С?

21) Стальной бак массой  $4$  кг заменили стальной сеткой массой  $1,5$  кг и загрузили в печь. Насколько меньше теплоты потребуются для нагревания сетки, чем для нагревания бака от  $18$  до  $918$  °С?

22) Какое количество теплоты надо затратить на превращение  $2$  кг льда, взятого при  $-10$  °С, в пар при  $110$  °С? Удельную теплоемкость паров воды в интервале от  $100$  до  $110$  °С считать равной  $1,7$  кДж/(кг · К).

23) Куску льда массой  $2$  кг при температуре  $-20$  °С сообщили  $1$  МДж теплоты. Определить температуру вещества после нагревания.

24) На электроплите мощностью  $N = 600$  Вт, имеющей коэффициент полезного действия  $45\%$ , нагрели  $m = 1,5$  кг воды, взятой при  $t_1 = 10$  °С до кипения и  $5\%$  ее обратили в пар. Удельная теплота парообразования воды  $r = 2,2$  МДж/кг, удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/(кг · К). Найти время процесса.

25) Вода в чайнике, поставленном на электроплитку, закипает через время  $t_1 = 5$  мин. За какое время  $t_2$  она затем полностью испарится, если первоначальная температура воды была  $t = 20$  °С? Удельная теплоемкость воды  $c = 4,2$  кДж/кг · К, удельная теплота парообразования воды  $r = 2,2$  МДж/кг.

26) Стальное сверло массой  $0,4$  кг после работы поместили в масло. При этом масло нагрелось от  $10$  до  $30$  °С. Масса масла  $1$  кг, удельная теплоемкость  $1,9 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К). Масло находилось в сосуде теплоемкостью  $138$  Дж/К. До какой температуры нагрелось во время работы стальное сверло?

27) Какое количество теплоты необходимо затратить, чтобы  $3$  кг льда, взятого при температуре  $-20$  °С, расплавить и полученную воду нагреть до  $80$  °С?

28) Для определения удельной теплоемкости меди был проделан следующий опыт. Медный предмет массой  $0,5$  кг был нагрет до  $100$  °С. Затем его поместили в алюминиевый калориметр массой  $0,06$  кг, содержащий  $0,4$  кг воды при температуре  $15$  °С. Окончательно установилась температура  $23,4$  °С. Какое значение удельной теплоемкости меди получилось при этом?

## Часть 4

### Э Л Е К Т Р И Ч Е С Т В О

#### 4.1 ЭЛЕКТРОСТАТИКА

Электростатика изучает свойства и взаимодействия неподвижных в инерциальных системах отсчета заряженных частиц. В первую очередь рассматриваются точечные заряды. Точечными называются заряды, находящиеся на телах, размеры которых малы по сравнению с расстояниями между ними. Для точечных зарядов справедлив закон Кулона:

$$F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1q_2}{r^2},$$

где  $F$  – сила взаимодействия двух точечных зарядов, величины которых  $q_1$  и  $q_2$ ;  $r$  – расстояние между зарядами;  $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  ф/м, – электрическая постоянная;  $\epsilon$  – относительная диэлектрическая проницаемость среды, в которой находятся взаимодействующие заряды. Заряд в системе СИ измеряется в кулонах.

Взаимодействие зарядов осуществляется посредством электрического поля. Электрическое поле создается электрическими зарядами. Основное свойство электрического поля состоит в его способности действовать на заряды. Электрическое поле, созданное неподвижными зарядами называют электростатическим. Электрическое поле характеризуют напряженностью и разностью потенциалов.

Напряженность – это силовая характеристика электрического поля. Напряженность  $E$  электрического поля в данной точке равна отношению силы действующей на положительный заряд, помещенный в данную точку поля, к величине этого заряда  $q_0$ :

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}.$$

В системе СИ напряженность электрического поля измеряется в вольтах на метр;  $[E] = \text{В/м}$ . Напряженность поля точечного заряда и поля вне равномерно заряженного шара или сферы вычисляется по формуле:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}.$$

Электрическое поле называется однородным, если его напряженность  $\vec{E}$  во всех точках поля одинакова.

Напряженность электрического поля, созданного несколькими зарядами, равна векторной сумме напряженностей полей созданных отдельными зарядами  $E = E_1 + E_2 + \dots + E_n$ . Это свойство электрических полей принято называть принципом суперпозиции электрических полей.

Энергетической характеристикой электрического поля является потенциал. Потенциал электрического поля численно равен работе по перемещению положительного заряда в 1 Кл из данной точки поля в бесконечность. Потенциал поля в бесконечности принимают равным нулю. Потенциал поля точечного заряда  $q$  в точке, удаленной на расстояние  $r$  от заряда определяется по формуле:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0\epsilon r}.$$

Работа, совершаемая при перемещении заряда  $q$  из точки поля с потенциалом  $\varphi_1$  в точку с потенциалом  $\varphi_2$  вычисляется по формуле:

$$A = q (\varphi_1 - \varphi_2).$$

Разность потенциалов между однородно и разноименно заряженными бесконечными параллельными плоскостями определяется по формуле:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sigma d}{\varepsilon_0 \varepsilon},$$

где  $\sigma$  – поверхностная плотность заряда;  $d$  – расстояние между плоскостями.

В системе СИ потенциал и разность потенциалов измеряются в вольтах.

Между потенциалом и напряженностью электрического поля существует тесная связь. Проще всего она выглядит для однородного поля. Пусть  $\varphi_1$  и  $\varphi_2$  – потенциалы двух точек, расположенных на одной линии напряженности в однородном электрическом поле. Обозначим расстояние между точками  $d$ . Тогда:

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d}.$$

Проводники в электрическом поле характеризуют электрической емкостью. Электрическая емкость уединенного проводника – это величина численно равная отношению заряда проводника к его потенциалу:

$$c = \frac{q}{\varphi}.$$

Единица электрической емкости в системе СИ – 1 фарад. Два изолированных друг от друга проводника, заряженных равными по модулю, но противоположными по знаку зарядами, образуют конденсатор. Емкость плоского конденсатора вычисляется по формуле:

$$c = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}.$$

Емкость шара равна:

$$c = 4\pi \varepsilon_0 \varepsilon r.$$

Конденсаторы – это накопители электрической энергии. Энергия конденсатора вычисляется по формуле:

$$W = \frac{q(\varphi_1 - \varphi_2)}{2}.$$

Емкость батареи из несколько параллельно соединенных конденсаторов равна сумме емкостей отдельных конденсаторов:

$$c = c_1 + c_2 + \dots + c_n.$$

При последовательном соединении складываются величины обратных емкостей:

$$\frac{1}{c} = \frac{1}{c_1} + \frac{1}{c_2} + \dots + \frac{1}{c_n}.$$

### Примеры решения задач

**Задача 1** Заряды 80 нКл и 60 нКл расположены на расстоянии 6 см друг от друга. Определите силу, действующую на заряд 20 нКл, помещенный на середине этого расстояния (рис. 4.1.1).

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 1 \\ q_1 &= 80 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q_2 &= 60 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ q_3 &= 20 \cdot 10^{-9} \text{ Кл} \\ r &= 6 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ r_1 &= r_2 = r / 2 \end{aligned}$$

$F - ?$

Решение:

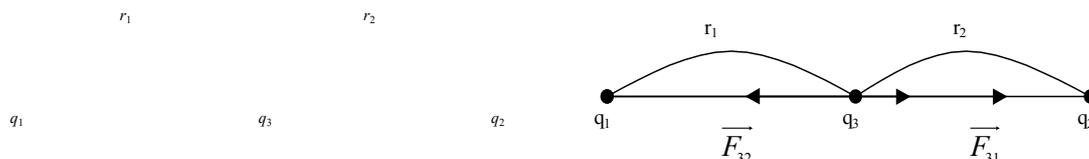


Рис. 4.1.1

Силы, действующие на заряд  $q_3$  со стороны зарядов  $q_1$  и  $q_2$ , равны соответственно  $F_{31}$  и  $F_{32}$ . Они действуют вдоль прямой соединяющей заряды  $q_1$  и  $q_2$  и направлены в противоположные стороны. Поэтому:

$$F_{31} = F_{31} - F_{32}.$$

Сила  $F$  направлена в сторону заряда  $q_2$ . По закону Кулона:

$$F_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q_1q_2}{r_1^2};$$

$$F_{32} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q_1q_2}{r_2^2}.$$

По условию  $r_1 = r_2 = r / 2$ . Используя это для некоторой силы, получим:

$$F = \frac{q_3}{\pi\varepsilon_0\varepsilon r^2} (q_1 - q_2);$$

$$F = \frac{20 \cdot 10^{-9} (80 \cdot 10^{-9} - 60 \cdot 10^{-9})}{3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 36 \cdot 10^{-4}} \approx 4 \cdot 10^{-2} \text{ Н.}$$

Ответ:  $F \approx 4 \cdot 10^{-2}$  Н и направлена в сторону заряда  $q_2$

**Задача 2** Два шарика массой  $5 \cdot 10^{-3}$  кг каждый подвешены на шелковых нитях длиной 1 м. Шарикам сообщили одноименные заряды по  $15 \cdot 10^{-8}$  Кл. Найдите расстояние между шариками (рис. 4.1.2).

$$m_1 = m_2 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$l = 1 \text{ м}$$

$$q_1 = q_2 = 15 \cdot 10^{-8} \text{ Кл}$$

$$\varepsilon = 1$$

$r - ?$

Решение:

