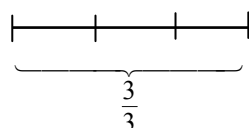
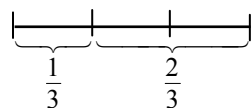
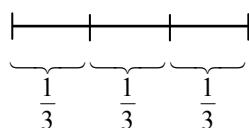
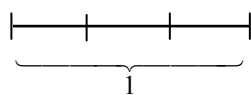


А. Я. АЛЕЕВА, Ю. Ю. ГРОМОВ,
О. Г. ИВАНОВА, А. В. ЛАГУТИН

МАТЕМАТИКА

ВВОДНЫЙ КУРС



• ИЗДАТЕЛЬСТВО ТГТУ •

Министерство образования Российской Федерации
Тамбовский государственный технический университет

**А. Я. АЛЕЕВА, Ю. Ю. ГРОМОВ,
О. Г. ИВАНОВА, А. В. ЛАГУТИН**

МАТЕМАТИКА

ВВОДНЫЙ КУРС

Утверждено Ученым советом университета
в качестве учебного пособия

Тамбов
• Издательство ТГТУ •
2002

УДК 51(075)

ББК В14я729
М34

Р е ц е н з е н т

Зав. кафедрой математики ТВАИИ
кандидат физико-математических наук, доцент
А. А. Ефремов

М34 **Алеева А. Я., Громов Ю. Ю., Иванова О. Г., Лагутин А. В.**
Математика. Вводный курс: Учебное пособие. Тамбов: Изд-во
Тамб. гос. техн. ун-та, 2002. 92 с.
ISBN 5-8265-0088-3

Пособие знакомит иностранных студентов с основными понятиями арифметики и начальными понятиями алгебры (действия над рациональными числами). Язык пособия адаптирован в соответствии с уровнем владения учащимися русским языком.

Учебное пособие предназначено для студентов-иностранцев, проходящих предвузовскую подготовку.

УДК 51(075)
ББК В14я729

ISBN 5-8265-0088-3

© Тамбовский государственный
технический университет (ТГТУ), 2002

© Алеева А. Я., Громов Ю. Ю.,
Иванова О. Г., Лагутин А. В., 2002

УЧЕБНОЕ ИЗДАНИЕ

АЛЕЕВА Анна Яковлевна,
ГРОМОВ Юрий Юрьевич,
ИВАНОВА Ольга Геннадьевна,
ЛАГУТИН Андрей Владимирович

МАТЕМАТИКА

Вводный курс

Учебное пособие

Редактор Т. М. Г л и н к и н а
Компьютерный набор и
компьютерное макетирование Е. В. К о р а б л е в о й

Подписано в печать 27.11.2002
Гарнитура Times New Roman. Формат 60×84/16
Бумага офсетная. Печать офсетная. Объем: 5,35 усл. печ. л.; 3,74 уч.-изд. л.
Тираж 100 экз. С. 694^М

Издательско-полиграфический центр
Тамбовского государственного технического университета
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14

Введение

Настоящее пособие предназначается для работы со студентами-иностранцами, обучающимися математике на подготовительном факультете.

В пособии рассматриваются основные числа и действия над ними, а также понятия иррационального и действительного числа, числовые множества и их стандартные обозначения.

Цель пособия – изложить студентам отобранный в пособии математический материал в доступной языковой форме, познакомить их с языком математики, заложить элементарные умения в чтении и понимании математических текстов, активизировать лексический запас студентов в процессе чтения текстов пособия и ответов на вопросы по ним. Кроме того, пособие будет способствовать формированию вычислительных навыков при выполнении студентами соответствующих упражнений.

Пособие состоит из восьми занятий, каждое из которых раскрывает определенную тему. Темы, в свою очередь, делятся на подтемы, содержащие теоретический материал и примеры, иллюстрирующие вводные математические понятия и термины.

В каждое занятие включены упражнения двух типов: на закрепление вычислительных навыков и на отработку вводимой математической лексики.

Работа по пособию рассчитана на 32 – 40 учебных часов в зависимости от уровня подготовки учащихся. При работе в группах учащихся со средним уровнем математической подготовки занятия 1, 2, 3, 5, 6, 7 рекомендуется изучать в течение 4 академических часов каждое, а уроки 4 и 8 – в течение 8 часов.

Занятие 1

НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

1.1 Натуральные числа

0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 – это цифры.

Цифры – это знаки.

a ; $+$; $=$; \in ; ... – это тоже знаки.

3 ; $\frac{1}{2}$; 0 ; 3 ; -5 ; 7 ; 69 ; 834 – это числа.

Числа 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; ...; 9 ; 10 ; 11 ; ...; 47 ; 48 ; 49 ; ... – натуральные числа.

Число 0 – это ненатуральное число.

Число 0 – это целое число. Натуральные числа – это тоже целые числа.

0 ноль (нуль)	1 один (единица)
2 два	3 три
4 четыре	5 пять
6 шесть	7 семь
8 восемь	9 девять
10 десять	11 одиннадцать
12 двенадцать	13 тринадцать
14 четырнадцать	15 пятнадцать
16 шестнадцать	17 семнадцать
18 восемнадцать	19 девятнадцать
20 двадцать	30 тридцать
40 сорок	50 пятьдесят
60 шестьдесят	70 семьдесят
80 восемьдесят	90 девяносто
100 сто	200 двести

300 триста	400 четыреста
500 пятьсот	600 шестьсот
700 семьсот	800 восемьсот
900 девятьсот	1000 тысяча
1 000 000 миллион	

92 – девяносто два; 247 – двести сорок семь; 905 – девятьсот пять; 1451 – тысяча четыреста пятьдесят один.

1.2 Множество натуральных чисел

Все натуральные числа можно записать как множество:

$$\{1; 2; 3; \dots; 241; 242; 243; \dots\} = N.$$

N – это множество натуральных чисел. $=$ это знак "равно". Натуральные числа $1; 2; 3; \dots$ – это элементы множества N . 12 – это натуральное число или 12 – элемент N . Это можно записать так: $12 \in N$. 0 – это не натуральное число или 0 – не элемент N . Это можно записать так: $0 \notin N$.

1.3 Четные и нечетные числа

Натуральное число может быть четное и нечетное.

$2; 4; 6; 8; 10; 12; \dots$ – это четные числа.

$1; 3; 5; 7; 9; 11; \dots$ – это нечетные числа.

Например: 472 – это четное число. 37 – это нечетное число.

Все четные числа можно записать как множество:

$$\{2k \mid k \in N\} = \{2; 4; 6; \dots\}.$$

Все нечетные числа можно записать как множество:

$$\{2k - 1 \mid k \in N\} = \{1; 3; 5; \dots\}.$$

1.4 Арифметические действия

Арифметика изучает четыре действия:

- 1) $2 + 3 = 5$ – сложение;
- 2) $7 - 4 = 3$ – вычитание;
- 3) $2 \cdot 5 = 10$ – умножение;
- 4) $8 : 2 = 4$ – деление.

Деление можно записать так:

$$8 : 2 = \frac{8}{2} = 4.$$

$+$ (плюс) – это знак сложения;

$-$ (минус) – это знак вычитания;

\cdot или \times (умножить) – это знак умножения;

$:$ (разделить) – это знак деления.

Действия мы читаем так:

$2 + 3 = 5$ (2 плюс 3 равно 5);

$7 - 4 = 3$ (7 минус 4 равно 3);

$2 \cdot 5 = 10$ (2 умножить на 5 равно 10);

$8 : 2 = 4$ (8 разделить на 2 равно 4).

1.5 Компоненты действий

1) Компоненты сложения.

$a + b = c$, где a – это слагаемое; b – это слагаемое; c – это сумма; выражение $a + b$ – это сумма.

2) Компоненты вычитания.

$a - b = c$, где a – это уменьшаемое; b – это вычитаемое; c – это разность; выражение $a - b$ – это разность.

3) Компоненты умножения.

$a \cdot b = c$, где a – это множитель; b – это множитель; c – это произведение; выражение $a \cdot b$ – это произведение.

4) Компоненты деления.

$a : b = c$, где a – это делимое; b – это делитель; c – это частное; выражение $a : b$ – это частное.

Действие	Знак	Что сделать ?	Результат
Сложение	+ плюс	Сложить	Сумма
Вычитание	– минус	Вычесть	Разность
Умножение	· умножение	Умножить	Произведение
Деление	: деление	Разделить	Частное

УПРАЖНЕНИЯ

1 Прочитайте числа:

1) 2, 12, 20, 200; 3, 13, 30, 300; 4, 14, 40, 400; 5, 15, 50, 500; 6, 16, 60, 600; 7, 17, 70, 700; 8, 18, 80, 800; 9, 19, 90, 900.

2) 1, 10, 100, 1000, 1 000 000.

3) 311, 836, 917, 519, 512, 603, 1007, 1042, 1204, 1300, 1020.

2 Запишите числа цифрами:

семь, двадцать три, двенадцать, сорок пять; девятнадцать; девяносто семь, сто пятьдесят четыре; семьсот три, двести одиннадцать; шестьсот сорок один; тысяча девятьсот восемьдесят пять.

3 Ответьте на вопросы:

- 1) Число 2 – это натуральное или ненатуральное число?
- 2) Число 39 – это натуральное или ненатуральное число?
- 3) Число 0 – это натуральное или ненатуральное число?
- 4) Число 158 – это натуральное или ненатуральное число?
- 5) Число 56 – это четное или нечетное число?
- 6) Число 173 – это четное или нечетное число?
- 7) Число 75 – это четное или нечетное число?
- 8) Число 84 – это четное или нечетное число?

4 Прочитайте предложения и запишите их с помощью знаков \in , \notin , N .

Образец: 15 – это натуральное число. $15 \in N$.

- 1) 3 – это натуральное число;
- 2) 0 – это ненатуральное число;
- 3) 29 – это натуральное число;
- 4) 46 – это натуральное число;
- 5) –5 – это ненатуральное число.

5 Прочитайте. Ответьте на вопросы: 1) Какое это действие? 2) Какие это компоненты действия?

Образец: $4 + 6 = 10$. Четыре плюс шесть равно числу десять. Это сложение. 4 – это слагаемое, 6 – это слагаемое; 10 – это сумма.

- $1 + 4 = 5$; $19 - 15 = 4$; $2 \cdot 1 = 2$; $16 : 2 = 8$;
 $7 + 5 = 12$; $23 - 17 = 6$; $5 \cdot 4 = 20$; $4 : 1 = 4$;
 $15 + 17 = 32$; $12 - 5 = 7$; $7 \cdot 10 = 70$; $48 : 24 = 2$.

6 Прочитайте, запишите действие и ответ.

Образец: Сложите 5 и 3.

$5 + 3 = 8$.

- 1) Сложите: 13 и 17; 48 и 3; 7 и 15; 20 и 40.

- 2) Вычтите: из числа 8 число 3; из числа 12 число 9.
- 3) Умножьте: 5 на 7; 6 на 8; 12 на 48; 10 на 3.
- 4) Разделите: 12 на 6; 18 на 3; 14 на 7; 45 на 15.

7 Прочитайте, запишите действие и ответ.

- 1) Запишите сумму чисел 5 и 9; 12 и 16.
- 2) Запишите разность чисел 7 и 2; 45 и 26.
- 3) Запишите произведение чисел 4 и 7; 10 и 3.
- 4) Запишите частное чисел 21 и 7; 42 и 6.

8 Прочитайте тексты. Ответьте на вопросы.

ТЕКСТ 1

2 – это цифра и число. 37 – это не цифра, это число. Здесь две цифры 3 и 7. Числа 1, 2, 3, 4, 5, ... – это натуральные числа, 0 – ненатуральное число.

Числа 2; 4; 6; 8; 10; ... – это четные числа.

Числа 1; 3; 5; 7; 9; ... это нечетные числа.

Вопросы:

- 1) 2 – это цифра или число?
- 2) 37 – это цифра или число? Сколько здесь цифр?
- 3) 0 – это натуральное или ненатуральное число?
- 4) 4 – это натуральное или ненатуральное число?
- 5) 5 – это четное или нечетное число?
- 6) 8 – это четное или нечетное число?

ТЕКСТ 2

Числа 3 и 5 можно сложить: $3 + 5 = 8$. Это действие сложения. Число 8 – это сумма.

Из числа 12 можно вычесть число 7. $12 - 7 = 5$. Это действие вычитания. Число 5 – это разность.

Число 4 можно умножить на 3. $4 \cdot 3 = 12$. Это действие умножения. Число 12 – это произведение.

Число 10 можно разделить на 5. $10 : 5 = 2$. Это действие деления. Число 2 – это частное.

Вопросы:

- 1) $3 + 5 = 8$. Это сложение или вычитание? Число 8 – сумма или разность?
- 2) $12 - 7 = 5$. Это действие вычитания или умножения? Число 5 – это разность или произведение?
- 3) $4 \cdot 3 = 12$. Это действие умножения или деления? Число 12 – это произведение или частное?
- 4) $10 : 2 = 5$. Это действие деления или сложения? Число 5 – это частное или сумма?

9 Прочитайте слова:

сложить; вычитание; разделить; умножить; сложение; деление; вычесть; умножение; слагаемое; делимое; множитель; вычитаемое; делить.

Разделите эти слова на четыре группы (в каждой группе напишите однокоренные слова):

сложить вычесть умножить разделить
сложение

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Арифметика

Арифметический, -ая, -ое, -ие Арифметическое действие

Выражение

Вычитать – вычесть

(что? из чего?) (Вычтите!)

Вычитаемое

Вычитание

Действие (мн. – действия)

Деление

Делимое

Делить – разделить (что? на что?)	
Делитель	
Единица	
Записывать – записать (что? как что?)	
Знак	
Компонента	
Минус	
Множество	
Множитель	
Натуральное число	
Нечетное число	
Ноль (нуль)	
Плюс	
Произведение	Произведение чисел
Равно	
Разность	Разность чисел
Складывать – сложить (что?)	
Сложите!	
Слагаемое	
Сложение	
Сумма	Сумма чисел
Уменьшаемое	
Умножение	
Целое число	
Цифра	
Частное	Частное чисел
Число (мн. число – числа)	Четное число

Занятие 2

ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ

2.1 Порядок действий

Пример 1. $17 - 15 + 24 - 18$ – это числовое выражение. Оно содержит только действия сложения и вычитания. Мы делаем эти действия последовательно (слева направо):

$$17 - 15 + 24 - 18$$

→

1) $17 - 15 = 2$; 2) $2 + 24 = 26$; 3) $26 - 18 = 8$.

Следовательно, $17 - 15 + 24 - 18 = 8$.

П р а в и л о 1. Если выражение содержит только действия сложения и вычитания, то делаем эти действия последовательно (слева направо).

Пример 2. $45 : 9 \cdot 6 : 3$.

Это числовое выражение содержит только умножение и деление. Мы делаем эти действия последовательно (слева направо):

$$45 : 9 \cdot 6 : 3$$

→

1) $45 : 9 = 5$; 2) $5 \cdot 6 = 30$; 3) $30 : 3 = 10$.

Следовательно, $45 : 9 \cdot 6 : 3 = 10$.

П р а в и л о 2. Если выражение содержит только умножение и деление, то выполняем эти действия последовательно (слева направо).

Пример 3. $18 - 10 : 5 + 12 \cdot 2$.

Это выражение содержит действия сложение, вычитание, умножение, деление. Здесь нужно сначала делать

действия умножение и деление, а потом – сложение и вычитание:

$$18 - 10 : 5 + 12 \cdot 2.$$

(3) (1) (4) (2)

1) $10 : 5 = 2$; 2) $12 \cdot 2 = 24$; 3) $18 - 2 = 16$; 4) $16 + 24 = 40$.

Следовательно, $18 - 10 : 5 + 12 \cdot 2 = 18 - 2 + 24 = 40$.

П р а в и л о 3. Если выражение содержит действия сложение, вычитание, умножение; то сначала выполняем умножение и деление, а потом сложение и вычитание.

Выражение может содержать скобки (...) – круглые скобки; [...] – квадратные скобки; {...} – фигурные скобки.

Пример 4. $(5 + 4) \cdot 3$.

Это выражение содержит круглые скобки. Вычислим это выражение. Сначала мы выполняем действие, которое находится в скобках (сложение), а потом – умножение:

$$(5 + 4) \cdot 3.$$

(1) (2)

1) $5 + 4 = 9$; 2) $9 \cdot 3 = 27$.

Следовательно, $(5 + 4) \cdot 3 = 9 \cdot 3 = 27$.

Пример 5. $20 - [10 + 18 : (9 - 3 \cdot 2)]$.

Это выражение содержит круглые и квадратные скобки. Вычислим это выражение. Сначала мы выполняем действия, которые находятся в круглых скобках, а потом – действия в квадратных скобках.

(5) (4) (3) (2) (1)

$$20 - [10 + 18 : (9 - 3 \cdot 2)].$$

1) $3 \cdot 2 = 6$; 2) $9 - 6 = 3$; 3) $18 : 3 = 6$; 4) $10 + 6 = 16$; 5) $20 - 16 = 4$.

Следовательно, $20 - [10 + 18 : (9 - 3 \cdot 2)] = 20 - [10 + 18 : 3] = 20 - 16 = 4$.

Пример 6. $7 + 6 : 2 \cdot \{12 - [15 + (18 - 3) : 5] : 9\}$.

Это выражение содержит круглые, квадратные и фигурные скобки. Вычислим это выражение. Сначала мы выполняем действия в круглых скобках, потом квадратных скобках, а потом в фигурных скобках:

$$7 + 6 : 2 \cdot \{12 - [15 + (18 - 3) : 5] : 9\}.$$

(8) (6) (7) (5) (3) (1) (2) (4)

1) $18 - 3 = 15$; 2) $15 : 5 = 3$; 3) $15 + 3 = 18$; 4) $18 : 9 = 2$;
5) $12 - 2 = 10$; 6) $6 : 2 = 3$; 7) $3 \cdot 10 = 30$; 8) $7 + 30 = 37$.

Следовательно, $7 + 6 : 2 \cdot \{12 - [15 + (18 - 3) : 5] : 9\} = 7 + 6 : 2 \cdot \{12 - [15 + 15 : 5] : 9\} = 7 + 6 : 2 \cdot \{12 - 18 : 9\} = 7 + 6 : 2 \cdot 10 = 37$.

П р а в и л о 4. Если выражение содержит скобки, то сначала выполняем действия в круглых скобках (...), потом в квадратных скобках [...], а потом в фигурных {...}.

2.2 Сравнение чисел

Два числа a и b можно сравнить:

$$a = b \text{ или } a > b \text{ или } a < b.$$

Если $a > b$ или $a < b$, то $a \neq b$.

= это знак "равно"; \neq это знак "не равно";

> это знак "больше"; < это знак "меньше".

Сравним числа 5 и 8.

$$5 \neq 8 \text{ (5 не равно 8);}$$

$$5 < 8 \text{ (5 меньше, чем 8);}$$

$$8 > 5 \text{ (8 больше, чем 5).}$$

Сравним выражение $3 + 7$ и число 10. Выражение $3 + 7$ и число 10 равны: $3 + 7 = 10$.

Сравним числа 40 и 10.

$$40 \neq 10 \text{ (40 не равно 10). } 40 > 10 \text{ (40 больше, чем 10);}$$

$$10 < 40 \text{ (10 меньше, чем 40).}$$

На сколько 40 больше, чем 10 (или на сколько 10 меньше, чем 40). $40 - 10 = 30$ (разность равна 30).

