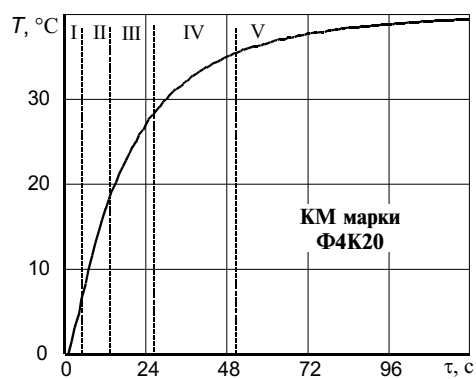
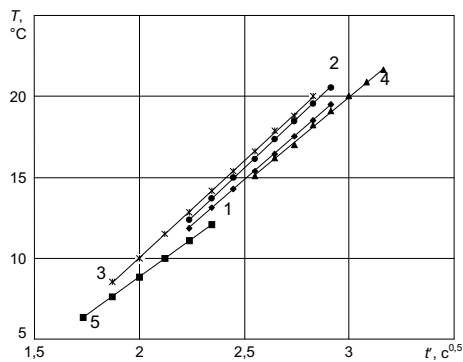


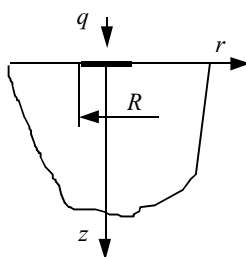
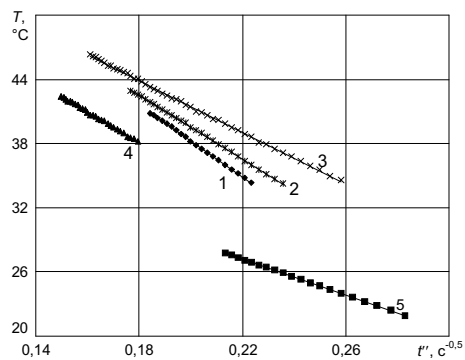
С. В. Мищенко, Ю. Л. Муромцев,  
Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова, И. В. Рогов

**МНОГОМОДЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В  
МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ  
НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
МАТЕРИАЛОВ**



◆ Издательство ТГТУ ◆





Министерство образования Российской Федерации  
Тамбовский государственный технический университет

**С. В. Мищенко, Ю. Л. Муромцев,  
Н. П. Жуков, Н. Ф. Майникова, И. В. Рогов**

**МНОГОМОДЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В  
МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ  
НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК  
МАТЕРИАЛОВ**

*Рекомендовано Министерством образования Российской Федерации  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по специальностям "Автоматизация технологических процессов" и  
"Стандартизация и сертификация"*

Тамбов  
Издательство ТГТУ  
2001

УДК 681.325.5-181.4:536.24  
ББК 3322-5я73  
М71

Рецензенты:  
Доктор технических наук, профессор  
*Ю. И. Кудинов*  
Кандидат технических наук, доцент  
*А. Н. Пахомов*

**Мищенко С. В., Муромцев Ю. Л., Жуков Н. П., Майникова Н. Ф., Рогов И. В.**

М71 Многомодельные методы в микропроцессорных системах неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов / Под ред. С. В. Мищенко. Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2001. 112 с.  
ISBN 5-8265-0151-0

Учебное пособие посвящено изложению аналитической теории теплопроводности и методов неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов, оно содержит элементы математического моделирования, статистики, метрологии и др., позволяющие глубже понять роль обработки первичной информации, необходимость автоматизации процессов измерения и использования современного математического обеспечения. Комплексное решение задачи по контролю теплофизических свойств материалов требуют применения микропроцессорной техники и компьютерных технологий.

Предназначено для студентов и аспирантов технических специальностей вузов.

УДК 681.325.5-181.4:536.24  
ББК 3322-5я73

ISBN 5-8265-0151-0

© Тамбовский государственный  
технический университет  
(ТГТУ), 2001

© Мищенко С. В., Муромцев Ю. Л.,  
Жуков Н. П., Майникова Н. Ф.,  
Рогов И. В.

## СОДЕРЖАНИЕ

ОСНОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ И АББРЕВИАТУРЫ . . .	4
ВВЕДЕНИЕ . . . . .	5
1 МЕТОДЫ КОНТРОЛЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ . . . . .	7

2	ОСНОВЫ ТЕОРИИ МНОГОМОДЕЛЬНОГО МЕТОДА НЕРАЗ-РУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ .....	17
3	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЛИНЕЙНОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА ...	23
	3.1 Модель процесса нестационарного теплопереноса от линейного источника тепла ...	23
	3.2 Расчетные выражения и основные операции при определении теплофизических характеристик .....	30
	3.3 Оценка погрешностей измерения ТФХ .....	31
	3.3.1 Оценка случайных погрешностей .....	31
	3.3.2 Анализ систематических погрешностей ...	33
	3.3.2.1 Влияние конечности размеров нагревателя .....	34
	3.3.2.2 Влияние теплоемкости нагревателя и теплоемкости термоприемников .....	37
	3.3.2.3 Влияние оттоков тепла в материал зонда .....	38
	3.3.2.4 Влияние термических сопротивлений ...	46
4	ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК С ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КРУГЛОГО ИСТОЧНИКА ТЕПЛА .....	48
	4.1 Модель процесса нестационарного теплопереноса от плоского источника тепла в виде круга .....	48
	4.2 Расчетные выражения и основные операции при определении теплофизических характеристик ...	61
	4.3 Оценка погрешностей измерения ТФХ .....	63
	4.3.1 Оценка случайных погрешностей .....	63
	4.3.2 Анализ систематических погрешностей ..	68
5	ПРИМЕРЫ РЕАЛИЗАЦИИ МНОГОМОДЕЛЬНОГО МЕТОДА НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ .....	74
	5.1 Состав и принцип функционирования измерительно-вычислительной системы .....	74
	5.2 Алгоритм определения рабочих участков термограмм и оценки параметров моделей .....	78
	5.3 Результаты исследования и сравнительный	

анализ методов контроля ТФХ материалов . . . . .	84
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ . . . . .	100
ПРИЛОЖЕНИЯ . . . . .	107

#### Основные обозначения и аббревиатуры

- $\lambda$  – теплопроводность, Вт·м<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>;  
 $a$  – температуропроводность, м<sup>2</sup>·с<sup>-1</sup>;  
 $\varepsilon$  – тепловая активность, Вт·с<sup>0,5</sup>·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup>;  
 $c$  – теплоемкость, Дж·кг<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup>;  
 $\rho$  – плотность материала, кг·м<sup>-3</sup>;  
 $T$  – температура, °С;  
 $q$  – плотность теплового потока, мощность на единицу площади нагревателя, мощность на единицу длины нагревателя, Вт·м<sup>-2</sup>, Вт·м<sup>-1</sup>;  
 $Q$  – количество тепла, выделяющееся на единицу длины нагревателя, Дж·м<sup>-1</sup>;  
 $R$  – радиус нагревателя, м;  
 $x, y, z, r$  – координаты, м;  
 $\tau$  – время, с;  
 $b_j, d_j$  – параметры моделей;  
 $\Delta, \delta$  – абсолютная и относительная погрешности;  
 $R_T$  – термическое сопротивление, К·м<sup>2</sup>·Вт<sup>-1</sup>;  
 $\gamma \approx 0,5772$  – число Эйлера;  
 $h_i$  – переменные состояния системы;  
 $C$  – концентрация, % масс;  
 $Fo$  – критерий Фурье;  
ТФХ – теплофизические характеристики материалов;  
НК – неразрушающий контроль;  
ИВС – измерительно-вычислительная система;  
МСФ – множество состояний функционирования;  
ПММА – полиметилметакрилат;  
ПТФЭ – политетрафторэтилен;  
Ф4К20 – коксонаполненный фторопласт;

## ВВЕДЕНИЕ

Разработка новых неразрушающих методов и реализующих их измерительно-вычислительных систем для контроля теплофизических характеристик материалов (ТФХ) является актуальной задачей.

В случае неразрушающего контроля материалов активными тепловыми методами искомые ТФХ проявляются через температурный отклик исследуемого образца на тепловое воздействие, которому подвергается образец (или изделие) в специально организованном эксперименте.

В настоящее время для обработки данных эксперимента при неразрушающем контроле (НК) ТФХ материалов тепловыми методами в основном применяется два подхода. Первый предполагает получение и использование эмпирических зависимостей на основе проведения большого числа экспериментов во всем диапазоне контролируемых свойств и материалов. Достоинством данного подхода является простота математического обеспечения измерительных систем, а следовательно, возможность их реализации дешевыми техническими средствами. Существенный недостаток – достаточную точность можно обеспечить лишь для узкого класса материалов.

Второй подход предусматривает использование аналитических моделей, получаемых решением классических задач теплопроводности. Достоинством таких методов является достаточно высокая точность в широком диапазоне исследуемых свойств. Однако, несмотря на относительно точное и, вместе с тем, громоздкое математическое описание динамики тепловой системы, оно все равно не может учесть всех индивидуальных особенностей конкретных процессов измерения. Более того, сопоставление расчетных и экспериментальных термограмм показывает невозможность их точного совпадения на всем временном интервале. Эти обстоятельства не позволяют гарантировать для методов второго подхода отсутствие значительных погрешностей во всем диапазоне измерения. Поэтому цель настоящего учебного пособия – показать теплофизические многомодельные методы, позволяющие использовать достоинства и уменьшить недостатки обоих упомянутых подходов.

Анализ процессов измерения, их моделей и источников погрешностей показывает, что в пределах временного интервала измерения в тепловой системе могут происходить существенные изменения, которые не позволяют описывать весь процесс измерения одной аналитической моделью с неизменными ограничениями и условиями. Неучет данного обстоятельства ведет к существенному увеличению погрешностей при определении ТФХ неразрушающими методами.

Основными источниками погрешностей для ИВС, использующих тепловые методы, являются:

- не соблюдается условие соответствия тепловой системы одной из классических моделей теплопереноса, например, модели полупространства;
- нарушается допущение относительно постоянства плотности теплового потока от нагревателя;
- не выполняются условия о направлении теплового потока вследствие конечных размеров нагревателя;
- не соблюдается предположение об адекватности аналитической модели процессу теплопереноса.

В основе многомодельных методов лежат предположения.

- На термограмме имеются участки, для которых обеспечивается высокая точность совпадения с результатами вычислительных экспериментов по аналитическим моделям. Причем этим участкам соответствуют тепловые режимы опыта, прошедшие стадию регуляризации.

- Участки экспериментальных и рассчитанных по моделям термограмм имеют место для всего класса исследуемых материалов.

- Для участков существуют удобные вычислительные соотношения, позволяющие однозначно определить значения теплофизических характеристик в зависимости от параметров аналитической функции, описывающей термограмму на данном временном интервале.

Расчетные уравнения, описывающие термограмму на рабочих участках, будем искать на основе анализа решений соответствующих краевых задач. Этому вопросу, в основном, и посвящены вторая, третья и четвертая главы настоящего пособия. Здесь также представлены основные операции при реализации способов определения ТФХ композитов и расчетные формулы, связывающие параметры моделей с искомыми ТФХ. Для выделения рабочих участков термограмм, по мнению авторов, наиболее правильно использовать статистический критерий и этому вопросу посвящен один из разделов пятой главы, в которой дан алгоритм оценки параметров моделей и приведены результаты экспериментальных исследований ТФХ материалов.

## 1 методы контроля теплофизических характеристик материалов

В экспериментальной теплофизике различают две большие группы методов определения ТФХ: стационарные и нестационарные [3 – 17]. Определение ТФХ стационарным методом основано на том, что тепловой поток, проходящий через исследуемое тело во время проведения измерений, сохраняется постоянным по величине и направлению. Существующие стационарные методы [6, 7, 11, 12, 15 – 17] отличаются друг от друга способами учета и компенсации потерь, формами и размерами исследуемых образцов, размещением нагревателей, конструкцией измерительных ячеек и зондов, приемами регистрации и обработки измерительной информации.

Следует отметить, что стационарные методы практически не пригодны для определения ТФХ материалов и изделий без нарушения их целостности. Серьезными недостатками стационарных методов являются большая длительность экспериментов, необходимость использования специально подготовленных образцов и возможность определения в процессе эксперимента только одного теплофизического параметра – коэффициента теплопроводности.

Методы определения ТФХ материалов, основанные на закономерностях нестационарного потока тепла [4, 5, 8, 10, 11, 17 – 19], можно разделить на группы:

а) методы регулярного режима;

б) методы, основанные на определении параметров нестационарного температурного поля на начальной стадии его развития.

Различают регулярные режимы 1-го, 2-го и 3-го рода. Общая теория методов регулярного режима разработана Кондратьевым Г. М. [6, 7] и его учениками. Различным вариантам этих методов определения ТФХ посвящены работы [6, 7, 11, 14, 19, 20], в которых рассмотрены способы измерения теплофизических характеристик образцов цилиндрической формы конечных размеров, стержней, многослойных систем и т.д. Основными недостатками методов регулярного режима являются: длительность эксперимента; возможность проведения измерений только на специально подготовленных образцах определенной формы. Последнее затрудняет применение этих методов для неразрушающего контроля (НК) ТФХ материалов.

Наиболее приемлемыми для оперативного НК ТФХ материалов и изделий являются методы измерения, основанные на определении параметров нестационарного температурного поля на начальной стадии процесса теплопроводности, в которых

исследуемый образец моделируется в виде полуограниченного тела. Рассмотрим эти методы, останавливаясь, в основном, на тех работах, где определяются ТФХ без нарушения целостности и эксплуатационных характеристик исследуемых материалов.

Неразрушающие методы определения ТФХ представлены в работах [8, 11, 13, 14, 21, 22]. Они включают в себя методы: кратковременного линейного источника тепла, кратковременного плоского источника тепла, постоянного линейного, цилиндрического и плоского источников тепла, мгновенного источника тепла, шарового зонда, неограниченного эталона и др. Из них наиболее перспективными для НК ТФХ материалов являются те, в которых измерение искомых параметров осуществляется при постоянной, близкой к комнатной, температуре. Отличительной чертой этих методов является то, что они не требуют изготовления образцов строго заданной формы и размеров, а подготовка к эксперименту заключается только в небольшой обработке ограниченного участка поверхности исследуемого образца, на который помещается измерительное устройство - зонд. С помощью зонда воздействуют тепловым потоком на исследуемое тело, снимают информацию о тепловом процессе, и на ее основе по заданному алгоритму отыскивают значения ТФХ.

Остановимся более подробно на импульсных методах определения ТФХ. Импульсным называют такое воздействие, при котором выделившаяся за время действия источника конечная энергия не успевает заметно рассеяться за пределы зоны его локализации [11]. В импульсных методах важную роль играет начальное тепловое состояние образца. Пространственно-временное развитие импульсного теплового возмущения внутри образца прослеживается в опыте наиболее явно, если перед началом опыта образец имеет равномерное температурное поле. Во всех других случаях приходится существенно усложнять схему опыта, в частности, переходить на дифференциальный принцип регистрации температурных полей в двух идентичных по тепловому фону калориметрических ячейках.

Применительно к НК комплекса теплофизических характеристик, широкое применение нашли методы, основанные на импульсном тепловом воздействии от линейного источника тепла. В этом случае идеальный объект контроля представляет собой полубесконечное в тепловом отношении тело, ограниченное плоскостью, на поверхности которого помещены линейный источник тепла и датчик температуры. Если нагреватель выделяет импульс тепловой энергии  $Q$ , то для данной системы будет справедлива следующая математическая модель температурного поля [10]:

$$T(r, \tau) = \frac{Q}{2\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4a\tau}\right], \quad (1.1)$$

где  $\tau$  – текущее время от момента подачи теплового импульса;  $r$  – расстояние от нагревателя до точки контроля;  $\lambda$ ,  $a$  – коэффициенты теплопроводности и температуропроводности материала.

Несмотря на простоту одноимпульсной модели и математического описания температурного поля, в явном виде она трудно реализуема на практике из-за малых величин (порядка единиц градусов) избыточных температур в точке контроля. Для увеличения температуры тепловое воздействие осуществляют серией импульсов. Данному направлению посвящен ряд работ [32 - 40]. Все эти методы базируются на соотношении (1.1), из которого в зависимости от закона подачи импульсов, выбранной схемы контроля температурно-временной зависимости в заданных точках тепловой системы, по принципу суперпозиций, получают расчетные соотношения для определения ТФХ. Общими недостатками данной группы методов является то, что в них практически не рассматривается влияние конечности размеров нагревателя, его собственной теплоемкости, теплоемкости термодатчиков, недостаточно полно используется измерительная информация, полученная в результате теплофизического эксперимента (предполагается использование только отдельных точек термограмм), довольно узкий диапазон контроля ТФХ.

Анализ импульсных методов показывает, что в их основу положены модели



температурного поля, которые адекватны только идеальным физическим моделям. Поэтому, реализация их на практике приводит к существенной методической погрешности. В ряде случаев эта погрешность устраняется ценой сужения диапазона за счет проведения относительных измерений на исследуемом и эталонном материалах. Отмечена тенденция создания методов со сложными алгоритмами управления тепловым воздействием и измерениями для получения простых расчетных формул. Однако, их использование вызывает трудности при реализации и снижает достоверность конечных результатов.

Остановимся более подробно на методах, использующих источник тепла постоянной мощности. Тепловое воздействие постоянной мощности может быть объемным и поверхностным. Поверхностный источник воздействует на ту или иную грань образца, создавая через нее постоянный тепловой поток. В отдельных случаях поверхностный источник постоянной мощности может действовать в одном из внутренних слоев образца. Применительно к НК ТФХ, наибольшее распространение получили методы, при которых поверхностный источник тепла постоянной мощности действует на ограниченном участке исследуемого образца. В большинстве случаев в качестве источника постоянной мощности используют электрический нагреватель. Иногда для этой цели пригодно высокотемпературное тепловое излучение.

В работе [41] рассматривается метод, основанный на решении задачи теплопроводности для полуограниченного тела, нагреваемого через участок его поверхности в виде круга радиусом  $R$  тепловым потоком  $q$ . В методе используются закономерности нестационарного теплообмена, что значительно уменьшает длительность эксперимента. Искомые ТФХ определяются путем регистрации измеряемых значений температуры в центре круга в произвольные, но кратные моменты времени  $n\tau$  и  $2n\tau$ . Из-за сложности тепловой физической системы не удается получить явные и простые аналитические выражения для расчета искомых ТФХ. Поэтому сначала для различных значений  $n$  строится график (или составляется таблица) следующей зависимости

$$\frac{T(2n\tau) - T(0)}{T(n\tau) - T(0)} = \frac{\sqrt{2} \left( 1,1284 - 2 \operatorname{ierfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{2nFo}} \right) \right)}{\left( 1,1284 - 2 \operatorname{ierfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{nFo}} \right) \right)}, \quad (1.2)$$

затем определяется критерий Фурье ( $Fo$ ), а ТФХ определяются из соотношений:

$$\lambda = \frac{qR}{T(\tau) - T(0)} \sqrt{Fo} \left( 1,1284 - 2 \operatorname{ierfc} \left( \frac{1}{2\sqrt{Fo}} \right) \right), \quad a = \frac{R^2 Fo}{\tau}, \quad (1.3)$$

где  $\operatorname{ierfc}(x) = (\sqrt{\pi})^{-1} \exp[-x^2] - x \left( 1 - (2\sqrt{x}) \int_0^x \exp[-s^2] ds \right)$ ,  $T(0)$  – начальная температура.