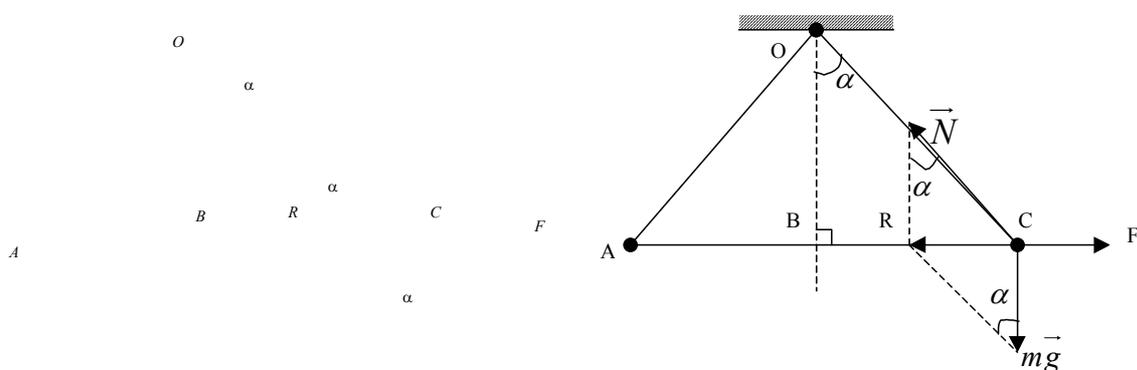


Рис. 4.1.2

К каждому из шариков приложим три силы: сила тяжести  $mg$ , сила натяжения нити  $N$  и сила кулоновского отталкивания  $F_0$ . Равнодействующая этих трех сил должна равняться нулю. Это возможно только в том случае, если равнодействующая  $R$  силы тяжести и силы натяжения нити уравнивается силой отталкивания:

$$R = F;$$

$$R = mg \operatorname{tg} \alpha; \quad F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q_1q_2}{r^2};$$

$$mg \operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon} \frac{q_1q_2}{r^2}.$$

Из прямоугольного треугольника  $\Delta OBC$  находим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{BC}{OB} \quad \text{или} \quad \operatorname{tg} \alpha = \frac{r/2}{\sqrt{l^2 - (r/2)^2}}.$$

При малых углах  $\alpha$   $r/2 \ll l$ . Поэтому в знаменателе членом  $r/2$  можно пренебречь. В этом приближении получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r}{2l};$$

$$mg \frac{r}{2l} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2};$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2l q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0\epsilon mg}};$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{2 \cdot 1 \cdot 15 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8}} \approx 9,5 \cdot 10^{-2} \text{ м.}$$

Ответ:  $r \approx 9,5 \cdot 10^{-2}$  м.

**Задача 3** Напряженность электрического поля вблизи поверхности Земли 135 В/м. Найдите полный заряд Земли.

$$E = 135 \text{ В/м}$$

$$\epsilon = 1$$

---


$$q = ?$$

Решение:

Будем считать, что Земля имеет форму шара, радиус которого  $6,4 \cdot 10^6$  м. Тогда можно воспользоваться формулой для напряжения электрического поля шара:

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon} \frac{q}{r^2}.$$

Отсюда:  $q = 4\pi \epsilon_0 \epsilon r^2 E;$

$$q = 4 \cdot 3,14 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} (6,4 \cdot 10^6)^2 135 \approx 6 \cdot 10^5 \text{ Кл.}$$

Ответ:  $q \approx 6 \cdot 10^5$  Кл.

**Задача 4** Напряженность электрического поля плоского конденсатора  $5 \cdot 10^3$  В/м. Между обкладками поместили пылинку и сообщили ей заряд  $-2 \cdot 10^{-11}$  Кл. При этом пылинка оказалась в равновесии. Найдите массу пылинки (рис. 4.1.3).

Решение:

Пылинка будет находится в равновесии, если сила тяжести и кулоновская сила будут равны (см. рис. 4.3.1):  $F_k = mg$ .

$$qE = mg;$$

$$m = \frac{qE}{g};$$

$$m = \frac{2 \cdot 10^{-11} \cdot 5 \cdot 10^3}{9,81} \approx 10^{-8} \text{ кг.}$$

Ответ:  $m \approx 10^{-8}$  кг.

**Задача 5** Разность потенциалов между обкладками воздушного конденсатора 700 В. В пространство между обкладками вводят стеклянную пластинку. Толщина пластинки равна расстоянию между обкладками. Диэлектрическая проницаемость стекла равна 7. Найдите вновь установившуюся разность потенциалов между обкладками конденсатора.

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= 1 \\ \Delta\varphi_1 &= 700 \text{ В} \\ \varepsilon_2 &= 7 \\ d_1 &= d_2 \\ \hline \Delta\varphi_2 &= ? \end{aligned}$$

Решение:

Заряд на обкладках воздушного конденсатора был равен:

$$q = c_1 \Delta\varphi_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1} \Delta\varphi_1.$$

При внесении стеклянной пластинки в зазор конденсатора изменится его емкость. Заряд останется прежним

$$q = c_2 \Delta\varphi_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d_2} \Delta\varphi_2.$$

Приравняем правые части этих двух равенств:

$$\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_1 S}{d_1} \Delta\varphi_1 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_2 S}{d_2} \Delta\varphi_2.$$

Отсюда находим:

$$\Delta\varphi_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} \Delta\varphi_1;$$

$$\Delta\varphi_2 = \frac{1}{7} \cdot 700 = 100 \text{ В.}$$

Ответ:  $\Delta\varphi_2 = 100 \text{ В.}$

**Задача 6** Плоский конденсатор с площадью пластин  $250 \text{ см}^2$  и расстоянием между ними 2 см, подключили к источнику с напряжением 1200 В. После этого расстояние между пластинами увеличили до 8 см. Как изменится энергия конденсатора?

$$\begin{aligned} S &= 250 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 \\ d_1 &= 2 \cdot 10^{-2} \text{ м} \\ U &= 1200 \text{ В} \end{aligned}$$

$$d_2 = 8 \cdot 10^{-2} \text{ м}$$

$$\varepsilon_1 = 1$$

---

$$\frac{w_1}{w_2} = n - ?$$

Решение:

Энергия конденсатора в исходном состоянии:

$$w_1 = \frac{CU^2}{2} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d_1},$$

а в конечном состоянии:

$$w_2 = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S U^2}{2d_2}.$$

Поделив  $w_1$  на  $w_2$  получим:

$$n = \frac{d_2}{d_1}; \quad n = \frac{8 \cdot 10^{-2}}{2 \cdot 10^{-2}} = 4.$$

Отв е т: Энергия конденсатора уменьшится в 4 раза.

Задачи для самостоятельного решения

1) На нерастяжимой нити висит шарик массой 150 г. Шарик имеет заряд  $30 \cdot 10^{-6}$  Кл. Снизу под первым шариком на расстоянии 25 см располагают второй шарик. Как нужно зарядить второй шарик, чтобы сила натяжения нити уменьшилась в четыре раза?

2) Заряды 20 нКл и 30 нКл расположены на расстоянии 5 см друг от друга. Заряд 25 нКл расположен на расстоянии 3 см от первого заряда и на расстоянии 4 см от второго. Найдите силу, действующую на этот заряд.

3) Заряды 60 нКл и 20 нКл расположены на расстоянии 5 см друг от друга. Где нужно поместить третий заряд, чтобы он находился в равновесии?

4) На тонкой шелковой нити подвешен шарик массой 0,5 г. На шарике имеется заряд  $q_1 = 12$  мН. Нить выдерживает силу натяжения 10 мН. Снизу по линии подвеса подносят второй шарик, заряженный до  $q_2 = -15$  нКл. При каком расстоянии между шариками нить разорвется?

5) Два заряда  $q_1 = 10$  мКл и  $q_2 = 40$  мКл расположены на расстоянии 50 см друг от друга. Между ними поместили заряд  $q_3$ . При этом все три заряда оказались в равновесии. Найдите заряд  $q_3$  и расстояние между зарядами  $q_1$  и  $q_3$ .

6) Три одинаковых заряда  $q_1 = q_2 = q_3 = 20$  нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Какой заряд нужно поместить в центре треугольника, чтобы заряды оказались в равновесии?

7) Три одинаковых заряда по 25 нКл расположили в вершинах равностороннего треугольника. На каждый заряд действует сила 5 мН. Найдите длину стороны треугольника.

8) Два шарика по 20 г каждый находятся на некотором расстоянии друг от друга. На шарики помещают равные заряды. При этом гравитационное и кулоновское взаимодействия уравнились. Найдите величину зарядов.

9) Два заряда находились в масле ( $\varepsilon_1 = 3$ ) на расстоянии 50 см друг от друга. Затем их поместили в воду ( $\varepsilon_2 = 81$ ) на расстоянии  $r_1$  друг от друга. Оказалось, что сила взаимодействия оказалась прежней. Найдите расстояние  $r_1$ .

10) Два шарика массой  $4 \cdot 10^{-3}$  кг каждый подвешены на в воздухе на тонких шелковых нитях. Длина нитей 1,2 м. После того как шарикам сообщили одноименные заряды по 80 нКл они разошлись на некоторое расстояние. Найдите это расстояние.