Следовательно, 40 больше, чем 10, на 30 (или 10 меньше, чем 40, на 30).

Во сколько раз 40 больше, чем 10 (или во сколько раз 10 меньше, чем 40)?

$40 : 10 = 4$ (частное равно 4).

Следовательно, 40 больше, чем 10, в 4 раза (или 10 меньше, чем 40, в 4 раза).

УПРАЖНЕНИЯ

1 Вычислите выражения:

- 1) $12 - 5 + 3$;
- 2) $13 + 4 - 9$;
- 3) $100 - 80 + 30 + 20 - 10$;
- 4) $32 + 18 - 40 + 23 - 13$;
- 5) $18 \cdot 6 : 3$;
- 6) $24 : 8 \cdot 12$;
- 7) $36 : 4 \cdot 2 : 9 \cdot 5$;
- 8) $9 \cdot 6 : 18 \cdot 10 \cdot 4 : 5$;
- 9) $15 - 4 \cdot 3 + 20 : 10$;
- 10) $24 + 2 \cdot 8 - 45 : 9 - 30$;
- 11) $42 : 7 + 5 \cdot 4 - 6$;
- 12) $12 \cdot 4 - 18 + 20 : 5 \cdot 3$;
- 13) $38 - (12 + 3) \cdot 2 + 4$;
- 14) $15 - 5 + (25 - 3 \cdot 5) - 13$;
- 15) $23 - 5 \cdot [28 : (15 - 8)] - 14 : 7$;
- 16) $7 + [(9 - 3) : 3 + 15] \cdot (5 - 3)$;
- 17) $12 - \{[17 - (19 + 12 : 6) : 3] - 8\}$;
- 18) $9 + \{48 - [12 - (15 - 13) \cdot 5] \cdot 23\} : 2$;
- 19) $24 : [15 : (7 - 2) \cdot 4] + 8 : (12 - 5 \cdot 2)$.

2 Прочитайте выражения:

$27 \neq 19$; $7 > 3$; $5 < 9$; $15 > 6$; $3 < 14$.

3 Скажите, на сколько...

7 больше, чем 5;
13 больше, чем 9;
25 меньше, чем 45;
17 меньше, чем 27.

4 Скажите, во сколько раз...

30 больше, чем 6;
24 больше, чем 4;
5 меньше, чем 15;
9 меньше, чем 90.

5 Сравните числа и выражения:

- 1) 12 и 5;
- 2) 7 и 13;
- 3) $3 + 5$ и 12;
- 4) $2 \cdot 3$ и 6;
- 5) 15 и $12 + 3$;
- 6) $12 : 2$ и $4 + 3$;
- 7) $15 - 7$ и $2 + 3$;
- 8) $3 \cdot 4$ и $1 + 5$;
- 9) $8 + 2$ и 18.

6 Прочитайте тексты и ответьте на вопросы.

ТЕКСТ 1

Вычислим выражение $5 - 3 + 2$. Это выражение содержит два действия: вычитание и сложение. Эти действия нужно выполнять последовательно. Сначала мы выполняем действие вычитание: $5 - 3 = 2$. Потом мы выполняем действие сложение: $2 + 2 = 4$. Мы получили ответ 4.

Вопросы:

- 1) Какие действия содержит выражение $5 - 3 + 2$?
- 2) Как нужно выполнять эти действия?
- 3) Какое действие мы выполняем сначала?
- 4) Какое действие мы выполняем потом?
- 5) Какой ответ мы получим?

ТЕКСТ 2

Вычислим выражение $12 : 6 \cdot 5$. Это выражение содержит два действия: деление и умножение. Эти действия

нужно выполнять последовательно. Сначала мы выполняем действие деление:

1) $12 : 6 = 2$. Потом мы выполняем действие умножение:

2) $2 \cdot 5 = 10$. Мы получили ответ 10.

Вопросы:

1) Какие действия содержит это выражение?

2) Как нужно выполнять эти действия?

3) Какое действие мы выполняем сначала?

4) Какое действие мы выполняем потом?

5) Какой ответ мы получили?

ТЕКСТ 3

Вычислим выражение $10 + 12 : 3 - 4 \cdot 2$. Это выражение содержит четыре действия: сложение; вычитание; умножение и деление. Сначала мы выполняем деление и умножение:

1) $12 : 3 = 4$; 2) $4 \cdot 2 = 8$.

Потом мы выполняем действия сложение и вычитание:

3) $10 + 4 = 14$; 4) $14 - 8 = 6$.

Мы получили ответ 6.

Вопросы:

1) Какие действия содержит это выражение?

2) Какие действия мы выполняем сначала?

3) Какие действия мы выполняем потом?

4) Какой ответ мы получили?

ТЕКСТ 4

Вычислим выражение $10 - [3 + 4 \cdot (5 - 2)] : 5$. Это выражение содержит круглые скобки и квадратные скобки.

Сначала, мы делаем действие вычитание, которое находится в круглых скобках: 1) $5 - 2 = 3$.

Потом мы делаем действия умножение и сложение, которые находятся в квадратных скобках: сначала делаем умножение, потом сложение:

2) $4 \cdot 3 = 12$; 3) $3 + 12 = 15$.

Потом мы делаем деление, а затем вычитание:

4) $15 : 5 = 3$; 5) $10 - 3 = 7$.

Мы получили ответ 7.

Вопросы:

1) Какие скобки содержит это выражение?

2) Какие действия мы делаем сначала?

3) Какие действия мы делаем потом?

4) Какой ответ мы получили?

ТЕКСТ 5

Сравним числа 20 и 4. Эти числа не равны; 20 больше, чем 4; 4 меньше, чем 20. Число 20 больше, чем 4, на 16, потому что разность $20 - 4$ равна 16.

Число 4 меньше, чем 20, на 16, потому что разность $20 - 4$ равна 16.

Число 20 больше, чем 4, в 5 раз, потому что частное $20 : 4$ равно 5. Число 4 меньше, чем 20, в 5 раз, потому что $20 : 4$ равно 5.

Вопросы:

1) Числа 20 и 4 равны или не равны?

2) Какое число больше: 20 или 4?

3) Какое число меньше: 20 или 4?

4) На сколько 20 больше, чем 4?

5) Почему 20 больше, чем 4, на 16?

6) На сколько 4 меньше, чем 20?

7) Почему 4 меньше, чем 20, на 16?

8) Во сколько раз 20 больше, чем 4?

9) Почему 20 больше, чем 4, в 5 раз?

10) Во сколько раз 4 меньше, чем 20?

11) Почему 4 меньше, чем 20, в 5 раз?

7 Прочитайте и напишите слова, найдите в них общую часть.

Образец: сложить; сложение.

1) Сравнить; сравнение; равно.

2) Число; числовое (выражение); вычислить.

ПРОЧИТАЙТЕ И ЗАПОМНИТЕ !

ЕСЛИ ..., ТО ...

ЕСЛИ выражение содержит только действия сложение и вычитание; ТО делаем эти действия последовательно (слева направо).

В скобках (где?) – мн. число

в круглых скобках

в квадратных скобках

в фигурных скобках

Род	Ед. число	Мн. число
мужской	равен	равны
женский	равна	
средний	равно	

$3 + 5$ сумма равна 8;

$17 - 7$ разность равна. 10;

$2 \cdot 3$ произведение равно 6;

$48 : 6$ частное равно 8.

Выражение $3 + 7$ и число 10 равны.

НА СКОЛЬКО a больше, чем b ? $a - b$?

ВО СКОЛЬКО РАЗ a больше, чем b ? $a : b = ?$

a больше, чем b

в два раза;

в три раза;

в четыре раза;

в пять раз;

в шесть раз;

в двадцать раз.

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Больше (чем что?)

Больше в 2 раза

Больше на 2

Выполнять – выполнить (что?)

Вычислять – вычислить (что?)

Квадратные скобки

(в фигурных скобках – где? – мн. число)

Следовательно

Квадратные скобки

(в квадратных скобках – где? – мн. число)

Круглые скобки

(в фигурных скобках – где? – мн. число)

Меньше (чем что?)

Меньше в 5 раз

Меньше на 5

Находить – найти (что?)

Общий, -ая, -ее, -ие

Порядок действий

Получать – получить (что?)
 Последовательно
 Правило
 Пример
 Равен, равна, равно (мн. число – равны)
 Раз
 Скобка (в скобках – где? – мн. число)
 Содержать (что?)
 Слева
 Сравнение Сравнение чисел
 Сравнить – сравнить (что?) Сравните!
 Фигурные скобки
 (в фигурных скобках – где? – мн. число)
 Часть (жен. род)
 Чем
 Числовые выражения

Занятие 3

ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ

3.1 Делитель и кратное

$12 : 4 = 3$; частное $12 : 4$ – это натуральное число ($3 \in \mathbb{N}$).

Следовательно, 12 делится на 4.

$12 : 5 = \frac{12}{5}$; частное $12 : 5$ – это ненатуральное число ($\frac{12}{5} \notin \mathbb{N}$).

Следовательно, 12 не делится на 5.

Если a и b – натуральные числа и частное $a : b$ – натуральное число, то a делится на b .

Если a и b – натуральные числа, а частное $a : b$ – ненатуральное число, то a не делится на b .

Если a делится на b , то b – это делитель числа a ; a – это кратное числа b .

Например, 15 делится на 3. Следовательно, число 3 – это делитель числа 15, а число 15 – это кратное числа 3.

Найдем все делители числа 12. Получим 1; 2; 3; 4; 6; 12. Запишем все делители числа 12 как множество: $\{1; 2; 3; 4; 6; 12\}$. Это множество содержит шесть элементов. *Это конечное множество.*

Найдем все делители числа 26. Получим множество $\{1; 2; 13; 26\}$. Это множество содержит четыре элемента. Это тоже конечное множество.

Числа 5, 10, 15, 20, 25, ... и так далее делятся на 5. Эти числа кратные числу 5. Их можно записать как множество: $\{5; 10; 15; 20; 25; \dots\} = \{5k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Это множество содержит бесконечно много элементов. *Это бесконечное множество.*

Все кратные числу 7 можно записать как множество $\{7; 14; 21; 28; \dots\} = \{7k \mid k \in \mathbb{N}\}$. Это тоже бесконечное множество.

3.2 Признаки делимости чисел

Определим, какие числа делятся на 2, на 3, на 5; на 10.

Числа 8, 32, 150, 236, ... делятся на 2. Эти числа – четные.

На 2 делятся четные числа.

Числа 50, 130, 200, 1570, ... делятся на 10. Их последняя цифра – ноль (0).

На 10 делятся числа, если их последняя цифра – 0 (ноль).

Числа 30, 75, 120, 1935, ... делятся на 5. Их последняя цифра 0 или 5.

На 5 делятся числа, если их последняя цифра 0 или 5.

Числа 21, 732, 2430, ... делятся на 3. Найдем их сумму цифр и увидим, что она тоже делится на 3. Так, 21 имеет сумму цифр $2 + 1 = 3$, а 3 делится на 3; 732 имеет сумму цифр $7 + 3 + 2 = 12$, а 12 делится на 3. 2430 имеет сумму цифр $2 + 4 + 3 + 0 = 9$, а 9 делится на 3.

На 3 делятся числа, если их сумма цифр делится на 3.

3.3 Простые и составные числа

Число 23 делится только на 1 и на себя (на 23). Число 23 не делится на другие числа. 23 – это простое число.
Простое число делится только на 1 и на себя.

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, ... – это простые числа. Они делятся только на 1 и на себя.

Число 18 делится на 1, на себя (на 18) и на другие числа, например, на 3 и на 6. 18 – это составное число.
Составное число делится на 1, на себя и на другие числа.

4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, ... – это составные числа. Они делятся на 1, на себя и на другие числа. Число 1 (единица) – не простое и не составное число.

3.4 Разложение чисел на простые множители

Составное число 35 можно записать как произведение $5 \cdot 7$.

Множители 5 и 7 – простые числа. Значит, число 35 можно разложить *на простые множители*: $35 = 5 \cdot 7$

Произведение $5 \cdot 7$ – это разложение числа 35 на простые множители.

Разложить число на простые множители – это значит записать его как произведение простых чисел.

Разложим число 60 на простые множители:

$$60 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Разложим число 210 на простые множители. Это можно сделать и записать так:

210		
105	2	
35	3	$210 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$
7	5	
1	7	

3.5 Наибольший общий делитель

Числа 24 и 30 делятся на 2. Число 2 – это их общий делитель.

Числа 24 и 30 имеют другие общие делители: 1, 3, 6.

Число 6 – наибольший общий делитель (НОД) чисел 24 и 30: $\text{НОД}(24; 30) = 6$.

Наибольший общий делитель можно найти так: сначала разложить числа 24 и 30 на простые множители

$$24 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5,$$

потом взять общие множители 2 и 3 и найти их произведение:

$$\text{НОД}(24; 30) = 2 \cdot 3 = 6.$$

Найдем $\text{НОД}(30; 40; 50)$.

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$. Общие множители 2 и 5.

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$. $\text{НОД}(30; 40; 50) = 2 \cdot 5 = 10$.

$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$.

3.6 Наименьшее общее кратное

Числа 15, 30, 45, 60, 75, 90, ... делятся на 15. Следовательно, эти числа – кратные числа 15.

Числа 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, ... делятся на 10. Следовательно, эти числа – кратные числа 10.

Числа 30, 60, 90, ... – это общие кратные чисел 15 и 10, потому что все они делятся на 15 и 10.

Число 30 – наименьшее общее кратное (НОК) чисел 15 и 10.

$$\text{НОК}(15; 10) = 30.$$

Разложим числа 15; 10 и 30 на простые множители:

$$15 = 3 \cdot 5; \quad 10 = 2 \cdot 5; \quad 30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Мы видим, что $\text{НОК}(15; 10) = 30$ содержит все множители числа 15 (3 и 5) и все множители числа 10 (2 и 5).

Найдем $\text{НОК}(12; 14)$. Сначала разложим числа 12 и 14 на простые множители:

$$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3; \quad 14 = 2 \cdot 7.$$

Потом найдем НОК:

$$\text{НОК}(12; 14) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 = 84.$$

Найдем $\text{НОК}(42; 56; 63)$.

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7; \quad 56 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7; \quad 63 = 3 \cdot 3 \cdot 7.$$

$$\text{НОК}(42; 56; 63) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 504.$$

3.7 Взаимно простые числа

Возьмем числа 14 и 15 и разложим их на простые множители: $14 = 2 \cdot 7$; $15 = 3 \cdot 5$.

Произведения $2 \cdot 7$ и $3 \cdot 5$ не имеют общих множителей.

14 и 15 – это взаимно простые числа.

Числа a и b – взаимно простые, если их разложения на простые множители не имеют общих множителей.

Найдем НОД и НОК чисел 14 и 15.

$$\text{НОД}(14; 15) = 1; \quad \text{НОК}(14; 15) = \underbrace{2 \cdot 7} \cdot \underbrace{3 \cdot 5} = 14 \cdot 15 = 210.$$

Следовательно, если числа a и b взаимно простые; то $\text{НОД}(a; b) = 1$, $\text{НОК}(a; b) = a \cdot b$.

Например, числа 8 и 9 взаимно простые, потому что их разложения на простые множители не имеют общих множителей:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2; \quad 9 = 3 \cdot 3.$$

Найдем НОД и НОК чисел 8 и 9, получим:

$$\text{НОД}(8; 9) = 1; \quad \text{НОК}(8; 9) = 8 \cdot 9 = 72.$$

УПРАЖНЕНИЯ

1 *Определите, делятся или не делятся числа 46, 157, 230 на 2, на 3, на 5, на 10.*

2 *Запишите множества чисел. Скажите, какое множество вы получили конечное или бесконечное.*

- 1) Множество делителей числа 24.
- 2) Множество делителей числа 35.
- 3) Множество четных делителей числа 30.
- 4) Множество нечетных делителей числа 42.
- 5) Множество кратных числа 3.
- 6) Множество кратных числа 18.

3 *Определите, число a – это простое или составное число?*

$$1) a = 15; \quad 2) a = 19; \quad 3) a = 21; \quad 4) a = 24; \quad 5) a = 1.$$

4 *Разложите числа на простые множители: 24; 38; 46; 100; 135; 270; 1000.*

5 *Объясните, как можно найти наибольший общий делитель (НОД) чисел 12 и 18; 24 и 40; 36 и 54; 48 и 60.*

Образец. Возьмем числа 12 и 18. Разложим их на простые множители: $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$; $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$. Найдем общие множители и умножим их: $2 \cdot 3 = 6$.

Получим: $\text{НОД}(12; 18) = 6$.

6 *Найдите НОД и НОК чисел:*

- 1) 10 и 15;
- 2) 63 и 56;
- 3) 13 и 17;
- 4) 30, 45 и 60;
- 5) 48, 84 и 36;
- 6) 8, 9 и 25;
- 7) 15, 28 и 42;
- 8) 4, 25 и 100.

7 *Прочитайте тексты и ответьте на вопросы.*

ТЕКСТ 1

Возьмем число 582 и определим, делится или не делится оно на 2, на 3, на 5, на 10.

582 – это четное число. Значит, оно делится на 2.

Найдем сумму цифр числа 582. Получим: $5 + 8 + 2 = 15$; 15 делится на 3. Значит, число 582 делится на 3.

Последняя цифра числа 582 – это 2. Это не 5 и не 0. Следовательно, число 582 не делится на 5 и не делится на 10.

Возьмем число 145 и определим, делится или не делится оно на 2, на 3, на 5, на 10.

Число 145 – нечетное, следовательно, оно не делится на 2. Найдем сумму цифр числа 145. Получим $1 + 4 + 5 = 10$, не делится на 3. Следовательно, 145 не делится на 3. Последняя цифра числа 145 – это 5, следовательно, число 145 делится на 5. Число 145 не делится на 10, потому что его последняя цифра не 0.

Вопросы:

- 1) Число 582 делится на 2 или не делится? Почему?
- 2) Число 582 делится на 3 или не делится? Почему?
- 3) Число 582 делится на 10 или не делится? Почему?
- 4) Число 145 делится на 2 или не делится? Почему?
- 5) Число 145 делится или не делится на 3? Почему?
- 6) Число 1.45 делится или не делится на 5? Почему?
- 7) Число 145 делится или не делится на 10? Почему?

ТЕКСТ 2

17 – это простое число, потому что оно делится только на 1 и на себя. Число 17 имеет только два делителя: 1 и 17.

30 – это составное число, потому что оно делится не только на 1 и на себя. Оно делится еще и на другие числа: на 2, 3, 5, 6, 10, 15. Число 30 имеет больше, чем два делителя. Оно имеет восемь делителей: 1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30.

Составное число можно разложить на простые множители. Разложить число на простые множители – это значит записать его как произведение простых множителей. Разложим число 30 на простые множители. Получим:

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5.$$

Множители 2, 3, 5 – простые числа.

