



XV МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ

**"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ"**

СБОРНИК ТРУДОВ

Т О М 2



Тамбов
2002

Министерство образования Российской Федерации
Министерство промышленности, науки и технологий Российской Федерации
Администрация Тамбовской области
Тамбовский государственный технический университет
Тамбовский научно-исследовательский химический институт
Российский химико-технологический университет им. Д. И. Менделеева
Московский государственный университет инженерной экологии
Институт проблем химической физики РАН
Санкт-Петербургский государственный технологический институт
Institute of Hydrodynamics Academy of Sciences of the Czech Republic
Ангарская государственная техническая академия
Ростовская-на-Дону государственная академия
сельскохозяйственного машиностроения
Федеральная целевая программа "Интеграция"

XV МЕЖДУНАРОДНАЯ НАУЧНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ
"МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
В ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ"
ММТТ-15

СБОРНИК ТРУДОВ

Т О М 2

СЕКЦИЯ 2

Тамбов
•Издательство ТГТУ•
2002

УДК 65.015.13
ББК В183
М33

Печатается по решению Редакционно-издательского совета ТГТУ

Редакционная коллегия:

Доктор технических наук, профессор В. С. Балакирев (*общая редакция*)
Доктор технических наук, профессор С. В. Мищенко
Доктор технических наук, профессор С. И. Дворецкий
Доктор технических наук, профессор Е. Л. Еремин

М33 Математические методы в технике и технологиях: Сб. трудов XV Международ. науч. конф. В 10-и т. Т. 2. Секция 2 / Под общ. ред. В. С. Балакирева. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. 168 с.
ISBN 5-230-06-9640-3

В сборнике публикуются труды участников XV Международной научной конференции "Математические методы в технике и технологиях", состоявшейся 4 – 6 июня 2002 г. в Тамбовском государственном техническом университете.

Представленные материалы отражают современные направления оптимизации и оптимального управления технологическими процессами и техническими системами.

Сборник предназначен для специалистов, занимающихся применением современных математических методов и информационных технологий для совершенствования и автоматизации технологических процессов и технических систем.

Доклады рецензированы Программным комитетом конференции ММТТ-15.

УДК 65.015.13
ББК В183

ISBN 5-230-06-9640-3

© Тамбовский государственный
технический университет, 2002



СЕКЦИЯ 2

**ОПТИМИЗАЦИЯ И
ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ
ПРОЦЕССАМИ**



Научное издание

**МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В
ТЕХНИКЕ И ТЕХНОЛОГИЯХ**

Сборник трудов XV Международной научной конференции

Том 2

Технический редактор Т. А. Сынова
Корректоры: А. В. Афанасьев, О. О. Иванов, Т. А. Сынова
Компьютерное макетирование А. В. Майстренко
Компьютерная верстка М. А. Филатовой

Подписано к печати 20.05.2002
Формат 60 × 84/16. Бумага офсетная. Печать офсетная
Объем: 9,77 усл. печ. л.; 9,0 уч. изд. л.
Тираж 115 экз. С. 361^М

Издательско-полиграфический центр ТГТУ
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

СОДЕРЖАНИЕ

ВОРОНЦОВ Г. В., ФЕДИЙ В. С. К ЗАДАЧАМ СИНТЕЗА ЗАКОНОВ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ МНОГОМЕРНЫМИ НАБЛЮДАЕМЫМИ ТЕХНИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ	5
.....	
ПИЛИШКИН В. Н., СМИРНОВ Ю. А. АЛГОРИТМ Н-РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ	10
.....	
<i>Пилишкин В. Н.</i> Управляемость однородных систем по фазовым ограничениям	12
.....	
<i>Галаган Т. А.</i> Система робастного слежения для нелинейного нестационарного объекта	1
.....	
<i>Галаган Т. А., Плутенко А. Д.</i> Робастное управление многосвязным объектом в условиях априорной неопределенности	1
.....	
<i>Еремин Е. Л., Ильина Л. В.</i> Система адаптивного слежения с компенсатором для объектов с запаздыванием по управлению	1
.....	
<i>Еремин Е. Л., Самохвалова С. Г.</i> Адаптивная стабилизация неминимально-фазового объекта управления с ПИД-регулятором и шунт-компенсатором	20
.....	
<i>Еремин Е. Л., Шевко Д. Г.</i> Эквивалентность технической реализации гибридных систем прямого адаптивного управления	22
.....	
<i>Еремин Е. Л., Козлов А. В., Мухомад А. С.</i> Гиперустойчивый нечеткий регулятор электропривода	2
.....	
<i>Ловчаков В. И., Сухинин Б. В., Сурков В. В., Феофилов Е. И.</i> Оптимальное кусочно-линейное управление	2
.....	
<i>Нейдорф Р. А.</i> Глобальная устойчивость неограниченного интервально-аппроксимационного управления	26
.....	
<i>Цыганков М. П.</i> Системы корректирующего управления технологическими процессами	3
.....	
<i>Термер А. А., Цыганков М. П.</i> Гарантированные отклонения при управлении статическими режимами линейных объектов	3
.....	
<i>Карапетян К. Р.</i> Совмещенное оценивание состояния и идентификации линейной системы	3
.....	
<i>Зледенный Н. П.</i> Оценка действий оператора по управлению нелинейным объектом при заданных краевых условиях движения	39
.....	

<i>Зледенный Н. П., Карапетян Р. М.</i> Критерий объективной оценки действий оператора по управлению динамическим объектом	4 0
<i>Гридасов А. Я.</i> Решение краевой задачи о встрече движений на основе определения вариаций невязки по начальным условиям	4 2
<i>Дидрих И. В.</i> Методика расчета коэффициентов характеристического полинома динамической системы по сигналам ее выхода	43
<i>Карапетян Р. М., Саятин О. В.</i> Методика и алгоритм поуровневой и поканальной декомпозиции модели объекта управления	4 4
<i>Островский Г. М., Волин Ю. М.</i> Анализ гибкости ХТС в условиях неопределенности	46
<i>Волин Ю. М., Островский Г. М., Масчева Л. А.</i> Глобальная оптимизация ХТС на основе метода ветвей и границ	47
<i>Холоднов В. А., Ананченко А. Г., Ананченко И. В., Шафеев М. А.</i> Проблемы глобальной оптимизации в химической технологии по публикациям в БД сети STN INTERNATIONAL	50
<i>Холоднов В. А., Ананченко А. Г., Ананченко И. В.</i> Проблемы построения объемной классификации задач и алгоритмов глобальной оптимизации	52
ГРИГОРЬЯН Э. Л. ОПТИМАЛЬНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИ УЧЕТЕ ОГРАНИЧЕНИЙ	54
<i>Терникова А. В.</i> Синтез оптимальных по быстродействию законов интервальной компенсации неизмеряемых возмущений в системах второго порядка при учете ограничений	57
ФАТУЕВ В. А., КАРГИН А. В. d-ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ	60
<i>Шухардин А. Н., Черных А. С.</i> Оптимальный алгоритм обработки измерений одноканального подвижного пеленгатора	62
<i>Булычев Ю. Г., Елисеев А. В., Челахов Д. М.</i> О новом подходе к решению уравнения Риккати в задаче синтеза управлений	68
<i>Ливинский С. В.</i> Квазиоптимальное оценивание параметров движения летательных аппаратов в системах пассивной локации	73
<i>Шухардин А. Н.</i> Алгоритм оценивания многомерных марковских процессов на основе локально-глобального погружения	76
<i>Татищев В. В., Фокин А. Л., Харазов В. Г.</i> Робастное управление потенциально опасными процессами	78
<i>Чупин А. В.</i> Многорежимный подход в оптимальном управлении производством капролактама	81
АВДЕЕНКО Т. В. ДВА СПОСОБА ЭЛИМИНИРОВАНИЯ	

**НЕИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ
МОДЕЛЕЙ В ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ 84**

Авдеенко Т. В., Горский В. Г., Каргин С. А., Швецова-Шиловская Т. Н. Электронный каталог сведений по анализу идентифицируемости линейных динамических моделей 90

Свечкарев В. П. Исследование динамики автоматизированных систем в процессе объектно-ориентированного анализа 95

Кацюба О. А., Пешехонов А. Н., Угнич К. А. Индуктивный метод структурной идентификации 97

**АЙНАКУЛОВ Э. Б. ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ
АППАРАТ ФОРМАЛИЗОВАННОГО СИНТЕЗА
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР . .
. 99**

Левин В. И. Интервальная непрерывная логика и проблемы оптимизации систем в условиях неопределенности 1
. 0
. 0

Левин В. И. Применение непрерывной логики в задачах информатики 103
.

Левин В. И. Применение непрерывной логики для поиска в частично упорядоченных информационных массивах 105
.

Левин В. И. Сравнение интервальных чисел и оптимизация в условиях неопределенности 1
. 0
. 6

Левин В. И., Худяков А. В. Синтез смешанных алгоритмов поиска в массивах с помощью непрерывной логики 108
.

**ЛЕВИН В. И. ОБЪЕДИНЕНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ
ОЦЕНОК ОБЪЕКТОВ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОЙ
ЛОГИКИ 110**

Левин В. И. Анализ характеристик конвейерных систем методами непрерывной логики 112
.

Тищенко Л. Г. Об установившихся режимах в релейно-логиче-ских системах с синхронными конечными автоматами 113

Дворецкий Д. С. Методы и алгоритмы синтеза гибких автоматизированных химико-технологических систем 118
.

Романов В. И. О конструктивном решении некорректно поставленной задачи полета нестабилизированного снаряда 120
.

Трепачев В. В., Прыгунов А. Г., Олейник С. В. Оптимизация в схеме независимых испытаний 123

Аринштейн Э. А., Пилипенко В. А., Шабаева Н. И., Флягин М. Я. Оценка фрактальной размерности неупорядоченной двухмерной структуры 125

<i>Зотов А. И.</i> Модель систем массового обслуживания с ориентацией неравнозначных каналов	125
.....	
<i>Александров В. Д., Иванов Н. М.</i> Вероятностные характеристики суммы шума и квазигармонического сигнала в модели И. С. Всехсвятской	128
<i>Воронин В. В.</i> Отношение эквивалентности и толерантности на множестве возможных дефектов	1
.....	3
.....	1
<i>Бондаренко Л. Н.</i> Прямой алгоритм определения параметров РС-двухполосников по значениям АЧХ и ФЧХ	134
<i>Луцык В. И.</i> Конструирование гетерогенных систем	137
<i>Леонтьев М. А., Червякова Н. Г., Луцык В. И.</i> Коноидные поверхности в фазовых диаграммах	138
..	
<i>Червякова Н. Г., Зеленая А. Э., Насрулин Э. Р.</i> Изображения четырехмерных полиэдров	139
..	
<i>Григорьев И. Г., Зеленая А. Э., Сумкина О. Г.</i> Применение библиотеки объектов для моделирования Т-Х-У диаграмм	1
.....	4
.....	1
<i>Ивлев В. С., Воробьева В. П., Зырянов А. М.</i> Алгоритмы построения изотермических разрезов Т-Х-У-З диаграмм	142
.....	
<i>Сумкина О. Г., Воробьева В. П., Мохосоев Б. В.</i> Компьютерные технологии визуализации Т-Х-У-З диаграмм	143
<i>Аржитова Ю. С., Насрулин Э. Р., Сумкина О. Г.</i> Интерполяция границ фазовых областей минимальными поверхностями	145
<i>Зелёная А. Э., Луцык М. А., Воробьева В. П.</i> Методы расчета сопряженных составов в двухфазных областях Т-Х-У диаграмм	146
..	
<i>ТРУНИН Д. О., АРЖИТОВА Ю. С., ЛУЦЫК В. И.</i> УРАВНЕНИЯ КОСЫХ ГИПЕРПЛОСКОСТЕЙ	147
.....	
<i>Погонин В. А.</i> Построение программы управления роботом в условиях неопределенности	1
.....	4
.....	8
<i>ПОГОНИН В. А.</i> ЗАДАЧА ГАРАНТИРОВАННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ	150
.....	
<i>ЗАЙЦЕВ А. В.</i> МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ	152
<i>Татищев В. В., Фокин А. Л., Харазов В. Г.</i> Использование скорости перемещения материала в реакторе в качестве управляющего воздействия	155
.....	
<i>Александров В. Д., Иванов Н. М.</i> Вероятностные характеристики огибающей суммы квазигармонического сигнала и пуассоновского шума в модели И. С. Всехсвятской	158
.....	

Рассматриваем задачу синтеза закона управления

$$\bar{U}(t) = \bar{F}(\bar{X}(t)) \quad (1)$$

многомерной нелинейной электромеханической системой

$$\dot{\bar{X}}(t) = \bar{f}(\bar{X}(t), \bar{U}(t)), \quad (2)$$

наблюдаемой средствами измерения (СИ)

$$\bar{Z}(t) = C\bar{X}(t), \quad (3)$$

при критерии оптимальности

$$\Phi(\bar{U}) = \int_{t_0}^{\infty} f_0(\bar{X}(t), \bar{U}(t)) dt \rightarrow \min, \quad t_0 > 0; \quad (4)$$

$$\bar{X} \in R^n, \bar{U} \in R^v, \bar{Z} \in R^m; \quad v, m < n.$$

В выражение (2) в общем случае включаем уравнения движения объекта управления и исполнительных механизмов. Считаем, что функции $\bar{f}(\bar{X}, \bar{U})$ и $f_0(\bar{X}, \bar{U})$ ограничены, непрерывны и непрерывно дифференцируемы по переменным \bar{X}, \bar{U} в открытой области $S(\bar{X}, \bar{U})$.

Вектор-функцию управления $\bar{U}(t)$ полагаем кусочно-непрерывной (непрерывной "справа" от каждой точки разрыва), вектор-функцию $\bar{X}(t)$ переменных состояния системы – непрерывной, дифференцируемой вне точек разрыва функции $\bar{U}(t)$ и удовлетворяющей там уравнению (1).

Прямые методы оценивания переменных состояния и синтеза закона управления электромеханическими системами. Сформируем матрицу C_{mn} состава измерений так, чтобы

$$C_{mn} = [C_{mm}; C_{m, n-m}], \quad \det C_{mm} \neq 0.$$

Составим одно из возможных решений уравнения (3) при заданных $\bar{Z}(t) := \bar{Z}_d(t)$ действительных показаниях СИ

$$\bar{X}(t) = \begin{bmatrix} C_{mm}^{-1} \\ 0_{n-m, m} \end{bmatrix} \bar{Z}_d(t) =: D\bar{Z}_d(t).$$

Совокупность всех решений уравнения (3) относительно вектора $\bar{X}(t)$ представим в виде

$$\bar{X}(t) = D\bar{Z}_d(t) + \sum_{i=1}^{n-m} \bar{e}_i \psi_i(t), \quad (5)$$

где векторы $\bar{e}_1 \dots \bar{e}_{n-m}$ образуют ортонормированный базис подпространства $\{\bar{X} : C\bar{X} = \bar{0}\}$ размерности $n-m$ в R^n ; функции $\psi_i(t)$ могут быть определены лишь при введении некоторых дополнительных условий.

Введем целевую функцию

$$\psi(t) = [\bar{X}(t) - \bar{X}_{np}(t)]^* [\bar{X}(t) - \bar{X}_{np}(t)] \rightarrow \min \quad \forall t \in [0, \infty], \quad (6)$$

где $\bar{X}_{np}(t)$ – заданная программа движения, реализацию которой должны обеспечить управления $\bar{U}(t)$.

С учетом выражений (5) и (6) получаем:

$$\frac{\partial \psi}{\partial \psi_i} = \frac{\partial}{\partial \psi_i} \left[\left(D\bar{Z}_d + \sum_{i=1}^{n-m} \bar{e}_i \psi_i - \bar{X}_{np} \right)^* \left(\bar{Z}_d + \sum_{j=1}^{n-m} \bar{e}_j \psi_j - \bar{X}_{np} \right) \right] = 0;$$

$$\psi_i(t) = -\bar{e}_i^* [D\bar{Z}_d(t) - \bar{X}_{np}(t)], \quad i = 1, \dots, n-m;$$

$$\bar{X}(t) = (E - V)D\bar{Z}_n(t) + V\bar{X}_{np}(t), \quad V = \sum_{i=1}^{n-m} \bar{e}_i \bar{e}_i^* \quad (7)$$

Подчеркнем, что уравнение (7) позволяет оценить вектор $\bar{X}(t)$, включая начальное состояние $\bar{X}(t_0)$ без привлечения уравнения (2) движения системы, подробнее в [1]. Если в каналах СИ имеют место случайные помехи $\bar{\xi}_z(t)$, так что $\bar{Z}(t) = C\bar{X}(t) + \bar{\xi}_z(t)$, то предлагаемыми методом могут быть определены математические ожидания $\bar{m}_x(t)$ и корреляционная матрица $K_{xx}(t)$ оценок вектора $\bar{X}(t)$

$$\bar{m}_x(t) = (E - V)D(\bar{m}_z - \bar{m}_\xi) + V\bar{X}_{np}, \quad K_{xx}(t) = [(E - V)D][K_{zz}(t) - K_{\xi\xi}(t)][(E - V)D]^*$$

Здесь $\bar{m}_\xi(t)$ и $K_{\xi\xi}(t)$ – характеристики показаний $\bar{Z}_n(t)$, рассматриваемых как многомерный случайный эргодический процесс.

Для линейных систем

$$\dot{\bar{X}}(t) = A(t)\bar{X}(t) + B(t)\bar{U}(t), \quad (8)$$

после определения вектора $\bar{X}(t)$ по уравнению (7), могут быть определены управления $\bar{U}(t)$, удовлетворяющие условию (6). В самом деле, полагая

$$\bar{X}(t) = \Pi(t, t_0)\bar{X}_0 + \int_{t_0}^t \Pi(t, \tau)B(\tau)\bar{U}(\tau)d\tau$$

и умножая это равенство слева на матрицу $A(t)$, с учетом выражения (8) получаем уравнение Вольтера второго рода

$$\bar{U}_*(t) + A(t) \int_{t_0}^t \Pi(t, \tau)B(\tau)\bar{U}_*(\tau)d\tau = \dot{\bar{X}}(t) - A(t)\Pi(t, t_0)\bar{X}_0$$

относительно вектора $\bar{U}_*(t) = B(t)\bar{U}(t)$. Методы решений уравнений Вольтера см. в [2].

Синтез закона управления при отсутствии ограничений, вводя функцию Беллмана [3]: $\phi(\bar{X}_{t_1}) = \min_{\bar{U}} \int_{t_1}^{\infty} f_0(\bar{X}, \bar{U})d\tau$, составляем условия оптимальности управления системой (1) при определенной траектории $\bar{X}(t)$ движения:

$$\frac{\partial f_0(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} + \frac{\partial \bar{f}^*(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} \bar{\Phi}'_t = \bar{0}; \quad f_0(\bar{X}, \bar{U}) + \bar{f}^*(\bar{X}, \bar{U}) \bar{\Phi}'_t = 0; \quad (9,10)$$

$$\bar{\Phi}'_t = \frac{d\phi(\bar{X})}{d\bar{X}} \quad (11)$$

Если считать вектор-функции $\bar{X}(t)$, $\bar{U}(t)$, удовлетворяющие уравнениям (6) и (7), экстремальными задачи Эйлера-Лагранжа

$$\Phi_\Lambda(\bar{G}) = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ f_0(\bar{X}, \bar{\Phi}(\bar{G})) + \left[\dot{\bar{X}} - \bar{f}(\bar{X}, \bar{\Phi}(\bar{G})) \right]^* \bar{\Lambda} \right\} dt \rightarrow \min, .$$

получаем уравнения:

$$\frac{\partial f_0(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} - \frac{\partial \bar{f}^*(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{U}} \bar{\Lambda} = \bar{0}; \quad \frac{\partial f_0(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{X}} - \frac{\partial \bar{f}^*(\bar{X}, \bar{U})}{\partial \bar{X}} \bar{\Lambda} = 0; \quad \dot{\bar{X}} = \bar{f}(\bar{X}, \bar{U}). \quad (12)$$

Сравнивая выражения (9) и (12), заключаем, что $\bar{\Phi}'_t = \bar{\Phi}'(\bar{X}(t), \bar{U}(t)) =: \bar{\Lambda}(t)$, где $\bar{\Lambda}(t)$ – вектор множителей Лагранжа.

Умножая уравнения (9) и (10) соответственно на $f_0(\bar{X}, \bar{U})$ и $\frac{\partial}{\partial \bar{U}} f_0(\bar{X}, \bar{U})$, а затем, вычитая их, получаем $\left(f_0 \frac{\partial \bar{f}^*}{\partial \bar{U}} - \frac{\partial f_0}{\partial \bar{U}} \bar{f}^* \right) \bar{\Phi}'^* = \bar{0}$.

Так как $\bar{\Phi}'_x \neq 0 \forall t$, выводим обобщенное уравнение Беллмана, позволяющее найти закон управления в форме (1)

$$f_0 \frac{\partial \bar{f}^*}{\partial \bar{U}} = \frac{\partial f_0}{\partial \bar{U}} \bar{f}^*. \quad (13)$$

Для линейных систем

$$\dot{\bar{X}}(t) = A(t)\bar{X}(t) + B(t)\bar{U}(t), \quad (14)$$

при квадратичном критерии качества управления

$$\Phi = \int_{t_0}^{\infty} [(\bar{X} - \bar{X}_{np})^* W_1 (\bar{X} - \bar{X}_{np}) + \bar{U}^* W_2 \bar{U}] dt \rightarrow \min,$$

уравнение (13) получает вид

$$[(\bar{X} - \bar{X}_{np})^* W_1 (\bar{X} - \bar{X}_{np}) + \bar{U}^* W_2 \bar{U}] B^* = 2W_2 \bar{U} (A\bar{X} + B\bar{U})^*, \quad (15)$$

а из уравнений (9) и (10) следует:

$$\bar{U} = -\frac{1}{2} W_2^{-1} B^* \bar{\Phi}'_t; (\bar{X} - \bar{X}_{np})^* W_1 (\bar{X} - \bar{X}_{np}) - \frac{1}{4} (\bar{\Phi}')^* B W_2^{-1} B^* \bar{\Phi}' + \bar{X} A \bar{\Phi}' = 0. \quad (16)$$

Здесь W_1 и W_2 есть определено положительные диагональные матрицы весовых коэффициентов.

Решение нелинейного дифференциального уравнения (15) относительно функции $\Phi(\bar{X})$ разыскиваем в виде $\Phi(\bar{X}) = \bar{X}^* K \bar{X}$, что соответствует управлению системой (14) по принципу обратной связи, см. (15).

Для определения матрицы постоянных коэффициентов K при $\bar{X}_{np}(t) \equiv \bar{0}$ получаем условие

$$\bar{X}^* [W_1 - K^* B W_2^{-1} B^* K + 2A^* K] \bar{X} = 0,$$

откуда следует уравнение

$$K^* B W_2^{-1} B^* K - 2A^* K - W_1 = 0.$$

Оптимальное управление при наличии ограничений. Если управления $\bar{U}(t)$ ограничены допустимыми значениями \bar{U}_{adm} , так что

$$-\bar{U}_{adm} \leq \bar{U}(t) \leq \bar{U}_{adm} = [u_1 \dots u_v]_{adm}^*$$

применяем методику [4, 5], предусматривающую введение преобразований

$$u_j = \varphi_j(g_j), \quad j = 1 \dots v; \quad \varphi_j(g_j) := \begin{cases} + (u_j)_{adm} \dots g_j \geq g_{j*}; \\ \psi_j(g_j) \dots |g_j| < g_{j*}; \\ - (u_j)_{adm} \dots g_j \leq -g_{j*}. \end{cases} \quad (17, 18)$$

Здесь g_{j*} – заданные положительные числа; $\psi_j(g_j)$ – любые монотонно возрастающие функции, имеющие производные, непрерывные при $|g_j| < g_{j*}$ и равные нулю при $|g_j| = g_{j*}$.

Преобразования (17), (18), представляемые в дальнейшем матричными выражениями

$$\bar{U} = \bar{\varphi}(\bar{G}) = [\varphi_1(g_1) \dots \varphi_v(g_v)]^*; \quad \frac{d\bar{U}}{d\bar{G}} = \text{diag} \left[\frac{d\varphi_1(g_1)}{dg_1} \dots \frac{d\varphi_v(g_v)}{dg_v} \right] =: \frac{d\bar{\varphi}}{d\bar{G}},$$

трансформируют замкнутую область $S(\bar{X}, \bar{U})$ в открытую область $S(\bar{X}, \bar{G})$. Это позволяет определить оптимальные квазиуправления \bar{G} методами вариационного исчисления.

Уравнение Эйлера-Лагранжа для функционала

$$\Phi_{\Lambda}(\bar{G}) = \int_{t_0}^{\infty} \left\{ f_0(\bar{X}, \bar{\varphi}(\bar{G})) + [\bar{X} - \bar{f}(\bar{X}, \bar{\varphi}(\bar{G}))]^* \bar{\Lambda} \right\} dt \rightarrow \min$$

имеет вид

$$\frac{\partial \bar{f}^*}{\partial \bar{G}} \left(\frac{\partial f_0}{\partial \bar{\varphi}} - \frac{\partial \bar{f}^*}{\partial \bar{\varphi}} \bar{\Lambda} \right) = \bar{0}.$$

Если некоторые производные $\frac{d\varphi_i}{dg_i} = 0, i = j_1, j_2, \dots$, то соответствующие строки выражения

$$\frac{\partial f_0}{\partial \bar{\varphi}} - \frac{\partial \bar{f}^*}{\partial \bar{\varphi}} \bar{\Lambda} = \bar{0}.$$

При этом получаем уравнения регулятора

$$\varphi_i = \pm (u_i)_{adm}, \quad i = j_1, j_2, \dots; \quad (u_i)_{adm} \dots \{ \bar{F}(\bar{X}) \}_i \geq (u_i)_{adm};$$

$$\{ \bar{F}(\bar{X}) \}_i \dots \{ \bar{F}(\bar{X}) \}_i < (u_i)_{adm}; \quad -(u_i)_{adm} \dots \{ \bar{F}(\bar{X}) \}_i \leq -(u_i)_{adm}; \quad \forall i = j_1, j_2, \dots;$$

$$u_k = \{ \bar{F}(\bar{X}) \}_k, \quad \forall k \notin j_1, j_2, \dots$$

Здесь $\bar{F}(\bar{X}) = \bar{U}$ есть закон управления системой для "внутренних" точек замкнутой области $S(\bar{X}, \bar{U})$.

1. Воронцов Г. В., Федий В. С. Алгоритмы оптимального оценивания и регулирования состояний. Ч. 2 Новочеркасск: УПЦ "Набла", 2001.

2. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М.: Иностранная литература, 1960. С. 299.

3. Беллман Р. Динамическое программирование. М.: ИЛ, 1960.

4. Болтянский В. Г. Математические методы оптимального управления. М.: Наука, 1969.

5. Летов А. И. Аналитическое конструирование регуляторов // Автоматика и телемеханика. Т. XXII. № 4. 1961.

АЛГОРИТМ Н-РОБАСТНОГО УПРАВЛЕНИЯ ПРИ НЕСИММЕТРИЧНЫХ КВАДРАТИЧНЫХ ОГРАНИЧЕНИЯХ
ПИЛИШКИН В. Н., СМИРНОВ Ю. А.

Московский государственный технический университет
 им. Н. Э. Баумана, pilishkin@hotmail.com, smirnov@iu1.bmstu.ru

Рассматривается линейная система, подверженная воздействию возмущений. Ограничения накладываются на вектор выхода y , т.е.

$$y = Cx \in Q(t), \quad \forall t \geq t_0,$$

где $Q(t) = \{ y \in R^l : \psi(y, t) = (y - y^0), M(y - y^0) - q(t) \leq 0 \}$, $M(t) > 0$ и $q(t) > 0$, а $y^0 = y^0(t)$ – известная вектор-функция выбирается произвольно. Ограничения на управление имеют вид

$$u = u(\bullet) \in U(x, t) \quad \forall y = Cx \in Q(t), t \geq t_0,$$

где $U(x, t) = \{ u \in R^m : (u - u^0, L(u - u^0)) - p(x, t) \leq 0 \}$, $u^0 = u^0(t)$ задается произвольно на множестве $U^0 = U^0(t) \subset R^m$, т.е. $u^0(t) \in U^0(t), \forall t \geq t_0$.

Пусть $x^0 = x^0(t)$ произвольное решение уравнения $Cx = y^0$.

Требуется при заданных ограничениях выбрать линейный по вектору выхода закон управления, обеспечивающий фазовые ограничения $Cx \in Q(t)$. Введем переменные: $\hat{x} = x - x^0, \hat{u} = u - u^0, \hat{y} = y - y^0$. Тогда уравнения приводятся к виду:

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + B\hat{u} + \eta, \quad \hat{y} = C\hat{x}, \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0 = x^0 - x^0(t_0), \quad t \geq t_0; \quad (1)$$

$$\eta = \eta(t) = -\dot{x}^0(t) + Ax^0(t) + Bu^0(t) + Dv(t). \quad (2)$$

Ограничения на векторы выхода и управления сводятся к следующим:

$$\hat{y} = \hat{y}(t) \in \hat{Q}(t) = \{ \hat{y} \in R^n : \hat{\psi}(\hat{y}, t) = (\hat{y}, \hat{M}\hat{y}) - q(t) \}, \quad t \geq t_0; \quad (3)$$

$$\hat{M} = C^T M C \quad (\hat{M} \geq 0);$$

$$\hat{u} = \hat{u}(\bullet) \in \hat{U}(\hat{x}, t) = \{ \hat{u} \in R^m : (\hat{u}, L\hat{u}) - \hat{p} \leq 0 \text{ при } \hat{x} \in \hat{Q}(t), t \geq t_0 \};$$

$$\hat{p} = \hat{p}(\hat{x}, t) = p(\hat{x} + x^0(t), t); \quad \hat{u} = \hat{u}(\bullet) = k\hat{y} + ky^0 - u^0. \quad (4)$$

Используя метод фазовых ограничений для системы (1) при ограничениях (3), (4), получим требуемый закон управления $u = ky, k = -L^{-1}B^T C^T M$ при условии, что $u^0 = ky^0$. Причем для этого достаточно выполнения соотношения

$$\left. \begin{aligned} \max_{\rho, \eta} [-\rho q - 2(\eta, \hat{M}\bar{P}\phi^{-1}(\rho)\bar{P}^T \hat{M}\eta) - \dot{q}] &\leq 0, \\ \text{при } 4(\eta, \hat{M}\bar{P}\phi^{-1}(\rho)\bar{P}^T \hat{M}\bar{P}\phi^{-1}(\rho)\bar{P}^T \hat{M}\eta) &= q, t \geq t_0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Phi(\rho) &= \bar{P}^T (S + S^T - 2R)\bar{P} + 2\rho\bar{P}^T \hat{M}\bar{P}, \\ R &= (\hat{M} + \hat{M}A)\tilde{P}(\tilde{P}^T \hat{M}\tilde{P})^{-1}\tilde{P}^T (\hat{M} + A^T \hat{M}), \\ S &= \hat{M} + 2A^T \hat{M} - 2\hat{M}BL^{-1}B^T \hat{M}. \end{aligned} \right\}$$

Матрицы \tilde{P}, \bar{P} определяются следующим образом. Пусть $\hat{H} = \text{Ker}\hat{M}$ ($\dim \hat{H} = \chi$). $\hat{P} - n \times \chi$ матрица, образованная базисными векторами пространства \hat{H} . Сформируем подпространство $\hat{L} = \hat{P}\text{Ker}\hat{P}^T \hat{M}\bar{P} \subset \hat{H}$. Представим $\hat{H} = \hat{L} \otimes \hat{L}^\perp$ ($\hat{L}^T \perp \hat{L}$, $\dim \hat{L}^\perp = \tilde{\chi}$).

$\tilde{P} - n \times \tilde{\chi}$ матрица из базисных векторов подпространства \hat{L}^\perp . Так как $\hat{H} \subset R^n$, то справедливо $R^n = \hat{H} \oplus \hat{H}^\perp$ ($\dim \hat{H}^\perp = n - \chi$). Тогда $\bar{p} - n \times (n - \chi)$ – матрица базисных векторов подпространства \hat{H}^\perp .

Решение задачи будем вести следующим образом: в качестве смещения вектора выхода $y^0 = y^0(t)$ берется известная вектор-функция или выбирается произвольно; определяем $x^0 = x^0(t)$ из уравнения $Cx = y_0$; далее находим $u^0 = u^0(t)$; затем можно из (2) найти $\eta = \eta(t)$; далее вектор \hat{P} можно найти как решение уравнения $C\hat{P} = 0$, а $\bar{P} = \tilde{P} = C^T$; наконец проверяем справедливость соотношений системы (5), которые являются квадратичными по $\eta = \eta(t)$:

$$\begin{aligned} \max_{\rho, \eta} [f_m(A, B, C, L, m(t), q, \rho) f_\eta^2] &\leq 0; \\ f_q^2(A, B, C, L, m(t), q, \rho) f_\eta^2 &= q, \end{aligned}$$

где $f_\eta = (\eta, C) = \eta_1 c_1 + \eta_2 c_2 + \dots + \eta_n c_n$; для начала находим значение ρ из второго уравнения, затем убеждаемся в справедливости первого неравенства системы (5).

Справедливость неравенства показывает, что найденный закон управления $u = ku$ обеспечивает выполнение ограничений (3) для смещений системы (1), а следовательно выполняется ограничение $y \in Q(t)$ для исходной линейной системы.

управляемость однородных систем
по фазовым ограничениям

ПИЛИШКИН В. Н.

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМ. Н.Э. БАУМАНА**

Рассматривается в достаточно общем случае следующая система

$$\dot{x} = f(x, u, v, t), \quad x(t_0) = x_0, \quad t \geq t_0, \quad (1)$$

где x, u, v – соответственно векторы состояния, управления, возмущения; t – время.

Систему (1) будем называть λ -однородной, если функцию $f(\cdot)$ можно представить в виде $f(x, u, v, t) = \Phi[f^1(x), f^2(u, v, t)]$, где $f^1(\lambda x) = \lambda f^1(x)$.

Здесь $\lambda \in R^1$ – скалярный параметр; $\Phi(\cdot), f^1(\cdot), f^2(\cdot)$ – некоторые $n \times 1$ вектор-функции.

В дальнейшем задачу синтеза будем рассматривать для однородных систем.

Ограничения, накладываемые на систему (1), приводятся к виду:

$$x = x(t) \in Q(t); \quad Q(t) = \{x \in R^n : \psi(x, t) \leq 0\}, \quad t \geq t_0. \quad (2), (3)$$

где $\psi(x, t)$ – непрерывно дифференцируемая в \mathfrak{R}^n скалярная функция. Соответственно $\Gamma Q(t)$ – граница множества $Q(t)$.

Ограничения на управление и возмущения имеют вид:

$$u \in U(t) \subset R^m, \quad t \geq t_0; \quad v \in V(t) \subset R^r, \quad t \geq t_0. \quad (4), (5)$$

Требуется для системы (1) сформировать такой допустимый в смысле (4) закон управления

$$u = \tilde{u}(x, t), \quad (6)$$

который бы обеспечивал желаемую динамику поведения системы в смысле (2) с учетом заданных ограничений (5).

Пусть $x = x(t, x_0)$ – некоторая траектория системы (1), лежащая внутри множества $Q(t)$. Тогда через $z(t, z_0)$ обозначим траекторию, лежащую на границе $\Gamma Q(t)$, т.е. $z(t, z_0) \in \Gamma Q(t)$, $t \geq t_0$, удовлетворяющую соотношению $z(t, z_0) = \frac{1}{\lambda} x(t, x_0)$, $z_0 = \frac{1}{\lambda} x_0$, (7)

где $\lambda = \lambda(t, x_0)$ – некоторая скалярная неотрицательная функция.

Должно выполняться условие $\psi(\mathbf{z}(t, \mathbf{z}_0), t) = \psi\left(\frac{\mathbf{x}(t, \mathbf{x}_0)}{\lambda(t, \mathbf{x}_0)}, t\right) \equiv 0, \forall t \geq t_0$.

В результате преобразований получим

$$\dot{\lambda} = \frac{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{f}(\lambda \mathbf{z}, u, v, t))}{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{z})} + \lambda \frac{\partial \psi / \partial t}{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{z})} = \Phi(\lambda, \mathbf{z}, u, v, t), \mathbf{z}(t_0) = \mathbf{z}_0, \lambda(t_0) = \lambda_0. \quad (8)$$

Если для некоторой траектории $\mathbf{z}(t)$ при допустимых u, v решение уравнения (8) удовлетворяет условию

$$0 < \lambda(t) \leq 1 \quad \forall t \in [t_1, t_2], \quad (9)$$

то согласно (8) получим, что $\mathbf{x}(t) \in Q(t) \quad t \in [t_1, t_2]$.

Рассмотрим следующий класс однородных систем

$$\Phi[f^1(\cdot), f^2(\cdot)] = f^1(x) + f^{2,1}(u) + f^{2,2}(v, t). \quad (10)$$

Причем управление $u = \tilde{u}(x, t)$ ищется в таком виде, что обеспечивается однородность функции $f(x, \tilde{u}(x, t), v, t)$.

Очевидно, в этом случае можно записать:

$$f(\lambda x, \tilde{u}(\lambda x, t), v, t) = \lambda f^1(x) + \lambda f^{2,1}(\tilde{u}(x, t), t) + f^{2,2}(v, t) = \lambda \tilde{f}^1(x, t) + f^{2,2}(v, t).$$

Тогда уравнение (8) примет вид

$$\dot{\lambda} = \varphi_1 \lambda + \varphi_0, \lambda(t_0) = \lambda_0, t \geq t_0, \quad (11)$$

$$\text{где } \varphi_0 = \frac{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{f}^{2,2}(v, t)) + \partial \psi / \partial t}{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{z})}; \quad \varphi_1 = \frac{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \tilde{\mathbf{f}}^1(\mathbf{z}, t)) + \partial \psi / \partial t}{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{z})}.$$

Решение данного уравнения должно удовлетворять неравенству

$$0 \leq \lambda(t) = \lambda_0 e^{\int_{t_0}^t \varphi_1(\tau) d\tau} + \int_{t_0}^t e^{\int_{t_0}^{\tau} \varphi_1(\tau) d\tau} \varphi_0(\tau) d\tau \leq 1. \quad (12)$$

Считаем, что неопределенность по возмущению v можно представить следующим образом $v = G(x, g)$, где G вектор-функция, для которой $f^{2,2}(G(x, g), t)$ однородна; g – векторный параметр, определенный в некотором диапазоне $[g^-, g^+]$.

Тогда уравнение (11) приводится к виду

$$\dot{\lambda} = \lambda \cdot \tilde{\varphi}_1, \lambda(t_0) = \lambda_0, t \geq t_0, \tilde{\varphi}_1 = \frac{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \tilde{\mathbf{f}}^1(\mathbf{z}, t) + \mathbf{f}^{2,2}(G(\mathbf{z}, g), t)) + \partial \psi / \partial t}{(\nabla_{\mathbf{z}}\psi, \mathbf{z})}.$$

Отсюда $\lambda(t) = \lambda_0 e^{\int_{t_0}^t \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau} \leq \lambda_{\max}$, что эквивалентно неравенству

$$\int_{t_0}^t \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau \leq \ln \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_0} \quad \forall t \in [t_1, t_2], \mathbf{z}(t) \in \Omega(t_1, t_2). \quad (13)$$

Неравенство (13) можно решать, если потребовать, чтобы оно выполнялось $\forall \mathbf{z}(t) \in \Omega(t_1, t_2)$. Тогда для достаточно широкого класса систем

$$\max_{\mathbf{z}(\tau) \in \Omega(t_0, t)} \int_{t_0}^t \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau = \int_{t_0}^t \max_{\mathbf{z}(\tau) \in \Omega(t_0, t)} \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau \leq \ln \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_0}, \forall t \in [t_1, t_2]. \quad (14)$$

Для анализа разрешимости неравенств (13), (14), а так же для непосредственного решения можно сформировать достаточно общее условие в виде некоторого проверяемого алгебраического соотношения.

Продифференцируем выражение $\mathbf{x}(t) = \lambda \mathbf{z}(t)$, и получим $\dot{\lambda} \mathbf{z} + \lambda \dot{\mathbf{z}} = \dot{\mathbf{x}}$. Отсюда с учетом однородности (10) при выбираемых $u(\cdot)$ и $v(\cdot)$, имеем $\lambda \tilde{\varphi}_1 \mathbf{z} + \lambda \dot{\mathbf{z}} = \lambda \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}, t)$, где $\tilde{\mathbf{f}}(\cdot) = \tilde{\mathbf{f}}^1(\mathbf{z}, t) + \mathbf{f}^{2,2}(G(\mathbf{z}, g), t)$, тогда $\dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}, t) - \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}, t) \mathbf{z}$. (15)

Так как $\psi(\mathbf{z}(t), t) \equiv 0$, то $\psi(\mathbf{z}, t)$ является первым интегралом неравенства (15).

В результате приходим к следующей оптимизационной задаче

$$\left. \begin{aligned} \max_{\mathbf{z}(t) \in \Omega(t_0, t)} J = \max_{\mathbf{z}(t) \in \Omega(t_0, t)} \int_{t_0}^t \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}(\tau), \tau) d\tau \leq \ln \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_0}, \\ t \in [t_1, t_2] \quad \text{при} \quad \dot{\mathbf{z}} = \tilde{\mathbf{f}}(\mathbf{z}, t) - \tilde{\varphi}_1(\mathbf{z}, t) \mathbf{z}, \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

соответствующей необходимому и достаточному условию обеспечения рассматриваемых фазовых ограничений.

Из анализа оптимизационной задачи (16) можно утверждать, что $\forall t \in [t_1, t_2]$ решением задачи является одна и та же оптимальная в смысле (16) $\mathbf{z}^0(t)$. Действительно, пусть для некоторого произвольного момента времени $t \in [t_1, t_2]$ траектория является оптимальной, а $\mathbf{z}(t)$ является решением (15) и $\mathbf{z}(t) = \mathbf{z}^0(t) + \delta \mathbf{z}(t)$, где $\delta \mathbf{z}(t)$ – сколь угодно малая вариация траектории $\mathbf{z}^0(t)$.

Нетрудно получить уравнение

$$\delta \dot{z} = R(z^0, t) \delta z, \quad R(z^0, t) = \nabla_z \tilde{f} - \tilde{\varphi}_1 E - z^0 (\nabla_z \tilde{\varphi}_1)^T. \quad (17)$$

Отсюда $\delta z(t) = e^{\int_{t_0}^t R(z^0(\tau), \tau) d\tau} \delta z_0 = \Phi_0(t, t_0) \delta z_0$, $\delta z_0 = \delta z(t_0)$, где $\Phi_0(t, t_0)$ – переходная матрица уравнения (17).

Приращение функционала для траектории $z^0(t)$ должно удовлетворять равенству

$$\delta y = \int_{t_0}^t (\nabla_z \tilde{\varphi}_1, \delta z) d\tau = \left(\int_{t_0}^t \Phi_0^T(\tau, t_0) \nabla_z \tilde{\varphi}_1 d\tau, \delta z_0 \right) = 0, \quad \forall \delta z_0. \quad (18)$$

Отсюда следует, что вектор

$$s(t) = \int_{t_0}^t \Phi_0^T(\tau, t_0) \nabla_z \tilde{\varphi}_1 d\tau \quad (19)$$

должен быть ортогонален гиперплоскости, касательной к поверхности в точке $z_0^0 = z^0(t_0)$. Известно, что к $\Gamma Q(t_0)$ в точке z_0^0 ортогонален вектор $\nabla_z \psi(z_0^0, t_0)$. Поэтому

$$s(t) = \mu(t) \nabla_z \psi(z_0^0, t_0), \quad \mu(t) \in \mathcal{R}^1, \mu(t_0) = 0. \quad (20)$$

Вектор $s(t)$ вида (19) является решением уравнения $\dot{s} = R^T s + \nabla_z \tilde{\varphi}_1$, $s(t_0) = 0, t \geq t_0$.

$$\text{Отсюда } (\dot{\mu} E - \mu R^T) \nabla_z \psi = \nabla_z \tilde{\varphi}_1, \quad t \geq t_0. \quad (21)$$

Соотношение (20) представляет собой необходимое условие оптимальности $z^0(t)$. Из (20) следует, что при $t = t_0$

$$\dot{\mu}(t_0) \nabla_z \psi(z_0^0, t_0) = \nabla_z \tilde{\varphi}_1(z_0^0, t_0)$$

определяется конкретное значение z_0^0 , которому соответствует единственная траектория $z^0(t)$.

Поскольку $J(z^0(t)) \rightarrow \max \forall t \in [t_1, t_2]$,

то $J(z^0(t + \Delta t)) = J(z^0(t)) + \Delta J \rightarrow \max$, $\forall \Delta t$ при $t + \Delta t \in [t_1, t_2]$, а значит $\Delta J \rightarrow \max \forall \Delta t$ где $t + \Delta t \in [t_1, t_2]$.

Выбирая Δt достаточно малым, из (16) получим $\Delta J = \tilde{\varphi}_1(z^0(t), t) \cdot \Delta t$, т.е. вдоль оптимальной траектории $z^0(t)$ функция $\tilde{\varphi}_1(z, t)$ в каждый момент времени должна принимать максимальное значение.

Так как при $\Delta t \rightarrow 0$ справедливо $\tilde{\varphi}_1|_{t+\Delta t} = \tilde{\varphi}_1|_t + \tilde{\varphi}_1|_t \Delta t$, то получим $\tilde{\varphi}_1|_{t+\Delta t} \rightarrow \max$ тогда и только тогда, когда $\dot{\tilde{\varphi}}_1|_t \rightarrow \max \forall t \in [t_1, t_2]$.

С учетом того, что

$$\dot{\tilde{\varphi}}_1 = (\nabla_z \tilde{\varphi}_1, \dot{z}) + \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial t} = (\nabla_z \tilde{\varphi}_1, \tilde{f}(z, t) - \tilde{\varphi}_1(z, t)z) + \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial t},$$

ПРИХОДИМ К СПРАВЕДЛИВОСТИ СЛЕДУЮЩЕГО РЕЗУЛЬТАТА: ДЛЯ РАЗРЕШИМОСТИ ЗАДАЧИ (10), А ЗНАЧИТ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ФАЗОВЫХ ОГРАНИЧЕНИЙ (2) С УЧЕТОМ (4), (5), В КЛАССЕ Λ – ОДНОРОДНЫХ СИСТЕМ (1) НЕОБХОДИМО И ДОСТАТОЧНО, ЧТОБЫ НА РЕШЕНИЯХ ЗАДАЧИ

$$\max_z [(\nabla_z \tilde{\varphi}_1, \tilde{f}(\cdot) - \tilde{\varphi}_1 z) + \frac{\partial \tilde{\varphi}_1}{\partial t}], \quad \text{при } z(t_0) = z_0 \in \Gamma Q(t_0), t \geq t_0 \quad (21)$$

ВЫПОЛНЯЛОСЬ НЕРАВЕНСТВО $\min_{\tilde{u}(\cdot)} J(z^0(t), \tilde{u}^0(\cdot)) \leq \ln \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_0}, \forall t \in [t_1, t_2]$, **ГДЕ $z^0(t)$ – РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ (21).**

СИСТЕМА РОБАСТНОГО СЛЕЖЕНИЯ ДЛЯ НЕЛИНЕЙНОГО НЕСТАЦИОНАРНОГО ОБЪЕКТА ГАЛАГАН Т.А.

Амурский государственный университет, galagan@freemail.amursu.ru

Рассматривается динамический объект с неполностью измеряемым вектором состояния, функционирующий в условиях априорной неопределенности

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(x, t)x(t) + b(t)u + f(t), \quad y(t) = L^T x(t), \quad z = g^T y,$$

где $x(t) \in R^n$, $y(t) \in R^l$ – векторы входа и выхода ($n > l$); $u \in R$ – управление; $z(t) \in R$ – обобщенный выход, формируемый с помощью линейного компенсатора за счет выбора элементов вектора g ; вектор внешних возмущений $f(t)$ удовлетворяет условию $\|f(t)\| < f_0^2 = \text{const}$.

Задана явная эталонная модель в виде:

$$\frac{dx_M}{dt} = A_M x(t) + b_M r(t), \quad y_M(t) = L^T x_M(t), \quad z_M = g^T y,$$

где $r(t) \in R$ – известное ограниченное задающее воздействие. Пусть матрица $(A - A_M)$ совместно с вектором b_M допускает факторизацию вида:

$$A(t) = A_M + b_M \beta^T L^T x^T x, \quad b(t) = b_M (1 + \alpha(t)),$$

где $0 < \alpha(t) \leq \alpha_0^2 = \text{const}$, $|\beta_i(t)| \leq \beta_{0i}^2$, $i = 1 \dots n$.

В рамках применения критерия гиперустойчивости можно показать, что алгоритм управления

$$u = \gamma_1 |r| + \gamma_2 (y^T y)^2 + \gamma_3 y^T y + \gamma_4 + \gamma_5 |v|^q \text{sgn}(v), \quad v = z_M - z,$$

где $\gamma, \gamma_1, \gamma_5 > 0$, $\gamma_2 > \gamma \|L\|^2$, $\gamma_3 > \gamma \sup_t \|\beta^T(t)\|^2$, $\gamma_4 > \gamma + f_0^2$, $0 < q < 1$ обеспечивает выполнение целевого условия

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - x(t)) = 0.$$

На рис. 1 представлен один из результатов имитационного моделирования.

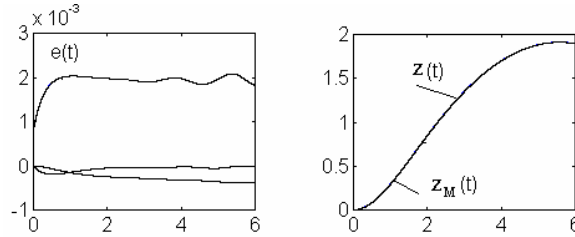


Рис. 1

$$A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -4 & -6 & -4 \end{pmatrix}, \quad b_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad f = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0,7 \sin(0,03t) \end{pmatrix}, \quad L = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0,5 & 1 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 3,5 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\beta^T(t) = (8 \cos 4t \quad 3 - 0,5 \sin t), \quad \alpha(t) = 0,5 - 0,1 \sin t, \quad r(t) = 2,5 \sin(0,3t)$$

$$\gamma_1 = 0,5, \quad \gamma_2 = 16, \quad \gamma_3 = 1, \quad \gamma_4 = 0,25, \quad \gamma_5 = 320, \quad q = 0,3.$$

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСВЯЗНЫМ ОБЪЕКТОМ В УСЛОВИЯХ АПРИОРНОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Галаган Т. А., Плутенко А. Д.

Амурский государственный университет, galagan@freemail.amursu.ru

Робастные подходы применимы в управлении нестационарными объектами, динамические характеристики которых существенно изменяются во времени. В данной работе рассматривается нестационарный динамический объект управления, функционирующий в условиях априорной неопределенности при воздействии на него внешних ограниченных возмущений:

$$\frac{dx(t)}{dt} = A(t)x(t) + B(t)u + f(t), \quad y(t) = x(t), \quad z(t) = G^T y(t), \quad (1)$$

где $x(t), y(t) \in R^n$ – векторы входа и выхода; $u \in R^m$ – вектор управления; $A(t), B(t)$ – неизвестные матрицы размеров $(n \times n)$, $(n \times m)$; $z(t) \in R^m$ – обобщенный выход; $G(n \times n)$ – числовая матрица; $f(t)$ – вектор внешних возмущений, удовлетворяющий условию

$$\|f(t)\| < f_0^2 = \text{const}.$$

Задана явная эталонная модель в виде:

$$\frac{dx_M(t)}{dt} = A_M x_M(t) + B_M r(t), \quad y_M(t) = x_M(t), \quad z_M(t) = G^T y_M(t),$$

(2)

где $A_M(n \times n), B_M(n \times m)$ – заданные матрицы, причем A_M – гурвицева, $r(t) \in R^m$ – задающее воздействие.

Пусть выполнены условия структурного согласования объекта и эталона

$$A(t) = A_M + B_M \beta^T(t), \quad B(t) = B_M (E_n + \alpha(t)), \quad (3)$$

где $\beta(t)$ – матрица размера $(m \times n)$; $\alpha(t)$ – диагональная матрица размера $(n \times n)$. Элементами этих матриц являются величины, неизвестным образом меняющиеся в известных диапазонах; E_n – единичная матрица.

Тогда робастное управление вида

$$u_i = (\gamma_1 |r_i| + \gamma_2 (y_i)^2 + \gamma_3) \operatorname{sgn}(v_i), \quad v = z_M - z, i = 1 \dots m, \quad (4)$$

где $\gamma_1 > 0$, $\gamma_2 > \gamma \sup_t \|\beta_i(t)\|^2$, $\gamma_3 > \gamma + f_0^2$, $\gamma > 0$,

обеспечивает выполнение целевого условия $\lim_{t \rightarrow \infty} (x_M(t) - x(t)) = 0$, если элементы матрицы $G^T (n \times m)$, формирующей обобщенный выход, такие что выполнено условие

$$\operatorname{Re} G^T (i\omega E_n - A_M)^{-1} B_M > 0, \quad \forall \omega \in R.$$

Для обеспечения указанного свойства, элементы матрицы G выбираются таким образом, чтобы в условиях априорной неопределенности полином $\det(i\omega E_n - A_M) \det(G^T (i\omega E_n - A_n)^{-1} B_M)$ был бы гурвицевым степени $(n - 1)$ с положительными коэффициентами.

При выполнении указанных условий по критерию гиперустойчивости робастная система (1 – 4) будет асимптотически гиперустойчивой.

СИСТЕМА АДАПТИВНОГО СЛЕЖЕНИЯ С КОМПЕНСАТОРОМ ДЛЯ ОБЪЕКТОВ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ ПО УПРАВЛЕНИЮ

Еремин Е. Л., Ильина Л. В.

Амурский государственный университет, iljina@freemail.amursu.ru

В последнее время при построении систем управления для объектов с запаздыванием используются различные способы его компенсации, например [1].

Пусть динамика объекта управления описывается соотношениями

$$dx(t)/dt = Ax(t) + bu(t - \tau), \quad x(0) = x_0, \quad u(s) = 0,$$

$$s \in [-\tau, 0], \quad A = A(\xi), \quad b = b(\xi), \quad \xi \in \Xi, \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u \in R$, $\tau = \text{const}$ – известное запаздывание, Ξ – класс (уровень) априорной неопределенности. Зададим желаемое поведение объекта с помощью эталонной модели

$$d\zeta(t)/dt = A_m \zeta(t) + b_m r(t), \quad x_m(t) = \zeta(t - \tau), \quad A = A_m + b C_0^T, \quad b_m = (\mu_0 - 1)b, \quad (2)$$

где $\zeta \in R^n$, $r(t)$ – кусочно-непрерывное ограниченное скалярное задающее воздействие; $x_m \in R^n$ – выход эталонной модели; матрицы A и A_m – гурвицевы при любых $\xi \in \Xi$.

Введем, аналогично [1], в рассмотрение дополнительный контур

$$dy(t)/dt = A_m y(t) + b_m [u(t) - u(t - \tau) + v(t + \tau)], \quad (3)$$

где $v(t + \tau)$ – дополнительное управляющее воздействие, а также дополнительный вектор $z(t)$ и следующие два вектора ошибок: $z(t) = x(t) + y(t)$, $e(t) = z(t) - \zeta(t)$, $\sigma(t) = z(t - \tau) - x(t)$, тогда из существования $e(t) \rightarrow 0$, $\sigma(t) \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$, следует $\lim_{t \rightarrow \infty} (x(t) - x_m(t)) = 0$.