- 11) Шарик массой  $2 \cdot 10^{-3}$  кг на тонкой шелковой нити. Шарик имеет заряд  $20 \cdot 10^{-8}$  Кл. Сбоку к шару поднесли другой, отрицательно заряженный шарик. Нить отклонилась от вертикали на  $30^\circ$ , а шары оказались на расстоянии 6 см друг от друга. Найдите заряд второго шарика.
- 12) Заряд 15 нКл находится в дистиллированной воде. На каком расстоянии от заряда напряженность электрического поля равна  $0,5$  В/м?
- 13) Заряды 10 нКл и  $-25$  нКл расположены в вершинах равностороннего треугольника. Сторона треугольника 0,4 м. найдите напряженность электрического поля в третьей вершине.
- 14) Электрон влетает в однородное электрическое поле с напряженностью  $10^5$  В/м в направлении силовых линий. Скорость электрона  $5 \cdot 10^4$  м/с. Какой путь пройдет электрон до полной остановки?
- 15) Два одинаковых заряда находились в масле ( $\epsilon = 2,5$ ) на расстоянии 9 см друг от друга. Сила взаимодействия зарядов 2 мН. Найдите величину зарядов.
- 16) Заряд 4 нКл находится в жидком диэлектрике. На расстоянии 4,5 см от заряда напряженность электрического поля  $9 \cdot 10^3$  кВ. Найдите диэлектрическую проницаемость диэлектрика.
- 17) Два точечных заряда подвешены на нитях равной длины и имеют одинаковые заряды. Угол между нитями  $60^\circ$ . После погружения зарядов в диэлектрик угол между нитями стал  $45^\circ$ . Найдите диэлектрическую проницаемость среды.
- 18) В однородном электрическом поле напряженность  $900$  В/см перемещается заряд 20 нКл. Направление перемещения составляет с направлением поля угол  $45^\circ$ . Найдите работу перемещения заряда на пути в 0,1 м.
- 19) В точке поля, потенциал которой  $5 \cdot 10^3$  В, электрон имеет скорость  $9 \cdot 10^6$  м/с. Электрон движется вдоль поля. Найдите потенциал точки, в которой электрон остановится.
- 20) В направлении заряда  $8 \cdot 10^{-16}$  Кл из бесконечности движется электрон со скоростью  $0,5 \cdot 10^6$  м/с. На какое наименьшее расстояние электрон приблизится к заряду?
- 21) Конденсатор зарядили до разности потенциалов 1200 В. после этого расстояние между пластинами конденсаторов уменьшили в четыре раза. Найдите чему стала равна разность потенциалов между пластинами конденсатора.
- 22) Конденсаторы емкостью 5 и 3 мкф заряжены до потенциалов 600 В и 900 В соответственно. Конденсаторы соединили параллельно. Найдите разность потенциалов на обкладках батареи.
- 23) Три одинаковых конденсатора емкостью 3 мкф каждый соединены последовательно. При подключении батареи к источнику тока совершается работа  $3 \cdot 10^{-3}$  Дж. Найдите разность потенциалов на обкладках каждого конденсатора.
- 24) Плоский конденсатор, площадь пластин которого  $250$  см<sup>2</sup> находится в масле ( $\epsilon = 2,5$ ). Конденсатор заряжен до разности потенциалов 600 В. После этого расстояние между пластинами уменьшили с 6 см до 2 см. Какая работа при этом совершена?

## 4.2 ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

Электрический ток – это упорядоченное движение свободных зарядов. Он характеризуется силой тока и направлением. Сила тока – это величина, численно равная электрическому заряду, проходящему через поперечное сечение проводника в единицу времени. За направление тока принимается направление движения положительных зарядов. Если сила тока и его направление не изменяются с течением времени, то электрический ток называется постоянным. Для постоянного электрического тока:

$$I = \frac{q}{t},$$

где  $I$  – сила тока;  $q$  – заряд, прошедший через поперечное сечение проводника за время  $t$ . Сила тока измеряется в амперах. Сила тока на участке цепи определяется по закону Ома:

$$I = \frac{U}{R},$$

где  $U$  – напряжение на участке цепи;  $R$  – сопротивление участка цепи. Сопротивление однородного металлического проводника кругового сечения равно:

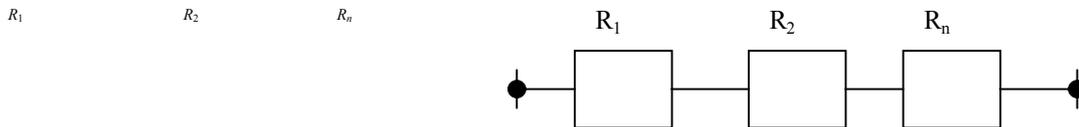
$$R = \rho \frac{l}{S},$$

где  $l$  – длина проводника;  $S$  – площадь поперечного сечения;  $\rho$  – удельное сопротивление. Удельное сопротивление проводника зависит от температуры и материала:

$$R = R_0 (1 + a t),$$

где  $R_0$  – сопротивление проводника при  $0^\circ\text{C}$ ;  $t$  – температура;  $a$  – температурный коэффициент сопротивления. Сопротивление металлов при нагревании увеличивается. Проводники между собой соединяются либо последовательно, либо параллельно.

При последовательном соединении нескольких проводников (рис. 4.2.1):



**Рис. 4.2.1**

1) Сопротивление всей цепи равно сумме сопротивлений отдельных проводников:

$$R_0 = R_1 + R_2 + \dots + R_n.$$

2) Сила тока во всех проводниках одинакова:

$$I_0 = I_1 = I_2 = \dots = I_n.$$

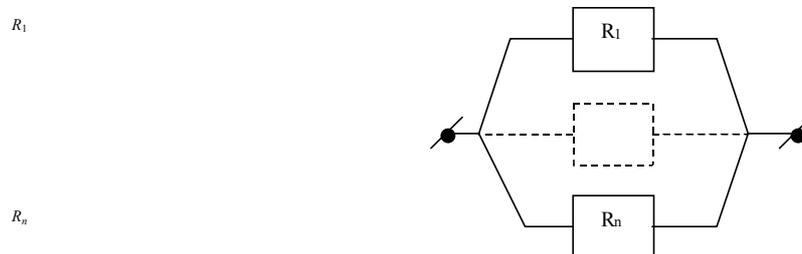
3) Падение напряжения в цепи равно сумме падений напряжений на отдельных участках цепи:

$$U_0 = U_1 + U_2 + \dots + U_n.$$

4) Отношение падений напряжения на отдельных проводниках равно отношению их сопротивлений:

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

При параллельном соединении (рис. 4.2.2) нескольких проводников:



**Рис. 4.2.2**

1) Проводимость ( $\frac{1}{R_0}$ ) всей цепи равна сумме проводимостей отдельных проводников:

$$\frac{1}{R_0} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}.$$

2) Падения напряжения на всех участках цепи одинаковы:

$$U_0 = U_1 = U_2 = \dots = U_n.$$

3) Токи в отдельных участках цепи обратно пропорциональны их сопротивлениям:

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}.$$

4) Ток в цепи равен сумме токов в отдельных ее участках:

$$I_0 = I_1 + I_2 + \dots + I_n.$$

Закон Ома для полной цепи записывается в виде:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r},$$

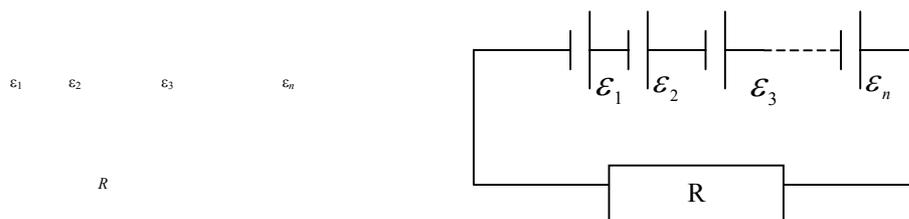
где  $\varepsilon$  – электродвижущая сила источника тока (эдс).

При последовательном соединении источников тока (рис. 4.2.3) сила тока в цепи определяется по формуле:

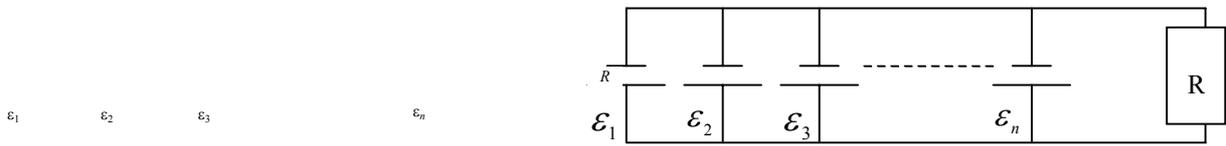
$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_n}{R + r_1 + r_2 + \dots + r_n}.$$

Параллельно (рис. 4.2.4) соединяют обычно одинаковые источники. Тогда:

$$I = \frac{\varepsilon}{R + r/n}.$$



**Рис. 4.2.3**



**Рис. 4.2.4**

Работа, совершаемая током, вычисляется по одной из формул:

$$A = IUt; \quad A = I^2Rt; \quad A = \frac{U^2}{R}t,$$

а мощность, соответственно:

$$P = IU; \quad P = I^2R; \quad P = \frac{U^2}{R}.$$

Количество тепла, выделившееся в проводнике с током, вычисляется по тем же формулам, что и работа ( $Q = A$ ). Коэффициент полезного действия (кпд) источника вычисляется по формуле:

$$\mu = \frac{R}{R+r}.$$

## Примеры решения задач

**Задача 1** Масса алюминиевого провода 6 кг, а площадь поперечного сечения  $2 \text{ мм}^2$ . Найдите сопротивление провода.