Вопросы:

- 1) 17 – это простое или составное число? Почему?
- 2) Сколько делителей имеют число 17?
- 3) Какие делители имеют число 17?
- 4) 30 – это простое или составное число?
- 5) Почему 30 – это составное число?
- 6) Сколько делителей имеет число 30?
- 7) Какие делители имеет число 30?
- 8) Число 30 можно или нельзя разложить на простые множители?
- 9) Что значит разложить число на простые множители

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Бесконечно много

Бесконечное множество

Взять (что?) Возьмите! (мы) возьмем

Взаимно простые числа (мн. число)

Делиться (на что?) (что? делиться на что?)

Делимость чисел

Другой, -ая, -ое (мн. число – другие)

Иметь (что?)

И так далее

Конечное множество

Наибольший общий делитель (НОД)

Кратное (мн. число – кратные)

Наименьшее общее кратное (НОК)

Находить – найти (что?) Найдите! (мы) найдем

Общий, -ая, -ее, -ие

Определять – определить (что?) Определите!

Последний, -ая, -ее, -ие

Признаки делимости чисел

Простое число (произведение простых чисел)

Раскладывать – разложить (что? на что?) Разложите!

Разложение (чего? на что?)

(разложение чисел на простые множители)

Составное число

Занятие 4

дроби

4.1 Обыкновенные дроби

Возьмем 1 (единицу) и разделим ее на три равные части (рис. 1).

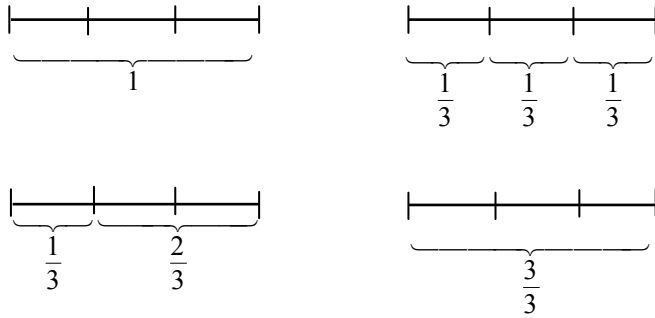


Рис. 1

Одна третья часть единицы – это дробь $\frac{1}{3}$ (одна третья). Две третьих части единицы – это дробь $\frac{2}{3}$ (две третьих). Три третьих части единицы – это дробь $\frac{3}{3}$ (три третьих).

$\frac{3}{3} = 1$. Дробь $\frac{3}{3}$ равна 1 (единице).

Числа $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{3}$ – это обыкновенные дроби.

Если $a \in N$ и $b \in N$, то число $\frac{a}{b}$ – это обыкновенная дробь, где a – числитель, b – знаменатель.

Знаменатель дроби показывает, на сколько частей мы разделили единицу. Числитель дроби показывает, сколько частей мы взяли. Частное $a : b$ можно записать как дробь $\frac{a}{b}$. Например, частное $3 : 4$ можно записать как дробь $\frac{3}{4}$, здесь 3 – числитель, 4 – знаменатель.

Читаем дроби так:

$\frac{1}{2}$ – одна вторая	$\frac{1}{3}$ – одна третья
$\frac{1}{4}$ – одна четвертая	$\frac{1}{5}$ – одна пятая
$\frac{1}{6}$ – одна шестая	$\frac{1}{7}$ – одна седьмая
$\frac{1}{8}$ – одна восьмая	$\frac{1}{9}$ – одна девятая
$\frac{1}{10}$ – одна десятая	$\frac{5}{2}$ – пять вторых
$\frac{2}{3}$ – две третьих	$\frac{3}{4}$ – три четвертых
$\frac{3}{5}$ – три пятых	$\frac{4}{7}$ – четыре седьмых
$\frac{9}{10}$ – девять десятых	$\frac{3}{11}$ – три одиннадцатых
$\frac{5}{21}$ – пять двадцать первых	$\frac{1}{10}$ – одна десятая
$\frac{21}{10}$ – двадцать одна десятая	$\frac{1}{100}$ – одна сотая
$\frac{41}{1000}$ – сорок одна тысячная	$\frac{43}{55}$ – сорок три пятьдесят пятых
$\frac{59}{70}$ – пятьдесят девять семидесятых	$\frac{17}{100}$ – семнадцать сотых

$\frac{23}{1000}$ – двадцать три тысячных

4.2 Правильные и неправильные дроби.

Смешанные дроби

Возьмем дробь $\frac{10}{17}$. Здесь числитель 10 меньше, чем знаменатель 17 ($10 < 17$).

$\frac{10}{17}$ – это правильная дробь.

Возьмем дробь $\frac{7}{5}$. Здесь числитель 7 больше, чем знаменатель 5 ($7 > 5$).

$\frac{7}{5}$ – это неправильная дробь.

Возьмем дробь $\frac{11}{11}$. Здесь числитель и знаменатель равны ($11 = 11$).

$\frac{11}{11}$ – это тоже неправильная дробь.

Дробь $\frac{a}{b}$ – это правильная дробь, если $a < b$.

Дробь $\frac{a}{b}$ – это неправильная дробь, если $a \geq b$.

\geq – это знак "больше или равно".

Например:

$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{10}, \frac{45}{67}, \frac{4}{121}$ – это правильные дроби,

$\frac{2}{1}, \frac{5}{3}, \frac{10}{7}, \frac{23}{5}, \frac{102}{41}, \frac{7}{7}$ – это неправильные дроби.

Неправильную дробь $\frac{23}{5}$ можно записать так:

$$\frac{23}{5} = \frac{20 + 3}{5} = \frac{20}{5} + \frac{3}{5} = 4 + \frac{3}{5} = 4\frac{3}{5}.$$

$4\frac{3}{5}$ – это смешанная дробь. Смешанная дробь имеет две части:

4 – это целая часть, $\frac{3}{5}$ – это дробная часть.

Мы можем записать неправильные дроби как смешанные дроби:

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}; \quad \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}; \quad \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}; \quad \frac{46}{7} = 6\frac{4}{7}.$$

Читаем смешанные дроби так:

$1\frac{1}{2}$ – одна целая и одна вторая;

$1\frac{1}{4}$ – одна целая и одна четвертая;

$1\frac{1}{5}$ – одна целая и одна пятая;

$3\frac{3}{4}$ – три целых и три четвертых;

$6\frac{4}{7}$ – шесть целых и четыре седьмых;

$10\frac{2}{3}$ – десять целых и две третьих;

$11\frac{4}{9}$ – одиннадцать целых и четыре девярых;

$27\frac{5}{12}$ – двадцать семь целых и пять двенадцатых.

Смешанную дробь $7\frac{3}{4}$ можно записать так:

$$7\frac{3}{4} = \frac{7 \cdot 4 + 3}{4} = \frac{31}{4}.$$

$\frac{31}{4}$ – это неправильная дробь.

Мы можем записать смешанные дроби как неправильные дроби. Например:

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}; \quad 5\frac{17}{21} = \frac{122}{21}; \quad 10\frac{3}{4} = \frac{43}{4}; \quad 31\frac{4}{5} = \frac{159}{5}.$$

4.3 Основное свойство дроби

Возьмем дробь $\frac{1}{2}$. Умножим ее числитель и знаменатель на 3:

$$\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 3} = \frac{3}{6}.$$

Дроби $\frac{1}{2}$ и $\frac{3}{6}$ равны (величина дроби не изменилась).

Возьмем дробь $\frac{10}{15}$. Разделим ее числитель и знаменатель на 5:

$$\frac{10}{15} = \frac{10 : 5}{15 : 5} = \frac{2}{3}.$$

Дроби $\frac{10}{15}$ и $\frac{2}{3}$ равны (величина дроби не изменилась).

$$\frac{a}{b} = \frac{a \cdot m}{b \cdot m} = \frac{a : n}{b : n}, \text{ если } m \neq 0, n \neq 0.$$

Величина дроби не изменится, если числитель и знаменатель дроби умножить или разделить на одинаковые числа (если эти числа не равны нулю).

4.4 Сокращение дробей

Возьмем дробь $\frac{15}{35}$. Здесь числитель и знаменатель имеют общий делитель 5. Разделим числитель и знаменатель дроби на 5 (смотри основное свойство дроби):

$$\frac{15}{35} = \frac{15 : 5}{35 : 5} = \frac{3}{7}.$$

Разделить числитель и знаменатель дроби на их общий делитель – значит сократить дробь.

Мы сократили дробь $\frac{15}{35}$ на 5.

Число 5 – это НОД(15; 35). Мы получили дробь $\frac{3}{7}$. Эту дробь сократить нельзя, потому что числа 3 и 7 взаимно простые: НОД(3; 7) = 1 (НОД равен единице); $\frac{3}{7}$ – это несократимая дробь.

Дробь $\frac{a}{b}$ можно сократить, если НОД(a , b) > 1.

Например, дробь $\frac{12}{18}$ можно сократить на 2, на 3, на 6.

$$\frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9}; \quad \frac{12}{18} = \frac{12 : 3}{18 : 3} = \frac{4}{6}; \quad \frac{12}{18} = \frac{12 : 6}{18 : 6} = \frac{2}{3}.$$

Дроби $\frac{6}{9}$ и $\frac{4}{6}$ тоже можно сократить

$$\frac{6}{9} = \frac{6:3}{9:3} = \frac{2}{3}; \quad \frac{4}{6} = \frac{4:2}{6:2} = \frac{2}{3}.$$

Дроби $\frac{12}{18}$; $\frac{6}{9}$; $\frac{4}{6}$ и $\frac{2}{3}$ равны.

Сократим дроби:

$$\frac{14}{28} = \frac{1}{2}; \quad \frac{25}{40} = \frac{5}{8}; \quad \frac{72}{120} = \frac{3}{5}; \quad \frac{39}{91} = \frac{3}{7}.$$

Дроби $\frac{4}{7}$; $\frac{13}{15}$; $\frac{8}{25}$ сократить нельзя.

4.5 Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю

Возьмем дроби $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$. Эти дроби имеют разные знаменатели 12 и 18 ($12 \neq 18$).

Найдем наименьшее общее кратное чисел 12 и 18:

$$\text{НОК}(12; 18) = 36.$$

Разделим 36 на 12 и на 18:

$$36 : 12 = 3; \quad 36 : 18 = 2.$$

Числа 3 и 2 – это дополнительные множители дробей $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$.

Умножим числители и знаменатели дробей $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$ на их дополнительные множители.

$$\frac{1}{12} = \frac{1 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{3}{36}; \quad \frac{1}{18} = \frac{1 \cdot 2}{18 \cdot 2} = \frac{2}{36}.$$

Дроби $\frac{3}{36}$ и $\frac{2}{36}$ имеют одинаковый знаменатель 36. Число 36 – это наименьший общий знаменатель (НОЗ) дробей $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$.

Мы привели дроби $\frac{1}{12}$ и $\frac{1}{18}$ к наименьшему общему знаменателю и получили дроби $\frac{3}{36}$ и $\frac{2}{36}$.

Приведем дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$ к наименьшему общему знаменателю:

1) Найдем наименьший общий знаменатель:

$$\text{НОЗ} = \text{НОК}(6; 8) = 24.$$

2) Найдем дополнительные множители:

$$24 : 6 = 4; \quad 24 : 8 = 3.$$

3) Умножим числители и знаменатели дробей на их дополнительные множители:

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24}; \quad \frac{3}{8} = \frac{3 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{9}{24}.$$

Мы получим дроби $\frac{20}{24}$ и $\frac{9}{24}$, то есть мы привели дроби $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{8}$ к наименьшему общему знаменателю.

4.6 Сравнение дробей

Рассмотрим три случая:

1) Знаменатели дробей одинаковые.

Сравним дроби $\frac{6}{7}$ и $\frac{3}{7}$. Здесь знаменатели одинаковые, а числитель 6 больше, чем числителя 3 ($6 > 3$).

Следовательно, $\frac{6}{7} > \frac{3}{7}$ (рис. 2).

Если знаменатели одинаковые, то больше та дробь, которая имеет больший числитель.

Примеры:

$$\frac{4}{5} > \frac{3}{5}; \quad \frac{17}{42} < \frac{31}{42};$$

$$\frac{1}{2} < \frac{5}{2}; \quad \frac{8}{9} > \frac{7}{9}.$$

2) Числители дробей

Сравним дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{5}$.

знаменатель 3 меньше, чем

Если числители дробей имеет меньший

Примеры:

$$\frac{3}{2} > \frac{3}{5}; \quad \frac{7}{15} < \frac{7}{10};$$

$$\frac{43}{50} > \frac{43}{100}; \quad \frac{17}{45} < \frac{17}{44}.$$

3) Числители и

Сравним дроби $\frac{3}{4}$ и

наименьшему общему

сравним дроби $\frac{9}{12}$ и $\frac{10}{12}$. $\frac{9}{12} < \frac{10}{12}$. Следовательно, $\frac{3}{4} < \frac{5}{6}$.

Если числители и знаменатели дробей не одинаковые, то сначала нужно привести дроби к наименьшему общему знаменателю, а потом сравнить их.

Например, сравним дроби $\frac{7}{10}$ и $\frac{8}{15}$.

$$\frac{7}{10} = \frac{21}{30}; \quad \frac{8}{15} = \frac{16}{30}; \quad \frac{21}{30} > \frac{16}{30}. \text{ Следовательно, } \frac{7}{10} > \frac{8}{15}.$$

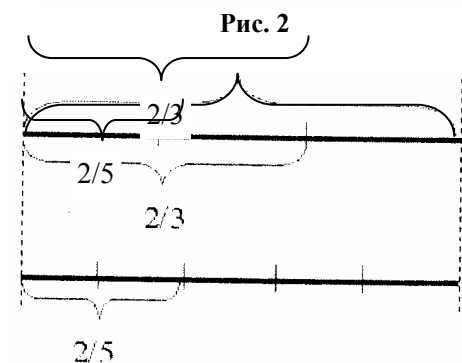
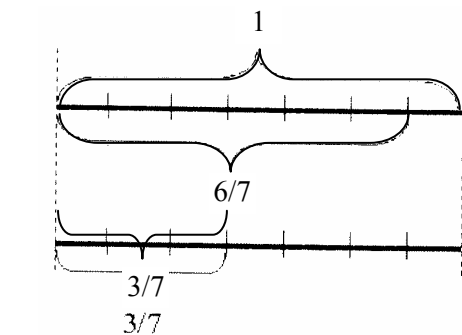


Рис. 3

одинаковые.

Здесь числители одинаковые, а знаменатель 5. Значит, $\frac{2}{3} > \frac{2}{5}$ (рис. 3).

одинаковые, то больше та дробь, которая знаменатель.

знаменатели дробей неодинаковые.

$\frac{5}{6}$. Сначала приведем дроби к

знаменателю: $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$; $\frac{5}{6} = \frac{10}{12}$. Потом

4.7 Сложение и вычитание обыкновенных дробей

Рассмотрим два случая:

1) Знаменатели дробей одинаковые.

а) $\frac{1}{5} + \frac{3}{5} = \frac{1+3}{5} = \frac{4}{5};$

б) $\frac{18}{41} - \frac{5}{41} = \frac{18-5}{41} = \frac{13}{41}.$

Если знаменатели дробей одинаковые, то нужно сложить (вычесть) числители дробей и написать общий знаменатель.

2) Знаменатели дробей разные.

а) $\frac{1}{12} + \frac{1}{18}.$

Сначала приведем дроби к наименьшему общему знаменателю:

$$\text{НОЗ} = 36; \quad 36 : 12 = 3; \quad 36 : 18 = 2;$$

$$\frac{1}{12} = \frac{3}{36}; \quad \frac{1}{18} = \frac{2}{36},$$

потом выполним сложение:

$$\frac{1}{12} + \frac{1}{18} = \frac{3}{36} + \frac{2}{36} = \frac{5}{36}.$$

$$б) \frac{7}{15} - \frac{3}{10} = \frac{14-9}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}.$$

Если знаменатели дробей разные, то сначала нужно привести дроби к наименьшему общему знаменателю, а потом сделать сложение (вычитание).

4.8 Сложение и вычитание смешанных дробей

Рассмотрим примеры:

$$1) 7\frac{1}{4} + 12\frac{3}{8} = 19\frac{2+3}{8} = 19\frac{5}{8}.$$

$$2) 124\frac{5}{6} - 7\frac{3}{5} = 117\frac{25-18}{30} = 117\frac{7}{30}.$$

Смешанные дроби можно сложить (вычесть) так: сначала сложить (вычесть) целые части, а потом сложить (вычесть) дробные части.

$$3) 3 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

$$4) 5 - \frac{2}{3} = 4\frac{3}{3} - \frac{2}{3} = 4\frac{3-2}{3} = 4\frac{1}{3}.$$

$$5) 3\frac{7}{8} + 12\frac{5}{6} = 15\frac{21+20}{24} = 15\frac{41}{24} = 16\frac{17}{24}.$$

$$6) 35\frac{5}{21} - 12\frac{9}{14} = 23\frac{10-27}{42} = 22\frac{42+10-27}{42} = 22\frac{25}{42}.$$

4.9 Умножение обыкновенных дробей

Рассмотрим примеры:

$$1) \frac{1}{3} \cdot \frac{4}{7} = \frac{1 \cdot 4}{3 \cdot 7} = \frac{4}{21}.$$

$$2) \frac{2}{5} \cdot \frac{15}{22} = \frac{2 \cdot 15}{5 \cdot 22} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 11} = \frac{3}{11}.$$

Умножаем обыкновенные дроби так: числитель умножаем на числитель, знаменатель умножаем на знаменатель, второе произведение – как знаменатель:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}.$$

4.10 Умножение смешанных дробей

Найдем произведение

$$3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{1}{6}.$$

Сначала запишем дроби как неправильные дроби: $3\frac{3}{5} = \frac{18}{5}$; $4\frac{1}{6} = \frac{25}{6}$, потом умножим эти дроби:

$$\begin{aligned} 3\frac{3}{5} \cdot 4\frac{1}{6} &= \frac{18}{5} \cdot \frac{25}{6} = \frac{18 \cdot 25}{5 \cdot 6} = \\ &= \frac{3}{1} \cdot \frac{5}{1} = \frac{15}{1} = 15. \end{aligned}$$

Умножение смешанных дробей делаем так: сначала записываем смешанные дроби как неправильные дроби, а потом умножаем эти дроби.

Примеры:

$$1) 4\frac{3}{7} \cdot 2\frac{1}{5} = \frac{30}{7} \cdot \frac{11}{5} = \frac{30 \cdot 11}{7 \cdot 5} = \frac{6 \cdot 11}{7 \cdot 1} = \frac{66}{7} = 9\frac{3}{7}.$$

$$2) 3\frac{3}{8} \cdot 5 = \frac{27}{8} \cdot \frac{5}{1} = \frac{27 \cdot 5}{8} = \frac{135}{8} = 16\frac{7}{8}.$$

(Здесь множитель 5 мы записали как дробь $\frac{5}{1}$).

4.11 Деление дробей

Рассмотрим примеры:

$$1) \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$$

$$2) \frac{23}{18} \cdot \frac{69}{36} = \frac{23 \cdot 69}{18 \cdot 36} = \frac{1 \cdot 2}{1 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Делим обыкновенные дроби так: числитель первой дроби умножаем на знаменатель второй дроби и знаменатель первой дроби умножаем на числитель второй дроби. Первое произведение записываем как числитель дроби, а второе произведение – как знаменатель дроби.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$$

4.12 Деление смешанных дробей

Найдем частное $1\frac{7}{10} : 2\frac{4}{15}$.

