ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_P/C_V

Издательство ТГТУ

Министерство образования Российской Федерации

Тамбовский государственный технический университет

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_P/C_V

Лабораторная работа

Для студентов 2 курса дневного отделения
технических специальностей

Тамбов
Издательство ТГТУ
2003

ББК В3
УДК 53
Г611

Утверждено редакционно-издательским советом университета

Рецензент
профессор ***В. И. Ляшков***

Г611 **Определение отношения C_p/C_v:** Лаб. работа / Сост.: Ю. М. Головин, В. Н. Холодилин. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2003. 12 с.

В лабораторной работе рассмотрены теоретическое обоснование и методические указания по определению отношения C_p/C_V методами Клемана-Дезорма и измерения скорости звука.

Предназначена для студентов 2 курса дневного отделения технических специальностей.

ББК В3
УДК 53

Учебное издание

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТНОШЕНИЯ C_P/C_V
Лабораторная работа

Составители: **Головин** Юрий Михайлович,
Холодилин Валерий Николаевич

Редактор В. Н. Митрофанова
Компьютерное макетирование Е. В. Кораблевой

Подписано к печати 22.01.2003
Формат 60 × 84/16. Бумага газетная. Печать офсетная
Объем: 0,7 усл. печ. л.; 0,6 уч. изд. л.
Тираж 200 экз. С. 28

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Определение отношения C_p/C_v
(для воздуха методом Клемана-Дезорма)

***Цель работы*:** определить отношение C_p/C_v для воздуха методом Клемана-Дезорма, основанном на исследовании некоторой массы газа, последовательно переходящего в различные состояния.

***Приборы и принадлежности*:** стеклянная колба, насос, манометр.

В настоящей работе определение $C_p/C_v = \gamma$ производится одним из классических методов – методом Клемана-Дезорма. Большой сосуд при помощи крана К$_1$ сообщается с наружным воздухом (рис. 1), а с помощью крана К$_2$ – с водяным манометром и нагнетательным насосом.

В предстоящем опыте полная масса газа в сосуде будет изменяться. Поэтому, будем оперировать удельным объемом

$$\text{v} = V/m,$$

где m – масса газа; V – объем. Выделяя мысленно единичную массу газа, которая при всех изменениях остается внутри сосуда, для адиабатического процесса можно записать уравнение Пуассона

$$P\text{v}^{\gamma} = \text{const}, \quad \text{или} \quad \frac{P^{\gamma-1}}{T^{\gamma}} = \text{const}.$$

Рассмотрим последовательно процессы происходящие в работе.

Закрыть кран К$_1$ и быстро накачать в сосуд воздух до тех пор, пока манометр покажет разность давлений 115 – 120 мм вод. ст. Перекроем краном К$_2$ трубку, соединяющую баллон с насосом. На рис. 2 этот процесс соответствует адиабате 0-1. Через 2-3 мин давление снизится от P_1 до P_2, а температура снизится от T_1 до $T_2 = T_0$, т.е. комнатной. Воздух изохорически перейдет из состояния P_1, T_1, v_1 в состояние P_2, T_0, $\text{v}_2 = \text{v}_1$ – процесс 1-2.