К недостаткам данного метода следует отнести то, что необходима графическая обработка результатов измерения для расчета искомых ТФХ, усложняющая практическое его применение.

В работах [42 – 46] рассматриваются методы НК ТФХ массивных образцов, с использованием аппарата интегральных характеристик. Рассмотрим данный подход на примере работы [44], в которой рассматривается метод, базирующийся на решении задачи теплопроводности для полуограниченного тела, нагреваемого через участок его поверхности в виде круга радиуса  $R$  тепловым потоком  $q$ . В методе предлагается измерение интегральной температуры нагреваемого круга  $S(\tau)$  (поверхностной интегральной характеристики) металлическим термометром сопротивления, уложенным по спирали, близкой к спирали Архимеда. Вводится понятие поверхностной временной интегральной характеристики  $S^*(p)$  нагреваемого круга

$$S^*(p) = \int_0^{\infty} e^{-p\tau} S(\tau) d\tau. \quad (1.4)$$

В методе непосредственно снимается экспериментальная зависимость  $S(\tau)$ . Затем по  $S(\tau)$ ,

на основании квадратурной формулы, численно определяют значение поверхностной временной интегральной характеристики –  $S^*(p)$ . Теплопроводность определяется на основании установившегося (стационарного) значения  $S_{ст} = S(\tau \rightarrow \infty)$ , а температуропроводность – на основании  $S^*(p)$ . Важным преимуществом данного метода является то, что ТФХ предлагается определять на основании информации, полученной с определенной площади образца, что позволяет снизить ошибку измерения в случае исследования дисперсных материалов. Другим преимуществом является то, что для расчета ТФХ используется практически вся экспериментально снятая термограмма. Среди недостатков такого подхода необходимо отметить то, что авторы учитывают только погрешность приближенного вычисления интегралов. Предполагается, что подынтегральная функция задается точно, т.е. погрешность измерения  $S(\tau)$  не учитывается. Другой недостаток заключается в том, что для определения ТФХ необходимо проводить эксперимент вплоть до установившегося значения  $S_{ст}^*$ , что увеличивает длительность эксперимента. Так же не учитывается тот факт, что образец можно рассматривать как неограниченный только определенный промежуток времени.

Таким образом, применение нестационарных тепловых методов для измерения ТФХ является перспективным.

Известно, что задачи по определению ТФХ и других свойств материалов относятся к классу обратных задач моделирования [62, 68]. Например, ТФХ определяются на основе косвенных измерений – по температурному отклику образца на внешнее тепловое воздействие. Такие задачи, в общем случае, являются некорректно поставленными по Адамару [64, 62] и требуют, чтобы исследователи учитывали этот факт при построении математической модели процесса измерения ТФХ. В литературе [62] в течение длительного времени была широко распространена точка зрения, что только корректно поставленные математические задачи могут описывать физические явления [63]. Позже, помимо требований корректности по Адамару [64], было сформулировано понятие корректности по Тихонову [65]. Подход А. Н. Тихонова позволил теоретически обоснованно решать обратные задачи, в том числе - обратные задачи теплопроводности.

Требования корректности к задаче удовлетворяются, если задача формулируется следующим образом [62].

Необходимо найти решение  $a$  по входным данным  $t$ , с использованием зависимости  $a = R(t)$ , где  $R$  – некоторый оператор. Если  $a$  и  $t$  принадлежат многообразиям  $A$  и  $T$ , для элементов которых определено расстояние (метрика)  $\rho_A(a_1, a_2)$  и  $\rho_T(t_1, t_2)$  (здесь  $a_1, a_2 \in A$ ,  $t_1, t_2 \in T$ , т.е.  $A$  и  $T$  – метрические пространства), то должны удовлетворяться следующие три требования: 1) для всякого  $t \in T$  существует решение  $a$  из  $A$  (существование решения); 2) решение определяется однозначно (однозначность решения); 3) решение должно непрерывно зависеть от входных данных (устойчивость решения).

Обратные задачи теплопереноса являются частным случаем широкого класса некорректно поставленных задач. Приведем формулировку обратной задачи теплопроводности так, как это сделано для всего класса обратных задач В. Я. Арсениным и А. Н. Тихоновым [62, 64, 66].

Пусть изучаемое тепловое явление характеризуется элементом  $a_T$ , принадлежащим многообразию  $A$  ( $a_T \in A$ ). Часто элемент  $a_T$  недоступен для прямого изучения и, поэтому изучается некоторое его проявление  $f(a_T) = t_T, t_T \in f(A)$ . Здесь  $f(A)$  – образ множества  $A$  при отображении  $f$ . Уравнение  $f(a) = t$  имеет решение только для таких элементов  $t$ , которые принадлежат множеству  $f(A)$ . Элемент – температура  $t_T$  обычно получается путем измерений, и поэтому известен приближенно. Пусть  $t$  – приближенное значение, тогда речь идет о нахождении приближенного к  $a_T$  решения уравнения

$$f(a) = t. \quad (1.5)$$

При этом  $t$  не принадлежит множеству  $f(A)$  – всему температурному полю данного объекта. Оператор  $f$  во многих случаях является таким, что обратный ему оператор  $f^{-1}$  не является непрерывным. В этих случаях нельзя в качестве приближенного решения брать точное решение уравнения (1.5) с приближенным  $t$ , т.е. нельзя в качестве приближенного решения брать элемент  $a = f^{-1}(t)$ , так как такого решения может и не быть, поскольку  $a$  может не принадлежать множеству  $A$ . Значит, не выполняется требование 1 корректности по

Адамару. Такое решение, если даже оно существует, не будет обладать свойством устойчивости, так как оператор  $f^1$  не является непрерывным. Условие устойчивости задачи (1.5) обычно является следствием ее физической детерминированности, поэтому приближенное решение должно обладать этим свойством. Для обратного оператора  $f^1$  не выполняется условие 3 корректности по Адамару. Следовательно, задача (1.5) является некорректно поставленной. Физическая интерпретация результатов измерений из-за неустойчивости может оказаться невозможной.

Возникает вопрос, что считать приближенным решением уравнения (1.5)? Если ответить на этот вопрос, то задача будет состоять в нахождении алгоритмов построения приближенных решений уравнения (1.5), обладающих свойством устойчивости к малым изменениям входных данных. Эти алгоритмы и называют решением обратной задачи [62].

Обобщим вышесказанное на случай определения ТФХ материалов. Некорректность задачи по определению ТФХ материалов будет определяться следующими двумя основными факторами:

- непосредственно снимаемая экспериментальная информация (чаще всего температура) измеряется с определенной погрешностью (случайной);
- математическая модель, описывающая процессы, происходящие при измерении, является приближенной, вследствие чего при обработке экспериментально снятой информации возникают систематические погрешности.

Рассмотрим, как эти два фактора проявляют себя при обработке экспериментальных данных. Будем считать, что в процессе эксперимента измеряется температура в фиксированные моменты времени и в заданной точке исследуемого образца. Тогда можем записать:

$$T_{\text{экс}}(\tau_i) = T_m(\tau_i) + \Delta T_{\text{сл}}(\tau_i) + \Delta T_{\text{сист}}(\tau_i), \quad i = 0, 1, 2 \dots, \quad (1.6)$$

где  $T_{\text{экс}}$  – экспериментально снимаемая температура;  $T_m$  – модельная температура (ее вид известен из решения математической модели, положенной в основу метода измерения);  $\Delta T_{\text{сл}}$  – случайная составляющая погрешности измерения температуры;  $\Delta T_{\text{сист}}$  – систематическая погрешность, вызванная тем, что математическая модель приближенно описывает процессы, происходящие при измерении;  $\tau_i$  – моменты времени, в которые измеряется температура.

Погрешность  $\Delta T_{\text{сл}}$  можно рассматривать как случайную величину с нормальным или другим законом распределения. Ее конкретная величина будет определяться прежде всего используемыми техническими средствами. Кроме того при исследовании композиционных материалов, представляющих собой сложные гетерогенные системы, к погрешности  $\Delta T_{\text{сл}}$  будет добавляться погрешность, связанная с различием локальных значений ТФХ от их средних значений для данного материала.

Погрешность  $\Delta T_{\text{сист}}$  будет в общем случае величиной, зависящей от времени и свойств материала, ее нельзя рассматривать как случайную величину.

Температура  $T_m$  представляет собой функцию времени, связывающую измеряемую температуру с геометрическими размерами, начальными и граничными (видом теплового воздействия) условиями, а также ТФХ исследуемого материала. Как указывалось выше, вид функции  $T_m$  известен, т.е., можно записать

$$T_m = T_m(\{a_j\}, \tau_i), \quad (1.7)$$

где  $\{a_j\}$  – коэффициенты (параметры) модели, по которым определяются искомые ТФХ ( $a_j = f(\text{ТФХ материала})$ ).

В свою очередь, для  $\Delta T_{\text{сист}}$  также можно записать

$$\Delta T_{\text{сист}} = \Delta T_{\text{сист}}(\{b_j\}, \tau_i), \quad (1.8)$$

где  $\{b_j\}$  – коэффициенты, зависящие от ТФХ исследуемого образца и неучтенных факторов. В качестве этих факторов обычно выступают термические сопротивления, теплоемкости нагревателей и термоприемников и др. ( $b_j = f(\text{ТФХ материала, неучтенные факторы})$ ). Причем конкретный вид уравнения (1.8) обычно неизвестен.

Для обработки экспериментальных данных, с целью расчета ТФХ, обычно используют два варианта.

По первому варианту, который, применительно к неразрушающим контактным методам, используется чаще всего, ТФХ определяются на основе отдельных измерений температуры в заданные моменты времени. Например, если определяются два теплофизических свойства, то записывают два уравнения, соответствующих моментам времени  $\tau_{k1}$  и  $\tau_{k2}$ :

$$T_{\text{экс}}(\tau_{k1}) = T_{\text{м}}(\{a_{1,2}\}, \tau_{k1}), \quad (1.9)$$

$$T_{\text{экс}}(\tau_{k2}) = T_{\text{м}}(\{a_{1,2}\}, \tau_{k2}). \quad (1.10)$$

Так как  $T_{\text{экс}}(\tau_{k1})$ ,  $T_{\text{экс}}(\tau_{k2})$ ,  $\tau_{k1}$ ,  $\tau_{k2}$  известны, то решив систему (1.9)–(1.10), находят коэффициенты  $a_1$ ,  $a_2$ , а по ним – искомые ТФХ. Такой вариант решения обратной задачи имеет следующие недостатки. Во-первых, используется только малая часть полученной измерительной информации. Во-вторых, погрешность определения ТФХ зависит от выбора  $\tau_{k1}$ ,  $\tau_{k2}$  и определяемых ТФХ (см. (1.6), (1.8)). Причем, ошибочный выбор  $\tau_{k1}$ ,  $\tau_{k2}$  может привести к тому, что  $T_{\text{м}}(\tau_k)$  будет по величине сравнима с  $\Delta T_{\text{сист}}(\tau_k)$  и погрешность определения ТФХ будет неоправданно высокой. В-третьих, вследствие того, что ТФХ определяются на основе отдельных измерений, значительное влияние на точность определения ТФХ будет оказывать погрешность, связанная с неоднородностью исследуемого материала, что особенно важно для композиционных материалов (КМ).

По второму варианту ТФХ определяются на основе всей снятой термограммы. В этом случае чаще всего используют следующий подход. Считают, что экспериментальные данные описываются уравнением (1.7) на всем временном интервале измерений. Затем, по методу наименьших квадратов проводится оценка параметров модели  $\{a_j\}$ . Здесь предполагается, что

$$T_{\text{экс}} = T_{\text{м}}(\{a_j\}, \tau_i) + \Delta_i, \quad (1.11)$$

где  $\Delta_i$  – ошибка [67], имеющая известное распределение (обычно нормальное) с математическим ожиданием равным 0.

Кроме того, предполагается, что  $\Delta_i$  не зависит от  $\tau$ . Однако, если сравнить (1.6) и (1.11), то можем видеть, что

$$\Delta_i = \Delta T_{\text{сл}}(\tau_i) + \Delta T_{\text{сист}}(\tau_i). \quad (1.12)$$

На самом деле  $\Delta_i$  не является случайной величиной с математическим ожиданием равным 0, и, кроме того,  $\Delta_i$  зависит от  $\tau$ . Из теории математической статистики известно, что в этом случае оценки параметров модели  $\{a_j\}$  будут смещенными и неэффективными [67]. Практически, это означает, что при подобном подходе погрешность определения коэффициентов  $\{a_j\}$  может быть выше, чем при первом варианте обработки экспериментальных данных (определенные при таком подходе значения  $\{a_j\}$  могут не соответствовать их физическому смыслу, например, оказаться отрицательными, когда по своему физическому смыслу должны быть положительными). Кроме того, так как модель  $T_{\text{м}} = T_{\text{м}}(\{a_j\}, \tau_i)$  в общем случае является нелинейной как по параметрам ( $\{a_j\}$ ), так и по независимой переменной ( $\tau$ ), то значения  $\{a_j\}$  будут также зависеть от начально заданного приближения (неустойчивость модели).

Вышесказанное особенно важно для контактных методов НК ТФХ, так как здесь на ход эксперимента оказывают влияние куда больше факторов чем в случае, если ТФХ определяются при помощи стационарной установки на специально подготовленных образцах. И даже если удастся получить вид зависимости  $\Delta T_{\text{сист}} = \Delta T_{\text{сист}}(\{b_j\}, \tau)$ , то для ее вычисления требуется информация, которая или заранее неизвестна (например, термические

сопротивления), или трудноопределима (например, теплоемкость нагревателя).

Часто, для уменьшения влияния  $\Delta T_{\text{сист}}$ , используют так называемую модель введения поправок [69 – 71]. Суть ее заключается в следующем. На основании уравнений типа (1.9), (1.10) определяют расчетные значения контролируемых параметров. А затем по модели введения поправок, связывающей расчетные параметры с действительными значениями ТФХ, определяются искомые ТФХ. Собственно, модель введения поправок строится на основе эмпирической формулы (чаще всего полинома), и для нахождения коэффициентов этой модели необходимо иметь ряд образцовых мер ТФХ.

Такой подход имеет следующие недостатки. Во-первых, не решается вопрос о более полном использовании информации, полученной в результате эксперимента (так как используются отдельные точки термограммы). Во-вторых, остается нерешенным вопрос о выборе моментов времени, в которые необходимо проводить измерения. В-третьих, так как модель введения поправок базируется на эмпирической формуле, то для расчета ее параметров необходимо иметь достаточное количество образцов с известными ТФХ. Причем диапазон достоверного определения ТФХ по этой модели будет определяться имеющимися образцами с известными ТФХ.

Анализ литературных данных показал, что наиболее точно учитываются как систематические, так и случайные погрешности в методах, основанных на регулярном тепловом режиме [6, 7, 10 – 12]. А. В. Лыковым было показано [10], что регулярные тепловые режимы первого и второго рода имеют общее свойство, которое характеризуется независимостью от времени отношения теплового потока  $q$  в любой точке тела к потоку тепла на его поверхности  $q_{\text{п}}$ . В частном случае, когда на поверхности образца действует источник тепла постоянной мощности, в теле возникает стационарное поле тепловых потоков.

Характерной особенностью методов измерения ТФХ, основанных на регулярном тепловом режиме, является простота расчетных формул. Математическая модель, описывающая термограмму, чаще всего является линейной по параметрам или легко линеаризуется. Систематические погрешности учитываются в виде независимых от времени и простых по форме поправок. Однако основная часть этих методов базируется на моделях для тел конечных размеров (пластина, цилиндр, шар). В то время, как большая часть методов НК базируются на моделях полупространства (плоского, цилиндрического, сферического). Можно показать, что вышеприведенное высказывание А. В. Лыкова применимо и для таких моделей. Однако в этом случае нужно говорить не о регулярном тепловом режиме для всего тела в целом (так как оно принимается неограниченным), а о регуляризации теплового процесса только для какой-то определенной области тела. Ход термограммы будет определяться, прежде всего внутренними слоями исследуемого образца. Основными источниками систематических погрешностей в контактных неразрушающих методах контроля ТФХ являются неучтенные процессы в области нагревателя и теплоприемников (термические сопротивления, теплоемкости и др.).

Отсюда можно сделать вывод, что, если проводить измерение ТФХ основываясь только на участках термограммы, соответствующих регуляризации теплового режима в области нагревателей и теплоприемников, то, во-первых, расчетные соотношения будут простыми и во многих случаях линейными по параметрам; во-вторых, систематические погрешности будут либо значительно меньшими, чем случайные, либо будут носить постоянный характер, т.е. не будут зависеть от времени ( $\Delta T_{\text{сист}} = \text{const}$ ).

## 2 ОСНОВЫ ТЕОРИИ Многомодельного метода неразрушающего контроля

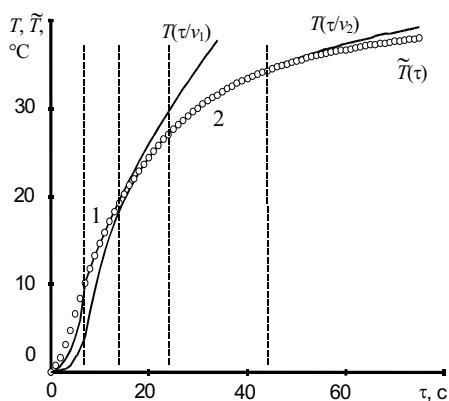
## теплофизических характеристик материалов

В случае неразрушающего контроля материалов активными тепловыми методами (рис. 2.1) искомые ТФХ проявляются через температурный отклик ( $\tilde{T}(\tau)$ ) исследуемого образца на тепловое воздействие ( $q$ ), которому подвергается образец (или изделие) в специально организованном эксперименте.

В настоящее время для обработки данных эксперимента при НК ТФХ материалов тепловыми методами в основном применяется два подхода. Первый предполагает получение и использование эмпирических зависимостей на основе проведения большого числа экспериментов во всем диапазоне контролируемых свойств и материалов. Достоинством данного подхода является простота математического обеспечения измерительных систем, а следовательно, возможность их реализации дешевыми техническими средствами. Существенный недостаток - достаточную точность можно обеспечить лишь для узкого класса материалов.

Второй подход предусматривает использование аналитических моделей, получаемых решением классических задач теплопроводности. Достоинством таких методов является достаточно высокая точность в широком диапазоне исследуемых свойств. Однако, несмотря на относительно точное и, вместе с тем, громоздкое математическое описание динамики тепловой системы, оно все равно не может учесть всех индивидуальных особенностей конкретных процессов измерения. Более того, сопоставление расчетных и экспериментальных термограмм показывает невозможность их точного совпадения на всем временном интервале. Эти обстоятельства не позволяют гарантировать для методов второго подхода отсутствие значительных погрешностей во всем диапазоне измерения. Поэтому целью настоящего исследования является разработка теплофизических многомодельных методов, позволяющих использовать достоинства и уменьшить недостатки обоих упомянутых подходов.

Анализ процессов измерения, их моделей и источников погрешностей показывает, что в



**Рис. 2.2 Экспериментальная ( $\tilde{T}(\tau)$ ) и расчетные ( $T(\tau/v_1)$ ,**

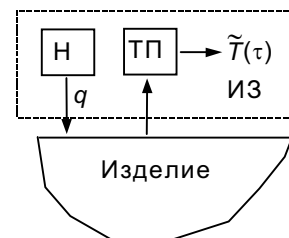
**$T(\tau/v_2)$ ) термограммы:**

$v_1, v_2$  – обозначают, что расчетные уравнения имеют различный функциональный вид

пределах временного интервала измерения в тепловой системе могут происходить существенные изменения, которые не позволяют описывать весь процесс измерения одной аналитической моделью с неизменными ограничениями и условиями (рис. 2.2). Неучет данного обстоятельства ведет к существенному увеличению погрешностей при определении ТФХ неразрушающими методами.