$$\begin{aligned} m &= 6 \text{ кг} \\ S &= 2 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2 \\ D &= 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3 \\ \rho &= 2,8 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м} \end{aligned}$$

$R - ?$

**Решение:**

Сопротивление металлического проводника кругового сечения определяется по формуле:

$$R = \rho \frac{l}{S}.$$

Для нахождения длины проводника воспользуемся данными о массе и плотности:

$$m = DS l.$$

Отсюда:

$$l = \frac{m}{DS}.$$

Теперь для сопротивления проводника получаем:

$$R = \frac{\rho m}{DS^2};$$

$$R = \frac{2,8 \cdot 10^{-8} \cdot 6}{2,7 \cdot 10^3 \cdot 4 \cdot 10^{-12}} = 4 \text{ Ом.}$$

О т в е т :  $R = 4 \text{ Ом.}$

**Задача 2** Сопротивление двух проводников при последовательном соединении 9 Ом, а при параллельном 1,875 Ом. Найдите сопротивление каждого проводника.

$$\begin{aligned} R_{01} &= 9 \text{ Ом} \\ R_{02} &= 1,875 \text{ Ом} \end{aligned}$$

---


$$R_1 - ? \quad R_2 - ?$$

Р е ш е н и е :

При последовательном соединении

$$R_{01} = R_1 + R_2,$$

а при параллельном соединении

$$R_{02} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Эти два уравнения содержат два неизвестных сопротивления. Решим эту систему. Из первого  $R_2 = R_{01} - R_1$ . Подстановка  $R_2$  во второе уравнение дает:

$$R_{02} = \frac{R_1 (R_{01} - R_1)}{R_{01}};$$

$$R_1^2 - R_{01}R_1 + R_{01}R_{02} = 0.$$

Решив это уравнение, найдем:  $R_1^{(1)} = 6,337 \text{ Ом}; R_1^{(2)} = 2,663 \text{ Ом.}$

Для  $R_2$  тогда получим:  $R_2^{(1)} = 2,663 \text{ Ом}; R_2^{(2)} = 6,337 \text{ Ом.}$

$$\text{О т в е т : } \left. \begin{aligned} R_1 &= 6,337 \text{ Ом} \\ R_2 &= 2,663 \text{ Ом} \end{aligned} \right\} \text{ или } \left. \begin{aligned} R_1 &= 2,663 \text{ Ом} \\ R_2 &= 6,337 \text{ Ом} \end{aligned} \right\}.$$

**Задача 3** Если источник тока замкнуть на сопротивление 8 Ом, ток в цепи 4 А. При нагрузке 6 Ом ток в цепи равен 5 А. Найдите внутреннее сопротивление и электродвижущую силу (эдс) источника тока.

$$R_1 = 8 \text{ Ом}$$

$$I_1 = 4 \text{ А}$$

$$R_2 = 6 \text{ Ом}$$

$$I_2 = 5 \text{ А}$$

---


$$r - ? \quad \varepsilon - ?$$

Решение:

Применим дважды закон Ома для полной цепи

$$\left. \begin{aligned} I_1 &= \frac{\varepsilon}{R_1 + r} \\ I_2 &= \frac{\varepsilon}{R_2 + r} \end{aligned} \right\}.$$

Решая эту систему относительно  $\varepsilon$  и  $r$  найдем:

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1};$$

$$\varepsilon = \frac{I_1 I_2 (R_1 - R_2)}{I_2 - I_1};$$

$$r = \frac{4 \cdot 8 - 5 \cdot 6}{5 - 4} = 2 \text{ Ом}; \quad \varepsilon = \frac{4 \cdot 5 (8 - 6)}{5 - 4} = 40 \text{ В}.$$

ОТВЕТ:  $r = 2 \text{ Ом}$ ;  $\varepsilon = 40 \text{ В}$ .

**Задача 4** При подключении к источнику тока с эдс 12 В сопротивления 2 Ом в цепи течет ток 5 А. Найдите ток короткого замыкания источника.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= 12 \text{ В} \\ R_1 &= 20 \text{ Ом} \\ I_1 &= 5 \text{ А} \\ R_2 &= 0 \text{ Ом} \end{aligned}$$

$I_2 = ?$

Решение:

Ток короткого замыкания находим по формуле:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r}.$$

Внутреннее сопротивление источника тока найдем из закона Ома для полной цепи:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}.$$

Отсюда:

$$r = \frac{\varepsilon - I_1 R_1}{I_1}.$$

Теперь:

$$I_2 = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{I_1 \varepsilon}{\varepsilon - I_1 R_1};$$

$$I_2 = \frac{5 \cdot 12}{12 - 5 \cdot 2} = 30 \text{ А}.$$

ОТВЕТ:  $I_2 = 30 \text{ А}$ .

**Задача 5** Батарея состоит из элементов с эдс 2 В и внутренним сопротивлением 0,1 Ом. При подключении к батарее параллельно соединенных сопротивлений 3 Ом и 12 Ом в цепи идет ток 4 А. Найдите число элементов в батарее.

$$\begin{aligned}\varepsilon &= 2 \text{ В} \\ r &= 0,1 \text{ Ом} \\ R_1 &= 30 \text{ Ом} \\ R_2 &= 12 \text{ Ом} \\ I &= 4 \text{ А}\end{aligned}$$

---

$n - ?$

Решение:

При последовательном соединении источников:

$$I = \frac{n\varepsilon}{R = nr}.$$

Отсюда находим:

$$n = \frac{IR}{\varepsilon - Ir}.$$

Найдем сопротивление внешней цепи:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}; \quad R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Теперь для числа  $n$  источников получаем выражение:

$$n = \frac{IR_1 R_2}{(\varepsilon - Ir)(R_1 + R_2)};$$

$$n = \frac{3 \cdot 3 \cdot 12}{(2 - 4 \cdot 0,1) \cdot (3 + 12)} = 4.$$

Ответ:  $n = 4$ .

**Задача 6** При силе тока 4 А аккумулятор отдает во внешнюю цепь мощность 6 Вт, а при токе 9 А – мощность 10 Вт. Найдите эдс и внутреннее сопротивление аккумулятора.

$$\begin{aligned}I_1 &= 4 \text{ А} \\ P_1 &= 6 \text{ Вт} \\ I_2 &= 9 \text{ А} \\ P_2 &= 12 \text{ Вт}\end{aligned}$$

---

$\varepsilon - ?$   $r - ?$

Решение:

Запишем закон Ома для двух случаев:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + r}; \quad I_2 = \frac{\varepsilon}{R_2 + r}.$$

Решая эти уравнения совместно получим:

$$r = \frac{I_1 R_1 - I_2 R_2}{I_2 - I_1}.$$

Но:

$$R_1 = \frac{P_1}{I_1^2}; \quad R_2 = \frac{P_2}{I_2^2};$$

$$r = \frac{\frac{P_1}{I_1} - \frac{P_2}{I_2}}{I_2 - I_1} = \frac{I_2 P_1 - I_1 P_2}{(I_2 - I_1) I_1 I_2}.$$

$$r = \frac{9 \cdot 6 - 4 \cdot 12}{(9 - 4) \cdot 4 \cdot 9} = \frac{1}{30} \text{ Ом};$$

$$\varepsilon = I_1 (R_1 + r) = I_1 R_1 + I_1 r = \frac{P_1}{I_1} + I_1 r;$$

$$\varepsilon = \frac{6}{4} + 4 \cdot \frac{1}{30} = 1,63 \text{ В}.$$

Ответ:  $\varepsilon = 1,63 \text{ В}; r = \frac{1}{30} \text{ Ом}.$

**Задача 7** Ток мощностью  $1,8 \cdot 10^8 \text{ Вт}$  требуется передать на расстояние  $2 \cdot 10^5 \text{ м}$  при напряжении  $2 \cdot 10^5 \text{ В}$ . Потери мощности на линии передачи не должны превышать 10 %. Какого сечения нужно взять алюминиевый провод?

$$P = 1,8 \cdot 10^8 \text{ Вт}$$

$$l = 2 \cdot 10^5 \text{ м}$$

$$U = 2 \cdot 10^5 \text{ В}$$

$$k = 0,1$$

---

$S = ?$

Решение:

Пусть  $P_1$  – теряемая мощность. По условию  $P_1 = kP$ . С другой стороны  $P_1 = I^2 R$ . Отсюда:  $R = \frac{P_1}{I^2} = \frac{kP}{I^2}$ . Но ток в сети

$I = \frac{P}{U}$ . Поэтому  $R = \frac{kU^2}{P}$ . Связь сопротивления с длиной и

площадью поперечного сечения проводов дается формулой

$$R = \rho \frac{2l}{S}.$$

$$\frac{kU^2}{P} = \rho \frac{2l}{S}.$$

Отсюда:

$$S = \frac{\rho 2l P}{kU^2};$$

$$S = \frac{2 \cdot 2,8 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 1,8 \cdot 10^8}{0,1 \cdot 25 \cdot 10^{10}} = 80,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2.$$

Ответ:  $S = 80,1 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$ .