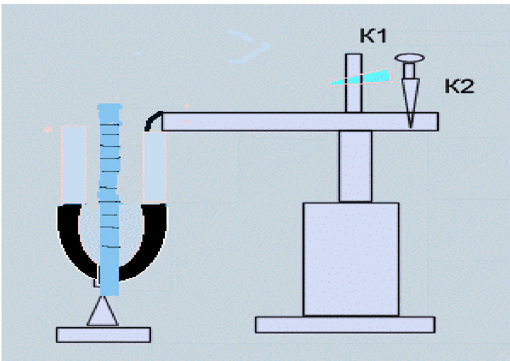


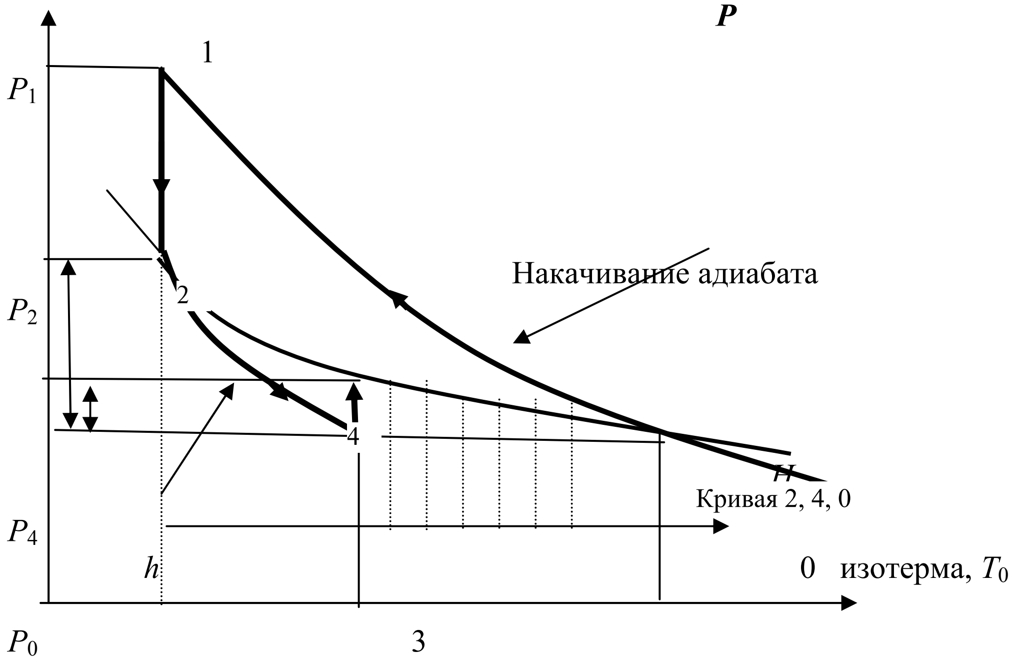
Рис. 1

Если соединить сосуд с атмосферой на τ секунд, открывая кран К$_1$, то воздух в сосуде будет расширяться адиабатически до тех пор, пока его давление не установится равным атмосферному P_0, тем самым температура понизиться до $T_3 < T_0$ – процесс 2-3. Для него имеем

$$\frac{P_2^{\gamma-1}}{T_0^{\gamma}} = \frac{P_0^{\gamma-1}}{T_3^{\gamma}}. \tag{1}$$

После закрытия крана К$_1$ температура воздуха в баллоне через некоторое время (2-3 мин), определяемое теплопроводностью стенок сосуда сравняется с T_0. Процесс 3-4 изохорический. Для него имеем

$$\frac{P_0}{T_3} = \frac{P_4}{T_4} = \frac{P_4}{T_0}\,. \qquad (2)$$



Адиабата

1 2 3 4 5 6 τ, с

v

Рис. 2

Решая совместно (1) и (2) имеем

$$\left(\frac{P_4}{P_0}\right)^{\gamma} = \left(\frac{P_2}{P_0}\right)^{\gamma-1}. \qquad (3)$$

Логарифмируя (3) получим

$$\gamma = \frac{\ln \dfrac{P_2}{P_0}}{\ln \dfrac{p_2}{P_4}} = \frac{\ln \dfrac{P_0 + H}{P_0}}{\ln \dfrac{p_0 + H}{P_0 + h}} = \frac{\ln\left(1 + \dfrac{H}{P_0}\right)}{\ln\left(1 + \dfrac{H - h}{P_0 + h}\right)}.$$

Имея ввиду то, что H, $h \ll P_0$, можно воспользоваться разложением функции $\ln(1 + x)$ в ряд, т.е. $\ln(1 + x) = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \ldots$, если $x \ll 1$ и ограничившись первым членом разложения, получим

$$\gamma \approx \frac{H}{P_0} : \frac{H - h}{P_0} = \frac{H}{H - h}\,. \qquad (4)$$

Следует заметить, что величина h существенно зависит от времени перекрывания крана $К_1$. Если перекрывать раньше, то получим завышенное значение h. Если перекрывать кран $К_1$ позже момента выравнивания давления в сосуде, то получим заниженное значение h. Причем тем более, чем больше время запаздывания.

Поскольку, момент окончания адиабатического процесса 2-3 неопределен, найдем значения h_i в различные промежутки времени τ_i между открыванием крана $К_1$.и его закрытием.

Опыт показывает, что между h_i, h и τ выполняется соотношение

$$\lg h_i = \lg h - A\tau,$$

где A – константа зависящяя от многих факторов (установки, условий).