В отличие от [1], далее рассматриваются структуры основного (нового) и вспомогательного законов управления, в частности, заданные следующим образом:

$$u(t) = C^T(t) z(t) + \mu(t) u(t - \tau) + k(t) r(t);$$

$$v(t + \tau) = H^T(t + \tau) y(t) + \chi(t + \tau) [u(t) - u(t - \tau)]. \quad (4)$$

Алгоритмы адаптации (синтезированные по критерию гиперустойчивости) имеют вид:

$$H(t + \tau) = H(t) - B_m^T R e(t) [\alpha^T y(t) + \beta_1 (u(t) - u(t - \tau))];$$

$$\chi(t + \tau) = \chi(t) - B_m^T R e(t) [\alpha^T y(t) + \beta_1 (u(t) - u(t - \tau)) - 1];$$

$$\begin{aligned}
C(t) &= -B_m^T R e(t) \gamma z(t) - \int_0^t B_m^T R e(s) \gamma z(s) ds, \quad \mu(t) = \\
&= -B_m^T R e(t) \beta_2 u(t - \tau) - \int_0^t B_m^T R e(s) \beta_2 u(s - \tau) ds, \\
k(t) &= -B_m^T R e(t) \beta_3 r(t) - \int_0^t B_m^T R e(s) \beta_3 r(s) ds, \quad H(t) = \\
&= -\lambda [B_m^T R e(t) y(t) + g^T \sigma(t) y(t - \tau)] - \int_0^t \lambda [B_m^T R e(s) y(s) + g^T \sigma(s) y(s - \tau)] ds, \quad \alpha = \text{diag}\{\alpha_i\}, \gamma = \text{diag}\{\gamma_i\}, \lambda = \text{diag}\{\lambda_i\}, \alpha_i, \beta_j, \gamma_i, \lambda_i = \\
\chi(t) &= -\beta_4 [B_m^T R e(t) (u(t) - u(t - \tau)) + g^T \sigma(t) (u(t - \tau) - u(t - 2\tau))] - \\
&- \int_0^t \beta_4 [B_m^T R e(s) (u(s) - u(s - \tau)) + g^T \sigma(s) (u(s - \tau) - u(s - 2\tau))] ds, \\
RA_m + A_m^T R &= -Q,
\end{aligned}$$

$\text{const} > 0, i = 1, \dots, n, j = 1, \dots, 4$. Характер процессов в системе (1) – (3) с запаздыванием $\tau = 0,3$, проиллюстрирован на рис. 1 (слева – результаты из [1], справа – результаты с регулятором (4)).

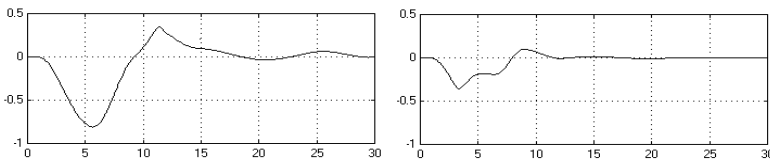


Рис. 1

1. Цыкунов А. М. Адаптивное управление с компенсацией влияния запаздывания // Известия АН. Теория и системы управления. 2000. № 4.

АДАПТИВНАЯ СТАБИЛИЗАЦИЯ НЕМИНИМАЛЬНО-ФАЗОВОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ С ПИД-РЕГУЛЯТОРОМ И ШУНТ-КОМПЕНСАТОРОМ

Еремин Е. Л., Самохвалова С. Г.
Амурский государственный университет, eremin@amursu.ru

Рассматривается метод построения системы управления для априорно неопределенного неминимально-фазового объекта с адаптивным шунт-компенсатором и типовым ПИД-регулятором.

Пусть неминимально-фазовый объект управления (ОУ) со скалярным входом-выходом, описывается соотношениями вида:

$$\begin{aligned}
a(p)y(t) &= b(p)u(t), \quad a(p) = p^n + a_{n-1}p^{n-1} + \dots + a_1p + a_0; \\
b(p) &= b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + \dots + b_1p + b_0, \quad a_0, b_0 > 0,
\end{aligned} \quad (1)$$

а шунт-компенсатор – уравнением реального дифференцирующего звена

$$(Tp + 1)z(t) = pu(t), \quad T = \text{const} > 0, \quad (2)$$

ГДЕ $Y(T) \in R$ – ВЫХОД ОБЪЕКТА; $U(T) \in R$ – УПРАВЛЕНИЕ; P – ОПЕРАТОР ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ; $A(P)$ – ГУРВИЦЕВ ПОЛИНОМ; $B(P)$ – ПОЛИНОМ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ РАСПОЛОЖЕНИЕМ КОРНЕЙ; $K_0 > 1, K_0 = \text{DEG } A(P) - \text{DEG } B(P)$ – ОТНОСИТЕЛЬНЫЙ ПОРЯДОК ОБЪЕКТА.

ВЫХОД ОУ – $X(T)$ ФОРМИРУЕТСЯ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ:

$$x(t) = y(t) + k(t)z(t), \quad k(t) > 0, \quad \forall t > 0, \quad (3)$$

где $z(t) \in R$ – выход шунта; $k(t) \in R$ – некоторый параметр самонастройки, поскольку функционирование объекта (1) протекает в условиях априорной неопределенности:

$$a_i = a_i(\xi), \quad i = \overline{0, n}, \quad b_j = b_j(\xi), \quad j = \overline{0, m}, \quad \xi \in \Xi. \quad (4)$$

Закон управления ПИД-регулятора описывается уравнением

$$u(t) = \left(K_{II} + \frac{1}{T_{II}p} \text{const} + \frac{T_{II}p}{T_M p + 1} \right) e(t), \quad e(t) = r(t) - x(t), \quad r(t) = r_* 1(t), \quad r_* = \text{const}, \quad (5)$$

где $e(t) \in R$ – ошибка регулирования ОУ; T_{II}, T_{II}, T_M и K_{II} – коэффициенты настроек регулятора; $r(t) \in R$ – задающее воздействие; r_* – значение уставки.

Предположим, что в системе (1) – (5) при управлении $u_*(t)$ существует установившейся режим работы, в котором ОУ описывается статической моделью

$$a_0 y_*(t) = u_*(t) = u_* = \text{const}, \quad (6)$$

а выход компенсатора (2) удовлетворяет соотношению $\lim_{t \rightarrow \infty} z(t) = 0$.

Тогда, если в процессе самонастройки параметра $k(t)$ будет выполняться требование

$$\lim_{t \rightarrow \infty} k(t) = k_* = \text{const} > 0, \quad (7)$$

то в силу уравнения (3) и существования предельных соотношений:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_* = y_*, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0, \quad (8)$$

статическая модель ОУ также будет описываться уравнением (6).

В рамках критерия гиперустойчивости можно показать, что синтезировав алгоритм настройки параметра $k(t)$ следующим образом:

$$\frac{dk(t)}{dt} = \begin{cases} q_0 |e(t)|^q, & \forall |e(t)| \geq \delta_0, \\ 0, & \forall |e(t)| < \delta_0, \end{cases} \quad q, q_0, \delta_0 = \text{const} > 0, \quad (9)$$

в системе (1) – (6), (9) будет обеспечено выполнение требований целевых условий вида (7), (8). Результаты имитационного моделирования этой системы показали хорошее качество стабилизации объекта при существенном изменении его параметров.

ЭКВИВАЛЕНТНОСТЬ ТЕХНИЧЕСКОЙ РЕАЛИЗАЦИИ ГИБРИДНЫХ СИСТЕМ ПРЯМОГО АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Еремин Е. Л., Шевко Д. Г.

Амурский государственный университет, shevko@freemail.amursu.ru

Одна из проблем синтеза высокоэффективных гибридных систем управления (ГСУ) может быть решена за счет применения метода нелинейного преобразования координат, описанного в [1]. Однако следует отметить, что синтезированные таким образом ГСУ обычно имеют сложную техническую реализацию, поскольку при построении сложных вычислительных алгоритмов функциональные возможности аналоговой вычислительной техники весьма ограничены.

Рассматривается "технически сложная" ГСУ, описываемая уравнениями:

$$dx(t)/dt = Ax(t) + bu(t), \quad x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^1; \quad (1)$$

$$d\bar{x}(t)/dt = A_M \bar{x}(t) + b_M r(t), \quad \bar{x}(t) \in R^n, \quad r(t) \in R^1; \quad (2)$$

$$e(t) = \bar{x}(t) - x(t), \quad z(t) = g^T e(t) e^T(t) e(t), \quad g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n); \quad (3)$$

$$u_k = \chi_k r_k + c_k^T x_k, \quad u(t) = u_k \quad \text{при} \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad \chi_k = \chi_{k-1} + h_1 z_k r_k, \\ h_1 = \text{const} > 0; \quad (4)$$

$$c_k = c_{k-1} + H_2 z_k x_k, \quad H_2 = \text{diag}\{h_{2i}\}, \quad h_{2i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (5)$$

где $z_k = z(t_k)$, $x_k = x(t_k)$, $t_k = kT$, $T > 0$ – шаг дискретизации, $k = 0, 1, 2, \dots$

Очевидно, что ГСУ (1) – (5) имеет эквивалентную техническую реализацию в виде "технически простой" ГСУ, основанную на следующей математической модели:

$$dx(t)/dt = Ax(t) + bu(t), \quad x(t) \in R^n, \quad u(t) \in R^1; \quad (6)$$

$$\bar{x}_{k+1} = P_M \bar{x}_k + d_M r_k, \quad \bar{x}_k \in R^n, \quad r_k \in R^1; \quad (7)$$

$$e_k = \bar{x}_k - x_k, \quad z_k = g^T e_k e_k^T e_k, \quad g^T = (g_1, g_2, \dots, g_n); \quad (8)$$

$$u_k = \chi_k r_k + c_k^T x_k, \quad u(t) = u_k \quad \text{при} \quad t_k \leq t < t_{k+1}, \quad \chi_k = \chi_{k-1} + h_1 z_k r_k, \\ h_1 = \text{const} > 0; \quad (9)$$

$$c_k = c_{k-1} + H_2 z_k x_k, \quad H_2 = \text{diag}\{h_{2i}\}, \quad h_{2i} = \text{const} > 0, \quad i = \overline{1, n}, \quad (10)$$

где $P_M = \exp(A_M T)$; $d_M = A_M^{-1}(P_M - E_n)b_M$; E_n – единичная матрица.

Проверка технической эквивалентности ГСУ (1) – (5) и (6) – (10) осуществляется в рамках вычислительного эксперимента. Результаты моделирования, полученные при следующих исходных данных:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}, \quad b = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad A_M = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}, \quad b_M = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad g = \begin{pmatrix} 1,5 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \\ c_0^T = (0 \ 0), \quad \chi_0 = 0, \quad h_1 = 2,5, \quad h_{21} = 15, \quad h_{22} = 9, \quad r_k = 0,4 \sin(kT) + 1, \quad T = 1,$$

приведены на рис. 1, где левый график – рассогласование между значениями элементов вектора состояния объекта управления систем (1) – (5) и (6) – (10), а правый – рассогласование между значениями управляющих воздействий.

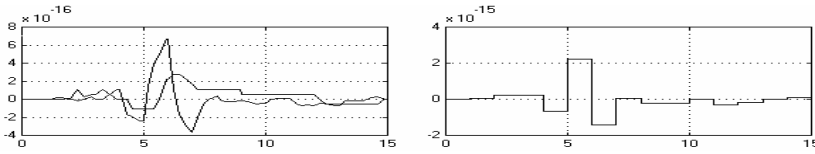


Рис. 1

1. Брокетт Р. У. Алгебры Ли и группы Ли в теории управления. Математические методы в теории систем. М.: Мир, 1979.

ГИПЕРУСТОЙЧИВЫЙ НЕЧЕТКИЙ РЕГУЛЯТОР ЭЛЕКТРОПРИВОДА

Еремин Е. Л., Козлов А. В., Мухопад А. С.
Амурский государственный университет, eremin@amursu.ru

ИЗВЕСТНО, ЧТО ПОСТРОЕНИЕ НЕЧЕТКОГО УПРАВЛЕНИЯ СИСТЕМАМИ НЕВЫСОКОГО ПОРЯДКА, ОБЕСПЕЧИВАЕТ ПРОСТУЮ И БЫСТРУЮ РЕАЛИЗАЦИЮ И НАСТРОЙКУ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ. НАМИ ПРЕДЛАГАЕТСЯ НЕЧЕТКИЙ РЕГУЛЯТОР С ЭТАЛОННОЙ МОДЕЛЬЮ ДЛЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА. РАЗРАБОТКА ПОЛУЧЕННОЙ НЕЧЕТКОЙ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ НА БАЗЕ КРИТЕРИЯ ГИПЕРУСТОЙЧИВОСТИ, ЧТО ВЫГОДНО ЕЕ ОТЛИЧАЕТ ОТ СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЭВРИСТИКИ.

В качестве объекта управления рассматривается электромеханическая следящая система с подчиненным регулированием переменных, которая описывается уравнением второго порядка

$$\dot{x} = A(x,t)x + Bu + f, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $x = [x_1 x_2]^T$, $x_1 = x_1(t) = \varphi$ – угол поворота ротора; $x_2 = x_2(t) = \omega$ – угловая скорость двигателя; $u = g + z$ – управляющее воздействие; g – задающее воздействие; z – выходная скалярная переменная нечеткого регулятора (сигнал адаптации); f – вектор внешних возмущающих воздействий; $A(x,t)$ – матрица, элементы которой являются непрерывными нелинейными нестационарными ограниченными функциями; $B = [0 \ b]^T$ – постоянная матрица.

Эталонная модель описывается уравнением

$$\dot{x}_M = A_M x + B_M g, \quad x_M(t_0) = x_{M0}, \quad (2)$$

где $x_M = x_M(t) = [x_{M1} \ x_{M2}]^T$; A_M – постоянная матрица. Уравнение движения для ошибки $e = x - x_M$ можно получить, вычитая (2) из (1), в следующем виде:

$$\dot{e} = A_M e + \mu, \quad v = Pe, \quad \mu = \sigma + Bz, \quad \sigma = [\sigma_1 \ \sigma_2]^T = [A(x,t) - A_M]x + f. \quad (3)$$

Интегральное неравенство в силу (3) имеет вид

$$\eta = -\int_0^t \mu(s)^T v(s) ds = -\int_0^t [e^T(s) P \sigma(s) + e^T(s) P B z(s)] ds, \quad (4)$$

где P – решение матричного уравнения $A_M P + P^T A_M = -Q < 0$; P, Q – симметричные, положительно определенные матрицы; $e^T P = [S_1 S_2]$.

Для обеспечения отрицательности η в формуле (4), а следовательно и устойчивости системы (1), достаточно обеспечить выполнение следующих условий:

$$1. \ z S_2 < 0, \ z = 0 \text{ при } S_2 = 0; \quad 2. \ |z| > b^{-1} \left\| \sigma_1 \frac{S_1}{S_2} + \sigma_2 \right\|. \quad (5)$$

Результирующее воздействие z согласно методу весового осреднения вычисляется по формуле

$$z = \sum_I Z_I \mu_I \left(\sum_I \mu_I \right)^{-1},$$

где μ_I – функция принадлежности, обеспечивающая выбор того или иного множества в зависимости от конкретного значения переменной e .

Учитывая ограничения (5), управление определяется следующим образом

$$u = g + \frac{Z_{J_1, J_2}(\mu_{1, J_1}(e_1) + \mu_{2, J_2}(e_2) - 1)}{\sum_l \mu_l}$$

при $|z| = \left| \frac{Z_{J_1, J_2}(\mu_{1, J_1}(e_1) + \mu_{2, J_2}(e_2) - 1)}{\sum_l \mu_l} \right| \geq b^{-1} \left\| \sigma_1 \frac{S_1}{S_2} + \sigma_2 \right\|.$

ОПТИМАЛЬНОЕ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

Ловчаков В. И., Сухинин Б. В., Сурков В. В., Феофилов Е. И.

Тульский государственный университет, lovi@uic.tula.ru

Рассматривается задача аналитического конструирования оптимального регулятора (АКОР) для нелинейного объекта управления, движение которого описывается кусочно-линейными уравнениями:

$$\dot{X}(t) = A_0^v + A_1^v X(t) + B_0^v U(t); \quad v = \overline{1, N_g}. \quad (1)$$

Каждая из этих систем дифференциальных уравнений имеет силу только в соответствующей области G_v фазового пространства

$X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ объекта. Неперекрывающиеся области $G_v, v = \overline{1, N_g}$ совместно составляют область G всех возможных состояний нелинейного объекта управления.

Подчеркнем, что описание нелинейных объектов в форме (1) обладает большой общностью – модель динамики любого стационарного объекта можно представить в виде системы дифференциальных уравнений (1). Кусочно-линейное описание особенно удобно применять для объектов, имеющих характеристики с насыщением, звенья люфта.

Задача управления состоит в нахождении уравнений регулятора $U(t) = F[X(t)]$, образующих в совокупности с уравнениями объекта (1) устойчивую замкнутую систему, на движениях которой реализуется минимум интегрального функционала качества

$$I = \int_0^{\infty} [X(t)^T Q_1 X(t) + U^T(t) R U(t)] dt \rightarrow \min, \quad (2)$$

(Q_1, R – симметричные, положительно определенные матрицы размерности $n \times n, m \times m$) при наличии ограничений $|u_i(t)| \leq 1$ на управляющие воздействия. Квадратичный критерий (2) широко используется в теории автоматического управления.

Для ее решения предложен метод, являющийся развитием метода диагонализации в решении матричного уравнения Риккати [1]. В нем оптимальное управление объектом с кусочно-линейными характеристиками (1) описывается соотношением

$$U(X(t)) = \text{sat}(K_0^v + K_x^v X(t)), \quad \text{если } X(t) \in G_v, v = \overline{1, N_g}, \quad (3)$$

уравнениями:

$$K_0^v = R^{-1} [B_0^v]^T R_0^v, \quad K_x^v = R^{-1} [B_0^v]^T R_x^v, \quad R_x^v = M_{21} M_{11}^{-1};$$

$$R_0^v = -(M_{21} M_{11}^{-1} M_{12} - M_{22}) \text{diag} \left(\frac{1}{p_1}, \frac{1}{p_2}, \dots, \frac{1}{p_n} \right) M O_{21} A_0^v, \quad (4)$$

где $M_{11}, M_{12}, M_{21}, M_{22}$ – матрицы размерности $n \times n$, являющиеся блоками модальной матрицы $2n \times 2n$ для матрицы двухточечной краевой задачи, соответствующей рассматриваемой задаче АКОР. Соответственно $M O_{11}, M O_{12}, M O_{21}, M O_{22}$ – аналогичные блоки матрицы, обратной к модальной матрице.

Разработанный метод синтеза в сопоставлении с методом А. А. Красовского использовался при конструировании высокоточной следящей системы при наличии люфта в исполнительном механизме привода.

1. КВАКЕРНАК Х., СИВАН Р. ЛИНЕЙНЫЕ ОПТИМАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ. М.: МИР, 1977.

ГЛОБАЛЬНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ НЕОГРАНИЧЕННОГО

ИНТЕРВАЛЬНО-АППРОКСИМАЦИОННОГО УПРАВЛЕНИЯ

Нейдорф Р. А.

Ростовская-на-Дону государственная академия сельхозмашиностроения

В [1, 2] введено и обосновано понятие интервально-аппроксимационных систем управления (ИАС), обобщающее многие из существующих подходов к реализации управления сложными нелинейными и нестационарными объектами. Основными признаками этого класса систем является временная дискретизация как математического описания динамики объекта управления (ОУ), так и структурной организации закона управления (ЗУ) этим объектом. Выявление общих закономерностей исследования и формирования их фундаментальных свойств – актуальная задача современной теории управления. Данная работа продолжает начатое в [1] исследование вопроса об обосновании критерия оценки важнейшего

свойства любой САУ – устойчивости. В силу нелинейности ИАС особую важность приобретает вопрос о критериях ее глобальной устойчивости.

Постановка задачи интервально-аппроксимационного управления. Пусть непрерывный нестационарный объект управления ОУ задан математической моделью (ММ)

$$\dot{X} = F(t, x, u), \quad (1)$$

где F – допускающая аппроксимацию нелинейная вектор-функция состояния и входа; x, u – векторы состояния и управления.

Пусть также в окрестности любой точки $(x_0^{(i)}, u_0^{(i)})$ определен закон аппроксимации функции $F(t, x, u)$ более простой зависимостью $F_a^{(i)}(t, x_a^{(i)}, u)$, где x_a – вектор оценки состояния объекта аппроксимирующей моделью; i – индекс исследуемой области пространства. Пусть, кроме того, найдены такие χ_i – окрестность начальных условий $x_0^{(i)}$ вектора состояния и ν_i – окрестность текущего значения вектора входов $u_0^{(i)}$, для которых ошибка оценки собственного и вынужденного изменения состояния x аппроксимирующей моделью.

$$\dot{x}_a^{(i)} = F_a^{(i)}(t, x_a^{(i)}, u) \quad (2)$$

не превышает некоторого допустимого значения

$$\|\varepsilon_a^{(i)}(t)\| = \|x_a^{(i)}(t) - x(t)\| \leq \varepsilon_m. \quad (3)$$

Пусть, кроме того, найдено значение максимально допустимого интервала времени $\tau_m \in [t_0, t_u]$, при котором обеспечивается правомерность аппроксимации по условию (3). Можно предположить, что в пределах надлежащим образом выбранного интервала $\tau_i \leq \tau_{\max}$ и при точной оценке начального состояния объекта $(x_0^{(i)}, u_0^{(i)})$, закон управления $u(x, t)$ допустимо рассчитывать по аппроксимирующей ММ (2), т.е. $u(x, t) \approx u(i, x_0^{(i)}, t)$. Он может быть, например, реализован как закон, обеспечивающий устойчивое на обусловленном интервале τ_i движение системы с заданным качеством. Для решения такой задачи можно использовать методы оптимального, модального управления, методы синтеза систем по желаемым характеристикам и пр.

Определение 1. Реализуемый в пределах текущего i -го интервала аппроксимации динамических свойств объекта и рассчитываемый по аппроксимирующей его ММ закон управления $u(i, x_0^{(i)}, t)$ называется интервально-локальным законом управления (ИЛ-ЗУ или ИЛ-управление).

Поскольку синтезированный по единой методологии для каждого интервала ИЛ-закон, в общем случае, отличается от законов на других интервалах, то построенный по сформулированному принципу ЗУ на всем временном диапазоне управления будет представлять собой кусочную функцию. Иными словами реализуется алгоритм формирования ЗУ с переменными параметрами и, возможно, структурой.

Определение 2. Кусочный закон управления $u(x_a, t)$, реализуемый как последовательность вычисляемых на каждом отвечающем условию (3) интервале τ_i локальных законов $u(i, x_a, t)$, называется интервально-глобальным законом (ИГ-ЗУ или ИГ-управление).

В соответствии с поставленной выше целью необходимо найти требования, предъявляемые к свойствам системы с ИЛ-управлением, при которых гарантируется сходимость собственного решения уравнения системы в целом на произвольном количестве n интервалов аппроксимации. Получение этих условий позволит ставить и решать задачу синтеза ИГ-закона, обеспечивающего построение устойчивой адаптивной системы управления, качество которой задается ИЛ-законами управления.

Обеспечение глобальной устойчивости ИАС. В качестве первого этапа решения сформулированной выше проблемы в данной работе ставится и решается более узкая задача. Пусть при естественном функционировании ИАС возникают ошибки управления, связанные с аппроксимацией математической модели объекта управления на каждом интервале. Пусть также имеет место нестационарность ОУ, которая выражается в ограниченных изменениях параметров его ММ при переходе от интервала к интервалу. Необходимо показать, что это не нарушает свойства асимптотической устойчивости системы управления в целом при возможности организовать асимптотически устойчивое управление ее движением на каждом интервале. На самом деле такое условие не является обязательным, однако, рассматриваемая постановка более естественна и приводит к более робастным результатам, так как асимптотическая устойчивость – робастное свойство.

Пусть форма (2) математической аппроксимации модели (1) позволяет на любом интервале синтезировать ИЛ-закон $u = u(i, x_a^{(i)}, t)$ такой, что система

$$\dot{x}_a^{(i)} = F_{a_i}(t, x_{a_i}, u), \quad u = u(i, x_a^{(i)}, t) \quad (4)$$

имеет асимптотически устойчивое решение.

Из устойчивости системы (4) следует, что на исследуемом интервале существует функция, удовлетворяющая всем свойствам функции Ляпунова [3]. Иными словами, существует функция $v(i, x_a^{(i)}, t)$, удовлетворяющая следующим условиям:

$$v(i, x_a, t) : \forall t \in [t_{i-1}, t_i] \Rightarrow v(i, x_a^{(i)}, t) > 0 \ \& \ \dot{v}(i, x_a^{(i)}, t) \leq 0. \quad (5)$$

Поскольку на локальный закон управления (4) наложено требование асимптотической устойчивости движения системы лишь на текущем интервале, функции $v(i, x_a, t)$ и $v(j, x_a, t)$ будут, в общем случае, различными, сохраняя лишь свой общий признак – монотонно затухающий характер в соответствии с обязательными для них условиями (5). В связи с этим

они имеют произвольные краевые значения. Однако совершенно очевидно, что, на основании свойства (5) системы (4), любая функция, построенная на основе $v(i, x_a^{(i)}, t)$ и образованная по правилу

$$v(i, x_a^{(i)}, t) = \alpha v(i, x_a^{(i)}, t) \quad (6)$$

также является функцией Ляпунова системы (4) на i -м интервале при любых вещественных $\alpha > 0$, так как она сохраняет все обусловленные отношением (5) признаки.

Свойство (6) позволяет использовать для анализа глобальной асимптотической устойчивости системы (4) во всей области действия ИГ-закона управления следующую схему формирования интервальных функций Ляпунова

$$v_i^\alpha(*, t) = \alpha_i v_i(*, t) : \alpha_i = \frac{\alpha_{i-1} v_{i-1}(*, t_{i-1})}{v_i(*, t_{i-1})}, \quad i = 1, 2, \dots, \quad (7)$$

где $\alpha_1 = 1$, поскольку при выполнении условий (7) краевые значения интервальных функций $v_{i-1}(*, t_i)$ и $v_i(*, t_i)$ на соприкасающихся границах интервалов совпадают

$$v_i^\alpha(*, t_{i-1}) = \frac{\alpha_{i-1} v_{i-1}(*, t_{i-1})}{v_i(*, t_{i-1})} v_i^\alpha(*, t_{i-1}) = v_{i-1}^\alpha(*, t_{i-1}).$$

Таким образом, функция $v(*, t)$, образованная последовательностью функций $v_i^\alpha(*, t)$, построенных по закону (7)

$$\forall t \in [t_{i-1}, t_i] \Rightarrow v(*, t) = v_i^\alpha(*, t); \quad i = 1, 2, \dots, \quad (8)$$

хоть и имеет разрывы первого рода по производным, отвечает, тем не менее, всем свойствам (5) функции Ляпунова. Это позволяет сформулировать критерий глобальной устойчивости ИАС с неограниченным на интервале управлением.

Критерий глобальной устойчивости ИАС. Любая ИАС, обладающая на всех интервалах аппроксимации свойством управляемости, и управление, обеспечивающее ей на этих интервалах устойчивость по Ляпунову, устойчива в целом.

Это свойство следует непосредственно из определения управляемости, которое гарантирует перевод системы при неограниченном управлении в любую точку пространства состояний, следовательно, и в стационарную.

Устойчивость ИАС на основе линеаризации. Наиболее распространенным и эффективным способом аппроксимации является линеаризация, хотя в ряде частных случаев успешно применяются и такие упрощающие замены, как круговая, параболическая интерполяция и др. В связи с этим, наряду с общим случаем, целесообразно исследовать частный вариант ИАС с линейной аппроксимацией [4, 5].

Хорошо известно, что, если F – непрерывно дифференцируемая функция, то разложением в ряд Тейлора в окрестности (x_0, u_0) уравнение (1) можно представить линеаризованной ММ. В этом случае аппроксимирующее уравнение (2) примет вид

$$\dot{x}(i, t) = Q(i) + A(i)x(i, t) + B(i)u(i, t), \quad (9)$$

где $x(i, t_i) = x(i-1, t_{i-1} + \tau_{i-1})$, а $Q(i)$ – числовой вектор.

Структура и параметры матриц $A(i)$ и $B(i)$ зависят от свойств ОУ на текущем i -м интервале аппроксимации. Пусть на произвольном i -м интервале движения ОУ удовлетворительно описывается уравнением (9) и пара $(A(i), B(i))$ управляема. Тогда существует (см. [6]) неограниченное управление

$$u(i, t) = K(i)x(i, t), \quad (10)$$

обеспечивающее асимптотическую устойчивость системы на данном интервале.

Следовательно, ММ ИАС на этом интервале

$$\dot{\hat{x}}(i, t) = A(i)x(i, t) + B(i)K(i)x(i, t) = \hat{A}(i)x(i, t), \quad (11)$$

где $\hat{A}(i) = A(i) + B(i)K(i)$ имеет устойчивое решение.

Из этого следует, что на любом интервале существует функция Ляпунова

$$v_\alpha(i, x_a^{(i)}) = x_a^T(i, t)L(i)x_a(i, t),$$

где $L(i)$ – решение уравнения Ляпунова

$$\dot{L}(i) + \hat{A}^T(i)L(i) + L(i)\hat{A}(i) = S(i)$$

с симметрической отрицательно определенной матрицей $S(i)$.

Доказанные в работе критерии оценки свойства глобальной устойчивости интервально-аппроксимационного неограниченного управления подтверждают эффективность и перспективность этого принципа построения автоматических систем. Его дальнейшее развитие требует исследования областей применимости подхода при дискретных и ограниченных управляющих воздействиях.

Доклад подготовлен в соответствии с планом работ РГАСХМ в рамках ЕЗН 2002 г. по фундаментальным исследованиям в области теории автоматического управления на тему "Критерии устойчивости замкнутых систем с интервальной организацией управления".

1. Нейдорф Р. А. Управление и диагностика в динамических системах: Вестник ДГТУ. Ростов н/Д: Изд. центр ДГТУ, 1999. С. 9 – 12.
2. Нейдорф Р. А. Проблемы автоматизации и управления производственными системами: Сб. науч. ст. Ростов н/Д: Изд. центр ДГТУ, 1999. С. 10 – 24.
3. Барбашин Е. А. Функции Ляпунова. М.: Наука, 1970.
4. Нейдорф Р. А., Пальцев С. В. Квазилинейное микропроцессорное управление: Межвед. науч. сб. "Синтез алгоритмов сложных систем". В 9 т. М., 1997.

5. Нейдорф Р. А., Пальцев С. В. Управление нелинейными нестационарными объектами // Диагностика и управление в технических системах: Межвуз. сб. науч. тр. Ростов н/Д: Изд. центр ДГТУ, 1998.
6. Андреев Ю. Н. Управление конечномерными линейными объектами. М.: Наука, 1976.

СИСТЕМЫ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ

1. Цыганков М. П.

Ярославский государственный технический университет, cig@chat.ru

2.

Несмотря на существенные усилия, предпринимаемые для предотвращения нарушений режимов эксплуатации технологических процессов (ТП), формирование управления ими зачастую осуществляется именно в зависимости от степени и характера проявления таких нарушений. Определение источников "разладки" и принятие своевременных и рациональных решений по их устранению – важнейшая составляющая и условие повышения эффективности систем управления.

1. Следует указать на разрыв, существующий между методами диагностирования, обслуживания ТП и управления им. Каждый из этих разделов является предметом самостоятельных научно-технических дисциплин и использует специфические для него модели. Построение единой модели, либо моделей с общими элементами структуры и параметрами позволит системно решать вопросы диагностики причин, вызвавших изменение свойств объекта, коррекции этих свойств и управления технологическими режимами.

2. Ниже системы, выполняющие комплекс указанных функций как единое целое, названы системами корректирующего управления. Определим характерные особенности построения подобных систем для технологических объектов управления (ТОУ), рассматривая многомодельное описание динамики последних в пространстве M переменных $x \in M$:

$$3. \quad dx/dt = f(x, u, J), \quad J \in \{\emptyset; \overline{1, N}\}, \quad (1)$$

где u – векторная переменная управления; t – время; f – вектор-функция. На вектор x (и, возможно u) в (1) наложены такие координатные ограничения, выделяющие в M параллелепипед P :

$$0 \leq x^- \leq x \leq x^+, \quad (2)$$

что системы (1) и (2) совместны при $J = \emptyset$.

Параметр-множество J включает совокупность номеров отклонений характеристик элементов объекта от предписанных проектными требованиями. В силу влияния этих отклонений на x при некоторых значениях $J \neq \emptyset$ система (1), (2) может быть несовместной, что приведет к нарушению ограничений (2). Полагаем, что нарушения режима не являются аварийными, и объект при всех значениях J остается работоспособным, управляемым и наблюдаемым по измерениям выхода или данным непосредственного контроля координат вектора x .

Для моделирования нарушений условий (2) вводятся неотрицательные искусственные переменные аналогично тому, как это делается при приведении задачи линейного программирования к канонической форме. Каждая компонента такой векторной переменной равна расстоянию по соответствующей оси от точки текущего технологического режима до параллелепипеда P ограничений. Сумма значений искусственных переменных характеризует отклонение F текущего технологического режима от допустимого.

Во многих случаях важнейшая задача системы управления химико-технологическим объектом заключается в стабилизации его установившегося состояния на требуемом технологическом уровне: $x = x_0$, $f(x, u, J) = 0$ (как правило, оптимальном по тому или иному критерию). Значение x_0 , естественно, задается внутри P .

Условие $dx/dt = 0$ выделяет в M множество L точек статических режимов, которое может не совпадать с M тождественно и не содержать x_0 . Более того, при некоторых (или всех) значениях $J \neq \emptyset$ множества L и P могут не пересекаться. Это проявляется в невозможности отыскания управляющих воздействий u , отвечающих установившемуся состоянию объекта приемлемому с точки зрения отклонений, допустимых в рамках (2).

Следует указать и на то, что изменение значения J зачастую не удается проконтролировать непосредственно. Ряд его элементов требуют идентификации по данным наблюдения состояния.

Таким образом, проблема стабилизации технологического режима процесса, эксплуатирующегося в условиях возможных нарушений, предполагает решения взаимосвязанных задач определения текущего значения J (диагностики нарушений), перехода к значениям J^* или $J = \emptyset$, обеспечивающим выполнение условия $L \cap P \neq \emptyset$ (коррекция характеристик объекта), поиска значений $x \in L \cap P$, близких или равных желаемому значению x_0 (управление технологическими режимами) и поддержания этих значений при действии возмущений (автоматическое регулирование).

В условиях нормальной эксплуатации системы управления диагностика может осуществляться на фоне значительных изменений технологического режима.

Общий подход к оценке J в этих условиях базируется на идее информационной избыточности: использовании данных об отклонениях измеренных значений x от расчетных при одиночных (однократных) и множественных (многократных) источниках нарушений. Эти отклонения сравниваются между собой при подстановке в (1) различных тестируемых значений J .

Задачи диагностирования можно упростить, выделив в (1) класс моделей, параметризуемых по векторному коэффициенту $a \in R^n$: $f(x, u, J) = \Phi(x, u, a)$

$$dx/dt = \Phi(x, u, a). \quad (3)$$

Полагаем, что источникам нарушений соответствуют недопустимые отклонения Δa параметра a от предписанного значения $a_0 (a = a_0 + \Delta a)$, которое определяется проектными характеристиками элементов ТООУ или всей системы управления ($a = a_0 \Rightarrow J = \emptyset$).

4. Целесообразно преобразование и расчленение (1) или (3) на подсистемы, в составе каждой из которых на интервале времени диагностирования были бы наиболее вероятны лишь источники нарушений малой кратности. Подобная декомпозиция оказывается во многих случаях эффективной и возможной за счет различных степеней агрегирования описания изменений состава материальных потоков в технологических аппаратах.

Укажем особенности интерпретации выявленных (и оцененных) источников нарушений $\Delta a = a - a_0$ как переменных системы управления. С одной стороны они являются возмущениями, вызвавшими отклонения $\Delta x = x - x_0$ состояния x от базовых значений x_0 и подлежащими парированию путем варьирования текущего значения вектора u . С другой стороны их можно трактовать как переменные для принятия управляющих решений по обслуживанию технологического оборудования и средств автоматизации на плановых интервалах времени оперативного управления и формировать управляющие последовательности устранения источников нарушений, т.е. корректировать свойства ТООУ.

При $J \neq \emptyset$ работа обычной системы автоматизации, имеющей целью стабилизировать желаемый базовый режим, плохо предсказуема, особенно в случае отсутствия пересечения L и P .

В этом случае необходимо выполнять коррекцию характеристик ТООУ, сопровождаемую синхронным изменением технологического режима. Системы (1), (2) или (3), (2) делаются совместными пошаговым изъятием элементов из J до их исчерпания ($J = \emptyset$), (приведением вектора a к a_0 последовательным изменением его компонент). На каждом шаге изымается только один или несколько, но не все элементы J , что обусловлено ограничением мощности системы обслуживания.

Введение на множестве $\{\emptyset; \overline{1, N}\}$ критерия Q эффективности обслуживания позволяет отобрать наилучшие по этому критерию стратегии, "исправляющие" вектор a . В качестве этого критерия удобно использовать аддитивную комбинацию функций Q_k потерь обслуживания на k -ом корректирующем шаге. Величина Q_k зависит от номера устраняемого на этом шаге источника нарушений. Такими функциями являются, например, время или стоимость замены дефектного элемента.

Процедура формирования шагов коррекции упорядочивается использованием метода динамического программирования. Его применение становится возможным после введения на подмножествах множества J понятия состояния как совокупности номеров источников нарушений, не устраненных техническим обслуживанием на данном шаге.

3. С этой целью определяются множества $S(k)$ подмножеств номеров дефектов из J , не устраненных на текущем k -ом шаге коррекции вектора a . Различные значения, принимаемые переменной-подмножеством S_k как элементом, принадлежащим $S(k)$, задают состояние коррекции на k -ом шаге, а выбор очередного номера $J_k \in J$ устраняемого дефекта – управление коррекцией на этом шаге. На нулевом шаге ($k = 0$): $S(0) = \{1, 2, \dots, N\} = J$. Далее получаем: $k = 1 - S(1) = \{\{2, 3, 4, \dots, N\}, \{1, 3, 4, \dots, N\}, \dots, \{1, 2, 3, \dots, N-1\}\}$; $k = N - 1 - S(N-1) = \{\{1\}, \{2\}, \dots, \{N\}\}$; $k = N - S(N) = \emptyset$.

4. Если символом f обозначить оператор изъятия элемента из подмножества S_k множества $S(k)$, то взаимосвязь $S_k = f(S_{k-1}, J_k)$ между введенными таким образом переменными состояниями будет обладать марковским свойством зависимости текущего состояния от предыдущего и управления на текущем шаге.

5. При расчете в "прямом" направлении от начального состояния $J = S(0) = S_0$ уравнения Беллмана принимают вид: $R_k(S_k) = \min(R_{k-1}(S_{k-1}) + Q_k(J_k))$; $k = 1, 2, \dots, N$. Расчет ведется от стартовых условий: $k = 1$; $R_0(S_0) = 0$.

6. После устранением очередного источника нарушения, т.е. текущего k -ого шага коррекции, следует приближение к допустимой области (2) за счет изменения технологического режима (x, u). Оно, в зависимости от вида $\Phi(x, u, a)$, выполняется решением задачи нелинейного или линейного программирования. Цель решения этой задачи – максимально возможное уменьшение "суммарного нарушения" F технологического режима. Для каждой из получаемых стратегий J_k и программ u^k ($k = 1, 2, \dots, K$) фиксируется "момент" K устранения технологических нарушений ($F=0$), достигающийся минимизацией суммы искусственных переменных. Минимум значения $R_k(S_k)$ для этих "моментов" по всем траекториям и определит ту из них, на которой достигается глобальный оптимум.

ГАРАНТИРОВАННЫЕ ОТКЛОНЕНИЯ ПРИ УПРАВЛЕНИИ СТАТИЧЕСКИМИ РЕЖИМАМИ ЛИНЕЙНЫХ ОБЪЕКТОВ

Термер А. А., Цыганков М. П.

Ярославский государственный технический университет; cig@chat.ru

Рассмотрим две области в n -мерном пространстве X , определяемые условиями:

$$AX + BU = 0, A \leq X \leq B, C \leq U \leq D, \quad (1)$$

где A, B – матрицы коэффициентов $n \times n$ и $n \times m$; u – вектор параметров (управлений) размерности m ; x – вектор состояний размерности n ; a, b, c, d – заданные векторы; и

$$g \leq x_0 \leq h; \quad (2)$$

где g, h, x_0 – n -мерные векторы. Будем считать (1) областью допустимых статических режимов динамического объекта $dx/dt = Ax + Bu$; (3)

область (2) определяет все возможные задания для системы управления объектом (3).

Если полученное значение x_0 не принадлежит (1), система управления вырабатывает такие управления u , что объект (3) переходит в допустимый статический режим x , наиболее близкий к желаемому в смысле метрик ρ_1 или ρ_∞ :

$$\rho_1(x, x_0) = \min_x \sum_{i=1}^n |x_i - x_{0i}|; \quad \rho_\infty(x, x_0) = \min_x \max_i |x_i - x_{0i}|; \quad i = 1 \dots n. \quad (4)$$

Решение задачи определения величин u и x по заданному значению x_0 приведено в [1]. Ниже сформулированы задачи линейного программирования (ЛП), позволяющие вычислять верхние и нижние границы $\rho_1(x, x_0)$ и $\rho_\infty(x, x_0)$ для статического режима x , (удовлетворяющего (1)), при произвольном варьировании x_0 в пределах области (2). Предполагается, что все задания из области (2) равновероятны. Это даст возможность найти предельные (гарантированные) ошибки управления, связанные с существованием для объекта (3) нетривиального статического подпространства.

Для метрики ρ_1 из (4) решаем две задачи:

Найти $\min_{x_0} \rho_1(x, x_0)$ и $\max_{x_0} \rho_1(x, x_0)$ при ограничениях (1) и (2).

Определяем $\min \rho_1(x, x_0)$ по x_0 вместе с оптимальными значениями u и x_0 по методике, изложенной в [1], после введения переменной

$$z = (z_1, z_2, \dots, z_n)^T: |x_i - x_{0i}| \leq z_i.$$

Получаем задачу ЛП: Найти $\min \sum_{i=1}^n z_i$ при ограничениях (1), (2),

$$z \geq 0; \quad x \leq x_0 + z; \quad x \geq x_0 - z.$$

Геометрический смысл задачи в такой постановке очевиден: параллелепипед (2) окружается "эквидистантными" поверхностями, точки которых удалены от него на одно и то же расстояние; производится поиск эквидистанты, имеющей общие точки с областью (1) и соответствующей минимальному расстоянию. Если же области (1) и (2) пересекаются, то минимальное расстояние $\min_{x_0} \rho_1(x, x_0)$ равно нулю.

Для определения $\max \rho_1(x, x_0)$ по x_0 вначале найдем точку y параллелепипеда (2), наиболее удаленную от некоторой фиксированной точки x . Для точки y верны утверждения:

$$\begin{aligned} x_i \leq 0,5(g_i + h_i) &\Rightarrow y_i = h_i = 0,5(g_i + h_i) + 0,5(h_i - g_i); \\ x_i \geq 0,5(g_i + h_i) &\Rightarrow y_i = g_i = 0,5(g_i + h_i) - 0,5(h_i - g_i). \end{aligned} \quad (5)$$

Действительно, в этом случае:

$$|x_i - y_i| = |x_i - (g_i + h_i)/2| + (h_i - g_i)/2; \quad \rho_1(x, y) = \rho_1(x, (g + h)/2) + \sum_{i=1}^n (h_i - g_i)/2.$$

Ясно, что при любом i выбор значения y_i , отличного от (5) приведет лишь к уменьшению $|x_i - y_i|$, а значит, и $\rho_1(x, y)$. Точка $(g + h)/2$ является центром параллелепипеда (2), следовательно, для вычисления $\max_{x_0} \rho_1(x, x_0)$ необходимо найти расстояние от центра параллелепипеда (2) до области (1). Получаем следующую задачу ЛП:

Найти $\min \sum_{i=1}^n z_i$ при ограничениях (1)

$$(g + h)/2 - z \leq x \leq (g + h)/2 + z; \quad z_i \geq 0. \quad (6)$$

7. По найденной при решении этой задачи точке x с учетом (5) легко вычислить значение x_0 , при котором отклонение от задания достигает наибольшего значения.

Может случиться, что для указанной точки некоторые из неравенств (5) обращаются в равенства. Тогда существуют несколько вершин параллелепипеда (2), наиболее удаленных от x . Для каждой такой вершины x_0 следует найти расстояние до области (1). Решением задачи (6) будет набор (x_0, x, u) , для которого это расстояние минимально, т.е. равно гарантированному максимальному отклонению от заданного режима.

Теперь рассмотрим две аналогичные задачи для метрики ρ_∞ :

Найти $\min_{x_0} \rho_\infty(x, x_0)$ и $\max_{x_0} \rho_\infty(x, x_0)$ при ограничениях (1) и (2).

Полагая $\max_{x_0} |x_i - x_{0i}| = z \geq 0$, получаем следующую задачу ЛП:

Найти $\min z$ при ограничениях (1); (2); $z \geq 0$; $x_{0i} - z \leq x_i \leq x_{0i} + z$; $i = 1 \dots n$.

Геометрически поверхность, равноудаленная от данной точки в смысле метрики ρ_∞ , является поверхностью куба, поэтому вместо вектора z имеем скаляр.

Для определения $\max_{x_0} \rho_\infty(x, x_0)$ вначале найдем точку y параллелепипеда (2), наиболее удаленную от некоторой фиксированной точки x , используя правила (5). При выборе точки y иным способом для любого i величина $|x_i - y_i|$ может лишь уменьшиться, поэтому $\max_{x_0} |x_i - y_i|$ не может возрасти. Пусть $z = \max_{x_0} (|x_i - (g_i + h_i)/2| + (h_i - g_i)/2) \geq 0$, тогда $|x_i - (g_i + h_i)/2| \leq z - (h_i - g_i)/2$.

ГЕОМЕТРИЧЕСКИ ЭТО НЕРАВЕНСТВО ОПИСЫВАЕТ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД, ТОЧКИ ПОВЕРХНОСТИ КОТОРОГО УДАЛЕНЫ ОТ ПОВЕРХНОСТИ (2) НА ОДНО И ТО ЖЕ РАССТОЯНИЕ "ВНУТРЬ" (2). ИМЕЕМ ЗАДАЧУ ЛП: $\min Z$ ПРИ ОГРАНИЧЕНИЯХ (1);

$$Z \geq 0; (H_i - G_i)/2 - Z \leq X_i - (G_i + H_i)/2 \leq Z - (H_i - G_i)/2. \quad (7)$$

(фактически z не меньше, чем максимум $(h_i - g_i)/2$ по i).

По найденной при решении (7) точке x с учетом (5) легко найти значение x_0 , при котором отклонение от задания принимает наибольшее значение.

При решении задачи (7) может получиться $z = \max(h_i - g_i)/2$ (по i). Это означает, что области (1) и (2) имеют общие точки вблизи центра параллелепипеда и действительное значение максимального отклонения возможно меньше полученного значения. В этом случае следует заменить пару тех неравенств из (7), которые обратились в равенства на $x_i - (g_i + h_i)/2 \leq (h_i - g_i)/2 - z$ и решить задачу ЛП еще раз. В общем случае может потребоваться $n + 1$ шаг. При $z = 0$ возникает задача перебора, аналогичная описанной выше.

8. Цыганков М. П., Термер А. А. **Линейные методы в задачах управления статикой: Сб. "Математика и математическое образование."** Вып. 2. Ярославль: ЯГТУ, 2001.

СОВМЕЩЕННОЕ ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ И ИДЕНТИФИКАЦИИ ЛИНЕЙНОЙ СИСТЕМЫ

Карапетян К. Р.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

Исследуемая задача состоит из трех частей. Первая из них посвящена обоснованию метода идентификации в идеализированных в отношении возможного начального состояния условиях движения динамической системы (ДС). Вторая часть посвящена определению условий идентификации по контролируемым сигналам и третья – исследованию условий сходимости итеративного алгоритма осуществляемых последовательно идентификации и оценивания.

Известна методика формирования матрицы T эквивалентного преобразования математической модели (ММ) управляемой ДС к канонической форме. В данной работе для решения аналогичной задачи заданы уравнения устойчивой полностью наблюдаемой системы $x' = Ax, z = Hx$. При этом матрица $T = PM$, где $P - (n, n)$ матрица проверки полной наблюдаемости по критерию Калмана, составленная из A и H . Если же полная наблюдаемость обеспечивается при $n_z > 1$ и по отдельным сигналам ДС ненаблюдаема, то для вычисления T используем $P = \sum P_i, (i = 1, n_z)$. Здесь P_i соответствуют i -му контролируемому сигналу и матрице H_i . Показано, что матрицу P_i можно составить также из i -го выходного сигнала и производных от 1-го до $n - 1$ -го порядка, соответствующих n линейно независимым начальным условиям. В случае, когда векторы начальных условий равны столбцам единичной матрицы, P и P_i называем нормированными матрицами наблюдаемости. Иначе – ненормированными. Из этих результатов с использованием теоремы Кэли-Гамильтона обоснована методика расчета коэффициентов

характеристического полинома $\Delta(p) = \det(Ep - A) = \sum a_i p^i (i = 1, n)$ по результатам периодических измерений выходных сигналов. Составлен также алгоритм формирования из коэффициентов характеристического полинома (n, n) матрицы M с помощью логических условий: $m(i, j) = a_k$, если $k = i + j - 1 \leq n$ и $m(i, j) = 0$, если $k > n$.

Полученное выражение ненормированной матрицы наблюдаемости $P^* = X_0 P$ содержит в качестве сомножителя не измеряемую матрицу X_0 , столбцами которой является совокупность произвольных линейно независимых векторов состояния ДС. Каноническая форма ММ записывается в виде $y' = C^T y$, а связь между текущим значением ее вектора состояния и вектором x записывается в виде $y = T^T x$. Начальное значение вектора y , т.е. $y_0^T = P^* M$. Связь между матрицами коэффициентов ДС и ее канонической формой определяется условием эквивалентности $A^T = T C T^{-1}$. Проблема состоит в том, что в случае единичной матрицы X_0 без затруднений последовательно определяются матрица P и далее идентифицируемая матрица A . В произвольном случае задача в рамках рассмотренных зависимостей не имеет решения.

Согласно полученным выводам при идентификации модели ДС (определении матрицы A) используются n линейно независимых значений вектора состояния, а для определения этих векторов в различные моменты времени необходимо знание матрицы A коэффициентов ММ. Предлагается итеративный алгоритм последовательного оценивания состояния при начальном значении $A = A_0$, соответствующий сложившимся представлениям о ДС. С использованием результата оценивания далее методом идентификации находится $A = A_1$. Обоснованы также условия сходимости решений, при которой $A_n = A_{n+1}$ для $n \rightarrow \infty$.

ОЦЕНКА ДЕЙСТВИЙ ОПЕРАТОРА ПО УПРАВЛЕНИЮ НЕЛИНЕЙНЫМ ОБЪЕКТОМ ПРИ ЗАДАННЫХ КРАЕВЫХ УСЛОВИЯХ ДВИЖЕНИЯ

Зледенный Н. П.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

Математическую модель (ММ) объекта задаем уравнением $x' = f(x, u)$, где x и $u - n$ и r мерные векторы состояния и управления. Полагаем, что известны $x(t_0) = x_0$ и $x(t_k) = x_k$ в начальный и конечный моменты времени, а также вектор $x_{оп}(t)$ вдоль фазовой траектории соответствующей ММ объекта и действиям оператора $u_{оп}(t)$. При этом $x_{оп}(t_0) = x_0$, а $x_{оп}(t_k) \neq x_k$.

С помощью ММ объекта и данных векторов x_0 и x_k при дополнительном условии $x'(t_0) = x'(t_k) = 0$ методом компенсационного астатического регулирования определяем управления $u(t_0)$ и $u(t_k)$. Это дает возможность, после задания ограничивающих условий на пределы изменения векторов u, x и выбора критерия оценки качества перехода из x_0 в x_k ,

решить задачу синтеза управлений и найти векторы $u^*(t)$ и $x^*(t)$ вдоль оптимальной фазовой траектории, удовлетворяющей крайевым условиям.

Отклонения Δx параметров $x_{оп}(t)$, соответствующих действиям оператора, от их оптимальных значений $x^*(t)$ могут описываться линейным в первом приближении матричным дифференциальным уравнением $\Delta x' = A\Delta x + G\Delta u$, где $A = \partial f(\bullet)/\partial x$, $G = \partial f(\bullet)/\partial u - (n, n)$ и (n, r) матрицы коэффициентов, вычисляемые при векторах $x = x^*$ и $u = u^*$. Найденные оптимальные управления реализуют по существу программное движение вдоль соответствующей фазовой траектории. Поэтому матрицы линейной ММ – $A(t)$ и $G(t)$ оказываются известными функциями времени. Появляется возможность представлять связь между

$\Delta u = u_{оп}(t) - u^*(t)$ и $\Delta x = x_{оп}(t) - x^*(t)$ в виде $\Delta u = K \Delta x$, где $K - (r, n)$ матрица коэффициентов управлений. Ее можно вычислять, используя данные регистрации n элементов вектора $x(t)$ в n точках шкалы времени. Таким образом формируется линейная модель действий оператора в приращениях относительно оптимальной опорной траектории.

Соответствующие найденным результатам выражения – $\Delta x' = A\Delta x + G\Delta u$ и $\Delta u = K\Delta x$ описывают процесс "отслеживания" оператором оптимальной фазовой траектории. Для количественной оценки точности "отслеживания" используем интегральный квадратический критерия Летова-Калмана, представляемый в виде

$$I = (x^T B x + u^T R u) du.$$

Первая квадратическая форма правой части позволяет судить о точности осуществляемого движения. Вторая – о расходе управлений, т.е. о целесообразности действий и напряженности оператора. В задаче оценивания действий оператора наиболее сложным является задание матриц B и R весовых коэффициентов критерия. С учетом этого разработана и предварительно исследована методика расчета матриц B и R , при которых на осуществляемом оператором движении линейной модели объекта критерий качества принимает минимальное в сравнении со всеми возможными траекториями значения. В этом смысле формируемый критерий дает индивидуальную для каждого оператора объективную оценку его действий. Смысл объективности состоит в том, что значимость точности и напряженности действий оператора устанавливается не по воле инструктора при задании матриц B и R , а соответствует реализованным в данном упражнении действиям.

КРИТЕРИЙ ОБЪЕКТИВНОЙ ОЦЕНКИ ДЕЙСТВИЙ ОПЕРАТОРА ПО УПРАВЛЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКИМ ОБЪЕКТОМ

Зледенный Н. П., Карапетян Р. М.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

ДВИЖЕНИЕ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ ОПИСЫВАЕТСЯ МАТРИЧНЫМ УРАВНЕНИЕМ

$$x' = Ax + Gu. \quad (1)$$

ДЕЙСТВИЯ ОПЕРАТОРА $U(T)$ ПО ПЕРЕВОДУ ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ $X(T)$ ОБЪЕКТА В ТОЧКУ $X(T_k) = 0$ В КОНЕЧНЫЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ T_k ПРЕДСТАВЛЯЕТСЯ ЗАВИСИМОСТЬЮ

$$u(t) = -Kx(t). \quad (2)$$

Здесь $K - (n_z, n)$ матрица, подлежащая определению постоянная. В выражении (2) не учитывается динамическое запаздывание оператора. Его постоянное запаздывание τ учитываем путем введения сдвига по времени в выражении $u_i(t_k) = -\sum K_{ij} x_j(t_k - \tau)$. Отсюда для $n_z = 1$ и $i = 1$ находим матричное уравнение $XK^T = U$, где $X - (n, n)$ матрица, k -я строка которой равна вектору $x^T(t_k - \tau)$. Количество строк равно числу сечений шкалы времени, в которых регистрируются параметры управления и движения объекта. Элементами вектора U являются величины $u_i(t_k)$. Вектор коэффициентов управлений K определяется однозначно в случае невырожденности матрицы X . Если же $\det X = 0$, то выборку сигналов движения нужно брать в новых точках шкалы времени.