Основными источниками погрешностей для ИВС, использующих тепловые методы, являются следующие: 1) не соблюдается условие соответствия тепловой системы одной из классических моделей теплопереноса, например, модели полупространства; 2) нарушается допущение относительно постоянства плотности теплового потока от нагревателя; 3) не выполняются условия о направлении теплового потока вследствие конечных размеров нагревателя; 4) не соблюдается предположение об адекватности аналитической модели процессу теплопереноса.

Если на временном интервале процесса измерения может изменяться вид основного уравнения теплопроводности или граничные условия, то данную тепловую систему нельзя

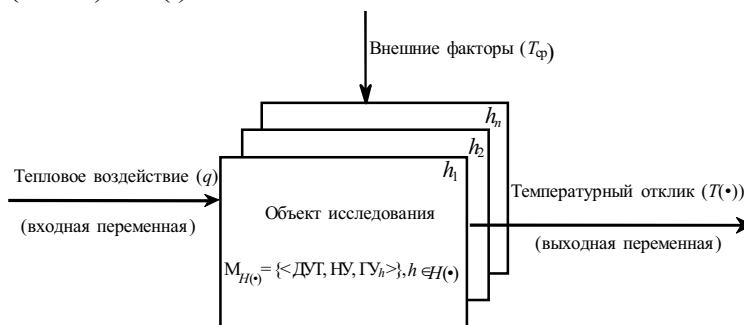


**Рис. 2.1 Схема измерительного процесса:**

Н – нагреватель, ТП – термоприемник, ИЗ – измерительный зонд

рассматривать как систему, которая весь период измерения находится в одном состоянии функционирования  $h$ , т.е. при неизменном основном уравнении (операторе) и граничных условиях.

Рассмотрим измерительный зонд и исследуемое тело в виде динамической системы. Выделим следующие основные переменные системы (рис. 2.3): вектор входа  $x$ , характеризующий граничные условия (в том числе параметры теплового воздействия  $q$ ); вектор переменных состояния  $z$ , в качестве которых можно рассматривать тепловые потоки, проходящие через характерные точки системы; вектор выхода  $y$  – значения температур в точках контроля ( $T(\cdot)$ ). В зависимости от характера изменения переменных состояния  $z$  будем говорить, что тепловая система переходит из одного состояния функционирования  $h_i$  в другое  $h_{i+1}$ . Тогда, все возможные состояния тепловой системы – множество состояний функционирования (МСФ) –  $H(\cdot)$ .



**Рис. 2.3 Структурная схема модели процесса измерения на МСФ**

Основу математической модели на МСФ составляют:

1) дифференциальное уравнение теплопроводности (ДУТ), т.е.

$$\frac{\partial T(\bar{x}, \tau)}{\partial \tau} = a \nabla^2 T(\bar{x}, \tau);$$

2) начальные условия (НУ), т.е.  $T(\bar{x}, 0) = f(\bar{x})$ ;

3) граничные условия (ГУ), т.е.

$$\lambda \left. \frac{\partial T(\bar{x}, \tau)}{\partial n} \right|_n + \alpha(\bar{x}_n, T_n, \tau) (T_n - T_{cp}(\bar{x}_n, \tau)) + q_n(\bar{x}_n, \tau) = 0,$$

где  $T$  – температура тела,  $T_n$  – температура поверхности тела,  $T_{cp}$  – температура внешней среды,  $\tau$  – время,  $\tau_0, \tau_k$  – время начала и конца измерения,  $\bar{x}$  – вектор пространственных координат,  $\bar{x}_n$  – координаты поверхности тела,  $a$  – температуропроводность,  $\nabla^2$  – оператор Лапласа,  $\lambda$  – теплопроводность,  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи,  $q_n$  – удельная поверхностная мощность от действия внешнего источника тепла;

4) множество состояний функционирования ( $h \in H(\cdot)$ ) и траектория изменения переменной состояния функционирования  $z$ .

Мощность множества состояний функционирования системы и характер изменения значений переменной  $z$  будут определяться:

- а) размерностью пространственной координаты –  $\bar{x}$ ;
- б) видом граничных условий (образец неограниченный, образец ограниченный);
- в) стадией процесса (начальная, регулярная, стационарная стадии).

В основе многомодельного метода лежат следующие предположения.

1) На термограмме имеются участки, для которых обеспечивается высокая точность совпадения с результатами вычислительных экспериментов по аналитическим моделям. Причем этим участкам соответствуют тепловые режимы опыта, прошедшие стадию регуляризации (см. раздел 1.3).

2) Участки экспериментальных и рассчитанных по моделям термограмм имеют место для всего класса исследуемых материалов.

3) Для участков существуют удобные вычислительные соотношения, позволяющие однозначно определить значения теплофизических характеристик в зависимости от параметров аналитической функции, описывающей термограмму на данном временном интервале.

Так как метод определения ТФХ не предполагает идентификацию всего температурного поля, а требуемые параметры определяются по значениям  $x(\cdot) = (x(\tau), \tau \in [\tau_0, \tau_k])$  и  $y(\cdot, \bar{x}) = (y(\tau, \bar{x}), \tau \in [\tau_0, \tau_k])$ , то аналитическая модель может быть представлена одним оператором, ставящим в соответствие значениям  $z(\tau_0)$  и  $x(\cdot)$  выход  $y(\tau, \bar{x}), \tau > \tau_0$

$$\varphi : T \times T \times \bar{X} \times Z \times X_{(\cdot)} \rightarrow Y$$

или

$$y(\tau) = \varphi(x(\cdot), z(\tau_0)),$$

здесь  $T, \bar{X}, Z, X_{(\cdot)}, Y$  – множества, соответственно, значений  $\tau, (\tau_0), \bar{x}, z(\tau_0), x(\cdot), y$ .

Определение 1. Будем говорить, что ИВС на временном интервале  $[\tau', \tau'']$  находится в одном состоянии функционирования (или операторном состоянии)  $h$ , если на этом интервале времени процесс измерения адекватно описывается одним (известным) оператором и соблюдаются необходимые ограничения и условия. Модель процесса измерения в состоянии  $h$  обозначим  $M_h$ . Система выходит из состояния  $h$ , когда модель  $M_h$  перестает быть адекватной реальному процессу измерения. Состояние функционирования  $h$  будем называть четким или однородным. Все четкие состояния  $h$ , в которых может находиться ИВС на временных интервалах измерения, образуют подмножество однородных состояний  $H_0$ .

Наряду с множеством  $H_0$  вводится множество нечетких состояний функционирования.

Определение 2. ИВС на временном интервале  $[\tau'', \tau''']$  находится в нечетком (или переходном) состоянии функционирования  $\tilde{h}$ , если описание процесса измерения на этом интервале одним известным оператором с соответствующими условиями и ограничениями можно признать лишь приближенно, с некоторой степенью уверенности. В состоянии  $\tilde{h}$  процесс может быть представлен суперпозицией (взвешенной суммой) различных операторов, при этом "веса" этих операторов не остаются постоянными.

Например, модель в нечетком состоянии  $\tilde{h}$  в момент времени  $\tau$  может быть записана в виде

$$M_{\tilde{h}} = k(\tau)M_{h_i} + (1 - k(\tau))M_{h_j}, \tau \in [\tau'', \tau'''],$$

где  $M_{h_i}, M_{h_j}$  – модели в четких состояниях  $h_i$  и  $h_j$ ;  $k(\tau)$  – весовой коэффициент, изменяющийся во времени.

Нечетким состояниям  $\tilde{h}$  соответствуют функции принадлежности, характеризующие степень уверенности в том, что вместо модели  $M_{\tilde{h}}$  можно использовать одну из моделей четкого состояния  $M_{h_i}$ . Все нечеткие состояния  $\tilde{h}$ , которые могут иметь место для ИВС на временных интервалах измерения, образуют множество переходных состояний  $\tilde{H}_n$ . Множество нечетких состояний  $\tilde{H}_n$  обусловлено наличием временного интервала выхода ИВС на рабочий режим, влиянием краевых эффектов и т.п.

Определение 3. Общее множество состояний функционирования  $H$  для ИВС представляет собой объединение множеств четких  $H_0$  и переходных  $\tilde{H}_n$  состояний, т.е.  $H = H_0 \cup \tilde{H}_n$ .

Определение 4. Модель процесса измерения на множестве  $H$ , обозначим ее  $M_H$ , образуется совокупностью моделей  $M_h, h \in H_0$  и  $M_{\tilde{h}}, \tilde{h} \in \tilde{H}_n$ , т.е.  $M_H = \{M_h, h \in H\}$ .

Из состояний  $h \in H_0$  и  $\tilde{h} \in \tilde{H}_n$  можно построить траекторию  $h(\cdot)$  изменения состояний функционирования тепловой системы на временном интервале измерения, например,

$$\eta(\cdot) = (\tilde{h}_1(\tau), \tau \in [\tau_0, \tau_1]; h_2(\tau), \tau \in [\tau_1, \tau_2]; \tilde{h}_3(\tau), \tau \in [\tau_2, \tau_3]; \dots). \quad (2.1)$$



Определение 5. Траектория  $\eta(\cdot)$ , в которой происходит чередование состояний  $\tilde{h} \in \tilde{H}_n$  и  $h \in H_o$ , будем называть типовой, а ее запись типовой формой.

В зависимости от степени определенности факторы, вызывающие изменения состояний функционирования, можно разбить на две группы. Факторы первой группы вызывают предсказуемые изменения  $h$  или  $\tilde{h}$ , связанные с особенностями протекания процесса измерения, например, отклонением размеров реального датчика от размеров теоретически идеального образца, используемого в аналитической модели. Вторая группа факторов носит случайный характер, например, нарушение работоспособности отдельных элементов конструкции ИВС. Такие изменения состояний функционирования случайны, достаточно редки и их предсказать нельзя.

Утверждение 1. Если на временном интервале измерения  $[\tau_o, \tau_k]$  отсутствуют непредсказуемые изменения состояний функционирования, то траектория  $\eta(\cdot)$  может быть представлена в типовой форме (2.1).

Это следует, во-первых, из того, что время перехода из одного четкого состояния в другое конечно и на этом промежутке времени можно ввести нечеткое состояние  $\tilde{h}$ . Во-вторых, несколько, следующих друг за другом, нечетких состояний можно объединить в одно.

Для четких состояний  $h \in H_o$  проверка адекватности моделей  $M_h$  производится аналогично тому как это делается для традиционных моделей, не учитывающих изменение состояний функционирования. Однако исключительно важное значение здесь приобретают задачи идентификации состояний  $h$  и  $\tilde{h}$ .

Задача идентификации состояния функционирования заключается в определении по измеренным с временным шагом  $\Delta\tau$  значениям  $y(\tau_o + i\Delta\tau)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$  и известным входным воздействиям  $x(\tau_o + i\Delta\tau)$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots$  моментов смены состояний функционирования  $\tau_j$  и значения нового состояния функционирования  $h_{j+1}$ .

Согласно утверждению 1 в отсутствии непредсказуемых изменений состояний функционирования модель процесса измерения на множестве  $H$  представляет собой кортеж моделей вида

$$M_H = (M_{\tilde{h}_1}, \tilde{h}_1 \in \tilde{H}_n; M_{h_2}, h_2 \in H_o; M_{\tilde{h}_3}, \tilde{h}_3 \in \tilde{H}_n; \dots). \quad (2.2)$$

Определение 6. Идентифицируемые состояния функционирования  $h \in H_o$ , в которых измеренные значения компонент вектора фазовых координат можно использовать для расчета исследуемых характеристик (свойств) материалов, будем называть рабочими, они образуют подмножество рабочих состояний функционирования  $H_p \subset H_o$ .

Модели  $M_h$ ,  $h \in H_p$  используются при разработке математического обеспечения ИВС.

Процедуру определения ТФХ можем представить в виде следующих операторов:

$\Psi_1 : \{\tilde{T}(\tau_i)\} \cap \{T(\tau_i/v_k)\} \rightarrow \{\tilde{T}_i\}_{p,k}$  – на основе сопоставления экспериментальных данных  $\{\tilde{T}(\tau_i)\}$  и расчетных уравнений  $\{T(\tau_i/v_k)\}$  осуществляется поиск участков термограмм  $\{\tilde{T}_i\}_{p,k}$ , где эти уравнения адекватно описывают тепловой процесс. Такие участки будем называть "рабочими".

$\Psi_2 : \{\tilde{T}(\tau_i)\} \rightarrow \{d_j\}_k$  – по рабочим участкам термограмм определяются параметры аналитических моделей  $\{d_j\}_k$ .

$\Psi_3 : \{d_j\}_k \rightarrow \{ТФХ\}_k$  – на основании параметров  $\{d_j\}_k$  определяются искомые теплофизические характеристики.

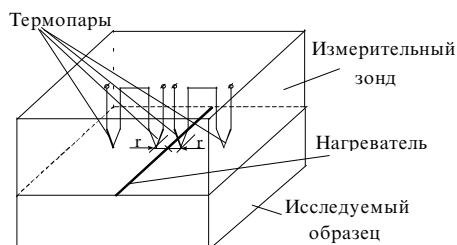
Расчетные уравнения, описывающие термограмму на рабочих участках, будем искать на основе анализа решений соответствующих краевых задач. Этому вопросу, в основном, и посвящены третья и четвертая главы настоящего учебного пособия, где также представлены основные операции при реализации способов определения ТФХ композитов и расчетные

формулы, связывающие параметры моделей с искомыми ТФХ. Для выделения рабочих участков термограмм, по мнению авторов, наиболее правильно использовать статистический критерий и этому вопросу посвящен один из разделов пятой главы. Там же приведен алгоритм оценки параметров моделей. В пятой главе также приведены результаты экспериментальных исследований ТФХ материалов.

### 3 определение теплофизических характеристик с использованием линейного источника тепла

#### 3.1 Модель процесса нестационарного теплопереноса от линейного источника тепла

Измерения ТФХ основаны на физической модели, представленной на рис. 3.1. Тепловое воздействие на исследуемое тело, с равномерным начальным температурным распределением, осуществляется с помощью линейного импульсного нагревателя. В эксперименте фиксируется температура на заданном расстоянии от нагревателя.



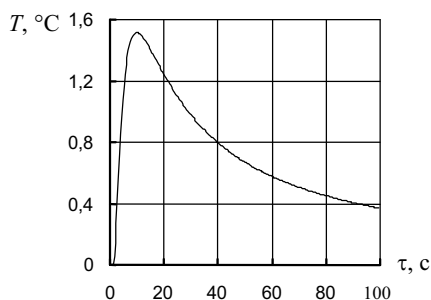
**Рис. 3.1** Схема тепловой системы для метода с линейным импульсным нагревателем

Проведем анализ данной системы. Рассмотрим модель нестационарного теплопереноса от линейного импульсного источника тепла, действующего на теплоизолированной поверхности полуограниченного тела.

Температурное поле в исследуемом материале от одного импульса (при выполнении условия полуограниченности тела) будет описываться уравнением [5, 10] (рис. 3.2) вида

$$T(r, \tau) = \frac{Q}{2\pi\lambda\tau} \exp\left[-\frac{r^2}{4a\tau}\right], \quad (3.1)$$

где  $Q$  – количество тепла, выделившееся на единице длины нагревателя,  $r$  – расстояние от нагревателя,  $\tau$  – время,  $\lambda$  – теплопроводность,  $a$  – температуропроводность.



**Рис. 3.2** Вид зависимости  $T(\tau)$  при единичном импульсном тепловом воздействии

Если подается последовательность  $n + 1$  тепловых импульсов с периодом  $\Delta\tau$ , то температурное поле в образце будет определяться выражением

$$T_{\text{им}}(r, \tau) = \frac{Q}{2\pi\lambda} \sum_{i=1}^n \frac{\exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau - (i-1)\Delta\tau)}\right]}{\tau - (i-1)\Delta\tau}, \quad ((n-1)\Delta\tau \leq \tau \leq n\Delta\tau), \quad (3.2)$$

которое мало подходит для вычисления ТФХ образца.

Если нагрев осуществляется с постоянной мощностью  $q$ , то температурное поле в полуограниченной среде будет определяться формулой [5]

$$T_c(r, \tau) = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_{\frac{r^2}{4a\tau}}^{\infty} \frac{\exp[-u]}{u} du = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_0^{\frac{4a\tau}{r^2}} \frac{\exp[-\frac{1}{u}]}{u} du, \quad (3.3)$$

где  $q$  – мощность, выделяющаяся на единицу длины нагревателя.

Можно показать, что при выполнении условия

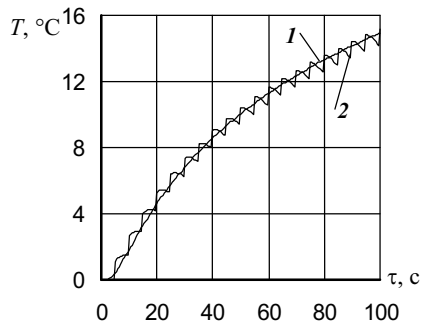
$$q = \frac{Q}{\Delta\tau}, \quad (3.4)$$

многоимпульсный источник тепла можно рассматривать (при больших  $\tau$ ) как источник тепла постоянной мощности с  $q = \frac{Q}{\Delta\tau}$  (рис. 3.3).

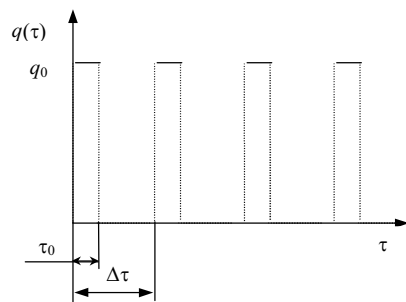
Нужно отметить, что, на практике, действие источника тепла не является мгновенным, а имеет определенную длительность  $\tau_0$  (с мощностью на единицу длины нагревателя –  $q_0$ ).

Мощность на нагревателе является периодической функцией времени (рис. 3.4), т.е

$$q(\tau) = \begin{cases} q_0, & 0 \leq \tau \leq \tau_0 \\ 0, & \tau_0 < \tau < \Delta\tau \end{cases}, \quad q(\tau + n\Delta\tau) = q(\tau). \quad (3.5)$$



**Рис. 3.3** Вид зависимостей  $T(\tau)$  при выполнении условия (3.4) в случае действия: источника тепла постоянной мощности (кривая 1) и импульсного источника тепла (кривая 2)



**Рис. 3.4** Мощность на нагревателе при многоимпульсном источнике тепла

Условие (3.4) в этом случае выглядит следующим образом:

$$q = \frac{q_0\tau_0}{\Delta\tau}. \quad (3.6)$$

Воспользовавшись методом источников [5, 10], запишем формулу, определяющую температурное поле в полупространстве от линейного источника тепла с произвольным законом подачи мощности на нагревателе, в виде

$$T(r, \tau) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_0^{\tau} \frac{q(u) \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau-u)}\right]}{(\tau-u)} du. \quad (3.7)$$

Зависимость  $q(\tau)$ , определяемая из (3.5), является периодической функцией с периодом  $\Delta\tau$  и ее можно разложить в ряд Фурье, т.е.

$$q(\tau) = \frac{q_0 \tau_0}{\Delta \tau} + \frac{q_0 \tau_0}{\Delta \tau \pi} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \sin \left[ \frac{2k\pi \tau_0}{\Delta \tau} \right] \cos \left[ \frac{2k\pi \tau}{\Delta \tau} \right] + \left( 1 - \cos \left[ \frac{2k\pi \tau_0}{\Delta \tau} \right] \right) \sin \left[ \frac{2k\pi \tau}{\Delta \tau} \right] \right\}. \quad (3.8)$$

Подставив выражение (3.8) в формулу (3.7), получим следующее выражение:

$$T_{\text{им}}(r, \tau) = \frac{q_0 \tau_0}{2\pi\lambda\Delta\tau} \int_0^{\frac{4a\tau}{r^2}} \frac{\exp\left[-\frac{1}{u}\right]}{u} du + \frac{q_0}{2\pi^2\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \left\{ \int_0^{\tau} \frac{\left( \sin \left[ \frac{2k\pi}{\Delta\tau} (\tau_0 - u) \right] + \sin \left[ \frac{2k\pi u}{\Delta\tau} \right] \right) \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau - u)}\right]}{(\tau - u)} du \right\}. \quad (3.9)$$

Заметим, что из формулы (3.9) также можно получить выражение для температурного поля от мгновенного многоимпульсного источника тепла, тождественное выражению (3.2).