### ЗАДАЧИ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ

- 1) Медный провод длиной  $7 \cdot 10^3$  м имеет сопротивление 16,8 Ом. Найдите массу провода.
- 2) Сопротивление проводника 15 Ом. Через проводник за 6 мин прошел заряд 150 Кл. Найдите напряжение на проводнике.
- 3) Масса медной проволоки 10 кг, а площадь поперечного сечения  $0,15 \text{ мм}^2$ . Найдите сопротивление проволоки.
- 4) Для определения удельного сопротивления материала проводника взяли проволоку диаметром  $0,5 \text{ мм}^2$  и длиной 25 м. Когда на проволоку подали напряжение 1,5 В ток в ней оказался равным 2,4 А. Найдите удельное сопротивление материала проводника.
- 5) При температуре  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  железная проволока имела сопротивление 12 Ом. Когда проволоку нагрели, ее сопротивление стало 16 Ом. До какой температуры нагрели проволоку?
- 6) При включении электрической лампы накаливания в сеть с напряжением 220 В по нити идет ток 0,65 А. При температуре  $15 \text{ }^\circ\text{C}$  сопротивление нити 35 Ом. Найдите рабочую температуру лампы.
- 7) Проводник с сопротивлением 1800 Ом состоит из двух последовательно соединенных частей: угольного стержня и медной проволоки. Их температурные коэффициенты сопротивления  $\alpha_1 = -10^{-2} \text{ К}^{-1}$  и  $\alpha_2 = 4,3 \cdot 10^{-3} \text{ К}^{-1}$  соответственно. При каких сопротивлениях частей проводника общее сопротивление проводника не зависит от температуры?
- 8) В схеме на рис. 4.25  $R_2 = 3 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_4 = 7 \text{ Ом}$ ,  $R_6 = 5 \text{ Ом}$ ,  $R_1 = 0,25 \text{ Ом}$ ,  $R_5 = 6 \text{ Ом}$ . Найдите общее сопротивление проводников.
- 9) В схеме на рис. 4.2.6  $R_1 = 20 \text{ Ом}$ ,  $R_2 = 40 \text{ Ом}$ ,  $R_3 = 10 \text{ Ом}$ . На схеме подано напряжение на каждое сопротивление. Найдите общее сопротивление проводников.

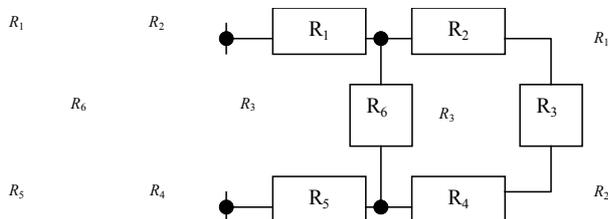


Рис. 4.2.5

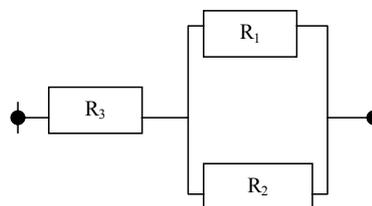


Рис. 4.2.6

- 10) Общее сопротивление двух последовательно соединенных проводников 20 Ом. Соединенные параллельно, эти проводники дают 3,75 Ом. Найдите сопротивление каждого проводника.
- 11) Рабочий ток вольфрамовой лампы накаливания больше тока в момент включения лампы в 12 раз. Найдите рабочую температуру лампы, если начальная температура лампы  $10 \text{ }^\circ\text{C}$ .
- 12) Вольфрамовая лампа накаливания потребляет 100 Вт при напряжении 220 В. Рабочая температура нити накаливания  $2500 \text{ }^\circ\text{C}$ . Определите сопротивление нити накала при комнатной температуре ( $20 \text{ }^\circ\text{C}$ ).
- 13) Вольтметр со шкалой на 25 В имеет внутренне сопротивление 300 Ом. Вольтметром требуется измерять напряжения до 250 В. Рассчитайте добавочное сопротивление к вольтметру.
- 14) Миллиамперметр может измерять токи до 5 мА. Его внутренне сопротивление 120 Ом. Этим прибором требуется измерять токи до 1 А. Рассчитайте сопротивление соответствующего шунта.
- 15) В проводнике, сопротивлением 2,5 Ом, замкнутом на элемент с эдс 1,5 В, течет ток 0,5 А. Найдите силу тока короткого замыкания элемента.
- 16) При силе тока 25 А мощность во внешней цепи 150 Вт, а при силе тока 10 А – 100 Вт. Найдите эдс и внутренне сопротивление источника тока.
- 17) Лампочки, сопротивления которых 4 и 16 Ом, поочередно подключают к источнику тока. При этом оказывается, что лампочки потребляют одинаковую мощность. Найдите внутренне сопротивление источника и КПД в каждом случае.

- 18) Источник тока вначале замыкают на сопротивление 10 Ом, а затем – на 3 Ом. При этом токи оказываются равными 3 А и 8 А соответственно. Найдите эдс и внутреннее сопротивление источника.
- 19) Два сопротивления 30 Ом и 5 Ом подключены параллельно к источнику тока с эдс 12 В. Ток в цепи 1,8 А. Найдите внутренне сопротивление источника и ток короткого замыкания.
- 20) От генератора с эдс 400 В и внутренним сопротивлением 0,2 Ом требуется передать мощность 25 кВт на расстояние 250 м. Потребитель рассчитан на 380 В. Найдите массу подводящих проводов.
- 21) К концам проводника с сопротивлением 15 Ом, приложено напряжение 36 В. Какой заряд пройдет по проводнику за 30 с? Какая будет совершена работа?
- 22) Электропоезд движется со скоростью 20 м/с. Двигатели электропоезда развивают мощность 1 200 кВт. Зная, что КПД двигателей 80 %, найдите силу тяги.
- 23) В электрочайнике 2 л воды при 20 °С закипают за 10 мин. КПД 75 %. Сколько времени потребуется для того, чтобы 2 кг льда при температуре –10 °С расплавились, а получившаяся масса закипела?
- 24) Комната теряет в сутки 120 мДж тепла. Из нихромовой проволоки диаметром 1,2 мм нужно изготовить электропечь, работающую от сети 220 В. Рассчитайте длину проволоки.
- 25) От источника с напряжением 500 В нужно передать мощность 8 кВт. Потери мощности в подводящих проводах не должны превышать 10 %. Вычислите сопротивление подводящих проводов.
- 26) Источник эдс, замкнутый на сопротивление 4 Ом, дает ток 2,5 А. При нагрузке 2,5 Ом ток равен 6 А. Найдите КПД схемы во втором случае.
- 27) На источник эдс 6 В замкнуто сопротивление 0,5 Ом. КПД схемы 75 %. Найдите ток в цепи.
- 28) Аккумулятор замкнут на сопротивление 5 Ом. При замене его на сопротивление 12 Ом, КПД схемы увеличился вдвое. Найдите внутренне сопротивление аккумулятора.
- 29) Батарея аккумуляторов состоит из параллельно соединенных элементов с эдс 12 В и внутренним сопротивлением 3 Ом. Когда ток в цепи 5А, полезная мощность равна 45 Вт. Найдите число элементов в батарее.
- 30) Производительность перегонного аппарата 100 г/мин дистиллированной воды. Аппарат работает при напряжении 220 В. Вода поступает при температуре 20 °С. КПД аппарата равен 75 %. Найдите потребляемую аппаратом мощность.
- 31) Электрический чайник рассчитан на напряжение 220 В, его спираль имеет сопротивление 55 Ом. КПД чайника 60 %. Сколько времени потребуется, чтобы вскипятить 1,5 л воды, взятой при 20 °С?
- 32) В электрочайнике 1,5 л воды нагреваются от 20 °С до кипения в течение 10 мин. Потребляемая мощность 2 кВт. Найдите КПД чайника.

### 4.3 МАГНИТНОЕ ПОЛЕ. ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ

Движущиеся заряды создают в окружающем пространстве магнитное поле. Магнитное поле действует на проводники с током. Сила, с которой однородное магнитное поле действует на проводник с током, вычисляется по формуле:

$$F = IBl \sin \alpha,$$

где  $l$  – длина проводника;  $I$  – сила тока;  $B$  – магнитная индукция;  $\alpha$  – угол между направлениями вектора индукции и тока.

Магнитная индукция – это силовая характеристика магнитного поля. Численно вектор магнитной индукции равен отношению максимальной силы, действующей со стороны магнитного поля на элемент тока  $IL$ . Магнитное поле называется однородным, если вектор магнитной индукции во всех точках поля имеет одно и тоже численное значение и направление. В большинстве случаев магнитное поле создается несколькими источниками. В этом случае магнитное поле является суперпозицией магнитных полей отдельных источников, т.е.

$$\vec{B} = \sum_i^n B_i .$$

Сила магнитного взаимодействия параллельных проводников с токами определяется по формуле:

$$F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{\mu I_1 I_2}{r},$$

где  $\mu_0$  – магнитная постоянная;  $\mu$  – магнитная проницаемость среды, в которой находятся проводники.

Энергетической характеристикой магнитного поля служит поток магнитной индукции  $\Phi$  через поверхность площадью  $S$  – величина, равная произведению модуля вектора магнитной индукции на величину площади и косинус угла между направлением вектора магнитной индукции и нормали к поверхности:

$$A = BS \cos \alpha .$$

Работа перемещения проводника с током в магнитном поле определяется по формуле:

$$A = I \Delta\Phi ,$$

где  $\Delta\Phi$  – изменение магнитного потока, который пронизывает площадь, описываемую проводником при движении.