КАЧЕСТВО ДЕЙСТВИЙ ОПЕРАТОРА ОЦЕНИВАЕМ ПО КРИТЕРИЮ ЛЕТОВА-КАЛМАНА

$$I = \int (X^T B X + U^T R U) DT \quad (3)$$

с симметрическими матрицами R и B . Они характеризуют "расход" управлений и точность регулирования. Особенностью предлагаемого решения является задание матрицы $R = 1$ и подбор матрицы B , при которых действия оператора (2) по управлению объектом (1) будут доставлять минимум критерию (3).

5. В методах аналитического конструирования регуляторов (АКОР) также используются равенства (1), (2) и (3). При этом матрица K определяется выражением

$$K = R^{-1} G^T P. \quad (4)$$

Входящая в него матрица P вычисляется из уравнения $PA + A^T P - PG R^{-1} G^T P = -B$. Для обращения алгоритма АКОР из этого уравнения с учетом (4) получаем равенство

$$P(A - K) + (A - GK)^T P = -B - K^T R K. \quad (5)$$

В итоге определяются системы равенств (4) и (5), в которых неизвестными являются матрицы B и P . Для вычисления оценки (3) вдоль оптимальной фазовой траектории системы (1), (2), (4) достаточно найти только матрицу B . В скалярной форме (4) содержит n уравнений, (5) – $n_1 = n(n+1)/2$ уравнений, а общее число неизвестных равно $2n_1$. При этом несоответствие усиливается, если недиагональные элементы матрицы B считать заведомо равными нулю. Избыточное количество неизвестных относительно числа уравнений является причиной неоднозначного решения задачи. Выходом из такого положения является учет требований знакоположительности первой квадратичной формы в (3).

Решения, полученные применительно к модели бокового траекторного движения самолета, свидетельствуют о практической возможности получения оптимальной оценки действий оператора по критерию, который соответствует зарегистрированным результатам его действий по пилотированию.

**РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ О ВСТРЕЧЕ ДВИЖЕНИЙ
НА ОСНОВЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ВАРИАЦИЙ НЕВЯЗКИ
ПО НАЧАЛЬНЫМ УСЛОВИЯМ**

Гридасов А. Я.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

Имеются два объекта, описываемые системами дифференциальных уравнений в форме Коши $\dot{y}_1 = f_1(y_1, t)$ и $\dot{y}_2 = f_2(y_2, t)$. Из множества фазовых координат $\{y_1\}_n$ и $\{y_2\}_m$ выделим подмножества, характеризующие положение объектов в трехмерном Эвклидовом пространстве E^3 . Пусть это будут первые три координаты y_{1_i} и y_{2_i} , $i = 1, 2, 3$. образуем вектор относительного положения объектов $s_i = y_{1_i} - y_{2_i}$, дифференциальные уравнения для которого будут

$$\dot{s}_i = \dot{y}_{1_i} - \dot{y}_{2_i} = f_1(y_1, t) - f_2(y_2, t), \quad i = 1, 2, 3. \quad (1)$$

Определим в E^3 норму $\|s\|$, представляющую собой расстояние между объектами. Условие $\min_t \|s(t)\| = 0$ будет

соответствовать условию встречи движений объектов.

образуем новый вектор x , включающий три компоненты вектора s , $n - 3$ и $m - 3$ компонент векторов y_1 и y_2 . Система уравнений для этого вектора будет иметь вид

$$\dot{x} = f_3(x, t), \quad \text{где } x = \{s_1, s_2, s_3, y_{1_4}, \dots, y_{1_n}, y_{2_4}, \dots, y_{2_m}\}. \quad (2)$$

Предположим, что возможно определение приближенных начальных условий $x^{(0)}(\tau)$ для системы (2) для выполнения условия встречи движений и существует решение задачи Коши в виде вектор-функции $x(x(\square), t)$. Найдем $T^{(0)}$ (приближенное значение времени встречи движений) из предположения, что одна из координат x_1, x_2, x_3 , для которой гарантирован переход через нуль, приняла нулевое значение. Тогда для момента $t = \square + T^{(0)}$ будем иметь $x(x(\square), T^{(0)})$. Разложим эту вектор-функцию в ряд Тейлора по аргументу $y_1(\square)$ в точке $y_1^{(0)}(\tau)$ и ограничимся линейными членами разложения

$$x(y_1(\tau), T) = x(y_1^{(0)}(\tau), T^{(0)}) + \frac{\partial x(y_1^{(0)}(\tau), T^{(0)})}{\partial y_1(\tau)} \Delta y_1(\tau). \quad (3)$$

Для выполнения условия встречи движений необходимо, чтобы невязка $x(y_1(\square), T) = 0$, в частности для первых трех компонент вектора x . Приравнявая правую часть (3) к нулю, получим выражение для вектора корректирующих поправок к $x^{(0)}(\tau)$ в виде $\Delta y_1(\tau) = -z^{-1} x(x^{(0)}(\tau), T^{(0)})$, где $z = \frac{\partial x(y_1^{(0)}(\tau), T^{(0)})}{\partial y_1(\tau)}$, определяется из

решения матричного уравнения в вариациях $\dot{z} = \left[\frac{\partial f}{\partial y} z \right]$ при начальных условиях $z(\tau) = [\delta_{ij}]$ (символ Кронеккера).

Точное значение вектора начальных условий $y_1^{(1)}(\square)$ для решения краевой задачи о встрече движений запишется в виде

$$y_1^{(1)}(\tau) = y_1^{(0)}(\tau) + \Delta y_1(\tau).$$

В общем случае алгоритм решения задачи на основании рассмотренного подхода будет представлять собой итерационную процедуру, предполагающую определение начальных условий $y_1^{(0)}(\tau)$, совместное интегрирование системы (2) и матричного уравнения для z , расчет $\Delta y_1(\tau)$ и последовательное уточнение $y_1(\tau)$.

**МЕТОДИКА РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТОВ
ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО ПОЛИНОМА ДИНАМИЧЕСКОЙ
СИСТЕМЫ ПО СИГНАЛАМ ЕЕ ВЫХОДА**

ДИДРИХ И. В.

ТАМБОВСКИЙ ВОЕННЫЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНЖЕНЕРНЫЙ ИНСТИТУТ, IC@ТМАЕС.RU

Рассматривается n -мерная стационарная динамическая система (ДС) $x' = Ax$, $x(t_0) = x_0$, $z = Hx$, в которой $H - (1, n)$ матрица наблюдения,

$A - (n, n)$ матрица коэффициентов. Единственно доступной информацией о ДС являются периодически регистрируемые значения сигнала выхода $z(t_k)$ при $(k = 1, N)$, $N \geq n$, $t_k = t_0 + kT$. Период дискретной выборки T задается с учетом быстротечности процессов движения. Дополнительными требованиями являются полная наблюдаемость ДС по выходу $z(t)$ и неустановившийся характер ее движения.

Для решения задачи используем выражение $\sum_{l=1}^n a_l A^{n-l} = -A^n$, ($l = 1, n$), соответствующее теореме Кэли-Гамильтона. Здесь a_l – коэффициенты характеристического полинома, образующие вектор $a = (a_n, a_{n-1}, \dots, a_2, a_1)^T$. Вводим в рассмотрение (n, n) матрицу X , столбцами которой являются векторы состояния объекта, соответствующие дискретным моментам времени выборки $X_k = x(t_k)$, ($k = 1, n$). После умножения слагаемых предыдущего уравнения справа на X , слева на H , и транспонирования получаемых слагаемых находим равенство $\Gamma a = -b$, в котором $b = X^T (A^n)^T H^T - (n, 1)$ матрица, $\Gamma = [X^T H^T / X^T A^T H^T / \dots / X^T (A^{n-1})^T H^T /]$ – блочная (n, n) матрица. Очевидно, что ее

можно представить также в виде $\Gamma = X^T P$, где $P = [H^T/A^T H^T / \dots / (A^{n-1})^T H^T /] - (n, n)$ матрица наблюдаемости, используемая в критерии Калмана. Ее будем называть нормированной, так как строки P соответствуют векторам начального состояния, равным столбцам единичной матрицы. По аналогии с этим Γ является ненормированной матрицей наблюдаемости, так как ее строки получаются при матрице X , составленной из n вариантов произвольных линейно независимых столбцов текущего состояния ДС. Столбец $Z = X^T H^T$ размерности $(n, 1)$ определяет выход z модели объекта, а его элементы – соответствуют вариантам векторов начального состояния. Второй блок матрицы $\Gamma - Z^T = X^T A^T H^T$ аналогичен предыдущему, но элементы его равны первым производным выходных сигналов. В другие блоки матрицы Γ включены старшие производные $Z'', \dots, Z^{(n-1)}$ выходного сигнала для n линейно независимых начальных условий. С учетом этого матрица Γ записывается в виде $\Gamma = [Z / Z' / \dots / Z^{(n-1)} /]$, а вектор $b = Z^{(n)}$. Отсюда следует, что если найден вектор выхода Z , соответствующий n различным начальным условиям, и вычислены производные $Z', \dots, Z^{(n-1)}$ для моментов времени выборки, то искомым вектор $a = -\Gamma^{-1} b$ определяется однозначно в случае невырожденности матрицы Γ . В предположении полной наблюдаемости ДС это возможно, если векторы состояния ДС в моменты времени дискретной выборки образуют невырожденную матрицу X .

В виду того, что контролируется не весь вектор состояния ДС, а только скалярный выход z , обеспечить невырожденность матриц X и Γ в общем случае сложно. Поэтому предлагается находить решение из равенства $\Gamma^T \Gamma a = -\Gamma^T b$, с учетом возможности построения матрицы Грама – $\Gamma^T \Gamma$ и обеспечения ее невырожденности. Это делается путем увеличения числа регистрируемых значений выходного сигнала – числа столбцов матрицы X или числа строк вектора Z . При этом в группу сигналов выборки и их производных могут входить как линейно зависимые, так и линейно независимые. Тем не менее при выполнении условия полной наблюдаемости и достаточного объема выборки матрица Грама будет невырожденной и решение задачи будет существовать.

МЕТОДИКА И АЛГОРИТМ ПОУРОВНЕВОЙ И ПОКАНАЛЬНОЙ ДЕКОМПОЗИЦИИ МОДЕЛИ ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

Карапетян Р. М., Саяпин О. В.

Тамбовский военный авиационный инженерный институт

9. Рассматриваемая динамическая система (ДС) составлена из четырех частей, каждая из которых описывается уравнениями второго порядка. Первая и вторая части, образующие нижний уровень модели, задаются сходными по виду уравнениями

$$10. x_i' = A_i x_i + G_i u_i, \quad (i = 1, 2), \quad (1)$$

11. где u_i – скалярные управления, определяемые внешней по отношению к ДС целью. Две части верхнего уровня, описываемые также структурно одинаковыми уравнениями

$$12. x_k' = \sum A_{kl} x_l + G_k u_k, \quad (k = 3, 4; l = 3, 4), \quad (2)$$

13. содержат перекрестные связи. Управляющими воздействиями верхнего уровня являются линейные функции отдельных параметров состояния частей нижнего уровня

$$14. u_k = \sum C_{km} H_{km} x_m, \quad (m = 1, 2; k = 3, 4). \quad (3)$$

15. Матрицы H_{km} передают на k -й вход блоков верхнего уровня заведомо известный состав элементов вектора x_m , ($m = 1, 2$).

16. Синтез управлений движением ДС с использованием уравнений (1), (2) и (3) осуществлен методом согласования с заданной эталонной моделью [1]. Требования к качеству переходных процессов введены путем выбора ее параметров. Показано, что управления u_1 и u_2 определяются в форме линейных функций всех элементов векторов x_1, x_2, x_3 и x_4 . При этом, поскольку управление u_1 не влияет на x_2 , а u_2 – на x_1 , то структура такой системы не признается целесообразной. Этим свойством обладают также и все другие известные методы решения [2]. Поэтому ставится задача построения управлений неполной структуры путем видоизменения используемой модели объекта. Для этого применены критерии оптимизации структуры. С их помощью для различных состояний движения ДС произведена поканальная декомпозиция модели полной структуры и сформировано несколько одноканальных моделей, содержащих, например, (1) и упрощенные уравнение $x_k' = A_{kk} x_k + G_k u_k$ и $u_k = C_{km} H_{km} x_m$. При этом, если $i = 1$, то возможны варианты: $k = 3$ и $m = 1$, или $k = 4$ и $m = 1$. Если же $i = 2$, то $k = 3$ и $m = 2$ или $k = 4$ и $m = 2$.

17. Используемая поуровневая декомпозиция позволяет отдельно строить алгоритмы управления для моделей нижнего и верхнего уровней. Управление моделей верхнего уровня находятся в предположении безынерционности контуров нижнего уровня. Кроме того, они интерпретируются как заданные значения параметров модели нижнего уровня.

18. Управления, полученные на основе обоих способов декомпозиции, исследованы с использованием моделей полной структуры. Определены методы корректировки решений с учетом общеизвестных требований к качеству процессов.

19.

20. 1. Карапетян Р. М. Алгоритм оценки качества и синтеза линейных систем управления. Рига, 1989.

21. 2. Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1969.

АНАЛИЗ ГИБКОСТИ ХТС В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Островский Г. М., Волин Ю. М.

Научно-исследовательский физико-химический институт
им. Л.Я. Карпова

ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ПРОЕКТИРОВАНИИ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ (ХТС) ВАЖНО ОСУЩЕСТВИТЬ ТАКОЙ ВЫБОР КОНСТРУКТИВНЫХ ПЕРЕМЕННЫХ, ПРИ КОТОРЫХ ХТС БУДЕТ ГИБКОЙ, Т.Е. СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ БУДЕТ СПОСОБНА ГАРАНТИРОВАТЬ ВЫПОЛНЕНИЕ ВСЕХ ОГРАНИЧЕНИЙ, НЕСМОТРИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ВНЕШНИХ И ВНУТРЕННИХ ФАКТОРОВ И ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ НЕТОЧНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ. В СЛУЧАЕ, КОГДА ОГРАНИЧЕНИЯ ТРАКТУЮТСЯ ЖЕСТКО (ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ), МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ЗАПИСЬ ОГРАНИЧЕНИЯ ГИБКОСТИ ОСУЩЕСТВЛЯЕТСЯ С ПОМОЩЬЮ ФУНКЦИИ ДОПУСТИМОСТИ $F(D)$

$$F(d) = \max_{t \in T} \min_{z \in Z} \max_{j \in J} g_j(d, z, t) \leq 0, \quad (1)$$

где d – вектор конструктивных переменных; z – вектор управлений; t – вектор неопределенных параметров, могущих принимать произвольные значения из области $T = \{t: t^l \leq t \leq t^u\}$.

Наличие ограничения (1) типа $\max \min \max$ вносит большие сложности в решение оптимизационной задачи (известной, как двухэтапная задача оптимизации). Отсюда ясно, что разработка методов эффективного вычисления $F(d)$ чрезвычайно важна для решения задачи оптимального проектирования с учетом неопределенности в математической модели. В то же время вычисление значений функции гибкости представляет и самостоятельный интерес, поскольку значение $F(d)$ дает характеристику спроектированной конструкции в отношении гибкости (наличие или отсутствие запаса по гибкости и его величину).

Нами разработан единый подход к решению задач анализа гибкости в детерминированной постановке (задача вычисления $F(d)$ есть лишь одна из возможных задач), в основе которого лежит стратегия "разбиения и границ". В этой стратегии реализуются две главные операции: определение верхней и нижней границы оптимального значения целевой функции; разбиение области T на подобласти T_i .

Перепишем задачу вычисления $F(d)$ в виде:

$$f = \min_u u; \quad F(d) \leq 0. \quad (2), (3)$$

Внешний итерационный цикл выполняет разбиение T на подобласти. Пусть на k -ой итерации область разбита на подобласти:

($l = 1, \dots, N_k$).

Можно ввести следующие верхнюю и нижнюю оценки:

$$\rho^{(U,k)} = \min_{z^l \in Z(l=1, \dots, N_k), u} u; \quad (4)$$

$$\max_{t \in T_l} g_j(d, z^l, t) \leq 0, \quad l = 1, \dots, N_k, \quad j = 1, \dots, m; \quad (5)$$

$$\rho^{(L,k)} = \min_{z^i \in Z(i=1, \dots, j_k), u} u; \quad (6)$$

$$g_j(d, z^i, t^i) \leq u, \quad \forall t^i \in S^{(k)}, \quad i = 1, \dots, j_k, \quad j = 1, \dots, m, \quad (7)$$

где $S^{(k)}$ – множество потенциально критических точек.

ИМЕЕТ МЕСТО НЕРАВЕНСТВО

$$\rho^{(L,k)} \leq f^* \leq \rho^{(U,k)}, \quad (8)$$

где f^* – решение задачи (2), (3).

САМ АЛГОРИТМ ВЫЧИСЛЕНИЯ ФУНКЦИИ ГИБКОСТИ $F(D)$ МОЖЕТ БЫТЬ ПРИ ЭТОМ РЕАЛИЗОВАН В СЛЕДУЮЩЕМ ВИДЕ:

Шаг 1. Выбрать начальное разбиение области T на подобласти $T_l^{(1)}$ ($l = 1, \dots, N_1$) и параметр точности $\varepsilon > 0$. Присвоить $k = 1$.

Шаг 2. Вычислить верхнюю границу (решить задачу (4), (5)). Пусть $\rho^{(U,k)} = f^{(k)}, d^{(k)}, u^{(k)}$ решение задачи, и при ее решении получено множество $S^{(k)}$ потенциально критических точек.

Шаг 3. Решить задачу (6), (7) с получением $\rho^{(L,k)}, S^{(k)}$.

Шаг 4. Проверить критерий окончания: $\rho^{(U,k)} - \rho^{(L,k)} \leq \varepsilon$.

Если условие выполняется, то решение задачи (2), (3) (приближенно) найдено. В противном случае следует перейти к шагу 5.

Шаг 5. Пусть $L^{(k)}$ – множество номеров активных ограничений при решении задачи (4), (5). Разбить каждую из подобластей $T_l^{(k)}$ ($l \in L^{(k)}$) на две подобласти T_a и T_b , сформировав тем самым новое разбиение T на подобласти, присвоить $k = k + 1$ и перейти к шагу 2.

Для случая, когда вычисление $F(d)$ является не самоцелью, а фигурирует как ограничение (1) в задаче оптимального проектирования, нами разработаны "быстрые" версии алгоритма, в которых не требуется решать задачи (4), (5) и (6), (7) "до конца", что позволяет существенно более экономно решать задачи оптимизации.

Проверка на различных задачах показала эффективность предложенного алгоритма.

физический характер. Уже при самых простых моделях аппаратов из-за перемножения расходов на концентрации образуются билинейные члены, а последние, как известно, являются потенциальным источником многоэкстремальности. С другой стороны, наличие обратных связей по веществу и теплу часто приводит к множественности стационарных состояний, которая также может быть причиной появления локальных экстремумов. В математическом программировании хорошо разработаны методы и алгоритмы решения одноэкстремальных задач. При наличии многих экстремумов они гарантируют сходимость лишь к локальному минимуму (максимуму). Теория многоэкстремальной оптимизации еще очень далека от уровня теории одноэкстремальной. Тем не менее, предложено несколько удачных подходов (детерминированных и стохастических) к поиску экстремума в условиях возможной многоэкстремальности. Среди предложенных, по нашему мнению, выделяется подход на основе стратегии метода ветвей и границ (МВГ). Нами проведено исследование метода на различных задачах, предложены дополнения, повышающие его эффективность, и сформулированы ключевые моменты, от решения которых зависит дальнейшее увеличение эффективности метода.

В нашей трактовке МВГ для решения оптимизационной задачи с возможной многоэкстремальностью формулируется следующим образом. Пусть надо решить "основную задачу" (ОЗ)

$$\min_{x \in D} f(x) \quad (1)$$

при ограничениях

$$g_i(x) = 0, i = 1, \dots, m_e; \quad g_i(x) \leq 0, i = m_e + 1, \dots, m; \quad (2)$$

$$D = \{x : x_i^L \leq x_i \leq x_i^U, i = 1, \dots, n\}. \quad (3)$$

Введем "нижнеоценочную задачу" (НОЗ): $\min_{x \in D} \underline{f}(x, u); \quad (4)$

$$\underline{g}_i(x, u) \leq 0, i = m + q; \quad u_i^L \leq u_i \leq u_i^U, i = 1, \dots, p, \quad (5), (6)$$

потребовав при этом выполнения условий: 1) $\underline{f}^* \leq f^*$, где \underline{f}^*, f^* – решения (по функционалу) ОЗ и НОЗ; 2) НОЗ – одноэкстремальна (для выполнения последнего достаточно потребовать, чтобы НОЗ была выпуклой); 3) $f^* - \underline{f}^* \rightarrow 0$, при $r(D) \rightarrow 0$, где $r(D)$ – параметр, характеризующий размер области D .

Из формулировки НОЗ (4) – (6) видно, что она может включать дополнительные переменные и ограничения.

Наличие НОЗ позволяет построить стратегию решения ОЗ (1) – (3) на основе метода ветвей и границ. В соответствии с этой стратегией первоначальная прямоугольная область (3) (область D) подвергается последовательному разбиению на прямоугольные подобласти на основе принципа "максимального ожидания точки глобального экстремума". Пусть к k -ой итерации D разбита на подобласти $D_1, \dots, D_{N_{k-1}}$. Обозначим через $\underline{f}^*(D_i)$ решение НОЗ для подобласти D_i (D_i определяется границами x^L, x^U). Пусть $i^* = \arg \min_i \underline{f}^*(D_i)$. Тогда \underline{f}_{i^*} является нижней оценкой для f^* . Естественно ожидать, что, скорее всего, глобальный минимум находится в области D_{i^*} . Поэтому подвергнем делению область D_{i^*} , разбив ее на подобласти D_r и D_s и сформировав разбиение D на подобласти для следующей, $k + 1$ -ой, итерации.

Одновременно с этим решим задачу (1) – (3), взяв в качестве начального приближения решение НОЗ для области D_{i^*} . В результате получим две последовательности \underline{f}^k и \bar{f}^k нижних и верхних оценок, для которых выполняется принцип монотонного сближения: $\underline{f}^1 \leq \underline{f}^2 \leq \dots \leq f^* \leq \dots \leq \bar{f}^2 \leq \bar{f}^1$.

Расчет прекращается, когда $\bar{f}^k - \underline{f}^k < \varepsilon$, где ε – заранее выбранный малый параметр ($\varepsilon > 0$).

Такова общая схема метода. Ключевыми моментами при ее реализации являются: способ построения НОЗ, способ деления "ведущей" подобласти на более мелкие и определение момента прекращения счета. Нами подробно изучены все эти моменты.

Детальная проработка алгоритма позволила создать "полу универсальную" программу с операциями, ориентированными на конкретную задачу, выделенными в отдельную процедуру. С помощью разработанной программы решен ряд задач. В результате выявлено, что в некоторых случаях метод сходится чрезвычайно медленно (требуется очень большое дробление области D на подобласти). Определенные улучшения при этом имеют место, если разделение ведущей подобласти на две производить по точке решения НОЗ.

В то же время практика счета показала, что медленность сходимости, как правило, связана с медленным улучшением нижней оценки. Верхняя оценка обычно быстро выходит на решение. Отсюда вытекает такой эмпирический критерий останова, который мы с успехом применяли на практике. Если верхняя оценка остается (приближенно) неизменной на протяжении заданного числа итераций, то счет прекращается.

Большой интерес в этой связи представляет задача получения теоретически обоснованных

результатов, когда при прекращении изменения верхней оценки можно сделать вывод о достижении

глобального экстремума. Вероятно, здесь должен работать следующий момент.

В малой окрестности точки, не являющейся локальным максимумом, задача одноминимальна (если

исключить патологические ситуации). Данный вопрос тесно связан со следующим "парадоксом".

При поиске локального экстремума выбор хорошего начального приближения (близкого к решению) оказывается весьма полезным, значительно сокращая время счета. В задаче же поиска глобального экстремума знание хорошего начального приближения мало что дает. Было бы также интересно обнаружить, как влияет способ получения НОЗ на возможность попадания при счете в ситуацию с медленным ростом нижней оценки.

ПРОБЛЕМЫ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ
В ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ ПО ПУБЛИКАЦИЯМ
В БД СЕТИ STN INTERNATIONAL

ХОЛОДНОВ В. А., АНАНЧЕНКО А. Г., АНАНЧЕНКО И. В., ШАФЕЕВ М. А.
САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

В ПОСЛЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОТМЕЧАЕТСЯ УСТОЙЧИВЫЙ ИНТЕРЕС ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ К МЕТОДАМ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ, ОБЪЯСНЯЕМЫЙ ТЕМ, ЧТО КЛАССИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ПОИСКА ОПТИМУМА ОКАЗЫВАЮТСЯ НЕЭФФЕКТИВНЫМИ ПРИ РЕШЕНИИ СЛОЖНЫХ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫХ ЗАДАЧ. В ТАБЛ. 1 ПРЕДСТАВЛЕНО ЧИСЛО N_{OK} ПУБЛИКАЦИЙ В БАЗЕ ДАННЫХ INSPEC ЗА ГОД (РИС. 1) И ЧИСЛО $N_{GL.OPT}$ РАБОТ, СОДЕРЖАЩИХ СЛОВА "GLOBAL OPTIMIZATION" В ЗАГОЛОВКЕ.

СЕТЬ STN INTERNATIONAL (THE SCIENTIFIC AND TECHNICAL INFORMATION NETWORK) ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ МЕЖДУНАРОДНУЮ НЕГОСУДАРСТВЕННУЮ ФОРМУ СОТРУДНИЧЕСТВА ТРЕХ КРУПНЕЙШИХ ПРОИЗВОДИТЕЛЕЙ ВТОРИЧНОЙ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ. ОБРАЗОВАНА ВЕДУЩИМИ ПРОИЗВОДИТЕЛЯМИ: CHEMICAL ABSTRACTS SERVICE WWW.CAS.ORG (США), FACHINFORMATIONSZENTRUM KARLSRUHE WWW.FIZ-KARLSRUHE.DE (ФРГ) И JST (ЯПОНИЯ). INSPEC КРУПНЕЙШАЯ БД НАУЧНОЙ СЕТИ STN INTERNATIONAL С ИНФОРМАЦИЕЙ ПО ФИЗИКЕ, ЭЛЕКТРОТЕХНИКЕ, ТЕХНИЧЕСКИМ НАУКАМ, КОМПЬЮТЕРИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ, ВЕДУЩАЯСЯ С 1969 Г. [1, 2]. ПРИВОДИМЫЕ ДАННЫЕ ПОКАЗЫВАЮТ ДИНАМИКУ ИНТЕРЕСА ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ К ТЕМЕ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ. БАЗА ДАННЫХ СОДЕРЖИТ ИНФОРМАЦИЮ ПО НАУЧНЫМ РАБОТАМ С 1967 ПО 2001 Г. ВСЕ БАЗЫ ДАННЫХ УСЛОВНО РАЗДЕЛЕНЫ НА ТЕМАТИЧЕСКИЕ ГРУППЫ – КЛАСТЕРЫ. ВОЗМОЖЕН ПОИСК ИНФОРМАЦИИ КАК В ОТДЕЛЬНОЙ БД, ТАК И В ЦЕЛОМ КЛАСТЕРЕ. ПОЛЬЗОВАТЕЛЬ МОЖЕТ ФОРМИРОВАТЬ СВОЮ СОБСТВЕННУЮ ПОДБОРКУ БД (КЛАСТЕР). ПРИ ФОРМИРОВАНИИ КЛАСТЕРА, ВКЛЮЧАЮЩЕГО БД INSPEC, КАК ПРАВИЛО, ВНОСЯТ БД JICST-EPLUS, CARPLUS, NTIS, PASCAL, SCISEARCH. ДЛЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ, ЗАНИМАЮЩИМИСЯ ВОПРОСАМИ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ХИМИИ И ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ, МОГУТ ПРЕДСТАВЛЯТЬ ИНТЕРЕС ИНФОРМАЦИОННЫЕ ИСТОЧНИКИ, ВКЛЮЧЕННЫЕ В БД ПО ХИМИИ И ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ CARPLUS. ВСЕГО В ОТВЕТ НА ЗАПРОС * В CARPLUS БЫЛО НАЙДЕНО 776 РАБОТ.

ТАБЛИЦА 1

ЧИСЛО ПУБЛИКАЦИЙ В БД INSPEC

Год	ЧИСЛО ПУБЛИКАЦИЙ		Год	ЧИСЛО ПУБЛИКАЦИЙ	
	N_{OK}	$N_{GL.OPT}$		N_{OK}	$N_{GL.OPT}$
1967	0	0	1989	160	28
1968	2	0	1990	198	45
1970	17	3	1991	229	48
1975	19	4	1992	226	52
1980	43	4	1993	270	41
1981	31	6	1994	345	57
1982	32	10	1995	378	69
1983	49	7	1996	445	63
1984	49	8	1997	484	77
1985	53	10	1998	496	79
1986	80	18	1999	522	82
1987	119	22	2000	582	76
1988	122	29	2001*	347	49
Всего				5486	923

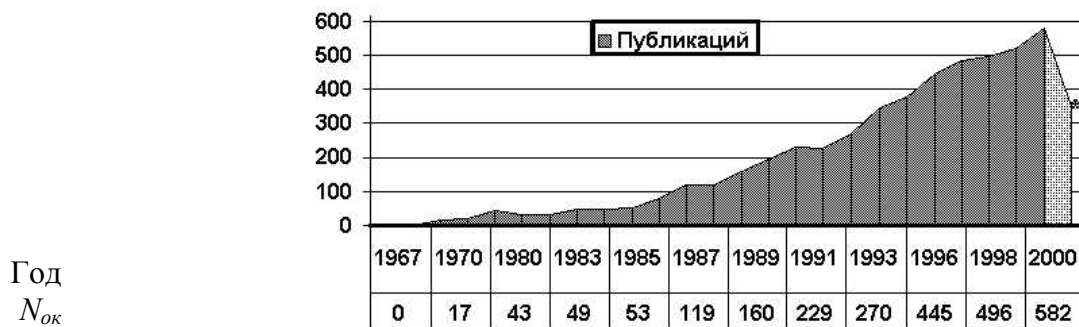


Рис 1. Число публикаций в БД INSPECL

Таблица 2

Число публикаций* на различных языках

Язык публикации	Число работ
АНГЛИЙСКИЙ	5101
Русский	6
Китайский	170
Французский	19
Немецкий	19
Итальянский	5
Японский	110
Всего публикация	5486

ПОКАЗАТЕЛЬНО ЧИСЛО РАБОТ СО СЛОВАМИ "ГЛОБАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ", ОПУБЛИКОВАННЫХ НА РАЗЛИЧНЫХ ЯЗЫКАХ, ИНФОРМАЦИЯ О РЕФЕРАТАХ КОТОРЫХ ВНЕСЕНА В БД INSPECL (ТАБЛ. 2). ОЧЕВИДНО, ЧТО ЧИСЛО ПУБЛИКАЦИЙ НА ВЫБРАННОМ ЯЗЫКЕ НЕЛЬЗЯ ПРЯМО СООТНОСИТЬ С ИНТЕРЕСОМ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ИЗ СТРАН, ГДЕ РАЗГОВАРИВАЮТ НА ОТМЕЧЕННОМ ЯЗЫКЕ, К РАССМАТРИВАЕМОЙ ПРОБЛЕМЕ. НАПРИМЕР, ВСЕ БОЛЬШЕ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ИЗ РОССИИ ПУБЛИКУЮТ СВОИ РАБОТЫ НА АНГЛИЙСКОМ ЯЗЫКЕ. НА ОСНОВАНИИ ТАБЛ. 1 МОЖНО СДЕЛАТЬ ВЫВОД О ТОМ, ЧТО В РАБОТАХ ИССЛЕДОВАТЕЛЕЙ ГЛОБАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ УПОМИНАЕТСЯ ДОСТАТОЧНО ЧАСТО, НО ЧИСЛО РАБОТ, ПОСВЯЩЕННЫХ НЕПОСРЕДСТВЕННО МЕТОДАМ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ, С 1997 Г. СТАБИЛЬНО И СОСТАВЛЯЕТ ПРИМЕРНО 80 ПУБЛИКАЦИЙ ЕЖЕГОДНО.

Для детальной оценки по популярности различных подходов и методов, (например, детерминированных) следует использовать запрос с дополнительными ключевыми словами. В качестве примера приведем "global optimization AND bayesian approach", при обработке которого найдено 43 источника. Статистические исследования выполнены с использованием источника доступа к БД STN International: http://stneasy.fiz-karlsruhe.de/html/english/demo_html/login1.html.

1. АНАНЧЕНКО И. В. ПОИСК НАУЧНОЙ ИНФОРМАЦИИ В ИНТЕРНЕТ // МАГИЯ ПК. № 12. 1998.
2. АНАНЧЕНКО И. В. STN – МЕЖДУНАРОДНАЯ СЕТЬ НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ ИНФОРМАЦИИ // МАГИЯ ПК. № 7 – 8(41). 2001.

Проблемы построения объемной классификации задач и алгоритмов глобальной оптимизации

ХОЛОДНОВ В. А., АНАНЧЕНКО А. Г., АНАНЧЕНКО И. В.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, SUPPORT@AIV.SPB.RU

БОЛЬШИНСТВО ЗАКОНЧЕННЫХ РАЗРАБОТОК В ОБЛАСТИ ПОИСКА ГЛОБАЛЬНЫХ ЭКСТРЕМУМОВ ПРИХОДИТСЯ НА ПОСЛЕДНИЕ 15 ЛЕТ, ХОТЯ РАБОТЫ, ПОСВЯЩЕННЫЕ МЕТОДУ "МУЛЬТИСТАРТА" ПУБЛИКОВАЛИСЬ И В 1963 – 1968 ГГ. УВЕЛИЧЕНИЕ ЧИСЛА РАБОТ ОБЪЯСНЯЕТСЯ РАЗВИТИЕМ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ И ПРИКЛАДНЫХ ОБЛАСТЕЙ, В КОТОРЫХ ТАКИЕ МЕТОДЫ ИСПОЛЬЗУЮТСЯ В СЛУЧАЕ УСПЕШНОГО ИХ ТЕСТИРОВАНИЯ. В ДАННОЕ ВРЕМЯ, С ОДНОЙ СТОРОНЫ, ВОССТАНОВИТЬ МНОГООБРАЗИЕ АКСИОМАТИЧЕСКИ ОБОСНОВАННЫХ И ПРОТЕСТИРОВАННЫХ МЕТОДОВ ДИКТУЕТ НЕОБХОДИМОСТЬ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ИХ В ВИДЕ ИЕРАРХИИ КЛАССОВ. В ОСНОВУ ЭТОЙ СТРУКТУРИЗАЦИИ ПОЛОЖЕНЫ ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ РАЗЛИЧИЯ ПОДХОДОВ К РЕШЕНИЮ ДАННОЙ ЗАДАЧИ. В ЛИТЕРАТУРЕ НА РУССКОМ ЯЗЫКЕ В ЭТОЙ СВЯЗИ УПОТРЕБЛЯЮТСЯ ТЕРМИНЫ "РАЦИОНАЛЬНЫЙ" И "ЭВРИСТИЧЕСКИЙ". НИЖЕ ПРИВОДИТСЯ КРАТКАЯ СВОДНАЯ ТАБЛИЦА, В КОТОРУЮ ВНЕСЕНЫ НАЗВАНИЯ ОСНОВНЫХ ПОДХОДОВ И МЕТОДОВ. ДЛЯ НЕКОТОРЫХ УКАЗАНЫ ФАМИЛИИ РАЗРАБОТЧИКОВ.

РАЦИОНАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ	ЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ			
ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЙ ПОДХОД	СТОХАСТИЧЕСКИЙ ПОДХОД	ОБОБЩЕННЫЙ ГЛОБАЛЬНЫЙ СПУСК	СЛУЧАЙНЫЙ ПОИСК	МЕТОДЫ ИМИТАЦИИ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА

ИНТЕРВАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ; МЕТОДЫ РЕДУКЦИИ РАЗМЕРНОСТИ; СУБГРАДИЕНТНЫЕ АЛГОРИТМЫ; АЛГОРИТМЫ ПЕРЕМЕННОЙ МЕТРИКИ; РЕЛЬЕФНЫЙ ИНДИКАТОРНЫЙ МЕТОД; МЕТОДЫ ДИСКРЕТНОГО ПРОГРАММИРОВАНИ Я (ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ); МЕТОДЫ ПОКРЫТИЯ	ИНФОРМ А- ЦИОННО - СТАТИС ТИЧЕСК ИЙ АЛГОРИ ТМ СТРОНГ ИНА; БАЙЕСО ВСКИЕ МЕТОДЫ	МЕТОД МУЛЬТИ -СТАРТА; МЕТОД ТЯЖЕЛО ГО ШАРИКА БРАНИН А; МЕТОД КОНКУР И- РУЮЩИ Х ТОЧЕК; МЕТОДЫ КЛАСТЕ Р-НОГО АНАЛИЗ А ТОРНА; ТУННЕЛ Ь-НЫЕ МЕТОДЫ ЛЕВИ, МОНТЛА ВО	МЕТОД СЛУЧАЙ НОГО БРОСАН ИЯ; РАВНОМ ЕРНОГО, НЕРАВН ОМЕРНО ГО; АЛГОРИ ТМ ИМИТАЦ ИИ ЗАТВЕРД ЕВАНИЯ; СЛУЧАЙ НЫЙ МУЛЬТИ СТАРТ; МЕТОДЫ ВЕТВЕЙ И ВЕРОЯТ НОСТНЫ Х ГРАНИЦ	ЭКСПЕР И- МЕНТЫ ГОЛЛАН ДА, БРЕММЕ Р-МАНА
ПОСЛЕД ОВАТЕЛЬ НЫЕ: МЕТОД ЛОМАНН ЫХ; МЕТОД ЕВТУШЕ НКО; МЕТОД ВУДА; МЕТОД БРЕНТА	ПАССИВ НЫЕ: МЕТОДЫ СЕТОК: КВАЗИСЛ УЧАЙНЫ Е; КУБИЧЕ СКИЕ; LP- СЕТКИ			

С ДРУГОЙ СТОРОНЫ, ПОЛЬЗОВАТЕЛЬ ЯВЛЯЕТСЯ СПЕЦИАЛИСТОМ В ПРИКЛАДНОЙ ОБЛАСТИ И ЗАИНТЕРЕСОВАН В СКОРЕЙШЕМ И ЭФФЕКТИВНОМ ВЫБОРЕ МЕТОДА ДЛЯ КОНКРЕТНОГО СЛУЧАЯ. МЕТОДИКА ТАКОГО "ВЫБОРА ПО ЦЕЛЕВОМУ НАЗНАЧЕНИЮ" ЕСТЕСТВЕННО ВЫТЕКАЕТ ИЗ КЛАССИФИКАЦИИ ЗАДАЧ, ФОРМАЛИЗОВАННЫХ ЛИШЬ ЧАСТИЧНО. ПОЭТОМУ ЦЕЛЕСООБРАЗНО РАССМАТРИВАТЬ МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ, СВЯЗАННЫЕ С ФИКСАЦИЕЙ ОПРЕДЕЛЕННОГО ФУНКЦИОНАЛЬНОГО КЛАССА F, В КОТОРЫЙ ВХОДИТ ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ. ОЧЕВИДНО, МОДЕЛИ ВЫЧИСЛЕНИЙ РАЗДЕЛЯЮТСЯ НА СТАТИСТИЧЕСКИЕ И ДЕТЕРМИНИРОВАННЫЕ. ДЛЯ ПЕРВЫХ ЦЕЛЕВАЯ ФУНКЦИЯ ПРИБЛИЖАЕТСЯ НЕКОТОРЫМ СЛУЧАЙНЫМ ПРОЦЕССОМ – ВИНЕРОВСКИМ, МАРКОВСКИМ, СПЕЦИАЛЬНЫМ ДИСКРЕТНЫМ ИЛИ НА ОСНОВЕ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ИЛИ РАЗНОСТНЫХ УРАВНЕНИЙ. РЕШЕНИЕ ВЫБИРАЕТСЯ ИСХОДЯ ИЗ ПРИНЦИПА СРЕДНЕЙ ОПТИМАЛЬНОСТИ. ДЛЯ ВТОРЫХ РОЛЬ КЛАССИФИКАТОРОВ ИГРАЮТ СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ – ОГРАНИЧЕННОСТЬ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ, СТЕПЕНЬ ГЛАДКОСТИ, ВЫПУКЛОСТЬ, РАЦИОНАЛЬНОСТЬ. РЕШЕНИЕ ПРИНИМАЕТСЯ НА ОСНОВЕ ПРИНЦИПА МИНИМАКСА. ЛЕВАЯ ЧАСТЬ ТАБЛИЦЫ ЧАСТИЧНО ИЛЛЮСТРИРУЕТ ТАКОЙ ПОДХОД.

КРОМЕ "ЦЕЛЕВОГО НАЗНАЧЕНИЯ", АЛГОРИТМЫ ХАРАКТЕРИЗУЮТСЯ СВОЙСТВАМИ, ОБЕСПЕЧИВАЮЩИМИ "КАЧЕСТВО" РЕЗУЛЬТАТА И ПРОЦЕССА ПОИСКА: ТОЧНОСТЬ И ПРОСТОТА ОЦЕНКИ ПОГРЕШНОСТИ, УСТОЙЧИВОСТЬ В РАЗЛИЧНЫХ СМЫСЛАХ, СКОРОСТЬ СХОДИМОСТИ, ОБЪЕМ ВСПОМОГАТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ. ЭТИ СВОЙСТВА ВО МНОГОМ ОПРЕДЕЛЯЮТ УСЛОВИЕ ОСТАНОВА И ИХ НАДО УЧИТЫВАТЬ ПРИ ВЫБОРЕ МЕТОДА, СЛЕДОВАТЕЛЬНО, В ОБЩЕЙ КЛАССИФИКАЦИИ.

НАКОНЕЦ, В ТЕРМИНАХ ТЕОРИИ АЛГОРИТМОВ СТРОИТСЯ КЛАССИФИКАЦИЯ ПО ИХ СТРУКТУРЕ: БЛОЧНЫЕ АЛГОРИТМЫ, АЛГОРИТМЫ С ЗАДЕРЖКОЙ ИНФОРМАЦИИ, ЦИКЛИЧЕСКИЕ И Т.Д. ЧАСТЫМ УПОМИНАНИЕМ ЭТОГО ПОДХОДА ЯВЛЯЕТСЯ РАЗДЕЛЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НА ПАССИВНЫЕ И ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫЕ.

Методология построения структурной функции выбора метода включает различные подходы к использованию систем классификаций, тем не менее задача их синтеза и сведения в единое целое по прежнему не решена и остается актуальной.

24.

6. ОПТИМАЛЬНАЯ КОМПЕНСАЦИЯ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ В ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ ПРИ УЧЕТЕ ОГРАНИЧЕНИЙ

Григорьян Э. Л.

РОСТОВСКАЯ-НА-ДОНУ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ СЕЛЬСКОХОЗМАШИНОСТРОЕНИЯ

25. Одной из важнейших задач в практике высокоэффективного управления техническими объектами и системами является задача оценки и компенсации неконтролируемых возмущений. Несмотря на интенсивное исследование этой задачи и разработанный для ее решения математический аппарат (теория инвариантности, задачи

оптимальной фильтрации, теория динамической точности и др.) практические успехи в этой области невелики. В данной работе предлагается решение задачи компенсации неизмеряемых возмущений за конечный интервал времени при учете ограничений на компенсирующие воздействия. При этом принимается допущение, что математическая модель (ММ) основного контура регулирования является моделью системы на этап проектирования закона компенсации и описывается следующей матрично-векторной формой в пространстве состояний системы управления:

$$\begin{aligned} 26. \quad \dot{x}(t) &= A(t)x(t) + B(t)z(t) + H(t)g(t) + v(t); \\ 27. \quad y(t) &= C(t)x(t), \end{aligned} \quad (1)$$

ГДЕ $X(T)$, $Z(T)$, $G(T)$, $Y(T)$ – ВЕКТОРЫ СОСТОЯНИЯ, ЦЕЛЕВЫХ ЗАДАЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ (ЗАДАНИЕ), КОМПЕНСИРУЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ВЫХОДОВ; $V(T)$ – ВЕКТОР ОБОБЩЕННОГО НЕИЗМЕРЯЕМОГО ВОЗМУЩЕНИЯ (ОНВ); $A(T)$, $B(T)$, $H(T)$ И $C(T)$ – МАТРИЦЫ СООТВЕТСТВУЮЩИХ РАЗМЕРНОСТЕЙ, ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫЕ ВО ВСЕЙ ДОПУСТИМОЙ ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ.

СПЕЦИФИКА ИНТЕРВАЛЬНОГО ПОДХОДА К ЗАДАЧЕ КОМПЕНСАЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ РАЗДЕЛЯЕТ ПОСЛЕДнюю НА ДВЕ САМОСТОЯТЕЛЬНЫЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО РЕШАЕМЫЕ ЗАДАЧИ: ЗАДАЧУ ОЦЕНИВАНИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ НА КОНЕЧНОМ ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ И ЗАДАЧУ КОМПЕНСАЦИИ ПОЛУЧЕННЫХ ОЦЕНОК НА ПОСЛЕДУЮЩИХ ИНТЕРВАЛАХ.

Для решения первой задачи необходимо рассмотреть полное решение системы (1) на произвольном временном интервале $[t_{i-1}, t_i]$

$$x(t_i) = \Phi(t_i, t_{i-1})x(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau)B(\tau)z(\tau)d\tau + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau)H(\tau)g(\tau)d\tau + x^v(t_{i-1}, t_i), \quad (1)$$

где $\Phi(t, t_0)$ – переходная матрица системы (1); $x^v(t_{i-1}, t_i)$ – накопленное за интервал $[t_{i-1}, t_i]$ отклонение состояния системы, вызываемое действующим ОНВ и определяемое выражением $x^v(t_{i-1}, t_i) = \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau)v(\tau)d\tau$.

В моменты времени $t > t_i$ реакция системы (1) на вектор ОНВ, действующий на интервале $[t_{i-1}, t_i]$, будет совпадать с реакцией на вектор $x^v(t_{i-1}, t_i)$. Это приводит к целесообразности введения понятия интервально накопленной оценки (ИНО) для ОНВ на интервале $[t_{i-1}, t_i]$. Под ней понимается составляющая $x^v(t_{i-1}, t_i)$ состояния линейной динамической системы в произвольный момент времени t_i , инициирующая в последующие моменты времени t переходные процессы, совпадающие с движением, вызываемым реально действующим на произвольном интервале $[t_{i-1}, t_i]$ обобщенным возмущением. Данная оценка может быть легко вычислена как разность между текущим и экстраполируемым без учета возмущений состоянием системы в конце каждого временного интервала $[t_{i-1}, t_i]$

$$\begin{aligned} 28. \quad x^v(t_{i-1}, t_i) &= x(t_i) - \Phi(t_i, t_{i-1})x(t_{i-1}) + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau)B(\tau)z(\tau)d\tau - \\ 29. \quad &- \int_{t_{i-1}}^{t_i} \Phi(t_i, \tau)H(\tau)g(\tau)d\tau. \end{aligned} \quad (3)$$

30. Особенностью данной процедуры является необходимость измерения вектора состояния системы. Поэтому задача интервального оценивания ОНВ тесно связана с хорошо известной задачей оценивания состояния динамической системы.

31. Задачу компенсации полученных ИНО на последующих интервалах времени целесообразно рассматривать по отношению ко всему состоянию системы. При этом в стратегию синтеза законов интервальной компенсации естественно включить требования оперативного подавления возмущений.

Относительно состояния условие полной компенсации $x^v(t_{i-1}, t_i)$ за интервал времени Δt_i определяется свойствами решения системы (1) и описывается равенством

$$\Phi(t_i + \Delta t_i, t_i)x^v(t_{i-1}, t_i) + \int_{t_i}^{t_i + \Delta t_i} \Phi(t_i + \Delta t_i, \tau)H(\tau)g(\tau)d\tau \equiv 0. \quad (4)$$

Рассматриваемая задача аналогична известной задаче перевода системы (1) под действием $g(t)$ из нулевого состояния в точку траектории $-\Phi(t_i + \Delta t_i, t_i)x^v(t_{i-1}, t_i)$ за время Δt_i . При учете ограничений на $g(t)$ интервал компенсации Δt_i , соответствующий условию (4), ограничен снизу, и рассматриваемая задача компенсации трансформируется в вариационную задачу с незакрепленным правым концом и нефиксированным временем. При этом, в соответствии со стратегией синтеза законов компенсации, условие оптимальной компенсации определяет известный критерий оптимального быстрогодействия

$$J = \Delta t_i \rightarrow \min. \quad (5)$$

Тогда решение данной задачи, заключающееся в поиске пары $\{g_{\text{опт}}(t), \Delta t_i^{\min}\}$, где $t \in [t_i, t_i + \Delta t_i^{\min}]$, базируется на методах теории оптимального управления и в зависимости от типа ограничения ищется либо методами классического вариационного исчисления, либо методами принципа максимума Понтрягина. В последнем случае условие полной компенсации ОНВ совпадает с условием общности положения пары $\{A(t), H(t)\}$ [1].

Особенностью рассматриваемой процедуры интервальной компенсации является доказанная возможность сведения условий трансверсальности для правого конца экстремалей от дифференциальной к алгебраической форме, что максимально

упрощает поиск оптимальных решений. Также необходимо отметить, что в случае использования приближенных оценок состояния системы (1) для расчета закона интервальной компенсации, его оптимальный характер определяется известной теоремой разделения и достигается при использовании оптимальных идентификаторов состояния [2].

Таким образом, представленный в данной работе подход позволяет за минимальное время осуществлять полную компенсацию неизмеряемых возмущений, действующих в линейных динамических системах, при учете ограничений на компенсирующие воздействия.

1. Олейников В. А. Оптимальное управление технологическими процессами в нефтяной и газовой промышленности. М.: Недра, 1982.
2. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А. А. Красовского. М.: Наука, 1987.

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ ПО БЫСТРОДЕЙСТВИЮ ЗАКОНОВ
ИНТЕРВАЛЬНОЙ КОМПЕНСАЦИИ НЕИЗМЕРЯЕМЫХ
ВОЗМУЩЕНИЙ В СИСТЕМАХ ВТОРОГО ПОРЯДКА
ПРИ УЧЕТЕ ОГРАНИЧЕНИЙ

ТЕРНИКОВА А. В.

РОСТОВСКАЯ-НА-ДОНУ ГОСУДАРСТВЕННАЯ АКАДЕМИЯ СЕЛЬСКОХОЗМАШИНОСТРОЕНИЯ

Поведение систем управления во времени определяется полученной математической моделью системы, известными входными воздействиями и вектором переменных состояния в некоторый момент времени. При этом если на системы действуют возмущающие воздействия, причем наиболее часто – неизмеряемые, то возникает задача устранения влияния данных возмущений на систему, т.е. задача компенсации возмущений. В реальных системах чаще всего существуют те или иные ограничения, накладываемые как на законы управления, так и на законы компенсации. Ограничения, как правило, связаны с ограниченными возможностями аппаратной части, структурными особенностями неизменяемой части системы, физической прочностью ее элементов. В связи с этим наиболее эффективное решение поставленной задачи компенсации достигается с учетом данных ограничений.

Существует способ синтеза закона интервальной компенсации при учете ограничений на компенсирующее воздействие [1]. Для решения задачи компенсации предлагается воспользоваться понятием интервально накопленной оценки неизмеряемых возмущений и методами оптимального по быстродействию управления для синтеза закона интервальной компенсации.

Решение данной задачи можно показать для системы второго порядка, так как для систем более высокого порядка поиск решения в аналитическом виде вызывает некоторую сложность. Полагается, что математическая модель (ММ) линейной непрерывной системы комбинированного управления (СКУ) на этапе проектирования закона компенсации имеет вид

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t); \quad \dot{x}_2(t) = -\alpha_1 x_1(t) - \alpha_2 x_2(t) + v(t) + kg(t), \quad (1)$$

где $x_1(t), x_2(t)$ – переменные состояния; $g(t)$ – компенсирующее ограниченное воздействие, $g < |g(t)| \leq g_{\max}$; $v(t)$ – обобщенное неизмеряемое возмущение.

Если ММ системы задана в другом базисе, то с помощью некоторого преобразования $P(t)$ можно перейти в базис системы (1). Причем можно показать, что для определения оптимального (в рассматриваемой трактовке) воздействия $g(t)$ не обязательно возвращаться в исходный базис.

Таким образом, ставится задача интервальной компенсации составляющей $x^V(t_{i-1}, t_i)$, представляющей собой задачу перевода за минимальное время Δt_i с помощью воздействия $g(t)$ из точки $x(t_i) = 0$ в точку $x^V(t_i + \Delta t_i) = -\Phi(t_i + \Delta t_i, t_i) x^V(t_{i-1}, t_i)$ при выполнении ограничений на компенсирующее воздействие $|g| \leq g_{\max}$. Здесь $\Phi(\cdot)$ – переходная матрица системы (1). Критерий оптимальности выражается функционалом $J = \Delta t_i \rightarrow \min$.

Для решения этой задачи воспользуемся принципом максимума Понтрягина. В том случае, если

характеристическое уравнение имеет только действительные корни, то согласно теореме об n

интервалах для системы (1) оптимальные компенсирующие воздействия являются кусочно-

постоянными и имеют не более одного переключения.

Гамильтониан данной системы имеет вид

$$G = \psi_1 x_2 - \alpha_1 \psi_2 x_1 - \alpha_2 \psi_2 x_2 + k \psi_2 g, \quad (2)$$

где ψ_1, ψ_2 – множители Лагранжа.