Если уменьшать промежуток подачи импульса  $\tau_0$  и одновременно увеличивать мощность  $q_0$  так, чтобы  $q_0\tau_0 = Q$ , то перейдя к пределу и учитывая что

$$\lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \left\{ \frac{\sin \left[ \frac{2k\pi \tau_0}{\Delta\tau} \right]}{\tau_0} \right\} \rightarrow \frac{2k\pi}{\Delta\tau}, \quad \lim_{\tau_0 \rightarrow 0} \left\{ \frac{1 - \cos \left[ \frac{2k\pi \tau_0}{\Delta\tau} \right]}{\tau_0} \right\} \rightarrow 0,$$

можем записать

$$T_{\text{им}}(r, \tau) = \frac{Q}{2\pi\lambda\Delta\tau} \int_0^{\frac{4a\tau}{r^2}} \frac{\exp\left[-\frac{1}{u}\right]}{u} du + \frac{Q}{\pi\lambda\Delta\tau} \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\tau} \frac{\cos \left[ \frac{2k\pi u}{\Delta\tau} \right] \exp\left[-\frac{r^2}{4a(\tau - u)}\right]}{(\tau - u)} du. \quad (3.10)$$

Суммы, стоящие в правой части выражений (3.9) и (3.10), представляют собой

ограниченные и периодические функции  $\tau$  [82, 83]. И при больших  $\tau$  ( $\int_0^{\frac{4a\tau}{r^2}} \frac{\exp\left[-\frac{1}{u}\right]}{u} du$  – есть

монотонно возрастающая функция и при  $\tau \rightarrow \infty$ ,  $\int_0^{\frac{4a\tau}{r^2}} \frac{\exp\left[-\frac{1}{u}\right]}{u} du \rightarrow \infty$ ) этими суммами можно

пренебречь, т.е. при больших  $\tau$  с учетом условий  $q = \frac{q_0 \tau_0}{\Delta \tau}$  и  $q = \frac{Q}{\Delta \tau}$  можно считать, что

$$T_{\text{им}}(r, \tau) \approx T_c(r, \tau) \approx T_c(r, \tau) = \frac{q}{2\pi\lambda} \int_{\frac{r^2}{4a\tau}}^{\infty} \frac{\exp[-u]}{u} du.$$

Теперь обратимся к анализу уравнения (3.3). Известно, что [5, 57]

$$-\int_x^{\infty} \frac{\exp[-u]}{u} du = \ln[x] + \gamma + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k x^k}{k k!},$$

где  $\gamma \approx 0,5772$  – число Эйлера.

С учетом этого выражения можем записать

$$T_c(r, \tau) = \frac{q}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k \left( \frac{r^2}{4a\tau} \right)^k}{k k!} \right) \quad (3.11)$$

и при больших  $\tau$  (рис. 3.5)

$$T_c(r, \tau) \approx \frac{q}{2\pi\lambda} \left( \ln\left[\frac{4a\tau}{r^2}\right] - \gamma \right) = \frac{q}{2\pi\lambda} \left( \ln[\tau] + \ln[a] - \ln\left[\frac{r^2}{4}\right] - \gamma \right). \quad (3.12)$$

На основании вышеизложенного можно сделать вывод о характере теплового процесса, происходящего в системе зонд-нагреватель-образец.

Динамика теплового процесса в системе зонд-образец будет характеризоваться входным воздействием (законом подачи мощности на нагреватель), выходной переменной ( $T(\tau)$ ), переменными состояниями системы ( $h_1, h_2, \dots, h_n$ ). В качестве такой переменной состояния

можно выбрать тепловой поток, проходящий через точку измерения  $q'$  (рис. 3.6).

В общем случае на термограммах (рис. 3.7) на основании характера поведения переменной состояния можно выделить три участка, соответствующих различным состояниям функционирования системы (рис. 3.6).

Первый (I) участок термограммы (состояние  $h_1$ ) характеризуется тем, что тепловой поток, проходящий через точку измерения, является переменным во времени и соответствует начальной стадии теплового процесса,  $h_1$ :

$$q(\tau) = q'(\tau) + \Delta q(\tau), \quad \frac{\Delta q}{q} \neq 0, \quad q' = \text{var}.$$

Второй (II) участок термограммы (состояние  $h_2$ ) характеризуется регуляризацией тепловых потоков (тепловой поток, проходящий через точку измерения, становится практически постоянным),  $h_2$ :

$$q(\tau) = q'(\tau) + \Delta q(\tau), \quad \frac{\Delta q}{q} \approx 0, \quad q' \approx \text{const}.$$

Для этого участка будет справедливо выражение (3.12) (рис. 3.8). Причем (это показано в третьей главе) уравнение (3.12) будет справедливо для II участка и в случае, если учесть реальные размеры и теплоемкости нагревателя и термоприемников.

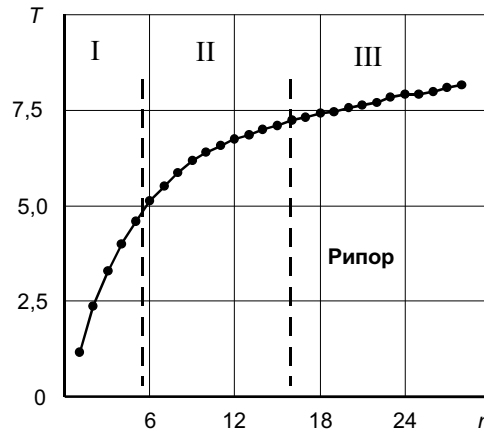
Третий (III) участок термограммы характеризуется тем, что нарушается условие неограниченности исследуемого образца и тепловой поток, проходящий через точку измерения, становится переменным,  $h_3$ :

$$q(\tau) = q'(\tau) + \Delta q(\tau), \quad q' = \text{var}.$$

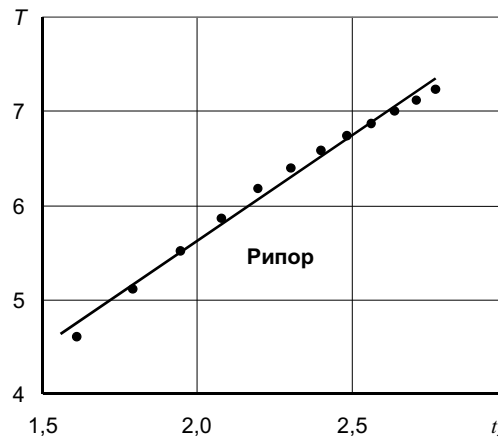
Таким образом выражение (3.12) является расчетным для II (рабочего) участка термограммы (рис. 3.8). С учетом того, что в процессе проведения эксперимента температура фиксируется через определенные промежутки времени  $\Delta\tau$ , т.е.  $\tau = n \cdot \Delta\tau$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$ , можем записать выражение (3.12) в виде

$$T(t_n) = \frac{q}{2\pi\lambda} \left( t_n + \ln[a] - \ln\left[\frac{r^2}{4\Delta\tau}\right] - \gamma \right), \quad (3.13)$$

где  $t_n = \ln[n]$ .



**Рис. 3.7 Участки термограммы для Рипора**



**Рис. 3.8 II-ой участок термограммы в координатах  $T = T(t_n)$**

### 3.2. Расчетные выражения и основные операции при определении теплофизических характеристик

Основным расчетным соотношением для определения ТФХ будет выражение (3.13). Согласно уравнению (3.13) для определения ТФХ необходимо знать ряд величин, определяемых режимными ( $q$ ,  $\Delta\tau$ ) и конструктивными ( $r$ ) особенностями применяемого устройства. Поэтому при заданных режимах эксперимента можем считать эти величины постоянными прибора. Их значения будем определять на основе градуировочных экспериментов на образце с известными ТФХ (здесь достаточно одного образца).

Для расчета ТФХ по экспериментальным данным представим выражение (3.13) в следующем виде:

$$T(t_n) = b_1 t_n + b_0, \quad (3.14)$$

где  $b_1 = \frac{\alpha}{\lambda}$ ,  $b_0 = \frac{\alpha}{\lambda} (\ln[a] - \beta)$  – параметры модели, описывающей термограмму на рабочем участке,  $\alpha = \frac{q}{2\pi}$ ,  $\beta = \ln\left[\frac{r^2}{4\Delta\tau}\right] + \gamma$  – постоянные прибора, определяемые конструктивными особенностями применяемого устройства и режимами опыта,  $t_n = \ln[n]$ ,  $n$  – номер точки на термограмме ( $\tau = n\Delta\tau$ ).

Выражения для расчета ТФХ и постоянных прибора имеют следующий вид:

$$\alpha = \lambda_0 b_{10}; \quad (3.15)$$

$$\beta = \ln[a_0] - \frac{b_{00}}{b_{10}}; \quad (3.16)$$

$$\lambda = \frac{\alpha}{b_1}; \quad (3.17)$$

$$a = \exp\left[\frac{b_0}{b_1} + \beta\right], \quad (3.18)$$

где  $\lambda$ ,  $a$ ,  $\lambda_0$ ,  $a_0$  – теплопроводности и температуропроводности исследуемого материала и образцовой меры ТФХ;  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_{00}$ ,  $b_{10}$  – коэффициенты, определенные из термограмм (рис. 3.8), снятых на исследуемом материале и образцовой мере.

Теперь можно записать основные операции по определению ТФХ в виде следующей последовательности действий.

I Градуировка прибора:

- снятие термограммы на образце с известными ТФХ;
- определение рабочего участка термограммы;
- расчет по этому участку коэффициентов  $b_{00}$ ,  $b_{10}$ ;
- расчет постоянных прибора согласно выражениям (3.15), (3.16).

II Определение ТФХ исследуемого материала:

- снятие термограммы на исследуемом образце;
- определение рабочего участка термограммы;
- расчет коэффициентов  $b_0$ ,  $b_1$ ;
- расчет ТФХ материала по выражениям (3.17), (3.18).

### 3.3. Оценка погрешностей измерения ТФХ с линейным источником тепла

#### 3.3.1 Оценка случайных погрешностей

Запишем выражения для оценки случайных погрешностей измерения теплопроводности и температуропроводности для разработанного метода контроля ТФХ. Случайную составляющую погрешности измерения будем рассматривать как погрешность при косвенных измерениях [67, 74 – 78, 81].

$$\delta\lambda = \sqrt{\delta^2\alpha + \delta^2b_1}, \quad (3.19)$$

$$\delta a = \sqrt{(\delta^2b_0 + \delta^2b_1)\left(\frac{b_0}{b_1}\right)^2 + \Delta^2\beta}, \quad (3.20)$$

$$\delta\alpha = \sqrt{\delta^2\lambda_0 + \delta^2b_{10}}, \quad (3.21)$$

$$\Delta\beta = \sqrt{\delta^2a_0 + (\delta^2b_{00} + \delta^2b_{10})\left(\frac{b_{00}}{b_{10}}\right)^2}. \quad (3.22)$$

Проанализируем выражения (3.19) и (3.20) на предмет того, в каком диапазоне можно проводить измерения ТФХ и каким образом его можно расширить. Прежде всего, отметим, что погрешность расчета констант прибора будет определяться погрешностью, связанной с неточностью информации о ТФХ образцовой меры. Нужно отметить, что абсолютную погрешность определения коэффициентов  $b_0$ ,  $b_1$  можно в первом приближении принять постоянной, так как она будет определяться погрешностью измерения температуры (которую можно считать постоянной от опыта к опыту).

Тогда из выражения (3.19), с учетом формулы (3.17), можем записать

$$\delta\lambda = \sqrt{\delta^2\alpha + \frac{\Delta^2 b_1 \lambda^2}{\alpha^2}}. \quad (3.23)$$

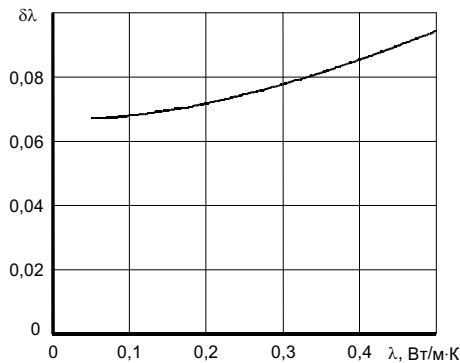
Как видно из уравнения (3.23), относительная погрешность  $\delta\lambda$  будет зависеть от самой величины  $\lambda$  (рис. 3.9) и будет увеличиваться с возрастанием теплопроводности материала образца. Из выражения (3.23) также следует, что погрешность можно снизить путем увеличения коэффициента  $\alpha$ . Это можно сделать за счет увеличения количества тепла, которое выделяется на нагревателе, за счет увеличения длительности импульсов и мощности на нагревателе ( $\alpha \sim q$ , см. раздел 3.2).

Рассмотрим формулу (3.20), которую с учетом формул (3.17) и (3.18), можем записать

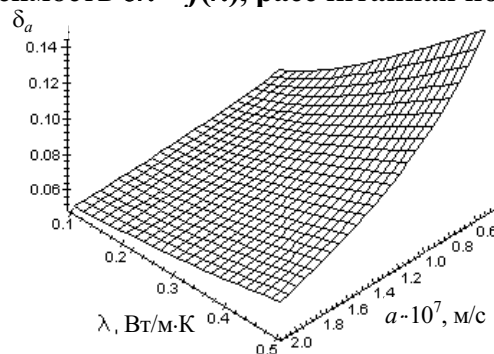
$$\delta a = \sqrt{\left(\Delta^2 b_0 + \Delta^2 b_1 (\ln(a) - \beta)^2\right) \frac{\lambda^2}{\alpha^2} + \Delta^2 \beta}. \quad (3.24)$$

Из зависимости (3.24) видно, что относительная погрешность определения теплопроводности  $\delta a$  будет зависеть от  $a$  и  $\lambda$  образца (рис. 3.10), причем определяющим будет коэффициент теплопроводности  $\lambda$ . С его увеличением увеличивается относительная погрешность измерения теплопроводности  $\delta a$ . Из уравнения (3.24) также видно, что уменьшения относительной погрешности измерения  $a$ , можно добиться за счет увеличения постоянной прибора –  $\alpha$ .

На основании выражений (3.23) и (3.24) можно провести оценку погрешности определения ТФХ по диапазону их изменения. На рисунках 3.9 и 3.10 приведены результаты такой оценки.



**Рис. 3.9** Зависимость  $\delta\lambda = f(\lambda)$ , рассчитанная по формуле (3.23)



**Рис. 3.10** Зависимость  $\delta a = f(\lambda, a)$ , рассчитанная по формуле (3.24)

### 3.3.2 Анализ систематических погрешностей

Уравнения (3.19) и (3.20) учитывают случайную составляющую погрешности определения ТФХ по разработанному методу. Рассмотрим влияние некоторых систематических погрешностей на определение ТФХ исследуемых материалов по разработанному методу.



Отметим наиболее важные факторы: во-первых, нагреватель в действительности имеет конечные размеры; во-вторых, нагреватель обладает теплоемкостью; в-третьих, между нагревателем и образцом, а также между образцом и термоприемниками существуют термические сопротивления; в-четвертых, часть тепла, выделяющегося на нагревателе, идет на нагрев материала зонда. Предварительно отметим, что в главе 2 была показана эквивалентность многоимпульсного линейного источника тепла и линейного источника тепла постоянной мощности в той области термограммы, которая используется для измерения ТФХ исследуемых материалов. Поэтому, далее будем считать, что у нас не многоимпульсный источник тепла, а эквивалентный ему источник тепла постоянной мощности. При этом выражение, приведенное в главе 2 и описывающее температурное поле при больших  $\tau$ , имеет вид

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left( \frac{4a\tau}{r^2} \right) - \gamma \right), \quad (3.25)$$

где  $q_0$  – мощность, выделяющаяся на единице длины нагревателя;  $\tau$  – время;  $r$  – координата;  $\gamma$  – число Эйлера.

### 3.3.2.1 Влияние конечности размеров нагревателя

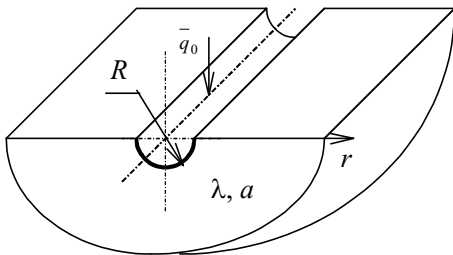


Рис. 3.11 Схема для нагревателя в

Рассмотрим влияние конечности размеров нагревателя на точность определения ТФХ. Для этого будем рассматривать: во-первых, нагреватель в виде бесконечного цилиндра радиуса  $R$ , через поверхность которого в материал подается тепловой поток  $\bar{q}_0$  (рис. 3.11); во-вторых, нагреватель в виде полосы шириной  $2h$ , через которую в материал подается тепловой поток  $\bar{q}_0$  (рис. 3.12).

Для нагревателя конечных размеров в виде цилиндра радиуса  $R$ , через поверхность которого в материал подается тепловой поток  $\bar{q}_0$  (рис. 3.11), решение задачи в общем виде имеет следующий вид [5]:

$$T(r, \tau) = -\frac{2\bar{q}_0}{\pi\lambda} \int_0^{\infty} (1 - \exp[-au^2\tau]) \frac{J_0(ur)Y_1(uR) - Y_0(ur)J_1(uR)}{u^2 [J_0^2(uR) + Y_1^2(uR)]} du. \quad (3.26)$$

При больших  $\tau$  это выражение упрощается, т.е. [5]

$$T(r, \tau) = \frac{\bar{q}_0 R}{2\lambda} \left( \ln \left( \frac{4a\tau}{r^2} \right) - \gamma \right) \quad (3.27)$$

или, если переписать (3.27) через мощность на единицу длины нагревателя ( $q_0 = \bar{q}_0 \pi R$ , см. рис. 3.11), то

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left( \frac{4a\tau}{r^2} \right) - \gamma \right). \quad (3.28)$$

Сравнив выражение (3.28) с выражением (3.25) для температурного поля от линейного идеального источника тепла при больших  $\tau$ , можем отметить их идентичность.

Рассмотрим нагреватель конечных размеров в виде полосы, через которую в материал подается тепловой поток  $\bar{q}_0$  (рис. 3.12).