Сначала запишем смешанные дроби как неправильные дроби:

$$1\frac{7}{10} : 2\frac{4}{15} = \frac{17}{10} : \frac{34}{15} = \frac{17 \cdot 15}{10 \cdot 34} = \frac{3}{4}$$

Деление смешанных дробей делаем так: сначала записываем смешанные дроби как неправильные дроби, а потом выполняем деление.

Примеры:

$$1) 3\frac{1}{5} : 4\frac{1}{10} = \frac{16}{5} : \frac{41}{10} = \frac{16 \cdot 10}{5 \cdot 41} = \frac{16 \cdot 2}{1 \cdot 41} = \frac{32}{41}$$

$$2) 5 : 3\frac{3}{4} = \frac{5}{1} : \frac{15}{4} = \frac{5 \cdot 4}{1 \cdot 15} = \frac{1 \cdot 4}{1 \cdot 3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$$

$$3) 7\frac{3}{5} : 19 = \frac{38}{5} : \frac{19}{1} = \frac{38 \cdot 1}{5 \cdot 19} = \frac{2 \cdot 1}{5 \cdot 1} = \frac{2}{5}$$

УПРАЖНЕНИЯ

1 Прочитайте дроби:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8}, \frac{1}{9}, \frac{1}{10}, \frac{21}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{11}{2}, \frac{20}{2}, \frac{41}{2}, \frac{49}{2}, \frac{1}{3}, \frac{31}{3}, \frac{3}{3}, \frac{5}{3}, \frac{11}{3}, \frac{17}{3}, \frac{35}{3}, \frac{41}{3}, \frac{47}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{3}{5}, \frac{5}{6}, \frac{4}{7}, \frac{3}{8}, \frac{2}{9}, \frac{7}{20}, \frac{1}{21}, \frac{8}{21}, \frac{12}{35}, \frac{19}{107}, \frac{27}{100}$$

2 Прочитайте и запишите дроби цифрами:

одна третья; одна седьмая; одна двадцать вторая; три пятых; семь восьмых; двенадцать пятнадцатых; сорок пять двадцатых; сорок двадцать первых; семь тридцать вторых; семь тринадцатых; двенадцать девятнадцатых.

3 Запишите неправильные дроби как смешанные дроби:

$$\frac{3}{2}, \frac{7}{5}, \frac{19}{3}, \frac{45}{72}, \frac{28}{13}, \frac{45}{8}, \frac{14}{5}, \frac{125}{19}$$

4 Запишите смешанные дроби как неправильные дроби:

$$1\frac{2}{3}; 1\frac{7}{8}; 2\frac{4}{9}; 10\frac{1}{11}; 7\frac{8}{15}; 4\frac{3}{20}; 25\frac{1}{3}; 142\frac{7}{10}$$

5 Прочитайте смешанные дроби:

$$1\frac{1}{5}; 1\frac{3}{7}; 2\frac{1}{2}; 3\frac{4}{5}; 9\frac{3}{8}; 36\frac{2}{3}; 21\frac{3}{4}; 44\frac{10}{12}.$$

6 Прочитайте и запишите смешанные дроби цифрами:

одна целая одна четвертая; пять целых две третьих; две целых одна двадцать пятая; десять целых шесть одиннадцатых; тридцать одна целая одна вторая.

7 Сократите дроби:

$$\frac{14}{48}, \frac{26}{42}, \frac{24}{36}, \frac{35}{84}, \frac{34}{51}, \frac{121}{220}, \frac{336}{630}, \frac{840}{960}, \frac{75}{90}, \frac{43}{53}, \frac{120}{24}.$$

8 Сравните дроби:

- а) $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{5}$; $\frac{26}{7}$ и $\frac{20}{7}$; $\frac{2}{127}$ и $\frac{5}{127}$; $\frac{19}{48}$ и $\frac{5}{48}$;
б) $\frac{5}{9}$ и $\frac{5}{10}$; $\frac{3}{41}$ и $\frac{3}{42}$; $\frac{25}{19}$ и $\frac{25}{21}$; $\frac{43}{137}$ и $\frac{43}{150}$;
в) $\frac{5}{9}$ и $\frac{8}{15}$; $\frac{3}{5}$ и $\frac{4}{6}$; $\frac{5}{7}$ и $\frac{15}{21}$; $\frac{7}{20}$ и $\frac{11}{15}$.

9 Вычислите:

- 1) $\frac{7}{30} + \frac{29}{30}$; 2) $14\frac{11}{12} + 3\frac{5}{12}$;
3) $\frac{1}{3} + \frac{2}{5}$; 4) $3\frac{1}{8} + 1\frac{5}{12}$;
5) $3\frac{17}{24} + 2\frac{8}{15} + 1\frac{7}{8}$; 6) $\frac{15}{17} - \frac{13}{17}$;
7) $4\frac{1}{2} - 2$; 8) $5 - 3\frac{2}{3}$;
9) $\frac{35}{36} - \frac{5}{8}$; 10) $17\frac{1}{55} - 12\frac{13}{33}$.

10 Вычислите:

- 1) $6 \cdot \frac{4}{7}$; 2) $\frac{2}{3} \cdot 5$;
3) $\frac{17}{27} \cdot 18$; 4) $\frac{7}{8} \cdot \frac{5}{14}$;
5) $5\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{20}$; 6) $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$;
7) $2\frac{2}{5} \cdot 9\frac{1}{6}$; 8) $\frac{3}{4} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{8}{15}$;
9) $2\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2} \cdot 3\frac{3}{4} \cdot 4\frac{1}{5}$; 10) $1\frac{11}{24} + 1\frac{13}{36} \cdot 9$.

11 Вычислите:

- 1) $\frac{7}{8} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{15}{16} : \frac{5}{8}$;
3) $\frac{3}{4} : 2$; 4) $1\frac{1}{2} : 3$;
5) $16 : \frac{6}{7}$; 6) $25 : \frac{10}{11}$;
7) $120 : 1\frac{4}{5}$; 8) $1 : \frac{8}{9}$;
9) $\frac{8\frac{1}{2}}{15 : \frac{5}{17}}$; 10) $\frac{4\frac{1}{2} \cdot 5\frac{2}{3}}{6\frac{3}{4}}$.

12 Вычислите:

- 1) $10 \cdot 5 \frac{7}{10} - 3 \frac{3}{4}$. (Ответ: $53 \frac{1}{4}$)
- 2) $\left(3 \frac{4}{15} + 4 \frac{5}{6}\right) \cdot \left(3 \frac{17}{18} - 2 \frac{7}{9}\right)$. (Ответ: $11 \frac{1}{4}$)
- 3) $\left(8 \frac{7}{15} - 6 \frac{13}{60}\right) \cdot \left(11 \frac{3}{4} - 9 \frac{7}{8}\right)$. (Ответ: $4 \frac{7}{32}$)
- 4) $\left[\left(3 \frac{2}{5} + 1 \frac{7}{10}\right) \cdot 1 \frac{3}{17} - \left(2 \frac{7}{23} - 1 \frac{45}{46}\right) \cdot \frac{69}{80}\right] \cdot \frac{4}{9}$. (Ответ: $2 \frac{13}{14}$)
- 5) $\left[\left(4 \frac{5}{12} - 3 \frac{13}{24}\right) : \frac{4}{7} + \left(3 \frac{1}{18} - 2 \frac{7}{12}\right) : 1 \frac{10}{12}\right] : 3 \frac{1}{5}$. (Ответ: 4)
- 6) $2 \frac{1}{2} \cdot 48 - 3 \frac{2}{3} : \frac{1}{18} + 5 \frac{5}{12} : \frac{7}{36}$. (Ответ: $81 \frac{6}{7}$)
- 7) $\left(1 \frac{8}{13} \cdot \frac{13}{42} + 5 \frac{5}{7} : \frac{8}{21}\right) : \left(8 \frac{1}{8} + 3 \frac{1}{2}\right)$. (Ответ: $1 \frac{1}{3}$)
- 8) $1 \frac{9}{40} \cdot \left[7 \frac{5}{7} : 3 \frac{3}{5} - \left(\frac{53}{56} - \frac{29}{35}\right) : \frac{33}{40}\right]$. (Ответ: $2 \frac{9}{20}$)
- 9) $\frac{2}{5} + 2 \frac{4}{9} : \left[\left(7 \frac{5}{12} - 5 \frac{3}{4}\right) : 22 \frac{1}{2} + 10 \frac{5}{8}\right] - \frac{4}{5}$. (Ответ: $\frac{16}{35}$)

13 Прочитайте тексты, ответьте на вопросы.

ТЕКСТ 1

Число $\frac{2}{3}$ (две третьих) – это обыкновенная дробь.

2 – это числитель, а 3 – это знаменатель. $\frac{2}{3}$ – это правильная дробь, потому что числитель 2 меньше, чем знаменатель 3. Число $\frac{5}{4}$ (пять четвертых) – это тоже обыкновенная дробь. Здесь 5 – числитель, а 4 – знаменатель.

$\frac{5}{4}$ – это неправильная дробь, потому что числитель 5 больше, чем знаменатель 4.

Неправильную дробь $\frac{5}{4}$ можно записать как смешанную дробь $1 \frac{1}{4}$.

$2 \frac{1}{2}$ – это смешанная дробь. Смешанную дробь $2 \frac{1}{2}$ можно записать как неправильную дробь $\frac{5}{2}$.

Вопросы:

- 1) Число 2 – это числитель или знаменатель дроби $\frac{2}{3}$?
- 2) Число 3 – это числитель или знаменатель дроби $\frac{2}{3}$?
- 3) $\frac{2}{3}$ – это правильная или неправильная дробь? Почему?
- 4) $\frac{5}{4}$ – это правильная или неправильная дробь? Почему?
- 5) Как можно записать неправильную дробь $\frac{5}{4}$?
- 6) Как можно записать смешанную дробь $2 \frac{1}{2}$?

ТЕКСТ 2

Дробь $\frac{6}{12}$ можно сократить на 2; на 3; на 6. Сократим эту дробь на 6. Сократить дробь на 6 – это значит разделить ее числитель и знаменатель на 6.

$$\frac{6}{12} = \frac{6:6}{12:6} = \frac{1}{2}.$$

Мы получили результат $\frac{1}{2}$.

Дробь $\frac{1}{2}$ нельзя сократить, потому что наибольший общий делитель числителя и знаменателя равен 1 (единице).

$$\text{НОД} = (1; 2) = 1.$$

Следовательно, $\frac{1}{2}$ – это несократимая дробь.

Вопросы:

- 1) Можно сократить дробь $\frac{6}{12}$ или нельзя?
- 2) На сколько можно сократить дробь $\frac{6}{12}$?
- 3) Что значит сократить дробь $\frac{6}{12}$ на 6?
- 4) Можно сократить дробь $\frac{1}{2}$ или нельзя? Почему?

ТЕКСТ 3

Возьмем дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$. Приведем их к наименьшему общему знаменателю.

Сначала найдем наименьший общий знаменатель. НОЗ = 12. Потом найдем дополнительные множители. Разделим НОЗ на знаменатели дробей: $12 : 4 = 3$; $12 : 6 = 2$.

Число 3 – это дополнительный множитель дроби $\frac{3}{4}$. Число 2 – это дополнительный множитель дроби $\frac{5}{6}$.

$$\text{Умножим числитель и знаменатель каждой дроби на ее дополнительный множитель: } \frac{3}{4} = \frac{3 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{9}{12}; \frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{10}{12}.$$

Мы получили дроби $\frac{9}{12}$ и $\frac{10}{12}$. Их знаменатели равны. Следовательно, мы привели дроби к наименьшему общему знаменателю.

Вопросы:

- 1) Какой наименьший общий знаменатель имеют дроби $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{6}$?
- 2) Какой дополнительный множитель имеет дробь $\frac{3}{4}$?
- 3) Какой дополнительный множитель имеет дробь $\frac{5}{6}$?
- 4) Какие дроби мы получили? Какие у них знаменатели? Что это значит?
- 5) Что мы должны сделать, если хотим привести дроби к наименьшему общему знаменателю.

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Величина Величина дроби
Дробь (жен. род)
Дробный, -ая, -ое, -ые
Дополнительный множитель
Знаменатель (муж. род)
Изменяться – измениться
Наименьший общий знаменатель (НОЗ)

Нельзя
Правильная дробь
Неправильная дробь
Несократимая дробь
Обыкновенная дробь
Одинаковый, -ая, -ое, -ые
Показывать – показать (что?)
Приведение дробей к НОЗ
Приводить – привести
Равный, -ая -ое, -ые
Разный; -ая, -ое
Рассматривать – рассмотреть
Свойство (мн. число свойства)
Случай (муж. род)
Смешанная дробь
Сокращать – сократить (что?)
Сокращение
Числитель (муж. род)

Занятие 5

ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ

Дроби $\frac{1}{10}$; $\frac{3}{100}$; $\frac{29}{1000}$; $\frac{57}{10000}$ можно записать так:

$$\frac{1}{10} = 0,1; \quad \frac{3}{100} = 0,03; \quad \frac{29}{1000} = 0,029; \quad \frac{57}{10000} = 0,0057.$$

Числа 0,1; 0,03; 0,029; 0,0057 – это десятичные дроби. Мы читаем десятичные дроби так:

0,1 – ноль целых одна десятая;

0,03 – ноль целых три сотых;

0,029 – ноль целых двадцать девять тысячных;

0,0057 – ноль целых пятьдесят семь десятичных.

Десятичные дроби можно читать еще и так:

0,1 – ноль целых, один;

0,03 – ноль целых, ноль, три;

0,029 – ноль целых, ноль, двадцать девять;

0,0057 – ноль целых, два нуля, пятьдесят семь.

Рассмотрим еще примеры:

1,3478 – одна целая, тридцать четыре, семьдесят восемь;

0,03815 – ноль целых, ноль, тридцать восемь, пятнадцать;

5,00013 – пять целых, три нуля, тринадцать.

Десятичная дробь имеет две части: целую и дробную.

Рассмотрим дробь 12,154.

Число 12 – это целая часть, число 0,154 – это дробная часть. Целая часть и дробная часть числа 12,154 разделяются запятой (,).

Дробная часть имеет три знака (три цифры) – 1, 5, 4. Это значит, что десятичная дробь 12,154 имеет знаменатель 1000:

$$12,154 = 12 \frac{154}{1000} = \frac{12\,154}{1000}.$$

5.1 Свойства десятичной дроби

1) $0,7 = 0,70 = 0,700 = 0,7000 = \dots$, потому что

$$\frac{7}{10} = \frac{70}{100} = \frac{700}{1000} = \frac{7000}{10\,000} = \dots$$

Величина десятичной дроби не изменится, если написать нули справа.

2) $0,7 = 00,7 = 000,7 = 0000,7 = \dots$, потому что

$$0,7 = \frac{7}{10}; \quad 00,7 = \frac{7}{10}; \quad 000,7 = \frac{7}{10}; \quad 0000,7 = \frac{7}{10}.$$

Величина десятичной дроби не изменится, если написать нули слева.

5.2 Сложение и вычитание десятичных дробей

Рассмотрим примеры:

1) Сложим дроби $0,7$ и $0,2$. Они имеют одинаковые знаменатели 10 .

$$0,7 + 0,2 = \frac{7}{10} + \frac{2}{10} = \frac{7+2}{10} = \frac{9}{10} = 0,9$$

или $0,7 + 0,2 = 0,9$.

2) Сложим дроби $0,3$ и $0,12$. Они имеют разные знаменатели 10 и 100 . Приведем эти дроби к наименьшему общему знаменателю. Это можно сделать так: дробь $0,3$ записать как $0,30$. Получим дробь $0,30$ и $0,12$. Они имеют одинаковое число знаков в дробной части (после запятой). Следовательно, мы уравнили число знаков после запятой.

Сложим эти дроби:

$$0,3 + 0,12 = 0,30 + 0,12 = 0,42.$$

3) Сложим дроби $0,2$; $0,05$ и $0,023$.

Сначала нужно уравнивать число знаков после запятой, а потом сложить дроби:

$$0,2 + 0,05 + 0,023 = 0,200 + 0,050 + 0,023 = 0,273.$$

4) Выполним вычитание дробей: $3,2 - 1,57$.

$$3,2 - 1,57 = 3,20 - 1,57 = 1,63.$$

5.3 Умножение десятичной дроби на 10, на 100, на 1000 и так далее

Рассмотрим примеры:

$$1) \quad 0,357 \cdot 10 = \frac{357}{1000} \cdot 10 = \frac{357 \cdot 10}{1000} = \frac{357}{100} = 3 \frac{57}{100} = 3,57$$

или $0,357 \cdot 10 = 3,57$.

Здесь множитель 10 имеет один ноль. Мы перенесли запятую вправо на один знак.

$$2) \quad 0,357 \cdot 100 = \frac{357}{1000} \cdot 100 = \frac{357 \cdot 100}{1000} = \frac{357}{10} = 35 \frac{7}{10} = 35,7$$

или $0,357 \cdot 100 = 35,7$.

Здесь множитель 100 имеет два нуля. Мы перенесли запятую вправо на два знака.

$$3) \quad 0,357 \cdot 1000 = \frac{357}{1000} \cdot 1000 = \frac{357 \cdot 1000}{1000} = 357,0$$

или $0,357 \cdot 1000 = 357,0$.

Здесь множитель 1000 имеет три нуля. Мы перенесли запятую вправо на три знака.

Мы видим, что умножение десятичной дроби на 10 , 100 , 1000 и т.д. можно делать так: если множитель – число 10 (имеет один ноль), то нужно перенести запятую вправо на один знак; если множитель – 100 (имеет два нуля), то нужно перенести запятую вправо на два знака, если множитель – 1000 (имеет три нуля), то нужно перенести запятую вправо на три знака и так далее.

П р а в и л о 1. Чтобы умножить десятичную дробь на 10 , 100 , 1000 и так далее нужно перенести запятую вправо на столько знаков, сколько нулей имеет множитель.

5.4 Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и так далее

Рассмотрим примеры:

$$1) 27,6 : 10 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{276}{100} = 2,76 \text{ или } 27,6 : 10 = 2,76;$$

$$2) 27,6 : 100 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{276}{1000} = 0,276$$

или $27,6 : 100 = 027,6 : 100 = 0,276;$

$$3) 27,6 : 1000 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{276}{10\,000} = 0,0276$$

или $27,6 : 1000 = 0027,6 : 1000 = 0,0276.$

Мы видим, что деление десятичной дроби на 10, на 100, на 1000 и т.д. можно делать так: если делитель – 10 (имеет один нуль), то нужно перенести запятую влево на один знак; если делитель – 100 (имеет два нуля), то нужно запятую перенести влево на два знака; если делитель – 1000 (имеет три нуля), то нужно запятую перенести влево на три знака и так далее.

П р а в и л о 2. Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и так далее, нужно перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей имеет делитель.

5.5 Умножение десятичных дробей

Рассмотрим примеры:

$$1) 0,5 \cdot 7 = \frac{5}{10} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{10} = \frac{35}{10} = 3,5;$$

$$2) 0,7 \cdot 0,8 = \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{7 \cdot 8}{10 \cdot 10} = \frac{56}{100} = 0,56;$$

$$3) 0,4 \cdot 0,13 = \frac{4}{10} \cdot \frac{13}{100} = \frac{4 \cdot 13}{10 \cdot 100} = \frac{52}{1000} = 0,052.$$

Мы видим, что произведение имеет столько знаков в дробной части (после запятой), сколько их имеют множители вместе.