Уравнения сопряженной системы принимают вид:

$$\dot{\psi}_1(t) = \partial G / \partial x_1 = \alpha_1 \psi_2; \quad \dot{\psi}_2(t) = \partial G / \partial x_2 = -\psi_1 + \alpha_2 \psi_2. \quad (3)$$

Решения систем уравнений (1) и (2) ищут в виде:

$$x_1(t) = C_1 e^{-\lambda_1 t} + C_2 e^{-\lambda_2 t} + kg / \alpha_1; \quad x_2(t) = -\lambda_1 C_1 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 C_2 e^{-\lambda_2 t};$$

$$\psi_1(t) = C_3 e^{-\lambda_1 t} + C_4 e^{-\lambda_2 t}; \quad \psi_2(t) = \lambda_1 C_3 e^{-\lambda_1 t} / \alpha_1 + \lambda_2 C_4 e^{-\lambda_2 t} / \alpha_1. \quad (4)$$

Согласно принципу максимума оптимальное воздействие находится из условия

$$\max_{|g| \leq g_{\max}} G = \max_{|g| \leq g_{\max}} k\psi_2 g(t). \quad (5)$$

Так как $\psi_2(t)$ – линейная функция, то на интервале $t_i \leq t \leq t_i + \Delta t_i$ функция $\psi_2(t)$ может изменять знак не более одного раза. Для определенности необходимо положить $k > 0$ и тогда, учитывая граничные условия, оптимальное воздействие будет иметь вид

$$g^* = \begin{cases} -g_{\max} & \text{при } t_i \leq t < t_{\text{пер}}; \\ g_{\max} & \text{при } t_i \leq t_i + \Delta t_i. \end{cases} \quad (6)$$

При $k < 0$ знаки в уравнении (6) изменяются на противоположные. В силу непрерывности фазовой траектории в точке переключения $t = t_{\text{пер}}$ можно записать:

$$\begin{aligned} (C_{11} - C_{12})e^{-\lambda_1 t_{\text{пер}}} + (C_{21} - C_{22})e^{-\lambda_2 t_{\text{пер}}} - 2kg_{\max}/\alpha_1 &= 0; \\ -\lambda_1(C_{11} - C_{12})e^{-\lambda_1 t_{\text{пер}}} - \lambda_2(C_{21} - C_{22})e^{-\lambda_2 t_{\text{пер}}} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

Используя краевые условия, можно определить выражения для постоянных интегрирования $C_{11}, C_{22}, C_{12}, C_{21}$ из которых получим выражения для разностей постоянных интегрирования. После подстановки полученных выражений в уравнения (7) и преобразований, получается система уравнений для определения моментов переключения:

$$\begin{aligned} 1 + [1 - \alpha_1(x_2(t_i + \Delta t_i) + \lambda_2 x_1(t_i + \Delta t_i)) / (\lambda_2 k g_{\max})] e^{\lambda_1 \Delta t} - 2e^{\lambda_1(t_{\text{пер}} - t_i)} &= 0; \\ 1 + [1 - \alpha_1(x_2(t_i + \Delta t_i) + \lambda_1 x_1(t_i + \Delta t_i)) / (\lambda_1 k g_{\max})] e^{\lambda_2 \Delta t} - 2e^{\lambda_2(t_{\text{пер}} - t_i)} &= 0. \end{aligned} \quad (8)$$

Так как правый конец оптимальной траектории не фиксирован и в момент времени $t_i + \Delta t_i$ должен принадлежать траектории $-\Phi(t_i + \Delta t_i, t_i)X^V(t_{i-1}, t_i)$, то, учитывая вид переходной матрицы $\Phi(\cdot)$ можно определить значения $x_1(t_i + \Delta t_i), x_2(t_i + \Delta t_i)$, и после подстановки последних в (8), получаем два уравнения для определения момента переключения управления g и интервала компенсации для определения момента переключения управления и интервала компенсации:

$$\begin{aligned} e^{\lambda_1 \Delta t} - 2e^{\lambda_1(t_{\text{пер}} - t_i)} + 1 + \frac{a_1}{\lambda_2 k g_{\max}} \left(\frac{(\lambda_2(\lambda_1 - a_2) + a_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} x_1^V(t_{i-1}, t_i) + x_2^V(t_{i-1}, t_i) \right) &= 0; \\ e^{\lambda_2 \Delta t} - 2e^{\lambda_2(t_{\text{пер}} - t_i)} + 1 + \frac{a_1}{\lambda_1 k g_{\max}} \left(\frac{(\lambda_1(a_2 - \lambda_2) - a_1)}{\lambda_1 - \lambda_2} x_1^V(t_{i-1}, t_i) + x_2^V(t_{i-1}, t_i) \right) &= 0. \end{aligned}$$

Эта система уравнений может быть решена только численными методами. Поэтому применение рассмотренного подхода целесообразно, в основном, в системах микропроцессорного управления.

1. Григорьян Э. Л. Алгоритм дискретной компенсации возмущений. Проблемы автоматизации и управления производственными системами: Сб. науч. ст. Ростов н/Д: ДГТУ. 1999.

D-ОПТИМАЛЬНАЯ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ЛИНЕЙНЫХ МНОГОМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

ФАТУЕВ В. А., КАРГИН А. В.

ТУЛЬСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ, AIUS@TSU.TULA.RU

Если допустимо активное воздействие на входе исследуемой динамической системы, то может быть сформулирована и решена задача параметрической оптимальной (в смысле выбранного критерия) идентификации. Ее целью является построение динамической регрессионной модели со структурой, заданной априори или определенной на этапе структурной идентификации. В качестве критерия оптимальности часто выбирается критерий D-оптимальности [1, 2].

Широкий класс реальных динамических систем характеризуется наличием внутренних случайных шумов, которые не могут быть сведены к аддитивной составляющей выходной координаты. Такие системы могут быть описаны моделями пространства состояний с внутренним шумом процесса.

Выбранная нами каноническая форма модели пространства состояний с внутренним шумом линейной многомерной динамической системы имеет вид [1]:

$$\bar{X}(k+1) = T \bar{X}(k) + \Gamma \bar{U}(k) + \Psi \bar{V}(k), \quad \bar{Z}(k) = H \bar{X}(k) + \bar{e}(k), \quad (1)$$

где: $T = \begin{pmatrix} 0 & I_{n-p} \\ A & \end{pmatrix}$, $H = (I_p \ ; \ 0_{p \times n-p})$, $A^T = (\bar{a}_1 \ ; \ \dots \ ; \ \bar{a}_p)$ и $\Gamma = (\bar{\Gamma}_1 \ ; \ \dots \ ; \ \bar{\Gamma}_q)$ – матрицы неизвестных параметров размерности $n \times n$, $n \times p$, $p \times n$ и $n \times p$; p – число выходов модели; n – число переменных состояния; \bar{e} – векторный p -мерный случайный процесс; \bar{v} – векторный v -мерный случайный процесс, координаты которого обладают свойствами

скалярного внутреннего шума; Ψ – матрица неизвестных параметров размерностью $n \times v$; I_{n-p} и I_p – единичные матрицы размерности $(n-p) \times (n-p)$ и $p \times p$; $0_{n-p \times p}$ и $0_{n \times p-p}$ – нулевые матрицы размерности $(n-p) \times p$ и $p \times (n-p)$.

При нулевых начальных условиях и с учетом условия $HT^l \Gamma = 0$, где 0 – нулевая матрица размерности $p \times q$, l – число отличных от нуля ординат импульсных переходных функций (ИПФ) по каждому каналу, получим векторную регрессионную модель

$$\bar{Z}(k) = \sum_{i=1}^l J_i \bar{U}(k-i) + \bar{\varepsilon}(k), \quad (2)$$

где $\bar{U}^T(k-i) = (u_1(k-i), u_2(k-i), \dots, u_q(k-i))$, $i = \bar{1}, l$ – предыстория по входу; $\bar{\varepsilon}(k) = \sum_{i=0}^{l_1} HT^i \Psi \bar{v}(k-i-1) + \bar{\varepsilon}(k)$, l_1 – число ненулевых ординат импульсной переходной функции соответствующего канала фильтра, J_i – матрица значений i -х ординат ИПФ всех каналов "вход-выход" системы (размерностью $p \times q$), определяемая, при условии $HT^l \Psi = 0$, на основании значений параметров модели – элементов вектора $\bar{C}_M^T = (\bar{a}_1^T, \bar{a}_2^T, \dots, \bar{a}_p^T, \bar{\Gamma}_1^T, \bar{\Gamma}_2^T, \dots, \bar{\Gamma}_q^T)$ следующим выражением: $J_i = HT^{i-1} \Gamma$, $i = \bar{1}, l$.

Таким образом, каноническая форма (1) содержит $n(p+q) + l_1 p$ неизвестных параметров. Она аналогична по структуре матриц состояния и наблюдения одномерной модели пространства состояний и, следовательно, предпочтительнее других форм, поскольку при ее использовании появляется возможность обобщения для многомерного случая методов и алгоритмов оптимальной идентификации одномерных систем в пространстве состояний [1, 2].

Для идентификации модели (1) применяется D-оптимальная процедура последовательной идентификации (ДППИ) многомерных динамических систем моделями пространства состояний с внутренним шумом, которая включает в себя реализацию нелинейного метода наименьших квадратов (НМК) – метода Гаусса-Ньютона [1]. Данный метод является итерационным и очень чувствителен к точности оценивания начального приближения. Для задания начального приближения проводится "затравочный" эксперимент. При обработке результатов "затравочного" эксперимента также используется модификация итерационного метода Гаусса-Ньютона, а начальное приближения для него ищется линейным методом наименьших квадратов. ДППИ многомерных динамических систем также включает в себя на каждом этапе фильтрацию внутреннего шума – нахождение коэффициентов многомерного фильтра с априори заданной структурой и проведение проверки адекватности структуры фильтра. При синтезе D-оптимального тестирующего сигнала производится поиск максимума нелинейной функции в многомерном нормированном пространстве типа "гиперкуб", что требует, при наличии внутреннего шума, использования метода оптимизации решения. Авторами выбрана одна из модификаций метода скользящего допуска (МСД).

Важными элементами предложенной нами модификации метода Гаусса-Ньютона являются взаимные преобразования между параметрами модели пространства состояний (1) и ординатами импульсной переходной функции (ИПФ) всех каналов эквивалентной линейной динамической системы (2) без учета влияния внутреннего шума. Такие выражения позволяют упростить ДППИ, значительно ускорив проведение каждого этапа.

Авторами проведено моделирование ДППИ многомерных динамических систем моделями пространства состояний с внутренним шумом с использованием оригинальных преобразований. Отмечено ускорение обработки данных без потери точности оценивания неизвестных коэффициентов модели и параметров фильтра при сохранении D-оптимальности получаемых оценок.

1. Фатуев В.А. Построение оптимальных моделей динамики... Тула: ТГТУ, 1993.

2. Стрейц В. Метод пространства состояний в теории дискретных... М.: Наука, 1985.

ОПТИМАЛЬНЫЙ АЛГОРИТМ ОБРАБОТКИ ИЗМЕРЕНИЙ ОДНОКАНАЛЬНОГО ПОДВИЖНОГО ПЕЛЕНГАТОРА

Шухардин А. Н., Черных А. С.

Ростовский военный институт ракетных войск

В настоящем докладе развивается направление [1 – 3], связанное с построением одноканальных и двухканальных пеленгаторов (как стационарных, так и подвижных), позволяющих определять не только местоположение, но и все параметры движения объекта. При этом в отличие от [1, 2], рассматривается подвижный пеленгатор, измеряющий лишь одну угловую координату, решение задачи оценивания дается в оптимальной постановке с учетом избыточности измерений. В отличие от [3], где исследовались многопозиционная система одноканальных стационарных пеленгаторов, ниже рассматривается случай определения параметров движения объекта на базе лишь одного подвижного пеленгатора. Очевидно, что такой случай имеет место на практике при решении широкого круга прикладных задач локации, навигации, управления и др.

Постановка задачи. Пусть в декартовой XYZ системе координат положение подвижного одноканального пеленгатора P с плоской диаграммой направленности задается вектором

$$\bar{Y}_p(t) = [x_p(t), y_p(t), z_p(t)]^T,$$

а цели C – вектором $\bar{Y}_c(t) = [x_c(t), y_c(t), z_c(t)]^T$.

Движение цели описывается следующей моделью

$$\dot{x}(t) = \bar{A}^T \bar{Q}(t), \quad \dot{y}(t) = \bar{B}^T \bar{Q}(t), \quad \dot{z}(t) = \bar{C}^T \bar{Q}(t), \quad (1)$$

где $\vec{A} = [a_i, i = \overline{0, K}]^T$, $\vec{B} = [b_i, i = \overline{0, K}]^T$, $\vec{C} = [c_i, i = \overline{0, K}]^T$ – неизвестные векторные коэффициенты, $\vec{Q}(t) = [q_i(t), i = \overline{0, K}]^T$ – вектор линейно независимых функций, T – операция транспонирования.

Диаграмма направленности пеленгатора (рис. 1), которая жестко связана с точкой P (геометрическим центром пеленгатора) и направляющим вращением.

В дальнейшем под измеритель, осуществляющий $\theta(t)$ указанной плоскости, при по углу

$$\mu(t) = \arctg[\lambda_2(t)/\lambda_1(t)].$$

Угол $\theta(t)$ однозначно цели C известным соотношением [3]:

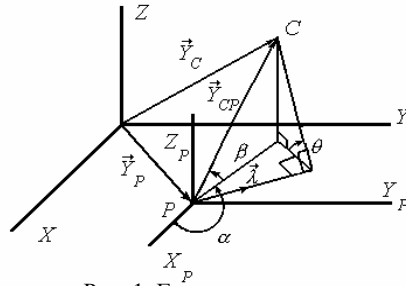


Рис. 1. Геометрия задачи

лежит в плоскости связана с точкой P (геометрическим центром вектором $\vec{\lambda}(t) = [\lambda_1(t), \lambda_2(t), 0]^T$, задающим ось ее

одноканальным пеленгатором будем понимать обнаружение и слежение цели по углу наклона заданном программном изменении (управлении)

$$(2)$$

связан с $\mu(t)$, азимутом $\alpha(t)$ и углом места $\beta(t)$

$$\theta(t) = \arctg \left[\frac{\operatorname{tg} \beta(t)}{\sin[\alpha(t) - \mu(t)]} \right], \quad \alpha(t) - \mu(t) \neq n\pi, \quad n = 0, 1, 2, \quad \beta(t) \neq \pm \pi/2. \quad (3)$$

При выполнении соотношения $\alpha(t) - \mu(t) = n\pi$, принимаем $\theta(t) = \pi/2$ для случая $0 \leq \beta(t) \leq \pi/2$, $\theta(t) = -\pi/2$ для случая $-\pi/2 \leq \beta(t) \leq 0$. Если $\beta(t) = \pm \pi/2$, то независимо от $\alpha(t)$ и $\mu(t)$, имеем $\theta(t) = \pm \pi/2$.

Уравнение наблюдения одноканального пеленгатора P имеет вид

$$\hat{\theta}_k = \theta_k + \Delta\theta_k, \quad k = \overline{0, N}, \quad (4)$$

где $\theta_k = \theta(t_k)$ и $\Delta\theta_k = \Delta\theta(t_k)$, при этом для простоты полагаем, что ошибки измерения $\{\Delta\theta_k\}_{k=1}^N$ распределены по нормальному закону с нулевыми математическими ожиданиями и заданной корреляционной матрицей $K_{\Delta\theta}$, где

$\Delta\theta = [\Delta\theta_k, k = \overline{1, N}]^T$. Помимо массива $\{\hat{\theta}_k\}_{k=1}^N$ полагается заданным набор отсчетов $\{\mu_k\}_{k=1}^N$ (где $\mu_k = \mu(t_k)$), соответствующих некоторому программному управлению $\mu(t)$, характеризующему пространственное положение указанной выше плоскости с точностью до угла θ для любого момента времени t .

Требуется разработать метод оптимального оценивания параметров движения цели на базе подвижного одноканального пеленгатора с учетом моделей (1) – (4).

Решение задачи в детерминированной постановке. Воспользуемся известным соотношением $\vec{Y}_{CP}(t) = \vec{Y}_P(t) + \vec{Y}_C(t)$, (5)

где $\vec{Y}_{CP}(t) = [x_{CP}(t), y_{CP}(t), z_{CP}(t)]^T$ – вектор относительных координат цели C , $x_{CP}(t) = r(t) \cos \alpha(t) \cos \beta(t)$, $y_{CP}(t) = r(t) \sin \alpha(t) \cos \beta(t)$, $z_{CP}(t) = r(t) \sin \beta(t)$, $r(t)$ – наклонная дальность.

Формулу (3) представим в несколько ином виде

$$\operatorname{tg}^{-1} \theta(t) = \operatorname{tg}^{-1} \beta(t) [\sin \alpha(t) \cos \mu(t) - \sin \mu(t) \cos \alpha(t)] = \cos \mu(t) [\sin \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)] - \sin \mu(t) [\cos \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)]. \quad (6)$$

Для определения величин $[\sin \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)]$ и $[\cos \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)]$ воспользуемся очевидными соотношениями:

$$x_{CP}(t) / z_{CP}(t) = [\cos \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)]; \quad y_{CP}(t) / z_{CP}(t) = [\sin \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)], \quad (7)$$

которые с учетом (1) и (5) позволяет записать:

$$x_{CP}(t) / z_{CP}(t) = [\vec{A}^T \vec{Q}(t) - x_P(t)] [\vec{C}^T \vec{Q}(t) - z_P(t)]^{-1} = [\cos \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)];$$

$$y_{CP}(t) / z_{CP}(t) = [\vec{B}^T \vec{Q}(t) - y_P(t)] [\vec{C}^T \vec{Q}(t) - z_P(t)]^{-1} = [\sin \alpha(t) / \operatorname{tg} \beta(t)]. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (6) получим выражение

$$\operatorname{tg}^{-1} \theta(t) [\vec{C}^T \vec{Q}(t) - z_P(t)] = \cos \mu(t) [\vec{B}^T \vec{Q}(t) - y_P(t)] - \sin \mu(t) [\vec{A}^T \vec{Q}(t) - x_P(t)],$$

которое после несложных преобразований принимает следующий вид

$$\sin \mu(t) \vec{A}^T \vec{Q}(t) - \cos \mu(t) \vec{B}^T \vec{Q}(t) + \operatorname{tg}^{-1} \theta(t) \vec{C}^T \vec{Q}(t) = \sin \mu(t) x_P(t) - \cos \mu(t) y_P(t) + \operatorname{tg}^{-1} \theta(t) z_P(t). \quad (9)$$

Применяя к (9) операцию транспонирования, получаем

$$\sin \mu(t) \vec{Q}^T \vec{A} - \cos \mu(t) \vec{Q}^T \vec{B} + \operatorname{tg}^{-1} \theta(t) \vec{Q}^T \vec{C} = f(t), \quad (10)$$

где $f(t) = \sin \mu(t)x_p(t) - \cos \mu(t)y_p(t) + tg^{-1}\theta(t)z_p(t)$.

С учетом принятых обозначений

$$\vec{G} = [\vec{A}^T, \vec{B}^T, \vec{C}^T]^T, \vec{F} = [f(t_k), k = \overline{1, N}]^T, \Psi = [\vec{\psi}^T(t_1), \vec{\psi}^T(t_2), \dots, \vec{\psi}^T(t_N)]^T,$$

$$\vec{\psi}(t) = [\vec{\psi}_1^T(t), \vec{\psi}_2^T(t), \vec{\psi}_3^T(t)]^T = [\sin \mu(t)\vec{Q}^T(t), -\cos \mu(t)\vec{Q}^T(t), tg^{-1}\theta(t)\vec{Q}^T(t)]^T$$

вместо (10) для одного момента времени t можно записать

$$\vec{\psi}^T(t)\vec{G} = f(t), \quad (11)$$

соответственно для N моментов времени $\{t_k\}_{k=1}^N$ получаем

$$\Psi \vec{G} = \vec{F}. \quad (12)$$

Если $N = 3(K + 1)$ и $\det \Psi \neq 0$, то система уравнений (12) при отсутствии ошибок измерений позволяет найти вектор \vec{G} искомым коэффициентов модели (1) на базе семейств $\{\theta_k\}_{k=1}^N$ и $\{\mu_k\}_{k=1}^N$

$$\vec{G} = \Psi^{-1}\vec{F}. \quad (13)$$

Решение задачи в статистической постановке. При наличии избыточности измерений (когда $N > 3(K + 1)$) и наличии ошибок измерений $\{\Delta\theta_k\}_{k=1}^N$ задача нахождения оптимальной оценки $\hat{\vec{G}}$ может быть решена в оптимальной постановке из условия минимума следующей квадратичной формы

$$J(\vec{G}) = \nabla^T(\hat{\Theta}, \vec{G})W \nabla(\hat{\Theta}, \vec{G}), \quad (14)$$

где $\hat{\Theta} = \Theta + \Delta\Theta$, $\Theta = [\theta_k, k = \overline{1, N}]^T$, $\Delta\Theta = [\Delta\theta_k, k = \overline{1, N}]^T$, $W = [w_{i,k}, i, k = \overline{1, N}]^T$, $W = K_{\Delta\Theta}^{-1}$, $\nabla(\hat{\Theta}, \vec{G}) = \hat{\Psi}\vec{G} - \vec{F}$, $\hat{\Psi}$ и \vec{F} – значения матрицы Ψ и вектора \vec{F} , построенные по наблюдению $\hat{\Theta} = [\hat{\theta}_k, k = \overline{1, N}]^T$.

Оценка $\hat{\vec{G}}$, получаемая на основе минимизации $J(\vec{G})$, является решением системы линейных алгебраических уравнений

$$L(\hat{\Theta})\hat{\vec{G}} = D(\hat{\Theta}), \quad (15)$$

где

$$L(\hat{\Theta}) = \hat{\Psi}^T W \hat{\Psi}, \quad D(\hat{\Theta}) = \hat{\Psi}^T W \vec{F}. \quad (16)$$

Непосредственно из (15) и (16) получаем окончательное выражение для искомой оценки

$$\hat{\vec{G}} = L^{-1}(\hat{\Theta})D(\hat{\Theta}) = (\Psi^T W \Psi)^{-1}(\Psi^T W \vec{F}). \quad (17)$$

Оценка (17) не является в общем случае оценкой максимального правдоподобия [3, 4], но при некоторых жестких ограничениях асимптотически стремится к последней или же совпадает с ней. Так, если функция правдоподобия вектора $\nabla(\hat{\Theta}, \vec{G})$ имеет вид $c_0 \exp\{-J(\vec{G})\}$ (где c_0 – постоянная), то (17) будет оценкой максимального правдоподобия.

При выполнении условия несмещенности оценки (17)

$$M \left[\frac{\partial}{\partial \vec{G}} J(\hat{\vec{G}}) \right] = 0, \quad (18)$$

где $M[\bullet]$ – символ усреднения по плотности распределения случайного вектора Θ , корреляционная матрица $K_{\Delta\vec{G}}$ ошибок оценивания вектора \vec{G} определяется согласно выражению [3, 4]

$$K_{\Delta\vec{G}} = (M[\zeta])^{-1} M[\Xi] (M[\zeta])^{-1},$$

где $\zeta = \Psi^T \Psi$, $\Xi = \Psi^T (\Psi \vec{G} - \vec{F}) (\Psi \vec{G} - \vec{F}) (\Psi \vec{G} - \vec{F})^T \Psi$.

С учетом того, что $(M[\zeta])^{-1} = (\det M[\zeta])^{-1} M[\zeta_0]$, где $M[\zeta_0]$ – матрица алгебраических дополнений элементов матрицы $M[\zeta]$, то можно записать

$$K_{\Delta\vec{G}} = (\det M[\Psi^T \Psi])^{-2} (M[\zeta_0])^T M[\Xi] M[\zeta_0]. \quad (19)$$

Анализ формулы (19) показывает, что минимизация ошибок оценивания достигается за счет такого выбора законов движения пеленгатора и изменений угла $\mu(t)$, при которых обеспечивается максимизация величины $\det M[\Psi^T \Psi]$. Именно значение данной величины и определяет в конечном итоге результирующую точность оценивания параметров движения цели.

В качестве иллюстративного примера рассмотрим задачу оценивания параметров линейной траектории:

$$x_C(t) = 10 + 2t, \quad y_C(t) = 8 + 4t, \quad z_C(t) = 3 + 15t, \quad t \in [0, 30]. \quad (20)$$

Закон движения пеленгатора выбран следующим:

$$x_P(t) = 15 + t + 0,1t^2, \quad y_P(t) = 3 + t, \quad z_P(t) = 1 + 0,1t, \quad t \in [0, 30].$$

Полагалось, что $N = 300$, при этом ошибки $\Delta\theta$ измерения угла θ распределены по нормальному закону с нулевым математическим ожиданием $m_{\theta k} = 0$ и соответствующими среднеквадратическими отклонениями $\sigma_{\theta k} = \sigma_{\theta} \in [10'', 180'']$.

Закон изменения вектора $\vec{\lambda}(t) = [\lambda_1(t), \lambda_2(t), 0]^T$, определяющий программное изменение угла $\mu(t) = \arctg[\lambda_2(t)/\lambda_1(t)]$, принят следующим:

$$\lambda_1(t) = 0,95 - 0,05t, \quad \lambda_2(t) = [1 - \lambda_1^2(t)]^{1/2}, \quad t \in [0, 30]$$

Анализ результатов моделирования для алгоритма (17) с учетом равнооточных измерений $\hat{G} = (\Psi^T \Psi)^{-1} (\Psi^T \hat{F})$ показывает, что ошибка оценивания коэффициентов модели (20) от величины σ_{θ} не превышает $[0,16; 13,06]\%$, т.е. развитый выше метод подтверждает свою работоспособность для реальных условий функционирования подвижных угломерных систем.

1. Булычев Ю. Г. и др. Оценивание параметров траектории по угломерным данным подвижного пеленгатора // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1991. № 4.
2. Булычев Ю. Г. и др. Определение координат цели по угломерным данным подвижного приемного пункта // Радиотехника. 1992. № 4.
3. Булычев Ю. Г., Ливинский С. В. Угломерно-плоскостной метод оценивания координат объекта... // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1998. Т. 41. № 10.
4. Селетков В. Л. Вариант решения задачи триангуляции // Изв. вузов. Радиоэлектроника. 1994. № 3.

О НОВОМ ПОДХОДЕ К РЕШЕНИЮ УРАВНЕНИЯ РИККАТИ В ЗАДАЧЕ СИНТЕЗА УПРАВЛЕНИЙ

32. Булычев Ю. Г., Елисеев А. В., Челахов Д. М.

33. Ростовский военный институт ракетных войск

34.

35. На основе метода коллокаций и метода Ньютона-Канторовича развивается новый подход к интегрированию уравнения Риккати [1] в задаче аналитического конструирования систем управления, позволяющий помощью эффективных вычислительных процедур формировать искомые управляющие воздействия, используя в полной мере потенциальные возможности ЭВМ параллельного действия.

36. Постановка задачи. Рассмотрим нестационарный объект управления вида

$$37. \frac{dY}{dt} = AY + BU, \quad Y(t_0|Y_0, \Xi_T) = Y_0, \quad t \in [t_0, T], \quad (1)$$

38. где $Y = Y(t|Y_0, \Xi_T) \in R^N$; $A = A(t) \in R^N \times R^N$, $B = B(t) \in R^N \times R^M$; $\Xi_T \in R^N \times R^N$; $U = U(t, Y) \in R^M$ – вектор управляющих воздействий, выбираемый из условия минимума функционала

$$39. J = Y^T \Xi_T Y + \int_{t_0}^T [Y^T Q Y + U^T U] dt, \quad (2)$$

40. где $Q = Q(t) \in R^N \times R^N$, $J = J(U)$. В дальнейшем полагаем, что элементы матриц A , B и Ξ_T задаются соответствующей системой идентификации в момент времени t_0 , т.е. непосредственно перед началом цикла управления объектом (1). Оптимальное управление, при котором функционал (2) принимает наименьшее значение, имеет вид

$$41. \quad U = K_P^T Y, \quad (3)$$

42. где $K_P = K_P(t|\Xi) \in R^N \times R^M$ – матрица коэффициентов усиления регулятора $K_P = K_P(t) = -\Xi B$;

$\Xi = \Xi(t|\Xi_T) = [\xi_{ij}(t|\Xi_T)] = [\xi_{ij}]$ – решение матричного уравнения Риккати

$$43. -\frac{d\Xi}{dt} = \Xi A + A^T \Xi - \Xi B B^T \Xi + Q, \quad \Xi = R^N \times R^N \quad (4)$$

44. при граничном условии $\Xi(T|\Xi_T) = \Xi_T = [\xi_{ij,T}]$, $i, j = \overline{1, N}$. Считаем, что в нашем распоряжении имеется ЭВМ параллельного действия, имеющая P_0 каналов обработки данных. Требуется с учетом (1) – (4) разработать метод построения в реальном времени приближенного решения уравнения Риккати $\tilde{\Xi} = \tilde{\Xi}(t|\Xi_T)$, а на его основе – субоптимального управления объектом (1).

45. Синтез управлений. Введем в рассмотрение функцию вида $\Omega = \Xi_T - \Xi$, где $\Omega = \Omega(t|0) = [\omega_{ij}(t|0)] = [\omega_{ij}] \in R^N \times R^N$, $i, j = \overline{1, N}$, $t \in [t_0, T]$, $\Omega(T|0) = [\omega_{ij,T}] = 0$. Тогда уравнение (4) заменой

$$\Xi = \Xi_T - \Omega \quad (5)$$

46. приводится к виду $\frac{d\Omega}{dt} = \Omega V + \Lambda \Omega - \Omega C \Omega + W$, (6)

47. где

$$48. \quad C = [c_{ij}] = BB^T, V = [v_{ij}] = C\Xi_T - A, \Lambda = [\lambda_{ij}] = \Xi_T C - A^T, \\ W = [w_{ij}] = \Xi_T A - \Xi_T C \Xi_T + Q + A^T \Xi_T, \quad i, j = \overline{1, N}.$$

49. Переход от (4) к (6) необходим для корректного применения используемого ниже метода коллокации [2] к приближенному решению уравнения Риккати.

50. Рассмотрим матричное дифференциальное уравнение Риккати (6) как систему нелинейных уравнений первого порядка

$$51. \quad \frac{d\omega_{nm}}{dt} = \sum_{i=1}^N \omega_{ni} v_{im} + \sum_{i=1}^N \lambda_{ni} \omega_{im} - \sum_{i,j=1}^N c_{ij} \omega_{ni} \omega_{jm} + w_{nm}, \quad n, m = \overline{1, N}.$$

52. (7)

53. Для построения приближенного решения системы (7) воспользуемся методом коллокации, в соответствии с которым введем в рассмотрение числовую сетку по времени, образованную узлами

$$54. \quad t_k, k = \overline{1, L}, t_k \in [t_0, T], t_1 = t_0, t_N = T.$$

55. Представим приближенное решение системы (7) в виде

$$56. \quad \tilde{\omega}_{nm} = \sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \gamma_v, \quad n, m = \overline{1, N}, \quad (8)$$

57. где

$$58. \quad \tilde{\omega}_{nm} = \tilde{\omega}_{nm}(t|0), \tilde{\omega}_{nm(v)} = \tilde{\omega}_{nm}(t_v|0), \tilde{\omega}_{nm(L)} = \tilde{\omega}_{nm}(t_L|0) = 0,$$

$$59. \quad \gamma_v = \gamma_v(t) = \prod_{j=1, j \neq v}^L \frac{t - t_j}{t_v - t_j}, \quad v = \overline{0, L}. \quad (9)$$

60. Справедливы соотношения:

$$61. \quad \frac{d\tilde{\omega}_{nm}}{dt} = \sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \frac{d\gamma_v}{dt} = \sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \sum_{d=1, d \neq v}^L \gamma_{vd}; \quad (10)$$

$$62. \quad \gamma_{vd} = \gamma_{vd}(t) = \frac{\prod_{j=1, j \neq v, j \neq d}^L (t - t_j)}{\prod_{j=1, j \neq v}^L (t_v - t_j)}; \quad (11)$$

$$63. \quad \tilde{\omega}_{nm}^2 = \left[\sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \gamma_v \right]^2 = \sum_{v,j=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \tilde{\omega}_{nm(j)} \gamma_v \gamma_j. \quad (12)$$

64. Перепишем уравнение (7) в виде

$$65. \quad \Psi_{nm}(t, \Omega) = \frac{d\omega_{nm}}{dt} - \sum_{i=1}^N \omega_{ni} v_{im} - \sum_{i=1}^N \lambda_{ni} \omega_{im} + \sum_{i,j=1}^N c_{ij} \omega_{ni} \omega_{jm} - w_{nm} = 0,$$

$$66. \quad n, m = \overline{1, N}, \quad (13)$$

67. где $\Omega = [\omega_{ij}], i, j = \overline{1, N}$.

68. С учетом (8) – (13) получаем невязки

$$69. \quad \tilde{\Psi}_{nm} = \Psi_{nm}(t, \tilde{\Omega}_N) = \sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \sum_{d=1, d \neq v}^L \gamma_{vd} - \sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^L \tilde{\omega}_{ni(v)} \gamma_v v_{im} - \sum_{i=1}^N \sum_{v=1}^L \lambda_{ni} \tilde{\omega}_{im(v)} \gamma_v + \\ + \sum_{i,j=1, i \neq j}^N \sum_{z=1}^L c_{ij} \tilde{\omega}_{ni(v)} \tilde{\omega}_{jm(z)} \gamma_v \gamma_z - w_{nm}, \\ n, m = \overline{1, N}, \quad (14)$$

70. где $\tilde{\Omega}_N = [\tilde{\Omega}_{N(v)}, v = \overline{1, L-1}]^T = [\tilde{\omega}_{ij}, j = \overline{1, N-1}]^T$ – вектор-столбец искомых коэффициентов; T – символ транспонирования; $\tilde{\Omega}_{N(v)} = [\tilde{\Omega}_{Ni(v)}, i = \overline{1, N}]$; $\tilde{\Omega}_{Ni(v)} = [\tilde{\omega}_{ij(v)}, j = \overline{1, N}]$.

71. Для определения искомых коэффициентов $\tilde{\omega}_{nm(v)}$ полагаем, что в узлах t_k выполняются условия

$$72. \quad \tilde{\Psi}_{nm(k)} = \Psi_{nm}(t_k, \tilde{\Omega}_N) = 0, \quad k = \overline{1, L-1}, n, m = \overline{1, N}. \quad (15)$$

73. Так как для функции $\gamma_v(t)$ и $\gamma_{vd}(t)$ выполняются характеристические свойства

$$74. \quad \gamma_v(t_k) = \begin{cases} 0 & \forall v \neq k, \\ 1 & \forall v = k; \end{cases} \quad \gamma_{vd}(t_k) = \gamma_{vdk} = \begin{cases} 0 & \forall k \neq v \text{ и } k \neq d, \\ \gamma_{vdv} & \forall k = v, \\ \gamma_{vdd} & \forall k = d, \end{cases} \quad (16)$$

75. где $\gamma_{vdd} = \prod_{j=1, j \neq v, j \neq d}^L (t_d - t_j) / \prod_{j=1, j \neq v}^L (t_v - t_j)$, $\gamma_{vdv} = (t_v - t_d)^{-1}$, то с учетом (8) – (12) имеем

$$76. \quad \tilde{\omega}_{nm} \Big|_{t=t_k} = \tilde{\omega}_{nm(k)}, \quad \frac{d\tilde{\omega}_{nm}}{dt} \Big|_{t=t_k} = \sum_{v=1, v \neq k}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \gamma_{vkk} + \tilde{\omega}_{nm(k)} \sum_{j=1, j \neq k}^L \gamma_{kjk},$$

$$77. \quad \tilde{\omega}_{nm}^2 \Big|_{t=t_k} = \tilde{\omega}_{nm(k)}^2. \quad (17)$$

78. Подставляя (17) в (15), получим

$$79. \quad \Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N) = \sum_{v=1, v \neq k}^L \tilde{\omega}_{nm(v)} \gamma_{vkk} + \tilde{\omega}_{nm(k)} \sum_{j=1, j \neq k}^L \gamma_{kjk} - \sum_{i=1}^N \lambda_{ni} \tilde{\omega}_{im(k)} -$$

$$- \sum_{i=1}^N v_{im} \tilde{\omega}_{ni(k)} + \sum_{i, j=1}^N c_{ij} \tilde{\omega}_{ni(k)} \tilde{\omega}_{jm(k)} - w_{nm} = 0, \quad (18)$$

80. где $n, m = \overline{1, N}, k = \overline{1, L-1}$, $\Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N) = \Psi_{nm}(t_k, \tilde{\Omega}_N)$, $\tilde{\Omega}_N \in D \subset \mathcal{R}^{N^2}$.

81. Таким образом, для определения вектора искомых коэффициентов $\tilde{\Omega}_N$ необходимо решить систему нелинейных алгебраических уравнений (18). Рассмотрим один из возможных подходов к решению системы (18), в максимальной степени ориентированный на ЭВМ параллельного действия.

82. Полагая, что $\tilde{\omega}_{nm(k)} \in D_{nm(k)} = [\beta_{nm(k)}^{\min}, \beta_{nm(k)}^{\max}] \subset \mathcal{R}^1$, воспользуемся представлением $D_{nm(k)} = \bigcup_j d_{nm(k)}(j)$, где объединение интервалов $d_{nm(k)}(j)$ осуществляется по индексу j в пределах от 1 до $K_{nm(k)}$ (здесь $K_{nm(k)} \in \{1, 2, \dots\}$), при этом $d_{nm(k)}(j) \cap d_{nm(k)}(l) = \emptyset \quad \forall j \neq l, j, l \in \overline{1, K_{nm(k)}}$.

83. С учетом данного представления образуем $\Theta = \prod_{n, m, k} K_{nm(k)}$ возможных вариантов решения системы (18) с гарантированной точностью, при этом s -варианту будет соответствовать решение $\tilde{\Omega}_N^{(S)}$, при котором $\tilde{\Omega}_N^{(S)} \in D^{(S)}$, где $D^{(S)} = \prod_{n, m, k} d_{nm(k)}^{(S)}$, здесь $d_{nm(k)}^{(S)} \in \{d_{nm(k)}(1), \dots, d_{nm(k)}(K_{nm(k)})\}$, а прямое произведение \prod множеств $d_{nm(k)}^{(S)}$ осуществляется по всем индексам n, m и k .

$$84. \text{ Очевидно, что } D = \bigcup_{S=1}^{\Theta} D^{(S)} = \prod_{n, m, k} D_{nm(k)}.$$

85. Области $D^{(S)}$ выбираются такими, чтобы в каждой из них функции могли быть линеаризованы в окрестности некоторых начальных точек $\tilde{\Omega}_N^{(S)0} \in D^{(S)}$ с заданной точностью. В этом случае решение системы нелинейных уравнений (18) сведется на базе метода Ньютона к решению Θ систем линейных алгебраических уравнений размерности $N(L-1)$:

$$86. \quad \Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N^{(S)0}) + \sum_{r, d=1}^N \sum_{v=1}^{L-1} \frac{\partial \Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N^{(S)0})}{\partial \tilde{\omega}_{rd(v)}^{(S)}} (\tilde{\omega}_{rd(v)}^{(S)} - \tilde{\omega}_{rd(v)}^{(S)0}) = 0,$$

87. (19)

88. где

$$89. \quad \tilde{\Omega}_N^{(S)0} = [\tilde{\Omega}_{N(v)}^{(S)0}, v = \overline{1, L-1}]^T, \tilde{\Omega}_{N(v)}^{(S)0} = [\tilde{\Omega}_{N(v), i}^{(S)0}, i = \overline{1, N}], \tilde{\Omega}_{Ni(v)}^{(S)0} = [\tilde{\omega}_{ij(v)}^{(S)0}, j = \overline{1, N}].$$

90. Таким образом, используя ЭВМ параллельного действия на основе (19) можно получить совокупность векторных решений $\tilde{\Omega}_N^{(S)}$, $s = \overline{1, \Theta}$, одно из которых приближает искомое решение системы нелинейных уравнений (18) с заданной точностью.

91. Допустим, что точное решение $\tilde{\Omega}_N$ системы (18) принадлежит области $D^{(S^*)} \in \{D^{(1)}, D^{(2)}, \dots, D^{(\Theta)}\}$, т.е. $\tilde{\Omega}_N \in D^{(S^*)}$, $S^* \in \overline{1, \Theta}$.

92. Тогда приближенное решение $\tilde{\Omega}_N^{(S^*)}$ системы (18), полученное на основе (19), имеет вид

$$93. \quad \tilde{\Omega}_N^{(S^*)} = \tilde{\Omega}_N^{(S^*)0} - F^{-1}(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0}) \Psi(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0}), \quad (22)$$

94. где $F(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0})$ – матрица Якоби вида

95. $F(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0}) = [\partial \Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0}) / \partial \tilde{\omega}_{rd(l)}^{(S)}] | n, m, r, d = \overline{1, N-1}, k, l = \overline{1, L-1}$, с элементами

$$96. \quad \frac{\partial \Psi_{nm(k)}(\tilde{\Omega}_N^{(S^*)0})}{\partial \tilde{\omega}_{rd(l)}} = \left\{ \begin{array}{l} - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq k}}^L \gamma_{kjk} + v_{mm} + \lambda_{mm} - \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq m}}^N c_{in} \tilde{\omega}_{in(k)}^{(S)} - \\ - \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq n}}^N c_{mj} \tilde{\omega}_{jm(k)}^{(S)} - 2c_{mn} \tilde{\omega}_{nm(k)}^{(S)} \quad \forall n = r, m = d, k = l, \\ \gamma_{lkk} \quad \forall n = r, m = d, k \neq l, \\ v_{dm} - \sum_{j=1}^N c_{dj} \tilde{\omega}_{jm(k)}^{(S)} \quad \forall n = r, m \neq d, k = l, \\ \lambda_{nr} - \sum_{i=1}^N c_{ir} \tilde{\omega}_{ni(k)}^{(S)} \quad \forall n \neq r, m = d, k = l, \\ 0 - \text{во всех остальных случаях.} \end{array} \right.$$

Для выделения решения $\tilde{\Omega}_N^{(S^*)}$ из множества результатов $\{\tilde{\Omega}_N^{(1)}, \tilde{\Omega}_N^{(2)}, \dots, \tilde{\Omega}_N^{(\Theta)}\}$ воспользуемся критерием

$$\tilde{\Omega}_N^{(S^*)} = \arg \min_{\tilde{\Omega}_N^{(S)}} \|\Psi(\tilde{\Omega}_N^{(S)})\|, \quad s = \overline{1, \Theta},$$

$$\|\Psi(\tilde{\Omega}_N^{(S)})\| = \sum_{n,m=1}^N \sum_{v=1}^{L-1} |\Psi_{nm(v)}(\tilde{\Omega}_N^{(S)})|.$$

Используя найденное приближенное решение $\tilde{\Omega}_N^{(S^*)}$ и замену (5), определим решение уравнения Риккати вида (4)

$$\xi_{ij}^{(S^*)} = \xi_{ij,T} - \tilde{\omega}_{ij}^{(S^*)}, \quad i, j = \overline{1, N}, \quad (20)$$

$$\text{где } \tilde{\omega}_{ij}^{(S^*)} = \sum_{v=1}^{L-1} \tilde{\omega}_{ij(v)}^{(S^*)} \gamma_v + \tilde{\omega}_{ij(L)}^{(S^*)} \gamma_L = \sum_{v=1}^{L-1} \tilde{\omega}_{ij(v)}^{(S^*)} \gamma_v, \text{ так как } \tilde{\omega}_{ij(L)}^{(S^*)} = \omega_{ij,T} = 0.$$

С учетом (3) и (20) приближенное управление объектом (1) для квадратичного функционала качества (2) имеет вид

$$\tilde{U} = -\tilde{\Xi}^{(S^*)} B \tilde{Y}^{(S^*)}. \quad (21)$$

Согласно (21) синтез искомого управления достигается путем выполнения простейших операций сложения и умножения над векторами и матрицами, что позволяет сравнительно легко реализовать развитый метод в ЭВМ параллельного действия. При этом, если учитывать априорные данные о поведении решения уравнения Риккати, то для достижения требуемой точности интегрирования можно ограничиться небольшим числом каналов.

1. Александров А. Г. Оптимальные и адаптивные системы. М.: Высшая школа, 1989.

2. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. М.: Наука, 1977.

КВАЗИОПТИМАЛЬНОЕ ОЦЕНИВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ДВИЖЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В СИСТЕМАХ ПАССИВНОЙ ЛОКАЦИИ

Ливинский С. В.

Ростовский военный институт ракетных войск

В [1] впервые высказана идея определения местоположения цели путем нахождения общей точки пересечения плоскостей, каждая из которых однозначно определяется некоторым заранее заданным направляющим вектором и соответствующим углом наклона. В настоящем докладе представлена возможность квазиоптимального [2] оценивания искомым координат цели с использованием указанных плоскостей на базе совокупности одноканальных угломерно-плоскостных систем (УПС) пассивной локации, измеряющих лишь угол наклона плоскости визирования.

Актуальность выбранного направления обусловлена тем, что современным триангуляционным системам пассивной локации [3], свойственен ряд недостатков, к которым можно отнести сложность построения антенн с "игольчатой" диаграммой направленности, а также трудности технической реализации двухканальных приемников, устройств первичной и вторичной обработки информации, обеспечивающих заданные точностные характеристики по двум углам одновременно.

Геометрия рассматриваемой задачи представлена на рис. 1.

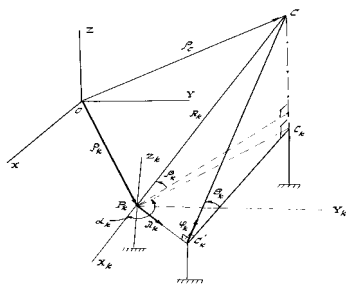


РИС. 1

В декартовой XYZ системе координат положение цели C задается вектором $\rho_C = [x_C, y_C, z_C]^T$, а положение геометрических центров пеленгаторов – $\rho_k = [x_k, y_k, z_k]^T$. Считаем, что в локальной системе координат $X_k Y_k Z_k$ зафиксирован направляющий вектор λ_k ($|\lambda_k| = 1$), который совместно с точками P_k и C порождает плоскость $P_k C C'_k$, характеризуемую углом θ_k ее наклона по отношению к плоскости $P_k C_k C'_k$. Очевидно, что при фиксированных значениях ρ_k и λ_k угол θ_k и направляющий вектор φ_k этой плоскости однозначно связаны друг с другом:

$$\varphi_{k1} = -\cos \theta_k \cos[\arctg(\lambda_{k1}/\lambda_{k2})]; \quad \varphi_{k2} = -\cos \theta_k \sin[\arctg(\lambda_{k1}/\lambda_{k2})]; \quad \varphi_{k3} = \sin \theta_k. \quad (1)$$

Указанную выше плоскость можно задать общим уравнением

$$A_k x + B_k y + C_k z + D_k = 0, \quad (2)$$

где коэффициенты A_k, B_k, C_k и D_k однозначно определяются через $\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \theta_k$ и x_k, y_k, z_k .

Представим (2) на основе нормального уравнения

$$\gamma_{k1} x + \gamma_{k2} y + \gamma_{k3} z - f_k = 0, \quad (3)$$

где $\gamma_k = [\gamma_{k1}, \gamma_{k2}, \gamma_{k3}]^T$ – вектор, перпендикулярный к плоскости $P_k C C'_k$, составляющие которого выражаются через коэффициенты уравнения (2).

Поскольку величины θ_k, φ_k и γ_k однозначно связаны друг с другом и определяют одну и ту же плоскость, то, измеряя любую из них, несложно организовать измерения двух других величин. Уравнение измерений будет иметь вид:

$$\hat{\theta}_k = \theta_k + \Delta \theta_k.$$

Требуется разработать метод оценки местоположения цели на базе совокупности пеленгаторов, каждый из которых имеет один канал измерения угла θ_k .

Существо метода состоит в том, что при выполнении определенных условий, три и более плоскостей имеют одну общую точку пересечения. По отношению к УПС ($M \geq 3$) с учетом (2) имеем следующее условие принадлежности точки ρ_c одновременно M плоскостям, соответствующим углам θ_M :

$$\Gamma \rho_c - f = 0; \quad f = [f_k, k = \overline{1, M}]^T; \quad \Gamma = [\gamma_{ki}, k = \overline{1, M}, i = \overline{1, 3}].$$

Поскольку измерение $\hat{\gamma}_k$ содержит ошибку $\Delta \gamma_k$, то для пеленгатора P_k местная "невязка"

$$\delta_k(\rho_c) = \hat{\gamma}_{k1} x_c + \hat{\gamma}_{k2} y_c + \hat{\gamma}_{k3} z_c - \hat{f}_k = \hat{\gamma}_k^T \rho_c - \hat{f}_k,$$

которая в общем случае не равна нулю. Данная "невязка" с физической точки зрения расстояние от точки C до "приближенной" плоскости, заданной уравнением

$$\hat{\gamma}_{k1} x_c + \hat{\gamma}_{k2} y_c + \hat{\gamma}_{k3} z_c - \hat{f}_k = 0.$$

При наличии ошибок измерений рассматриваемую задачу можно сформулировать как оптимизационную

$$\hat{\rho}_c = \arg \min_{\rho_c} \|\hat{\Gamma} \rho_c - \hat{f}\|. \quad (4)$$

Так для случая евклидовой нормы общая "невязка" УПС имеет вид

$$\begin{aligned} \|\delta(\rho_c)\| &= \left[\sum_{k=1}^M \delta_k^2(\rho_c) \right]^{1/2} = \left[\sum_{k=1}^M (\hat{\gamma}_{k1} x_c + \hat{\gamma}_{k2} y_c + \hat{\gamma}_{k3} z_c - \hat{f}_k)^2 \right]^{1/2} = \\ &= \left[\sum_{k=1}^M (\hat{\gamma}_k^T \rho_c - \hat{f}_k)^2 \right]^{1/2}. \end{aligned} \quad (5)$$

С учетом (5) векторное уравнение для оценки $\hat{\rho}_c$, оптимальной в смысле (4)

$$\left(\frac{\partial \|\delta(\rho_c)\|}{\partial \rho_c} \right)_{\rho_c = \hat{\rho}_c} = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) в векторно-матричной форме имеет вид

$$\hat{G} \hat{\rho}_c = \hat{Q}.$$

Указанное условие означает, что при заданном $M \geq 3$ хотя бы три из упомянутых выше плоскостей имеют общую единственную точку пересечения, соответствующую координатам цели при измерении на каждом пеленгаторе одной угловой координаты.

Данный метод нечувствителен к целому классу постоянных и медленно меняющихся ошибок, не выводящих приближенную линию визирования за пределы плоскости, рассмотренной на рис. 1, позволяет сократить вычислительные и аппаратные затраты.

1. Булычев Ю. Г., Таран В. Н. Инвариантно-групповой метод отождествления пеленгов // Радиотехника и электроника. 1987. Т. 32. № 4.
2. Кондратьев В. С. и др. Многопозиционные радиотехнические системы / Под ред. В. В. Цветнова М.: Радио и связь, 1986.
3. Теоретические основы радиолокации / Под ред. Я. Д. Ширмана М.: Сов. радио, 1970.

АЛГОРИТМ ОЦЕНИВАНИЯ МНОГОМЕРНЫХ МАРКОВСКИХ

ПРОЦЕССОВ НА ОСНОВЕ ЛОКАЛЬНО-ГЛОБАЛЬНОГО ПОГРУЖЕНИЯ

Шухардин А. Н.

Ростовский военный институт ракетных войск

В последние годы повышается интерес к вопросам статистического анализа и синтеза оптимальных радиосистем различного назначения в рамках марковской теории нелинейной фильтрации. В [1] развит метод, позволяющий синтезировать субоптимальные алгоритмы обработки, обеспечивающие минимизацию вычислительных затрат за счет решения задачи на адаптивной сетке аппроксимации. Достижимый при этом высокий уровень параллелизации вычислительных алгоритмов, а также использование для их реализации ЭВМ параллельного действия, позволяет синтезировать радиосистемы оценивания марковских сигналов, функционирующие в реальном масштабе времени.

Однако не рассматривался этап, возникающий при нахождении оптимальных оценок соответствующего марковского процесса по критерию максимума АПВ.

Как показывает анализ, для случаев, характеризующихся высокой размерностью и жестким лимитом времени на обработку входных наблюдений, решение задачи глобальной оптимизации сопряжено с большими вычислительными затратами, что затрудняет решение задачи оптимальной фильтрации в реальном масштабе времени. В последнее время активно развивается подход к решению задачи глобальной оптимизации на базе параллельных вычислений [2].

Нами развивается эффективный подход к нахождению оптимальных оценок многомерного марковского процесса по критерию максимума АПВ, обеспечивающий максимальное распараллеливание вычислительных процедур и реализацию последних в ЭВМ параллельного действия, основанный на методе поиска максимума многомерных функций [3]. По аналогии с [1] при интегрировании соответствующего эволюционного уравнения используется представление АПВ конечным рядом Котельникова.

Оптимальная оценка $x^*(t)$ многомерного марковского процесса находится в соответствии с критерием максимума АПВ

$$x^*(t) = \arg \max_x W(x, t), \quad x \in X. \quad (1)$$

Для решения задачи (1) в дискретном варианте необходимо за конечное число шагов найти точку (для фиксированного t)

$$x_M^* = \arg \max_{x(i)} W(x(i), t), \quad i = \overline{1, M}, \quad t \in [t_0, t_0 + T]. \quad (2)$$

Разработан подход к нахождению оптимальной оценки x_M^* по критерию максимума АПВ, ориентированный на эффективное использование ЭВМ параллельного действия, и сохраняющий отмеченные в [1] преимущества, связанные с представлением АПВ в виде конечного ряда Котельникова.

Сущность развиваемого подхода состоит в том, что для фиксированного t отсчеты АПВ $W(x)$ не сравниваются между собой, а в процессе вычислений каждый отсчет АПВ $W(x)$ обрабатывается независимо от других отсчетов $W(x)$. При таком подходе наиболее эффективно реализуются возможности ЭВМ параллельного действия. При этом можно существенно сократить общее время решения задачи глобальной оптимизации. Достижимый эффект тем выше, чем больше значения M и N .

При построении алгоритма полагалось, что в нашем распоряжении имеются стратегии погружения, построенные с учетом имеющейся априорной информации о поведении АПВ $W(x)$. Процедура погружения может осуществляться, например, с использованием метода половинного разбиения, когда каждое последующее значение величины погружения вдвое меньше предыдущего. Существует также возможность использовать статистический подход к определению точек деления отрезка $[0, A]$ (где $A \leq W(x)$ при любых t) на основе методов случайного поиска [4]. Используя исходные данные задачи и задаваясь оптимальными или близкими к оптимальным стратегиями погружения, несложно в каждом конкретном случае обосновать необходимость использования развитого подхода к нахождению оптимальных оценок марковского процесса по критерию максимума АПВ.

Даже при использовании наихудшей стратегии погружения предлагаемый метод поиска наибольшего значения $W(x)$ обеспечивает уменьшение общего времени счета. Данный эффект возрастает с увеличением числа каналов N параллельной обработки.

1. Булычев Ю. Г., Погоньшев С. А. Метод статического синтеза и анализа систем совместного обнаружения... // Автоматика и телемеханика. 1992. № 5.
2. Sutti C. Local and global optimization by parallel algorithms for MIMD systems // Annals of Operations Research. 1984. V. 1.
3. Булычев Ю. Г., Шухардин А. Н. Решение задачи глобальной оптимизации с использованием ЭВМ параллельного действия // Автоматика и вычислительная техника. 1996. № 1.
4. Жиглявский А. А. и др. Методы поиска глобального экстремума. М.: Наука, 1991.

РОБАСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ПОТЕНЦИАЛЬНО ОПАСНЫМИ ПРОЦЕССАМИ

Татищев В. В., Фокин А. Л., Харазов В. Г.

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Рассматривается задача стабилизации потенциально опасного объекта управления в нормальном режиме функционирования. Основная особенность рассматриваемого класса процессов состоит в том, что объект может потерять устойчивость во время регулирования из-за действия неучтенных факторов. Неучтенными факторами могут быть: параметрическая или функциональная неопределенность модели, неучтенные вариации динамических характеристик, изменение структуры объекта. Поэтому для синтеза регулятора стабилизации можно использовать методы робастного регулирования, позволяющие обеспечить устойчивость системы в целом.

Традиционный подход к решению задачи стабилизации состоит в использовании линейных регуляторов совместно с системой защиты. Использование линейной обратной связи расширяет область устойчивости системы и понижает опасность аварии, но не решает всей проблемы. Для ее решения

необходимо обеспечить устойчивость системы во всем пространстве состояний и при любых конкретных проявлениях факторов неопределенности и в первую очередь таких, которые вызывают неустойчивость объекта управления. Такая задача должна решаться в классе нелинейных систем. Но решение задачи управления в такой общей постановке затруднительно. Тем не менее в теории нелинейных робастных систем существуют результаты, которые позволяют получить некоторые общие рекомендации для синтеза.

Так в [1] рассмотрена модель нелинейного объекта с ограниченной функциональной неопределенностью $\varpi(x, t)$ вида

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + \varpi(x, t)), \quad (1)$$

где $x, f, g \in R^n$; $u, \varpi \in R^1$.

Функциональная неопределенность предполагается ограниченной. Можно рассмотреть, например, ограничение общего вида

$$|\varpi(x, t)| \leq \theta_0 + \theta_1 e^{\lambda_1 x_1} + \dots + \theta_n e^{\lambda_n x_n}, \quad (2)$$

где θ_i, λ_i – параметры ($i = 0, 1, \dots, n$).