Электромагнитной индукцией называется явление возникновения тока в замкнутом контуре или разности потенциалов на концах разомкнутого контура при изменении магнитного потока, пронизывающего этот контур. Согласно закону Ленца, индукционный ток всегда имеет такое направление, при котором создаваемое им магнитное поле противодействует изменению магнитного потока, вызывающего этот ток. Эдс индукции вычисляется по закону Фарадея:

$$\varepsilon = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} ,$$

где знак минус отражает правило Ленца.

Если магнитный поток через поверхность, ограниченную контуром, изменяется вследствие изменения тока, протекающего по этому контуру, то в контуре индуцируется эдс, которую называют эдс самоиндукции. Величина эдс самоиндукции пропорциональна скорости изменения силы тока:

$$\varepsilon = -L \frac{\Delta I}{\Delta t} ,$$

где  $L$  – индуктивность контура, зависящая от его формы, геометрических размеров и свойств среды, в которой находится контур.

Для создания тока в контуре нужно совершить работу по преодолению эдс самоиндукции. Энергия магнитного поля численно равна этой работе, т.е.:

$$\frac{pV}{T} = R .$$

Энергия единицы объема магнитного поля называется объемной плотностью энергии магнитного поля. Для соленоида объемная плотность вычисляется по формуле:

$$w = \frac{1}{2} \mu_0 \mu H^2,$$

где  $B = \mu_0 \mu H$ ;  $H$  – напряженность магнитного поля.

Индуктивность прямого соленоида длиной  $L$  и площадью поперечного сечения  $S$  находится по формуле:

$$L = \mu_0 \mu n^2 S / L,$$

где  $n$  – число витков. Напряженность магнитного поля прямого соленоида вычисляется по формуле:

$$H = \frac{In}{l}.$$

**Для прямого бесконечного длинного провода с током  $H = \frac{I}{2\pi r}$ , где  $r$  – расстояние от провода до точки, в которой вычисляют напряженность поля.**

Для кругового витка с током в его центре  $H = \frac{I}{2R}$ , где  $R$  – радиус витка.

Во всех случаях направление вектора напряженности магнитного поля определяется по правилу правого буравчика.

Сила, действующая на заряженную частицу, движущуюся со скоростью  $v$  в магнитном поле, вычисляется по формуле Лоренца:

$$F_n = qBv \sin \alpha,$$

где  $q$  – заряд частицы;  $\alpha$  – угол между направлениями скорости и индукции магнитного поля.

Примеры решения задач

**Задача 1** Магнитное поле с индукцией 15 Тл действует на проводник с током 8 А с силой 24 Н. Угол между направлениями тока и поля  $30^\circ$ . Найдите длину проводника.

$$B = 12 \text{ Тл}$$

$$I = 8 \text{ А}$$

$$F = 24 \text{ Н}$$

$$\alpha = 30^\circ$$

---

$$l = ?$$

Решение:

Сила, действующая на проводник с током со стороны магнитного поля, определяется по формуле:  $F = IB \sin \alpha$ , отсюда

$$l = \frac{F}{BI \sin \alpha};$$

$$l = \frac{24}{12 \cdot 8 \cdot 0,5} = 0,5 \text{ м.}$$

Ответ:  $l = 0,5$  м.

**Задача 2** В однородном магнитном поле с индукцией 5 Тл движется проводник длиной 0,4 м. В проводнике течет ток 10 А, а расположен он под углом  $45^\circ$  к направлению поля. Проводник перемещается перпендикулярно к направлению поля и направлению тока. Найдите работу перемещения проводника на пути 0,5 м.

$$B = 5 \text{ Тл}$$

$$l = 0,4 \text{ м}$$

$$I = 10 \text{ А}$$

$$\alpha = 45^\circ$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$S = 0,5 \text{ м}$$

$A = ?$

Решение:

Работу перемещения проводника вычисляем по формуле

$$A = FS \cos \beta .$$

Здесь  $F$  – сила, действующая на проводник со стороны магнитного поля:

$$F = IBl \sin \alpha ,$$

тогда:

$$A = IBl \sin \alpha \cos \beta ;$$

$$A = 10 \cdot 5 \cdot 0,4 \cdot 0,5 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot 1 = 5\sqrt{2} \text{ Дж.}$$

Ответ:  $A = 5\sqrt{2}$  Дж.

**Задача 3** В однородном магнитном поле с индукцией 0,05 Тл горизонтально на двух нитях подвешен проводник длины 0,5 м. Проводник перпендикулярен вектору магнитной индукции и имеет массу  $25 \cdot 10^{-3}$  кг. В проводнике создали ток 5 А. На какой угол отклонились нити (рис. 4.3.1)?

$$B = 0,05 \text{ Тл}$$

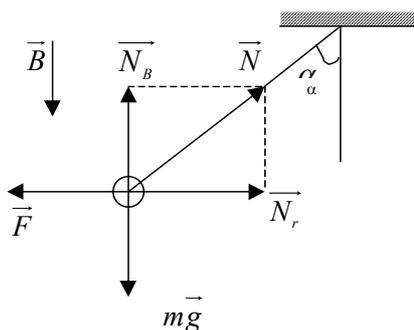
$$l = 0,5 \text{ м}$$

$$\beta = 90^\circ$$

$$m = 25 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$$

$$I = 5 \text{ А}$$

$\alpha = ?$



### Рис. 4.3.1

Решение:

На проводник действуют три силы: сила тяжести, силы натяжения двух нитей и сила Ампера со стороны магнитного поля. Силы натяжения нитей на горизонтальную и вертикальную составляющие в равновесии:

$$N_B = mg \quad \text{и} \quad F = Nr$$

или:  $mg = N \cos \alpha$  и  $mg = N \sin \beta$ .

Поделив второе равенство на первое получим:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{F}{mg}.$$

Так как  $F = IBl \sin \beta$ , то окончательно получаем:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{IBl \sin \beta}{mg};$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{5 \cdot 0,05 \cdot 0,5 \cdot \sin 90^\circ}{25 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8} = 0,51, \alpha = 27^\circ.$$

Ответ:  $\alpha = 27^\circ$ .

**Задача 4** Катушка диаметром 0,15 м имеет 400 витков провода. Катушка помещена в магнитное поле так, что плоскости витков перпендикулярны к силовым линиям магнитного поля. В течение 0,2 с индукция поля равномерно изменилась от 2 Тл до 10 Тл. Найдите эдс индукции в катушке.

$$d = 0,15 \text{ м}$$

$$n = 400$$

$$\alpha = 0$$

$$\Delta t = 0,2 \text{ с}$$

$$B_1 = 2 \text{ Тл}$$

$$B_2 = 10 \text{ Тл}$$

---

$$|\varepsilon| - ?$$

Решение:

Величина эдс индукции определяется по формуле:

$$|\varepsilon| = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t}.$$

$$\Phi_1 = mB_1 S \cos \alpha \quad \text{и} \quad \Phi_2 = mB_2 S \cos \alpha.$$

Тогда:

$$|\varepsilon| = \frac{n \pi d^2 (B_2 - B_1) \cos \alpha}{4 \Delta t};$$

$$|\varepsilon| = \frac{400 \cdot 3,14 \cdot 225 \cdot 10^{-4} (10 - 2) \cos 0}{4 \cdot 0,2} = 283 \text{ В}.$$

Ответ:  $|\varepsilon| = 283 \text{ В}$ .

**Задача 5** Сила тока в катушке изменяется от 2 А до 12 А за 0,1 с. В катушке возникает эдс самоиндукции 25 В. Найдите индуктивность катушки.

$$\begin{aligned} I_1 &= 2 \text{ А} \\ I_2 &= 12 \text{ А} \\ \Delta t &= 0,1 \text{ с} \\ |\varepsilon| &= 25 \text{ В} \end{aligned}$$

$L - ?$

Решение:

Величина эдс самоиндукции определяется по формуле:

$$|\varepsilon| = L \frac{\Delta I}{\Delta t}.$$

Отсюда находим:

$$L = \frac{|\varepsilon| \Delta t}{I_2 - I_1};$$

$$L = \frac{25 \cdot 0,1}{12 - 2} = 0,25 \text{ Гн}.$$

Ответ:  $L = 0,25 \text{ Гн}$ .

**Задача 6** После ускорения разностью потенциалов  $2 \cdot 10^3 \text{ В}$ , электрон влетает в однородное магнитное поле и движется по окружности. Индукция поля равна  $25 \cdot 10^3 \text{ Тл}$ . Найдите радиус окружности и период обращения электрона.