Например, найдем произведение $0,12 \cdot 0,4$.

Первый множитель 0,12 имеет два знака после запятой, а второй множитель 0,4 имеет один знак после запятой. Поэтому произведение имеет три знака после запятой:

$$0,12 \cdot 0,4 = 0,048.$$

5.6 Деление десятичных дробей

а) Деление десятичной дроби на целое число.

Рассмотрим примеры:

$$1) 17,52 : 3 = \frac{1752}{100} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1752}{100 \cdot 3} = \frac{584}{100} = 5,84;$$

$$2) 0,34 : 5 = \frac{34}{100} \cdot \frac{1}{5} = \frac{34}{100 \cdot 5} = \frac{34}{500} = \frac{68}{1000} = 0,068.$$

Десятичную дробь можно разделить на целое число так: сначала нужно разделить целую часть и написать запятую, потом разделить дробную часть.

б) Деление десятичной дроби на десятичную дробь:

$$1) 0,36 : 0,4 = \frac{0,36}{0,4} = \frac{0,36 \cdot 10}{0,4 \cdot 10} = \frac{3,6}{4} = 0,9.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 10 и получили делитель 4 – целое число. Потом выполнили деление: $3,6 : 4 = 0,9$.

$$2) 0,125 : 0,05 = \frac{0,125}{0,05} = \frac{0,125 \cdot 100}{0,05 \cdot 100} = \frac{1,25}{5} = 0,25.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 100 и получили делитель 5 – целое число. Потом выполнили деление: $1,25 \cdot 5 = 0,25$.

$$3) 0,72 : 0,008 = \frac{0,72}{0,008} = \frac{0,72 \cdot 1000}{0,008 \cdot 1000} = \frac{720}{8} = 90.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 1000 и получили делитель 8 – целое число. Потом выполнили деление:

$$720 : 8 = 90.$$

Если делитель – десятичная дробь, то сначала нужно умножить делимое и делитель на число 10 или 100, или 1000 и так далее и получить целый делитель, а потом выполнить деление.

5.7 Обращение десятичной дроби в обыкновенную дробь

Рассмотрим примеры:

$$1) 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5};$$

$$2) 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4};$$

$$3) 4,23 = 4 \frac{23}{100};$$

$$4) 17,025 = 17 \frac{25}{1000} = 17 \frac{1}{40}.$$

Десятичную дробь можно обратить в обыкновенную дробь так: записать десятичную дробь как обыкновенную и сократить ее, если это возможно.

5.8 Обращение обыкновенной дроби в десятичную дробь

Возьмем дробь $\frac{3}{5}$ и разделим ее числитель на знаменатель: $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$.

Мы обратили обыкновенную дробь $\frac{3}{5}$ в десятичную дробь 0,6.

Обыкновенную дробь можно обратить в десятичную дробь так: числитель дроби нужно разделить на ее знаменатель.

Рассмотрим примеры:

$$1) \frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875.$$

$$2) \frac{13}{20} = 13 : 20 = 0,65.$$

Здесь мы получили конечные десятичные дроби 0,875 и 0,65.

$$3) \frac{5}{33} = 5 : 33 = 0,151515\dots$$

$$4) \frac{7}{12} = 7 : 12 = 0,58333\dots$$

Здесь мы получили бесконечные периодические десятичные дроби. Их можно записать так: $0,151515\dots = 0,(15)$; $0,58333\dots = 0,58(3)$.

Следовательно, обыкновенную дробь можно обратить в конечную десятичную дробь или в бесконечную периодическую десятичную дробь. Определим, когда получается конечная десятичная дробь, а когда – бесконечная периодическая дробь.

Рассмотрим знаменатели дробей $\frac{7}{8}$ и $\frac{13}{20}$:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2; 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

Мы видим, что их разложение на простые множители содержит только множители 2 и 5.

$$\frac{7}{8} = 0,875; \frac{13}{20} = 0,65 \text{ (смотри примеры 1 и 2).}$$

Следовательно, если разложение знаменателя обыкновенной дроби на простые множители содержит только

множители 2 и 5, то обыкновенную дробь можно записать как конечную десятичную дробь.

Рассмотрим знаменатели дробей $\frac{5}{33}$ и $\frac{7}{12}$:

$$33 = 3 \cdot 11; 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Мы видим, что их разложение на простые множители содержит множители 3 и 11, которые не равны 2 и 5.

$$\frac{5}{33} = 0,151515... = 0,(15); \frac{7}{12} = 0,58333... = 0,58(3) \text{ (смотри примеры 3 и 4).}$$

Следовательно, если разложение знаменателя обыкновенной дроби на простые множители имеет множители, которые не равны 2 или 5, то обыкновенную дробь можно записать как бесконечную периодическую десятичную дробь.

5.9 Обыкновенные и десятичные дроби и действия с ними

Рассмотрим, как можно вычислить выражения, которые содержат обыкновенные и десятичные дроби.

Пример 1. Вычислим сумму $\frac{3}{8} + 0,012$.

Здесь обыкновенную дробь $\frac{3}{8}$ можно записать как конечную десятичную дробь, потому что разложение ее знаменателя на множители $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ имеет только множители 2. Запишем дробь $\frac{3}{8}$ как десятичную дробь 0,375 и сложим две десятичные дроби.

$$\frac{3}{8} + 0,012 = 0,375 + 0,012 = 0,387$$

Пример 2. Вычислим произведение $\frac{7}{15} \cdot 0,3$.

Обыкновенную дробь $\frac{7}{15}$ нельзя записать как конечную десятичную дробь, потому что разложение ее знаменателя на множители $15 = 3 \cdot 5$ содержит множитель 3. Эту дробь можно записать только как бесконечную периодическую десятичную дробь. Поэтому запишем десятичную дробь 0,3 как обыкновенную дробь $\frac{3}{10}$ и умножим две обыкновенные дроби:

$$\frac{7}{15} \cdot 0,3 = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{150} = \frac{7}{50} = 0,14.$$

Пример 3. Вычислим выражение $\frac{5}{12} : \left(\frac{3}{5} - 0,35\right)$.

Сначала делаем вычитание:

$$\frac{3}{5} - 0,35 = 0,6 - 0,35 = 0,60 - 0,35 = 0,25;$$

потом делаем деление:

5.4 Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и так далее

Рассмотрим примеры:

$$1) 27,6 : 10 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{10} = \frac{276}{100} = 2,76 \text{ или } 27,6 : 10 = 2,76;$$

$$2) 27,6 : 100 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{100} = \frac{276}{1000} = 0,276$$

или $27,6 : 100 = 027,6 : 100 = 0,276;$

$$3) 27,6 : 1000 = \frac{276}{10} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{276}{10\,000} = 0,0276$$

или $27,6 : 1000 = 0027,6 : 1000 = 0,0276.$

Мы видим, что деление десятичной дроби на 10, на 100, на 1000 и т.д. можно делать так: если делитель – 10

(имеет один нуль), то нужно перенести запятую влево на один знак; если делитель – 100 (имеет два нуля), то нужно запятую перенести влево на два знака; если делитель – 1000 (имеет три нуля), то нужно запятую перенести влево на три знака и так далее.

П р а в и л о 2. Чтобы разделить десятичную дробь на 10, 100, 1000 и так далее, нужно перенести запятую влево на столько знаков, сколько нулей имеет делитель.

5.5 Умножение десятичных дробей

Рассмотрим примеры:

$$1) 0,5 \cdot 7 = \frac{5}{10} \cdot 7 = \frac{5 \cdot 7}{10} = \frac{35}{10} = 3,5;$$

$$2) 0,7 \cdot 0,8 = \frac{7}{10} \cdot \frac{8}{10} = \frac{7 \cdot 8}{10 \cdot 10} = \frac{56}{100} = 0,56;$$

$$3) 0,4 \cdot 0,13 = \frac{4}{10} \cdot \frac{13}{100} = \frac{4 \cdot 13}{10 \cdot 100} = \frac{52}{1000} = 0,052.$$

Мы видим, что произведение имеет столько знаков в дробной части (после запятой), сколько их имеют множители вместе.

Например, найдем произведение $0,12 \cdot 0,4$.

Первый множитель 0,12 имеет два знака после запятой, а второй множитель 0,4 имеет один знак после запятой. Поэтому произведение имеет три знака после запятой:

$$0,12 \cdot 0,4 = 0,048.$$

5.6 Деление десятичных дробей

а) Деление десятичной дроби на целое число.

Рассмотрим примеры:

$$1) 17,52 : 3 = \frac{1752}{100} : 3 = \frac{1752}{100 \cdot 3} = \frac{584}{100} = 5,84;$$

$$2) 0,34 : 5 = \frac{34}{100} : 5 = \frac{34}{100 \cdot 5} = \frac{34}{500} = \frac{68}{1000} = 0,068.$$

Десятичную дробь можно разделить на целое число так: сначала нужно разделить целую часть и написать запятую, потом разделить дробную часть.

б) Деление десятичной дроби на десятичную дробь:

$$1) 0,36 : 0,4 = \frac{0,36}{0,4} = \frac{0,36 \cdot 10}{0,4 \cdot 10} = \frac{3,6}{4} = 0,9.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 10 и получили делитель 4 – целое число. Потом выполнили деление: $3,6 : 4 = 0,9$.

$$2) 0,125 : 0,05 = \frac{0,125}{0,05} = \frac{0,125 \cdot 100}{0,05 \cdot 100} = \frac{1,25}{5} = 0,25.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 100 и получили делитель 5 – целое число. Потом выполнили деление: $1,25 : 5 = 0,25$.

$$3) 0,72 : 0,008 = \frac{0,72}{0,008} = \frac{0,72 \cdot 1000}{0,008 \cdot 1000} = \frac{720}{8} = 90.$$

Здесь мы умножили делимое и делитель на 1000 и получили делитель 8 – целое число. Потом выполнили деление:

$$720 : 8 = 90.$$

Если делитель – десятичная дробь, то сначала нужно умножить делимое и делитель на число 10 или 100, или 1000 и так далее и получить целый делитель, а потом выполнить деление.

5.7 Обращение десятичной дроби в обыкновенную дробь

Рассмотрим примеры:

$$1) 0,4 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5};$$

$$2) 0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4};$$

$$3) 4,23 = 4\frac{23}{100};$$

$$4) 17,025 = 17\frac{25}{1000} = 17\frac{1}{40}.$$

Десятичную дробь можно обратить в обыкновенную дробь так: записать десятичную дробь как обыкновенную и сократить ее, если это возможно.

5.8 Обращение обыкновенной дроби в десятичную дробь

Возьмем дробь $\frac{3}{5}$ и разделим ее числитель на знаменатель: $\frac{3}{5} = 3 : 5 = 0,6$.

Мы обратили обыкновенную дробь $\frac{3}{5}$ в десятичную дробь 0,6.

Обыкновенную дробь можно обратить в десятичную дробь так: числитель дроби нужно разделить на ее знаменатель.

Рассмотрим примеры:

$$1) \frac{7}{8} = 7 : 8 = 0,875.$$

$$2) \frac{13}{20} = 13 : 20 = 0,65.$$

Здесь мы получили конечные десятичные дроби 0,875 и 0,65.

$$3) \frac{5}{33} = 5 : 33 = 0,151515\dots$$

$$4) \frac{7}{12} = 7 : 12 = 0,58333\dots$$

Здесь мы получили бесконечные периодические десятичные дроби. Их можно записать так: $0,151515\dots = 0,(15)$; $0,58333\dots = 0,58(3)$.

Следовательно, обыкновенную дробь можно обратить в конечную десятичную дробь или в бесконечную периодическую десятичную дробь. Определим, когда получается конечная десятичная дробь, а когда – бесконечная периодическая дробь.

Рассмотрим знаменатели дробей $\frac{7}{8}$ и $\frac{13}{20}$:

$$8 = 2 \cdot 2 \cdot 2; 20 = 2 \cdot 2 \cdot 5.$$

Мы видим, что их разложение на простые множители содержит только множители 2 и 5.

$$\frac{7}{8} = 0,875; \frac{13}{20} = 0,65 \text{ (смотри примеры 1 и 2).}$$

Следовательно, если разложение знаменателя обыкновенной дроби на простые множители содержит только множители 2 и 5, то обыкновенную дробь можно записать как конечную десятичную дробь.

Рассмотрим знаменатели дробей $\frac{5}{33}$ и $\frac{7}{12}$:

$$33 = 3 \cdot 11; 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Мы видим, что их разложение на простые множители содержит множители 3 и 11, которые не равны 2 и 5.

$$\frac{5}{33} = 0,151515\dots = 0,(15); \frac{7}{12} = 0,58333\dots = 0,58(3) \text{ (смотри примеры 3 и 4).}$$

Следовательно, если разложение знаменателя обыкновенной дроби на простые множители имеет множители, которые не равны 2 или 5, то обыкновенную дробь можно записать как бесконечную периодическую десятичную дробь.

5.9 Обыкновенные и десятичные дроби и действия с ними

Рассмотрим, как можно вычислить выражения, которые содержат обыкновенные и десятичные дроби.

Пример 1. Вычислим сумму $\frac{3}{8} + 0,012$.

Здесь обыкновенную дробь $\frac{3}{8}$ можно записать как конечную десятичную дробь, потому что разложение ее знаменателя на множители $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ имеет только множители 2. Запишем дробь $\frac{3}{8}$ как десятичную дробь 0,375 и сложим две десятичные дроби.

$$\frac{3}{8} + 0,012 = 0,375 + 0,012 = 0,387$$

Пример 2. Вычислим произведение $\frac{7}{15} \cdot 0,3$.

Обыкновенную дробь $\frac{7}{15}$ нельзя записать как конечную десятичную дробь, потому что разложение ее знаменателя на множители $15 = 3 \cdot 5$ содержит множитель 3. Эту дробь можно записать только как бесконечную периодическую десятичную дробь. Поэтому запишем десятичную дробь 0,3 как обыкновенную дробь $\frac{3}{10}$ и умножим две обыкновенные дроби:

$$\frac{7}{15} \cdot 0,3 = \frac{7}{15} \cdot \frac{3}{10} = \frac{21}{150} = \frac{7}{50} = 0,14.$$

Пример 3. Вычислим выражение $\frac{5}{12} : \left(\frac{3}{5} - 0,35\right)$.

Сначала делаем вычитание:

$$\frac{3}{5} - 0,35 = 0,6 - 0,35 = 0,60 - 0,35 = 0,25;$$

потом делаем деление:

$$\frac{5}{12} : 0,25 = \frac{5}{12} : \frac{25}{100} = \frac{5}{12} : \frac{1}{4} = \frac{5 \cdot 4}{12 \cdot 1} = 1\frac{2}{3}.$$

УПРАЖНЕНИЯ

1 Прочитайте десятичные дроби:

0,5; 0,43; 0,019; 1,3; 2,75; 6,042; 0,0048; 0,5497; 0,01735.

2 Напишите десятичные дроби цифрами:

Одна целая девять сотых

Одна целая, два нуля, сто девяносто один

Ноль целых семь десятых

Ноль целых тринадцать сотых

Ноль целых сто пятьдесят четыре тысячных

Три целых сорок семь тысячных

3 Вычислите:

1) $5,2 + 3,5$;

2) $0,12 + 1,7$;

3) $4,037 + 1,71$;

4) $2,15 + 1,394$;

5) $1,3 - 0,7$;

6) $5,9 - 3,42$;

7) $0,834 - 2,756$;

8) $3,21 - 2,756$.

4 Вычислите:

1) $3,12 \cdot 10$;

2) $0,7 \cdot 10$;

3) $0,154 \cdot 100$;

4) $2,3 \cdot 100$;

- 5) $0,0173 \cdot 1000$; 6) $0,015 \cdot 1000$;
 7) $0,00254 \cdot 10\ 000$; 8) $0,4005 \cdot 10\ 000$.

5 Вычислите:

- 1) $0,5 : 10$; 2) $1,73 : 10$;
 3) $24,1 : 100$; 4) $0,47 : 100$;
 5) $12,3 : 1000$; 6) $312,71 : 1000$;
 7) $0,7 : 10\ 000$; 8) $15,3 : 1000$.

6 Вычислите:

- 1) $0,3 \cdot 0,3$; 2) $1,5 \cdot 0,4$;
 3) $2,3 \cdot 0,02$; 4) $7,25 \cdot 0,06$;
 5) $12 \cdot 0,3$; 6) $0,54 \cdot 1,2$;
 7) $0,013 \cdot 1,5$; 8) $3,72 \cdot 0,01$.

7 Вычислите:

- 1) $0,24 : 6$; 2) $0,754 : 3$;
 3) $12,5 : 5$; 4) $432,24 : 12$;
 5) $0,12 : 0,2$; 6) $0,56 : 0,07$;
 7) $1,69 : 1,3$; 8) $3,6 : 0,08$;
 9) $1,7 : 0,11$; 10) $3,5 : 0,01$;
 11) $47,04 : 0,0084$; 12) $0,654 : 10,9$.

8 Запишите обыкновенные дроби как десятичные:

$$\frac{1}{4}; \frac{5}{8}; 1\frac{1}{2}; \frac{7}{10}; 2\frac{3}{16}; \frac{7}{12}; \frac{5}{8}; \frac{5}{18}; \frac{11}{15}; \frac{8}{7}.$$

9 Выполните действия. Получите точный результат.

- 1) $2,3 + \frac{1}{4}$; 2) $\frac{7}{12} - 0,5$;
 3) $0,15 \cdot \frac{2}{3}$; 4) $2\frac{1}{2} \cdot 0,04$;
 5) $2,88 \cdot \frac{35}{75}$; 6) $4\frac{1}{8} : 0,65$;
 7) $6,075 : \frac{3}{20}$; 8) $1\frac{1}{4} : 0,2$;
 9) $\left(3\frac{4}{5} - 3,68\right) : 2\frac{1}{2}$; 10) $3,06 : 7\frac{1}{2} + 3\frac{2}{5} \cdot 0,38$;
 11) $3,075 : 1,5 - \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{25} + 3,26\right)$; (Ответ: $1\frac{9}{40}$)
 12) $\left(6,72 : \frac{3}{5} + 1\frac{1}{8} \cdot 0,8\right) : 1,21 - 6\frac{3}{8}$. (Ответ: $3\frac{5}{8}$)

10 Прочитайте тексты и ответьте на вопросы.

ТЕКСТ 1

Сложим десятичные дроби 0,12 и 0,035. Дробь 0,12 имеет два знака после запятой, а дробь 0,035 имеет три знака после запятой. Возьмем дробь 0,12 и напишем один ноль справа. Получим дроби 0,120 и 0,035. Сложим

дроби: $0,12 + 0,035 = 0,120 + 0,035 = 0,155$.

Сумма равна 0,155.

Вопросы:

- 1) Сколько знаков после запятой имеет дробь 0,12?
- 2) Сколько знаков после запятой имеет дробь 0,035?
- 3) Как мы уравниваем число знаков после запятой?
- 4) Чему равна сумма?

ТЕКСТ 2

Умножим дробь 7,28 на 10. Множитель 10 имеет один нуль. Поэтому нужно перенести запятую вправо на один знак. Получим:

$7,28 \cdot 10 = 72,8$. Произведение равно 72,8.