Номинальная модель объекта, соответствующая (1), имеет вид

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u. \quad (3)$$

Для модели (3) предполагается известным стабилизирующее управление $u^0(t)$. Тогда при условии линейности (3) устойчивость в целом для системы с объектом управления (1) с ограничениями (2) может быть обеспечена при помощи нелинейного управления [2] вида

$$u(t) = u^0(t) - \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i x_i(t) \right) \left(1 + \sum_{i=1}^n e^{2\lambda_i x_i(t)} \right), \quad (4)$$

где γ_i – параметры алгоритма ($i = 1, 2, \dots, n$).

Если интерпретировать $\varpi(x, t)$ как фактор, вызывающий неустойчивость, то алгоритм (4) решает задачу стабилизации для объекта (1), который может потерять устойчивость во время управления. Тогда функция $\varpi(x, t)$, зависящая от вектора состояния, моделирует механизм потери устойчивости объектом. К сожалению, уравнение (1) имеет ряд ограничений. Главное то, что неопределенность $\varpi(x, t)$ действует на входе объекта всегда вместе с управлением. В реальном процессе может быть другой механизм потери устойчивости. Но существуют процессы, модели которых структурно совпадают с (1). Например, математическая модель первой камеры мельницы сухого помола имеет вид

$$\dot{G} = u - Q, \quad Q = bG + a_0 G^2, \quad (5), (6)$$

где G – нагрузка первой камеры; Q – расход на выходе первой камеры; u – расход на входе мельницы (управляющее воздействие).

Нелинейная зависимость (6) имеет максимум в точке $G^0 = -b/2a_0$. Если $G < G^0$, то объект устойчив, если $G > G^0$, то он не устойчив. Параметр b зависит от свойств измельчаемого материала, поэтому в ходе измельчения может произойти переход в неустойчивую область при изменении значения b . В этом случае первая камера заваливается материалом, что означает аварию.

При решении задачи стабилизации правая часть (5) раскладывается в ряд Тейлора с точностью до членов второго порядка в окрестности стационарных значений (\bar{u}, \bar{G})

$$\Delta \dot{G} = \Delta u - (b_0 + 2a_0 \bar{G}) \Delta G + \varpi(\Delta G), \quad (7)$$

где $\varpi(\Delta G) = -2\Delta b \Delta G - 2a_0 \Delta G^2$, $\Delta G = G - \bar{G}$, $\Delta u = u - \bar{u}$, $\Delta b = b - b_0 \in [-\theta, \theta]$, $\theta > 0$, b_0, a_0 – номинальные значения параметров.

Функциональное возмущение $\varpi(x, t)$ действует на входе вместе с управлением и моделирует механизм потери устойчивости, так как зависит от $\Delta b, \Delta G, \Delta G^2$. Номинальная модель линейна и имеет вид

$$\Delta \dot{G} = \Delta u - (b_0 + 2a_0 \bar{G}) \Delta G. \quad (8)$$

Это инерционное звено первого порядка, для которого задача стабилизации решается при помощи П закона регулирования $\Delta u^0 = -k_p \Delta G$. Нелинейное управление (4), обеспечивающее устойчивость системы в целом имеет вид

$$\Delta u = -k_p \Delta G - \gamma_1 \Delta G (1 + e^{2\lambda_1 \Delta G}). \quad (9)$$

Если структура модели процесса не совпадает со структурой (1), то задача управления может решаться на основе искусственно созданной модели, в которую специально вводится функция $\varpi(x, t)$ воздействующая на вход объекта. Способы введения такой функции описаны в [2]. Самый простой способ состоит в следующем. Обычно можно указать ряд переменных состояния или функций от некоторых переменных состояния, которые неограниченно возрастают при наличии аварийной ситуации. Обычно они используются для построения системы защиты. Такая функция заводится на вход объекта так, чтобы в нормальном режиме она слабо влияла на процесс. Это достигается выбором весовых коэффициентов. В аварийном режиме она неограниченно возрастает.

Новая математическая модель удовлетворяет структурным ограничениям уравнения (1). Поэтому управление может быть получено в виде (4). Но в этом случае уже не гарантируется устойчивость в целом в системе с реальным объектом. Несмотря на это, как показывают расчеты, нелинейное управление (4) имеет запас устойчивости больший, чем при линейном управлении, хотя и не исключает применения системы защиты.

1. Воронов К. В., Королева О. И., Никифоров В. О. Робастное управление объектами... // Автоматика и телемеханика. 2001. № 2.

2. Фокин А. Л. Использование метода разделения движений для синтеза нелинейных... // СПб.: СПб ГТИ. Деп. в ВИНТИ 14.11.2001. № 2362-В2001.

МНОГОРЕЖИМНЫЙ ПОДХОД В ОПТИМАЛЬНОМ
УПРАВЛЕНИИ ПРОИЗВОДСТВОМ КАПРОЛАКТАМА

Чупин А. В.

Большие сроки эксплуатации технологического оборудования многих отечественных предприятий по производству капролактама приводят к росту интенсивности его отказов. Кроме этого, нестабильное поступление сырья, энергоносителей от смежных производств и предприятий вынуждает оперативный персонал довольно часто менять режимы работы оборудования, а иногда и полностью останавливать весь производственный процесс. В этих условиях для снижения потерь от выше перечисленных негативных факторов в автоматизированной системе управления производством капролактама целесообразно иметь подсистему, позволяющую оперативно находить оптимальные управленческие решения и режимы работы оборудования для вновь складывающихся производственных ситуаций.

Анализ подходов к построению подсистемы оперативного поиска оптимальных режимов работы оборудования показал, что при внезапных и непредсказуемых отказах оборудования, при ступенчатом изменении расходов энергоносителей и некоторых видов сырья целесообразно использовать подход, который применялся при создании многорежимных систем автоматического регулирования [1]. В соответствии с данным подходом каждый режим работы производства инициируется типовой ситуацией, которая определяется на основе анализа множества возможных состояний оборудования и совокупности внешних возмущающих воздействий.

Основным блоком такой подсистемы является контроллер режимов (КР), который обрабатывает информацию о состоянии производственного процесса и внешней среды и на основании полученных результатов определяет типовую ситуацию. Контроллер режимов осуществляет решение нескольких задач, основными из которых являются:

1) построение идентификатора состояний оборудования и внешних возмущений (ИСВ); 2) формирование матрицы типовых ситуаций (МТС), в которой по горизонтали откладывается набор состояний оборудования и внешних возмущений, а по вертикали набор типовых ситуаций и соответствующих им оптимальных режимов. Определение режима работы оборудования, соответствующего каждой типовой ситуации, осуществляется путем постановки и решения задачи оптимизации для того сочетания состояний и возмущений, которое характеризует рассматриваемую типовую ситуацию. Поэтому для каждой ситуации или их совокупности необходимо сформулировать критерий оптимальности, задать ограничения, выбрать и скорректировать математическое описание технологических процессов, найти решение задачи оптимизации и с его помощью определить оптимальный режим работы оборудования.

Так как процедура поиска оптимальных режимов не входит в цикл оперативного управления производственным процессом, на нее не накладываются временные ограничения, связанные с работой автоматизированной системы управления в режиме реального времени. Это позволяет при постановке и решении задач оптимизации использовать относительно сложные, но более точные модели и методы.

Ряд аппаратов производства капролактама в процессе эксплуатации меняет свои свойства и характеристики, поэтому в блок поиска оптимальных режимов введен контур адаптации математических моделей (БАММ) данных аппаратов. При этом после каждого цикла адаптации, а также при изменении возмущений, которые не вошли в матрицу ситуаций (цены на энергоносители, сырье, материалы), проводится коррекция или полномасштабный поиск соответствующих оптимальных режимов. Модульная структура программного обеспечения матрицы ситуаций и блока поиска оптимальных режимов позволяет в процессе эксплуатации подсистемы изменять число ситуаций, корректировать математическое описание технологических процессов и изменять постановку задачи оптимизации.

Использование матрицы ситуаций в цикле оперативного управления производством предполагает дискретный характер изменения режима работы оборудования при нанесении возмущений или отказе одного из аппаратов технологической цепи. Исходя из этого, в предлагаемой подсистеме решается задача безударного перевода оборудования из одного состояния в другое. В большинстве случаев данная задача решается контроллерами нижнего уровня управления, но при пуске и остановке технологической цепи аппаратов целесообразно перевод оборудования осуществлять по оптимальной траектории (блок ББП). Блок-схема рассмотренной подсистемы поиска оптимальных режимов приведена на рис. 1, где \bar{x} , \bar{f}_1 , \bar{f}_2 , \bar{y} , \bar{u} , \bar{v} – векторы состояния оборудования; внешних возмущений, включенных и невключенных в состав МТС; контролируемые переменные процесса; управления; корректирующие воздействия, соответственно.

Многие отечественные предприятия по производству капролактама работают в условиях дефицита основного вида сырья-бензола. В этих условиях [2] можно выделить три ситуации в обеспечении производства данным сырьем.

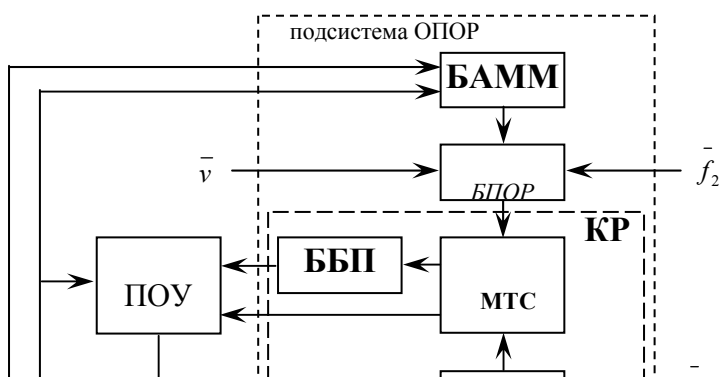


Рис. 1. Структурная схема подсистемы оперативного поиска оптимальных режимов оборудования (ОПОР)

В первой ситуации, когда запаса бензола на предприятии достаточно, при поиске оптимальных режимов работы оборудования сроки поставки новой партии бензола не учитываются, т.е. ранее найденные оптимальные режимы для соответствующих типовых ситуаций будут оптимальными. В двух последующих ситуациях при поиске оптимальных режимов работы оборудования необходимо учитывать календарный срок поставки первой партии бензола и при этом оптимальный режим работы оборудования рассчитывается на срок от момента нанесения возмущения или изменения состояния оборудования до прогнозируемого срока поставки первой партии бензола.

Производство капролактама по окислительной схеме состоит из шести основных стадий: 1) гидрирования бензола; 2) окисления циклогексана; 3) разделения продуктов окисления с выделением циклогексанона и циклогексанола; 4) дегидрирования циклогексанола в циклогексанон; 5) превращение циклогексанона в циклогексаноксим; 6) изомеризации циклогексаноксима в капролактама. Каждая из перечисленных стадий включает в себя ряд технологических процессов, протекающих в параллельной и последовательной цепи различных аппаратов. Например, стадия гидрирования бензола включает в себя: 1) осушку бензола в ректификационной колонне; 2) испарение бензола и его смешивание с водородом и обратными газами; 3) непосредственно гидрирование бензола в трубчатом реакторе с платиновым катализатором; 4) очистку циклогексана в ректификационной колонне; 5) регенерацию тепла, получаемого в реакторе гидрирования бензола. Многие отечественные предприятия по производству капролактама имеют две или три параллельные цепи технологических аппаратов с общими накопительными емкостями для сырья и промежуточных продуктов. Это позволяет, изменяя режим работы параллельной цепи аппаратов, останавливать не всю технологическую цепь с вышедшим из строя аппаратом, а только ее часть. Исходя из этого, а также принимая во внимание, что отказ одного аппарата в последовательной цепи аппаратов приводит к отказу всей цепи, нами сформирован перечень состояний оборудования матрицы типовых ситуаций.

Внешние возмущения \bar{f}_1 включают в себя расход сырья, энергоносителей, поступающих с других производств и предприятий, среднесуточную температуру окружающей среды. Внешние возмущения \bar{f}_2 – цены на сырье, энергоносители, дорогостоящие материалы (платиновый катализатор и т.д.) – не включены в матрицу ситуаций ввиду того, что их изменение не требует оперативной реакции системы и без существенных потерь учитывается путем поиска оптимальных режимов для соответствующих типовых ситуаций.

1. Филлимонов Н. Б. Системы многорежимного регулирования: концепция, принципы построения, проблемы синтеза // Приборостроение. 1988. № 2.
2. Чупин А. В., Пачкин С. Г. Управление технологическим процессом гидрирования бензола в условиях неравномерного поступления сырья // Вестник КузГТУ. 2000. № 6.

ДВА СПОСОБА ЭЛИМИНИРОВАНИЯ
НЕИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В
ПРОСТРАНСТВЕ СОСТОЯНИЙ

Авдеенко Т. В.

Новосибирский государственный технический университет

Рассматривается задача параметрической идентификации модельной структуры следующего вида

$$\{\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = 0, \quad y = Cx, \quad (1)$$

где $x \in R^n, u \in R^k, y \in R^m, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times k}, C \in R^{m \times n}$. Предположим, что вектором неизвестных параметров модели (1) является вектор системных параметров s , состоящий из элементов системных матриц A, B, C , расположенных по строкам, $\dim s = N = n(n+k+m)$. В [1] показано, что при такой естественной параметризации эмпирическая

информация, полученная в результате проведения эксперимента, имеет пределы (недостаточна) для однозначного оценивания всех неизвестных параметров. Последнее означает, что каким бы хорошим ни был эксперимент в пределах выбранной схемы его проведения (объем выборки может быть сколь угодно большим, ошибки измерения стремятся к нулю), для того, чтобы модельная структура была идентифицируемой (допускала однозначное определение оценок параметров), необходима дополнительная априорная информация. В [1] предлагается априорную информацию представлять в виде системы линейных ограничений на элементы вектора s

$$\Gamma s = \Gamma^0, \quad (2)$$

где Γ и Γ^0 – матрица и вектор независимых ограничений ($\det \Gamma \Gamma^T \neq 0$).

Ранее [1] на основе принципа преобразования подобия, суть которого состоит в составлении и решении так называемой системы уравнений подобия, нами были получены эффективные с вычислительной точки зрения условия структурной идентифицируемости моделей вида (1) с ограничениями на параметры вида (2) – условия ранга и порядка для проверки локальной и глобальной идентифицируемости. Например, условие ранга, необходимое и достаточное для локальной идентифицируемости вышеприведенной модели, заключается в выполнении

$$\text{rg} \Gamma X(p) = n^2, \quad \text{где } X(p) = \begin{bmatrix} I_n \otimes B^T(p) \\ -C(p) \otimes I_n \\ I_n \otimes A^T(p) - A(p) \otimes I_n \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где p – вектор независимых системных параметров, определяемый из системы (2). Если условие (3) не выполняется, можно найти матрицу линейных связей $\Lambda(p)$ размерности $N \times v$ полного столбцового ранга, число столбцов которой определяет степень неидентифицируемости (вырожденности) модельной структуры [2]. Зная матрицу $\Lambda(p)$, можно найти множество параметрических функций p допускающих оценивание, решив систему уравнений в частных производных первого порядка

$$\frac{\partial p}{\partial s} \Lambda(p) = 0.$$

Под элиминированием неидентифицируемости (локальной или глобальной) мы будем понимать частичное целенаправленное изменение модельной структуры, после которого она становится идентифицируемой (локально или глобально). Так как причиной неидентифицируемости модельной структуры является несоответствие между количеством имеющейся эмпирической (экспериментальной) информации и количеством независимых оцениваемых параметров, то имеется два способа уравновесить эти две величины и, следовательно, элиминировать структурную неидентифицируемость. Первый способ заключается в расширении пределов эмпирической информации, т.е. добавлении новых независимых экспериментов. Практически это выражается в увеличении размерностей k и m матриц управления и наблюдения при сохранении количества оцениваемых параметров. Другой способ элиминирования неидентифицируемости состоит в добавлении априорной информации об оцениваемых параметрах, представляемой в виде дополнительных ограничений к системе (2). Тем самым сокращается количество независимых оцениваемых параметров.

Задачей настоящей работы является нахождение условий, при которых неидентифицируемая модель после внесения в нее частичных изменений становится идентифицируемой. При этом должна использоваться только информация о результатах исследования исходной модели и вносимых в нее изменениях без проведения анализа идентифицируемости вновь сконструированной модели.

Рассмотрим сначала первый способ элиминирования неидентифицируемости. Предположим, что имеются две модельные структуры M_1 и M_2 с одинаковой матрицей состояний A , но с возможно различными матрицами управления B_1, B_2 и наблюдения C_1, C_2 . Назовем модельную структуру M объединением M_1 и M_2 , если она имеет матрицу состояния A , а матрица B (матрица C) получается объединением столбцов матриц B_1, B_2 (строк матриц C_1, C_2) с последующим вычеркиванием линейно-зависимых столбцов (строк). Чтобы быть уверенным, что M содержит оцениваемых параметров не больше, чем M_1 или M_2 , пусть оцениваются только элементы матрицы состояния. Система уравнений подобия для M есть объединение соответствующих систем подобия для M_1 и M_2 . Соответственно решение этой системы для M есть пересечение соответствующих решений для M_1 и M_2 . Отсюда можно заключить, что если M_1 и M_2 дают непересекающиеся множества решений системы за исключением тождественного решения, то структура M глобально идентифицируема.

Однако часто мы не в состоянии найти в аналитическом виде все решения системы уравнений подобия. Поэтому нахождение пересечения решений не является общей стратегией элиминирования неидентифицируемости. Для получения общего условия ограничимся элиминированием локальной неидентифицируемости. Предположим, что M_1 и M_2 являются локально неидентифицируемыми с матрицами линейных связей $\Lambda_1(p)$ и $\Lambda_2(p)$, содержащими по v_1 и v_2 независимых столбцов соответственно. Наша цель – исходя из этой информации получить условие локальной идентифицируемости структуры M .

Несложно показать, что матрица линейных связей $\Lambda(p)$ модельной структуры M связана с матрицами $\Lambda_1(p)$ и $\Lambda_2(p)$ следующим образом: $\Lambda(p) = \Lambda_1(p)S_1 = \Lambda_2(p)S_2$, где S_1 и S_2 – произвольные матрицы. Таким образом, столбцы матрицы

$\Lambda(p)$ суть линейные комбинации столбцов матрицы $\Lambda_1(p)$ и одновременно линейные комбинации столбцов матрицы $\Lambda_2(p)$. Так как в случае локальной идентифицируемости структуры M матрица $\Lambda(p)$ является пустой матрицей, то справедливо следующее

Утверждение 1. Пусть модели M_1 и M_2 вида (1) с одинаковой матрицей состояний A (одинаковыми системами ограничений (2)) и вектором оцениваемых параметров p , составленным из независимых элементов этой матрицы, являются локально неидентифицируемыми с матрицами линейных связей $\Lambda_1(p)$ и $\Lambda_2(p)$ соответственно, содержащими по v_1 и v_2 независимых столбцов. Тогда необходимым и достаточным условием локальной идентифицируемости модели M , полученной объединением моделей M_1 и M_2 и удовлетворяющей условиям управляемости и наблюдаемости, является

$$rg[\Lambda_1(p) \mid \Lambda_2(p)] = v_1 + v_2, \quad (4)$$

иными словами, столбцы матриц $\Lambda_1(p)$ и $\Lambda_2(p)$ должны быть взаимно линейно независимыми.

Рассмотрим теперь другой способ элиминирования неидентифицируемости. Пусть модельная структура M является локально неидентифицируемой с матрицей линейных связей $\Lambda(p)$. Предположим, что для элиминирования неидентифицируемости на вектор системных параметров s накладываются дополнительные ограничения вида

$$\gamma s = \gamma^0, \quad (5)$$

где γ и γ^0 – матрица и вектор независимых ограничений ($\det \gamma \gamma^T \neq 0$). Таким образом, мы получаем новую модельную структуру M^+ вида (1) с ограничениями на системные параметры (2), (5). Наша задача – найти условие для матрицы дополнительных ограничений γ , при котором построенная модельная структура M^+ становится локально идентифицируемой.

В [2] показано, что для матрицы линейных связей Λ справедливо соотношение

$$\Gamma \Lambda = 0. \quad (6)$$

Пусть λ – матрица линейных связей для модели M^+ . Для матрицы λ справедливы соотношения, аналогичные соотношению (6):

$$\Gamma \lambda = 0 \text{ и } \gamma \lambda = 0. \quad (7)$$

Сравнивая (6) с (7) можно заключить, что столбцы матрицы λ являются линейными комбинациями столбцов матрицы Λ , т.е.

$$\lambda = \Lambda K, \quad (8)$$

где K – матрица размерности $v \times s$, $\det K^T K \neq 0$. Подставляя (8) в (7), получаем равенство для определения матрицы K

$$\gamma \Lambda K = 0. \quad (9)$$

Так как модель M^+ локально идентифицируема в том и только том случае когда матрица λ (а также матрица K) не содержит ни одного столбца ($s = 0$), то можно сформулировать следующее.

Утверждение 2. Пусть управляемая и наблюдаемая модель M вида (1) с ограничениями на системные параметры вида (2) и вектором оцениваемых параметров p , составленным из независимых системных параметров, является локально неидентифицируемой с матрицей линейных связей $\Lambda(p)$, содержащей v независимых столбцов. Тогда необходимым и достаточным условием локальной идентифицируемости модели M^+ , полученной добавлением ограничений (5) к модели M , и удовлетворяющей условиям управляемости и наблюдаемости, является

$$rg \Lambda(\tilde{p}) = rg \Lambda(p) = v, \quad (10)$$

где \tilde{p} – вектор независимых параметров модели M^+ ($\dim \tilde{p} < \dim p$). Если выполняется условие $\gamma \Lambda(\tilde{p}) = 0$, то $\lambda = \Lambda$ и, следовательно, степень неидентифицируемости модели M^+ не изменяется. Если же имеет место равенство $rg \Lambda(\tilde{p}) = v - s$, $0 < s < v$, то степень неидентифицируемости модели уменьшается (становится равной s).

Рассмотрим примеры применения описанной техники элиминирования неидентифицируемости. Пусть $n = 3$, $k = 1$, $m = 1$, $B^T = (1, 0, 0)$. Вектор системных параметров s составлен из девяти элементов матрицы A , на которые накладываются три исключаящих ограничения, образующие так называемую циклическую структуру: $a_{12} = a_{23} = a_{31} = 0$. Вектор независимых параметров, таким образом, состоит из шести элементов: $p^T = (a_{11}, a_{13}, a_{21}, a_{22}, a_{32}, a_{33})$. Пусть три модельные структуры M_1 , M_2 и M_3 имеют вышеописанную общую часть и отличаются только матрицами наблюдения: $C_1 = (1, 0, 0)$, $C_2 = (0, 1, 0)$, $C_3 = (0, 0, 1)$. Исследование структур M_1 , M_2 и M_3 выявило локальную неидентифицируемость каждой из них с матрицами линейных связей соответственно (в матрицы $\tilde{\Lambda}_i$ входят только строки матриц Λ_i , соответствующие элементам вектора p):

$$\tilde{\Lambda}_1^T = \begin{bmatrix} 0 & a_{13} & 0 & 0 & -a_{32} & 0 \\ 0 & 0 & -a_{21} & 0 & a_{32} & 0 \end{bmatrix}; \quad \tilde{\Lambda}_2^T = [0 \ a_{13} \ 0 \ 0 \ -a_{32} \ 0];$$

$$\tilde{\Lambda}_3^T = \begin{bmatrix} a_{32}(a_{33} - a_{22}) & (a_{11} - a_{33})(a_{33} - a_{22}) & 0 & -a_{32}(a_{33} - a_{22}) & -a_{32} & 0 & a_{32} \\ -a_{11} + a_{22} & a_{21} & 0 & -a_{11} + a_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a_{21} & 0 & 0 & a_{32} & 0 \end{bmatrix}.$$

В соответствии с утверждением 1 очевидно, что лишь объединение моделей M_2 и M_3 дает локально идентифицируемую структуру M с матрицей наблюдения $C^T = [C_2^T \ C_3^T]$, так как матрица $[\Lambda_2 \mid \Lambda_3]$ имеет полный столбцовый ранг. Объединение структур M_1 и M_2 , а также M_1 и M_3 , оставляет степень неидентифицируемости, равную 1.

Для иллюстрации другого способа элиминирования неидентифицируемости рассмотрим модель, приведенную в [2]. Пусть $n=3, k=1, m=1, B^T=(1,0,0), C=(0,0,1)$. Вектор системных параметров s составлен из девяти элементов матрицы A , на которые накладываются четыре ограничения: $a_{12}=a_{13}=a_{31}=a_{12}+a_{22}+a_{32}=0$. Вектор независимых параметров состоит из пяти элементов: $p^T=(a_{11}, a_{21}, a_{23}, a_{32}, a_{33})$. В [2] показано, что данная модель локально неидентифицируема с матрицей линейных связей $\tilde{\Lambda}^T(p)=(0, -a_{21}, -a_{23}-a_{32}-a_{33}, a_{32}, a_{33})$. Спрашивается, какие дополнительные ограничения нужно наложить на элементы вектора p , чтобы полученная в результате модель стала локально идентифицируемой. На основании утверждения 2 можно сказать, что из исключающих ограничений на недиагональные элементы матрицы A это только ограничение $a_{23}=0$, т.к. $rg\Lambda=rg(-a_{32}-a_{33})=1=v$. Дополнительное балансовое ограничение $a_{23}+a_{33}=0$, например, не дает никакого улучшения ($\gamma\Lambda=(-a_{23}-a_{32}-a_{33})+a_{32}=0$), а ограничение $a_{11}+a_{21}=0$ элиминирует неидентифицируемость ($rg\Lambda=rg(-a_{21})=1$).

Работа выполнена при финансовой поддержке в форме гранта Минобразования РФ по фундаментальным исследованиям в области естественных наук (шифр гранта Е00-2.0-9).

1. Авдеенко Т. В. О планировании модельной структуры в пространстве состояний... // Сибирский журнал индустр. математики. 2001. Т. IV. № 2(8).
2. Avdeenko T. V., Hai Gon Je. On the study of solution uniqueness to the task of determining unknown parameters of mathematical models // East Asian Math. J. 2000. No. 2.

**ЭЛЕКТРОННЫЙ КАТАЛОГ СВЕДЕНИЙ
ПО АНАЛИЗУ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТИ
ЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

Авдеенко Т. В., Горский В. Г., Каргин С. А., Швецова-Шиловская Т. Н.
Новосибирский государственный технический университет

Теоретически и экспериментально установлено, что линейные динамические модели в пространстве состояний очень часто оказываются глобально или даже локально неидентифицируемыми, в результате чего последующая задача оценивания неизвестных параметров имеет неединственное решение. Поэтому анализ идентифицируемости является наиважнейшим этапом процедуры построения модельной структуры указанного типа. И хотя за последнее время появилось много разных приемов, позволяющих выявить характер идентифицируемости параметров тех или иных моделей, однако на практике, при построении математических моделей различных процессов, методы анализа идентифицируемости пока не нашли достаточно широкого распространения. Это обусловлено, по-видимому, сравнительной новизной данного теоретического направления и относительной сложностью математических выкладок, которые необходимо выполнить при проведении анализа идентифицируемости. В связи с таким положением представляется целесообразным провести анализ идентифицируемости параметров множества наиболее распространенных модельных структур в пространстве состояний и представить его результаты в виде электронного каталога.

Понятно, что каталог не может охватить всего множества линейных динамических моделей. Поэтому мы ограничились следующим его подмножеством. Предположим, что модельная структура описывается системой дифференциальных уравнений

$$\{\dot{x} = Ax + Bu, \quad x(0) = 0, \quad y = Cx, \quad (1)$$

где $x \in R^n, u \in R^k, y \in R^m, A \in R^{n \times n}, B \in R^{n \times k}, C \in R^{m \times n}$. Вектор оцениваемых параметров состоит из элементов матрицы состояния A , на которые могут накладываться линейные ограничения. Каталог включает модели, допускающие два вида наиболее часто встречающихся и физически обоснованных ограничений. Это исключающие ($a_{ij} = 0, i \neq j$) и балансовые ($\sum_{i=1}^n a_{ij} = 0$) ограничения. Эти два вида ограничений свойственны так называемым камерным (компарментальным) моделям, имеющим широкое распространение в фармакокинетике. Каталог содержит модели, матрицы управления и наблюдения которых имеют следующий стандартный вид:

$$B = \begin{bmatrix} I_k \\ 0 \end{bmatrix}; \quad C = \begin{bmatrix} I_q & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{m-q} & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Даже описанное ограниченное множество содержит очень большое число моделей. Чтобы сделать информацию легко и быстро доступной, введем следующую трехуровневую иерархическую структуру каталога. Первый уровень иерархии определяет структуру внутренних связей модели, основанной на учете исключающих ограничений. Предлагается представлять структуру внутренних связей модели в виде ориентированного графа с числом вершин, равным размерности n матрицы состояний. Таким образом, каждая вершина графа соответствует компоненте вектора состояний. Стрелка от вершины j к вершине i обозначает $a_{ij} \neq 0$. Соответственно отсутствие стрелки от вершины j к вершине i задает исключающее ограничение $a_{ij} = 0$. Например, для случая $n=3$ существует 13 всевозможных комбинаций исключающих ограничений, изображенных на рис. 1.

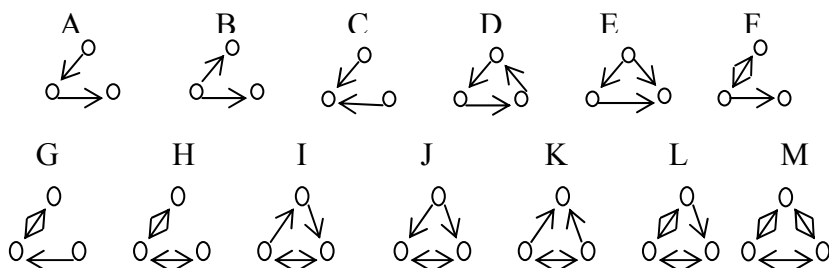


Рис. 1. Классификация трехкамерных моделей по структуре внутренних связей

Если задать нумерацию вершин графа сверху вниз слева направо, то граф A задает систему ограничений $\{a_{12} = 0, a_{23} = 0, a_{13} = 0, a_{31} = 0\}$, а граф L – лишь одно ограничение $\{a_{13} = 0\}$. Любая система исключаяющих ограничений определяется одним из графов A - M при задании соответствующей нумерации вершин.

Следующий уровень иерархии – задание схемы проведения эксперимента для модельной структуры. В соответствии с принятым стандартным видом (2) матрицы управления B^T и наблюдения C содержат точно по одной единице в каждой строке. Поэтому задание номеров столбцов, в которых расположены единицы, полностью определяет структуру этих матриц. Для камерных моделей это эквивалентно заданию камер, в которые подаются управляющие сигналы, и камер, в которых проводятся наблюдения. Схема эксперимента 1 – 23 означает, таким образом, что управление подается в камеру 1, а наблюдения снимаются с камер 2 и 3. Следует заметить, что для каждой из структур A – M в каталоге задается список лишь тех экспериментов, которые обеспечивают управляемость и наблюдаемость модели (пока без учета балансовых ограничений). При этом симметричные случаи, которые могут быть получены перенумерацией вершин графа, включаются в каталог только один раз. Требование управляемости и наблюдаемости определяется, во-первых, важностью этих структурных свойств модели, во-вторых, тем, что подход, используемый нами для анализа идентифицируемости, требует минимальности динамической системы, что обеспечивается выполнением этих двух условий. Последовательность расположения экспериментов для заданного графа такова, что сначала следуют SISO-модели (single input-single output, $k = m = 1$), затем SIMO-модели (single input-multiple output, $k = 1, m > 1$), и наконец MIMO-модели (multiple input-multiple output, $k > 1, m > 1$).

Последний уровень иерархии – задание балансовых ограничений. Здесь просто перечисляются номера тех столбцов матрицы состояния, сумма элементов в которых равна нулю. Например, 123 – полностью замкнутая трехкамерная система (ограничения накладываются на все столбцы), так как физически балансовое ограничение означает отсутствие выхода вещества из заданной камеры в окружающую среду. Случаю, когда такие ограничения отсутствуют, соответствует цифра 0. Заметим, что наложение балансовых ограничений в отдельных случаях может приводить к нарушению управляемости и наблюдаемости. Эти случаи в каталоге оговариваются.

Таким образом, для заданной размерности вектора состояний конкретная модельная структура задается с помощью рубрикатора

$$\text{" {идентификатор графа} . {схема эксперимента} . {балансовые ограничения} " (3)$$

Например, для $n = 3$ рубрикатору "D.1-3.0" соответствует циклическая внутренняя структура графа D с матрицами управления $B^T = (1, 0, 0)$ и наблюдения $C = (0, 0, 1)$ и отсутствием балансовых ограничений. Даже без проведения анализа можно утверждать, что такая модельная структура является локально неидентифицируемой, так как общее число ограничений на системные параметры меньше чем $(n - k)(n - m) = 4$ (см. условие порядка в [1]).

Какая же информация хранится под рубрикаторм модельной структуры? Во-первых, обязательно указывается, что данная модель является управляемой и наблюдаемой по Калману. Это дает возможность добавлять в каталог в случае необходимости информацию об идентифицируемости неуправляемых и ненаблюдаемых моделей. Затем приводится вектор p оцениваемых параметров модели, составленный из независимых элементов системной матрицы A . Его размерность равна числу элементов этой матрицы минус число независимых ограничений. Заметим, что вектор p может быть выбран неединственным образом, причем результаты анализа идентифицируемости модели в целом не зависят от выбора элементов этого вектора (это конечно не относится к идентифицируемости отдельных параметров).

Далее указывается тип идентифицируемости указанной модельной структуры. Мы выделяем три возможных типа. Самый благоприятный случай, когда модель является структурно глобально идентифицируемой (СГИ) – задача параметрической идентификации имеет единственное решение.

Другой тип идентифицируемости, когда модель не является СГИ, но является локально идентифицируемой (СЛИ, но СГНИ). Задача параметрической идентификации в этом случае имеет множество решений (больше одного), являющихся изолированными точками в параметрическом пространстве. В этом случае в качестве дополнительной информации может быть указано число решений и их аналитический вид. Если нет возможности получить аналитический вид решений, могут быть приведены уравнения сепараторов – поверхностей, разделяющих параметрическое пространство на подобласти, содержащие различные решения. Отметим, что в общем случае число решений, приводимых в каталоге, есть верхняя граница числа решений для задачи поиска оценок параметров в вещественном параметрическом пространстве, так как метод базисов Гребнера позволяет найти число решений системы полиномиальных уравнений во всем комплексном пространстве (исключение составляет случай, когда известен аналитический вид решений). Кроме того, в качестве дополнительной информации в каталоге могут быть указаны ПФДГО – параметрические функции, допускающие глобальное оценивание. Дополнительная информация, указанная в каталоге, может быть использована для элиминирования глобальной неидентифицируемости. Последнее можно осуществить, например, ограничением параметрического пространства (учитывая вид аналитического решения или сепараторов) до области, содержащей точно одно решение задачи идентификации.

Третий тип – структурная локальная неидентифицируемость (СЛНИ). Задача параметрической идентификации в этом случае имеет континуальное множество решений, а модель называется моделью неполного ранга. Обязательной информацией, приводимой в каталоге для случая СЛНИ, является матрица линейных связей Λ , число v линейно независимых столбцов которой определяет степень неидентифицируемости модельной структуры. Аналитический вид матрицы Λ может очень просто быть получен с использованием теоремы, приведенной в [1]. В то же время знание

матрицы Λ оказывается очень полезным при элиминировании локальной неидентифицируемости одним из двух способов.* Если удастся аналитически решить систему уравнений в частных производных первого порядка $\frac{\partial p}{\partial p} \Lambda = 0$, то в качестве дополнительной информации в каталоге может быть приведен базис p параметрических функций, допускающих локальное оценивание (ПФДЛО), который может оказаться полезен для репараметризации модели с целью элиминирования локальной неидентифицируемости.

В первую очередь каталог может быть использован для получения информации об одной из содержащихся в каталоге камерной модели. Поиск модели осуществляется по рубриктору (3). Однако хотя каталог сконструирован для камерных моделей, содержащиеся в нем сведения могут быть использованы для конструирования идентифицируемой модельной структуры, содержащей произвольные линейные ограничения. Для этого на основании априорной информации строится предварительная модель, которая может содержать исключаящие и, возможно, балансовые ограничения на элементы матрицы состояний, и определяется схема проведения эксперимента. Далее в каталоге находят результаты анализа идентифицируемости предварительной модели. Если модель является СГИ, то дополнительных ограничений накладывать не нужно (в случае необходимости может лишь быть осуществлена дополнительная параметризация системных параметров с сохранением числа независимых параметров). Если модель является СГНИ или СЛНИ, то содержащиеся в каталоге сведения можно использовать для построения дополнительных ограничений (произвольного вида) или для добавления новых экспериментов, элиминирующих неидентифицируемость (в соответствии с методикой*). В результате мы можем получить модель, возможно не являющуюся камерной.

При создании каталога использовалась технология создания гипертекстовых документов, реализованная на языке описания Web-страниц HTML. В настоящее время каталог включает результаты анализа идентифицируемости двух- и трехкамерных моделей ($n=2$ и $n=3$). В дальнейшем предполагается заполнить его результатами исследования четырехкамерных и отдельных наиболее распространенных многокамерных моделей. Анализ идентифицируемости проводился с использованием оригинальных авторских алгоритмов и программ.

Работа выполнена при финансовой поддержке в форме гранта Минобразования РФ по фундаментальным исследованиям в области естественных наук (шифр гранта Е00-2.0-9).

1. Авдеенко Т. В., Горский В. Г. Нахождение оцениваемых параметрических функций для неидентифицируемых моделей // Сб. тр. МНК ММТТ-14. Т. 2. Смоленск: СФМЭИ, 2001.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ В ПРОЦЕССЕ ОБЪЕКТНО-ОРИЕНТИРОВАННОГО АНАЛИЗА

Свечкарев В. П.

- Южно-Российский государственный технический университет (НПИ)

Успех, сопутствующий применению технологии объектно-ориентированного анализа (ООА) при создании программных систем [1], а также интенсивное распространение указанной технологии на различные предметные области сложных систем, инициирует все новые попытки ее использования при анализе автоматизированных технологических систем (АТС).

Моделирование динамики системы в ООА осуществляется в процессе исследования диаграмм переходов (ДП) в состояния [1]. Диаграмма позволяет проследить поведение системы при воздействии на нее множества допустимых или наблюдаемых событий. Она описывает пространство состояний данного класса объектов, события, инициирующие переход из одного состояния в другое, и действия, происходящие при изменении состояния. Отдельная ДП представляет определенный ракурс динамической модели класса объектов. Множество состояний совокупности классов объектов образуют полное пространство состояний системы и позволяет анализировать динамику поведения АТС. Выработка управляющих воздействий в системе, как реакции на события, предполагает исследование возникающих ситуаций [2].

В некотором приближении могут быть отождествлены состояния ДП с ситуациями. Поиск решения в таком случае сводится к описанию цепочки управляющих воздействий, переводящих систему из ситуации, наблюдаемой в данный момент, в одно из заключительных состояний [2]. Однако для ДП, представляющих полное описание системы, такое отождествление невозможно, поскольку текущая ситуация системы описывается не одним, а рядом состояний каждого из классов объектов, отражающих динамику в данный наблюдаемый момент. Кроме этого, множество событий, представляющее для конкретного класса объектов детерминированную последовательность, для системы в целом уже не может служить такой "временной" метрикой (в смысле числа шагов достижения заключительного состояния). Отсюда двойственная неопределенность (не определена исходная ситуация - не определен переход в заключительное состояние), исключаяющая детерминацию решения. Поэтому возникает потребность в интерпретации ДП системы в диаграмму ситуаций (ДС), которая может быть сведена к детерминированной.

Рассмотрим основные концепты, позволяющие решить указанную задачу исследования динамики АТС в процессе ООА.

Традиционную методологию построения ДП [2] необходимо дополнить ограничениями, отражающими особенности АТС как объекта ООА: исключить неопределенные во времени состояния; определить состояния по признаку дискретизации в заданной совокупности классов; выявить и выделить аварийные состояния.

Первое ограничение вытекает из требования четкой дискретизации по времени алгоритмов управления технологическими процессами.

* См статью Авдеенко Т. В. Два способа элиминирования неидентифицируемости динамических моделей в пространстве состояний. С. 84 – 89.

Второе позволяет достигнуть заранее заданный уровень определенности состояний исходя из признаков их дискретизации. В частности, для АТС такими признаками могут быть синхронизация, квантование и финитность. Синхронизация определяет состояния, разрешающие противоречия между переходами, обусловленными синхронной работой объектов, и асинхронными переходами, иницируемыми извне. Признак квантования формирует состояния дискретизации по уровню и по времени непрерывных процессов. Признак финитности определяет состояния, иницируемые объектами подсистемы с дискретными входами и выходами.

Совокупность состояний, в которых все объекты АТС работают в нормальных режимах, образуют область работоспособности. Остальные возможные состояния относятся к аварийным.

При построении ДП состояния формируются в соответствии со следующими концептами [3].

Определение 1. Количество состояний в области работоспособности снизу ограничено величиной $n + 1$, где n – количество внешних связей объектов системы, а "1" характеризует ее начальное состояние.

Определение 2. Пересечение границы области работоспособности порождает аварийные состояния, количество которых равно максимальному значению выявленных выходов.

Определение 3. При дискретизации непрерывного процесса, каждое непрерывное состояние представляется как минимум двумя дискретными.

Предположим, что состояния, события и переходы перечислены и полностью отображены ДП. В общем виде она включает множество состояний $C = \{c_1, c_2, \dots, c_n\}$, множество переходов $R = \{r_1, r_2, \dots, r_m\}$, определяемых соответствующим множеством событий $W = \{w_1, w_2, \dots, w_m\}$. Это позволяет считать возможным только однозначный переход из текущего состояния в следующее при возникновении конкретного события. Такие диаграммы принято называть детерминированными сетями [2]. Необходимо определить множество управляющих воздействий U , как реакций на наблюдаемые события W , определяющие движение системы в пространстве состояний C , и далее интерпретировать ДП системы в диаграмму ситуаций (ДС), которая может быть сведена к детерминированной. Методика такой интерпретации должна определить ситуации, правила их порождения и, собственно, процедуры или этапы преобразований. Основные ее концепты приведены ниже [4].

Определение 1. Совокупность ситуаций представляет собой многосортное множество S состояний C , событий W , переходов P , управлений U , времени T наблюдения $S = \langle C, W, P, U, T \rangle$.

Определение 2. Конкретная ситуация порождается наблюдаемым событием w_i в текущем состоянии c_i класса объектов или системы в целом и иницирует управляющее воздействие u_j .

Определение 3. Правила описывают синтаксис порождения ситуаций, как множество конкретных ситуаций s_j , наследующих формализацию жизненных циклов классов в виде диаграмм переходов в состояния, отражающих семантику динамики систем.

Определение 4. Диаграмма переходов, как исходная структура системы St^1 , посредством синтаксической интерпретации сводится к ДС, описывающей структуру St^2 и являющейся существенным, в смысле свойства управляемости, эквивалентом системы

$$J_1 : \{St^1 (ДП) \xrightarrow{\text{синт}} St^2 (ДС)\}.$$

По сути ДС является проекцией поведения системы, определенного в виде ДП, как полного множества всех возможных состояний и переходов системы (событийно иницируемых), в пространство управляемых переходов.

1. Буч Г. Объектно-ориентированный анализ и проектирование с примерами приложений на C++. М.: Бинном, 1999.
2. Поспелов Д. А. Ситуационное управление: теория и практика. М.: Наука, 1986.
3. Ершенко Е. В. Моделирование циклов управления диаграммами состояний // Научная мысль Кавказа. Ростов н/Д: СКНЦВШ, 2001.
4. Свечкарев В. П. и др. Исследование ситуаций при моделировании состояний системы // Новые техн. управл. движением...: Материалы МНТК. Ростов н/Д: СКНЦВШ, 2001.

Индуктивный метод структурной идентификации

КАЦЮБА О. А., ПЕШЕХОНОВ А. Н., УГНИЧ К. А.

САМАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ, NOVA@SAMTEL.RU

В ПРАКТИКЕ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ РАСПОЗНАВАНИЯ ДЛЯ СЛОЖНЫХ СИСТЕМ, В ЧАСТНОСТИ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ МОДЕЛИ СЕРДЦА, МОЖЕТ ОТСУТСТВОВАТЬ АПРИОРНАЯ ИНФОРМАЦИЯ О СТРУКТУРЕ ОПРЕДЕЛЯЕМОЙ ЗАВИСИМОСТИ. В ТАКОМ СЛУЧАЕ ИСПОЛЬЗУЕТСЯ СПЛАЙН-АППРОКСИМАЦИЯ, ЛИБО АППРОКСИМАЦИЯ НА ОСНОВЕ ОРТОГОНАЛЬНЫХ ФУНКЦИЙ, ЧТО ПРИВОДИТ К НЕОБХОДИМОСТИ ОЦЕНИВАНИЯ БОЛЬШОГО ЧИСЛА КОЭФФИЦИЕНТОВ И ГРОМОЗДКОСТИ ПОЛУЧАЕМЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ [1].

ПУСТЬ ЗАДАНО НЕКОТОРОЕ ОТОБРАЖЕНИЕ: $R_P \supset B_X \times X \xrightarrow{n} Y \in B_Y \in R_1$ (1) И ЗАДАНО НЕКОТОРОЕ МНОЖЕСТВО (НЕ ОБЯЗАТЕЛЬНО КОНЕЧНОЕ) $\hat{\eta}_k \in \{F\}$, ТОГДА (1) ИНТЕРПРЕТИРУЮТСЯ КАК НАБОР ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ, $\{F\}$ – МНОЖЕСТВО ГИПОТЕЗ О ВИДЕ ЗАВИСИМОСТИ.

ВВЕДЕМ ПОНЯТИЕ СЛОЖНОСТИ $V(\hat{\eta}_k)$: ПУСТЬ $\forall \hat{\eta}_k \in \{F\} \exists V(\hat{\eta}_k) \geq 0$, В КОНКРЕТНЫХ СЛУЧАЯХ СЛОЖНОСТЬ МОЖНО ИНТЕРПРЕТИРОВАТЬ КАК КОЛИЧЕСТВО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ОПЕРАЦИЙ. ПУСТЬ СУЩЕСТВУЕТ КРИТЕРИЙ $I(\eta, \hat{\eta}_k)$, ПОЗВОЛЯЮЩИЙ ВЫДЕЛИТЬ ИЗ $\{F\}$ ПОДМНОЖЕСТВО $\{F_1\}$ ТАКОЕ, ЧТО $I(\eta, \hat{\eta}_k) = 1$ ЕСЛИ $\hat{\eta}_k \in \{F_1\}$ И $I(\eta, \hat{\eta}_k) = 0$ ПРИ $\hat{\eta}_k \notin \{F_1\}$.

РАССМОТРИМ ЗАДАЧУ ПОЛУЧЕНИЯ МОДЕЛЕЙ МИНИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ, Т.Е. НАЙДЕМ ТАКОЕ $\hat{\eta}_k \in \{F_1\}$, ЧТО $V(\hat{\eta}_*) = \inf_{\hat{\eta}_k} V(\hat{\eta}_k)$

ПУСТЬ: 1. $\{F\}$ – СОДЕРЖИТ СЧЕТНОЕ КОЛИЧЕСТВО ЭЛЕМЕНТОВ.

2. $V(\hat{\eta}_k)$ ТАКОВО, ЧТО ЧИСЛО ЭЛЕМЕНТОВ ИЗ $\{F\}$, ОБЛАДАЮЩИХ ОДИНАКОВОЙ СЛОЖНОСТЬЮ, КОНЕЧНО.

3. СУЩЕСТВУЕТ ПРОЦЕДУРА, С ПОМОЩЬЮ КОТОРОЙ $\{F\}$ МОЖЕТ БЫТЬ РАЗБИТО НА ПЕРЕСЕКАЮЩИЕСЯ КЛАССЫ, ВСЕ ЭЛЕМЕНТЫ КОТОРЫХ ОБЛАДАЮТ ОДИНАКОВОЙ СЛОЖНОСТЬЮ, Т.Е. $\{Q_i\} = \{\hat{\eta}_k : \hat{\eta}_k \in \{F\}, V(\hat{\eta}_k) = C_i, C_{i+1} > C_i\}$, Т.Е. ЕСЛИ $\{F\}$ И $V(\hat{\eta}_k)$: ТОГДА СУЩЕСТВУЕТ ЭФФЕКТИВНАЯ ПРОЦЕДУРА, ПОЗВОЛЯЮЩАЯ ВЫДЕЛИТЬ ИЗ $\{F\}$ КЛАССЫ $\{Q_i\}$ В ПОРЯДКЕ ВОЗРАСТАНИЯ СЛОЖНОСТИ, Т.Е. ИМЕЕТ МЕСТО

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ $\{Q_0\}, \dots, \{Q_i\}, \dots$, ГДЕ 1. $\forall_i C_i < C_{i+1}$, 2. $\bigcap_{i=0}^{\infty} \{Q_i\} = \{F\}$, ТО НАХОЖДЕНИЕ $\hat{\eta}_*$ СВОДИТСЯ К ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ПРОВЕРКЕ КЛАССОВ НА ВЫПОЛНЕНИЕ УСЛОВИЯ: $\exists \hat{\eta} \in \{Q_i\} : I(\hat{\eta}, \hat{\eta}_k) = 1$.

ПРИВОДИТСЯ ПРОЦЕСС ПОСТРОЕНИЯ $\{F\}$ ИНДУКТИВНЫМ СПОСОБОМ, И ДАН АЛГОРИТМ ПОСТРОЕНИЯ СТРУКТУРЫ МОДЕЛИ МИНИМАЛЬНОЙ СЛОЖНОСТИ.

1. КАЦЮБА О. А., ФОФАНОВ Ю. В. ОБ ОДНОМ АЛГОРИТМЕ СТРУКТУРНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ЗАВИСИМОСТЕЙ // СО АН ССР. АВТОМЕТРИЯ. 1986. № 6.

**ЛОГИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АППАРАТ
ФОРМАЛИЗОВАННОГО СИНТЕЗА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СТРУКТУР**

Айнакулов Э. Б.

Ташкентский институт инженеров железнодорожного транспорта, olichrus@chat.ru

За последние 50 лет ЭВМ претерпели колоссальные изменения как по архитектуре, так и, особенно по параметрам. Однако суть их вычислительных структур осталась неизменной. Это связано, по-видимому, с тем, что машинная арифметика в них исчерпала весь ресурс, если не считать возможность ее организации на десятичной основе, позволяющей строить матричные вычислители. Наиболее перспективное направление развития вычислительных структур связано с их созданием на алгебраической основе. Теоретические предпосылки для этого имеются, т.е. для создания алгебраических вычислительных структур разработана машинная алгебра, позволяющая проводить в символах алгебраические и аналитические операции, и математический аппарат синтеза структур, обеспечивающих выполнение символьных операций. Под машинной алгеброй здесь понимается набор основных операций над алгебраическими числами, заданными в степенной форме. К основным операциям относятся сложение, вычитание, умножение и деление алгебраических чисел, сравнение чисел на подобие, нормализация сложных одночленов и др.

В математическом анализе существует множество задач, решение которых определяется таблично. Методологическая сторона решения заключается в том, что всякой задаче из множества задач устанавливается в строгом соответствии однозначное решение из множества решений. Аппаратными средствами табличных решений являются матрица. Машинное решение с помощью матриц заключается в распознавании образа решаемой задачи и установлении ей искомого решения.

Однако не все задачи анализа имеют табличные решения. Например, к таким задачам относятся дифференциальные уравнения и др. Однако всякую сложную задачу можно с помощью редукции свести к совокупности простых задач, для каждой из которых можно применить алгебраическую операцию, а их набор и последовательность приводят к полному решению.

Формализованный синтез алгебраических вычислительных структур связан с использованием какого-либо логико-математического аппарата. Для указанной цели создан математический аппарат в первом приближении, содержащий в себе алгебру M , непосредственно предназначенную для синтеза алгебраических структур и алгебру векторной логики.

Алгебра векторной логики находит широкое применение в распознавании образов, суть которого заключается в следующем. Пусть по горизонтальным шинам матричного устройства вводятся векторы, характеризующие образ входной задачи (образ оригинала), а по вертикальным шинам вводятся векторы, характеризующие образ изображения, для которого имеются готовое решение или его алгоритм. Тогда ненулевое скалярное произведение векторов, определяемое матрицей, будет утверждать о том, что образы оригинала и изображения совпадают, и что у входной задачи есть решение.

Алгоритм математических вычислений задач для вычислительных структур задают обычно в виде графов или последовательности операций. Нами предлагается иная форма, основанная на формализации последовательности операций и являющейся расширением формульных алгоритмов. Суть предложения заключается в том, что вычислительный или решающий алгоритм, выраженный схематической формой можно заменить эквивалентной логико-математической моделью, используя при построении последней расширенный набор машинных команд, содержащих логические и математические операции, и математический аппарат формализованного синтеза алгебраических устройств.

Модели алгоритмов позволяют проводить формализованный синтез вычислительных структур алгебраического и аналитического класса, осуществить переход к автоматизации синтеза, облегчить восприятие алгоритма вычислительной машиной, выполнять формализованные процедуры над алгоритмами, упрощать формы записей программ (в дальнейшем, полностью отказаться от них) и т.д. Эти модели находят применение при синтезе вычислительных и управляющих алгебраических и аналитических структур, а также при синтезе устройств распознавания.

1. Айнакулов Э. Б., Ли-фан М. Конструктивная теория синтеза алгебраических решающих вычислительных структур. Ташкент: ГФНТИ, ГКНТ, 2001.
2. Aynakulov E. B. Algebra of Vektor Logic. First International Conference on Soft Computing and Computing With Words in System Analysis. Antalya, Turkey, 2001.

**ИНТЕРВАЛЬНАЯ НЕПРЕРЫВНАЯ ЛОГИКА И ПРОБЛЕМЫ
ОПТИМИЗАЦИИ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ
ЛЕВИН В. И.
ПЕНЗЕНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, LEVIN@PTI.AC.RU**

В 1950-е – 1960-е годы усилиями ученых США и СССР [1 – 7] заложены основы непрерывной логики (НЛ), в которой логические операции совершаются над непрерывными переменными. Впоследствии НЛ нашла важные применения в технике, экономике и гуманитарных науках. Все эти применения рассчитаны на случай, когда параметры получаемых систем известны точно. Однако на практике эти параметры известны обычно лишь с точностью до интервалов возможных значений. Поэтому перед применением НЛ для изучения реальных систем полезно обобщение НЛ на случай, когда логические операции выполняются над неточно известными (интервальными) переменными.

Как известно, основные операции НЛ: дизъюнкция \vee , конъюнкция \wedge и отрицание $\bar{}$ вводятся так. Пусть $C = [A, B]$ – замкнутый интервал вещественных чисел с центром $M = (A + B)/2$. Тогда для любых $a, b \in C$

$$a \vee b = \max(a, b), \quad a \wedge b = \min(a, b), \quad \bar{a} = 2M - a. \quad (1)$$

Алгебра $(C; \vee, \wedge, \bar{})$ называется квазибулевой алгеброй НЛ. Любая функция $C^n \rightarrow C$, заданная суперпозицией конечного числа операций (1) над аргументами $x_1, \dots, x_n \in C$, называется функцией НЛ. Любая функция НЛ на любом наборе аргументов принимает значение одного из аргументов или его отрицания. Поэтому задать такую функцию можно таблицей значений. От таблицы можно перейти к аналитическому представлению функции НЛ в виде суперпозиции операций (1). В квазибулевой алгебре НЛ справедливы законы тавтологии, переместительный, сочетательный, распределительный, де Моргана, поглощения, двойного отрицания, действий с константами, псевдопротиворечия, псевдоисключенного третьего, псевдоортогональности, распределительный для сложения относительно дизъюнкции и конъюнкции, распределительный для умножения относительно дизъюнкции и конъюнкции, спуска отрицания на слагаемые. Последние шесть законов характерны для НЛ и существенно отличаются от соответствующих законов (либо вообще не имеют места) в дискретной логике.