Температура  $T$  в точке с координатами  $(x,0)$  поверхности в момент времени  $\tau$  будет определяться из выражения [5]

$$T(x, 0, \tau) = \frac{\bar{q}_0 h \text{Fo}^{1/2}}{\pi^{1/2} \lambda} \left\{ \operatorname{erf} \left[ \frac{h+x}{2h \text{Fo}^{1/2}} \right] + \operatorname{erf} \left[ \frac{h-x}{2h \text{Fo}^{1/2}} \right] - \frac{h+x}{2h(\pi \text{Fo})^{1/2}} \operatorname{Ei} \left[ -\frac{(h+x)^2}{4h^2 \text{Fo}} \right] - \frac{h-x}{2h(\pi \text{Fo})^{1/2}} \operatorname{Ei} \left[ -\frac{(h-x)^2}{4h^2 \text{Fo}} \right] \right\}, \quad (3.29)$$

где  $\text{Fo} = \frac{a\tau}{h^2}$  – число Фурье,  $h$  – ширина полосы,  $x$  – координата.

Используя известные соотношения [10, 79, 80]

$$\operatorname{erf}[x] = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{x^{2n+1}}{n!(2n+1)}, \quad (3.30)$$

$$\operatorname{Ei}[-x] = \gamma + \ln(x) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-x)^n}{n n!}, \quad (3.31)$$

получим выражение для температуры поверхности  $z = 0$  в точке с координатой  $x$  для больших значений  $\tau$

$$T(x, 0, \tau) = \frac{\bar{q}_0 h}{\lambda \pi} \left\{ \ln(4a\tau) - \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 - \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 + 2 - \gamma \right\}. \quad (3.32)$$

Если переписать выражение (3.32) через мощность на единицу длины нагревателя ( $q_0 = \bar{q}_0 2h$ , см. рис. 3.12), получим

$$T(x, 0, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left\{ \ln(4a\tau) - \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 - \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 + 2 - \gamma \right\}. \quad (3.33)$$

Проанализируем более подробно выражения (3.28) и (3.33).

Как уже отмечалось выше, выражение (3.28) полностью идентично выражению (3.25).

Выражение (3.33) отличается от формулы (3.25). Заметим также, что

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{h+x}{2h} \ln(h+x)^2 + \frac{h-x}{2h} \ln(h-x)^2 \right\} &= \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \left\{ \frac{h}{2h} \ln \left[ (h+x)^2 (h-x)^2 \right] + \frac{x}{2h} \ln \left[ \frac{(h+x)^2}{(h-x)^2} \right]^2 \right\} = \ln(x^2) - 2. \end{aligned}$$

Поэтому при выполнении условия  $x \gg h$  выражение (3.33) принимает вид

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left( \frac{4a\tau}{r^2} \right) - \gamma \right) \quad (3.34)$$

и будет полностью эквивалентно выражению (3.25).

Выражение (3.25) можно представить в виде

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln(4a\tau) - \ln(r^2) - \gamma \right). \quad (3.35)$$

Тогда выражения (3.33) и (3.35) можно записать в единой форме

$$T(r, \tau) = T(x, 0, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln(4a\tau) - C(r \text{ (или } x)) \right), \quad (3.36)$$

где  $C(r \text{ (или } x))$  – величина, не зависящая от времени и ТФХ исследуемого материала, а полностью определяющаяся конструктивными особенностями зонда (является, по сути дела, постоянной прибора). В разработанном методе постоянные прибора определяются исходя из градуировочных опытов на образцах с известными ТФХ, причем и градуировка, и собственно определение ТФХ исследуемого образца, определяются на

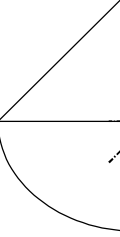


Рис.

в

участке термограммы, где реально выполняются температурно-временные зависимости вида (3.25), (3.28), (3.33).

В результате можем сделать вывод о том, что систематическая погрешность, связанная с конечностью размеров нагревателя, не будет сказываться на точности определения ТФХ. Причем, как уже отмечалось ранее, определение ТФХ на основе градуировочных опытов действительно позволяет частично учесть и систематическую составляющую погрешности измерений (см. (3.33), (3.35), (3.36)).

### 3.3.2.2 Влияние теплоемкости нагревателя и теплоемкости термодатчиков

Так как в реальном эксперименте нагреватель обладает теплоемкостью, то часть тепла, выделяющаяся на нагревателе, пойдет на его разогрев, т.е., мощность, поступающая в образец, будет не  $q_0$ , а  $q_0 - q'_0$ , где  $q'_0$  – часть мощности, идущей на разогрев нагревателя. Примем, что нагреватель представляет собой бесконечный цилиндр, радиуса  $R$  и является идеальным проводником. Тогда  $q'_0$  будет определяться из выражения

$$q'_0 = C_n \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial \tau}, \quad (3.37)$$

где  $C_n$  – теплоемкость единицы длины нагревателя.

В первом приближении  $T(R, \tau)$  можно найти из выражения (3.28) при  $r = R$ . Тогда изменение температуры в точке с координатой  $r$  описывается выражением

$$T(r, \tau) = \frac{q_0 - q'_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) = \frac{q_0 - C_n \frac{q_0}{2\pi\lambda\tau}}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) \quad (3.38)$$

или

$$T(r, \tau) = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) - \frac{C_n q_0}{4\pi^2 \lambda^2} \left( \frac{\ln[\tau]}{\tau} + \frac{\ln \left[ \frac{4a}{r^2} \right] - \gamma}{\tau} \right). \quad (3.39)$$

Из формулы (3.39) видно, что влияние теплоемкости нагревателя с течением времени будет уменьшаться, так как

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln[\tau]}{\tau} \right) \rightarrow 0 \quad \text{и} \quad \lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( \frac{\ln \left[ \frac{4a}{r^2} \right] - \gamma}{\tau} \right) \rightarrow 0.$$

Причем, условие, когда теплоемкостью нагревателя можем пренебречь (см. (3.38)), имеет вид

$$\frac{C_n}{2\pi\lambda\tau} \ll 1. \quad (3.40, a)$$

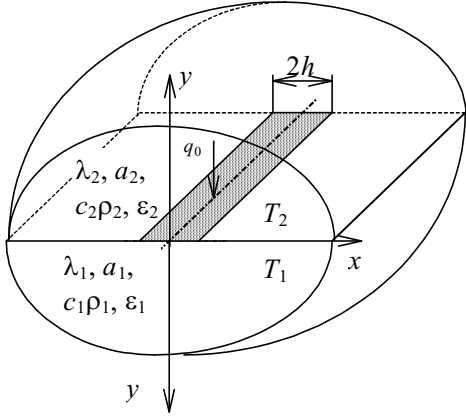
Выражения (3.38) и (3.39) показывают, что там, где теплоемкость нагревателя существенно влияет на ход развития теплового процесса, вид зависимости температуры в точке измерения от времени (термограммы) будет отличаться от вида выражений (3.25), (3.28), (3.33), (3.36). В методе учитываются только те точки термограммы, где реально выполняются эти функциональные зависимости температуры от времени ( $T(\tau) = a \ln[\tau] + b$ ). Отсюда можем сделать вывод, что теплоемкость нагревателя в расчетной области термограммы не влияет на точность определения ТФХ. Аналогично, это можно показать для нагревателя в виде полосы, а также для теплоприемников.

### 3.3.2.3 Влияние оттоков тепла в материал зонда

Пусть  $q_0$  – мощность, выделяющаяся на единицу длины нагревателя,  $q_{10}, q_{20}$  – части мощности, идущие на нагрев исследуемого материала и материала зонда соответственно. Условие, когда оттоки тепла в материал зонда будут пренебрежимо малы, можно записать в виде

$$\frac{q_{20}}{q_{10}} \ll 1. \quad (3.40, б)$$

Найдем, чему равно данное соотношение, для чего рассмотрим следующую задачу.



*Задача.* Два полуограниченных тела находятся в идеальном тепловом контакте (см. рис. 3.13). В плоскости контакта действует линейный источник тепла постоянной мощности в виде полосы шириной  $2h$ . Мощность, выделяющаяся на единицу площади нагревателя, равна  $\bar{q}_0$  (или через мощность на единицу длины нагревателя –  $\bar{q}_0 = \frac{q_0}{2h}$  (см. рис. 3.13)). Тогда температурное поле в любой момент времени в данной системе будет определяться решением следующей математической задачи:

**Рис. 3.13** Схема для нагревателя, действующего в плоскости контакта

двух полуограниченных тел

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial y^2}, \quad \tau \geq 0, x \geq 0, y \geq 0; \quad (3.41)$$

$$\frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2(x, y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 T_2(x, y, \tau)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T_2(x, y, \tau)}{\partial y^2}, \quad \tau \geq 0, x \geq 0, y \geq 0; \quad (3.42)$$

$$T_1(x, y, 0) = T_2(x, y, 0) = 0; \quad (3.43)$$

$$T_1(x, y, \tau) = T_2(x, y, \tau) = 0, \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty; \quad (3.44)$$

$$\frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial y} = \frac{\partial T_2(x, y, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial T_2(x, y, \tau)}{\partial y} = 0, \quad x^2 + y^2 \rightarrow \infty; \quad (3.45)$$

$$T_1(x, 0, \tau) = T_2(x, 0, \tau); \quad (3.46)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, 0, \tau)}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0, \tau)}{\partial y} = f(x); \quad (3.47)$$

$$f(x) = \begin{cases} \frac{q_0}{2h}, & |x| < h; \\ 0, & |x| > h, \end{cases} \quad (3.48)$$

$$\frac{\partial T_1(0, y, \tau)}{\partial x} = \frac{\partial T_2(0, y, \tau)}{\partial x} = 0. \quad (3.49)$$

Проинтегрируем уравнения системы (3.41) – (3.49) по  $x \in (-\infty, \infty)$ .

Для уравнения (3.41) имеет место

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial \tau} dx = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial x^2} dx + \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial y^2} dx;$$

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx}{\partial y^2} + 2 \int_0^{+\infty} \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial x^2} dx;$$

$$\int_0^{+\infty} \frac{\partial^2 T_1(x, y, \tau)}{\partial x^2} dx = \frac{\partial T_1(x, y, \tau)}{\partial x} \Big|_{x=0}^{+\infty} = \begin{pmatrix} \text{с.м. (3.73)} \\ (3.77) \end{pmatrix} = 0;$$

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx}{\partial y^2}. \quad (3.50)$$

Аналогично получаем:

- для уравнения (3.42)

$$\frac{1}{a_2} \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, \tau) dx}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, \tau) dx}{\partial y^2}; \quad (3.51)$$

- для выражения (3.43)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, 0) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, 0) dx = 0; \quad (3.52)$$

- для выражения (3.44)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, \tau) dx = 0, \quad |y| \rightarrow \infty; \quad (3.53)$$

- для выражения (3.45)

$$\frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx}{\partial y} = \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, \tau) dx}{\partial y} = 0, \quad |y| \rightarrow \infty; \quad (3.56)$$

- для выражения (3.46)

$$\int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, 0, \tau) dx = \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, 0, \tau) dx; \quad (3.55)$$

- для выражений (3.47) и (3.48)

$$\begin{aligned} - \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, 0, \tau)}{\partial y} + \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0, \tau)}{\partial y} \right) dx &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx, \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx &= \int_{-h}^{+h} \frac{q_0}{2h} dx = \frac{q_0}{2h} x \Big|_{x=-h}^{+h} = q_0, \\ - \lambda_1 \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, 0, \tau) dx}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, 0, \tau) dx}{\partial y} &= q_0. \end{aligned} \quad (3.56)$$

Введем следующие интегральные характеристики:

$$S_1(y, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} T_1(x, y, \tau) dx, \quad (3.57)$$

$$S_2(y, \tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} T_2(x, y, \tau) dx, \quad (3.58)$$

т.е.  $S_1(y, \tau)$  и  $S_2(y, \tau)$  – представляют собой интегральные температуры плоскостей, параллельных плоскости контакта двух тел и проходящих через точки с координатой  $y$ . С учетом зависимостей (3.50) – (3.58) можем переписать систему (3.41) – (3.49) через новые функции  $S_1(y, \tau)$ ,  $S_2(y, \tau)$  в следующем виде:

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial S_1(y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 S_1(y, \tau)}{\partial y^2}, \quad \tau \geq 0, y \geq 0; \quad (3.59)$$

$$\frac{1}{a_2} \frac{\partial S_2(y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 S_2(y, \tau)}{\partial y^2}, \quad \tau \geq 0, y \geq 0; \quad (3.60)$$

$$S_1(y, 0) = S_2(y, 0) = 0; \quad (3.61)$$

$$S_1(y, \tau) = S_2(y, \tau) = 0, \quad |y| \rightarrow \infty; \quad (3.62)$$

$$\frac{\partial S_1(y, \tau)}{\partial y} = \frac{\partial S_2(y, \tau)}{\partial y} = 0, \quad |y| \rightarrow \infty; \quad (3.63)$$

$$S_1(0, \tau) = S_2(0, \tau); \quad (3.64)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y} - \lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y} = q_0. \quad (3.65)$$

Рассмотрим физический смысл выражений

$$-\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y} \text{ и } -\lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y}.$$

С учетом того, что  $-\lambda_1 \frac{\partial T_1(x, 0, \tau)}{\partial y}$  – есть тепловой поток, поступающий в тело 1,

$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0, \tau)}{\partial y}$  – тепловой поток, поступающий в тело 2, а  $-\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y} = -\int_{-\infty}^{\infty} \lambda_1 \frac{\partial T_1(x, 0, \tau)}{\partial y} dx$  и

$-\lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y} = -\int_{-\infty}^{\infty} \lambda_2 \frac{\partial T_2(x, 0, \tau)}{\partial y} dx$  есть количество мощности, идущее на нагрев тела 1 и тела 2

соответственно, т.е. (см. (3.40, б)), можно записать:

$$-\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y} = q_{10}, \quad -\lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y} = q_{20}. \quad (3.66)$$

Таким образом, решив систему (3.59) – (3.65), и затем, найдя  $-\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y}$  и  $-\lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y}$ ,

мы получим условие, при выполнении которого утечками тепла в материал зонда можно пренебречь. Заметим также, что в эту систему не входит размер нагревателя, а в правую часть выражения (3.65) входит величина  $q_0$  (мощность на единицу длины нагревателя). Отсюда можно сделать вывод о том, что система (3.59) – (3.65) также будет описывать процессы и для идеального линейного источника тепла ( $2h \rightarrow 0$ ).

Задача (3.59) – (3.65) эквивалентна задаче о нагреве двух полуограниченных тел, в плоскости контакта которых действует плоский источник тепла постоянной мощности [10]. Решение такой задачи может быть записано в следующем виде [10]:

$$S_1(y, \tau) = \frac{2q_0 \sqrt{\tau}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \operatorname{ierfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{a_1 \tau}} \right]; \quad (3.67)$$

$$S_2(y, \tau) = \frac{2q_0 \sqrt{\tau}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \operatorname{ierfc} \left[ \frac{y}{2\sqrt{a_2 \tau}} \right].$$

Следовательно,

$$q_{10} = -\lambda_1 \frac{\partial S_1(0, \tau)}{\partial y} = \frac{2q_0 \varepsilon_1}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}; \quad q_{20} = -\lambda_2 \frac{\partial S_2(0, \tau)}{\partial y} = \frac{2q_0 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}. \quad (3.68)$$

С учетом (3.40, б), получим выражение, при выполнении которого утечками тепла в материал зонда можно пренебречь,

$$\frac{q_{20}}{q_{10}} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} \ll 1, \quad (3.69)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – тепловые активности исследуемого образца и материала зонда соответственно.

При получении условия (3.69) предполагалось, что тела 1 и 2 находятся в идеальном тепловом контакте. Однако, в действительности между зондом и исследуемым образцом в плоскости контакта всегда будут присутствовать термические сопротивления. Причем, эти термические сопротивления в области нагревателя будут значительно ниже, чем в области соприкосновения материала зонда и исследуемого материала, т.е. условие (3.69) будет завышенным. В связи с этим представляет интерес получить выражение (3.40, б) при условии, что тепловые потери в материал зонда происходят только в области нагревателя.

Прежде всего отметим, что ТФХ материала определяются на участке термограммы, соответствующей установившемуся стационарному полю тепловых потоков в системе

(регуляризация теплового режима опыта). Действительно,

$$\bar{q}(r, \tau) = -\lambda \frac{T(r, \tau)}{\partial r} = (\text{см. (3.25)}) = \frac{q_0}{\pi r} \quad (3.70)$$

и, следовательно, не зависит от  $\tau$ .

Найдем стационарное поле тепловых потоков в системе зонд-нагреватель-образец при условии, что тепловые потери в материал зонда происходят только в области нагревателя (см. рис. 3.14).

*Задача.* Два полуограниченных тела находятся в контакте. Соприкасающиеся поверхности тел теплоизолированы (см. рис. 3.14). В плоскости контакта действует линейный источник тепла постоянной мощности в виде цилиндра радиуса  $R$ . Мощность, выделяющаяся на единицу площади нагревателя, равна  $\bar{q}_0$  (или через мощность на единицу длины нагревателя -  $\bar{q}_0 = \frac{q_0}{2\pi R}$  (см. рис. 3.14)). Тогда температурное поле в любой момент времени в данной системе будет определяться решением следующей математической задачи:

$$\frac{1}{a_1} \frac{\partial T_1(y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial r \left[ \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right]}{r \partial r}, \tau \geq 0, r \geq R; \quad (3.71)$$

$$\frac{1}{a_2} \frac{\partial T_2(y, \tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial \left[ r \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right]}{r \partial r}, \tau \geq 0, r \geq R; \quad (3.72)$$

$$T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = 0; \quad (3.73)$$

$$T_1(r, \tau) = T_2(r, \tau) = 0, \quad r \rightarrow \infty; \quad (3.74)$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(R, \tau)}{\partial r} = \bar{q}_{10}; \quad (3.75)$$

$$-\lambda_2 \frac{\partial T_2(R, \tau)}{\partial r} = \bar{q}_{20}; \quad (3.76)$$

$$\pi R \bar{q}_{10} + \pi R \bar{q}_{20} = q_0; \quad (3.77)$$

$$T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau). \quad (3.78)$$

Применив преобразование Лапласа к (3.71), (3.72), с учетом (3.73), получим:

$$\frac{d^2 T_{1L}(r, p)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{1L}(r, p)}{dr} - \frac{p}{a_1} T_{1L}(r, p) = 0, \quad (3.79)$$

$$\frac{d^2 T_{2L}(r, p)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_{2L}(r, p)}{dr} - \frac{p}{a_2} T_{2L}(r, p) = 0. \quad (3.80)$$

Общие решения дифференциальных уравнений (3.79) и (3.80) (уравнений Бесселя) имеют вид

$$T_{1L}(r, p) = A_1 I_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] + B_1 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right]; \quad (3.81)$$

$$T_{2L}(r, p) = A_2 I_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right] + B_2 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right], \quad (3.82)$$

где  $I_0[x]$  – модифицированная функция Бесселя 1-го рода 0-го порядка,  $K_0[x]$  – модифицированная функция Бесселя 2-го рода 0-го порядка.