Если построить график зависимости $\lg h_i = f(\tau)$, то путем экстраполирования можно найти $\lg h$ и, следовательно, h (рис. 3).

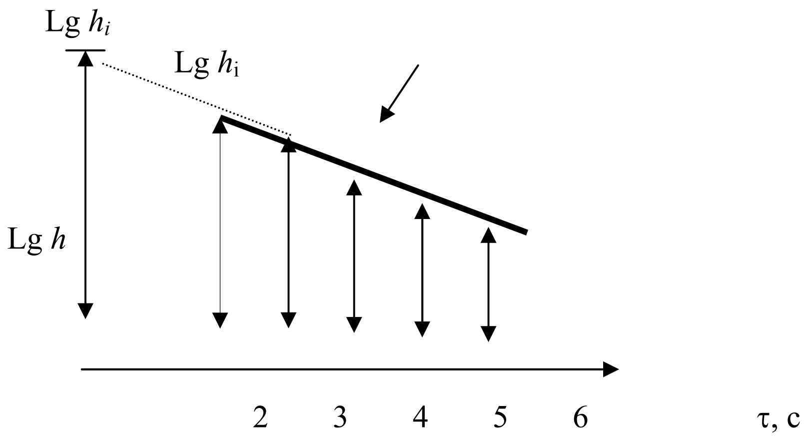


Рис. 3

Таблица 1

τ_i	$\tau_1 = 2$	$\tau_2 = 3$	$\tau_3 = 4$	$\tau_4 = 5$	$\tau_5 = 6$
H					
h_i					
$\mathrm{Lg}h_i$					

Порядок выполнения работы

1 Закрыть кран $К_1$ и накачать воздух в баллон $H = 115 – 120$ мм вод. ст.

2 Закрыть кран $К_2$, выждать1-2 минуты. Добиться разности уровней $H = 100$ мм медленным стравливанием воздуха краном $К_1$. Записать данные в табл. 1.

3 Быстро открыть кран $К_1$, одновременно включив секундомер и через $\tau = 2$ с, его закрыть.

4 Сделать отсчет разности уровней h_i, через 2-3 мин.

Для выбранного значения H повторить опыт для четырех различных значений τ времени запаздывания с интервалом в одну секунду согласно пп. 1 – 4. При этом надо помнить, что в каждом эксперименте H должна быть постоянной.

5 Повторить опыт три раза для различных начальных значений H.

6 Построить три графика зависимости $\lg h_i = f(\tau)$ для H_1, H_2, H_3.

7 Определить на графике три величины h. Оценить ошибку.

По формуле (4) рассчитать γ. Полученное значение γ сравнить с табличным значением. Рассчитать абсолютную и относительную ошибки.

Определение отношения молярных теплоемкостей C_p/C_v методом измерения скорости звука

***Принадлежности*:** звуковой генератор (ЗГ), электронный осциллограф, микрофон, телефон, вмонтированы в стеклянную трубу.

Отношение теплоемкости газа γ при постоянном давлении C_p к теплоемкости его при постоянном объеме C_V входит в уравнение адиабатического процесса, т.е. $P_1V_1^{\gamma} = P_2V_2^{\gamma}$ процесса, идущего без теплообмена.

Процесс распространения звуковых волн в газе можно рассматривать как адиабатический, так как при этом изменение давления воздуха происходит так быстро, что смежные участки среды не успевают обмениваться теплом.

В настоящей работе из выражения скорости распространения монохроматической звуковой волны, источником которой служит телефон, запитываемый от генератора звуковых волн (ЗГ), определяется γ

$$U = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}}\,. \tag{5}$$

Звуковая монохроматическая волна представляет собой периодические колебания давления воздуха, распространяющиеся в воздухе (упругие свойства которого характеризуются модулем всестороннего сжатия K) с определенной скоростью

$$U = \sqrt{\frac{K}{\rho}}\,, \tag{6}$$

где ρ – плотность среды, K – модуль всестороннего сжатия.

Выразив K из уравнения адиабаты, а ρ из уравнения Менделеева-Клапейрона, получим уравнение (5).

В целях накопления знаний и развития физического мышления ниже предлагаем упрощенный вывод формулы (6), если предположить, что ρ = const (более строгий подход можно найти в Фейнмановских лекциях по физике. Т. IV, 1967. С. 157 – 164 и формулы (5)).