Разделим дробь 7,28 на 100. Делитель 100 имеет два нуля. Поэтому нужно перенести запятую влево на два знака. Возьмем дробь 7,28, напишем два нуля слева. Потом перенесем запятую влево на два знака. Получим:

$7,28 : 100 = 0,0728$. Частное равно 0,0728.

Вопросы:

- 1) Сколько нулей имеет множитель 10?
- 2) Почему нужно перенести запятую вправо на один знак?
- 3) Чему равно произведение?
- 4) Сколько нулей имеет делитель?
- 5) Почему нужно перенести запятую влево на два знака?
- 6) Чему равно частное?

ТЕКСТ 3

Найдем произведение $0,02 \cdot 5,3$.

Множитель 0,02 имеет два знака после запятой, а множитель 5,3 – один знак.

Множители 0,02 и 5,3 вместе имеют три знака после запятой, поэтому произведение должно иметь три знака после запятой. Найдем это произведение $0,02 \cdot 5,3 = 0,106$.

Вопросы:

- 1) Сколько знаков после запятой имеет множитель 0,02?
- 2) Сколько знаков после запятой имеет множитель 5,3?
- 3) Сколько знаков после запятой имеют множители вместе?
- 4) Сколько знаков после запятой имеет произведение?
- 5) Почему произведение имеет три знака после запятой?
- 6) Чему равно произведение?

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Бесконечная периодическая десятичная дробь

Влево

Вправо

Десятичная дробь

Запятая

Конечная десятичная дробь

Обращать – обратить (что? во что?)

Переносить – перенести (что? куда?)

Периодический, -ая, -ое, -ие

После (после запятой)

Результат

Слева

Следовательно

Справа.

Точный, -ая, -ое, -ые

Уравнивать – уравнивать (что?)

Чтобы

Занятие 6

ОТНОШЕНИЯ. ПРОПОРЦИИ. ПРОЦЕНТЫ

6.1 Отношения

Частное $6 : 3 = 2$ – это отношение чисел 6 и 3. Отношение чисел 6 и 3 равно числу 2.

Частное $1 : 5 = \frac{1}{5}$ – это отношение чисел 1 и 5. Отношение чисел 1 и 5 равно $\frac{1}{5}$.

Отношение чисел a и b – это частное $\frac{a}{b}$.

a – это первый член отношения, b – это второй член отношения. Отношение чисел 1 и 5 не равно отношению чисел 5 и 1; потому что $\frac{1}{5} \neq \frac{5}{1}$.

6.2 Известный член отношения

Рассмотрим примеры:

1) $\frac{x}{2} = 5$. Здесь x – это неизвестный первый член отношения. Найдем x :

$$x = 2 \cdot 5 = 10.$$

Проверим результат: $\frac{10}{2} = 5$. Следовательно, мы нашли неизвестный первый член отношения правильно. О т в е т: $x = 10$.

Если $\frac{x}{b} = c$, то $x = b \cdot c$ ($b \neq 0$).

2) $\frac{6}{x} = 3$. Здесь x – неизвестный второй член отношения. Найдем x :

$$x = \frac{6}{3} = 2.$$

Проверим результат: $\frac{6}{2} = 3$. Следовательно, мы нашли неизвестный второй член отношения правильно. О т в е т: $x = 2$.

Если $\frac{a}{x} = c$, то $x = \frac{a}{c}$ ($c \neq 0$).

6.3 Пропорции

Рассмотрим отношения $10 : 2$ и $15 : 3$. Эти отношения равны:

$$10 : 2 = 15 : 3.$$

Равенство $10 : 2 = 15 : 3$ или $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$ – это пропорция.

Пропорцию $\frac{10}{2} = \frac{15}{3}$ читаем так: отношение чисел 10 и 2 равно отношению чисел 15 и 3.

Рассмотрим пропорцию:

$$a : b = c : d.$$

Числа a , b , c и d – это члены пропорции.

a и d – это крайние члены пропорции.

b и c – это средние члены пропорции.

Например: $1 : 2 = 4 : 8$. Здесь 1 и 8 – это крайние члены, а 2 и 4 – это средние члены.

6.4 Свойства пропорции

Рассмотрим пропорцию $6 : 3 = 10 : 5$. Найдем произведение крайних членов: $6 \cdot 5 = 30$. Найдем произведение

средних членов: $3 \cdot 10 = 30$. Эти произведения равны: $6 \cdot 5 = 3 \cdot 10 = 30$.

Произведение крайних членов пропорции и произведение средних членов равны.

$$\text{Если } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}, \text{ то } a \cdot d = b \cdot c.$$

6.5 Неизвестный член пропорции

Рассмотрим примеры:

1) $\frac{x}{2} = \frac{6}{3}$. Здесь x – неизвестный крайний член пропорции. Найдем x . По свойству пропорции имеем: $x \cdot 3 = 2 \cdot 6$, поэтому $x = \frac{2 \cdot 6}{3} = 4$. О т в е т: $x = 4$.

$$\text{Если } \frac{x}{a} = \frac{c}{d}, \text{ то } x = \frac{a \cdot c}{d}.$$

2) $\frac{12}{x} = \frac{6}{3}$. Здесь x – неизвестный средний член пропорции.

Найдем x . По свойству пропорции имеем: $12 \cdot 3 = x \cdot 6$, поэтому $x = \frac{12 \cdot 3}{6} = 6$. О т в е т: $x = 6$.

$$\text{Если } \frac{a}{x} = \frac{c}{d}, \text{ то } x = \frac{a \cdot d}{c}.$$

6.6 Перестановка членов пропорции

Рассмотрим пропорцию

$$2 : 6 = 5 : 15. \quad (1)$$

Возьмем пропорцию (1) и переставим средние члены:

$$2 : 5 = 6 : 15. \quad (2)$$

Равенство (2) – это тоже пропорция.

Возьмем пропорцию (1) и переставим крайние члены

$$15 : 6 = 5 : 2. \quad (3)$$

Равенство (3) – это тоже пропорция.

Возьмем пропорцию (1) и переставим члены отношений

$$6 : 2 = 15 : 5. \quad (4)$$

Равенство (4) – это тоже пропорция.

Возьмем пропорции (1), (2), (3) и (4) и переставим в каждой пропорции левую и правую части:

$$5 : 15 = 2 : 6; \quad (5)$$

$$6 : 15 = 2 : 5; \quad (6)$$

$$15 : 6 = 5 : 2; \quad (7)$$

$$6 : 2 = 15 : 5. \quad (8)$$

Равенства (5), (6), (7) и (8) – это тоже пропорции.

$$\text{Если } a : b = c : d, \text{ то } a : c = b : d;$$

$$d : b = c : a;$$

$$b : a = d : c;$$

$$c : d = a : b;$$

$$b : d = a : c;$$

$$c : a = d : b;$$

$$d : c = b : a.$$

6.7 Проценты

Возьмем число 200 и разделим его на 100.

$$200 : 100 = 2.$$

Число 2 – это одна сотая часть $\left(\frac{1}{100}\right)$ от числа 200.

Одна сотая часть числа называется процентом от этого числа. Проценты обозначают знаком %. Тогда число 2 – это 1 % от 200.

Задача 1. Найти 12 % от числа 300.

Решение. $300 : 100 = 3$. Следовательно, 1 % от числа 300 равен 3. А 12 % от числа 300 равны числу 36, так как $3 \cdot 12 = 36$.

Обозначим 12 % от числа 300 буквой a . Тогда можно записать:

$$a = \frac{300}{100} \cdot 12 = \frac{300 \cdot 12}{100} = 36.$$

Ответ: $a = 36$.

Если число a составляет p % от m , то

$$a = \frac{m \cdot p}{100} \quad 1)$$

По формуле (1) найдем число a , если a составляет от m 50 %, 25 %, 10 %, 17 %:

$$1) \quad a = \frac{m \cdot 50}{100} = \frac{m}{2};$$

$$2) \quad a = \frac{m \cdot 25}{100} = \frac{m}{4};$$

$$3) \quad a = \frac{m \cdot 10}{100} = \frac{m}{10};$$

$$4) \quad a = \frac{m \cdot 17}{100} = \frac{17}{100} m.$$

Задача 2. Найти число m , если 8 % от m равны числу 32.

Решение. По условию задачи число 32 составляет 8 % от m . Тогда по формуле (1) имеем:

$$32 = \frac{8 \cdot m}{100}.$$

Найдем m :

$$32 \cdot 100 = 8 \cdot m \quad \text{или} \quad m = \frac{32 \cdot 100}{8} = 400.$$

Ответ: $m = 400$.

Если число a составляет p % от числа m , то число m можно найти из формулы (1)

$$a = \frac{m \cdot p}{100} \Rightarrow^1 a \cdot 100 = m \cdot p \Rightarrow m = \frac{a \cdot 100}{p}.$$

$$m = \frac{a \cdot 100}{p} \quad 2)$$

По формуле (2) найдем число m , если a составляет от m 50 %, 25 %, 10 %, 39 %:

¹Символ \Rightarrow обозначает: "следовательно"

$$1) \quad m = \frac{a \cdot 100}{50} = 2a;$$

$$2) \quad m = \frac{a \cdot 100}{25} = 4a;$$

$$3) \quad m = \frac{a \cdot 100}{10} = 10a;$$

$$5) \quad m = \frac{a \cdot 100}{39} = \frac{100}{39} a.$$

Задача 3. Найти, сколько процентов составляет число 28 от числа 400.

Решение. Обозначим число процентов буквой p . По условию задачи число 28 составляет $p\%$ от 400. Тогда по формуле (1) имеем

$$28 = \frac{p \cdot 400}{100}.$$

Найдем p . $28 \cdot 100 = p \cdot 400$ или $p = \frac{28 \cdot 100}{400} = 7$.

Ответ: $p\% = 7\%$.

Если число a составляет $p\%$ от числа m , то число p можно найти из формулы (1)

$$a = \frac{p \cdot m}{100} \Rightarrow a \cdot 100 = p \cdot m \Rightarrow p = \frac{a \cdot 100}{m}.$$
$$p\% = \left(\frac{a}{m} \cdot 100 \right) \quad (3)$$

Выражение $\left(\frac{a}{m} \cdot 100 \right)\%$ называется процентным отношением чисел a и m .

По формуле (3) найдем процентные отношения чисел 23 и 46; 15 и 60; 7 и 70; 13 и 65:

1) $p = \frac{23}{46} \cdot 100 = 50$; $p\% = 50\%$.

2) $p = \frac{15}{60} \cdot 100 = 25$; $p\% = 25\%$.

3) $p = \frac{7}{70} \cdot 100 = 10$; $p\% = 10\%$.

4) $p = \frac{13}{65} \cdot 100 = 20$; $p\% = 20\%$.

УПРАЖНЕНИЯ

1 Найдите неизвестный член отношения.

1) $\frac{x}{3} = 12$;

2) $\frac{x}{37} = 10$;

3) $\frac{x}{1,2} = 4,7$;

4) $\frac{x}{0,02} = 8$;

5) $\frac{x}{2,5} = 0,5$;

6) $\frac{x}{0,001} = 24$;

7) $\frac{24}{x} = 6$;

8) $\frac{120}{x} = 40$;

9) $\frac{2,7}{x} = 0,3$;

10) $\frac{0,46}{x} = 8$;

11) $\frac{1,34}{x} = 0,01$;

12) $\frac{10,5}{x} = 0,35$.

2 Найдите неизвестный член пропорции.

1) $x : 15 = 8 : 24$;

2) $24 : 3 = 18 : x$;

3) $17 : 5 = x : 15$;

4) $28 : 12 = -7 : x$;

5) $x : \frac{1}{2} = \frac{3}{4} : \frac{7}{8}$;

6) $5 : x = 3\frac{1}{2} : 4$;

7) $\frac{7}{12} : \frac{3}{5} = x : \frac{1}{3}$;

8) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5} = \frac{3}{8} : x$;

9) $0,75 : 0,2 = 1,5 : x$;

10) $x : 0,12 = 0,3 : 1,8$;

11) $3,2 : x = 0,16 : 0,5$; 12) $10,2 : 0,07 = x : 0,021$.

3 Найдите x :

1) $42 : (3 \cdot x) = 14 : 7$;

2) $13\frac{1}{3} : 1\frac{1}{3} = 26 : (0,2 \cdot x)$;

3) $6\frac{2}{3} : (1\frac{7}{9} \cdot x) = 0,48 : 1,2$;

4) $(0,7 \cdot x) : 1,5 = 0,35 : 0,3$.

4 Запишите пропорцию: $9 : 4 = 17 : 12$. Переставьте члены пропорции и получите еще 7 пропорций.

5 Найдите p % от числа m , если

1) $p = 4, m = 72$;

2) $p = 5, m = 165$;

3) $p = 10, m = 57,9$;

4) $p = 1, m = 0,34$;

5) $p = 25, m = 250$;

6) $p = 50, m = 534$;

7) $p = 120, m = 216$;

8) $p = 300, m = 175$;

9) $p = 12,5, m = 173$;

10) $p = 3\frac{1}{5}, m = 165$;

11) $p = 0,12, m = 3\frac{1}{2}$;

12) $p = 1,6, m = 92$.

6 Найдите число m , если p % от m равны числу a .

1) $p = 10, a = 7$;

2) $p = 25, a = 20$;

3) $p = 50, a = 16,4$;

4) $p = 7,8, a = 3,9$;

5) $p = 12\frac{1}{2}, a = 6,5$;

6) $p = 5\frac{1}{3}, a = 5,6$;

7) $p = 18, a = 14\frac{2}{5}$;

8) $p = 200, a = 86,4$.

7 Найдите, сколько процентов составляет a от m , если

1) $a = 1, m = 4$;

2) $a = 2, m = 10$;

3) $a = 7, m = 14$;

4) $a = 42, m = 60$;

5) $a = 18, m = 36$;

6) $a = 12, m = 12$;

7) $a = 5, m = 100$;

8) $a = 22\frac{1}{2}, m = 250$.

8 Найдите процентное отношение чисел a и m , если

1) $a = 10, m = 40$;

2) $a = 3, m = 12$;

3) $a = 75, m = 150$;

4) $a = 0,7, m = 0,5$;

5) $a = 0,1, m = 10$;

6) $a = 0,11, m = 8,8$;

7) $a = 5\frac{1}{5}, m = 20$;

8) $a = 14\frac{2}{3}, m = 5\frac{1}{4}$.

9 Решите задачи:

1) В библиотеке 5000 книг. 17 % книг – учебники. Сколько учебников в библиотеке?

2) В диктанте 150 слов. 6 % слов студент написал неправильно. Сколько слов студент написал правильно?

3) Автомобиль ехал 3 дня и проехал путь 2000 км (километров).

В первый день автомобиль проехал 37 % пути. Во второй день он проехал 28 % пути. Сколько километров автомобиль проехал в третий день?

4) В группе занимаются 6 студентов-арабов. Но арабы составляют 75 % от числа студентов в группе. Сколько студентов в группе?

5) Стороны прямоугольника – 12 см и 15 см. На сколько процентов увеличится площадь прямоугольника, если мы увеличим каждую сторону на 10 %.

6) Стороны прямоугольника – 12 см и 15 см. На сколько процентов уменьшится площадь прямоугольника, если мы уменьшим каждую его сторону на 10 %.

10 Прочитайте тексты, ответьте на вопросы.

ТЕКСТ 1

Рассмотрим пропорцию $\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$. Числа 12, 6, 8 и 4 – это члены пропорции. Числа 12 и 4 – это крайние члены пропорции. Числа 6 и 8 – это средние члены пропорции. Произведение крайних членов пропорции равно числу 48 ($12 \cdot 4 = 48$). Произведение средних членов пропорции тоже равно числу 48 ($6 \cdot 8 = 48$). В пропорции произведение крайних членов и произведение средних членов равны. Это свойство пропорции.

Вопросы:

- 1) Как называется равенство $\frac{12}{6} = \frac{8}{4}$?
- 2) Как называются числа 12, 6, 8 и 4?
- 3) Как называются числа 12 и 4?
- 4) Как называются числа 6 и 8?
- 5) Какое свойство пропорции вы знаете?

ТЕКСТ 2

Рассмотрим пропорцию $\frac{x}{12} = \frac{3}{6}$. Здесь 12, 3 и 6 – это известные члены пропорции, x – неизвестный крайний член пропорции. Найдем x . По свойству пропорции имеем $12 \cdot 3 = x \cdot 6$.

Поэтому

$$x = \frac{12 \cdot 3}{6} = 6.$$

Неизвестный член пропорции x равен 6.

Вопросы:

- 1) Какие члены пропорции известные?
- 2) Какой член пропорции не известный?
- 3) Как мы нашли неизвестный член пропорции?
- 4) Чему равен неизвестный член пропорции?

ТЕКСТ 3

Решим задачу. Найти 25 % от числа 200. Мы знаем формулу

$$a = \frac{m \cdot p}{100}.$$

Здесь $m = 200$, $p = 25$. Нужно найти a . Найдем a по формуле:

$$a = \frac{200 \cdot 25}{100} = 50.$$

Мы получили, что 25 % от числа 200 равны числу 50. Число 50 составляет 25 % от числа 200. Процентное отношение чисел 50 и 200 равно 25 %.

Вопросы:

- 1) Что нужно найти в задаче?
- 2) Какую формулу мы знаем?
- 3) Чему равно здесь m ?

- 4) Чему здесь равно p ?
- 5) Как мы нашли a ?
- 6) Чему равны 25 % от числа 200?
- 7) Сколько процентов составляет число 50 от числа 200?
- 8) Чему равно процентное отношение чисел 50 и 200?

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Бесконечная периодическая десятичная дробь

Влево

Вправо

Запятая

Десятичная дробь

Конечная десятичная дробь

Обращать – обратить (что? во что?)

Переносить – перенести (что? куда?)

Периодический, -ая, -ое, -ие

После (после запятой)

Результат

Слева

Справа

Следовательно

Точный, -ая, -ое, -ые

Уравнивать – уравнивать (что?)

Чтобы

Занятие 7

ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА

7.1 Целые числа

Натуральные числа можно писать со знаком плюс (+):

$$1 = +1; 2 = +2; 3 = +3, \dots$$

Числа $+1, +2, +3, \dots$ – это целые положительные числа. Натуральные числа со знаком минус ($-$) $-1, -2, -3, \dots$ – это целые отрицательные числа. 0 – это тоже целое число (не положительное и не отрицательное).

Например: $12; +47; 0; -124; -17$ – это целые числа. Числа $\frac{1}{2}; 0,137; \frac{45}{12}; 11,456$ – это не целые числа, это дробные числа.

Все целые числа можно записать как множество:

$$Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

Следовательно, $12 \in Z; +47 \in Z; 0 \in Z; -124 \in Z; -17 \in Z; \frac{1}{2} \notin Z; 0,137 \notin Z; \frac{45}{12} \notin Z; 11,456 \notin Z.$

Каждое натуральное число – это целое число, т.е. каждый элемент множества N принадлежит множеству Z . В этом случае говорят, что N – это подмножество множества Z и пишут $N \subset Z$.

7.2 Рациональные и иррациональные числа.

Действительные числа

Дробные числа, как и целые, могут быть положительные и отрицательные.

Например, $\frac{2}{3}; \frac{4}{5}; 0,7; +1,18; -3,485.$

Рациональные числа – это числа, которые можно записать как дробь $\frac{m}{n}$, где $m \in Z, n \in N$.