Из выражения (3.74) следует, что  $A_1 = A_2 = 0$ . Тогда выражения (3.81), (3.82) принимают следующий вид:

$$T_{1L}(r, p) = B_1 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right]; \quad (3.83)$$

$$T_{2L}(r, p) = B_2 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right]. \quad (3.84)$$

Коэффициенты  $B_1, B_2$  определим из условий (3.75) – (3.78):

$$\pi R \lambda_1 B_1 \sqrt{\frac{p}{a_1}} K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] + \pi R \lambda_2 B_2 \sqrt{\frac{p}{a_2}} K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right] = \frac{q_0}{p},$$

$$B_1 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] = B_2 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right].$$

Решив эту систему относительно  $B_1$  и  $B_2$ , получим

$$B_1 = \frac{q_0 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right]}{\pi R p^{3/2} \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)}; \quad (3.85)$$

$$B_2 = \frac{q_0 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right]}{\pi R p^{3/2} \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)}. \quad (3.86)$$

Подставив выражения (3.85), (3.86) в формулы (3.83), (3.84), получим решение задачи (3.71) – (3.78) в области преобразований Лапласа

$$T_1(r, p) = \frac{q_0 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right]}{\pi R p^{3/2} \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)}; \quad (3.87)$$

$$T_2(r, p) = \frac{q_0 K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right]}{\pi R p^{3/2} \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)} \quad (3.88)$$

и выражения для определения поля тепловых потоков

$$\bar{q}_1(r, p) = \frac{q_0 \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right]}{\pi R p \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)}; \quad (3.89)$$

$$\bar{q}_2(r, p) = \frac{q_0 \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} r \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right]}{\pi R p^{3/2} \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)}. \quad (3.90)$$

Воспользовавшись предельной теоремой [10], определим стационарное распределение тепловых потоков в рассматриваемой системе

$$\bar{q}_1(r) = \lim_{\tau \rightarrow \infty} (\bar{q}_1(r, \tau)) = \lim_{p \rightarrow 0} (p \bar{q}_1(r, p)) =$$

$$= \lim_{p \rightarrow 0} \left( \frac{q_0 \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} r \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right]}{\pi R \left( \varepsilon_1 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] + \varepsilon_2 K_1 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_2}} R \right] K_0 \left[ \sqrt{\frac{p}{a_1}} R \right] \right)} \right);$$



$$\bar{q}_1(r) = \frac{q_0 \lambda_1}{\pi r (\lambda_1 + \lambda_2)}. \quad (3.91)$$

Аналогично, для выражения (3.90) можно записать

$$\bar{q}_2(r) = \frac{q_0 \lambda_2}{\pi r (\lambda_1 + \lambda_2)}. \quad (3.92)$$

Мощности, поступающие на нагрев тела 1 тела 2, будут определяться по формулам

$$q_{10} = \pi R \bar{q}_1(R) = \frac{q_0 \lambda_1}{\pi (\lambda_1 + \lambda_2)}, \quad (3.93)$$

$$q_{20} = \pi R \bar{q}_2(R) = \frac{q_0 \lambda_2}{\pi (\lambda_1 + \lambda_2)}. \quad (3.94)$$

Условие (3.40) принимает вид

$$\frac{q_{20}}{q_{10}} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \ll 1. \quad (3.95)$$

Уравнения (3.91), (3.92) позволяют найти распределение температуры в образце и зонде относительно температуры нагревателя (в данной системе нет установившегося стационарного температурного поля). В случае  $r = R$

$$T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau) = T_H(\tau),$$

где  $T_H(\tau)$  – температура нагревателя.

С учетом того, что

$$\bar{q}_1(r) = -\lambda_1 \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \quad (3.96)$$

и  $\bar{q}_1(r)$  определяется из (3.91), можем записать, предварительно проинтегрировав (3.96) от  $R$  до  $r$ , для тела 1

$$T_1(r, \tau) = T_H(\tau) - \frac{q_0}{\pi (\lambda_1 + \lambda_2)} \ln \left[ \frac{r}{R} \right], \quad (3.97)$$

и для тела 2

$$T_2(r, \tau) = T_H(\tau) - \frac{q_0}{\pi (\lambda_1 + \lambda_2)} \ln \left[ \frac{r}{R} \right]. \quad (3.98)$$

Как видно из выражений (3.97) и (3.98), температуры 1-го и 2-го тела в области контакта будут с течением времени сближаться.

### 3.3.2.4 Влияние термических сопротивлений

С учетом того, что измерения проводятся при установившемся стационарном поле тепловых потоков, а также считая, что выполняются условия (3.69), (3.95) (т.е. пренебрегаем тепловыми потерями в материал зонда), можем записать для расчетной области термограммы

$$T_{\text{тн}} = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right) - \Delta T_{\text{тс}}, \quad (3.99)$$

где  $T_{\text{тн}}$  – температура термоприемника,  $\Delta T_{\text{тс}}$  – разность между температурой термоприемника и температурой поверхности образца (рис. 3.15). Значение  $\Delta T_{\text{тс}}$  можно представить в виде

$$\Delta T_{\text{тс}} = \bar{q}' R_{\text{тс}},$$

где  $\bar{q}'$  – тепловой поток между термоприемником и образцом,  $R_{\text{тс}}$  – термическое сопротивление между термоприемником и образцом, равное

$$R_{\text{тс}} = \frac{c}{\lambda_{\text{тс}}},$$

здесь  $c$  – толщина слоя между термоприемником и образцом,  $\lambda_{\text{тс}}$  – теплопроводность материала слоя.

Величину  $R_{\text{тс}}$  можно считать постоянной в течение всего опыта. Найдем приближенное значение  $\bar{q}'$ . Если можно пренебречь утечками тепла в материал зонда (условия (3.69),

(3.95)), то все тепло, поступающее к термодатчику, идет только на его разогрев. Тогда

$$\bar{q}' = \frac{C_{\text{тп}}}{b} \frac{\partial T_{\text{тп}}}{\partial \tau} = \frac{C_{\text{тп}}}{b} \left( \frac{q_0}{2\pi\lambda\tau} - \frac{\partial(\Delta T_{\text{тп}})}{\partial \tau} \right), \quad (3.100)$$

где  $C_{\text{тп}}$  – теплоемкость единицы длины термопары.

Очевидно, что  $\frac{q_0}{2\pi\lambda\tau} > \frac{\partial(\Delta T_{\text{тп}})}{\partial \tau}$ , так как в противном случае происходило бы не нагревание, а остывание термодатчика. С другой стороны, из выражения (3.100) видно, что

$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \left( \frac{q_0}{2\pi\lambda\tau} \right) \rightarrow 0$ , т.е., в расчетной области термограммы  $\bar{q}' \approx 0$ , и

$$T_{\text{тп}} = \frac{q_0}{2\pi\lambda} \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right)$$

при выполнении условия

$$\frac{\Delta T_{\text{тп}}}{T(r, \tau)} \approx \frac{c C_{\text{тп}}}{\lambda_{\text{тп}} b \tau \left( \ln \left[ \frac{4a\tau}{r^2} \right] - \gamma \right)} \ll 1. \quad (3.101)$$

Отметим, что выражение (3.101) будет корректным только при малых значениях термических сопротивлений между образцом и термодатчиком.

Из выражений (3.99) и (3.100) видно, что там, где условие (3.101) не выполняется, вид зависимости температуры от времени в точке измерения (термограммы) будет отличаться от вида уравнений (3.25), (3.28), (3.33). В методе учитываются только те точки термограммы, где эти зависимости выполняются.

## Выводы по разделу

По результатам анализа точности измерения ТФХ разработанным методом, можно сделать следующие выводы.

1 Расчет случайной составляющей погрешности определения ТФХ следует проводить на основе формул (3.19) – (3.22).

2 Нижняя граница определения ТФХ по разработанному методу определяется тепловыми свойствами материала зонда. Условия, когда тепловыми потерями в зонд можно пренебречь, имеют вид (3.69), (3.95).

3 Теплоемкости нагревателя и термодатчиков, а также термические сопротивления должны быть таковыми, чтобы выполнялись условия (3.40), (3.101). В этом случае данными факторами в расчетной области термограммы можно пренебречь.

4 Конечность размеров нагревателя не влияет на точность определения ТФХ в случае, если постоянные прибора определяются на основе градуировочных экспериментов.

## 4 Определение теплофизических характеристик с использованием круглого источника тепла

### 4.1 Модель процесса нестационарного теплопереноса от плоского источника тепла в виде круга

Метод измерения ТФХ основан на физической модели, представленной на рис. 4.1.

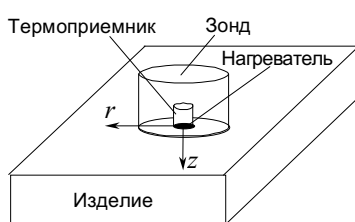


Рис. 4.1 Схема тепловой системы для метода с круглым нагревателем ( $r, z$  – пространственные координаты)

Тепловое воздействие на исследуемое тело, с равномерным начальным температурным распределением, осуществляется с помощью нагревателя постоянной мощности, выполненного в виде круга радиусом  $R$ . В эксперименте непосредственно фиксируется температура нагревателя.

Проведем анализ данной системы. Для чего рассмотрим модель нестационарного теплопереноса от плоского источника тепла постоянной мощности в виде круга. Получим выражение, определяющее развитие температурного поля от круглого ограниченного плоского нагревателя в полупространстве (рис. 4.2). Воспользуемся методом источников [5, 10]. Известно, что температурное поле от мгновенного точечного источника тепла, действующего в неограниченной среде, будет определяться следующим выражением [10]:

$$T_M(x, y, z, \tau) = \frac{Q}{c\rho(2\sqrt{\pi a \tau})^3} \exp\left[-\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2}{4a\tau}\right],$$

где  $Q$  – количество тепла;  $x, y, z$  – координаты точки тела;  $\tau$  – время;  $x_1, y_1, z_1$  – координаты точки действия мгновенного источника тепла;  $c\rho$  – объемная теплоемкость;  $a$  – температуропроводность.

В цилиндрических координатах, с учетом того, что  $z_1 = 0$  и тело полуограниченное, это выражение записывается следующим образом:

$$T_M(r, \varphi, z, \tau) = \frac{2Q}{c\rho(2\sqrt{\pi a \tau})^3} \exp\left[-\frac{r^2 + r_1^2 - 2r_1 r \cos(\varphi - \varphi_1) + z^2}{4a\tau}\right], \quad (4.1)$$

где  $r, \varphi$  – координаты точки тела;  $r_1, \varphi_1$  – координаты точки действия мгновенного источника тепла.

Решение задачи о распространении тепла от плоского нагревателя в виде круга радиусом  $R$ , создающего на поверхности полуограниченного тела тепловой поток  $q$ , можно найти интегрированием функции (4.1), перейдя предварительно к элементарному источнику:

$$dT(r, \varphi, z, \tau) = \frac{2q}{c\rho(2\sqrt{\pi a(\tau-u)})^3} \exp\left[-\frac{r^2 + r_1^2 - 2r_1 r \cos(\varphi - \varphi_1) + z^2}{4a(\tau-u)}\right] r_1 d\varphi_1 dr_1 du,$$

где  $u$  – параметр интегрирования.

Проинтегрировав это выражение, получим формулу, определяющую закон распространения тепла от круглого нагревателя:

$$T(r, z, \tau) = \frac{2q}{c\rho(2\sqrt{\pi a})^3} \int_0^\tau \int_0^R \int_0^{2\pi} \frac{\exp\left[-\frac{r^2 + r_1^2 - 2r_1 r \cos(\varphi - \varphi_1) + z^2}{4a(\tau-u)}\right]}{(\tau-u)^{3/2}} r_1 d\varphi_1 dr_1 du.$$

Выполнив замену переменных и с учетом того, что [85]

$$\int_0^{2\pi} \exp[x \cos(\varphi - \varphi_1)] d\varphi_1 = I_0(x),$$

можем записать

$$T(r, z, \tau) = \frac{2q2\pi}{c\rho(2\sqrt{\pi a})^3} \int_0^\tau \int_0^R \frac{\exp\left[-\frac{r^2 + r_1^2 + z^2}{4au}\right]}{u^{3/2}} I_0\left[\frac{r_1 r}{2au}\right] r_1 dr_1 du, \quad (4.2)$$

где  $I_0[x]$  – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

Для точек, лежащих на оси ( $r = 0$ ), будем иметь

$$T(0, z, \tau) = \frac{2q2\pi}{c\rho(2\sqrt{\pi a})^3} \int_0^\tau \int_0^R \frac{\exp\left[-\frac{r_1^2 + z^2}{4au}\right]}{u^{3/2}} r_1 dr_1 du.$$

С учетом того, что

$$\int_0^R r_1 \exp\left[-\frac{r_1^2}{4au}\right] dr_1 = 2au \left(1 - \exp\left[-\frac{R^2}{4au}\right]\right),$$

можем записать

$$T(0, z, \tau) = \frac{2q2\pi2a}{c\rho(2\sqrt{\pi a})} \int_0^\tau \frac{\left(1 - \exp\left[-\frac{R^2}{4au}\right]\right) \exp\left[-\frac{z^2}{4au}\right]}{u^{1/2}} du.$$

Рассмотрим интеграл:

$$\int_0^x \frac{\exp\left[-\frac{k^2}{x}\right]}{x^{1/2}} dx = \left. \begin{array}{l} y = \frac{k}{x^{1/2}} \\ x = \frac{k^2}{y^2} \\ dx = -2k^2 \frac{dy}{y^3} \\ 0 < x < X \\ \infty > y > \frac{k}{\sqrt{X}} \end{array} \right| = 2k \int_{\frac{k}{\sqrt{X}}}^\infty \frac{\exp[-y^2]}{y^2} dy = \left. \begin{array}{l} u = \exp[-y^2] \\ dv = \frac{dy}{y^2} \\ du = -2y \exp[-y^2] \\ v = -\frac{1}{y} \end{array} \right| =$$

$$= -2k \frac{\exp[-y^2]}{y} \Big|_{\frac{k}{\sqrt{X}}}^\infty - 4k \int_{\frac{k}{\sqrt{X}}}^\infty \exp[-y^2] dy = 2\sqrt{X} \exp\left[-\frac{k^2}{X}\right] - 2\sqrt{\pi} \operatorname{kerfc}\left[\frac{k}{\sqrt{X}}\right] = 2\sqrt{\pi X} \operatorname{ierfc}\left[\frac{k}{\sqrt{X}}\right].$$

С учетом последнего выражения можем окончательно записать формулу, определяющую закономерности распространения тепла от круглого плоского нагревателя в полупространстве по оси  $z$  [5, 52], т.е.

$$T(0, z, \tau) = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda} \left( \operatorname{ierfc}\left[\frac{z}{2\sqrt{a\tau}}\right] - \operatorname{ierfc}\left[\frac{\sqrt{R^2 + z^2}}{2\sqrt{a\tau}}\right] \right). \quad (4.3)$$

Температура центра нагревателя ( $r = 0, z = 0$ ) будет определяться выражением

$$T(0, 0, \tau) = \frac{2q\sqrt{a\tau}}{\lambda} \left( \frac{1}{\sqrt{\pi}} - \operatorname{ierfc}\left[\frac{R}{2\sqrt{a\tau}}\right] \right). \quad (4.4)$$

Рассмотрим поведение данной функции при больших и малых значениях  $\tau$ . При малых  $\tau$  величина  $\operatorname{ierfc}\left[\frac{R}{2\sqrt{a\tau}}\right] \ll \frac{1}{\sqrt{\pi}}$  и ею можно пренебречь. С учетом того, что  $\varepsilon = \frac{\lambda}{\sqrt{a}}$  ( $\varepsilon$  – тепловая активность материала), при малых значениях  $\tau$  выражение (4.4) принимает вид

$$T(0, 0, \tau) \approx \frac{2q\sqrt{\tau}}{\varepsilon\sqrt{\pi}}. \quad (4.5)$$

Для анализа выражения (4.4) при больших  $\tau$  представим его в виде

$$T(0, 0, \tau) = \frac{qR}{\lambda} \left( \frac{2\sqrt{a\tau}}{\sqrt{\pi}} \left( 1 - \exp\left[-\frac{R^2}{4a\tau}\right] \right) + \operatorname{erfc}\left[\frac{R}{2\sqrt{a\tau}}\right] \right). \quad (4.6)$$

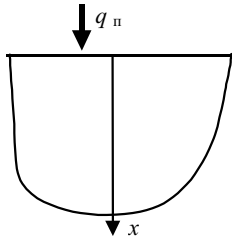
Тогда в области больших  $\tau$  имеет место

$$T(0, 0, \tau) \approx \frac{qR}{\lambda} \left( 1 - \frac{R}{2\sqrt{\pi a\tau}} \right). \quad (4.7)$$

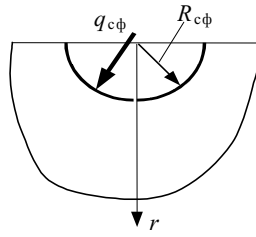
Зависимости средней по нагревателю температуры  $S$  при малых и больших  $\tau$  будут соответственно [5]:

$$S(\tau) \approx \frac{2q\sqrt{\tau}}{\varepsilon\sqrt{\pi}}, \quad (4.7, a)$$

$$S(\tau) \approx \frac{2qR}{\lambda} \left( \frac{4}{3\pi} - \frac{R}{4\sqrt{\pi a \tau}} \right). \quad (4.7, б)$$



**Рис. 4.3** Плоское  
Сферическое  
полупространство



**Рис. 4.4**

Рассмотрим закономерности развития тепловых процессов в плоском (рис. 4.3) и в сферическом (рис. 4.4) полупространствах.

В случае плоского полупространства (рис. 4.3) температура ограничивающей поверхности ( $x = 0$ ) при действии источника тепла постоянной мощности  $q_{пл}$  будет определяться выражением [10]

$$T_{пл}(0, \tau) = \frac{2q_{пл}\sqrt{\tau}}{\varepsilon\sqrt{\pi}}. \quad (4.8)$$

В случае сферического полупространства (рис. 4.4) температура поверхности ( $r = R_{сф}$ ), где действует источник тепла постоянной мощности, определяется формулой [5, 11]

$$T_{сф}(R_{сф}, \tau) = \frac{q_{сф}R_{сф}}{\lambda} \left( 1 - \exp\left[ \frac{a\tau}{R_{сф}^2} \right] \operatorname{erfc}\left[ \sqrt{\frac{a\tau}{R_{сф}^2}} \right] \right). \quad (4.9)$$

При больших  $\tau$  это выражение имеет вид

$$T_{сф}(R_{сф}, \tau) \approx \frac{q_{сф}R_{сф}}{\lambda} \left( 1 - \frac{R_{сф}}{\sqrt{\pi a \tau}} \right). \quad (4.10)$$

Сравнив выражения (4.5), (4.7, а), (4.8) и (4.7), (4.7, б), (4.10), можно сделать вывод о том, что при малых  $\tau$  развитие теплового процесса на начальной стадии от ограниченного плоского нагревателя будет аналогично развитию теплового процесса в плоском полупространстве, а при больших  $\tau$  - аналогично процессам, протекающим в сферическом полупространстве.

В реальном эксперименте на тепловой процесс будут оказывать влияние не только ТФХ исследуемого материала, но и некоторые другие факторы. Отметим наиболее важные из них. Это – теплоотдача в материал зонда, теплоемкость нагревателя и термические сопротивления. Для получения расчетных выражений при определении ТФХ исследуемых материалов с учетом данных факторов воспользуемся приведенной выше аналогией тепловых процессов, т.е., для учета теплоемкости нагревателя и теплоотдачи в материал зонда на начальной стадии развития теплового процесса будем рассматривать задачу о распространении тепла в плоском полупространстве, а при больших  $\tau$  будем считать, что нагреватель представляет собой полусферу (или сферу).

С целью учета теплоемкости нагревателя на начальной стадии решим следующую задачу.