Переменные a, b в интервальной НЛ есть замкнутые интервалы возможных значений, т.е. $\tilde{a} = [a_1, a_2], \tilde{b} = [b_1, b_2]$. Логические операции НЛ над интервальными переменными \tilde{a}, \tilde{b} вводятся как теоретико-множественное обобщение соответствующих операций над точными переменными a, b :

$$\tilde{a} \vee \tilde{b} = \{a \vee b \mid a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}; \quad \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \{a \wedge b \mid a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}; \quad \bar{\tilde{a}} = \{\bar{a} \mid a \in \tilde{a}\}, \quad \tilde{a}, \tilde{b} \subseteq C. \quad (2)$$

Алгебра $(C; \vee, \wedge, \bar{})$ с операциями $\vee, \wedge, \bar{}$ из (2) называется квазибулевой алгеброй интервальной НЛ. Любая функция, заданная суперпозицией конечного числа операций (2) над аргументами-интервалами из C , называется функцией интервальной НЛ. Результаты операции (2) над интервалами есть интервалы, вычисляемые по формулам:

$$\begin{aligned} \tilde{a} \vee \tilde{b} &= [a_1, a_2] \vee [b_1, b_2] = [a_1 \vee b_1, a_2 \vee b_2]; & \tilde{a} \wedge \tilde{b} &= [a_1, a_2] \wedge [b_1, b_2] = [a_1 \wedge b_1, a_2 \wedge b_2]; \\ \bar{\tilde{a}} &= [\bar{a}_1, \bar{a}_2] = [\bar{a}_2, \bar{a}_1]. \end{aligned} \quad (3)$$

Операции (2) над интервалами обладают следующими свойствами: 1) если одна из операций \vee, \wedge над интервалами \tilde{a} и \tilde{b} дает \tilde{a} , то другая дает \tilde{b} и обратно; 2) для того чтобы выполнялась пара равенств $\tilde{a} \vee \tilde{b} = \tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \tilde{b}$, необходимо и достаточно отношения интервалов \tilde{a}, \tilde{b} в виде неравенств $a_1 \geq b_1, a_2 \geq b_2$; 3) для того чтобы выполнялась пара неравенств $\tilde{a} \vee \tilde{b} \neq \tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b} \neq \tilde{a}, \tilde{b}$, необходимо и достаточно отношения интервалов \tilde{a}, \tilde{b} в виде одной из систем неравенств $a_1 < b_1, a_2 > b_2$ или $b_1 < a_1, b_2 > a_2$. Операции (2) подчиняются следующим законам: тавтологии, переместительному, сочетательному, де Моргана, двойного отрицания, действия с константами, спуска отрицания на слагаемые, субпоглощения, субраспределительному, субраспределительному для сложения относительно дизъюнкции и конъюнкции, субраспределительному для умножения относительно дизъюнкции и конъюнкции, псевдопротиворечия, псевдоисключенного третьего, субортогональности. Последние семь законов существенно отличаются (имеют более сложный характер) от перечисленных выше соответствующих законов обычной НЛ.

Математический аппарат интервальной НЛ можно успешно применять для решения разнообразных задач в технике, экономике, социологии и других областях в условиях неопределенности параметров изучаемых систем. Важнейшими из этих задач являются задачи оптимизации технических (экономических, социальных и т.д.) систем с неопределенными параметрами, заданными с точностью до интервалов возможных значений.

1. Мак-Нотон Р. Теорема о бесконечнозначной логике высказываний // Кибернетический сб. Вып. 3. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
2. Гинзбург С. А. Математическая непрерывная логика и изображение функций. М.: Энергия, 1968.
3. Рвачев В. Л. Геометрические приложения алгебры логики. Киев: Техника, 1967.
4. Левин В. И. Введение в динамическую теорию конечных автоматов. Рига: Зинатне, 1975.

5. Левин В. И. Бесконечнозначная логика в задачах кибернетики. М.: Радио и связь, 1982.
6. Левин В. И. Структурно-логические методы исследования сложных систем. М.: Наука, 1987.
7. Волгин Л. И. Синтез устройств для обработки и преобразования информации в элементном базисе реляторов. Таллинн: Валгус, 1989.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ В ЗАДАЧАХ ИНФОРМАТИКИ

Левин В. И.

ПЕНЗЕНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, LEVIN@PTI.AC.RU

Функционирование информационных систем (ИС), независимо от области их применения – техника, экономика, образование, управление – связано с выполнением операций над данными. Существующие методы выполнения этих операций получены, как правило, эвристическим путем и ориентированы на конкретные структуры данных в ИС. Между тем, эффективность выполнения операций зависит от того, насколько формализованно были получены их алгоритмы. Важное значение приобретает разработка математического аппарата для формализованного представления, анализа и синтеза алгоритмов выполнения операций с массивами. Таким математическим аппаратом может быть непрерывная логика (НЛ) и ее многомерное обобщение – исчисление логических определителей (ЛО). Ниже показаны возможности этого аппарата.

Пусть $C = [A, B]$ – замкнутый интервал вещественных чисел с центром $M = 0,5(A+B)$. Тогда алгебра НЛ есть система $\{C, \vee, \wedge, \bar{}\}$, где логические операции дизъюнкции \vee , конъюнкции \wedge и отрицания $\bar{}$ определяются в виде:

$$a \vee b = \max(a, b); a \wedge b = \min(a, b); \bar{a} = 2M - a, \forall a, b \in C. \quad (1)$$

Алгебра НЛ подчиняется тем же законам, что и булева алгебра, кроме законов исключенного третьего и противоречия, которые здесь не действуют и заменяются более сложными законами. Пусть $A_n = \{a_1, \dots, a_n\}$ – неупорядоченное числовое множество из n чисел a_i . Представим его в виде матрицы-столбца

$$A_n = \|a_1 \dots a_n\|. \quad (2)$$

Упорядочим элементы множества A_n по возрастанию: $a^{(1)} \leq a^{(2)} \leq \dots \leq a^{(n)}$. Функция (отображение) $A_n \rightarrow a^{(r)}$ называется ЛО-столбцом ранга r от матрицы A_n и обозначается

$$A_n^r = |a_1 \dots a_n|^{(r)}. \quad (3)$$

ЛО-столбец A_n^r есть числовая характеристика матрицы-столбца A_n . ЛО-столбец A_n^r выражается через свои элементы a_1, \dots, a_n функцией в виде суперпозиции операций НЛ \vee и \wedge :

$$A_n^r = \bigvee_{i_1 \neq \dots \neq i_{n-r+1}} (a_{i_1} \wedge \dots \wedge a_{i_{n-r+1}}), A_n^r = \bigwedge_{i_1 \neq \dots \neq i_r} (a_{i_1} \vee \dots \vee a_{i_r}), a_{i_k} \in A_n. \quad (4)$$

ПЕРВАЯ ФОРМУЛА (4) ВЫРАЖАЕТ ЛО-СТОЛБЕЦ В ДИЗЪЮНКТИВНО-НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ (ДНФ), ВТОРАЯ – В КОНЪЮНКТИВНО-НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ (КНФ).

Рассмотрим неупорядоченный информационный массив из n чисел a_1, \dots, a_n . Пусть нужно найти r -й в порядке возрастания элемент заданного массива $a^{(r)}$. Представим этот массив в виде множества $A_n = \{a_1, \dots, a_n\}$, а последнее – в виде матрицы-столбца (2). По определению ЛО, искомый элемент $a^{(r)}$ равен ЛО-столбцу A_n^r вида (3) от матрицы-столбца A_n вида (2), т.е.

$$a^{(r)} = A_n^r = |a_1 \dots a_n|^{(r)}. \quad (5)$$

РАСКРОЕМ В ФОРМУЛЕ (5) ЛО-СТОЛБЕЦ СОГЛАСНО ЕГО ДНФ-ПРЕДСТАВЛЕНИЮ (4). В РЕЗУЛЬТАТЕ ПОЛУЧИМ ВЫРАЖЕНИЕ r -ГО ПОРЯДКОВОГО ЭЛЕМЕНТА $a^{(r)}$ В ВИДЕ НЕКОТОРОЙ ФУНКЦИИ НЛ. ЭТА ФУНКЦИЯ ЯВЛЯЕТСЯ ПОИСКОВОЙ, ОНА ПРЕДСТАВЛЕНА В ДНФ И ПОКАЗЫВАЕТ, КАКИЕ ИМЕННО ОПЕРАЦИИ НЛ И В КАКОМ ПОРЯДКЕ НАДО ВЫПОЛНЯТЬ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЭЛЕМЕНТА $a^{(r)}$. КОНКРЕТНО, ЭТА ФУНКЦИЯ ЗАДАЕТ ДВУХСТУПЕНЧАТЫЙ ДИЗЪЮНКТИВНЫЙ АЛГОРИТМ ПОИСКА. ПО ЭТОМУ АЛГОРИТМУ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ ЭЛЕМЕНТА $a^{(r)}$ НАДО В ЗАДАННОМ n -ЭЛЕМЕНТНОМ МНОЖЕСТВЕ A_n СДЕЛАТЬ СЛЕДУЮЩЕЕ: 1) ВЫДЕЛИТЬ ВСЕ ВОЗМОЖНЫЕ ПОДМНОЖЕСТВА ПО $n-r+1$ РАЗЛИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И НАЙТИ В КАЖДОМ ПОДМНОЖЕСТВЕ МИНИМАЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ $a_{i,\min}$; 2) ВЫБРАТЬ МАКСИМАЛЬНЫЙ ИЗ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ $a_{i,\min}$ – ЭТО И БУДЕТ $a^{(r)}$.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ ДЛЯ ПОИСКА В ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫХ ИНФОРМАЦИОННЫХ МАССИВАХ

Левин В. И.

РАССМОТРИМ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫЙ МАССИВ ИЗ n ЧИСЕЛ, СОСТОЯЩИЙ ИЗ q ПОЛНОСТЬЮ УПОРЯДОЧЕННЫХ ПОДМАССИВОВ, С НЕИЗВЕСТНЫМИ ОТНОШЕНИЯМИ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ РАЗЛИЧНЫХ ПОДМАССИВОВ. НАЙДЕМ r -Й В ПОРЯДКЕ ВОЗРАСТАНИЯ ЭЛЕМЕНТ ЭТОГО МАССИВА $a^{(r)}$. ПРЕДСТАВИМ МАССИВ В ВИДЕ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННОГО МНОЖЕСТВА A_q С Q УПОРЯДОЧЕННЫМИ ПОДМНОЖЕСТВАМИ Q_1, \dots, Q_n

$$A_q = \{ \underbrace{a_{11}, \dots, a_{1m_1}}_{Q_1}; \underbrace{a_{21}, \dots, a_{2m_2}}_{Q_2}; \dots; \underbrace{a_{q1}, \dots, a_{qm_q}}_{Q_q} \}, a_{i1} < a_{i2} < \dots < a_{im_i}, i = \overline{1, q}, \sum_{i=1}^q m_i = n. \quad (1)$$

В СВОЮ ОЧЕРЕДЬ, МНОЖЕСТВО A_q МОЖНО ПРЕДСТАВИТЬ В ВИДЕ КВАЗИМАТРИЦЫ

$$A_q = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

КОТОРАЯ ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ ОБЫЧНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ МАТРИЦЫ НЕОДИНАКОВЫМИ ДЛИНАМИ СТРОК И УПОРЯДОЧЕННОСТЬЮ ЭЛЕМЕНТОВ В СТРОКАХ СОГЛАСНО (1). ЛОГИЧЕСКИЙ ОПРЕДЕЛИТЕЛЬ (ЛО) A_q^r q -ГО ПОРЯДКА (Т.Е. С q СТРОКАМИ) РАНГА r ОТ КВАЗИМАТРИЦЫ A_q ВВОДИТСЯ АНАЛОГИЧНО ЛО-СТОЛБЦУ A_n^r ВИДА (3)*, А ИМЕННО, $A_q^r : A_q \rightarrow a^{(r)}$, ГДЕ $a^{(r)}$ ЕСТЬ r -Й, В ПОРЯДКЕ ВОЗРАСТАНИЯ, ЭЛЕМЕНТ ЗАДАННОГО МАССИВА A_q . ОН ОБОЗНАЧАЕТСЯ

$$A_q^r = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{pmatrix}^{(r)}. \quad (3)$$

ЛО A_q^r ВИДА (3) ЕСТЬ ЧИСЛОВАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА КВАЗИМАТРИЦЫ A_q . ОН ВЫРАЖАЕТСЯ ЧЕРЕЗ СВОИ ЭЛЕМЕНТЫ a_{ij} ФУНКЦИЕЙ – СУПЕРПОЗИЦИЕЙ ОПЕРАЦИЙ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ (НЛ) \vee И \wedge – В ДВУХ РАЗЛИЧНЫХ ФОРМАХ

$$A_q^r = \bigvee_{\sum_{s=1}^q i_s = r+q-1} (a_{1i_1} \wedge \dots \wedge a_{qi_q}); \quad A_q^r = \bigwedge_{\substack{i_1 \leq m_1, \dots, i_q \leq m_q, \\ 0 \leq i_s \leq r, \sum_{s=1}^q i_s = r}} (a_{1i_1} \vee \dots \vee a_{qi_q}). \quad (4)$$

ПЕРВАЯ ФОРМУЛА (4) ВЫРАЖАЕТ ЛО A_q^r В ДИЗЬЮНКТИВНО-НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ (ДНФ), ВТОРАЯ – В КОНЬЮНКТИВНО-НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЕ. ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ЛО, ИСКОМЫЙ ЭЛЕМЕНТ $a^{(r)}$ РАВЕН ЛО A_q^r ВИДА (3) ОТ КВАЗИМАТРИЦЫ A_q ВИДА (2)

$$a^{(r)} = A_q^r = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{pmatrix}^{(r)}. \quad (5)$$

РАСКРЫВ В ФОРМУЛЕ (5) ЛО СОГЛАСНО ЕГО ДНФ-ПРЕДСТАВЛЕНИЮ (4), ПОЛУЧИМ ПОИСКОВУЮ ФУНКЦИЮ НЛ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ $a^{(r)}$. СООТВЕТСТВУЮЩИЙ АЛГОРИТМ ПОИСКА ЯВЛЯЕТСЯ ДВУХСТУПЕНЧАТЫМ ДИЗЬЮНКТИВНЫМ АЛГОРИТМОМ. ОН ТРЕБУЕТ ДЛЯ ОТЫСКАНИЯ ЭЛЕМЕНТА $a^{(r)}$ В МНОЖЕСТВЕ A_q СДЕЛАТЬ СЛЕДУЮЩЕЕ: 1) ВЫДЕЛИТЬ ВСЕ ВОЗМОЖНЫЕ ПОДМНОЖЕСТВА МНОЖЕСТВА A_q , СОДЕРЖАЩИЕ ПО ОДНОМУ ЭЛЕМЕНТУ ОТ КАЖДОГО УПОРЯДОЧЕННОГО ПОДМНОЖЕСТВА Q_i , ТАК, ЧТОБЫ СУММА ВТОРЫХ ИНДЕКСОВ ЭЛЕМЕНТОВ ЛЮБОГО ВЫДЕЛЕННОГО ПОДМНОЖЕСТВА $\sum i_s$ РАВНЯЛАСЬ $r+q-1$ (ЕСЛИ ИЗ УСЛОВИЯ НА СУММУ $\sum i_s$ ДЛЯ НЕКОТОРОГО i_k ПОЛУЧИТСЯ $i_k > m_k$, ТО ЭЛЕМЕНТ ПОДМНОЖЕСТВА Q_k В ВЫДЕЛЯЕМОЕ ПОДМНОЖЕСТВО НЕ ВКЛЮЧАЕТСЯ); ОПРЕДЕЛИТЬ В КАЖДОМ ВЫДЕЛЕННОМ ПОДМНОЖЕСТВЕ МИНИМАЛЬНЫЙ ЭЛЕМЕНТ $a_{i, \min}$; 2) ВЫБРАТЬ МАКСИМАЛЬНЫЙ ИЗ ВСЕХ ЭЛЕМЕНТОВ $a_{i, \min}$ – ЭТО И БУДЕТ $a^{(r)}$.

СРАВНЕНИЕ ИНТЕРВАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ И ОПТИМИЗАЦИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЛЕВИН В. И.

ПЕНЗЕНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, LEVIN@PTI.AC.RU

В [1] предложен подход к оптимизации систем с неопределенными, интервально заданными параметрами, основанный на принципах сравнения интервальных чисел, вытекающих из общих принципов интервальной математики [2]. Согласно

* См. статью Левин В. И. Применение непрерывной логики в задачах информатики. С. 103 – 104.

этому подходу два интервальных числа $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ и $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ оказываются в различных отношениях между собой (больше $>$, больше или равно \geq , равно $=$) при выполнении следующих необходимых и достаточных условий:

$$(\tilde{a} > \tilde{b}) \Leftrightarrow [(a_1 > b_1, a_2 \geq b_2) \cup (a_1 \geq b_1, a_2 > b_2)];$$

$$(\tilde{a} \geq \tilde{b}) \Leftrightarrow [(a_1 \geq b_1, a_2 \geq b_2); (\tilde{a} = \tilde{b}) \Leftrightarrow (a_1 = b_1, a_2 = b_2)]. \quad (1)$$

Согласно [1], интервалы \tilde{a} и \tilde{b} находятся в отношении $\tilde{a} > \tilde{b}$, когда \tilde{a} сдвинут вправо относительно \tilde{b} хотя бы одним концом, при возможном совпадении второго конца; в отношении $\tilde{a} \geq \tilde{b}$, когда \tilde{a} сдвинут вправо либо совпадает с \tilde{b} обоими концами; в отношении $\tilde{a} = \tilde{b}$, когда \tilde{a} и \tilde{b} совпадают обоими концами.

Как видно из [1], предложенный подход позволяет сводить оптимизационные задачи с интервальными параметрами к двум аналогичным задачам с детерминированными (точно заданными) параметрами. В результате оказалось возможным эффективное решение многих задач оптимизации в новой, более общей – интервальной постановке [3 – 6].

В то же время, как показано в [1], в ситуации, дополнительной к множеству ситуаций в правых частях (1), интервальные числа $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ и $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ не находятся между собой в отношениях $>$, \geq или $=$, т.е. попросту несравнимы. Таким образом

$$(\tilde{a} \not> \tilde{b}) \Leftrightarrow [(a_1 < b_1, a_2 > b_2) \cup (a_1 < b_1, a_2 > b_2)], \quad (2)$$

где $\not>$ означает несравнимость интервальных чисел по множеству отношений $\{>, \geq, =\}$. Как видно из (2), интервалы \tilde{a} и \tilde{b} несравнимы, если один из них накрывает другой. Невозможность сравнения интервальных чисел в некоторых случаях ограничивает класс практических задач оптимизации, допускающих решение. Для снятия этого ограничения введем более общий, отличный от [1] принцип сравнения интервальных чисел. Пусть, как и в [1], операции $\vee = \max$ и $\wedge = \min$ над интервальными числами вводятся как теоретико-множественные обобщения этих операций над вещественными числами:

$$\tilde{a} \vee \tilde{b} = \{a \vee b \mid a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}; \quad \tilde{a} \wedge \tilde{b} = \{a \wedge b \mid a \in \tilde{a}, b \in \tilde{b}\}. \quad (3)$$

Как выяснено в [1], случай сравнимости (несравнимости) интервалов \tilde{a} и \tilde{b} – это случай когда операция $\tilde{a} \vee \tilde{b}$ дает один из интервалов, а операция $\tilde{a} \wedge \tilde{b}$ – другой (случай, когда обе операции дают интервалы, отличные от \tilde{a} и \tilde{b} , что и делает \tilde{a} и \tilde{b} несравнимыми). Включим оба случая в новое определение сравнения интервальных чисел. Пусть $U(\tilde{a}, \tilde{b})$ – расстояние между интервалами \tilde{a} и \tilde{b} , определяемое согласно

$$U(\tilde{a}, \tilde{b}) = |\tilde{a} \setminus \tilde{b}| + |\tilde{b} \setminus \tilde{a}| + |\tilde{P}|, \quad (4)$$

где \tilde{P} – промежуток между \tilde{a} и \tilde{b} , имеющийся, когда \tilde{a} и \tilde{b} не пересекаются; $|\tilde{c}|$ – длина интервала \tilde{c} . Примем в качестве большего тот из интервалов \tilde{a}, \tilde{b} , который находится ближе к их формальному максимуму $\tilde{a} \vee \tilde{b}$ и дальше от их формального минимума $\tilde{a} \wedge \tilde{b}$, а в качестве меньшего – тот, который находится ближе к $\tilde{a} \wedge \tilde{b}$ и дальше от $\tilde{a} \vee \tilde{b}$.

Соответствующие формальные определения отношений интервальных чисел:

$$(\tilde{a} > \tilde{b}) \Leftrightarrow [U(\tilde{a}, \tilde{a} \vee \tilde{b}) < U(\tilde{b}, \tilde{a} \vee \tilde{b}), U(\tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b}) > U(\tilde{b}, \tilde{a} \wedge \tilde{b})];$$

$$(\tilde{a} \geq \tilde{b}) \Leftrightarrow [U(\tilde{a}, \tilde{a} \vee \tilde{b}) \leq U(\tilde{b}, \tilde{a} \vee \tilde{b}), U(\tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b}) \geq U(\tilde{b}, \tilde{a} \wedge \tilde{b})]; \quad (5)$$

$$(\tilde{a} = \tilde{b}) \Leftrightarrow [U(\tilde{a}, \tilde{a} \vee \tilde{b}) = U(\tilde{b}, \tilde{a} \vee \tilde{b}), U(\tilde{a}, \tilde{a} \wedge \tilde{b}) = U(\tilde{b}, \tilde{a} \wedge \tilde{b})].$$

Новому определению отношений интервальных чисел соответствуют следующие новые условия, при которых реализуются те или иные из этих отношений.

Теорема 1. Для того, чтобы два интервальных числа $\tilde{a} = [a_1, a_2]$ и $\tilde{b} = [b_1, b_2]$ находились в одном из отношений $>$, \geq , $=$ в смысле (5), необходимо и достаточно, чтобы их центры $(a_1 + a_2)/2$ и $(b_1 + b_2)/2$ находились в таком же отношении.

Теорема 1 позволяет сравнивать любые интервальные числа, что снимает вышеуказанные ограничения на класс решаемых оптимизационных задач.

1. Левин В. И. Дискретная оптимизация в условиях интервальной неопределенности // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7.
2. Алефельд Г., Херицбергер Ю. Введение в интервальные вычисления. М.: Мир, 1987.
3. Левин В. И. Булево линейное программирование с интервальными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 1994. № 7.
4. Левин В. И. Нелинейная оптимизация в условиях интервальной неопределенности // Кибернетика и системный анализ. 1999. № 2.
5. Левин В. И. Антагонистические игры с интервальными параметрами // Кибернетика и системный анализ. 1999. № 3.

СИНТЕЗ СМЕШАННЫХ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА В МАССИВАХ С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ

Левин В. И., Худяков А. В.
ПЕНЗЕНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, ATN@PENZA.COM.RU

РАССМОТРИМ ЧАСТИЧНО УПОРЯДОЧЕННЫЙ МАССИВ ИЗ n ОБЪЕКТОВ, СОСТОЯЩИЙ ИЗ q ПОЛНОСТЬЮ УПОРЯДОЧЕННЫХ ПОДМАССИВОВ. РЕШИМ ЗАДАЧУ СИНТЕЗА АЛГОРИТМОВ ПОИСКА r -ГО ПО ПОРЯДКУ ЭЛЕМЕНТА ЭТОГО МАССИВА $a^{(r)}$. ПРЕДСТАВИМ МАССИВ В ВИДЕ КВАЗИМАТРИЦЫ (МАТРИЦЫ С РАЗЛИЧНЫМ ЧИСЛОМ СТРОК)

$$A_q = \begin{vmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{vmatrix}. \quad (1)$$

Искомый элемент $a^{(r)}$ равен логическому определителю (ЛО) от квазиматрицы A_q (1), т.е. выражается в виде

$$a^{(r)} = A_q^r = \left| \begin{array}{ccc} a_{11} & \dots & a_{1m_1} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{q1} & \dots & a_{qm_q} \end{array} \right|^{(r)}. \quad (2)$$

Для получения алгоритма поиска элемента $a^{(r)}$ раскроем ЛО A_q^r по какой-либо формуле раскрытия. Для этого использовались формулы раскрытия [1], представляющие ЛО A_q^r в дизъюнктивно- и конъюнктивно-нормальных формах. Это дало дизъюнктивный и конъюнктивный алгоритмы поиска с трудоемкостью, растущей в общем случае экспоненциально по Q . Можно получить более экономные алгоритмы поиска. Для этого используем блочно-иерархическую процедуру раскрытия ЛО A_q^r . Раскрыв с помощью этой процедуры ЛО A_q^r в формуле (2), получим выражение искомого элемента $a^{(r)}$ множества A_q в виде некоторой поисковой функции НЛ. Эта функция является не дизъюнктивной или конъюнктивной, а смешанной – в ней операции дизъюнкции и конъюнкции НЛ чередуются. Смешанной поисковой функции соответствует смешанный алгоритм поиска.

Трудоемкость N_q^r поиска порядкового элемента $a^{(r)}$ в частично упорядоченном массиве, состоящем из q подмассивов, с помощью смешанного алгоритма поиска существенно меньше, чем с помощью дизъюнктивных и конъюнктивных алгоритмов. Величина N_q^r есть число операций НЛ в выражении ЛО A_q^r , полученном с помощью блочно-иерархической процедуры. При этом оказывается, что, N_q^r минимальна, если при выполнении процедуры строки на каждом этапе объединяются в блоки по две строки. В этом случае $N_q^r = crq$, $c - \text{const}$ ($c \leq 2$).

Трудоемкость поиска r -го порядкового элемента $a^{(r)}$ в частично упорядоченном массиве с q упорядоченными подмассивами растет линейно относительно r и q . Это дает возможность эффективно находить с помощью смешанных алгоритмов поиска элементы $a^{(r)}$ практически с любыми порядковыми номерами r в частично упорядоченных массивах с любым числом q упорядоченных подмассивов.

Достоинством подхода является возможность формализованного конструирования алгоритмов поиска. Главным недостатком – сложность конструирования алгоритмов поиска при больших размерах массивов. Он проистекает из конструирования алгоритмов "сверху", по сравнению с конкретно направленным подходом "изобретения" алгоритмов.

1. Левин В. И. Бесконечнозначная логика в задачах кибернетики. М.: Радио и связь, 1982.

ОБЪЕДИНЕНИЕ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОЦЕНОК ОБЪЕКТОВ

С ПОМОЩЬЮ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ

ЛЕВИН В. И.

ПЕНЗЕНСКИЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ, LEVIN@PTI.AC.RU

Часто в системах управления, отображения информации, экспертных системах бывает необходимо выбрать наиболее предпочтительный объект исходя из индивидуальных оценок объектов независимыми экспертами. Здесь проблема получения объективных оценок изучаемых, в условиях неопределенности, объектов сводится к агрегированию по некоторому разумному правилу имеющихся индивидуальных оценок объектов в единую коллективную оценку. Возможными правилами могут быть пересечение нечетких множеств, служащих индивидуальными оценками [1], конструирование "наиболее представительного эксперта", оценка которого принимается за коллективную [2]. Если неопределенность задачи выражается не в нечеткости индивидуальных оценок объектов, а в их различии у различных экспертов при оценивании одного и того же объекта, то правила агрегирования обычно основываются на эвристических соображениях [3]. Однако этот случай можно изучать и математически.

Пусть имеется два объекта A и B , которым m экспертов дают m различных оценок, соответственно, p_1, \dots, p_m и q_1, \dots, q_m . Тогда выбор лучшего (более предпочтительного) объекта сводится к сравнению и последующему выбору "большого" из векторов оценок $P = (p_1, \dots, p_m)$ и $Q = (q_1, \dots, q_m)$. Принципиальная трудность здесь в том, что лишь при $p_i > q_i, i = \overline{1, m}$, ясно, что $P > Q$ и, следовательно, A лучше B . Во всех остальных случаях сравнение векторов P и Q проблематично, так как сравнение их отдельных компонент может давать противоречивые результаты, объединение которых невозможно без знания весов компонент. Веса же можно получить только эвристически, что приводит к субъективности получаемых решений. Поэтому будем сравнивать векторы не покомпонентно, а как единое целое, вводя формальную операцию сравнения (взятия максимума и минимума) двух векторов как теоретико-множественное обобщение соответствующих операций с двумя числами.

Введем операции дизъюнкции $\vee = \max$ и конъюнкции $\wedge = \min$ непрерывной логики [4]. Соответствующие операции над векторами можно ввести покомпонентно:

$$P \vee Q = (p_i \vee q_i | i = \overline{1, m}); \quad P \wedge Q = (p_i \wedge q_i | i = \overline{1, m}). \quad (1)$$

Сравнение векторов и выбор большего (меньшего) из них на основе определения 1 осуществляется в соответствии со следующими условиями неравенства векторов:

$$(P \geq Q) \Leftrightarrow (P \vee Q = P, P \wedge Q = Q); (P > Q) \Leftrightarrow (P \vee Q = P, P \wedge Q = Q, P \neq Q). \quad (2)$$

То, что условия (2) внутренне непротиворечивы и, следовательно, реализуемы, вытекает из нижеследующих теорем 1 и 2.

ТЕОРЕМА 1. ДЛЯ ТОГО ЧТОБЫ ОПЕРАЦИИ НЛ \vee И \wedge НАД ДВУМЯ ВЕКТОРАМИ ИМЕЛИ СВОИМ РЕЗУЛЬТАТОМ ОДИН ИЗ НИХ, НЕОБХОДИМО И ДОСТАТОЧНО, ЧТОБЫ ОНИ НАХОДИЛИСЬ МЕЖДУ СОБОЙ В ОДНОМ ИЗ ОТНОШЕНИЙ $>$, \geq , $=$ СОГЛАСНО ОПРЕДЕЛЕНИЮ 1.

ТЕОРЕМА 2. ЕСЛИ ДИЗЬЮНКЦИЯ НЛ \vee НАД ДВУМЯ ВЕКТОРАМИ P И Q РАВНА ОДНОМУ ИЗ НИХ, ТО КОНЬЮНКЦИЯ \wedge РАВНА ДРУГОМУ И ОБРАТНО.

Отношения векторов согласно определению 1 на практике реализуются относительно редко, так что шансы на возможность сравнения двух векторов и выбора большего (меньшего) из них с помощью определения 1 достаточно малы. Поэтому введем более широкое определение отношений векторов.

Определение 2. Назовем расстоянием $u(P, Q)$ между векторами P и Q общее число элементов, которыми они различаются. Функция $u(P, Q)$ обладает всеми свойствами любого расстояния, а также следующими свойствами:

$$\begin{aligned} u(P, P \vee Q) &= u(Q, P \wedge Q); \quad u(Q, P \vee Q) = u(P, P \wedge Q); \\ [u(P, P \vee Q) < u(Q, P \vee Q)] &\Leftrightarrow [u(P, P \wedge Q) \geq u(Q, P \wedge Q)]. \end{aligned} \quad (3)$$

Последние и позволяют ввести более широкое (чем в определении 1) определение отношений векторов.

Определение 3. Произвольные векторы P и Q находятся в отношениях $>$, \geq , $=$ при таких условиях:

$P > Q$, если и только если $u(P, P \vee Q) < u(Q, P \vee Q)$, $u(P, P \wedge Q) > u(Q, P \wedge Q)$;

$P \geq Q$, если и только если $u(P, P \vee Q) \leq u(Q, P \vee Q)$, $u(P, P \wedge Q) \geq u(Q, P \wedge Q)$;

$P = Q$, если и только если $u(P, P \vee Q) = u(Q, P \vee Q)$, $u(P, P \wedge Q) = u(Q, P \wedge Q)$.

(4)

Согласно (4), чтобы вектор P был большим из двух векторов P и Q , нужно, чтобы P был ближе к дизъюнкции НЛ (максимуму) этих векторов и дальше от их конъюнкции НЛ (минимума), чем вектор Q . Нижеследующая теорема полностью дает условия нахождения векторов P и Q в одном из отношений $>$, \geq , $=$ согласно определению 3. В ней $K(P \square Q)$ обозначает число одноименных разрядов векторов P и Q , элементы которых находятся в отношении $p_i \square q_i$, $\square \in \{>, \geq, =\}$, т.е. это характеристика различия (сходства) векторов P и Q .

Теорема 3. Для того чтобы два вектора P и Q находились в одном из отношений $>$, \geq , $=$, в смысле определения 3, необходимо и достаточно, чтобы в таком же отношении находились характеристики различия этих векторов $K(P > Q)$ и $K(Q > P)$, т.е. $(P \square Q) \Leftrightarrow [K(P > Q) \square K(Q > P)]$.

(5)

Так как $K(\cdot)$ – числа, а сравнение чисел по отношениям $>$, \geq , $=$ всегда возможно, сравнение векторов по отношениям $>$, \geq , $=$ в смысле определения 3, как показывает теорема 3, тоже всегда возможно. Тем самым оказывается всегда возможным выбор лучшего (более предпочтительного) из двух объектов, с последующим обобщением на случай любого числа объектов.

1. Bellman R. E., Zadeh L. A. Decision Making in Fuzzy Environment // Management Science. 1970. V. 17. № 4.
2. Левин В. И. Новое обобщение операций над нечеткими множествами // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2001. № 1.
3. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений. М.: Логос, 2000.
4. Левин В. И. Дискретная оптимизация в условиях интервальной неопределенности // Автоматика и телемеханика. 1992. № 7.

АНАЛИЗ ХАРАКТЕРИСТИК КОНВЕЙЕРНЫХ СИСТЕМ МЕТОДАМИ НЕПРЕРЫВНОЙ ЛОГИКИ

Левин В. И.

Пензенский технологический институт, levin@pti.ac.ru

Рассматривается m -ступенчатая конвейерная производственная система, выполняющая n последовательно поступающих в нее работ. Каждая работа проходит последовательно ступени $1, \dots, m$. В любой ступени поступившая работа начинает выполняться немедленно (если ступень свободна) или с задержкой, нужной для завершения предыдущей работы. Работы проходят все ступени в одной и той же последовательности. Время выполнения работы j в ступени i равно a_{ij} .

Времена a_{ij} образуют матрицу времен работы $A = \|a_{ij}\|$, которая считается известной. Характеристикой производительности системы считается время T выполнения всех работ. Задача заключается в нахождении эффективных алгоритмов: вычисления T и других характеристик системы; анализа зависимости характеристик от параметров системы A, m, n ; синтеза оптимальных последовательностей подачи работ на вход системы, обеспечивающих минимальное время T .

Решение задачи получено путем построения математической модели системы с использованием аппарата непрерывной логики (НЛ), с базовыми операциями дизъюнкции $\vee = \max$ и конъюнкции $\wedge = \min$, и аппарата логических определителей (ЛО), представляющих собой многомерное обобщение НЛ. Для матрицы $A = \|\|a_{ij}\|\|$ ЛО A^\vee вводится как ее числовая характеристика, равная дизъюнкции НЛ всех сумм элементов a_{ij} , расположенных вдоль всех ступенчатых путей от северо-западного к юго-восточному углу матрицы A . Доказано, что $T = A^\vee$. Тем самым вычисление (анализ) характеристики производительности системы T сводится к вычислению (анализу алгебраических свойств) ЛО A^\vee от матрицы времен работ системы A . Так же проводится вычисление (анализ) характеристик загрузки системы. В терминах операций НЛ и ЛО над параметрами системы получены необходимые и/или достаточные условия приоритета произвольной работы i относительно произвольной работы j . Проверка выполнения этих условий для всех пар работ позволяет строить оргграф попарных приоритетов работ, который является математической моделью оптимизации порядка работ в системе. После этого синтез оптимальных последовательностей работ сводится к поиску гамильтоновых путей в указанном оргграфе, т.е. путей, включающих все вершины графа ровно по одному разу.

1. Левин В. И. Структурно-логические методы исследования сложных систем. М.: Наука, 1987.

ОБ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМАХ В РЕЛЕЙНО-ЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМАХ С СИНХРОННЫМИ КОНЕЧНЫМИ АВТОМАТАМИ

Тищенко Л. Г.

Ростовская-на-Дону государственная академия сельхозмашиностроения

Пусть объект управления описывается уравнением

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + bu(t), \quad (1)$$

где $x(t)$ – n -мерный вектор параметров состояния; A – вещественная постоянная матрица размера $n \times n$; b – n -мерный вещественный постоянный вектор; $u(t) = D(y[kT_0])$ – функция, постоянная для каждого такта T_0 функционирования синхронного конечного автомата (СКА). D – оператор преобразования выходного сигнала СКА в управляющее воздействие на объект.

ПОД СИНХРОННЫМ КОНЕЧНЫМ АВТОМАТОМ ПОНИМАЕТСЯ ДИНАМИЧЕСКОЕ УСТРОЙСТВО, УСТАНОВЛИВАЮЩЕЕ ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ВХОДОМ И ВЫХОДОМ В СООТВЕТСТВИИ С ПРИНЯТЫМ ЛОГИЧЕСКИМ ЗАКОНОМ УПРАВЛЕНИЯ. В ДИСКРЕТНЫЕ МОМЕНТЫ ВРЕМЕНИ ВЫПОЛНЯЮТСЯ СЛЕДУЮЩИЕ УСЛОВИЯ: А) СИГНАЛ НА ВХОДЕ СКА МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ ЗНАЧЕНИЯ ИЗ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА $S = \{s_1, s_2, \dots, s_m\}$; Б) СКА МОЖЕТ НАХОДИТЬСЯ В КОНЕЧНОМ ЧИСЛЕ ВНУТРЕННИХ СОСТОЯНИЙ $Q = \{q_1, q_2, \dots, q_p\}$; В) СИГНАЛ НА ВЫХОДЕ СКА МОЖЕТ ПРИНИМАТЬ ЗНАЧЕНИЯ ИЗ КОНЕЧНОГО МНОЖЕСТВА $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_r\}$.

Сигнал на входе СКА в каждый момент времени $t = kT_0$ принимает определенное значение $s_j \in S$, если наблюдаемый вектор параметров состояния $x(t)$ принадлежит некоторому подпространству X_j фазового пространства системы X . Формирование этого сигнала осуществляется с помощью устройства формирования линии переключения, задачей которого является отнесение в каждый дискретный момент времени наблюдаемого вектора параметров состояния к определенному подпространству $X_j \subset X$. Это можно интерпретировать как разбиение n -мерного фазового пространства X на m непересекающихся областей X_1, X_2, \dots, X_m . Разделяющие эти области поверхности $F_{ij}(x_1, x_2, \dots, x_n) = 0$ могут быть найдены с помощью дискриминантных функций, которые могут быть заданы различными способами. Например, линейная дискриминантная функция имеет вид:

$$d_i(x) = \sum_{k=1}^n a_{ik} x_k + a_{in}.$$

В этом случае разделяющая поверхность является гиперплоскостью в пространстве X и описывается уравнением

$$F_{ij}(x) = \sum_{k=1}^n (a_{ik} - a_{jk}) x_k + (a_{i,n+1} - a_{j,n+1}) = 0.$$

Функционирование синхронного конечного автомата определяется двумя функциями:

функцией переходов $q[kT_0] = \lambda(s[kT_0], q[(k-1)T_0])$;

функцией выходов $y[kT_0] = \delta(s[kT_0], q[(k-1)T_0])$.

Эти логические функции могут быть заданы с помощью матрицы переходов и матрицы выходов [1]. Для СКА, имеющего p внутренних состояний, матрица переходов $M = \{m_{ij}\}$ содержит p строк и p столбцов. Её элемент m_{ij} представляет собой путь длины единица, ведущий из состояния q_i в состояние q_j . Под путем в автомате здесь понимается всякая последовательность попарно чередующихся символов внутреннего состояния и входного алфавита, а именно

$$P = q_{j_0} s_{i_1} q_{j_1} \dots q_{j_{k-1}} s_{i_k} q_{j_k},$$

при условии, что для любого $n = 1, 2, \dots, k$ состояние $q_{j_{n-1}}$ переводится входным сигналом s_{i_n} в состояние q_{j_n} . Число k называется длиной пути.

Последовательность входных сигналов $s_{i1}, s_{i2}, \dots, s_{ik}$, получающаяся в результате удаления из пути P символов внутреннего состояния, называется входной для автомата последовательностью, соответствующей пути P . Очевидно, что путь P однозначно определяется соответствующей ему входной последовательностью и начальным состоянием автомата q_{j0} . Каждому пути длины k соответствует определенная последовательность выходных символов автомата $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{ik}$. Если число членов последовательности неограниченно, то она называется бесконечной. Любая бесконечная входная и выходная последовательности называются периодическими, если для любого $1 \leq n \leq k$ выполняются условия: $s_{i,n} = s_{i,n+r \cdot N}$, $Y_{i,n} = Y_{i,n+r \cdot N}$, где N – целое положительное число, называемое периодом, $r = 0, 1, 2, \dots$

После введения необходимых определений перейдем к рассмотрению взаимосвязи двух видов установившихся движений в системе с функционированием СКА. Рассматриваются статические установившиеся движения и периодические установившиеся движения с периодом N , кратным периоду квантования T_0 . Имеют место следующие теоремы.

Теорема 1. Любому статическому установившемуся движению в системе с СКА соответствует либо простой бесконечно повторяющийся циклический путь длины единица (петля на схеме графа автомата), либо бесконечно повторяющийся простой циклический путь длины N , для которого последовательность входных символов является константной.

Для первого типа путей $P = \{a_{j0} s_{i1} a_{ji}\}$ константной входной последовательности $s_{j1}, s_{j1}, s_{j1}, \dots$ соответствует константная выходная последовательность $Y_{i1}, Y_{i1}, Y_{i1}, \dots$

Для второго типа бесконечно повторяющихся простых путей длины N (множество P'') константной входной последовательности может соответствовать не только константная, но и периодическая выходная последовательность $Y_{i1}, Y_{i2}, \dots, Y_{iN}, Y_{i1}, \dots$. Возможные значения периода N определяются на основании следующего следствия, вытекающего из теоремы о преобразовании периодических входных последовательностей в периодические выходные [2].

Следствие. Если СКА имеет p попарно различных внутренних состояний, то при подаче на его вход константной последовательности соответствующая ей выходная последовательность имеет период N , длина которого может быть одним из чисел $1, 2, \dots, p$.

Сформулируем правила, с помощью которых можно определить все возможные в СКА пути, которым соответствуют установившиеся режимы в системе. Если СКА задан с помощью графа или матрицы переходов M , то пути первого типа определяются непосредственно. На графе им соответствуют петли, а в матрице переходов – диагональные элементы.

Для нахождения простых бесконечно повторяющихся путей второго типа используется следующий алгоритм: 1) по матрице переходов M построить матрицу M' , которая отличается от исходной только тем, что у нее диагональные элементы заменены нулями. Положить $k=1$; 2) определить матрицу $M := MM'$; в полученной матрице заменить каждый диагональный элемент нулем; 3) если $k+1 < p$, возвратиться к пункту 2. При $k+1 = p$ процесс перемножения матриц прекратить;

4) исключенные на каждом шаге (кроме первого) диагональные элементы образуют множество простых циклических путей P'' длины $k = 2, 3, \dots, p-1$; 5) из множества P'' выбираются те, которые имеют константные выходные последовательности.

Сформулированная выше теорема 1 и правила дают возможность высказать следующее предложение 1: Для определения статических установившихся движений, возможных в системах автоматического управления с СКА, необходимо рассмотреть все бесконечно повторяющиеся простые циклические пути, имеющие длину $k=1$, и при $k=2, 3, \dots, N$ все пути, имеющие константные выходные последовательности.

Для релейно-логических систем управления с СКА характерными являются изолированные периодические режимы с периодом N , кратным периоду квантования.

Теорема 2. Всякому периодическому режиму с периодом N , возможному в системе автоматического управления с СКА, соответствует некоторый бесконечно повторяющийся циклический путь длины N в автомате.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ ЛЕГКО ПРОВОДИТСЯ МЕТОДОМ ОТ ПРОТИВНОГО. НА ОСНОВАНИИ ЭТОЙ ТЕОРЕМЫ МОЖНО СФОРМУЛИРОВАТЬ СЛЕДУЮЩЕЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ 2. ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕЖИМОВ, ВОЗМОЖНЫХ В РЕЛЕЙНО-ЛОГИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ С СКА, НЕОБХОДИМО РАССМОТРЕТЬ ВСЕ БЕСКОНЕЧНО ПОВТОРЯЮЩИЕСЯ ЦИКЛИЧЕСКИЕ ПУТИ ДЛИНЫ N ДЛЯ ДАННОГО АВТОМАТА.

ВАЖНОСТЬ ЭТОГО ПРЕДЛОЖЕНИЯ УСИЛИВАЕТ СЛЕДУЮЩАЯ ТЕОРЕМА.

Теорема 3. Число бесконечно повторяющихся циклических путей длины N для заданного автомата с попарно различными внутренними состояниями конечно и определяется выражением $|P_N| = \sum_{i=1}^p \lambda_i^N$, где

λ_i – характеристические числа скелетной матрицы автомата.

Доказательство теоремы 3. Под скелетной матрицей автомата понимается матрица $M_{ск}$, получаемая из матрицы переходов автомата M заменой ее элементов числом, указывающим, сколько путей ведет из одного состояния в другое. Известно [2], что число циклических путей длины k для каждого заданного состояния q_j СКА равно диагональному элементу $(m_{jj}^{ck})^N$ матрицы $(M_{ск})^N$.

Отсюда непосредственно следует, что число бесконечно повторяющихся циклических путей длины N для заданного автомата

$$|P_N| = \sum_{i=1}^p (m_{ii}^{ck})^N = Sp(M_{ск})^N = \sum_{i=1}^p \lambda_i^N,$$

где $Sp(M_{ск})^N$ – след матрицы $(M_{ск})^N$.

Для фактического выявления всех бесконечно повторяющихся циклических путей длины N можно предложить следующий алгоритм: 1) последовательно образовывать степени матрицы переходов M^k . Ее элементы представляют собой пути длины k , ведущие из одного внутреннего состояния автомата в другое; 2) выписать все диагональные элементы матрицы M^N . Они образуют множество всех циклических путей длины k .

Сложность диагональных элементов в матрицах переходов k -ой степени резко возрастает с ростом числа k . Но виноват в этом не способ, а сам факт наличия колоссального числа циклических путей в автомате и соответственно этому большое разнообразие периодических режимов, возможных в автоматических системах с релейно-логическим управлением, реализуемым с помощью синхронных конечных автоматов.

Каждому периодическому режиму соответствует периодическая последовательность сигналов на выходе СКА, которая поступает на линейную непрерывную часть (ЛИЧ) системы, описываемую уравнением (1). Реакция ЛИЧ является функцией начальных условий. Если существуют начальные условия, для которых $x[0] = x[NT_0]$, и при этом на выходе устройства формирования линии переключения имеет место периодическая последовательность $s[nT_0] = s[(n+N)T_0]$, то в системе возможен периодический режим данного типа. Эта задача легко решается с помощью аппарата z -преобразований или для систем второго порядка методом разностной фазовой плоскости.

1. Кобринский Н. Е., Трахтенброт Б. А. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Фитматгиз, 1962.
2. Гилл А. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Мир, 1966.

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ СИНТЕЗА ГИБКИХ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ ХИМИКО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Дворецкий Д. С.

Тамбовский государственный технический университет

В соответствии с разработанной нами методологией интегрированного проектирования гибких автоматизированных химико-технологических систем (ХТС) последовательно решаются три основные задачи: 1) анализ гибкости (работоспособности) химико-технологических процессов (ХТП) и аппаратов при наличии неопределенности в физической, химической и технологической информации и формирование альтернативных вариантов гибких ХТС (множеств A , D и Z допустимых типов аппаратурного оформления ХТП, конструктивных параметров и режимных переменных ХТС; 2) анализ гибких ХТС как объектов управления и формирование альтернативных классов, структур и алгоритмов систем управления режимами ХТП; 3) многокритериальный синтез гибких автоматизированных ХТС при наличии неопределенности в исходных данных методом имитационного моделирования.

Будем считать ХТС гибкой, если при заданном ассортименте Ω выпускаемых продуктов ω_i и фиксированном векторе $d \in D$ существует вектор $z \in Z$ такой, что выполняется условие в "мягкой" форме [1, 2]

$$\forall \omega_i \in \Omega \quad \chi(d) = \text{Вер}_0[\min_{z \in Z} \max_{j \in J} g_j(d, z, \theta) \leq 0] \geq \rho_{\text{зад}},$$

или жестко [1]

$$\forall \omega_i \in \Omega \quad \chi(d) = \max_{\theta \in T} \min_{z \in Z} \max_{j \in J} g_j(d, z, \theta) \leq 0,$$

где $\theta \in T$ – вектор неопределенных параметров, $T = \{\theta | \theta^L \leq \theta \leq \theta^U\}$; $g_j(\bullet)$ – функции технологических ограничений (на производительность, качество выпускаемых продуктов, безопасность производства, уровни энерго- и ресурсосбережения, экологической чистоты и т.п.); $\chi(d)$ – критерий гибкости ХТС; $\rho_{\text{зад}}$ – заданное значение вероятности выполнения ограничений.

Нами анализируются экономичные алгоритмы вычисления критерия гибкости $\chi(d)$. В качестве альтернативных классов систем управления для ХТС непрерывного действия рассматриваются: локальные АСР с оптимальными заданиями регуляторам и многоуровневые адаптивные системы статической оптимизации; 2) для ХТС периодического (полунепрерывного) действия – системы оптимального управления, отличающиеся постановками задач и алгоритмами синтеза оптимального управления.

Выбор структуры локальных АСР осуществляется с использованием множеств регулируемых (наблюдаемых) переменных и допустимых управляющих воздействий по критерию структурной управляемости. Выбранные структуры локальных АСР ранжируются по критерию сложности и экономической целесообразности. При этом учитываются наблюдаемость выходных переменных, оценка затрат на разработку необходимых датчиков и приборов автоматического контроля, возможность и точность прогноза выходных переменных по косвенным показателям, динамические свойства каналов управления (запаздывание, показатели инерционности и регулируемости) [3].

Для решения задач оптимальной стабилизации режимов непрерывных ХТП и оптимального управления периодическими (полунепрерывными) нелинейными ХТП на базе метода аналитического конструирования оптимальных регуляторов применяются универсальные быстродействующие алгоритмы синтеза оптимального управления по критерию обобщенной работы.

Задачи многокритериального синтеза гибких автоматизированных ХТС при наличии неопределенности в исходных данных нами формулируются как одно- и двухэтапные с "мягкими" и "жесткими" ограничениями. Обсуждаются особенности этих задач и методы их решения, проводится сравнительный анализ трудоемкости и эффективности существующих и предлагаемых методов решения данного типа задач на примере синтеза гибких автоматизированных реакторных установок производства азопигментов непрерывного и полунепрерывного действия. Установлено, что постановка одноэтапных задач оптимального синтеза предполагает реализацию оптимальных решений в классе локальных АСР с оптимальными заданиями регуляторам, тогда как постановка двухэтапных задач – в классе многоуровневых

адаптивных систем статической оптимизации (АССО). При синтезе реакторных установок азопигментов непрерывного действия получены следующие результаты: 1) приведенные затраты для гибкого автоматизированного комплекса "ГАХТС азопигментов – лучшая из допустимых АСР" составляют 72219 тыс. р./т; 2) приведенные затраты для комплекса "ГАХТС азопигментов – АССО" – 70233 тыс. р./т.

Однако, следует отметить, что при оценке эффективности комплекса "ГАХТС азопигментов – АССО" не учитывались погрешности идентификации неопределенных параметров и реализации оптимальных режимов, что всегда будет иметь место при эксплуатации производства, а также дополнительные затраты на подготовку высококвалифицированного обслуживающего персонала, что, очевидно, приведет к снижению эффективности функционирования комплекса "ГАХТС азопигментов – АССО". Таким образом, окончательный выбор наиболее эффективного гибкого автоматизированного комплекса (из немногочисленного набора оставшихся альтернатив) должен осуществляться на основании экспериментальной проверки их функционирования в опытно-промышленных условиях.

1. Островский Г. М., Волин. Ю. М. О новых проблемах в теории гибкости и оптимизации ХТП при наличии неопределенности // ТОХТ. 1999. Т. 33. № 5.
2. Бодров В. И., Дворецкий С. И., Дворецкий Д. С. Оптимальное проектирование энерго- и ресурсосберегающих процессов ... // ТОХТ. 1997. Т. 31. № 5.

О КОНСТРУКТИВНОМ РЕШЕНИИ НЕКОРРЕКТНО ПОСТАВЛЕННОЙ ЗАДАЧИ ПОЛЕТА НЕСТАБИЛИЗИРОВАННОГО СНАРЯДА

Романов В. И.

ГОСУДАРСТВЕННЫЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ
ОРГАНИЧЕСКОЙ ХИМИИ И ТЕХНОЛОГИИ

При рассмотрении аварийных ситуаций с химическими боеприпасами (ХБП), подлежащими уничтожению, возникает задача их возможного полета из очага пожара при разгерметизации внутреннего объема, содержащего отравляющие вещества (ОВ) типа зарина, зомана или VX-газа. Покидающие место пожара снаряды являются пожаро- и токсически опасными, приводя к возникновению новых очагов подобных инцидентов.

Полет снаряда может произойти под действием реактивной струи продуктов термического разложения ОВ, истекающих через отверстие запального стакана, разрушенного внутренним давлением перегретой парогазовой смеси. Причем для возможности такого полета снаряд должен быть ориентирован запальным стаканом вниз.

После разрушения внутренней полости боеприпаса и выхода рабочего тела в виде парогазовой высокотемпературной струи снаряд вылетает, набирает скорость и высоту, пока не испарится его токсическое содержимое. Затем его полет происходит по баллистической кривой под действием сил тяжести и сопротивления воздуха.

Отметим, что ХБП, снаряженный отравляющим веществом, транспортируется и хранится с отсоединенным двигательным блоком. В этом блоке находится топливо, приводящее в штатном режиме его в движение.

В случае нарушения целостности запального стакана перегретая парогазовая струя вырывается из отверстия и при определенных условиях может привести к полету снаряда. При таком "обратном" истечении струи снаряд становится аэродинамически нестабилизированным, так как центр приложения к нему аэродинамических сил расположен к "носу" ближе, чем центр тяжести. Поэтому движение х БП происходит с вращением в плоскости полета.

Дифференциальные уравнения движения аварийного боеприпаса из очага пожара записываются в следующем виде:

$$M \frac{dv}{dt} = R - G_l - X; \quad Mv \frac{d\alpha}{dt} = Y - G_{\perp}; \quad J \frac{dw}{dt} = M_a - M_G - M_R, \quad (1), (2), (3)$$

где J , w – момент инерции тела и его угловая скорость; v , α – скорость боеприпаса при движении по траектории и угол ее наклона к горизонту; R , X , Y – сила реакции парогазовой струи, сила лобового сопротивления движению тела, подъемная сила; G_l , G_{\perp} – составляющие силы тяжести на направление движения БП и на поперечное направление; M_a , M_G , M_R – моменты действующих на БП сил: аэродинамической, тяжести и реакции струи; M , t – масса тела и временная координата.