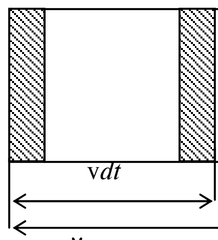


Рис. 4

Пусть за время dt мембрана двигаясь со скоростью v сместилась на расстояние vdt, тем самым сдеформировав воздушный слой $dV = \mathrm{v}S dt$ (рис. 4).

Этот сжатый слой воздуха приведет в движение соседние слои, соответственно в упругой среде будет распространяться деформация со скоростью U на длине столба газа, равной Udt. Импульс силы F, с которой мембрана в течение времени dt давит на газ, составит

$$Fdt = -dPSdt \quad . \qquad (7)$$

где S – площадь мембраны; dP – дополнительное давление, создаваемое мембраной на воздух.

С другой стороны, импульс внешней силы равен приращению импульса, который получил газ массой, заключенной в объеме

$$V = SUdt \text{ , т.е. } \quad Fdt = \rho SUdt\,\mathrm{v} \, . \qquad (8)$$

Следовательно, dP можно выразить, используя соотношение (7) и (8), т.е.

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dP}{\rho U^2} \, . \qquad (9)$$

По закону Гука для газовой среды dP связано с относительной величиной изменения объема газа следующим образом

$$\frac{dV}{V} = -\frac{1}{K} dP \quad . \qquad (10)$$

Решая совместно уравнения (9) и (10) получим соотношение (6)

$$U = \sqrt{\frac{K}{\rho}} \, .$$

Поскольку распространение звука считается адиабатическим процессом, то воспользуемся уравнением адиабаты $PV^{\gamma} = \mathrm{const}$.

Дифференцируя уравнение $PV^{\gamma} = \mathrm{const}$, получим

$$dPV^{\gamma} + \gamma p V^{\gamma - 1} dV = 0 \, ,$$

откуда

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V} \, . \qquad (11)$$

Из уравнения (10) следует

$$\frac{dP}{dV} = -\frac{K}{V} \, . \qquad (12)$$

Следовательно из (11, 12) $\quad K = \gamma P$. $\qquad$ (13)

Плотность ρ можно найти из уравнения

$$PV = \frac{M}{\mu} RT \quad , \qquad (14)$$

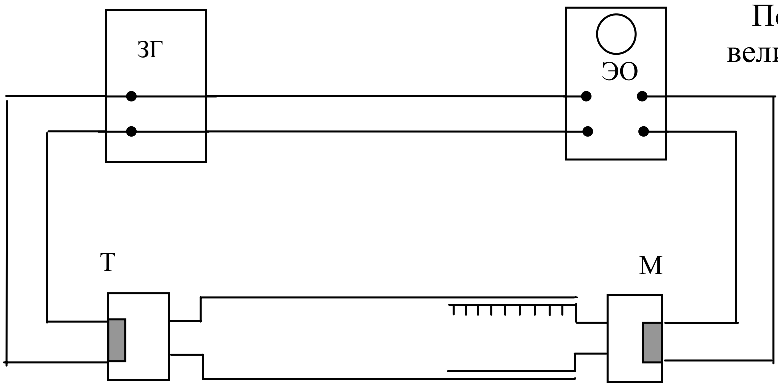
где $\qquad \rho = \dfrac{P\mu}{RT}$.

Поэтому, подставив в уравнение (6) выражения (13) и (14), получим

$$U = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}} \, ,$$

или

$$\gamma = \frac{\mu}{RT} U^2 \, . \qquad (15)$$



Поскольку плотность воздуха не слишком велика, то скорость (фазовая скорость U) звуковых волн практически не зависит от частоты (отсутствие дисперсии). Тогда представим себе, что в некоторой точке пространства давление меняется во времени по закону

$$P = P_0 \sin \omega t\,, \qquad (16)$$

то на расстоянии X в направлении распространения волны такие же колебания будут наблюдаться по истечении времени

$$\tau = \frac{X}{U}, \qquad \text{т.е.} \qquad P = P_0 \sin \omega \left(t - \frac{X}{U} \right). \qquad (17)$$

Выражение (17) отражает характерное свойство волны, что фаза изменения давления линейно возрастает в направлении распространения волны, т.е.

$$\varphi = \frac{\omega X}{U}. \qquad (18)$$

Расстояние, на котором фаза изменяется на 2π, называется длиной волны λ. Согласно этому

$$\lambda = \frac{2\pi U}{\omega} = \frac{U}{\nu}. \qquad (19)$$

где ν – частота, заданная звуковым генератором. Чтобы определить скорость U необходимо измерить длину волны λ.