*Задача.* Дано полуограниченное тело при температуре  $T(x, 0) = 0$ . На ограничивающей поверхности постоянно действует источник тепла с удельной поверхностной мощностью  $q$ , имеющий теплоемкость  $c_n$  (рис. 4.5). Требуется найти распределение температурного поля в данной системе в любой момент времени. В математической форме эта задача записывается следующим образом:

$$\frac{\partial T(x, \tau)}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T(x, \tau)}{\partial x^2}, \quad (x \geq 0, \quad \tau \geq 0); \quad (4.11)$$

$$\text{начальные условия:} \quad T(x, 0) = 0; \quad (4.12)$$

$$\text{граничные условия:} \quad T(\infty, \tau) = 0; \quad (4.13)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial x} = q - c_n \frac{\partial T(0, \tau)}{\partial \tau}. \quad (4.14)$$

Применив преобразование Лапласа к уравнению (4.11) с учетом (4.12), получим дифференциальное уравнение

$$pT(x, p) = a \frac{d^2 T(x, p)}{dx^2}.$$

Решение его можно записать в виде

$$T(x, p) = A \exp\left[\sqrt{\frac{p}{a}} x\right] + B \exp\left[-\sqrt{\frac{p}{a}} x\right].$$

С учетом условия (4.13) постоянная  $A = 0$ . Постоянную  $B$  найдем из условия (4.14), которое в области преобразования Лапласа примет вид

$$-\lambda \frac{dT(0, p)}{dx} = \frac{q}{p} - c_n p T(0, p).$$

В результате получим решение задачи, преобразованное по Лапласу:

$$T(x, p) = \frac{q}{c_n} \frac{\exp\left[-\frac{x}{\sqrt{a}} \sqrt{p}\right]}{p^{3/2} \left(\sqrt{p} + \frac{\varepsilon}{c_n}\right)}.$$

Выполнив обратное преобразование Лапласа, получим следующее выражение:

$$T(x, \tau) = \frac{2q\sqrt{\tau}}{\varepsilon} \operatorname{ierfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right] - \frac{qc_n}{\varepsilon^2} \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}}\right] + \frac{qc_n}{\varepsilon^2} \exp\left[\frac{\varepsilon x}{c_n \sqrt{a}} + \frac{\varepsilon^2}{c_n^2} \tau\right] \operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{a\tau}} + \frac{\varepsilon}{c_n} \sqrt{\tau}\right],$$

или для поверхностного слоя ( $x = 0$ ):

$$T(0, \tau) = \frac{2q\sqrt{\tau}}{\varepsilon\sqrt{\pi}} - \frac{qc_n}{\varepsilon^2} + \frac{qc_n}{\varepsilon^2} \exp\left[\frac{\varepsilon^2}{c_n^2} \tau\right] \operatorname{erfc}\left[\frac{\varepsilon}{c_n} \sqrt{\tau}\right]. \quad (4.15)$$

В области больших значений  $\frac{\varepsilon}{c_n} \sqrt{\tau}$  зависимость (4.15) преобразуется к виду

$$T(0, \tau) = \frac{2q\sqrt{\tau}}{\varepsilon\sqrt{\pi}} - \frac{qc_n}{\varepsilon^2}. \quad (4.16)$$

Для учета теплоотдачи в материал зонда воспользуемся известной формулой о распределении тепла в системе, состоящей из двух полуограниченных тел, находящихся в идеальном тепловом контакте, и на границе раздела которых действует источник тепла постоянной мощности [10]. Температура границы раздела такой системы будет определяться выражением [10]

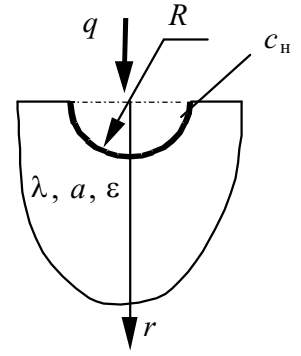
$$T(0, \tau) = \frac{2q\sqrt{\tau}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sqrt{\pi}}, \quad (4.17)$$

где  $\varepsilon_1, \varepsilon_2$  – тепловые активности соответственно первого и второго из контактирующих тел.

Таким образом, теплоемкость нагревателя и теплоотдача в материал зонда на начальной стадии учитываются уравнениями (4.15) и (4.17).

Рассмотрим влияние теплоемкости нагревателя на ход развития теплового процесса при больших  $\tau$  с помощью следующей задачи.

**Задача.** Тепловая система (рис. 4.6) представляет собой полуограниченное тело при температуре  $T(x, 0) = 0$ , на полусферической поверхности (радиуса  $R$ ) которого постоянно действует источник тепла с удельной поверхностной мощностью  $q$  и теплоемкостью  $c_n$ . Требуется найти распределение температурного поля в данной системе в любой момент времени. Математически задача может быть записана в следующем виде:



**Рис. 4.6**

$$\frac{\partial T(r, \tau)}{\partial \tau} = a \left( \frac{\partial^2 T(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (r \geq R, \quad \tau \geq 0); \quad (4.18)$$

начальные условия:  $T(r, 0) = 0;$  (4.19)

граничные условия:  $T(\infty, \tau) = 0;$  (4.20)

$$-\lambda \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial r} = q - c_n \frac{\partial T(R, \tau)}{\partial \tau}. \quad (4.21)$$

Для решения задачи также используем метод преобразования Лапласа. Представим (4.18) в виде

$$\frac{\partial [rT(r, \tau)]}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 [rT(r, \tau)]}{\partial r^2}$$

и преобразуем его по Лапласу, т.е.

$$prT(r, p) = a \frac{d^2 [rT(r, p)]}{dr^2}. \quad (4.21, a)$$

Решение этого дифференциального уравнения имеет вид

$$T(r, p) = \frac{A}{r} \exp \left[ -\sqrt{\frac{p}{a}} r \right] + \frac{B}{r} \exp \left[ \sqrt{\frac{p}{a}} r \right].$$

Постоянная  $B = 0$  (по условию (4.20)), а постоянную  $A$  найдем из выражения (4.21), которое в области преобразований Лапласа имеет вид

$$-\lambda \frac{dT(R, p)}{dr} = \frac{q}{p} - c_n p T(R, p).$$

В результате получаем решение дифференциального уравнения (4.21, a)

$$T(r, p) = \frac{qR \exp \left[ -(r-R) \sqrt{\frac{p}{a}} \right]}{c_n r p \left( p + \frac{\varepsilon}{c_n} \sqrt{p} + \frac{\lambda}{R c_n} \right)}.$$

Переходя от изображения к оригиналу, запишем выражение для температуры поверхности полусферической полости ( $r = R$ ):

$$T(R, \tau) = \frac{qR}{\lambda} + \frac{q}{c_n (\alpha - \beta) \alpha} \exp[\alpha^2 \tau] \operatorname{erfc}[-\alpha \sqrt{\tau}] + \frac{q}{c_n (\beta - \alpha) \beta} \exp[\beta^2 \tau] \operatorname{erfc}[-\beta \sqrt{\tau}];$$

здесь  $\alpha \beta = \frac{\lambda}{R c_n}$ ,  $(\alpha + \beta) = -\frac{\varepsilon}{c_n}$ .

При больших  $(\alpha^2 \tau)$  и  $(\beta^2 \tau)$  выражение упрощается (используем разложение  $\operatorname{erfc}(x)$  в степенной ряд для больших  $x$ ) и примет вид

$$T(R, \tau) = \frac{qR}{\lambda} \left( 1 - \frac{R}{\sqrt{\pi a \tau}} \right). \quad (4.21, б)$$

Отсюда можно сделать вывод о том (см. (4.7) и (4.10)), что теплоемкостью нагревателя при больших  $\tau$  можно пренебречь.

Для учета теплоотдачи в материал зонда при больших  $\tau$  решим следующую задачу.

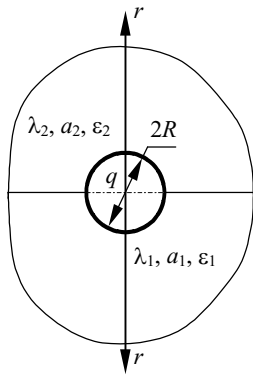


Рис. 4.7

*Задача.* Два полуограниченных тела при температуре  $T(x, 0) = 0$  находятся в контакте (см. рис. 4.7). Соприкасающиеся поверхности тел теплоизолированные. В области контакта действует сферический источник тепла удельной поверхностной мощности  $q$  и радиуса  $R$ . Необходимо найти распределение температурного поля в данной системе в любой момент времени. В математической форме задача выглядит так:

$$\frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial \tau} = a_1 \left( \frac{\partial^2 T_1(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_1(r, \tau)}{\partial r} \right), \quad (r \geq R, \quad \tau \geq 0);$$

$$\frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial \tau} = a_2 \left( \frac{\partial^2 T_2(r, \tau)}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial T_2(r, \tau)}{\partial r} \right),$$

$$(r \geq R, \quad \tau \geq 0);$$

начальные условия:

$$T_1(r, 0) = T_2(r, 0) = 0;$$

граничные условия:

$$T_1(\infty, \tau) = T_2(\infty, \tau) = 0;$$

$$T_1(R, \tau) = T_2(R, \tau);$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1(R, \tau)}{\partial r} - \lambda_2 \frac{\partial T_2(R, \tau)}{\partial r} = q.$$

Решая данную задачу аналогично предыдущей, для одного тела можно записать

$$T_1(r, p) = \frac{qR \exp \left[ -(r-R) \sqrt{\frac{p}{a_1}} \right]}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) r p \left( \sqrt{p} + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)}{R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \right)},$$

или переходя от изображения к оригиналу:

$$T_1(r, \tau) = \frac{qR^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)r} \left( \operatorname{erfc} \left[ \frac{r-R}{2\sqrt{a_1\tau}} \right] - \exp \left[ \frac{r-R}{\sqrt{a_1}} \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} + \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{R^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \tau \right] \times \right. \\ \left. \times \operatorname{erfc} \left[ \frac{r-R}{2\sqrt{a_1\tau}} + \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \sqrt{\tau} \right] \right).$$

Температура поверхности полости ( $r = R$ ) определяется выражением

$$T(R, \tau) = \frac{qR}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \exp \left[ \frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{R^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \tau \right] \operatorname{erfc} \left[ \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} \sqrt{\tau} \right] \right).$$

Используя разложение  $\operatorname{erfc}(x)$  в степенной ряд при больших значениях  $\frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}{R^2(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)^2} \tau$ ,

окончательно получаем

$$T(R, \tau) = \frac{qR}{\lambda_1 + \lambda_2} \left( 1 - \frac{R(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}{\sqrt{\pi\tau}(\lambda_1 + \lambda_2)} \right), \quad (4.22)$$

где  $\lambda_1, \varepsilon_1$  и  $\lambda_2, \varepsilon_2$  – соответственно, теплопроводности и тепловые активности первого и второго из контактирующих тел.

На основании вышеизложенного можно сделать вывод о характере теплового процесса, происходящего в системе зонд-нагреватель-образец, и записать расчетные выражения для определения ТФХ исследуемого материала.

Динамику теплового процесса в системе зонд-образец будет характеризоваться входным воздействием (мощностью, выделяющуюся на единицу площади нагревателя –  $q$ ), выходной переменной ( $T(\tau)$ ), переменными состояниями системы ( $h_1, h_2, \dots, h_n$ ). В качестве такой переменной состояния можно выбрать отношение теплового потока  $q_o$ , поступающего в образец, к мощности, выделяющейся на единицу площади нагревателя  $q$  или отношение теплового потока  $q_3$ , поступающего в зонд, к мощности, выделяющейся на единицу площади нагревателя  $q$  (рис. 4.8).



В общем случае на термограммах (рис. 4.9) на основании характера поведения переменной состояния можно выделить пять участков, соответствующих различным состояниям функционирования системы (рис. 4.8).

Первому (I) участку термограммы (состояние  $h_1$ ) соответствует одномерное температурное поле в образце (тепло распространяется только вдоль оси  $z$ ). Тепловой поток, поступающий в образец, изменяется во времени, так как нагреватель обладает инерционностью и присутствует термическое сопротивление между нагревателем и образцом, т.е.  $h_1$ :

$$\nabla^2 T \approx \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \approx 0 \right), q_0 = \text{var}, q_0 + q_3 \neq q,$$

где  $z, r$  – координаты;  $q_0, q_3$  – тепловые потоки, поступающие в образец и зонд соответственно.

Второму (II) участку термограммы (состояние  $h_2$ ) отвечает одномерное температурное поле в образце, но процесс проходит стадию регуляризации. Тепловые потоки, поступающие в образец и зонд, практически становятся постоянными, т.е.  $h_2$ :

$$\nabla^2 T \approx \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \left( \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \approx 0 \right), q_0 = \text{const}, q_0 + q_3 \approx q \left( \frac{q_0}{q_3} \approx \frac{\varepsilon'}{\varepsilon} \right),$$

где  $\varepsilon, \varepsilon'$  – тепловые активности исследуемого материала и материала зонда.

Термограмма на II участке описывается уравнением вида (см. (4.5), (4.8), (4.16), (4.17))

$$T(t') = \frac{2qt'}{(\varepsilon + \varepsilon')\sqrt{\pi}} - \frac{qc_n}{(\varepsilon + \varepsilon')^2}, \quad (4.23)$$

где  $t' = \sqrt{\tau}$ .

Как видно из выражения (4.23), на термограмме II участку будет соответствовать прямолинейный участок в координатах  $T = T(t')$  (рис. 4.5).

Третьему (III) участку термограммы (состояние  $h_3$ ) соответствует двухмерное температурное поле в образце, поскольку нельзя пренебречь распространением тепла в радиальном направлении (вдоль оси  $r$ ). Тепловой поток  $q_0$ , поступающий в образец, снова становится переменным и поэтому  $h_3$ :

$$\nabla^2 T \approx \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}, q_0 = \text{var}, q_3 = \text{var}.$$

Четвертому (IV) участку термограммы (состояние  $h_4$ ) соответствует тепловой процесс в образце, который проходит стадию регуляризации. Тепловой поток  $q_0$  становится практически постоянным, т.е.  $h_4$ :

$$\nabla^2 T \approx \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r}, q_0 = \text{const}, q_0 + q_3 \approx q \left( \frac{q_0}{q_3} \approx \frac{\lambda'}{\lambda} \right),$$

здесь  $\lambda, \lambda'$  – теплопроводности исследуемого материала и материала зонда.

Уравнение, описывающее этот участок термограммы, имеет вид (см. (4.7), (4.7, б), (4.10), (4.21, б), (4.22))

$$T(t'') = \frac{qR}{\lambda + \lambda'} \left( 1 - \frac{R(\varepsilon + \varepsilon')}{\sqrt{\pi}(\lambda + \lambda')} t'' \right), \quad (4.24)$$

где  $t'' = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$ .

Как видно из выражения (4.24), на термограмме IV участку будет соответствовать прямолинейный участок в координатах  $T = T(t'')$  (рис. 4.11).

Пятому (V) участку термограммы соответствует тепловой процесс, в котором нарушаются условия неограниченности образца или зонда. Тепловой поток  $q_0$  опять становится переменным, т.е.  $h_5$ :

$$q_0 = \text{var}, q_3 = \text{var}.$$

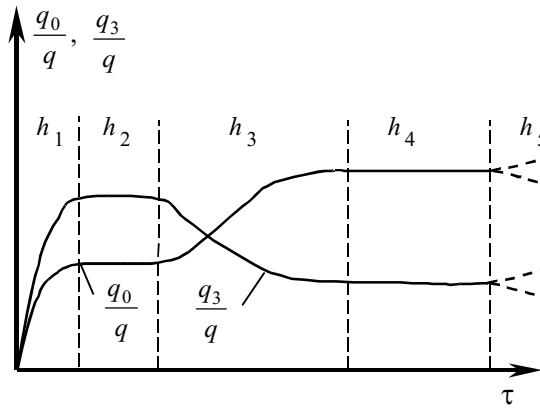


Рис. 4.8 Изменение переменных состояния в процессе эксперимента при выполнении условий:  $\varepsilon < \varepsilon'$ ,  $\lambda > \lambda'$

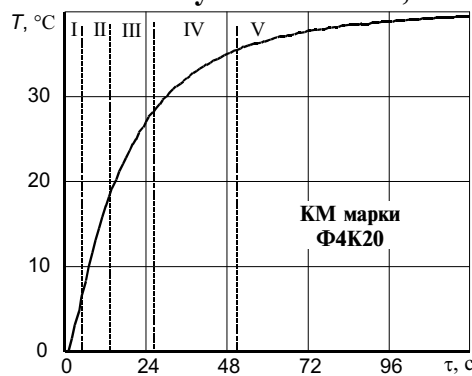


Рис. 4.9 Участки термограммы для композиционного материала (КМ) – коксонаполненного фторопласта (марки Ф4К20)

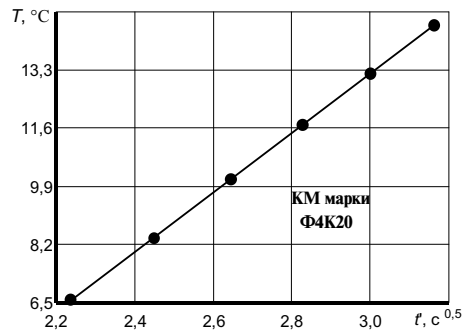


Рис 4.10 II-ой участок термограммы в координатах  $T = T(t)$

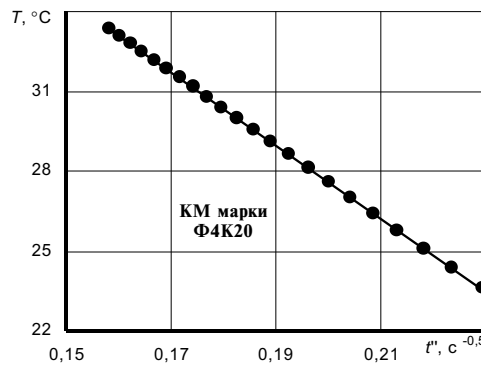


Рис. 4.11 IV-й участок термограммы в координатах  $T = T(t'')$

#### 4.2 Расчетные выражения и основные операции при определении теплофизических характеристик

Основными расчетными соотношениями будут выражения (4.23) и (4.24), согласно которым для определения ТФХ необходимо знать следующие величины: мощность на единицу площади нагревателя  $q$ , радиус нагревателя  $R$ , поправки на теплопроводность ( $\lambda'$ ) и тепловую активность ( $\varepsilon'$ ) зонда. Определить последние можно двумя способами.

Первый способ предполагает определение поправок исходя из физического смысла величин. Однако, это связано с определенными трудностями по расчету  $q$  и  $R$  (форма нагревателя не является абсолютно круглой, размеры его небольшие), а также величин  $\lambda'$  и  $\varepsilon'$  (в тепловом отношении термоприемник может не являться малым, ТФХ материала подложки зонда известны приближенно). Кроме того, при получении расчетного соотношения (4.24) круглый нагреватель был заменен эквивалентным ему сферическим нагревателем, т.е. в выражение (4.24) входят не собственно значения величин  $q$  и  $R$ , а эквивалентные им величины, соответствующие сферическому нагревателю (см. формулы (4.7), (4.7, б), (4.10)).

Второй способ предполагает определение постоянных прибора с помощью проведения градуировочных экспериментов на образцах с известными ТФХ. Для данного метода достаточно двух таких образцов.