Соотношения (1) – (3) дополняются геометрическими связями приращений координат x БП в процессе его полета в плоскости $\{xz\}$: $dx = dl \cos \alpha$; $dz = dl \sin \alpha$ и связью приращений пути БП dl с приращением временной координаты dt и скоростью движения v : $dl = v dt$.

В этих соотношениях x , z – горизонтальная и вертикальная координаты в лабораторной системе координат.

В начальный момент времени задаются значения динамических, массовых и геометрических характеристик x БП. Кроме того, считаются известными функции, определяющие характеристики истечения струи и ее силовые параметры – R и M_R .

Строго говоря, записанная выше система дифференциальных уравнений является некорректной, а ее решение – неоднозначным из-за аэродинамической нестабилизированности взлетающего аварийного x БП.

Необходимо отметить, что для решения физической задачи, описываемой дифференциальными уравнениями, требуется найти такое его решение, которое бы удовлетворяло граничным и начальным условиям. В частности, для задачи движения снаряда под действием сил тяжести, реактивной струи и аэродинамического сопротивления требуется задание условий при $t = 0$ (или при $l = 0$, если уравнение составлено относительно продольной координаты l). Кроме того, решение должно быть устойчивым относительно небольших изменений начальных и граничных условий.

Другими словами, для корректно поставленной задачи небольшие изменения начальных и граничных условий приводят к малым изменениям решений уравнений. Только при выполнении этого условия математическая задача решения дифференциального уравнения может считаться применимой для описания реального физического явления.

Уравнение (2) (а относительно координаты l также и уравнение (1)) имеет особенность при $v = 0$, отражающую факт физической неустойчивости решения при $t = 0$. Небольшие флуктуации внешних воздействий (v и w) на изделе приводят к заметному изменению характера движений объекта. В частности, при смене знака угловой скорости w в момент старта снаряда траектории его полета будут совершенно различными.

Такая ситуация, приводящая к неоднозначности решения задачи движения нестабилизированного боеприпаса при истечении из него струи, может возникнуть из-за того, что в момент старта имеется флуктуация метеопараметров, неравномерно динамическое поле струи в ее выходном сечении или имеется механическое воздействие препятствия на ХБП. Таким образом, из-за незначительных изменений в параметрах истекающей струи, метеопараметров или механических внешних воздействий в момент потери аварийным ХБП герметичности может появиться дестабилизирующая сила, изменяющая пространственно-временной характер движения объекта.

Для устранения этого математического казуса при $t = 0$ необходимо задать ненулевые значения траекторной и угловой скоростей движения объекта. Тогда дальнейшее решение дифференциальных уравнений приобретает корректную форму.

Проведенные расчеты показали, что при полете боеприпаса с химическим ОВ время его истечения через отверстие запального стакана значительно меньше полного времени полета по траектории. Поэтому для инженерных приложений можно использовать приближенный подход, учитывающий вращение ХБП только на участке его пассивного полета, а разгонное движение снаряда считать происходящим без изменения угла α .

Тогда уравнение (3) можно исключить из рассмотрения и вращение БП учитывать введением эффективного миделева сечения $S_M = \sqrt{LD}$, где L и D – длина и диаметр снаряда.

Результаты расчетов траекторий полета аварийных снарядов при таком подходе для разных углов вылета из очага пожара представлены на графиках (рис. 1).

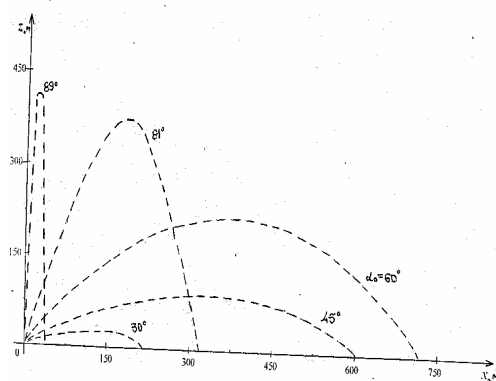


Рис. 1. Траектория движения аварийных боеприпасов с зоманом для различных углов вылета из очага пожара:
активный (—) и пассивный (- - -) участки полета;
масса БП 22,2 кг; масса ОВ 1,3 кг; калибр 122 мм

ОПТИМИЗАЦИЯ В СХЕМЕ НЕЗАВИСИМЫХ ИСПЫТАНИЙ

Трепачев В. В., Прыгунов А. Г., Олейник С. В.

Ростовская-на-Дону государственная академия сельхозмашиностроения

Постановка задачи описывается схемой независимых испытаний. Закон распределения задан с помощью известной формулы Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$, где p – вероятность появления события в каждом испытании, n – число испытаний, k – число появлений события в n испытаниях. Правую часть формулы следует рассмотреть, как функцию трех переменных p , k , где $0 < p < 1$, а n и k – дискретные переменные, и провести оптимизацию по каждой переменной в отдельности. При оптимизации по дискретным переменным n , k следует использовать понятие приращения функции. В результате можно прийти к известному понятию наиболее вероятного числа появлений события и интересным выводам, которые не обсуждались ранее. Например, показано, что математическое ожидание биномиального распределения np оптимизирует решение одновременно по двум переменным, если его значение np является натуральным числом. Результат имеет большое значение при проведении планирования дорогостоящих испытаний. Выделены два набора дискретных значений вероятности появления события в одном испытании $p = k/n$, $k = 1, 2, \dots, n-1$; $p = (k+1)/(n+1)$, $k = 0, 1, 2, \dots, n-1$. В окрестности каждого указанного значения p можно выделить две качественно различные области. В первой области происходит увеличение значений $P_n(k)$, а в другой области уменьшение значений $P_n(k)$ при проведении оптимизации по заданной переменной. Переход во вторую область значений p приводит к существенному уменьшению вероятностной оценки испытаний, если число испытаний невелико. Таким образом, изложены три разных оптимизационных задачи в схеме независимых испытаний: 1) оптимизация по числу испытаний; 2) оптимизация по вероятности появления события в единичном испытании; 3) оптимизация по числу появления события. Далее подробно изложена двумодальная структура биномиального распределения, что способствует более глубокому пониманию схемы независимых испытаний.

Приложение данной теории рассмотрим на конкретном примере.

Пусть имеется устройство из n элементов, работающих независимо. Вероятность отказа элементов в момент включения равна $p = 1/n$. Требуется найти наивероятнейшее число отказавших элементов устройства и вероятность этого события. Нетрудно показать, что

$$k_0 = pn = 1, P_n(k_0) = (1 - 1/n)^{n-1} \text{ и } \lim_{n \rightarrow \infty} P_n(1) = 1/e.$$

Предельное значение $P_n(1)$, которое равно $1/e$ в точности соответствует значению, полученному из формулы Пуассона для редких событий при $k = 1$ и $\lambda = 1$. Согласно проведенным расчетам, формула Пуассона для редких событий приближает биномиальное распределение с недостатком в данной задаче, т.е. указывает значение вероятности, которое меньше точного значения.

**ОЦЕНКА ФРАКТАЛЬНОЙ РАЗМЕРНОСТИ
НЕУПОРЯДОЧЕННОЙ ДВУХМЕРНОЙ СТРУКТУРЫ**
Аринштейн Э. А., Пилипенко В. А., Шабаева Н. И., Флягин М. Я.
Тюменский государственный университет, EARIN@utmn.ru

Распределение примесей или дефектов в кристалле, формирования залежей некоторых полезных ископаемых и осадочных пород, а также образование ряда других нерегулярных структур могут быть промоделированы процессом случайного заполнения ячеек, на которые разбит объем трехмерной или площадь двухмерной области.

Вероятность заполнения ячеек определяется их размером – соответственно объемом или площадью. Первоначально размеры всех ячеек одинаковы, но после появления заполненной ячейки вероятность заполнения соседних ячеек меняется под влиянием поля заполненной ячейки.

Этот эффект можно промоделировать следующим образом. Выбор ячейки производит генератор случайных чисел, дающий в случае двухмерной модели две координаты ячейки. После этого размер заполненной ячейки по обеим координатам приравнивается нулю и производится пересчет размеров соседних ячеек по всем осям в соответствии со значением поля в этих ячейках. Затем процесс повторяется. При этом первая ячейка становится центром образования зародыша нерегулярной структуры. Ячейки, расположенные достаточно далеко от этого зародыша, могут стать центрами образования новых зародышей.

Заполнение заданного количества ячеек моделирует нерегулярную структуру. Одной из характеристик этой структуры является фрактальная размерность зародышей. Для ее определения подсчитывают число заполненных ячеек, расположенных в последовательных координатных слоях вокруг центров зародышей, и имеющих радиусы, определяемые из первоначального разбиения области на ячейки. Зависимость числа заполненных ячеек от координатного радиуса определяет фрактальную размерность зародыша.

Надежность численного определения размерности определяется достаточным количеством статистических испытаний.

**МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ
С ОРИЕНТАЦИЕЙ НЕРАВНОЗНАЧНЫХ КАНАЛОВ**

Зотов А. И.

Ростовская-на-Дону государственная академия сельскохозяйственного машиностроения

Вопросы моделирования систем массового обслуживания (СМО) с ориентацией изучены достаточно глубоко. В большей степени это относится к приоритетным системам, которые характеризуются двумя или более входными потоками неоднородных заявок и одним обслуживающим каналом, ориентируемым на прием заявки, принадлежащей какому-то из входных потоков. Одним из основных объектов приложения теоретических результатов названных исследований явились вычислительные системы, информационные комплексы и сети [1].

НЕОБХОДИМОСТЬ РЕШЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ (В ЧАСТНОСТИ, ОРГАНИЗАЦИЯ ТАМОЖЕННОГО ОФОРМЛЕНИЯ) ОПРЕДЕЛИЛА ДРУГОЙ ВИД ЗАДАЧИ АНАЛОГИЧНОГО КЛАССА. СУЩНОСТЬ ЕЕ СОСТОИТ В ТОМ, ЧТО НА ВХОД МНОГОКАНАЛЬНОЙ СМО С ОРИЕНТАЦИЕЙ ПОСТУПАЕТ БОЛЕЕ ОДНОГО ПОТОКА РАЗНОРОДНЫХ ЗАЯВОК. ПРИ ЭТОМ ЗАЯВКИ ОДНОГО ПОТОКА МОГУТ ОБСЛУЖИВАТЬСЯ В ЛЮБОМ ИЗ КАНАЛОВ СИСТЕМЫ (НАЗОВЕМ ИХ "ТИПОВЫМИ"), В ТО ЖЕ ВРЕМЯ ЗАЯВКИ ДРУГОГО ПОТОКА МОГУТ ОБСЛУЖИВАТЬСЯ ТОЛЬКО В ОПРЕДЕЛЕННОМ КАНАЛЕ (НАЗОВЕМ ИХ "СПЕЦИАЛЬНЫМИ"). КАНАЛЫ ОРИЕНТИРУЮТСЯ НА ПРИЕМ ЗАЯВОК. ВРЕМЯ ОРИЕНТАЦИИ (ПОДГОТОВКИ) КАНАЛОВ СЛУЧАЙНОЕ, ОСТАЛЬНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ СМО (ДИСЦИПЛИНА ОЧЕРЕДИ, ЦЕЛИ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ДР.) ЛИШЬ МОДИФИЦИРУЮТ МОДЕЛЬ, ПРИВЯЗЫВАЯ ЕЕ К ОБЪЕКТУ ИССЛЕДОВАНИЙ, НО НЕ ИЗМЕНЯЮТ КЛАСС. ТАКИЕ СИСТЕМЫ НАЗВАНЫ СМО С ОРИЕНТАЦИЕЙ НЕРАВНОЗНАЧНЫХ КАНАЛОВ.

ПРЕДСТАВЛЯЕТ ИНТЕРЕС ЗАДАЧА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПУТЕЙ ИССЛЕДОВАНИЯ ТАКИХ СИСТЕМ С ЦЕЛЬЮ ПОЛУЧЕНИЯ ОСНОВНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК, ОТНОСЯЩИХСЯ К ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ, ЗАГРУЖЕННОСТИ И ОРГАНИЗАЦИИ ОБСЛУЖИВАНИЯ.

В КАЧЕСТВЕ ОБЪЕКТА ИССЛЕДОВАНИЯ РАССМАТРИВАЕТСЯ ПРОСТЕЙШИЙ СЛУЧАЙ – ДВУХКАНАЛЬНАЯ СИСТЕМА ТИПА $M2/G2/2/\infty$. В ЭТОЙ ДВУХКАНАЛЬНОЙ СМО С ДВУМЯ НЕЗАВИСИМЫМИ ПУАССОНОВСКИМИ ПОТОКАМИ НА ВХОДЕ СЛУЧАЙНЫМИ ВЕЛИЧИНАМИ СЧИТАЮТСЯ: ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ЗАЯВОК ПРИ НЕПОСРЕДСТВЕННОМ ПРЕБЫВАНИИ ИХ В КАНАЛЕ (ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $F_1(T)$ И $F_2(T)$), ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ОРИЕНТАЦИИ ОБОИХ КАНАЛОВ (1 И 2) К ПРИЕМУ "ТИПОВЫХ" ЗАЯВОК (ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $H_1(T)$) И ДЛИТЕЛЬНОСТЬ ОРИЕНТАЦИИ ВЫДЕЛЕННОГО ДЛЯ ПРИЕМА "СПЕЦИАЛЬНЫХ" ЗАЯВОК КАНАЛА К ПРИЕМУ ЭТОГО ВИДА ЗАЯВОК (ФУНКЦИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $H_2(T)$). ПЕРИОД ЗАНЯТОСТИ

СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЕМ ЗАЯВОК БЕЗ ОРИЕНТАЦИИ – ТОЖЕ СЛУЧАЙНАЯ ВЕЛИЧИНА С ФУНКЦИЕЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\Pi(T)$.

ТАК КАК ОРИЕНТАЦИЯ КАНАЛОВ ПРОИЗВОДИТСЯ ЛИШЬ В ТЕХ СЛУЧАЯХ, КОГДА СИСТЕМА СВОБОДНА ОТ ЗАЯВОК ИЛИ ОБСЛУЖИВАЕТСЯ ТОЛЬКО ОДНА ЗАЯВКА (ДРУГОЙ КАНАЛ СВОБОДЕН, ЗАЯВОК В ОЧЕРЕДИ НЕТ), МОГУТ РАССМАТРИВАТЬСЯ СЛЕДУЮЩИЕ РЕШЕНИЯ О СТРАТЕГИИ ПРОВЕДЕНИЯ ОРИЕНТАЦИИ: "НУЛЕВОЕ", КОГДА ОРИЕНТАЦИЯ И ОБСЛУЖИВАНИЕ НАЧИНАЮТСЯ В МОМЕНТ ПОСТУПЛЕНИЯ ЗАЯВКИ В КАНАЛ В СООТВЕТСТВИИ С ПРЕДПИСАНИЕМ; "МАКСИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ", КОГДА КАНАЛ, ВЫДЕЛЕННЫЙ ДЛЯ "ТИПОВЫХ" И "СПЕЦИАЛЬНЫХ" ЗАЯВОК, ОРИЕНТИРУЕТСЯ НА ПРИЕМ ТОЙ ЗАЯВКИ, ВРЕМЯ ПОДГОТОВКИ К ОБСЛУЖИВАНИЮ КОТОРОЙ БОЛЬШЕ; "МИНИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ", КОГДА ТОТ ЖЕ КАНАЛ ОРИЕНТИРУЕТСЯ НА ПРИЕМ ЗАЯВКИ С МЕНЬШИМ ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫМ ВРЕМЕНЕМ; "БОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЕ", КОГДА ТОТ ЖЕ КАНАЛ ВСЕГДА ОРИЕНТИРУЕТСЯ НА ПРИЕМ ЗАЯВКИ, ПРИНАДЛЕЖАЩЕЙ ПОТОКУ С БОЛЬШИМ ЗНАЧЕНИЕМ ПАРАМЕТРА; "ТОЛЬКО СВОЕ", КОГДА ЭТОТ ЖЕ КАНАЛ ОРИЕНТИРУЕТСЯ НА ПРИЕМ ЛИШЬ "СПЕЦИАЛЬНЫХ" ЗАЯВОК.

ТОЧЕЧНЫЕ (ЧИСЛЕННЫЕ) РЕШЕНИЯ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ АЛГОРИТМА МОДЕЛИРОВАНИЯ СОСТАВЛЕННОГО НА ЯЗЫКЕ GPSS, ПОКАЗАЛИ, ЧТО ВЫБОР ЛЮБОЙ ИЗ ПЕРЕЧИСЛЕННЫХ СТРАТЕГИЙ ВО МНОГОМ ЗАВИСИТ ОТ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ $F_1(T)$, $F_2(T)$, $H_1(T)$, $H_2(T)$, $\Pi(T)$. КРОМЕ ЭТОГО, СТРАТЕГИИ "МАКСИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ" И "МИНИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ" МОГУТ РАССМАТРИВАТЬСЯ ЛИШЬ В ПЛАНЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ, ТАК КАК В РЕАЛЬНОМ ОБЪЕКТЕ ИХ ОСУЩЕСТВИТЬ КРАЙНЕ СЛОЖНО. НАИБОЛЕЕ УСТОЙЧИВЫМИ К ИЗМЕНЕНИЯМ ПАРАМЕТРОВ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ОКАЗАЛИСЬ СТРАТЕГИИ "БОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЕ" И "НУЛЕВОЕ" (ПОСЛЕДНЯЯ В БОЛЬШЕЙ СТЕПЕНИ).

РЕЗУЛЬТАТЫ ОДНОГО ИЗ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ИЛЛЮСТРИРУЮТ РАССУЖДЕНИЯ, ОТНОСЯЩИЕСЯ К СДЕЛАННЫМ ВЫВОДАМ. ИСХОДНЫЕ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ $M2/G2/2/\infty$ ПРИВЕДЕНЫ В ТАБЛ. 1. ПРИ ЭТОМ ВСЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СЛУЧАЙНЫХ ВЕЛИЧИН ПРИНЯТЫ ЭКСПОНЕНЦИАЛЬНЫМИ.

В КАЧЕСТВЕ ИСКОМОГО ПАРАМЕТРА МОДЕЛИРОВАНИЯ СИСТЕМЫ ВЫБРАНО СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ПРЕБЫВАНИЯ ЗАЯВОК (НЕЗАВИСИМО ОТ "РАСКРАСКИ") В ОЧЕРЕДИ ($T_{ож}$). ДЛЯ УДОБСТВА ГРАФИЧЕСКОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПОЛЬЗОВАНЫ ОТНОСИТЕЛЬНЫЕ ЕДИНИЦЫ И ЛОГАРИФМИЧЕСКИЙ МАСШТАБ ИЗМЕНЕНИЯ ПАРАМЕТРА ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ($\lambda^{(II)}_i$). ПОЛУЧЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ ПРИВЕДЕНЫ НА РИС. 1.

ТАБЛИЦА 1

λ_1	λ_2	$\lambda_1^{(F)}$	$\lambda_2^{(F)}$	$\lambda_1^{(H)}$	$\lambda_2^{(H)}$	$\lambda_i^{(II)}$					
						$\lambda_1^{(II)}$	$\lambda_2^{(II)}$	$\lambda_3^{(II)}$	$\lambda_4^{(II)}$	$\lambda_5^{(II)}$	$\lambda_6^{(II)}$
$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_i^{(II)}$		$0,5\lambda_i^{(II)}$	$0,5\lambda_i^{(II)}$	$0,1\lambda_i^{(II)}$	$0,2\lambda_i^{(II)}$	10^{-3}	10^{-2}	10^{-1}	1	10	10^2

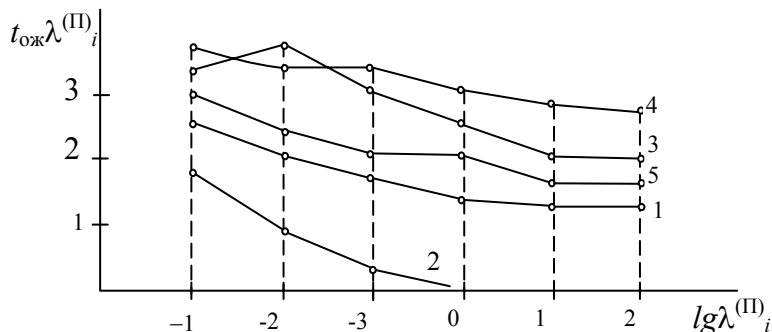


РИС. 1

В ТАБЛИЦЕ И НА РИСУНКЕ ИСПОЛЬЗОВАНЫ СЛЕДУЮЩИЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ: $T_{ож}$ – СРЕДНЕЕ ВРЕМЯ ОЖИДАНИЯ ЗАЯВОК В ОЧЕРЕДИ; $\lambda_1^{(F)}$ – ПАРАМЕТР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $F_1(T)$; $\lambda_2^{(F)}$ – ПАРАМЕТР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $F_2(T)$; $\lambda_1^{(H)}$ – ПАРАМЕТР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $H_1(T)$; $\lambda_2^{(H)}$ – ПАРАМЕТР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $H_2(T)$; $\lambda_i^{(II)}$ – МНОЖЕСТВО ЗНАЧЕНИЙ ПАРАМЕТРА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ $\Pi(T)$, $i = 1, 2, \dots, 6$; λ_1, λ_2 – ПАРАМЕТРЫ ВХОДНЫХ ПОТОКОВ "ТИПОВЫХ" И "СПЕЦИАЛЬНЫХ" ЗАЯВОК; 1 – СТРАТЕГИЯ "НУЛЕВОЕ"; 2 – СТРАТЕГИЯ "БОЛЕЕ ВЕРОЯТНОЕ"; 3 – СТРАТЕГИЯ "МАКСИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ"; 4 – СТРАТЕГИЯ "МИНИМАЛЬНОЕ ИЗ ДВУХ"; 5 – СТРАТЕГИЯ "ТОЛЬКО СВОЕ".

СДЕЛАНА ПОПЫТКА, ИСПОЛЬЗУЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛАПЛАСА ОТ ЗАДАННЫХ ФУНКЦИЙ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ, ПОЛУЧИТЬ АНАЛИТИЧЕСКИЕ ВЫРАЖЕНИЯ ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЛИНЫ ОЧЕРЕДИ В СИСТЕМЕ ПРИ ЗАДАННЫХ ПАРАМЕТРАХ ПОТОКОВ, ОРИЕНТАЦИИ И ОБСЛУЖИВАНИЯ. ОДНАКО, ТАКОЙ ПОДХОД СОПРЯЖЕН СО ЗНАЧИТЕЛЬНЫМИ ТРУДНОСТЯМИ, ГЛАВНАЯ ИЗ КОТОРЫХ – СЛОЖНОСТЬ И ГРОМОЗДКОСТЬ РЕЗУЛЬТАТОВ, ИХ "НЕЗАВЕРШЕННОСТЬ" ДЛЯ ШИРОКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ В ПРИЛОЖЕНИЯХ.

Александров В. Д., Иванов Н. М.

ГКБ аппаратно-программных систем "Связь", gkbsviaz@don.sitek.net

Модели явлений различной физической природы в виде профильтрованных пуассоновских процессов (ППП) представляют интерес в самых разнообразных областях науки и техники – от теории связи, измерительной техники, теории надежности до гидроакустики, строительной механики и теории уличного движения.

Математическая модель ППП $Z_P(t)$ может быть представлена в виде суперпозиции элементарных импульсов

$$Z_P(t) = \sum_{i=1}^n a_i F(t - t_i) \cos \varphi_i, \quad (1)$$

где a_i , φ_i , t_i – амплитуда, фаза и момент возникновения i -го элементарного импульса; $F(t)$ – форма элементарного импульса, а величина n распределена в соответствии с законом Пуассона с параметром интенсивности ν , характеризующим среднее число импульсов в единицу времени. Предполагается, что все элементарные импульсы имеют одинаковую форму и статистически независимы, распределения t_i равномерны на интервале наблюдения, а флуктуации фаз равномерно распределены на интервале $[0, 2\pi]$.

В ряде случаев необходимо использовать более сложную модель $Z_{S+P}(t)$ в виде суммы квазигармонического сигнала постоянной амплитуды E со случайной, равномерно распределенной на $[0, 2\pi]$ фазой, и ППП (индекс S относится к сигналу, индекс P – к пуассоновскому шуму)

$$Z_{S+P}(t) = R \cos \varphi, \quad (2)$$

где Z представляет собой мгновенное значение; R – амплитуду (огibaющую); φ – фазу суммарного процесса.

Одной из таких моделей является модель И. С. Всехсвятской [1], разработанная для моделирования радиосигналов, отраженных от ионосферы. В этой модели предполагается, что элементарные импульсы в (1) имеют форму

$$F(t) = (1 + \alpha t)^{-1}, \quad t \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

а амплитуды импульсов a_i имеют плотность вероятности (ПВ)

$$W(a) = a_0^{-1} e^{-a/a_0}, \quad a \geq 0, \quad (4)$$

где a_0 – параметр распределения, представляющий собой среднюю амплитуду отдельного импульса.

При этом характеристическая функция $f_P(\lambda)$ ППП (1–4) принимает вид [1, 2]

$$f_P(\lambda) = \exp\left\{\gamma\left(1 - \sqrt{1 + a_0^2 \lambda^2}\right)\right\}, \quad (5)$$

где $\gamma = \nu/\alpha$ – параметр, характеризующий отличие распределения ППП от гауссовского (при $\gamma \rightarrow \infty$ ППП имеет гауссовское распределение).

Учитывая, что характеристическая функция (ХФ) квазигармонического сигнала $f_S(\lambda)$ равна $J_0(\lambda E)$ [1], где $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя нулевого порядка [2], в соответствии со свойствами характеристических функций [1] плотность вероятности мгновенных значений $W_{S+P}(Z)$ суммарного сигнала можно записать в виде

$$W_{S+P}(Z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda E) \cos(\lambda Z) \exp\left[\gamma\left(1 - \sqrt{1 + a_0^2 \lambda^2}\right)\right] d\lambda. \quad (6)$$

Вычислить интеграл (6) весьма затруднительно: аналитически – из-за сложности подынтегрального выражения, численно – из-за бесконечных пределов интегрирования, поэтому воспользуемся предложенным в [3] методом вычисления таких интегралов, заключающемся в сведении их к интегралам в конечных пределах. Тогда выражение (6) может быть записано в виде

$$W_{S+P}(Z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi W_P(Z - E \cos \varphi) d\varphi, \quad (7)$$

где $W_P(Z)$ – плотность вероятности ППП. Эта плотность вероятности имеет вид [4]

$$W_P(Z) = \frac{\gamma e^\gamma}{\pi \sqrt{Z^2 + \gamma^2 a_0^2}} K_1\left(\frac{1}{a_0} \sqrt{Z^2 + \gamma^2 a_0^2}\right), \quad -\infty < Z < \infty, \quad (8)$$

где $K_\nu(\cdot)$ – функция Макдональда порядка ν [2].

Графики нормированных плотностей вероятности $W_{S+P}\left(y = Z/\sqrt{\gamma a_0^2}\right)$ (величина γa_0^2 представляет собой дисперсию ППП) для различных значений амплитуды квазигармонического сигнала E представлены на рис. 1, а, б. Пунктиром показаны графики ПВ суммы квазигармонического сигнала и нормального шума.

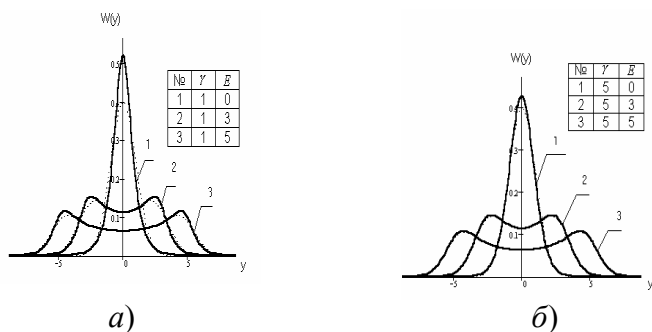


Рис. 1

Эти графики наглядно иллюстрируют скорость сходимости плотности вероятности мгновенных значений суммы квазигармонического сигнала и ППП в модели Всехсвятской к плотности вероятности суммы квазигармонического сигнала и нормального шума

$$W_{S+N}(Z) = \frac{1}{\pi\sqrt{2\pi}} \int_0^\pi \exp\left\{-\frac{1}{2}(Z - E \cos\varphi)^2\right\} d\varphi. \quad (9)$$

Рассмотренный метод позволяет достаточно просто рассчитывать плотности вероятности суммы квазигармонического сигнала и шума, представимого не только моделью ППП, но и широким классом других моделей шумов.

1. Всехсвятская И. С. Статистические свойства сигналов, отраженных от ионосферы. М.: Наука, 1972.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Фиматгиз, 1971. 1108 с.
3. Александров В. Д. Вопросы обработки сигналов в системах пассивной радиолокации. Таганрог: ТРТИ, 1985. Вып. 5 (VIII). С. 51 – 53.
4. Александров В. Д. Радиоконтроль // Науч.-техн. сб. ГКБ "Связь". Ростов н/Д, 1999. Вып. 2. С. 40 – 49.

ОТНОШЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНОСТИ И ТОЛЕРАНТНОСТИ НА МНОЖЕСТВЕ ВОЗМОЖНЫХ ДЕФЕКТОВ

Воронин В. В.

Хабаровский государственный технический университет, kon@ais.khstu.ru

В технической диагностике часто говорят об одинаковости или сходстве дефектов, не всегда уточняя смысл, который при этом вкладывается в данные слова. В математике [1] одинаковость и сходство отражают такие формальные понятия как эквивалентность и толерантность. Рассмотрим некоторые особенности отношений эквивалентности и толерантности на множестве возможных дефектов.

Когда говорят об одинаковости или сходстве нескольких дефектов то всегда, во-первых, явно или не явно фиксируют некоторое множество D возможных дефектов, которому принадлежат данные дефекты. Во-вторых, подразумевают доступным некоторое множество S диагностических показателей (ДП). При одном составе S данные дефекты одинаковы или схожи, а при другом – они могут и не быть таковыми. В третьих, если известно, что некоторые дефекты из D одинаковы, то в задаче поиска с точностью до подмножеств одинаковых дефектов достаточно оставить один любой дефект из каждого подмножества. Например, в таблице неисправностей [2] в подмножествах одинаковых столбцов оставляют по одному любому столбцу. Для подмножества схожих дефектов такая ситуация имеет место далеко не всегда.

В теории отношений [1] известно, что отношение ξ на множестве D является отношением эквивалентности, если существует разбиение $\{D_1, D_2, \dots\}$ множества D на непустые подмножества D_i , которые называют классами эквивалентности. Кроме того, для ξ можно всегда синтезировать такое сюръективное отображение $\varphi: D \rightarrow S$, что для пары любых двух d_i и d_j принадлежащих любому D_k будет истинно $\varphi(d_i) = \varphi(d_j)$. В диагностических терминах данную ситуацию можно интерпретировать следующим образом. Конечное множество возможных дефектов D разбивается на m классов одинаковых дефектов D_k . Два дефекта d_i и d_j считают одинаковыми (принадлежат к классу D_k), если им в множестве S возможных наборов значений диагностических показателей соответствует единственное значение $s_\gamma = \varphi_d(d_i) = \varphi_d(d_j)$. Каждый дефект d_i и d_j идентифицируются одинаковым набором значений ДП. В общем случае, если имеет место одновременно оба дефекта (кратный дефект $\{d_i, d_j\}$), то получение набора s_γ в диагностическом эксперименте не является обязательным условием. При учете кратных дефектов необходимо совместное исследование на D временных отношений и отношений эквивалентности.

Графически отображение φ можно представить в виде двудольного графа. Математическое понятие отношения эквивалентности включает в себя только такие классы эквивалентности, структура которых аналогична структуре графа на рис. 1, а. Назовем такую эквивалентность, эквивалентностью типа A . При такой эквивалентности образом любого дефекта

является одноэлементное множество $S_i = \varphi_d(d_i)$. В диагностических приложениях формально возможна такая ситуация, в которой $S_i = S_j$ и $|S_i| > 1$ (см. например, рис. 1, б). Логично дефекты d_i и d_j в таком случае также считать эквивалентными (эквивалентность типа В).

При фиксированном множестве S одинаковые дефекты при любом типе эквивалентности неразличимы. Разрабатывая алгоритм поиска с точностью до классов эквивалентности, необходимо для эквивалентности типа А в каждом классе выбрать по одному дефекту (задать на D отношение "быть эталоном класса эквивалентных дефектов"). Для эквивалентности типа В необходимо дополнительно задать отношение "быть эталоном на множестве наборов значений ДП каждого класса. Получив в диагностическом эксперименте набор s_γ (для типа А) или эталон $s_{\gamma k}$, k -го класса эквивалентности S_k (для типа В), формулируется суждение о наличии одного из дефектов, образующих класс эквивалентных дефектов.

Тип эквивалентности В приводит к пониманию того, что на фиксированном множестве S можно рассмотреть отношение эквивалентности наборов значений ДП относительно множества D (см. рис. 1, в). Два набора ДП s_i и s_j принадлежат к классу эквивалентности S_k , если $\varphi_s(s_i) = D_i = \varphi_s(s_j) = D_j$ и $|D_i| \geq 1$.

Таким образом, имеем два отношения эквивалентности: $\langle \xi, D \rangle$ и $\langle \lambda, S \rangle$. Сопоставив эти отношения, можно

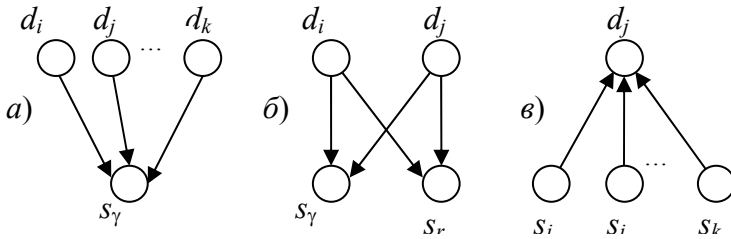


Рис. 1. Формализация и диагностическая

сформулировать необходимое условие различимости любой пары дефектов относительно множества значений ДП.

Два произвольных дефекта d_i и d_j , $d_i \in D$, $d_j \in D$, различимы относительно заданного множества ДП S с точностью до классов эквивалентности отношения $\langle \xi, D \rangle$, если существует гомоморфное отображение $\varphi: \langle \xi, D \rangle \rightarrow \langle \lambda, S \rangle$. Действительно, если $d_i \bar{\xi} d_j$, то они принадлежат разным классам, имеют различимые образы в S и, следовательно, различимы. Если $d_i \xi d_j$, то существует пара $s_i \lambda s_r$, любой элемент которой позволяет сформулировать суждение о наличии либо d_i , либо d_j .

Два произвольных дефекта d_i и d_j из множества возможных дефектов D различимы относительно заданного множества ДП S , если существует изоморфное отображение $\varphi: \langle \xi, D \rangle \rightarrow \langle \lambda, S \rangle$. Из изоморфизма φ следует, что классы эквивалентности отношений ξ и λ являются одноэлементными. Следовательно, каждый d_i имеет единственный уникальный набор s_i и наоборот.

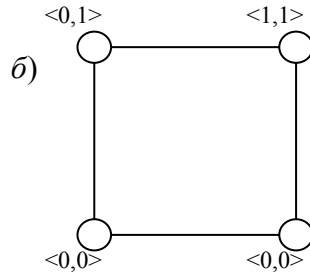
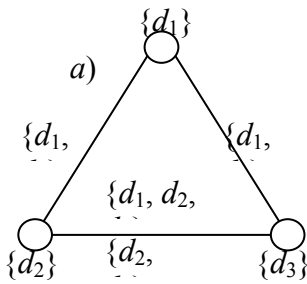
Отношение толерантности τ [1] на множестве дефектов также можно определить через соответствие $\varphi: D \rightarrow S$. Обозначим $\Phi(d)$ множество всех образов дефекта d при соответствии φ . Отношение τ на D задается условием: $d_i \tau d_j$, если дефекты d_i и d_j имеют общий образ, т.е. $\Phi(d_i) \cap \Phi(d_j) \neq \emptyset$. Содержательно толерантность состоит в том, что τ есть отношение "иметь хотя бы один общий признак". В диагностических терминах это означает, что два дефекта схожи, если они имеют хотя бы один общий набор значений ДП относительно заданного множества S . Особенность толерантности в диагностических приложениях можно охарактеризовать следующим образом. Отношения "иметь ровно один общий набор ДП" и "отношение иметь более одного общего набора ДП" не эквивалентны. Очевидно, чем меньше у двух дефектов общих наборов ДП, тем больше возможностей для их различения. Поэтому имеет смысл в диагностике говорить о степени толерантности относительно фиксированного множества ДП. Эту степень можно оценить количественно. Введем критерий, в основу которого положим количественную характеристику результатов попарного сравнения прообразов отображения φ

$$E = \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \left[\frac{|\Phi^{-1}(S_i) \cap \Phi^{-1}(S_j)|}{n C_m^2} \right],$$

где n , m – соответственно, мощности множеств D и S . Данное выражение дает количественную оценку степени толерантности на отрезке

$[0, 1]$ для фиксированных D и S . Крайние значения отрезка соответствуют двум особым случаям. При $E = 0$ отношение толерантности вырождается в эквивалентность, имеющую n одноэлементных классов. Когда $E = 1$ имеем единственный класс эквивалентности типа В.

Отношение толерантности естественным образом возникает на множестве возможных кратных дефектов. Пусть $n = |D|$, где D множество возможных одиночных дефектов. Обозначим через D_n совокупность всех непустых подмножеств множества D . Два подмножества будем считать толерантными, если у них есть хотя бы один общий дефект. Число элементов в D_n равно $2^n - 1$, графически все они могут быть представлены в виде $(n - 1)$ -мерного симплекса. На рис. 2, а приведен такой симплекс для случая $n = 3$.



Множество \hat{D}_n не описывает важный для диагностических приложений случай, когда отсутствуют в объекте все возможные дефекты. Рассмотрим множество G_n всех двоичных кортежей длины n . Каждый такой кортеж описывает возможный относительно D кратный дефект [3]. Причем G_n содержит нулевой кортеж, соответствующий исправному состоянию. Толерантность τ на G_n задается правилом: $d_i \tau d_j$, если соответствующие дефектам двоичные кортежи имеют совпадающие компоненты. Пространство толерантности для случая $n=2$ представлено на рис. 2, б). Общее число элементов в G_n равно 2^n . Для каждого кратного дефекта имеется ровно один не толерантный к нему дефект.

1. Шрейдер Ю. А. Равенство, сходство, порядок. М.: Наука, 1971.
2. Основы технической диагностики / В. В. Карибский и др. М.: Энергия, 1976.
3. Воронин В. В. Логическое моделирование множества возможных дефектов // Сб. тр. МНК ММТТ-2000. Т. 2. СПб.: СПбГТИ, 2000.

ПРЯМОЙ АЛГОРИТМ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ RC-ДВУХПОЛЮСНИКОВ ПО ЗНАЧЕНИЯМ АЧХ И ФЧХ

Бондаренко Л. Н.

Пензенский государственный университет, bond@tl.ru

Схемы замещения электрохимических систем в большинстве случаев представляют собой электрические цепи с распределенными параметрами, причем с приемлемой степенью точности они описываются линейными многоэлементными двухполюсниками с сосредоточенными параметрами. Исследование поведения электрохимических систем на переменном токе является одним из наиболее эффективных экспериментальных методов современной электрохимии, а разнообразие электрохимических систем и особенностей протекающих в них процессов приводит к большому числу эквивалентных схем замещения с довольно значительным числом элементов [1]. Поэтому возникает проблема определения параметров таких моделей по измеренным значениям амплитудно-частотной (АЧХ) и фазочастотной (ФЧХ) характеристик. Подобные задачи встречаются в физике, биологии, медицине и т.п. [2].

Обычным способом решения таких задач является вычисление коэффициентов функции иммитанса $H(p)$ по измеренным значениям АЧХ и ФЧХ с последующим нахождением параметров схемы замещения из системы нелинейных уравнений. Недостатки такого подхода во многом аналогичны хорошо осознанному только в компьютерную эпоху недостаткам методов решения спектральных задач, базирующихся на построении характеристического многочлена.

Для эффективного определения параметров RC-двухполюсников заданной структуры по измеренным значениям АЧХ и ФЧХ предлагается прямой алгоритм, основанный на модификации алгоритма Кронекера рациональной интерполяции функции иммитанса. Для простоты будем считать, что функция иммитанса представима в виде нормированной рациональной дроби $H(p) = a_{n-1}(p)/b_n(p)$, $p = j\omega$. Числитель и знаменатель этой дроби представляют собой многочлены степеней $n-1$ и n , соответственно, а коэффициент при наивысшей степени переменной p многочлена $b_n(p)$ равен единице. Для нормированных частот $\{\omega_k\}_1^n$, на которых производятся измерения значений АЧХ и ФЧХ, имеем $H(\pm j\omega_k) = u_k \pm jv_k$, причем величины u_k, v_k несложно определить на основе результатов измерений АЧХ и ФЧХ.

Модифицированный алгоритм Кронекера основан на итерационной процедуре и алгоритме Евклида деления многочленов, причем выбор специальных узлов интерполяции позволяет упростить процедуру вычислений, а также улучшить обусловленность задачи. Исходные данные: $b_{-1}(p) = 0$, $b_0(p) = 1$; обобщенный полином Чебышева $a_{2n}(p) = (-1)^{n+1} \text{ch } 2nz$, $p = j \text{ch } z$ и многочлен $a_{2n-1}(p)$, интерполирующий $H(p)$ на заданных узлах $\{\rho_k\}_1^n$, являющихся нулями $a_{2n}(p)$. Рекуррентные соотношения имеют вид:

$$a_{2n-m-1}(p) = (\alpha_m p + \beta_m) a_{2n-m}(p) - a_{2n-m+1}(p);$$

$$b_m(p) = (\alpha_k p + \beta_k) b_{m-1}(p) - b_{m-2}(p), \quad m = 1, 2, \dots, n,$$

а коэффициенты α_m и β_m находятся из первого равенства по алгоритму Евклида.

Разность между интерполяционным многочленом $a_{2n-1}(p)$ и функцией иммитанса $H(p)$ может быть представлена в следующей форме

$$a_{2n-1}(p) - H(p) = a_{2n}(p) \prod_{m=1}^n \frac{1}{\alpha_m p + \beta_m},$$

где стоящая справа непрерывная J -дробь (дробь Якоби) равна $-\sum_{m=1}^n b_{m-1}^{-1}(p)b_m^{-1}(p)$. Сравнение последнего соотношения с разложением функции иммитанса $H(p)$ в непрерывную дробь по схеме Кауэра позволяет получить прямое определение параметров модели. Для преобразования полученной дроби в непрерывную S -дробь (дробь Стилтеса), представляющую четную часть исходной дроби, а также разложение Кауэра комплексного сопротивления RC -двухполюсника, используются соотношения:

$$Z(p) = \mathbb{K} \frac{\alpha_m^*}{\beta_m^*};$$

$$\alpha_{2k-1}^* = -e_{k-1}, \alpha_{2k}^* = -q_k, \beta_{2k-1}^* = p, \beta_{2k}^* = 1, k = 1, 2, \dots, n,$$

где параметры $e_0 = -C_1^{-1}$, $e_{k-1} = -g_{k-1}C_k^{-1}$, $q_k = -g_kC_k^{-1}$ выражаются через проводимости g_k и емкости C_k канонической формы Кауэра и вычисляются по формулам:

$$e_0 = -\alpha_1^{-1}; q_1 = -\alpha_1^{-1}\beta_1; e_m = -(\alpha_m\alpha_{m+1}q_m)^{-1}; q_{m+1} = -\alpha_{m+1}^{-1}\beta_{m+1} - e_m, m = 1, 2, \dots, n.$$

Все эти параметры должны быть по величине меньше нуля, что является удобным проверочным условием применимости рассматриваемого алгоритма для определения требуемых параметров схемы замещения. Эквивалентное преобразование комплексного сопротивления $Z(p)$ приводит к окончательному результату

$$Z(p) = \mathbb{K} \frac{1}{\gamma_m}, \gamma_{2k-1} = pC_k, \gamma_{2k} = R_k, k = 1, 2, \dots, n.$$

Нормировка частоты в рассматриваемом случае проводится с использованием максимальной частоты измерения ω_{\max} , а частоты измерения находятся из выражения

$$\omega_k = \omega_{\max} \cos \frac{(2n - 2k + 1)\pi}{2n}, k = 1, 2, \dots, n,$$

причем небольшое усложнение формул позволяет применять рассмотренный алгоритм и в заданном интервале частот $[\omega_{\min}, \omega_{\max}]$.

Рассмотрение комплексной проводимости в канонической форме Кауэра также не представляет сложности. Параметры канонических форм Фостера, наиболее часто используемых при моделировании для схем замещения исследуемых объектов, могут быть вычислены с помощью найденных значений параметров канонических форм Кауэра с помощью QD -алгоритма Рутисхаузера [3].

Компьютерная реализация модифицированного алгоритма Кронекера достаточно проста и дает хорошие результаты на контрольных примерах.

1. Графов Б. М., Укше Е. А. Электрохимические цепи переменного тока. М.: Наука, 1973.
2. Кнеллер В. Ю., Боровских Л. П. Определение параметров многоэлементных двухполюсников. М.: Энергоатомиздат, 1986.
3. Рутисхаузер Г. Алгоритм частных и разностей. М.: ИЛ, 1960.

КОНСТРУИРОВАНИЕ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

Луцык В. И.

Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Невозможно представить себе крупную инженерную или технологическую задачу, при решении которой можно было бы игнорировать особенности поведения n -компонентных гетерогенных систем. В значительной степени их свойства объясняются строением $(n + 1)$ -мерных P - T - Z -диаграмм, ортогональных $(n - 1)$ -мерному полиэдрюиду их состава Z . Даже в том случае, когда количество фазовых областей диаграммы не зависит от компонентности системы, остается много проблем с хранением, визуализацией и анализом соответствующих им экспериментальных данных. Что же делать с теми системами, в которых число геометрических образов фазовой диаграммы при повышении компонентности системы катастрофически нарастает? Например, в изобарной эвтектической диаграмме тройной системы имеется 25 поверхностей, четверной системы – 71 гиперповерхность четырехмерного пространства, в пятерной системе – 173 гиперповерхности пятимерного пространства и т.д.

Обнадеживающие перспективы в моделировании многокомпонентных систем связаны с развитием гетерогенного дизайна – нового научного направления, базирующегося на структурировании геометрической модели фазовой диаграммы. Сначала из всей совокупности гео-

метрических образов высшей размерности выделяются нелинейчатые гиперповерхности, пересечения которых задают направляющие элементы для скольжения образующих симплексов линейчатых гиперповерхностей. При проецировании гиперповерхностей на основание гиперпризмы фазовые области разбиваются на термодинамически неустойчивые фрагменты, а концентрационные пространства – на домены с уникальной микроструктурой сплавов. В любой точке диаграммы рассчитываются массовые доли не только равновесных фаз, но и образующих их кристаллов различного происхождения.

Становление гетерогенного дизайна связано с последовательной разработкой теоретических представлений о геометриях четырехмерного, пятимерного и более сложных пространств. Несмотря на то, что визуализация многомерных

фазовых диаграмм возможна только в $3D$ проекциях и разрезах, постановка и решение соответствующих задач происходит в многомерных пространствах.

Наиболее обнадеживающими являются перспективы: моделирования гиперповерхностей с аддитивным одномерным контуром; оценки точности концентрационных координат особых точек, полученных экспериментально при рациональном расположении политермических разрезов на многомерных диаграммах плавкости; разработки критериев смены типа фазовой реакции.

Более сложной выглядит задача определения сопряженных составов в двухфазных областях, так как применяемые для этого в тройных системах алгоритмы не подходят для четверных и более сложных систем.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

КОНОИДНЫЕ ПОВЕРХНОСТИ В ФАЗОВЫХ ДИАГРАММАХ

Леонтьев М. А., Червякова Н. Г., Луцык В. И.

Бурятский научный центр СО РАН, БГУ (г. Улан-Удэ)

При конструировании фазовых диаграмм (ФД) приходится сталкиваться с так называемыми коноидными поверхностями, которые образованы движением прямой по направляющим, одна из которых является прямой, параллельной оси температур, а другая представляет собой кривую, полученную пересечением нелинейчатых поверхностей [1]. Коноидные поверхности встречаются, например, в ФД тройной эвтектической системы, состоящей из 10 поверхностей, и в ее геометрических усложнениях, в которых появляются новые поверхности, описывающие твердофазную растворимость.

Уравнение такой поверхности можно вывести, зная уравнения нелинейчатых поверхностей, определяющих направляющую кривую. Пусть они задаются приведенными полиномами в смешанных координатах $T - \sum z_i$:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \sum_{i=1}^3 T_1 z_i + 4 \sum_{i<j=1}^3 \Delta 1_{ij} z_i z_j \\ T = \sum_{i=1}^3 T_2 z_i + 4 \sum_{i<j=1}^3 \Delta 2_{ij} z_i z_j \end{array} \right. . \text{Прямая, параллельная оси } T, \text{ имеет вид } z_1=c_1, z_2=c_2, z_3=c_3. \text{ Рассматривается отрезок } MN, \text{ один}$$

из концов (M) которого лежит на прямой, а другой (N) – на кривой, причем отрезок параллелен основанию призмы, т.е. его концы имеют одинаковую координату T . Совокупность прямых, содержащих такие отрезки, формирует требуемую поверхность. Вводится вспомогательная система барицентрических координат Σq_i , такая, что одна из вершин нового симплекса $A'B'C'$ совпадает с проекцией точки M , а одно из выходящих из нее ребер располагается параллельно одному из ребер исходного симплекса ABC . Используя уравнения прямой MN и криволинейной направляющей, при несложных преобразованиях получается уравнение коноидной поверхности.

Приведенный алгоритм вывода уравнения использован нами для случая, когда криволинейная направляющая представляет собой прямую, полученную пересечением двух плоскостей, и коноидная поверхность вырождается в косую плоскость, для которой известен другой способ получения уравнения. В результате уравнение вырожденной коноидной поверхности совпало с уравнением косой плоскости.

Аналогичные рассуждения можно провести и для ФД четверной эвтектической системы ($4E$), состоящей из 29 поверхностей. Каждая двухфазная область такой диаграммы ограничена снизу тремя линейчатыми гиперповерхностями. Они образованы движением прямой по направляющим, одна из которых является прямой, параллельной оси температур, а другая представляет собой поверхность, полученную пересечением верхних гиперповерхностей. Для вывода уравнения такой гиперповерхности применим выше изложенный способ.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

-
1. Chervyakova N., Lutsyk V. Design of the heterogeneous materials genotype // II European Conference on Advanced materials and technologies. 9 – 13.09.01. Bucharest.

ИЗОБРАЖЕНИЯ ЧЕТЫРЕХМЕРНЫХ ПОЛИЭДРОИДОВ

Червякова Н. Г., Зеленая А. Э., Насрулин Э. Р.

Бурятский государственный университет, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Проективные свойства полиэдров исследованы недостаточно. Даже у пентатоба рассматривались только три его установки, задаваемые одним из ограничивающих тетраэдров: в установке 1 грань тетраэдра лежит в координатной плоскости $xу$, во 2-й и 3-й установках ребро тетраэдра расположено в плоскости $xу$ либо параллельно оси x , либо по биссектрисе, так что перекрещивающееся ребро параллельно плоскости $xу$. Для поиска новых установок пентатоба с его двумерными проекциями сопоставлялись его двукратные вырождения [1]. Вырождение граней симплексов можно свести к топологическому перебору вариантов центрального проектирования какой-либо его вершины на элементы ограничивающего симплекса. Сначала происходит вырождение пентатоба в тетраэдр, а затем – в треугольник. Так как при вырождении пентатоба в тетраэдр учитывались все варианты расположения пятой вершины на гранях тетраэдра, то это позволило к уже известным вырождениям добавить шесть новых и две двухмерные проекции, имеющие форму квадрата.

Так как число вырождений превосходило число известных проекций пентатоба, то недостающие проекции искали вращением пентатоба, выявив при этом три его новые установки: были получены и проективным способом, некоторые из них удалось воспроизвести при вращении пентатоба, получив при этом три новые установки: в установке 4 грань ABC в

повернута определенным образом в плоскости $xу$; в установках 5, 6 все грани исходного тетраэдра находятся в координатном пространстве $xуz$. Новые проекции пентагопа существенно расширяют возможности визуализации фазовых равновесий в пятикомпонентных системах. В качестве иллюстрации была выбрана изобарная пятерная эвтектическая система, для которой нами впервые выполнено структурирование всех ее геометрических элементов.

Считается, что для количественного анализа проекций пятерной системы удобны оптимальные проекции в виде двухмерного симплекса с двумя невырожденными вершинами. Но при анализе новых вариантов установок пентагопа нами получены такие новые оптимальные двухмерные проекции, в которых только один компонент представлен в чистом виде. На этих проекциях за счет смещения меньшего количества ребер и граней пентагопа представлено большее количество точек и линий ликвидуса системы. Понятие оптимальности нами было распространено и на трехмерные проекции, имеющие форму правильного тетраэдра. Следует отметить, что третья установка не дает оптимальных проекций для тетраэдра, но применительно к пентагопу позволяет получить двух- и трехмерные оптимальные проекции. То есть, оптимальность проекции зависит от размерности симплекса.

Предложенный подход плодотворен для визуализации не только пентагопа и тетраэдрического гексаэдроида, но и призматического гексаэдроида, установки которого задает одна из шести ограничивающих трехмерных призм.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

1. Зеленая А. Э., Луцык В. И. Алгоритмы компьютерного дизайна многокомпонентных систем // Труды МНК "Перспективы развития естественных наук в высшей школе". Т. II. Пермь, 2001.

ПРИМЕНЕНИЕ БИБЛИОТЕКИ ОБЪЕКТОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ $T-X-Y$ ДИАГРАММ

Григорьев И. Г., Зеленая А. Э., Сумкина О. Г.
Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Создана библиотека объектов, содержащая расчетные и графические процедуры, независимость которых позволяет производить разнообразные действия с уже сформированной моделью $T-x-y$ диаграммы [1]. Доступ к любому объекту осуществляется на основе ссылочной реализации. Путем определения нескольких исходных объектов с набором самых необходимых методов в качестве предков обеспечивается совместимость с ними всех далее построенных объектов. С помощью библиотеки можно формировать плоскости, нелинейчатые и линейчатые поверхности, визуализировать линии пересечения поверхностей, линии одного уровня и сечения диаграммы, определять области с заданными границами, а также работать с объектом, который связывает все матричные преобразования с концентрационным треугольником.

На основе библиотеки строились компьютерные модели диаграмм с двойным инконгруэнтным соединением из 16 поверхностей ($3P$) и с простой эвтектикой из 10 поверхностей ($3E$). Каждую из нелинейчатых поверхностей систем $3P$ и $3E$ аппроксимировали отдельным уравнением относительно соответствующих ей симплексов. Для совместного решения уравнений поверхностей они переводятся в единые координаты глобального симплекса. Переход осуществляется в одном из методов объекта, формирующего поверхности. Затем при помощи процедуры, реализующей метод Ньютона для решения системы нелинейных уравнений, находятся точки пересечения поверхностей. Линейчатые поверхности (10 в диаграммах $3P$ и 6 – в $3E$) создаются по моделям направляющих и образующих их элементов, которые в свою очередь получены в результате пересечения поверхностей ликвидуса. Визуализация линейчатых поверхностей так же осуществляется при помощи объектов.