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= 2 \cdot 10^3 \\ \alpha &= 90^\circ \\ n &= 400 \\ B &= 25 \cdot 10^3 \text{ Тл} \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \\ m &= 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг} \end{aligned}$$

$R - ?$   $T - ?$

Решение:

Работа электрического поля затрачивается на увеличение кинетической энергии электрона. Поэтому:

$$e \Delta \varphi = \frac{m v^2}{2}.$$

Отсюда:

$$v = \sqrt{\frac{2e \Delta \varphi}{m}};$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{9,1 \cdot 10^{-31}}} \approx 9 \cdot 10^6 \text{ м/с.}$$

Сила Лоренца, действующая на электрон, является центростремительной силой:

$$evB = \frac{mv^2}{2}.$$

Отсюда  $R = \frac{mv^2}{eB};$

$$R = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 9 \cdot 10^6}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 25 \cdot 10^{-3}} \approx 2 \cdot 10^{-3} \text{ м.}$$

Период обращения электрона найдем разделив длину окружности на скорость электрона:

$$T = \frac{2\pi R}{v};$$

$$T = \frac{2 \cdot 3,14 \cdot 2 \cdot 10^{-3}}{9 \cdot 10^6} \approx 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$$

Ответ:  $R = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}; T = 1,3 \cdot 10^{-9} \text{ с.}$

Задачи для самостоятельного решения

1) Проводник длиной 0,1 м расположен перпендикулярно вектору индукции магнитного поля. При силе тока в проводнике 20 А на него действует сила  $75 \cdot 10^{-3} \text{ Н}$ . Найдите индукцию магнитного поля.

2) Проводник массой  $5 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$  имеет длину 0,25 м. Проводник расположили горизонтально в магнитном поле и пропустили по нему ток силой 20 А. При этом проводник оказался в равновесии. Найдите величину и направление вектора индукции магнитного поля.

3) Проводник длиной 0,25 м замкнут на источник тока. В цепи течет ток 40 А. Проводник находится в однородном магнитном поле с индукцией 50 мТл. Какую работу совершит источник тока при перемещении проводника на 0,5 м перпендикулярно полю?

4) В однородном магнитном поле с индукцией 0,25 Тл горизонтально на двух нитях подвешен проводник длиной 0,5 м. Проводник перпендикулярен вектору магнитной индукции и имеет массу  $25 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$ . Когда в проводнике создали электрический ток, нити отклонились на угол  $30^\circ$ . Найдите силу тока.

5) Прямой проводник длиной 0,5 м расположен под углом  $30^\circ$  к линиям индукции магнитного поля. На проводник действует сила 20 мН, когда в нем течет ток 20 А. Найдите величину вектора магнитной индукции.

6) Индукция однородного магнитного поля 0,75 Тл. Найдите магнитный поток через площадку  $300 \text{ см}^2$ , если угол между вектором индукции и вектором нормали  $60^\circ$ .

7) Проводник длиной 2 м движется в однородном магнитном поле со скоростью 10 м/с. Вектор скорости перпендикулярен к проводнику и вектору индукции магнитного поля. Магнитная индукция равна 0,5 Тл. Найдите эдс, которая индуцируется в проводнике.

8) Проводник длиной 2 м движется перпендикулярно к вектору индукции однородного магнитного поля. Индукция магнитного поля 0,5 Тл. На концах проводника возникает разность потенциалов 1 В. Найдите скорость движения проводника.

9) Прямой соленоид имеет 1200 витков. При изменении тока от 2 А до 18 А магнитный поток через поперечное сечение соленоида изменился на  $5 \cdot 10^{-3} \text{ Вб}$ . Найдите индуктивность соленоида.

10) Прямой соленоид имеет 1200 витков. При равномерном исчезновении магнитного поля в течение 0,075 с в соленоиде индуцируется эдс равная 36 В. Найдите магнитный поток, пронизывавший каждый виток.

- 11) Нормаль к плоскости квадратной рамки со стороной 0,25 м составляет с вектором индукции магнитного поля угол  $30^\circ$ . При выключении поля с напряженностью 100 кА/м в течение 0,04 индуцируется эдс 50 мВ. Найдите длину стороны рамки.
- 12) Плоский виток провода радиусом  $5 \cdot 10^{-2}$  находится в однородном магнитном поле с напряженностью  $10^5$  А/м. Плоскость витка перпендикулярна полю. Сопротивление витка 0,5 Ом. Поле убывает с постоянной скоростью. Найдите заряд, который пройдет по витку.
- 13) Размах крыльев самолета 40 м. Вертикальная составляющая магнитного поля Земли  $5 \cdot 10^{-5}$  Тл. Самолет движется со скоростью 900 км/ч. Найдите разность потенциалов на концах крыльев.
- 14) Прямой проводник длиной 0,5 м вращается вокруг одного из его концов. Плоскость вращения перпендикулярна к вектору индукции магнитного поля. Магнитная индукция поля 2 Тл. На концах проводника возникает разность потенциалов 5 В. Найдите угловую скорость вращения проводника.
- 15) В катушке с индуктивностью 1,5 Гн сила тока равна 25 А. Найдите энергию магнитного поля соленоида.
- 16) Электрон в атоме водорода обращается по круговой орбите радиусом  $0,53 \cdot 10^{-10}$  м. Круговой ток, эквивалентный движущемуся электрону, равен  $10^{-5}$  А. Найдите напряженность магнитного поля в центре орбиты.
- 17) Электрон ускоряется разностью потенциалов  $10^3$  В. Затем он влетает в магнитное поле с индукцией  $1,5 \cdot 10^{-3}$  Тл, перпендикулярное направлению его движения. Найдите радиус окружности, по которой будет двигаться электрон.
- 18) Электрон ускоряется разностью потенциалов 500 В. После этого он движется параллельно прямолинейному проводнику на расстоянии  $5 \cdot 10^{-3}$  м. В проводнике течет ток 50 А. Найдите силу, действующую на электрон.
- 19) Заряженная частица движется в магнитном поле по окружности со скоростью  $8 \cdot 10^6$  м/с. Радиус окружности  $5 \cdot 10^{-2}$  м. Индукция магнитного поля 0,5 Тл. Энергия частицы  $32 \cdot 10^{-19}$  Дж. Найдите заряд частицы.
- 20)  $\alpha$  – частица с кинетической энергией  $8 \cdot 10^{-17}$  Дж влетает в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции. Индукция магнитного поля 5 Тл. Найдите радиус окружности, по которой будет двигаться  $\alpha$  – частица.
- 21) Электрон движется в однородном магнитном поле по окружности, радиус которой 0,2 м. Индукция магнитного поля 0,5 Тл. Найдите энергию электрона.
- 22) Протон и электрон влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору магнитной индукции с одинаковыми скоростями. Сравните радиусы окружностей, по которым они будут двигаться.
- 23) После ускорения одинаковой разностью потенциалов протон и электрон влетают в однородное магнитное поле перпендикулярно вектору индукции. Сравните радиусы окружностей, по которым они будут двигаться.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 
- 1 Бергер Н.М. Изучение тепловых явлений в курсе физики средней школы. М.: Просвещение, 1981.
  - 2 Болсун А.И. Физика в экзаменационных вопросах и ответах. Мн.: БелЭн, 1996.
  - 3 Болсун А.И., Вольштейн С.Л. Единицы физических величин в школе. Мн., 1983.
  - 4 Буховцев Б.Б., Клемантович Ю.М., Мякишев Г.Я. Физика. М.: Просвещение, 1986.
  - 5 Глазунов А.Т. и др. Физика / Под ред. А.А. Пинского. М.: Просвещение, 1995.
  - 6 Гольфарб Н.И. Сборник вопросов и задач по физике. М.: Высшая школа, 1983.
  - 7 Гурский И.П. Элементарная физика с примерами решения задач. М., 1984.
  - 8 Евграфова Н.Н., Каган В.Л. Курс физики для подготовительных отделений вузов. М.: Высшая школа, 1984.
  - 9 Задачи по физике / Под ред. О.Я. Савченко. М.: Наука, 1988.
  - 10 Корочкина Л.Н., Каурова А.С., Шутенко Л.Д., Стасюк Б.П. Физика: Учеб. пособие для студ.-иностранцев подгот. фак. вузов. М.: Высшая школа, 1983.
  - 11 Мустафаев Р.А., Кривцов В.Г. Физика. В помощь поступающим в вузы. М., 1989.
  - 12 Мякишев Г.Я., Буховцев Б.Б. Физика. М.: Просвещение, 1986.

- 13 Мясников С.П., Осанова Т.Н. Пособие по физике. М.: Высшая школа, 1981.  
 14 Павленко Ю.Г. Начала физики. М.: Изд-во МГУ, 1988.  
 15 Физика: Практ. занятия: Учеб. пособие / Л.А. Аксенович, С.М. Жаврид, И.Н. Медведь;  
 Под общ. ред. С.М. Жаврид. 2-е изд., испр. и доп. Мн., 1999.