Рис. 5

Метод измерения λ основывается на установлении минимального расстояния между точками пространства, в которых колебания давления происходят синфазно.

Воспользуемся установкой (рис. 5), состоящей из звукового генератора (ЗГ), телефон (Т), микрофона (М) и осциллографа (ЭО).

Сигналы от звукового генератора и динамика подаются на вход пластин осциллографа, находящихся во взаимно перпендикулярном положениях. В результате суперпозиции взаимно перпендикулярных гармонических колебаний (см. первый раздел физики), луч на экране осциллографа будет вычерчивать эллипс, форма и ориентация которого зависит от фазы сигнала микрофона

$$\frac{X^2}{P_{0X}^2}+\frac{Y^2}{P_{0Y}^2}-\frac{2XY}{P_{0X}P_{0Y}}\cos\varphi=\sin^2\varphi\,.$$

Перемещая микрофон, фаза колебания φ звукового сигнала с микрофона будет изменяться согласно уравнению (18), в то время как фаза сигнала со звукового генератора не меняется.

Измерения производят в следующем порядке. Устанавливают микрофон на скамью так, чтобы на экране осциллографа была прямая линия, затем перемещают его до получения такой же прямой. Очевидно, величина перемещения равна длине волны.

Последовательность фигур, наблюдаемых на экране осциллографа при перемещении микрофона, изображена на рис. 6.

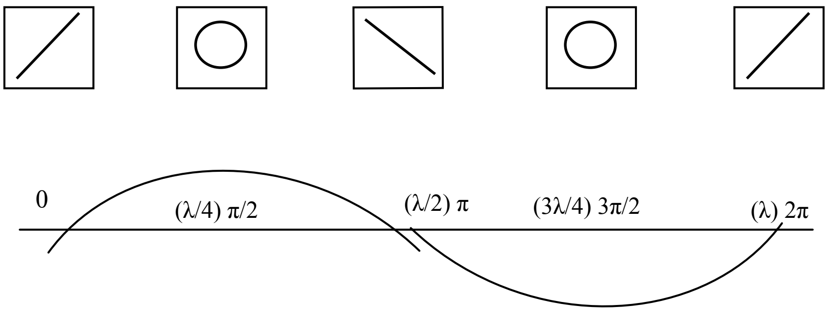


Рис. 6

Задания

1 Начертить в рабочей тетради таблицу для внесения измеряемых величин (табл. 2).

2 Измерить длину волны и зная частоту ν звука, излучаемого генератором (ЗГ), вычислить скорость звука $U = \lambda\nu$. Измерения проделать для различных частот и убедиться в независимости скорости звука от частоты.

3 Определить из формулы (15) адиабатическую постоянную. Среднее значение молярной массы воздуха принять равным 29 10 кг · моль$^{-1}$.

4 Оценить погрешность измерения, где T – комнатная температура; R = 8,3 Дж/моль °К – универсальная газовая постоянная.

Таблица 2

λ, m	ν, Гц	U_i	γ_i	$\Delta\gamma_i$	$\Delta\gamma_i^2$	S_γ	$\Delta\gamma$
			$\gamma_{ср}$ =				

Результаты вычислений представить в виде

$$\gamma=\gamma_{ср}\pm\Delta\gamma\,;\qquad E = \ldots\ \%$$

Контрольные вопросы

1 Дать определение молярной и удельной теплоемкостей. Показать связь между ними.
2 Вывести соотношение между C_p и C_v через степени свободы.
3 Вывести уравнения Майера и объяснить физический смысл универсальной газовой постоянной.
4 Вывести расчетную формулу для γ.
5 Вывести уравнение Пуассона.
6 Каковы источники ошибок в данной работе?
7 Каковы основные трудности классической теории теплоемкости идеальных газов?
8 Что означает внутренняя энергия идеального газа с точки зрения молекулярно-кинетической теории?

Литература

1 Савельев И. В. Курс физики. М.: Наука, 1989. Т. 1. С. 208 – 250.
2 Детлаф А. А., Яворский В. М. Курс физики. М.: Высшая школа, 1989. С. 87 – 103, 121 – 124.