Например, -3 ; 5 ; 0 ; $\frac{1}{2}$; $-\frac{7}{15}$; $-5,12$; $4,3$ – это рациональные числа.

Все рациональные числа можно записать как множество

$$Q = \left\{ \frac{m}{n} \mid m \in Z, n \in N \right\}.$$

Следовательно, $-3 \in Q$; $5 \in Q$; $0 \in Q$; $\frac{1}{2} \in Q$; $-\frac{7}{15} \in Q$; $-5,12 \in Q$; $4,3 \in Q$.

Каждое натуральное число – это рациональное число. Например, $1 = \frac{1}{1} \in Q$; $4 = \frac{4}{1} \in Q$; $124 = \frac{124}{1} \in Q$.

Следовательно, N – это подмножество Q : $N \subset Q$.

Каждое целое число – это рациональное число. Например,

$$3 = \frac{3}{1} \in Q; -2 = \frac{-2}{1} \in Q; 0 = \frac{0}{3} \in Q; -7 = \frac{-7}{1} \in Q.$$

Следовательно, Z – это подмножество Q : $Z \subset Q$.

Каждую конечную или бесконечную периодическую десятичную дробь можно записать как дробь $\frac{m}{n}$, где $m \in Z$, $n \in N$. Следовательно, конечные и бесконечные периодические десятичные дроби – это рациональные числа. Например, $0,7 \in Q$; $0,3 \in Q$; $0,354 \in Q$.

Иррациональные числа – это бесконечные непериодические десятичные дроби. Например, число π (пи): $\pi = 3,141592\dots$ – это иррациональное число. Обозначим множество иррациональных чисел буквой J , тогда $\pi \in J$.

Все рациональные и иррациональные числа – это действительные числа. Например, 0 ; 2 ; -7 ; $-\frac{3}{2}$; $12,4$; $1,(3)$; $3,141592\dots$ – это действительные числа. Обозначим множество действительных чисел буквой R , тогда $0 \in R$; $2 \in R$; $-7 \in R$; $-\frac{3}{2} \in R$; $12,4 \in R$; $1,3 \in R$; $3,141592\dots \in R$.

Множество R не содержит других элементов. В этом случае говорят, что R – это объединение Q и J и пишут

$$R = Q \cup J.$$

Множества N , Z , Q , J – это подмножества. R .

$$N \subset Z \subset Q \subset R.$$

Действительные числа – это положительные числа, отрицательные числа и 0 . Множество всех положительных чисел обозначается R^+ , а множество отрицательных чисел обозначается R^- . Например, $\frac{3}{7} \in R^+$; $126,1 \in R^+$; $-8 \in R^-$; $-3,2 \in R^-$.

Каждое действительное число можно записать как десятичную дробь: конечную, бесконечную периодическую, бесконечную непериодическую.

7.3 Противоположные числа

Рассмотрим числа $+2$ и -2 .

Это противоположные числа.

Число $+2$ противоположно числу -2 .

Число -2 противоположно числу $+2$.

Рассмотрим еще примеры противоположных чисел:

$$-7 \text{ и } +7; +3,2 \text{ и } -3,2; -\frac{4}{7} \text{ и } +\frac{4}{7}.$$

Если a – любое действительное число, то $-a$ – это противоположное число.

Если a – положительное число, то $-a$ – отрицательное число.

Например, $a = +5$, тогда, $-a = -(+5) = -5$.

Если a – отрицательное число, то $-a$ – положительное число.

Например, $a = -7$, тогда $-a = -(-7) = +7$.

7.4 Абсолютная величина числа

Абсолютная величина или модуль числа a обозначается так: $|a|$.

$|1|$ – это абсолютная величина числа 1 или модуль числа 1.

$|-3|$ – это абсолютная величина числа -3 или модуль числа -3 .

$|m|$ – это абсолютная величина m или модуль m .

О п р е д е л е н и е 1.

Абсолютная величина положительного числа a равна числу a , если $a \in R^+$.

Например, $|3| = 3$; $|1,4| = 1,4$; $|\frac{7}{12}| = \frac{7}{12}$.

О п р е д е л е н и е 2.

Абсолютная величина числа 0 равна 0 (нулю).

$$|0| = 0.$$

О п р е д е л е н и е 3.

Абсолютная величина отрицательного числа a равна противоположному числу $-a$.

$$|a| = -a, a \in R^-.$$

Например, $|-2| = -(-2) = 2$; $|-7,2| = -(-7,2) = 7,2$.

Определения 1, 2, 3 можно записать так:

$$|a| = \begin{cases} a, & a \in R^+; \\ 0, & \text{если } a = 0; \\ -a, & a \in R^-. \end{cases}$$

Абсолютная величина любого действительного числа больше или равна 0:

$$|a| \geq 0.$$

$$|a| = 0 \text{ только, если } a = 0.$$

Противоположные числа имеют равные абсолютные величины. Например:

$$|-5| = |5| = 5; \quad |-7,1| = |7,1| = 7,1.$$

Если $x \in R$, то $|-x| = |x|$.

7.5 Числовая ось

Рассмотрим прямую линию (рис. 1). Обозначим ее направление вправо знаком \rightarrow .

Будем рассматривать это направление как положительное, а противоположное направление (влево) как отрицательное.

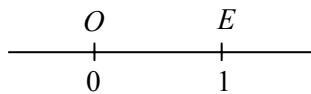


Рис. 1

Мы получили ось. Возьмем на ней любую точку и обозначим ее буквой O . Точка O изображает число 0 (ноль). Это начало отсчета. Возьмем любую точку справа от точки O и обозначим ее буквой E . Будем считать, что отрезок OE – это единица длины (т.е. длина отрезка OE равна 1). Точка E изображает число 1.

Мы получили числовую ось. Каждая ее точка изображает действительное число.

Точки справа от O изображают положительные числа. Точка A изображает положительное число a , если длина отрезка OA равна числу a . Например, точки M и N изображают числа 2 и 3,5, потому что длина отрезка OM равна 2, а длина отрезка ON равна 3,5 (рис. 2).

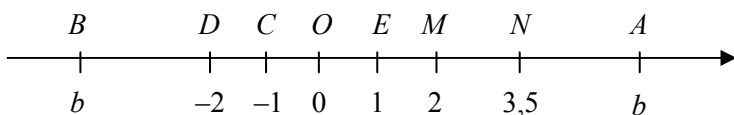


Рис. 2

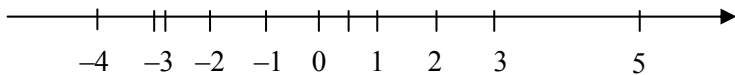


Рис. 3

Точки слева от O изображают отрицательные числа. Точка B изображает отрицательное число b , если длина отрезка OB равна $|b|$ (модулю числа b). Например, точки C, D изображают числа -1 и -2 , поэтому длина отрезка OC равна $|-1| = 1$, а длина отрезка OD равна $|-2| = 2$.

Каждое действительное число можно изобразить на числовой оси. Например, изобразим на числовой оси числа $2; 3; 5; \frac{1}{2}; -1; -2; -3; -4; -2,8$ (рис. 3).

7.6 Сравнение рациональных чисел

Сравним два рациональных числа. Рассмотрим все возможные случаи:

1) Если a и b – положительные числа, то сравниваем их как натуральные числа или обыкновенные дроби (см. занятия 2 и 4). Например, $4 > 1; 7 < 15,2; \frac{4}{7} < \frac{7}{10}$.

2) Если a – положительное число, то a больше, чем 0 : $a > 0$. Например, $\frac{1}{2} > 0; 10 > 0; 4,475 > 0$.

3) Если a – отрицательное число, то a меньше чем 0 : $a < 0$. Например, $-7 < 0; -\frac{2}{3} < 0; -10,23 < 0$.

4) Если a – положительное число, а b – отрицательное число, то a больше, чем b .

Например, $3 > -1; 7,2 > -103,1; \frac{1}{4} > -\frac{2}{3}$.

5) Если a и b – отрицательные числа, то сравниваем их абсолютные величины:

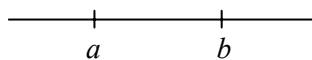


Рис. 4

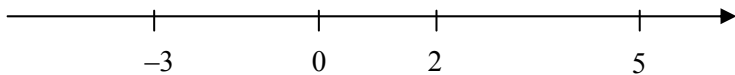


Рис. 5

а) если $|a| > |b|$, то $a < b$;

б) если $|a| = |b|$, то $a = b$;

в) если $|a| < |b|$, то $a > b$.

Например: $-3 > -5; -\frac{1}{2} = -0,5; -2 < -1$.

Если $a > b$, то число a находится справа от числа b на числовой оси (рис. 4).

Например, $5 > 2$. Число 5 находится справа от числа 2 . $0 > -3$. Число 0 находится справа от числа -3 (рис. 5).

УПРАЖНЕНИЯ

1 Запишите с помощью знаков $N, Z, Q, J, R, R^+, R^-, \in, \notin$:

- 1) 5 – натуральное число;
- 2) -3 – целое число;
- 3) 12 – положительное число;
- 4) $\frac{2}{7}$ – нецелое число;
- 5) -2 – неположительное число;
- 6) $-7,1$ – отрицательное число;
- 7) $4,2$ – рациональное число;
- 8) 8 – действительное число;
- 9) π – иррациональное число;
- 10) 0 – ненатуральное число.

2 *Напишите знак \in или \notin вместо точек.*

$3 \dots N$; $-5 \dots N$; $\frac{3}{4} \dots Z$; $\frac{7}{8} \dots Q$; $-2 \dots Z$; $-2,8 \dots R$; $3,14 \dots Z$; $-0,12 \dots Q$.

3 *Найдите число, противоположное числу a .*

1) $a = 2$; 2) $a = 4,7$; 3) $a = \frac{17}{30}$;

4) $a = 64,57$; 5) $a = -1$; 6) $a = -\frac{2}{5}$;

7) $a = -17,1$; 8) $a = -2,47$; 9) $a = 0$.

4 *Найдите абсолютные величины (модули) чисел*

1) 5; 2) 7,3; 3) $\frac{1}{2}$;

4) $10\frac{2}{3}$; 5) 0; 6) -3;

7) -5,7; 8) $-\frac{3}{4}$; 9) -246,2.

5 *Изобразите на числовой оси числа*

0; 1; 2; 3; 5; 10; -1; -2; -3; -5; -10; 0,8; $1\frac{1}{2}$; 2,75; $-\frac{1}{3}$; -1,4; -2,6.

6 *Сравните числа*

1) 7 и 5; 2) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{7}$;

3) 2,6 и 2,37; 4) 0 и 1,5;

5) 0 и -1,5; 6) -2 и 1;

7) -3,7 и 1,75; 8) -2 и -1;

9) -2,34 и -2,37; 10) $-\frac{5}{6}$ и $-\frac{4}{5}$;

11) $-12\frac{1}{5}$ и $-12\frac{1}{4}$; 12) $-27\frac{3}{8}$ и $-27\frac{2}{5}$.

7 *Прочитайте тексты и ответьте на вопросы.*

ТЕКСТ 1

Число 2 – это натуральное число,

– это целое число,

– это рациональное число,

– это действительное число.

Число -3 – это целое число,

– это рациональное число,

– это действительное число,

– это ненатуральное число.

Число -10,3 – это рациональное число,

– это действительное число,

– это ненатуральное число,

– это нецелое число.

Вопросы:

1) 2 – какое это число?

2) -3 – какое это число?

3) -10,3 – какое это число?

ТЕКСТ 2

Рассмотрим числовую ось (рис. 6). Точки O , M , N изображают действительные числа. Точка O изображает число 0. Точка O – это начало отсчета. Точка M изображает число 3. Число 3 – это положительное число, поэтому точка M находится справа от точки O . Точка N изображает число -3 . Число -3 – отрицательное число, поэтому точка N находится слева от точки O .

Числа 3 и -3 – это противоположные числа. Они имеют равные модули ($|3| = |-3| = 3$). Числа находятся на одинаковом расстоянии от точки O .

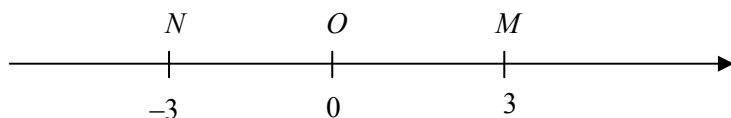


Рис. 6

Вопросы:

- 1) Что изображают точки O , N и M на числовой оси?
- 2) Какое число изображает точка O ?
- 3) Какие числа изображают точки N и M ?
- 4) Где находятся точки N и M ? Почему?
- 5) Что вы можете сказать о числах 3 и -3 ?

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Абсолютный, -ая, -ое, -ые Абсолютная величина

Возможный, -ая, -ое, -ые

Действительное число

Длина Длина отрезка

Изображать – изобразить (что?)

Иррациональное число

Линия

Модуль (муж. род)

Направление

Начало отсчета

Непериодическая дробь

Объединение

Определение

Ось (муж. род)

Отрезок (мн. число – отрезки)

Отрицательное число

Подмножество

Положительное число

Принадлежать (несов. вид) (чему? – дат. пад.)

Противоположный, -ая, -ое

Прямая линия

Расстояние

Рациональное число

Точка

Занятие 8

ДЕЙСТВИЯ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ

8.1 Сложение рациональных чисел

Пусть a и b – рациональные числа. Сумма $a + b$ определяется так:

- 1) Если $a > 0$ и $b > 0$, то $a + b = +(|a| + |b|)$.

Например, $(+2) + (+5) = +(2 + 5) = +7 = 7$;

$$\left(+\frac{1}{7}\right) + \left(+\frac{3}{7}\right) = +\left(\frac{1}{7} + \frac{3}{7}\right) = +\frac{4}{7} = \frac{4}{7};$$

$$(+0,5) + (+0,3) = +(0,5 + 0,3) = +0,8 = 0,8.$$

2) Если $a < 0$ и $b < 0$, то $a + b = -(|a| + |b|)$.

Например, $(-2) + (-5) = -(2 + 5) = -7$;

$$\left(-\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{2}{3}\right) = -\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3}\right) = -1;$$

$$(-0,3) + (-0,2) = -(0,3 + 0,2) = -0,5.$$

3) Если $a > 0$, $b < 0$ и $|a| > |b|$, то $a + b = +(|a| - |b|)$.

Например, $(+5) + (-2) = +(5 - 2) = +3 = 3$;

$$\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{1}{4}\right) = +\left(\frac{3}{4} - \frac{1}{4}\right) = +\frac{2}{4} = \frac{1}{2};$$

$$(+0,8) + (-0,5) = +(0,8 - 0,5) = +0,3 = 0,3.$$

4) Если $a > 0$, $b < 0$ и $|a| < |b|$, то $a + b = -(|b| - |a|)$.

Например, $(+3) + (-5) = -(5 - 3) = -2$;

$$\left(+\frac{3}{8}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right) = -\left(\frac{7}{8} - \frac{3}{8}\right) = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2};$$

$$(+0,2) + (-0,7) = -(0,7 - 0,2) = -0,5.$$

5) Если $a > 0$, $b < 0$ и $|a| = |b|$, то $a + b = 0$.

Например, $(+5) + (-5) = 0$;

$$\left(+\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{3}\right) = 0;$$

$$(+0,4) + (-0,4) = 0.$$

6) Если a – любое рациональное число, то $a + 0 = 0 + a = a$.

Например, $(+3) + 0 = 0 + (+3) = 3$;

$$\left(-\frac{3}{5}\right) + 0 = 0 + \left(-\frac{3}{5}\right) = -\frac{3}{5};$$

$$(-0,17) + 0 = 0 + (-0,17) = -0,17;$$

$$0 + 0 = 0.$$

8.2 Законы сложения

Если a , b и c – любые рациональные числа, то

а) $a + b = b + a$ (коммутативный закон);

б) $(a + b) + c = a + (b + c)$ (ассоциативный закон).

Например, $(-3) + (+7) = (+7) + (-3) = +4 = 4$;

$$(-2) + (+3) + (-4) = ((-2) + (+3)) + (-4) = (-2) + ((+3) + (-4)) = -3.$$

8.3 Вычитание рациональных чисел

Вычитание – это действие, обратное сложению. Если a и b – это рациональные числа, то разность $a - b$ – это рациональное число c , если и только если $c + b = a$, то есть

$$a - b = c \Leftrightarrow c + b = a.$$

Например, $(+5) - (+2) = +3$, потому что $(+3) + (+2) = +5$;

$$(-5) - (+2) = -7, \text{ потому что } (-7) + (+2) = -5.$$

Вычитание рациональных чисел a и b можно рассматривать как сложение числа a и числа b , которое противоположно числу a , то есть

$$a - b = a + (-b). \quad (1)$$

Равенство (1) можно рассматривать как правило вычитания рациональных чисел.

¹ Символ \Leftrightarrow обозначает: "если и только если" или "тогда и только тогда, когда"

Например, $(+5) - (+2) = (+5) + (-2) = +3$;

$$(-5) - (+2) = (-5) + (-2) = -7;$$

$$\left(-\frac{3}{4}\right) - \left(-\frac{1}{4}\right) = \left(-\frac{3}{4}\right) + \left(+\frac{1}{4}\right) = -\frac{2}{4} = -\frac{1}{2};$$

$$(+0,7) - (-0,4) = (0,7) + (+0,4) = 1,1.$$

8.4 Алгебраическая сумма

Рассмотрим выражение:

$$(-7) + (+3) - (-5) + (-2) - (+4).$$

Это выражение содержит действия сложение и вычитание.

Запишем это выражение как сумму:

$$(-7) + (+3) + (+5) + (-2) + (-4). \quad (2)$$

Выражение (2) – это алгебраическая сумма. Ее слагаемые – положительные и отрицательные числа. Алгебраическую сумму (2) можно записать так:

$$-7 + 3 + 5 - 2 - 4. \quad (3)$$

Выражение (3) тоже алгебраическая сумма.

Вычислим выражение (3). Сначала сложим положительные слагаемые: $3 + 5 = 8$.

Потом сложим отрицательные слагаемые: $-7 - 2 - 4 = -13$. Затем сложим 8 и -13 , получим -5 .

Следовательно,

$$(-7) + (+3) - (-5) + (-2) - (+4) = (-7) + (+3) + (+5) + (-2) + (-4) = -7 + 3 + 5 - 2 - 4 = (3 + 5) + (-7 - 2 - 4) = 8 - 13 = -5.$$

8.5 Умножение рациональных чисел

Пусть a и b – рациональные числа. Произведение $a \cdot b$ определяется так:

1) Если $a > 0$ и $b > 0$ или $a < 0$ и $b < 0$,

то $a \cdot b = + |a| \cdot |b|$.

Например, $(+3) \cdot (+4) = +3 \cdot 4 = +12 = 12$.

$$(-3) \cdot (-4) = +3 \cdot 4 = +12 = 12.$$

2) Если $a > 0$ и $b < 0$ или $a < 0$ и $b > 0$, то $a \cdot b = -|a| \cdot |b|$.

Например, $(+3) \cdot (-4) = -3 \cdot 4 = -12$;

$$(-3) \cdot (+4) = -3 \cdot 4 = -12.$$

3) Если a – любое рациональное число, то $a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0$.