СОЗДАВ ПРОГРАММУ, РЕАЛИЗУЮЩУЮ, НАПРИМЕР, $3P$ ДИАГРАММУ, ЕЕ МОЖНО ЛЕГКО ТРАНСФОРМИРОВАТЬ В ПРОГРАММУ ДЛЯ ВИЗУАЛИЗАЦИИ $3E$ ДИАГРАММЫ. ДЛЯ ЭТОГО ДОСТАТОЧНО: 1) В БЛОКЕ ОБЪЯВЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ ИЗМЕНИТЬ КОЛИЧЕСТВО И ПАРАМЕТРЫ НЕЛИНЕЙЧАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ, СИМПЛЕКСОВ, БИНАРНЫХ ТОЧЕК, ЛИНИЙ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ; 2) В БЛОКЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЛИНИЙ И ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ УКАЗАТЬ, ЧТО БУДЕТ РАССЧИТЫВАТЬСЯ ТОЛЬКО ОДНА ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ, В ОТЛИЧИЕ ОТ ПРЕДЫДУЩЕГО СЛУЧАЯ; 3) В БЛОКЕ ФОРМИРОВАНИЯ ЛИНЕЙЧАТЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПЕРЕОПРЕДЕЛИТЬ ИХ ОБРАЗУЮЩИЕ И НАПРАВЛЯЮЩИЕ ЛИНИИ; 4) В ГРАФИЧЕСКОМ БЛОКЕ УБРАТЬ ИЗОБРАЖЕНИЕ БИНАРНОГО ИНКОНГУЭНТНОГО СОЕДИНЕНИЯ И УМЕНЬШИТЬ КОЛИЧЕСТВО ИЗОБРАЖАЕМЫХ ИЗОЛИНИЙ.

Рассмотренную библиотеку объектов можно применять для конструирования и исследования фактически любых топологических типов $T-x-y$ диаграмм. Возможно дальнейшее ее расширение и усовершенствование.

Программная реализация осуществлена на основе алгоритмического языка *Borland Pascal*.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

1. Луцык В. И., Григорьев И. Г., Зеленая А. Э. Объектно-ориентированные технологии моделирования $T-x-y$ диаграмм. Улан-Удэ: Изд-во БГУ, 2001.

АЛГОРИТМЫ ПОСТРОЕНИЯ ИЗОТЕРМИЧЕСКИХ РАЗРЕЗОВ $T-X-Y-Z$ ДИАГРАММ

Ивлев В. С., Воробьева В. П., Зырянов А. М.
Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Главная трудность моделирования четверной фазовой диаграммы (ФД) по сравнению с тройной диаграммой аналогичной топологии связана не с появлением на четверной ФД линейчатой гиперповерхности нового вида с двумерной

образующей. Основным препятствием для решения многих задач визуализации и расчета ФД (например, построения изо- и политермических разрезов или расчета материального баланса) является сложность геометрии линейчатых гиперповерхностей с образующим отрезком, в которые трансформировались линейчатые поверхности на гранях ФД.

При моделировании ФД вся исходная информация содержится в уравнениях ее нелинейчатых гиперповерхностей, а описание линейчатых состоит из систем уравнений для образующих и направляющих элементов. Если зависимость температуры от состава в уравнении нелинейчатой гиперповерхности задана, причем не обязательно в явном виде, то нет никаких препятствий ни для расчета функции отклика по концентрационным координатам (заданная точка), ни для построения изотермического разреза этой нелинейчатой гиперповерхности.

Образующая плоскость линейчатой гиперповерхности, впервые образовавшейся на четверной ФД, ортогональна температурной оси. Она перемещается по трем направляющим линиям. Однозначное соответствие координат "состав-температура" на этих линиях позволяет рассчитать функцию отклика в заданной точке, последовательно передвигая плоскость, пока она не пройдет через эту точку, и построить изотермический разрез гиперповерхности, зафиксировав температуру на трех линиях.

Алгоритмы расчета температуры в точке на линейчатой гиперповерхности, образованной перемещением отрезка по двум направляющим поверхностям, пока не разработаны. Тем не менее, построить ее изотермический разрез можно уже сейчас. Контур разреза составляют линии одного уровня на двух направляющих поверхностях и два изотермических отрезка, соединяющих соответствующие концы этих линий. Это линейчатая поверхность, поэтому следовало бы, кроме контура, показывать и положение некоторых ее образующих. Однако, пока не решена задача моделирования линейчатой гиперповерхности, которой принадлежит эта линейчатая поверхность, начертить образующий отрезок нельзя.

Например, четверная ФД с тремя эвтектическими разрывами растворимости состоит из трех пар нелинейчатых гиперповерхностей и трех линейчатых гиперповерхностей с одномерной образующей [1]. Диаграмму задают шесть уравнений нелинейчатых гиперповерхностей вида $F_I(z_1, z_2, z_3, z_4, T) = 0$. Изолинии строятся на пяти внутренних поверхностях и на фрагментах граней тетраэдра, к которым примыкают нелинейчатые гиперповерхности. Каждая поверхность есть результат пересечения двух гиперповерхностей, так что для построения линии $T_{is} = \text{const}$ решается система уравнений $F_I(z_1, z_2, z_3, z_4, T_{is}) = 0$ и $F_J(z_1, z_2, z_3, z_4, T_{is}) = 0$ с учетом нормировки барицентрических координат состава $z_1 + z_2 + z_3 + z_4 = 1$. Линия на грани $z_i = 0$ строится по координатам z_j и z_k , рассчитываемым по уравнению $F_I(z_i, z_j, z_k, z_m, T_{is}) = 0$ с учетом $z_m = 1 - z_j - z_k$.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

1. Петров Д. А. Четверные системы. Новый подход к построению и анализу. М.: Металлургия, 1991.

КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ВИЗУАЛИЗАЦИИ T-X-Y-Z ДИАГРАММ

Сумкина О. Г., Воробьева В. П., Мохосоев Б. В.

Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

Разработанные для изображения четырехкомпонентных изобарных (T - x - y - z) фазовых диаграмм (ФД) алгоритмы [1], применимы не только для визуализации тройных (p - T - x - y) фазовых диаграмм или изобарно-изотермических разрезов тройных диаграмм растворимости, но и диаграмм систем с числом исходных компонентов более четырех, поскольку абстрактные многомерные объекты посредством сечений и проекций предстают в виде реальных пространственных фигур трех и двух измерений.

Известно много способов анализа строения четырехмерных T - x - y - z диаграмм. Это и обычная аксонометрическая проекция тетраэдра, и такие оригинальные приемы, как масс-центрический способ показа ФД на плоском рисунке или попытки комбинирования T - x - y и x - y - z проекций с использованием приемов начертательной геометрии. Продолжаются поиски оптимальных установок тетраэдра и выбора проекций, наилучшим образом показывающих сложное строение ФД. Проекция в плане, фронтальная и боковая строятся в зависимости от первичной установки тетраэдра относительно декартовой системы координат: начало координат совпадает с центром тяжести тетраэдра; ребро совпадает с осью Ox , а основание тетраэдра – с плоскостью xOy ; тетраэдр ставится на ребро AC так, чтобы ребро BD было параллельно AC . Обычно рассматривают сочетания проекции в плане с двумя – тремя боковыми проекциями тетраэдра при совмещении его вершин в виде треугольников $A-B-C(D)$ при установке тетраэдра либо на грань ABC , либо на ребро AC , в плане ортогональное BD .

Для пересчетов барицентрических координат основания диаграммы в координаты декартовых систем, в которых либо установлен тетраэдр, либо строятся его проекции и разрезы, вместо традиционно применяемых переходов с использованием правила рычага нами предложены универсальные матричные преобразования, наилучшим образом проявившие себя с точки зрения простоты и наглядности.

Однако, из-за сложного строения ФД с большим количеством проекций поверхностей внутри тетраэдра ни одну из установок тетраэдра нельзя считать оптимальной, потому что всегда какие-то поверхности будут закрываться другими. Проблема оптимальности проекций снимается при использовании графической системы автоматизированного черчения и проектирования *AutoCAD*. Предварительно программными средствами (например, в *Turbo Pascal*) строится одна любая ортогональная проекция x - y - z проекции диаграммы при любой начальной установке тетраэдра. Одновременно создается файл, в который заносятся рассчитанные координаты (x, y, z) концентрационных проекций всех точек диаграммы. (Проекция линий диаграммы представлены как наборы таких точек). По команде *script* рисунок плоской проекции воспроизводится в *AutoCAD*, а затем из нее восстанавливается трехмерный рисунок. Заложенными в *AutoCAD* возможностями путем вращением тетраэдра можно добиваться наилучшего изображения внутреннего строения ФД и ее фрагментов, трех- и двухмерных разрезов вертикальными и горизонтальными (гипер)плоскостями.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

ИНТЕРПОЛЯЦИЯ ГРАНИЦ ФАЗОВЫХ ОБЛАСТЕЙ
МИНИМАЛЬНЫМИ ПОВЕРХНОСТЯМИ

Аржитова Ю. С., Насрулин Э. Р., Сумкина О. Г.
Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

T - x - y диаграммы фазовых состояний представляют собой совокупность поверхностей, располагающихся в призмах с треугольным (простые системы) и квадратным (взаимные системы) основанием. При недостатке данных и при схематичном отображении диаграмм границы фазовых областей можно образовать из поверхностей с аддитивным контуром, описываемых уравнением второго порядка [1] по заданным координатам четырех точек. К таковым относятся 36 из 39 поверхностей тройной системы с бинарным инконгруэнтным соединением [2]. Нет, естественно, проблем и с моделированием двух горизонтальных плоскостей при температурах перитектического и эвтектического невариантных равновесий. Зато серьезные трудности связаны с аппроксимацией поверхности ликвидуса не входящего в состав инконгруэнтного соединения компонента. Ее периметр состоит из пяти линий. Применявшаяся ранее аппроксимация такой поверхности суперпозицией уравнений косой плоскости, получаемых в результате вспомогательного разбиения исходной поверхности на две части, требовала дополнительных сглаживающих процедур. Ее альтернативой стало заполнение контура минимальной по площади поверхностью [3], образуемой из треугольных черепиц [4]. Тестирование такого алгоритма выполнялось на задаваемой полиномом поверхности внутри тригональной призмы (рис. 1). Пусть поверхность задана уравнением $T = T_1z_1 + T_2z_2 + T_3z_3 + 4\Delta_{12}z_1z_2 + 4\Delta_{13}z_1z_3 + 4\Delta_{23}z_2z_3$ по значениям T_i функции отклика в вершинах концентрационного симплекса при $z_i = 1$ и отклонениям Δ_{ij} от аддитивных линий T_iT_j . Разделим основание призмы на треугольники с заданной длиной стороны. Принадлежащие поверхности $T = F(z_i)$ точки на гранях призмы заданы. Через точки 1, 2 и 3 определим значение T в точке 4 и обозначим как 4'. Затем через точки 2, 3 и 4 найдем координаты точки 5 и обозначим ее как 5'. Погрешностью между значениями 5 и 5', поделенной пополам, поправим значение точки 4'. Таким же образом найдем и поправим значение T в точке 6, обозначенное как 6', и в точке 7, являющейся третьей вершиной внутреннего треугольника 4 – 6 – 7. Аналогично произведем разбиение основания призмы от сторон АВ и ВС и определим значения T для внутренних узлов. За конечный результат возьмем среднее значение из трех вариантов разбиения. Алгоритм применим и к поверхностям с периметром из четырех и пяти линий.

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

1. КУРС НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ВЫСШАЯ ШКОЛА, 1983.
2. PRINCE A. ALLOY PHASE AMSTERDAM-LONDON, 1966.
3. ТУЖИЛИН А. А., ФОМЕНКО А. Т. МИНИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХ-
4. БАЛК М. Б., БОЛТЯНСКИЙ В. Г.

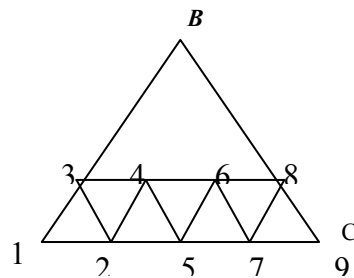


Рис. 1

ГЕОМЕТРИИ / ПОД РЕД. А. М. ТЕВЛИНА. М.: EQUILIBRIA. ELSAVIER PUBL. COMP., ЭЛЕМЕНТЫ ГЕОМЕТРИИ И ТОПОЛОГИИ НОСТЕЙ. М.: НАУКА, 1991. ГЕОМЕТРИЯ МАСС. М.: НАУКА, 1987.

МЕТОДЫ РАСЧЕТА
В ДВУХФАЗНЫХ ОБЛАСТЯХ

Зеленая А. Э., Луцкы М. А.,
Бурятский научный центр СО

СОПРЯЖЕННЫХ СОСТАВОВ
Т-Х-У ДИАГРАММ

Воробьева В. П.
РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

В связи с отсутствием термодинамического описания многих физико-химических систем крайне необходимы такие методы определения составов двух сосуществующих фаз, для которых было бы достаточно иметь математические модели границ фазовой области [1]. Рассматривалась диаграмма с верхней Q и нижней V поверхностями, имеющими общие точки на ребрах тригональной призмы и аппроксимируемыми полиномами Шеффе $T = F(z_1, z_2, z_3)$, где z_i – барицентрические координаты. Предполагается, что концы конод (отрезков, соединяющих равновесные составы двух различных фаз) есть точки, разбивающие изотермы верхней и нижней границ двухфазной области на участки равной длины. Уравнение проекции изотермы получено совместным решением уравнения поверхности диаграммы и изотермической плоскости, а затем преобразовано в декартовые координаты. Используя формулу расчета длины плоской кривой, находят длины изотерм. Затем рассчитываются координаты точек, разбивающих изотермы на участки равной длины, которые затем соединяются конодами. Кроме системы с непрерывными рядами твердых растворов алгоритм тестировался и на тройных системах эвтектического типа с твердофазной растворимостью.

На основе рассмотренного метода разработан алгоритм нахождения составов двух сосуществующих фаз для произвольно заданного состава $k(z_1, z_2, z_3)$ при любом значении температуры в двухфазной области. Для начала определяются предельные температуры Tk_Q, Tk_V на Q и V поверхностях для этого состава подстановкой координат точки k в уравнения поверхностей. В интервале между найденными температурами с некоторым шагом рассчитываются сопряженные составы расплава и кристаллов, выделяющихся из исходного расплава k , совместным решением четырех уравнений: уравнений изотерм Q и V поверхностей, уравнения прямой, проходящей через заданную точку k и две сопряженные ей точки, а также равенства соотношений $s_1/S_1=s_2/S_2$, где s_i – длина участка, а S_i – общая длина изотермы Q или V . Когда операция вычисления сопряженных составов будет выполнена на всем промежутке температур от Tk_Q до Tk_V для данной точки k , получим две пространственные кривые, одна из которых характеризует изменение состава расплава в интервале $Tk_Q - Tk_V$, а вторая соответствует составам сосуществующих с этим расплавом кристаллов. Начало кривой расплава и конец кривой кристаллов проецируются в точку k .

Полученные результаты сопоставляются с расчетом составов сосуществующих фаз методом минимизации энергии Гиббса.

Рассмотренные алгоритмы реализованы в среде языка программирования "Borland Pascal 7.0" на основе библиотеки объектов для моделирования T - x - $у$ диаграмм.

РАБОТА ВЫПОЛНЕНА ПРИ ПОДДЕРЖКЕ РФФИ: ГРАНТ 01-03-32906.

1. ZELENAYA A. E. ETAL. PROCEEDINGS OF THE CONFERENCE "SINGLE CRYSTAL GROWTH AND HEAT". OBNINSK: SSC RF IPPE. 2001. VOL. 4. P. 847 – 851.

УРАВНЕНИЯ КОСЫХ ГИПЕРПЛОСКОСТЕЙ

Трунин Д. О., Аржитова Ю. С., Луцык В. И.
Бурятский научный центр СО РАН, vluts@ofpsrv.bsc.buryatia.ru

В трехмерном пространстве известно уравнение второй степени для гиперболического параболоида, описывающее два варианта косой плоскости, отличающиеся переобозначением образующих и направляющих отрезков. В четырехмерном пространстве должны существовать с двумерным образующими визуализации n -мерных изобарных T ($n - 1$)-мерный концентрационный

Рассмотрим x - y - z проекцию двумерного образующего направляющим (рис. 1), при Z . Исходными данными являются призматическом контуре проекции нижнее (t') положение обра- (t''). Для вывода уравнения образующего симплекса MNP при $t) \in A_1A_5$, $P(x_p, y_p, z_p, t) \in$

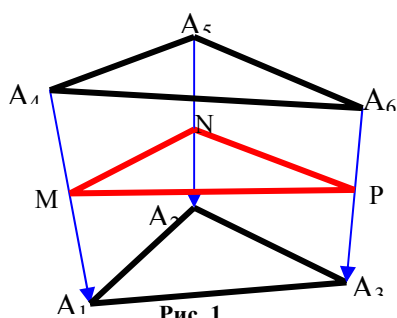


Рис. 1

точки M, N и P делят направляющие отрезки в отношении λ :

	M	N	P
X	$x_1 + \lambda x_4$	$x_2 + \lambda x_5$	$x_3 + \lambda x_6$
Y	$y_1 + \lambda y_4$	$y_2 + \lambda y_5$	$y_3 + \lambda y_6$
Z	$z_1 + \lambda z_4$	$z_2 + \lambda z_5$	$z_3 + \lambda z_6$
T	$t' + \lambda dt$	$t' + \lambda dt$	$t' + \lambda dt$

Из последней строки получим выражение для λ : $\lambda = \frac{T - t'}{dt}$. Записав уравнение плоскости, проходящей через M, N и P, получим:

$$AX + BY + CZ + D' = 0,$$

$$\begin{aligned} A' &= (dy_{21} + \lambda dy_{54})(dz_{31} + \lambda dz_{64}) - (dy_{31} + \lambda dy_{64})(dz_{21} + \lambda dz_{54}); \\ B' &= -(dx_{21} + \lambda dx_{54})(dz_{31} + \lambda dz_{64}) + (dx_{31} + \lambda dx_{64})(dz_{21} + \lambda dz_{54}); \\ C' &= (dx_{21} + \lambda dx_{54})(dy_{31} + \lambda dy_{64}) - (dx_{31} + \lambda dx_{64})(dy_{21} + \lambda dy_{54}); \\ D' &= -A'x_m - B'y_m - C'z_m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{затем} \quad & a_{44}T^3 + a_{14}XT^2 + a_{24}YT^2 + a_{34}ZT^2 + a_{04}T^2 + a_{13}XT + \\ & + a_{23}YT + a_{33}ZT + a_{40}T + a_{10}X + a_{20}Y + a_{30}Z + a_{00} = 0 \end{aligned}$$

Концентрационная проекция косой гиперплоскости второго типа имеет вид гексаэдра. Ей соответствует уравнение шестой степени, выводимое при рассмотрении скольжения одномерного симплекса по двум косым плоскостям в четырехмерном пространстве. Если образующий симплекс "параллелен" основанию гиперпризмы, тогда высшая степень уравнения сохраняется только при переменной T .

Работа выполнена при поддержке РФФИ: грант 01-03-32906.

В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

ПОГОНИН В. А.

ТАМБОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

ОДНО ИЗ ОСНОВНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ, ПОЛУЧИВШИХ ЗНАЧИТЕЛЬНОЕ РАЗВИТИЕ В ПОСЛЕДНЕЕ ВРЕМЯ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ ПРОМЫШЛЕННЫМИ РОБОТАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ, ЭТО ПРИМЕНЕНИЕ АППАРАТА НЕЧЕТКИХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ОПИСАНИЯ СИТУАЦИЙ И ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ. ПРИМЕНЕНИЕ НЕЧЕТКИХ ПРЕДСТАВЛЕНИЙ ДАЕТ ЗНАЧИТЕЛЬНЫЕ ПРЕИМУЩЕСТВА ПРИ РЕШЕНИИ СЛОЖНЫХ ЗАДАЧ УПРАВЛЕНИЯ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ ЗА СЧЕТ ТОГО, ЧТО ЧИСЛО НЕЧЕТКИХ, ПЛОХО ДЕТАЛИЗИРОВАННЫХ ПРАВИЛ ОКАЗЫВАЕТСЯ СУЩЕСТВЕННО МЕНЬШЕ, ЧЕМ ЧИСЛО СООТВЕТСТВУЮЩИХ ПРАВИЛ, ОПРЕДЕЛЕННЫХ ОБЫЧНЫМ ПУТЕМ.

ПРИ РАЗРАБОТКЕ МЕТОДОВ И АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТАМИ МОЖНО СТРЕМИТЬСЯ К РЕАЛИЗАЦИИ РЕШЕНИЙ РАЗЛИЧНЫХ ЗАДАЧ, НАПРИМЕР, АВТОМАТИЧЕСКОГО ПЛАНИРОВАНИЯ ДВИЖЕНИЙ РОБОТОВ ИЛИ СТАБИЛИЗАЦИИ И АДАПТАЦИИ ДВИЖЕНИЙ. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЭТИХ ЗАДАЧ ПОЗВОЛЯЕТ СГРУППИРОВАТЬ ИХ В СРАВНИТЕЛЬНО НЕБОЛЬШОЕ ЧИСЛО ТИПОВ.

НАМИ ПРЕДЛАГАЕТСЯ ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ ПОСТРОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УПРАВЛЕНИЯ РОБОТОМ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ НА ПРИМЕРЕ ЗАДАЧИ \tilde{A} . В ЭТОЙ ЗАДАЧЕ ПОДРАЗУМЕВАЕТСЯ, ЧТО НА ИНТЕРВАЛЕ ВРЕМЕНИ $[T_0, T_k]$ ЗАДАНА В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ТРАЕКТОРИЯ $Y(T)$. ЗАДАЧА \tilde{A} ФОРМАЛИЗУЕТСЯ СЛЕДУЮЩИМ ОБРАЗОМ.

Необходимо для заданной на $[t_0, t_k]$ функции $Y_3(t) \in Y \subset R^3$ найти вектор-функцию u^* , определенную на $[t_0, t_k]$, при которой в каждый момент времени t выполняются следующие условия:

$$\rho^\Gamma(Y_3(t); F(Q(t))) < \delta, \quad (1)$$

где δ – постоянная величина; ρ^Γ – граница существенности,

$$\rho^\Gamma(Y_3(t), F(Q(t))) = \min_{E_\rho} \rho, \quad E_\rho = \{\rho \mid \mu(\rho|t) \geq \varepsilon_\rho\};$$

$$\mu(\rho|t) = \max_{F(Q(t)) \in F_\rho} \mu(F(Q(t))), \quad F_\rho = \{F(Q(t)) \mid \rho = \omega(Y_3(t), F(Q(t)))\},$$

где $\mu_{\tilde{Q}}(Q|U) = \max_{\xi} \mu_{\xi}(\xi) \mid Q = M(U, \xi)$; ξ – вектор нечетких параметров звеньев манипулятора, захватного устройства,

перемещаемого объекта и элементов привода удовлетворяются: условия отсутствия столкновений

$$\forall x \in L(t) : \rho_n^\Gamma(x, L_n(t)) \geq r_{кр}, \quad (2)$$

и звеньев манипулятора между собой

$$\forall (x, z) \in K(t) : \rho^\Gamma(x, z) \geq r_{мин}, \quad (3)$$

где $\rho_n^\Gamma(x, L_n(t)) = \min_{E_\rho} \rho_n(x, L_n(t))$; $\mu(\rho_n|t) = \mu(\rho_n|t) = \max_{(x, z^*) \in S_n(\rho_n)} \min[\mu_{\tilde{X}}(x|t), \mu(z^*|t)]$; $r_{мин}$ – минимальная допустимая "зона

надежности";

$$\rho^\Gamma(x, z) = \min_{E_\rho} \rho(x, z), \quad E_\rho = \{\rho \mid \mu(\rho|t) \geq \varepsilon_\rho\}; \quad \mu(\rho_n|t) = \max_{(x, z^*) \in \omega(\rho)} \mu(\rho|t) = \min(\mu_{\tilde{X}}(x|t), \mu(z|t)); \quad \omega(\rho) = \{(x, z) \mid \rho = \rho(x, z)\};$$

конструктивные ограничения на обобщенные координаты и управляющие воздействия:

$$Q_{мин} \leq \Phi_n^\Gamma(U), \quad \Phi_v^\Gamma(U) \leq Q_{макс}; \quad (4)$$

$$U_{мин} \leq U(t) \leq U_{макс},$$

и условия начального положения захватного устройства $Q(t_0) = Q_0$, $\dot{Q}(t_0) = \dot{Q}_0$, где Q_0 , \dot{Q}_0 – заданные величины.

Иначе говоря, в задаче \tilde{A} необходимо отыскать программу изменения управляющих воздействий $U^*(\cdot)$, при которой захватное устройство, находящееся в момент времени t в состоянии Q_0 , \dot{Q}_0 , с границей существенности ρ^Γ не меньше заданной, опишет траекторию, отличающую от заданной $Y(\cdot)$ не больше, чем на δ и при этом звенья манипулятора гарантированно не столкнутся между собой и с внешними препятствиями.

Во многих ситуациях может быть реализована не одна программа $U^*(\cdot)$, удовлетворяющая (1) – (3), т.е. являющая решением задачи \tilde{A} , а некоторое множество траекторий U . В этом случае возможна постановка задачи $\tilde{A}_{опт}$ нахождения оптимальной программы управления $U^* \in U^*$, удовлетворяющей условиям (1) – (3) и минимизирующей некоторый функционал вида: $\Phi(U^*) = \min_j \Phi$, где $\Phi(U) = \min J \mid \mu_{\tilde{J}}(J|U) \geq \mu_3$.

Чаще всего в качестве критерия J используют энергетические затраты, другим возможным критерием является минимальное количество движений звеньев манипулятора.

ЗАДАЧА ГАРАНТИРОВАННОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Погонин В. А.

Тамбовский государственный технический университет

Стандартную задачу оптимального управления технологическим процессом (объектом) можно сформулировать следующим образом: необходимо найти вектор управляющих воздействий $U^* \in U$, при котором принимает минимальное значение целевая функция (функционал) $J(x, U, Y)$, где U – замкнутое выпуклое множество, $x \in X$ – вектор режимных параметров, $Y \in Y$ – вектор выходных величин, при удовлетворении технологических требований $\varphi_i(x, Y, U) \geq a_i$ и выполнении связей в форме уравнений математической модели $Y = M(x, U)$.

Управление технологическими процессами во многих случаях ориентируется на использование аналитических математических моделей. Наряду с существенными преимуществами аналитические модели имеют недостатки, связанные с невозможностью определения точных значений их параметров. Далее такие параметры будем называть неопределенными. Чаще всего к неопределенным параметрам относятся физико-химические константы, коэффициенты тепло- и массоотдачи, скорости химических реакций, конструктивные характеристики роботов (например, изгибная жесткость, зазор в сочленениях) и др.

Известно несколько подходов к раскрытию подобных неопределенностей. Нами применен подход, связанный с использованием теории нечетких множеств.

РАССМОТРИМ СЛУЧАЙ, КОГДА ВЫХОДНАЯ ВЕЛИЧИНА Y МОЖЕТ БЫТЬ ОПРЕДЕЛЕНА ЗАВИСИМОСТЬЮ

$$\tilde{y} = M(\tilde{x}, U, \tilde{b}), \quad (1)$$

где M – некоторое отображение с заданными свойствами; \tilde{x}, \tilde{b} – элементы соответствующих нечетких подмножеств; \tilde{y} – нечеткая выходная величина.

Перечисленные выше величины характеризуются соответствующими функциями принадлежности, которые строятся на основании опроса экспертов. В связи с этим формальная запись (1) может быть представлена в следующем виде

$$\mu_{\tilde{y}}(Y|U) = M(\mu_{\tilde{x}}(x), U, \mu_{\tilde{b}}(b)),$$

где M – оператор математической модели с заданным набором свойств; $\mu_{\tilde{x}}(x), \mu_{\tilde{b}}(b)$ – соответствующие функции принадлежности элементов подмножеств; $\mu_{\tilde{y}}(Y|U)$ – функция принадлежности нечеткого решения.

Определим оператор M , положив в основу определения функции принадлежности нечеткого решения принцип расширения Заде

$$\mu_{\tilde{y}}(Y|U) = \max_{x,b} \min(\mu_{\tilde{x}}(x), \mu_{\tilde{b}}(b)) | Y = M(x, U, b), \quad (2)$$

где M – детерминированная математическая модель.

Функцию принадлежности выполнения технологических требований определим следующим образом

$$\mu_{\tilde{\varphi}}(\varphi_i|U) = \max_{x,y} \min(\mu_{\tilde{x}}(x), \mu_{\tilde{y}}(Y|U) | \varphi_i = \varphi_i(x, Y, U).$$

Значение целевой функции также становится нечеткой величиной и определяется своей функцией принадлежности вида

$$\mu_{\tilde{J}}(J|U) = \max_{x,y} \min(\mu_{\tilde{x}}(x), \mu_{\tilde{y}}(Y|U), \mu_{\tilde{\varphi}}(\varphi_i|U) | J = J(x, U, Y).$$

В условиях нечеткости выходной величины Y , параметров b , технологических требований φ , задача оптимизации может быть поставлена как задача нахождения вектора $U^* \in U$ управляющих воздействий, при котором некоторая норма функции принадлежности целевой функции $\|\mu_{\tilde{J}}(J|U)\|$ принимает минимальное (максимальное) значение и при этом гарантируется, что функция принадлежности технологических ограничений φ_i будет подтверждать выполнение технологических ограничений с "достаточной убедительностью".

Такую задачу назовем задачей гарантированной оптимизации в условиях неопределенности.

За норму $\|\mu_{\tilde{J}}(J|U)\|$ примем минимальное значение целевой функции J из некоторого диапазона $\mu_{\tilde{J}}(J|U) \geq \mu_3$ значений функции принадлежности $\mu_{\tilde{J}}(J|U)$

$$Q(U) = \|\mu_{\tilde{J}}(J|U)\| = \min J | \mu_{\tilde{J}}(J|U) \geq \mu_3,$$

где μ_3 – заданное значение функции принадлежности.

При этом каждой функции принадлежности $\mu_{\tilde{J}}(J|U)$ будет соответствовать свое единственное значение целевой функции J и соответственно единственное значение $Q(U)$ (смысл которого полностью совпадает со смыслом значения целевой функции в традиционной детерминированной задаче).

Необходимо формализовать гарантированность с "достаточной убедительностью" выполнение технологических ограничений. Будем считать, что i -е технологические ограничения выполняются с гарантией, если

$$\forall \varphi_i \leq a_i : \mu_{\tilde{\varphi}}(\varphi_i|U) < \varepsilon_i, \exists \varphi_i : \mu_{\tilde{\varphi}}(\varphi_i|U) \geq \varepsilon_i, i = \overline{1, n},$$

где ε_i – постоянная величина, называемая уровнем существенности.

Сформулируем математически задачу гарантированной оптимизации в условиях неопределенности следующим образом.

Необходимо найти $U^* \in U$, при котором принимает минимальное значение целевая функция

$$Q(U) \rightarrow \min_U,$$

при гарантированном удовлетворении технологических требований:

$$\varphi_i^r(U) \geq a_i, i = \overline{1, n}; \varphi_i^r(U) = \arg \min_{E_i}$$

и выполнении уравнений математической модели (2).

МЕТОДИКА ИДЕНТИФИКАЦИИ ВНЕШНИХ ВОЗМУЩЕНИЙ

Зайцев А. В.

Военная академия ракетных войск им. П. Великого

Задача синтеза программного управления движением летательного аппарата (ЛА) имеет смысл в том случае, если удается провести идентификацию внешних возмущений, действующих на объект на рассматриваемом участке траектории.

Причины возмущений, оказывающих влияние на ЛА, следующие: смещение центра масс ЛА относительно его оси; несоосность сопел двигателя; неточность приведения сопел двигательной установки в нулевое положение, обусловленная работой шагового двигателя.

В данное время трудно выделить единый метод идентификации возмущений. В [1, 2] приводится анализ наиболее известных методов.

Предложим методику идентификации, идеи которой высказаны В. П. Зелененьким, позволяющую получить численные значения возмущающих воздействий. Запишем систему уравнений, описывающих движение ЛА в векторно-матричной форме

$$\dot{Y}(t) = B(t)Y(t) + A(t)U(t) + C(t)F(t),$$

где Y , U , F – вектор-функции координат ЛА, управлений и возмущений; $B(t)$, $A(t)$, $C(t)$ – матрицы с нестационарными элементами.

Решение этой системы для дискретного времени n , $n = 0, 1, 2, \dots$ может быть представлено в виде

$$Y[(n+1)T] = \Phi(nT)Y(nT) + H(nT)U(nT) + G(nT)F(nT).$$

Тогда, опуская промежуточные преобразования [3], запишем следующую систему алгебраических уравнений:

$$z[(n+1)T] = z[nT] + T\dot{z}[nT] + 0,5T^2\bar{F}[nT];$$

$$\psi[(n+1)T] = \psi[nT] + T\dot{\psi}[nT] + 0,5T^2\bar{M}[nT];$$

$$\delta[(n+1)T] = \delta[nT] + T\dot{\delta}[nT] + 0,5T^2K_{pp}U[nT]/T_{pp}^2;$$

$$\dot{\delta}[(n+1)T] = -\frac{T}{T_{pp}}\dot{\delta}[nT] + \delta[nT] - 2\xi\frac{T}{T_{pp}}\delta[nT] + U[nT] \left(T\frac{K_{pp}}{T_{pp}} - \xi T^2\frac{K_{pp}}{T_{pp}} \right).$$

При условии, что в процессе полета фазовые координаты $\dot{z}[nT]$, $\psi[nT]$, $\dot{\psi}[nT]$ измеряются, а также вычисляются координата $z[nT]$ и управление $U[nT]$, формируемое в бортовой ЦВМ, оценки внешних возмущений могут быть получены из системы в следующем виде:

$$\bar{F}[nT] = 2\{z[(n+1)T] - z[nT] - T\dot{z}[nT]\}/T^2;$$

$$\bar{M}[nT] = 2\{\psi[(n+1)T] - \psi[nT] - T\dot{\psi}[nT]\}/T^2.$$

Под возмущениями понимаются приведенные значения сил $F[nT]$ и моментов $M[nT]$, обусловленные влиянием выше перечисленных факторов.

Данная методика имеет один существенный недостаток. Оценка возмущений может быть получена при наличии дополнительных датчиков, которые не всегда имеют место. Поэтому рассмотрим методику идентификации возмущений при отсутствии дополнительных измерений и снова вернемся к алгебраической форме записи.

Состояние объекта может быть описано следующей системой уравнений:

$$V_z[(k+1)T] = a_{11}V_z[kT] + a_{12}\psi[kT] + a_{13}\dot{\psi}[kT] + a_{14}\delta[kT] + h_{11}U[kT] +$$

$$+ \Gamma_{11}F[kT] + \Gamma_{12}M[kT];$$

$$\psi[(k+1)T] = a_{21}V_z[kT] + a_{22}\psi[kT] + a_{23}\dot{\psi}[kT] + a_{24}\delta[kT] + h_{31}U[kT] +$$

$$+ \Gamma_{22}M[kT];$$

$$\dot{\psi}[(k+1)T] = a_{31}V_z[kT] + a_{32}\psi[kT] + a_{33}\dot{\psi}[kT] + a_{34}\delta[kT] + h_{31}U[kT] +$$

$$+ \Gamma_{31}F[kT] + \Gamma_{32}M[kT];$$

$$\delta[(k+1)T] = a_{44}\delta[kT] + h_{41}U[kT] + \Gamma_{41}F[kT] + \Gamma_{42}M[kT].$$

Неизвестными в данной системе являются значения $\dot{\psi}[kT]$, $\dot{\psi}[(k+1)T]$, $F(kT)$, $M(kT)$, $\delta[(k+1)T]$. Чтобы получить значения неизвестных, добавим к данной системе два уравнения, полученных на предыдущем шаге дискретности:

$$V_z[kT] = a_{11}V_z[(k-1)T] + a_{12}\psi[(k-1)T] + a_{13}\dot{\psi}[(k-1)T] +$$

$$+ a_{14}\delta[(k-1)T] + \Gamma_{11}F(kT) + \Gamma_{12}M(kT) + h_{11}U[(k-1)T];$$

$$\psi[kT] = a_{21}V_z[(k-1)T] + a_{22}\psi[(k-1)T] + a_{23}\dot{\psi}[(k-1)T] +$$

$$+ a_{24}\delta[(k-1)T] + \Gamma_{21}F(kT) + \Gamma_{22}M(kT) + h_{21}U[(k-1)T].$$

Введем следующие обозначения:

$$B = \begin{bmatrix} V_z[(k+1)T] - a_{11}V_z[kT] - a_{12}\psi[kT] - a_{14}\delta[kT] + h_1U[kT] \\ \psi[(k+1)T] - a_{21}V_z[kT] - a_{22}\psi[kT] - a_{24}\delta[kT] - h_2U[kT] \\ -a_{31}V_z[kT] - a_{32}\psi[kT] - a_{34}\delta[kT] - h_3U[kT] \\ -a_{44}\delta[kT] - h_4U[kT] \\ V_z[kT] - a_{11}V_z[(k-1)T] - a_{12}\psi[(k-1)T] - a_{14}\delta[(k-1)T] + h_1U[(k-1)T] \\ \psi[kT] - a_{21}V_z[(k-1)T] - a_{22}\psi[(k-1)T] - a_{24}\delta[(k-1)T] - h_2U[(k-1)T] \end{bmatrix};$$

$$\Phi^* = \begin{bmatrix} a_{13} & 0 & \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 & 0 \\ a_{23} & 0 & \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 & 0 \\ a_{33} & -1 & \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & -1 & 0 \\ 0 & 0 & \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & 0 & a_{13} \\ 0 & 0 & \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & 0 & a_{23} \end{bmatrix}; \quad X = \begin{bmatrix} \dot{\psi}[kT] \\ \dot{\psi}[(k+1)T] \\ f(T) \\ M(T) \\ \delta[(k+1)T] \\ \dot{\psi}[(k-1)T] \end{bmatrix}.$$

Здесь матрица X представляет собой совокупность угловых параметров, отклонений рулевых органов и внешних возмущений $f(T)$, $M(T)$.

Найдем значения неизвестной матрицы X путем решения матричного уравнения: $\Phi^*X = B$, откуда для неособенной матрицы Φ получаем: $X = (\Phi^*)^{-1}B$.

Таким образом, приведенные выше зависимости показывают возможность идентификации внешних возмущений, имеющих систематический характер и действующих на объект на внеатмосферном участке, как при наличии дополнительных измерений, так и без них. Учитывая природу возмущений, их можно экстраполировать на последующий интервал и тем самым строить алгоритм программного управления с учетом имеющих место возмущающих воздействий.

1. Эйхофф П. Основы идентификации систем управления. М.: Мир, 1979.

2. Черноусько Ф. А., Калмановский В. Б. Оптимальное управление при случайных возмущениях. М.: Наука, 1978.

3. Зайцев А. В. Методика разработки алгоритма оптимального программного управления // Авиакосмическое приборостроение. № 1. 2002.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СКОРОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ МАТЕРИАЛА В РЕАКТОРЕ В КАЧЕСТВЕ УПРАВЛЯЮЩЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Татищев В. В., Фокин А. Л., Харазов В. Г.

Санкт-Петербургский государственный технологический институт

Регулируемые переменные многих технологических процессов зависят от скорости перемещения материала внутри реактора. Поэтому последняя может в таких случаях выступать в роли управления. Примером такого процесса может быть сушка в конвейерной сушилке, когда влагосодержание на выходе зависит от времени пребывания материала в сушилке, а оно, в свою очередь, зависит от скорости движения транспортера или ленты. Другим примером может быть производство пироуглеродной токопроводящей ткани, когда удельная проводимость материала при заданной температуре зависит от времени осаждения, которое определяется скоростью перемещения ленты.

Обычно приращение регулируемой переменной Δy связано в динамике с приращением времени пребывания материала в реакторе Δt_V зависимостью

$$\Delta y(p) = k(x^0) e^{-\tau p} \Delta t_V(p) + f(p), \quad (1)$$

где $k(x^0)$ – коэффициент передачи, который нелинейно зависит от установившегося значения вектора состояния реактора x^0 ; τ – запаздывание; $f(p)$ – возмущение; p – комплексная переменная.

Запаздывание τ возникает из-за удаленности места установки датчика измерения Δy от реактора и зависит от номинального значения скорости перемещения V^0 . Приращение времени Δt_V в динамике зависит от приращения скорости

$$\Delta t_V(p) = -(1 - e^{-t_{V0} p}) \Delta V(p) / V^0 p, \quad (2)$$

где $t_{V0} = l^0 / V^0$ – номинальное время нахождения материала в реакторе; l^0 – длина пути материала в реакторе.

Задача стабилизации состоит в поддержании величины $\Delta y(t)$ на нулевом уровне. Наличие запаздывания в числителе (2) создает определенные трудности, так как стабилизирующее изменение управления $\Delta V(t)$ через время t_{V0} действует на объект уже как внутреннее возмущение в (2). Через время запаздывания τ регулятор вновь вырабатывает стабилизирующее приращение скорости, чтобы компенсировать внутреннее возмущение. Но через время t_{V0} оно опять возвращается в качестве внутреннего возмущения в (2) и т.д. Таким образом в замкнутой системе управления создаются периодически повторяющиеся колебания, которые зависят от используемого алгоритма управления. Если $\tau = 0$, то при точном знании параметров $k(x^0)$, V^0 эффективно работает компенсация вида

$$\Delta V(t) = u(\Delta y(t)) + k(x^0) \Delta V(t - t_{V0}) / V^0, \quad (3)$$

где $u(\Delta y(t))$ – принятый в замкнутой системе алгоритм управления.

Недостатком алгоритма (3) является большая чувствительность к параметрической неопределенности в (1), (2). Чтобы устранить этот недостаток, можно решать задачу компенсации внутреннего возмущения в классе нелинейных робастных систем [1]. Тогда вместо (3) можно использовать, например, закон регулирования вида

$$\Delta V(t) = u(t) + \gamma u(t) (1 + e^{\lambda u(t)}), \quad (4)$$

где γ, λ – параметры алгоритма.

В обоих случаях управление $u(\Delta y(t))$ выбирается на основании номинальной модели для объекта (1), (2) вида

$$\Delta y(p) = k_0 e^{-\tau p} \Delta V(p) / p, \quad (5)$$

где $k_0 = k^0(x^0) / V^0$ – коэффициент передачи объекта; $k^0(x^0)$ – номинальный $k(x^0)$ в (1).

Если $\tau = 0$, то для управления объектом (5) может быть использован ПИ регулятор. Если $\tau > 0$, то можно использовать ПИ закон регулирования [2] с $\omega_C = 0,343/\tau$

$$u(p) = W_p(p) = \left(\left(\frac{10}{\omega_C} \right) p + 1 \right) \Delta y(p) / 10 k_0 p. \quad (6)$$

Между передаточными функциями разомкнутой реальной и номинальной системы с регулятором (6) можно рассмотреть аддитивную меру близости

$$|W(j\omega) - W^0(j\omega)| \leq \bar{k} |W_p(j\omega)| / \omega, \quad \omega \geq 0, \quad (7)$$

где \bar{k} – наибольшее абсолютное значение для $k = k(x^0) / V^0$. Тогда для исследования устойчивости системы можно использовать робастный критерий Найквиста. Расчеты показывают, что степень устойчивости системы возрастает, если постоянная изодрома в (6) увеличивается при неизменном коэффициенте передачи регулятора.

При наличии запаздывания $\tau > 0$ в (1) эффективность алгоритма (4) уменьшается, так как действие нелинейной составляющей приводит к потере устойчивости. Если уменьшать влияние этой составляющей при помощи выбора параметров γ, λ , то она становится не эффективной для устранения влияния внутреннего возмущения. В этом случае вместо (5) можно рассмотреть другую, более близкую к реальной, номинальную модель объекта, которая получается после разложения $e^{-t_{V0}p}$ в (2) в ряд Паде. Она может, например, иметь вид колебательного звена с запаздыванием

$$\Delta y(p) = - \frac{k_0 t_{V0} e^{-\tau p}}{t_{V0}^2 p / 12 + t_{V0} p / 2 + 1} \Delta V(p). \quad (8)$$

Для стабилизации (8) можно использовать ПИД закон регулирования в виде [2]

$$\Delta V(p) = -\omega_C (t_{V0}^2 p / 12 + t_{V0} p / 2 + 1) \Delta y(p) / k_0 t_{V0} p (T_\varepsilon p + 1), \quad (9)$$

где T_ε – малая постоянная времени; $\omega_C = 0,343/\tau$.

Управление (9) более эффективно для стабилизации реального объекта (1), (2) при $\tau > 0$, чем (6) с (3) или (4), так как учитывает колебательный характер действия внутреннего возмущения в (2). Если в (8) использовать ряд Паде третьей степени, то можно улучшить качество регулирования, но за счет усложнения регулятора.

При использовании алгоритмов управления (6), (9) частота среза системы, как показано в [2], находится в окрестности значения $\omega_C = 0,343/\tau$. Поэтому область низких и средних частот можно приблизительно охарактеризовать интервалом $0 \leq \omega \leq 10\omega_C$. Если не учитывать параметрическую неопределенность, то можно показать, что амплитудно-частотная характеристика объекта (1), (2) может быть аппроксимирована амплитудно-частотной характеристикой номинальной модели (8) в этой полосе частот. Этого нельзя утверждать относительно номинальной модели (5).

Поэтому при отсутствии запаздывания в канале измерения или при малых величинах этого запаздывания может быть использован П или ПИ закон регулирования (6) вместе с алгоритмами компенсации (3) или (4). При значительных запаздываниях τ следует использовать для регулирования ПИД закон (9) без компенсации.

1. Воронов К. В. и др. Автоматика и телемеханика. 2001. № 2.
2. Фокин А. Л. Использование метода разделения движений для синтеза линейных систем... СПб.: СПбГТИ 2001. Деп. в ВИНТИ 29.06.2001. № 1559-B2001.

ВЕРОЯТНОСТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ОГИБАЮЩЕЙ СУММЫ КВАЗИГАРМОНИЧЕСКОГО СИГНАЛА И ПУАССОНОВСКОГО ШУМА В МОДЕЛИ И.С. ВСЕХСВЯТСКОЙ

Александров В. Д., Иванов Н. М.

ГКБ аппаратно-программных систем "Связь", gkbsvlaz@don.sitek.net

Модели явлений различной физической природы в виде профильтрованных пуассоновских процессов (ППП) представляют интерес в самых разнообразных областях науки и техники – от теории связи, измерительной техники, теории надежности до гидроакустики, строительной механики и теории уличного движения.

Математическая модель ППП $Z_p(t)$ представима в виде суперпозиции элементарных импульсов

$$Z_p(t) = \sum_{i=1}^n a_i F(t - t_i) \cos \varphi_i, \quad (1)$$

где a_i , φ_i , t_i – амплитуда, фаза и момент возникновения i -го элементарного импульса; $F(t)$ – форма элементарного импульса, а величина n распределена в соответствии с законом Пуассона с параметром интенсивности ν , характеризующим среднее число импульсов в единицу времени. Предполагается, что все элементарные импульсы имеют одинаковую форму и статистически независимы, распределения t_i равномерны на интервале наблюдения, а флуктуации фаз равномерно распределены на интервале $[0, 2\pi]$.

В ряде случаев необходимо использовать более сложную модель $Z_{S+P}(t)$ в виде суммы квазигармонического сигнала постоянной амплитуды E со случайной, равномерно распределенной на $[0, 2\pi]$ фазой, и ППП (индекс S относится к сигналу, индекс P – к пуассоновскому шуму)

$$Z_{S+P}(t) = R \cos \varphi, \quad (2)$$

где Z представляет собой мгновенное значение; R – амплитуду (огibaющую); φ – фазу суммарного процесса.

Одной из таких моделей является модель И. С. Всехсвятской [1], разработанная для моделирования радиосигналов, отраженных от ионосферы. В этой модели предполагается, что элементарные импульсы в (1) имеют форму

$$F(t) = (1 + \alpha t)^{-1}, \quad t \geq 0, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

а амплитуды импульсов a_i имеют плотность вероятности (ПВ)

$$W(a) = a_0^{-1} e^{-a/a_0}, \quad a \geq 0, \quad (4)$$

где a_0 – параметр распределения, представляющий собой среднюю амплитуду отдельного импульса.

При этом характеристическая функция $f_P(\lambda)$ ППП (1–4) принимает вид [1, 2]

$$f_P(\lambda) = \exp \left\{ \gamma \left(1 - \sqrt{1 + a_0^2 \lambda^2} \right) \right\}, \quad (5)$$

где $\gamma = \nu/\alpha$ – параметр, характеризующий отличие распределения ППП от гауссовского (при $\gamma \rightarrow \infty$ ППП имеет гауссовское распределение).

Учитывая, что характеристическая функция (ХФ) квазигармонического сигнала $f_S(\lambda)$ равна $J_0(\lambda E)$ [1], где $J_0(\cdot)$ – функция Бесселя нулевого порядка [2], в соответствии со свойствами характеристических функций [1] ПВ огibaющей $W_{S+P}(R)$ суммарного сигнала можно записать в виде

$$W_{S+P}(R) = R \int_0^\infty J_0(\lambda E) J_0(\lambda R) \exp \left[\gamma \left(1 - \sqrt{1 + a_0^2 \lambda^2} \right) \right] \lambda d\lambda. \quad (6)$$

Вычислить интеграл (6) весьма затруднительно: аналитически – из-за сложности подынтегрального выражения, численно – из-за бесконечных пределов интегрирования и наличия в подынтегральном выражении быстроосциллирующих функций Бесселя. При численной реализации преобразования Фурье–Бесселя возникают два рода ошибок. Ошибки первого рода связаны с ограничением интервала значений λ , так как подынтегральная функция $f(\lambda)$ может вычисляться только на конечном интервале $\lambda < \Lambda$. Ошибки второго рода связаны с дискретизацией, т.е. с тем, что $f(\lambda)$ может задаваться только конечным числом $(N+1)$ точек. Кроме ошибок, это влечет за собой необходимость задавать плотности вероятностей в интервале $R < R_0$ только в дискретных точках, определяемых нулями функций Бесселя. Воспользуемся поэтому предложенным в [3] методом вычисления таких интегралов, заключающемся в сведении их к интегралам в конечных пределах. Тогда (6) может быть записано в виде

$$W_{S+P}(R) = \frac{R}{\pi} \int_0^\pi \left[W_P(\tilde{R}) / \tilde{R} \right] d\varphi, \quad \tilde{R} = \sqrt{R^2 + E^2 - 2RE \cos \varphi}, \quad (7)$$

где $W_P(R)$ – плотность вероятности ППП. Важность перехода от (6) к (7) заключается, помимо замены бесконечных пределов интегрирования конечными, в замене быстроосциллирующего подынтегрального выражения плавной функцией. Плотность вероятности собственно ППП в (7) имеет вид [4]

$$W_P(R) = \gamma R \sqrt{\frac{2}{\pi a_0}} e^{\gamma} \frac{K_{3/2} \left(\frac{1}{a_0} \sqrt{R^2 + \gamma^2 a_0^2} \right)}{(R^2 + \gamma^2 a_0^2)^{3/4}}, \quad R \geq 0, \quad (8)$$

где $K_\nu(\cdot)$ – функция Макдональда порядка ν [2], причем $K_{3/2}(\cdot)$ выражается через элементарные функции:

$$K_{3/2}(x) = \sqrt{\pi/(2x)} e^{-x} (1 + x^{-1}).$$

При $\gamma \rightarrow \infty$ распределение (8) стремится к распределению Рэлея [4], а распределение (7) – к распределению суммы квазигармонического сигнала и нормального шума (распределению Райса)

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} W_{S+P}(R) = W_{S+N}(R) = \frac{R}{\sigma^2} \exp \left\{ -\frac{R^2 + E^2}{2\sigma^2} \right\} I_0 \left(\frac{RE}{\sigma^2} \right), \quad (9)$$

где $I_\nu(\cdot)$ – модифицированная функция Бесселя порядка ν [2].

Графики нормированных плотностей вероятности $W_{S+P}(\rho = R/\sqrt{\gamma a_0^2})$ (величина γa_0^2 представляет собой дисперсию ППП) для различных значений амплитуды квазигармонического сигнала E представлены на рис. 1, а, б. Пунктиром показаны графики ПВ суммы квазигармонического сигнала и нормального шума.

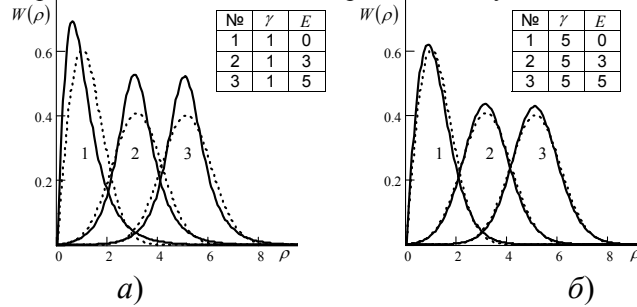


Рис. 1

Эти графики наглядно иллюстрируют скорость сходимости плотности вероятности огибающей суммы квазигармонического сигнала и ППП в модели Всехсвятской к распределению Райса.

Важной характеристикой распределения $W_{S+P}(R)$ является коэффициент вариации $\text{Var} = m_2/m_1^2$, который для рассматриваемой модели может быть выражен в замкнутой форме и для $\sigma^2 = \gamma a_0^2 = 1$ имеет вид

$$\text{Var} = (E^2 + 2) \frac{e^{-2\gamma}}{\gamma} \left\{ I_0(\tilde{z}_-) \mathcal{K}_0(\tilde{z}_+) + \frac{E^2}{2} [I_0(\tilde{z}_-) \mathcal{K}_1(\tilde{z}_+) + I_1(\tilde{z}_-) \mathcal{K}_0(\tilde{z}_+)] \right\}^{-2}, \quad (10)$$

где $\tilde{z}_{\pm} = \sqrt{\gamma} \left[(\gamma + E^2)^{1/2} \pm \sqrt{\gamma} \right] / 2$.

При $\gamma \rightarrow \infty$ коэффициент вариации (12) преобразуется в коэффициент вариации распределения Райса

$$\text{Var}|_{\gamma=\infty} = \frac{2(E^2 + 2)}{\pi} e^{E^2/2} \left\{ \left(1 + \frac{E^2}{2} \right) I_0\left(\frac{E^2}{4}\right) + \frac{E^2}{2} I_1\left(\frac{E^2}{4}\right) \right\}^{-2},$$

а при дополнительном условии $E \rightarrow 0$ – к коэффициенту вариации распределения Рэлея $\text{Var} = 4/\pi$.

Предельное значение при $\gamma \rightarrow 0$ имеет вид $\text{Var}|_{\gamma=0} = 1 + 2/E^2$.

Графики зависимости Var от E приведены на рис. 2. Из рис. 2 следует, что область изменения коэффициента вариации для рассмотренной модели намного больше области изменения для модели Райса, что существенно расширяет возможности моделирования случайных процессов в виде суммы квазигармонического сигнала и шума.

Рассмотренный метод позволяет достаточно просто рассчитывать плотности вероятности суммы квазигармонического сигнала и шума, представимого не только моделью ППП, но и широким классом других моделей шумов.

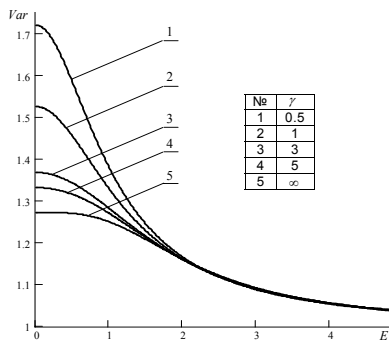


Рис. 2

1. Всехсвятская И. С. Статистические свойства сигналов, отраженных от ионосферы. М.: Наука, 1972.
2. Градштейн И. С., Рыжик И. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1971.
3. Александров В. Д. Вопросы обработки сигналов в системах пассивной радиолокации. Таганрог: ТРТИ, 1985. Вып. 5 (VIII). С. 51 – 53.
4. Александров В. Д. Радиоконтроль: Науч.-техн. сб. ГKB "Связь". Ростов н/Д, 1999. Вып. 2. С. 40 – 49.