## П Р И Л О Ж Е Н И Е

### 1 ПЛОТНОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

Вещество	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	Вещество	$\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
<b>Твердые вещества (при 293 К)</b>			
Алюминий	$2,7 \cdot 10^3$	Никелин	$8,8 \cdot 10^3$
Вольфрам	$19,0 \cdot 10^3$	Никель	$8,8 \cdot 10^3$
Дерево (сухое)	$0,7 \cdot 10^3$	Олово	$7,3 \cdot 10^3$
Железо	$7,8 \cdot 10^3$	Пробка	$0,25 \cdot 10^3$
Золото	$19,3 \cdot 10^3$	Свинец	$11,4 \cdot 10^3$
Кирпич	$1,8 \cdot 10^3$	Серебро	$10,5 \cdot 10^3$
Латунь	$8,5 \cdot 10^3$	Сталь	$7,9 \cdot 10^3$
Лед	$0,9 \cdot 10^3$	Стекло	$2,5 \cdot 10^3$
Медь	$8,9 \cdot 10^3$	Цинк	$7,1 \cdot 10^3$
Мрамор	$2,7 \cdot 10^3$	Чугун	$7,4 \cdot 10^3$
<b>Жидкости (при 293 К)</b>			
Бензин	$0,70 \cdot 10^3$	Масло (жидкое)	$0,90 \cdot 10^3$
Вода (4 °С)	$1,00 \cdot 10^3$	Ртуть (0 °С)	$13,60 \cdot 10^3$
Вода морская	$1,03 \cdot 10^3$	Спирт	$0,80 \cdot 10^3$
Керосин	$0,80 \cdot 10^3$	Эфир	$0,72 \cdot 10^3$
<b>Газы при нормальных условиях (<math>p_0 = 1,013 \cdot 10^5</math> Па; <math>T = 273</math> К)</b>			
Азот	1,25	Кислород	1,43
Водород	0,09	Метан	0,71
Воздух	1,29	Углекислый газ	1,98

### 2 УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОЕМКОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

Вещество	$c, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$	Вещество	$c, \text{Дж}/(\text{кг} \cdot \text{К})$
Алюминий	$0,92 \cdot 10^3$	Никель	$0,46 \cdot 10^3$
Вода	$4,2 \cdot 10^3$	Олово	$0,25 \cdot 10^3$
Железо	$0,46 \cdot 10^3$	Ртуть	$0,13 \cdot 10^3$
Золото	$0,13 \cdot 10^3$	Свинец	$0,13 \cdot 10^3$
Керосин	$2,1 \cdot 10^3$	Серебро	$0,25 \cdot 10^3$
Латунь	$0,38 \cdot 10^3$	Сталь	$0,46 \cdot 10^3$
Лед	$2,1 \cdot 10^3$	Стекло	$0,84 \cdot 10^3$
Медь	$0,38 \cdot 10^3$	Цинк	$0,38 \cdot 10^3$

### 3 УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА СГОРАНИЯ НЕКОТОРЫХ ВИДОВ ТОПЛИВА

Вещество	$q, \text{Дж}/\text{кг}$	Вещество	$q, \text{Дж}/\text{кг}$
Бензин	$4,6 \cdot 10^7$	Мазут	$4,2 \cdot 10^7$
Бензин авиационный	$5,0 \cdot 10^7$	Нефть	$4,6 \cdot 10^7$
Дерево	$1,3 \cdot 10^7$	Порох	$0,4 \cdot 10^7$
Каменный уголь	$2,9 \cdot 10^7$	Спирт	$2,9 \cdot 10^7$
Керосин	$4,6 \cdot 10^7$	Условное топливо	$2,9 \cdot 10^7$

### 4 ТЕМПЕРАТУРА ПЛАВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

(при  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па}$ )

Вещество	$t_{\text{пл}}, \text{°C}$	Вещество	$t_{\text{пл}}, \text{°C}$
Алюминий	660	Нафталин	80
Вода чистая	0	Олово	232
Вода морская	-2,5	Парафин	54

Вольфрам	3370	Ртуть	-39
Железо	1520	Свинец	327
Золото	1064	Серебро	960
Латунь	1000	Спирт	-114
Лед	0	Сталь	1300
Медь	1083	Цинк	420
		Чугун	1150

**5 УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ПЛАВЛЕНИЯ ВЕЩЕСТВ  
(В ТОЧКЕ ПЛАВЛЕНИЯ)**

Вещество	$\lambda$ , Дж/кг	Вещество	$\lambda$ , Дж/кг
Алюминий	$3,86 \cdot 10^5$	Олово	$0,59 \cdot 10^5$
Железо	$2,06 \cdot 10^5$	Парафин	$1,47 \cdot 10^5$
Золото	$0,67 \cdot 10^5$	Ртуть	$0,13 \cdot 10^5$
Лед	$3,36 \cdot 10^5$	Свинец	$0,25 \cdot 10^5$
Медь	$1,76 \cdot 10^5$	Цинк	$1,13 \cdot 10^5$
Нафталин	$1,51 \cdot 10^5$	Чугун	$0,97 \cdot 10^5$

**6 ТЕМПЕРАТУРА КИПЕНИЯ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ  
(при  $p_0 = 1,013 \cdot 10^5$  Па)**

Вещество	$t_k$ , °C	Вещество	$t_k$ , °C
Азот	-196	Олово	2300
Бензин	150	Ртуть	357
Вода	100	Свинец	1600
Гелий	-269	Спирт	78
Кислород	-183	Цинк	906
Нафталин	218	Эфир	35

**7 УДЕЛЬНАЯ ТЕПЛОТА ПАРООБРАЗОВАНИЯ ВЕЩЕСТВ  
(В ТОЧКЕ КИПЕНИЯ)**

Вещество	$r$ , Дж/кг	Вещество	$r$ , Дж/кг
Вода	$22,6 \cdot 10^5$	Спирт	$88,7 \cdot 10^5$
Ртуть	$25,8 \cdot 10^5$	Эфир	$35,2 \cdot 10^5$

## 8 ДИЭЛЕКТРИЧЕСКАЯ ПРОНИЦАЕМОСТЬ НЕКОТОРЫХ ВЕЩЕСТВ

Вещество	$\epsilon$	Вещество	$\epsilon$
Вода	81	Слюда	7,0
Воздух	1,0006	Стекло	7,0
Керосин	2	Титанат ба- рия	1200
Парафин	2	Эбонит	3

## 9 УДЕЛЬНОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ (ПРИ 273 К) И ТЕМПЕРАТУРНЫЙ КОЭФФИЦИЕНТ СОПРОТИВЛЕНИЯ НЕКОТОРЫХ МЕТАЛЛОВ

Вещество	$\rho$ , Ом · м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>	Веще- ство	$\rho$ , Ом · м	$\alpha$ , К <sup>-1</sup>
Алюми- ний	$0,029 \cdot 10^{-6}$	0,004	Медь	$0,017 \cdot 10^{-6}$	0,004
Вольф- рам	$0,056 \cdot 10^{-6}$	0,005	Нике- лин	$0,42 \cdot 10^{-6}$	0,000 1
Констан- тан	$0,50 \cdot 10^{-6}$	0,0000 2	Ни- хром	$1,10 \cdot 10^{-6}$	0,000 1
Латунь	$0,071 \cdot 10^{-6}$	0,001	Сереб- ро	$0,16 \cdot 10^{-6}$	0,004

## О Г Л А В Л Е Н И Е

<b>Часть</b>	<b>1</b>	<b>КИНЕМАТИКА</b>	
.....			3
1.1	ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ РАВНОМЕРНОЕ И НЕРАВНОМЕРНОЕ	ДВИЖЕНИЕ	3

.....				
Примеры	решения	задач		4
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			8
.....				
1.2	РАВНОПЕРЕМЕННОЕ			
	ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ			11
.....				
Примеры	решения	задач		12
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			16
.....				
1.3	ДВИЖЕНИЕ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ			
	ТЯЖЕСТИ			20
Примеры	решения	задач		24
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			29
.....				
1.4	РАВНОМЕРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ПО			
	ОКРУЖНОСТИ			32
Примеры	решения	задач		33
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			37
.....				
<b>Часть</b>	<b>2</b>	<b>ДИНАМИКА</b>		<b>42</b>
.....				
2.1	ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ.			
	ПРЯМОЛИНЕЙНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА			42
.....				
Примеры	решения	задач		42
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			49
.....				
2.2	ИМПУЛЬС, РАБОТА, ЭНЕРГИЯ,			
	ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ В МЕХАНИКЕ			52
.....				
Примеры	решения	задач		53
.....				
Задачи для самостоятельного	решения			54
.....				
2.3	МЕХАНИЧЕСКАЯ РАБОТА.			
	МОЩНОСТЬ. ЗАКОН СОХРАНЕНИЯ			
	ЭНЕРГИИ			57
.....				

Примеры	решения	задач	59
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		64
.....			
<b>Часть 3</b>	<b>ОСНОВНЫЕ</b>	<b>ПОЛОЖЕНИЯ</b>	
	<b>МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ</b>		
	<b>ТЕОРИИ. ТЕРМОДИНАМИКА</b>		68
3.1	СВОЙСТВА ГАЗОВ. ИДЕАЛЬНЫЙ ГАЗ.	ГАЗОВЫЕ ЗАКОНЫ	68
.....			
Примеры	решения	задач	70
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		71
.....			
3.2	ВНУТРЕННЯЯ ЭНЕРГИЯ. РАБОТА В	ТЕРМОДИНАМИКЕ	74
.....			
Примеры	решения	задач	75
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		77
.....			
3.3	КОЛИЧЕСТВО ТЕПЛОТЫ. ТЕПЛОВОЙ	БАЛАНС	79
.....			
Примеры	решения	задач	80
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		82
.....			
<b>Часть 4</b>	<b>ЭЛЕКТРИЧЕСТВО</b>		85
.....			
4.1	ЭЛЕКТРОСТАТИКА		85
.....			
Примеры	решения	задач	87
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		93
.....			
4.2	ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК		95
.....			
Примеры	решения	задач	98
.....			
Задачи для самостоятельного	решения		104
.....			
4.3	МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.	ЭЛЕКТРОМАГНИТНАЯ ИНДУКЦИЯ	106
.....			

Примеры решения задач	109
.....	
Задачи для самостоятельного решения	114
.....	
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	116
.....	
ПРИЛОЖЕНИЕ	117
.....	