Например, $(-3) \cdot 0 = 0 \cdot (-3) = 0$;

$$(+3) \cdot 0 = 0 \cdot (+3) = 0;$$

$$0 \cdot 0 = 0.$$

8.6 Законы умножения

Если a , b и c – любые рациональные числа, то

а) $a \cdot b = b \cdot a$ (коммутативный закон);

б) $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ (ассоциативный закон);

в) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$ (дистрибутивный закон).

Например, $(-3) \cdot (+2) = (+2) \cdot (-3) = -6$;

$$\begin{aligned} (+5) \cdot (-3) \cdot (-2) &= ((+5) \cdot (-3)) \cdot (-2) = \\ &= (+5) \cdot ((-3) \cdot (-2)) = +30 = 30. \end{aligned}$$

Рассмотрим примеры умножения нескольких чисел.

Пример 1. $(-2) \cdot (+3) \cdot (-5) \cdot \left(+\frac{1}{5}\right) \cdot (-4) \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) = +6.$

Выражение содержит 4 отрицательных множителя (4 – четное число множителя). Мы получили положительное произведение +6.

Пример 2. $(+3) \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) \cdot (+2) \cdot (-6) \cdot \left(-\frac{5}{6}\right) = -10.$

Выражение содержит три отрицательных множителя (3 – нечетное число множителя). Мы получили отрицательное произведение (-10).

Следовательно, произведение – это положительное число, если число отрицательных множителей четное, и произведение – это отрицательное число, если число отрицательных множителей нечетное.

8.7 Деление рациональных чисел

Деление – это действие, обратное умножению.

Если a и b – рациональные числа ($b \neq 0$), то частное $a : b$ – это рациональное число c , если и только если $c \cdot b = a$, то есть

$$a : b = c \Leftrightarrow c \cdot b = a.$$

Например, $(+8) : (-4) = -2$, потому что $(-2) \cdot (-4) = +8$.

$$(-8) : (-4) = +2, \text{ потому что } (+2) \cdot (-4) = -8.$$

Деление числа a на число b можно рассматривать как умножение числа a на число $\frac{1}{b}$, которое обратно числу b , то есть

$$a : b = a \cdot \frac{1}{b}. \quad (1)$$

Числа b и $\frac{1}{b}$ имеют одинаковые знаки. Следовательно,

1) Если $a > 0$ и $b > 0$ или $a < 0$ и $b < 0$,

$$\text{то } a : b = a \cdot \frac{1}{b} = +|a| \cdot \frac{1}{|b|} = |a| \cdot \frac{1}{|b|} = +\frac{|a|}{|b|}.$$

2) Если $a > 0$ и $b < 0$ или $a < 0$ и $b > 0$,

$$\text{то } a : b = a \cdot \frac{1}{b} = -|a| \cdot \frac{1}{|b|} = |a| \cdot \frac{1}{|b|} = -\frac{|a|}{|b|}.$$

3) Если $b \in \mathbb{Q}$ и $b \neq 0$, то $0 : b = 0 \cdot \frac{1}{b} = 0$.

Например, $(+10) : (+5) = +\frac{10}{5} = +2 = 2;$

$$(-10) : (-5) = +\frac{10}{5} = +2 = 2;$$

$$(+10) : (-5) = -\frac{10}{5} = -2;$$

$$(-10) : (+5) = -\frac{10}{5} = -2.$$

8.8 Возведение в степень рационального числа

Рассмотрим умножение одинаковых чисел, например: $2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$. Произведение $2 \cdot 2 \cdot 2$ можно записать так: 2^3 (два в третьей степени). Выражение 2^3 – это степень. Следовательно, $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3 = 8$.

Умножение одинаковых множителей – это действие возведения в степень.

Например, возвести число 3 в четвертую степень (3^4) – это значит найти произведение $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, то есть $3^4 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 81$.

О п р е д е л е н и е 1. Если $a \in Q$ и $n \in N (n \neq 1)$, то

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n = a^n$$

Выражение a^n – это степень, a – основание степени, n – показатель степени.

Читаем степени так:

a^2 – "а во второй степени", или "а в квадрате", или "а квадрат";

a^3 – "а в третьей степени", или "а в кубе", или "а куб";

a^4 – "а в четвертой степени";

a^{12} – "а в двенадцатой степени";

a^n – "а в энной степени", или "а в степени эн".

О п р е д е л е н и е 2. Если $a \in Q$, то $a^1 = a$.

Рассмотрим примеры возведения в степень рациональных чисел:

1) Возведем число 3 в квадрат, получим $3^2 = 3 \cdot 3 = 9$.

2) Возведем число -2 в куб, получим $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = -8$.

3) Возведем дробь $\frac{1}{5}$ в четвертую степень, получим

$$\left(\frac{1}{5}\right)^4 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{5} = \frac{1}{625}$$

4) Возведем дробь $-0,2$ в пятую степень, получим

$$(-0,2)^5 = (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) \cdot (-0,2) = -0,00032.$$

Рассмотрим другие примеры:

5) $(-3,7)^1 = -3,7$;

6) $1^4 = 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 1$;

7) $(-1)^3 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) = -1$.

8) $0^5 = 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 \cdot 0 = 0$.

8.9 Возведение в степень отрицательного числа

Пусть $a > 0$, тогда $-a < 0$ ($-a$ – отрицательное число).

$$|-a| = |a| = a.$$

Рассмотрим степени $(-a)^{2n}$ и $(-a)^{2n-1}$, где $n \in N$ ($2n$ – четное число; $(2n-1)$ нечетное число).

$$(-a)^{2n} = (-a) \cdot (-a) \dots (-a) = +|a|^{2n} = +a^{2n}.$$

$$(-a)^{2n-1} = (-a) \cdot (-a) \dots (-a) = -|a|^{2n-1} = -a^{2n-1}.$$

Следовательно, четная степень отрицательного числа равна положительному числу, а нечетная степень отрицательного числа равна отрицательному числу.

Например, $(-2)^6 = +2^6 = 64$;

$$(-5)^3 = -5^3 = -125;$$

$$(-0,3)^4 = +0,3^4 = 0,0081;$$

$$\left(-\frac{1}{4}\right)^3 = -\frac{1^3}{4^3} = -\frac{1}{64};$$

$$(-1)^{42} = +1^{42} = 1;$$

$$(-1)^{75} = -1^{75} = -1.$$

8.10 Извлечение корня из рациональной.) числа

Рассмотрим равенство $2^4 = 16$. Здесь 2 – это основание степени; 4 – показатель степени, 16 – степень. Основание степени 2 можно назвать так: корень четвертой степени из числа 16. Это арифметический корень. Его записывают так: $\sqrt[4]{16} = 2$.

О п р е д е л е н и е. Если $a^n = b$ и $a \geq 0, b \geq 0, n \in N (n \neq 1)$, то число a – арифметический корень n -ой степени из числа b . Его обозначают знаком $\sqrt[n]{b}$. Число n – это показатель корня; число n – это подкоренное число.

Читаем корни так:

$\sqrt{a} = \sqrt[2]{a}$ – квадратный корень из a ;

$\sqrt[3]{a}$ – кубический корень из a ;

$\sqrt[4]{a}$ – корень четвертой степени из a ;

$\sqrt[5]{2}$ – корень пятой степени из двух;

$\sqrt[6]{3}$ – корень шестой степени из трех;

$\sqrt[10]{7}$ – корень десятой степени из семи.

Извлечь корень – это значит найти корень, а действие извлечения – это нахождение корня.

Извлечение корня – это действие, обратное возведению в степень:

$$\sqrt[n]{b} = a \Leftrightarrow a^n = b \quad (a \geq 0, b \geq 0).$$

Рассмотрим примеры извлечения корней:

1) $\sqrt{36} = 6$, потому что $6^2 = 36$;

2) $\sqrt{\frac{25}{49}} = \frac{5}{7}$, потому что $\left(\frac{5}{7}\right)^2 = \frac{25}{49}$;

3) $\sqrt[3]{0,008} = 0,2$, потому что $0,2^3 = 0,008$;

4) $\sqrt[4]{81} = 3$, потому что $3^4 = 81$;

5) $\sqrt[5]{0,00032} = 0,2$, потому что $0,2^5 = 0,00032$;

6) $\sqrt[7]{1} = 1$, потому что $1^7 = 1$;

7) $\sqrt[18]{0} = 0$, потому что $0^{18} = 0$.

8.11 Порядок выполнения действий

Рассмотрим выражение

$$(-4) \cdot \sqrt[3]{27} - (-16) : (-2)^3 + \sqrt{18} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2. \quad (1)$$

Это выражение содержит различные действия: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня. Вычислим его.

Сначала делаем действия возведение в степень и извлечение корня:

1) $\sqrt[3]{27} = 3$; 2) $(-2)^3 = -8$; 3) $\sqrt{18} = 9$; 4) $\left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$.

Получаем выражение

$$(-4) \cdot 3 - (-16) : (-8) + 9 \cdot \frac{4}{9}.$$

Потом делаем действия умножение и деление:

5) $(-4) \cdot 3 = -12$; 6) $(-16) : (-8) = 2$; 7) $9 \cdot \frac{4}{9} = 4$.

Получаем выражение

$$-12 - 2 + 4. \quad (2)$$

Выражение (2) – это алгебраическая сумма. Вычислим ее:

8) $-12 - 2 + 4 = -14 + 4 = -10$.

Следовательно, $(-4) \cdot \sqrt[3]{27} - (-16) : (-2)^3 + \sqrt{18} \cdot \left(-\frac{2}{3}\right)^2 =$

$$= (-4) \cdot 3 - (-16) : (-8) + 9 \cdot \frac{4}{9} = -12 - 2 + 4 = -14 + 4 = -10.$$

П р а в и л о. Если выражение содержит различные действия (сложение, вычитание, умножение, возведение в степень, извлечение корня), то сначала делаем действия возведения в степень и извлечение корня, потом делаем

действия умножение и деление и, наконец, находим алгебраическую сумму.

УПРАЖНЕНИЯ

1 Выполните действия сложение и вычитание

- 1) $(-4) + (-7)$;
- 2) $(-5) + (+3)$;
- 3) $(+9) + (-4)$;
- 4) $\left(+\frac{3}{4}\right) + \left(-\frac{7}{8}\right)$;
- 5) $(-3) - (+7)$;
- 6) $(+9) - (+4)$;
- 7) $(-12) - (-5)$;
- 8) $(+3) - (-8)$;
- 9) $(-8) + (-4) - (+5) + (-7) - (-3)$;
- 10) $\frac{2}{3} - \frac{4}{5} + 0,3 - \frac{5}{6} - 0,7$;
- 11) $\left[\left(-\frac{3}{4}\right) + 0,75\right] - \left[\left(-\frac{5}{12}\right) - \left(+\frac{3}{8}\right)\right]$;
- 12) $(-0,38) - 0,27 + (-0,41) - (-0,38) - (+0,54)$.

2 Выполните действия умножение и деление.

- 1) $(-12) \cdot (-2)$;
- 2) $(-4) \cdot (+13)$;
- 3) $(+7) \cdot (-19)$;
- 4) $(-6) \cdot 0$;
- 5) $0 \cdot (+7)$;
- 6) $\left(-\frac{3}{4}\right) \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$;
- 7) $\frac{3}{8} \cdot \left(-\frac{7}{15}\right)$;
- 8) $(-0,2) \cdot (-0,4)$;
- 9) $(-24) : (-6)$;
- 10) $(-5) : (+20)$;
- 11) $(-14) : \left(-\frac{1}{2}\right)$;
- 12) $(+0,8) : (-0,2)$;
- 13) $(-4) \cdot (-2) \cdot (-3)$;
- 14) $(+18) \cdot (-4) : (-6)$;
- 15) $(-36) : (-9) \cdot (+3)$;
- 16) $(-1) \cdot (-3) \cdot (+2) \cdot (-5)$;
- 17) $(-15) \cdot (+3) : (-5) : (-1)$;
- 18) $\left(-\frac{7}{20}\right) : \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{7} : \left(-\frac{4}{5}\right)$.

3 Выполните действия возведение в степень и извлечение корня

- 1) $(-2)^3$;
- 2) 15^2 ;
- 3) $(-3)^4$;
- 4) $(-4)^2$;
- 5) $(-3)^5$;
- 6) 12^2 ;
- 7) $\left(-\frac{2}{3}\right)^4$;
- 8) 0^{12} ;
- 9) $(-1)^{26}$;
- 10) $(-1)^{17}$;
- 11) $(-0,2)^4$;
- 12) $(-0,7)^3$;
- 13) $(-0,1)^5$;
- 14) $(-11)^2$;
- 15) $\sqrt{81}$;
- 16) $\sqrt[3]{27}$;
- 17) $\sqrt{256}$;
- 18) $\sqrt{169}$;
- 19) $\sqrt[4]{16}$;
- 20) $\sqrt{0,04}$;
- 21) $\sqrt{0,09}$;
- 22) $\sqrt[3]{0,008}$;
- 23) $\sqrt[4]{\frac{81}{625}}$;
- 24) $\sqrt[5]{1}$.

4 Выполните действия

- 1) $(-3,2) - (-5,4) : (+0,9)$;
- 2) $\left(-\frac{3}{8}\right) + \left(-\frac{5}{12}\right) \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$;

- 3) $[(-18) + (-32) : (-16)] : (-8) - (+12) : (-6)$;
- 4) $(-24) - (-3) : \sqrt[4]{81} + (-12) : \sqrt[3]{8} - (-2) \cdot (-3)^2$;
- 5) $(-13) + [(-8) - (-4) \cdot (-2)^2] - (-3)^3$;
- 6) $0,17 - 0,3 \cdot 0,04 + (-48) : (-2)^4$.

5 Прочитайте текст и ответьте на вопросы

ТЕКСТ

Рассмотрим выражение $5 \cdot 5 \cdot 5$.

Выражение $5 \cdot 5 \cdot 5$ – это произведение одинаковых множителей. Умножение одинаковых множителей – это действие возведение в степень. Произведение $5 \cdot 5 \cdot 5$ содержит три одинаковых множителя. Его можно записать как степень 5^3 (пять куб) $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$.

Выражение 5^3 или число 125 – это степень. Число 5 – это основание степени, число 3 – это показатель степени. Пусть основание степени неизвестно, а показатель степени и степень известны, то есть $x^3 = 125$.

Тогда число x можно найти с помощью действия извлечения корня:

$$x = \sqrt[3]{125} = 5.$$

Выражение $\sqrt[3]{125}$ или число 5 – это кубический корень из числа 125. Число 3 – это показатель корня. Число 125 – это подкоренное число.

Вопросы:

- 1) Сколько множителей содержит произведение $5 \cdot 5 \cdot 5$?
- 2) Какие это множители?
- 3) Как называется действие умножения одинаковых множителей?
- 4) Как можно записать произведение $5 \cdot 5 \cdot 5$?
- 5) Как называется выражение 5^3 ?
- 6) Как называется число 5 в выражении 5^3 ?
- 7) Как называется число 3 в выражении 5^3 ?
- 8) Как можно найти неизвестное основание x , если показатель степени и степень известны?
- 9) Как называется выражение $\sqrt[3]{125}$?
- 10) Как называется число 3 в выражении $\sqrt[3]{125}$?
- 11) Как вы прочтаете выражение $\sqrt[3]{125} = 5$?

СЛОВА И СЛОВСОЧЕТАНИЯ

Алгебраический, -ая, -ое, -ие Алгебраическая сумма

Ассоциативный закон

Верное равенство

Возводить – возвести (что?)

Возведение в степень

Дистрибутивный закон

Доказывать – доказать (что?) (мы докажем)

Закон

Извлечение корня (из чего?)

Извлекать – извлечь корень (из чего?)

Квадрат

Коммутативный закон

Корень (муж. род; мн. ч. – корни)

Корень квадратный

Корень кубический

Показатель корня

Куб

Обратный, -ая, -ое, -ые (чему?) (дат. пад.)

Под коренное число

Основание степени

Показатель степени

Различный, -ая, -ое, -ые

Символ

Степень (жен. род)

Список рекомендуемой литературы

- 1 Зверев Н. И., Лазерева Е. А., Олесинова М. М. Математика. Вводный курс. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1986.

Оглавление

Введение	3
1 НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ	
ДЕЙСТВИЯ	4
1.1 Натуральные числа	4
1.2 Множество натуральных чисел	5
1.3 Четные и нечетные числа.	5
1.4 Арифметические действия	5
1.5 Компоненты действий	6
2 ПОРЯДОК ДЕЙСТВИЙ. СРАВНЕНИЕ ЧИСЕЛ	11
2.1 Порядок действий	11
2.2 Сравнение чисел	13
3 ДЕЛИМОСТЬ ЧИСЕЛ	19
3.1 Делитель и кратное	19
3.2 Признаки делимости чисел	20
3.3 Простые и составные числа	20
3.4 Разложение чисел на простые множители	21
3.5 Наибольший общий делитель	21
3.6 Наименьшее общее кратное	22
3.7 Взаимно простые числа	22
4 ДРОБИ	26
4.1 Обыкновенные дроби	26
4.2 Правильные и неправильные дроби. Смешанные дроби	28
4.3 Основное свойство дроби	30
4.4 Сокращение дробей	30
4.5 Приведение дробей к наименьшему общему знаменателю	31
4.6 Сравнение дробей	33
4.7 Сложение и вычитание обыкновенных дробей	34
4.8 Сложение и вычитание смешанных дробей	35
4.9 Умножение обыкновенных дробей	35
4.10 Умножение смешанных дробей	36
4.11 Деление дробей	36
4.12 Деление смешанных дробей	37
5 ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ	44
5.1 Свойства десятичной дроби	45
5.2 Сложение и вычитание десятичных дробей	45
5.3 Умножение десятичной дроби на 10, на 100, на 1000 и так далее	46
5.4 Деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и так далее	47
5.5 Умножение десятичных дробей	47
5.6 Деление десятичных дробей	48
5.7 Обращение десятичной дроби в обыкновенную дробь	49
5.8 Обращение обыкновенной дроби в десятичную дробь	49
5.9 Обыкновенные и десятичные дроби и действия с ними	51

6	ОТНОШЕНИЯ. ПРОПОРЦИИ. ПРОЦЕНТЫ	56
6.1	Отношения	56
6.2	Неизвестный член отношения	56
6.3	Пропорции	57
6.4	Свойства пропорции	57
6.5	Неизвестный член пропорции	58
6.6	Перестановка членов пропорции	58
6.7	Проценты	59
7	ЧИСЛОВЫЕ МНОЖЕСТВА	67
7.1	Целые числа	67
7.2	Рациональные и иррациональные числа. Действи- тельные числа	68
7.3	Противоположные числа	69
7.4	Абсолютная величина числа	70
7.5	Числовая ось	71
7.6	Сравнение рациональных чисел	72
8	ДЕЙСТВИЯ С РАЦИОНАЛЬНЫМИ ЧИСЛАМИ	77
8.1	Сложение рациональных чисел	77
8.2	Закон сложения	78
8.3	Вычитание рациональных чисел	78
8.4	Алгебраическая сумма	79
8.5	Умножение рациональных чисел	79
8.6	Законы умножения	80
8.7	Деление рациональных чисел	81
8.8	Возведение в степень рационального числа	82
8.9	Возведение в степень отрицательного числа	83
8.10	Извлечение корня из рационального числа	83
8.11	Порядок выполнения действий	84
	Список рекомендуемой литературы	89