Для расчета ТФХ по экспериментальным данным выражения (4.23) и (4.24) преобразуем к виду:

$$T(t') = d_1 t' + d_0, \quad (4.25)$$

$$T(t'') = b_1 t'' + b_0, \quad (4.26)$$

где  $d_1 = \frac{A_1}{(\varepsilon + \varepsilon')}$ ,  $d_0 = -\frac{B_1}{(\varepsilon + \varepsilon')^2}$ ,  $b_1 = -\frac{B_2^2(\varepsilon + \varepsilon')}{A_2(\lambda + \lambda')^2}$ ,  $b_0 = \frac{B_2}{(\lambda + \lambda')}$  – параметры моделей, описывающих термограмму на II и IV участках;  $A_1 = \frac{2q}{\sqrt{\pi}}$ ,  $B_1 = qc$ ,  $A_2 = q\sqrt{\pi}$ ,  $B_2 = qR$  – постоянные прибора, определяемые конструктивными особенностями применяемого устройства и режимами опыта,  $t' = \sqrt{\tau}$ ,  $t'' = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$ .

Значения коэффициентов  $d_1$ ,  $d_0$ ,  $b_1$ ,  $b_0$  определяются по термограммам (рис. 4.10, 4.11), а значения  $A_1$ ,  $B_1$ ,  $A_2$ ,  $B_2$ ,  $\varepsilon'$ ,  $\lambda'$  – из градуировочных экспериментов. Выражения для вычисления  $\varepsilon$  и постоянных прибора на II участке термограммы (рис. 4.10) имеют вид:

$$A_1 = \frac{d_{11}d_{12}}{d_{12} - d_{11}}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \quad (4.27)$$

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_1 d_{11} - \varepsilon_2 d_{12}}{d_{12} - d_{11}}; \quad (4.28)$$

$$\varepsilon = \frac{A_1}{d_1} - \varepsilon'; \quad (4.29)$$

здесь  $\varepsilon$ ,  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  – тепловые активности исследуемого материала и образцовых мер ТФХ;  $d_1$ ,  $d_{11}$ ,  $d_{12}$  – коэффициенты, определенные из термограмм, снятых на исследуемом материале и на образцовых мерах, согласно уравнению (4.25);  $A_1$ ,  $\varepsilon'$  – постоянные прибора.

Выражения для вычисления  $\varepsilon$ ,  $\lambda$  и постоянных прибора на IV участке термограммы (рис. 4.11) имеют вид:

$$A_2 = \frac{b_{02}^2 b_{01}^2}{b_{12} b_{01}^2 - b_{11} b_{02}^2}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2); \quad (4.30)$$

$$\varepsilon' = \frac{\varepsilon_1 b_{01}^2 b_{12} - \varepsilon_2 b_{02}^2 b_{11}}{b_{02}^2 b_{11} - b_{01}^2 b_{12}}; \quad (4.31)$$

$$\varepsilon = \frac{b_1}{b_0^2} A_2 - \varepsilon'; \quad (4.32)$$

$$B_2 = \frac{b_{01} b_{02}}{b_{02} - b_{01}}(\lambda_1 - \lambda_2); \quad (4.33)$$

$$\lambda' = \frac{\lambda_1 b_{01} - \lambda_2 b_{02}}{b_{02} - b_{01}}; \quad (4.34)$$

$$\lambda = \frac{B_2}{b_0} - \lambda'. \quad (4.35)$$

где  $\lambda, \lambda_1, \lambda_2$  – теплопроводности исследуемого материала и образцовых мер ТФХ;  $b_0, b_{01}, b_{02}, b_1, b_{11}, b_{12}$  – коэффициенты, определенные из термограмм, снятых на исследуемом материале и на образцовых мерах согласно уравнению (4.26);  $A_2, B_2, \varepsilon', \lambda'$  – константы прибора.

Теперь можно записать основные операции по определению ТФХ в виде следующей последовательности действий.

I Градуировка прибора:

- снятие термограммы на первом образце с известными ТФХ;
- определение рабочих участков термограммы (II и IV);
- расчет по ним коэффициентов  $d_{11}, b_{01}, b_{11}$ ;
- снятие термограммы на втором образце с известными ТФХ;
- определение рабочих участков термограммы (II и IV);
- расчет по ним коэффициентов  $d_{12}, b_{02}, b_{12}$ ;
- расчет постоянных прибора согласно выражениям (4.27), (4.28), (4.30), (4.31), (4.33), (4.34).

II Определение ТФХ исследуемого материала:

- снятие термограммы на исследуемом образце;
- определение рабочих участков термограммы (II и IV);
- расчет по ним коэффициентов  $d_1, b_0, b_1$ ;
- расчет ТФХ материала согласно выражениям (4.29), (4.32), (4.35).

### 4.3 Оценка погрешностей измерения ТФХ

#### 4.3.1 Оценка случайных погрешностей

Проведем оценку случайных погрешностей измерения ТФХ материалов. Для этого запишем уравнения, связывающие погрешность определения параметров моделей с погрешностью определения ТФХ. Применяв основные результаты теории погрешности измерения физических величин [67, 74 – 78, 81], получим следующие выражения.

- для II-го участка:

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{(\delta^2 A_1 + \delta^2 d_1) \left( \frac{A_1}{d_1} \right)^2 + \Delta^2 \varepsilon'}; \quad (4.36)$$

$$\delta A_1 = \sqrt{\delta^2 d_{11} + \delta^2 d_{12} + \frac{\Delta^2 \varepsilon_1 + \Delta^2 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} + \frac{\Delta^2 d_{12} + \Delta^2 d_{11}}{(d_{12} - d_{11})^2}}; \quad (4.37)$$

$$\delta \varepsilon' = \sqrt{\frac{(\delta^2 \varepsilon_1 + \delta^2 d_{11})(d_{11} \varepsilon_1)^2 + (\delta^2 \varepsilon_2 + \delta^2 d_{12})(d_{12} \varepsilon_2)^2}{(\varepsilon_1 d_{11} - \varepsilon_2 d_{12})^2} + \frac{\Delta^2 d_{12} + \Delta^2 d_{11}}{(d_{12} - d_{11})^2}}. \quad (4.38)$$

- для IV-го участка:

$$\Delta \varepsilon = \sqrt{(\delta^2 b_1 + 4\delta^2 b_0 + \delta^2 A_2) \left( \frac{A_2 b_1}{b_0^2} \right)^2 + \Delta^2 \varepsilon'}; \quad (4.39)$$

$$\delta A_2 = \sqrt{4(\delta^2 b_{01} + \delta^2 b_{02}) + \frac{\Delta^2 \varepsilon_1 + \Delta^2 \varepsilon_2}{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)^2} + \frac{(4\delta^2 b_{01} + \delta^2 b_{12})(b_{12} b_{01}^2)^2 + (4\delta^2 b_{02} + \delta^2 b_{11})(b_{11} b_{02}^2)^2}{(b_{12} b_{01}^2 - b_{11} b_{02}^2)^2}}; \quad (4.40)$$

$$\delta \varepsilon' = \sqrt{\frac{(\delta^2 \varepsilon_1 + 4\delta^2 b_{01} + \delta^2 b_{12})(\varepsilon_1 b_{01}^2 b_{12})^2}{(\varepsilon_1 b_{01}^2 b_{12} - \varepsilon_2 b_{02}^2 b_{11})^2} + \frac{(\delta^2 \varepsilon_2 + 4\delta^2 b_{02} + \delta^2 b_{11})(\varepsilon_2 b_{02}^2 b_{11})^2}{(\varepsilon_1 b_{01}^2 b_{12} - \varepsilon_2 b_{02}^2 b_{11})^2} + \frac{(4\delta^2 b_{02} + \delta^2 b_{11})(b_{02}^2 b_{11})^2 + (4\delta^2 b_{01} + \delta^2 b_{12})(b_{01}^2 b_{12})^2}{(b_{02}^2 b_{11} - b_{01}^2 b_{12})^2}} \quad (4.41)$$

$$\Delta \lambda = \sqrt{(\delta^2 B_2 + \delta^2 b_0) \left( \frac{B_2}{b_0} \right)^2 + \Delta^2 \lambda'}, \quad (4.42)$$

$$\delta B_2 = \sqrt{\delta^2 b_{01} + \delta^2 b_{02} + \frac{\Delta^2 b_{02} + \Delta^2 b_{01}}{(b_{02} - b_{01})^2} + \frac{\Delta^2 \lambda_1 + \Delta^2 \lambda_2}{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}}, \quad (4.43)$$

$$\delta \lambda' = \sqrt{\frac{(\delta^2 \lambda_1 + \delta^2 b_{01})(b_{01} \lambda_1)^2 + (\delta^2 \lambda_2 + \delta^2 b_{02})(b_{02} \lambda_2)^2}{(\lambda_1 b_{01} - \lambda_2 b_{02})^2} + \frac{\Delta^2 b_{02} + \Delta^2 b_{01}}{(b_{02} - b_{01})^2}}. \quad (4.44)$$

Сравнив формулы (4.36), (4.37), (4.38) с формулами (4.39) – (4.44), можем видеть, что структура погрешности определения ТФХ по II и IV участкам термограмм аналогичны. Поэтому, результаты анализа влияния различных факторов на погрешность определения ТФХ по II и IV участкам термограммы будут также аналогичны.

Проведем анализ того, как будут влиять на погрешность измерения тепловой активности по II участку термограммы погрешности величин, необходимых для расчета тепловой активности, а именно: погрешность определения коэффициента  $d_1$  ( $\Delta d_1$ ); погрешность расчета констант прибора  $A_1$ ,  $\varepsilon'$  ( $\Delta A_1$ ,  $\Delta \varepsilon'$ ) (погрешность градуировки), которые в свою очередь будут складываться из погрешности определения коэффициентов  $d_{11}$ ,  $d_{12}$  ( $\Delta d_{11}$ ,  $\Delta d_{12}$ ) и неточности информации о значениях  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  ( $\delta \varepsilon_1$ ,  $\delta \varepsilon_2$ ) образцовых мер ТФХ.

Рассмотрим влияние погрешности  $\Delta d_1$  на определение  $\varepsilon$ . Примем  $\Delta A_1 = 0$  и  $\Delta \varepsilon' = 0$ . Тогда из выражения (4.36) с учетом формулы (4.29) следует

$$\delta \varepsilon = \frac{\Delta d_1}{A_1} \frac{(\varepsilon + \varepsilon')^2}{\varepsilon}. \quad (4.45)$$

Анализ данного выражения показывает, что погрешность определения  $\varepsilon$  можно снизить:

- во-первых, за счет уменьшения  $\Delta d_1$ , путем уменьшения интервала  $\Delta \tau$  между измерениями температуры  $T$  (для расчета  $d_1$  используется метод наименьших квадратов и  $d_1$  будет определено тем точнее, чем больше точек экспериментальной кривой будет использоваться);
- во-вторых, за счет увеличения мощности на нагревателе (в разумных пределах), так как  $A_1 \sim q_1$ ;
- в-третьих, из выражения (4.45) видно, что относительная погрешность определения  $\varepsilon$  зависит от значения  $\varepsilon$ . Минимум  $\delta \varepsilon$  будет соответствовать  $\varepsilon = \varepsilon'$ , а увеличение  $\delta \varepsilon$  при  $\varepsilon < \varepsilon'$  будет значительно больше, чем при  $\varepsilon > \varepsilon'$  (рис. 4.12, кривая I).

Это объясняется следующим. При нагреве часть тепла пойдет на нагрев исследуемого образца, а часть тепла – на нагрев зонда. Причем, чем больше тепловая активность материала зонда по сравнению с тепловой активностью исследуемого материала, тем больше тепла пойдет на нагрев зонда и тем больше именно тепловые свойства зонда будут определять ход термограммы ( $\varepsilon'$  – суть тепловая активность материала зонда) и, соответственно, тем менее точным окажется расчет тепловой активности зонда. С другой стороны, чем больше

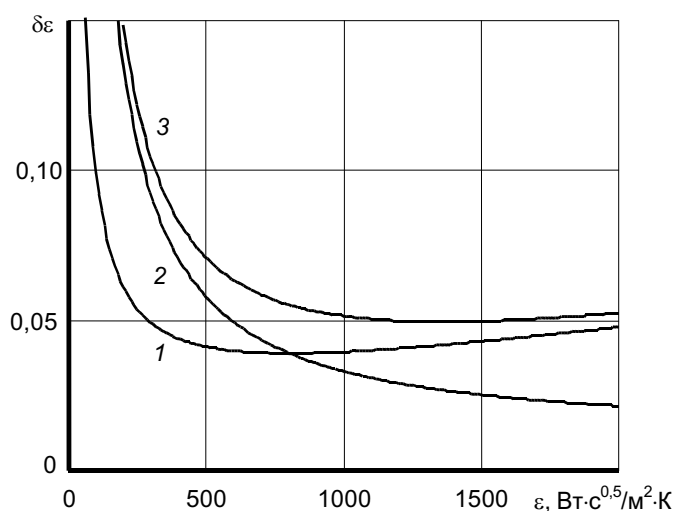
выделяется тепла на единицу площади нагревателя (величина  $A_1$ , как указывалось выше, пропорциональна мощности на единицу площади нагревателя), тем быстрее будет расти температура нагревателя и тем "ярче" будут выражены на термограмме теплофизические характеристики исследуемого материала ( $a$ , заодно, и материала зонда).

Для анализа погрешности градуировки, связанной с неточностью информации о ТФХ образцовых мер, будем считать, что в выражениях (4.36), (4.37), (4.38) –  $\Delta d_{11} = 0$ ,  $\Delta d_{12} = 0$ ,  $\Delta d_1 = 0$ . Тогда из формулы (4.38) с учетом (4.29) имеем

$$\delta \varepsilon' = \frac{\sqrt{\Delta^2 \varepsilon_1 (\varepsilon_2 + \varepsilon')^2 + \Delta^2 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon')^2}}{\varepsilon' |\varepsilon_1 - \varepsilon_2|},$$

а из выражения (4.37)

$$\delta A_1 = \frac{\sqrt{\Delta^2 \varepsilon_1 + \Delta^2 \varepsilon_2}}{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}.$$



**Рис. 4.12** Зависимость  $\delta \varepsilon = f(\varepsilon)$  для II участка: 1 - с учетом  $\Delta d_1$  по формуле (4.45); 2 - с учетом градуировки по формуле (4.46); 3 - общая, по формуле (4.36)

Подставив  $\delta A_1$  в формулу (4.36), получим следующее выражение:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\sqrt{(\Delta^2 \varepsilon_1 + \Delta^2 \varepsilon_2) (\varepsilon + \varepsilon')^2 + \Delta^2 \varepsilon_1 (\varepsilon_2 + \varepsilon')^2 + \Delta^2 \varepsilon_2 (\varepsilon_1 + \varepsilon')^2}}{|\varepsilon_1 - \varepsilon_2|}. \quad (4.46)$$

Будем считать, что  $\delta \varepsilon_1 \approx \delta \varepsilon_2$  и  $\varepsilon_1 < \varepsilon_2$ , тогда  $\Delta \varepsilon_1 < \Delta \varepsilon_2$ . После упрощений имеет место неравенство:

$$\frac{\Delta \varepsilon_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \left( \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon'}{\varepsilon} \right) < \delta \varepsilon < \frac{\Delta \varepsilon_2}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1} \left( \sqrt{2} + \frac{(2 + \sqrt{2}) \varepsilon'}{\varepsilon} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{\varepsilon} \right). \quad (4.47)$$

Проанализировав неравенство (4.47) (рис. 4.12, кривая 2) и сравнив его с равенством (4.36) (рис. 4.12, кривая 3), можно сделать следующие выводы (на рис. 4.13, 4.14 представлены аналогичные графики распределения погрешности измерения в зависимости от диапазона изменения ТФХ для IV участка термограммы).

1 Для увеличения точности измерений необходимо выбирать образцовые меры, как можно более отличающиеся друг от друга по ТФХ.

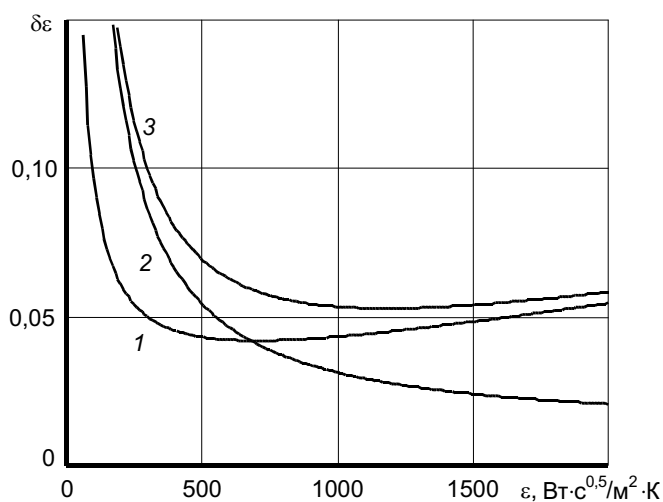
2 Образцы не должны обладать слишком большими  $\varepsilon$  и  $\lambda$ .

3 Желательно выбирать образцовые меры такими, чтобы значения ТФХ образцовых мер перекрывали требуемый диапазон измерения ТФХ исследуемых материалов.

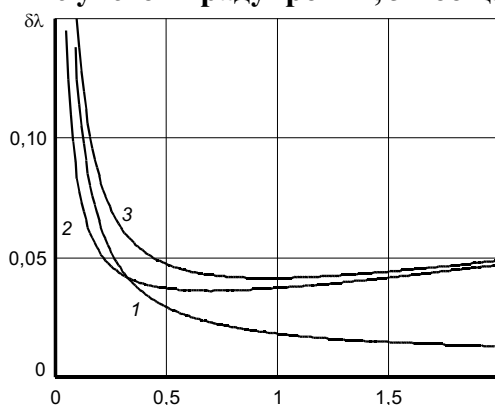
4 Относительная погрешность возрастает с уменьшением  $\varepsilon$  и  $\lambda$ .

5 Погрешность, связанную с неточностью информации о ТФХ образцовых мер, уменьшить за счет изменения режимов опыта нельзя. Погрешность полностью определяется выбором образцовых мер ТФХ.

6 Наименьшая погрешность определения ТФХ будет у материалов с близкими или большими  $\lambda$  и  $\varepsilon$ , чем у материала подложки зонда, (для увеличения диапазона надежного определения  $\varepsilon$  и  $\lambda$ , необходимо провести меры по уменьшению  $\varepsilon'$  и  $\lambda'$ , путем применения в качестве подложки зонда материала с низкой тепловой активностью и теплопроводностью).



**Рис. 4.13** Зависимость  $\delta\varepsilon = f(\varepsilon)$  для IV участка: 1 - с учетом  $\Delta b_1$  и  $\Delta b_0$ , 2 - с учетом градуировки, 3 - общая



**Рис. 4.14** Зависимость  $\delta\lambda = f(\lambda)$  для IV участка: 1 - с учетом  $\Delta b_0$ , 2 - с учетом градуировки, 3 - общая

#### 4.3.2 Анализ систематических погрешностей

Ранее рассматривалась случайная составляющая погрешности определения ТФХ. Представляет интерес рассмотреть вопросы влияния на точность измерения систематической погрешности, вызванной неточностью математической модели. Частично этот вопрос рассматривался при получении расчетных зависимостей в разделе 4.1. Было показано, что

теплоемкостью нагревателя в расчетах по IV участку термограммы можно пренебречь. В расчетах по II участку термограммы теплоемкость нагревателя учитывалась введением коэффициента  $d_0$ , напрямую зависящего от теплоемкости нагревателя (см. выражения (4.23), (4.25)). Кроме того, алгоритм определения ТФХ построен таким образом, что учитывает те точки термограммы, где реально выполняются расчетные зависимости (4.25), (4.26). Так же, как указывалось выше, частично неадекватность математической модели реальному эксперименту учитывалось тем, что константы прибора определяются на основе градуировочных экспериментов, а не на основе расчета, исходя из их физического смысла.

Рассмотрим влияние термических сопротивлений на результат расчета теплопроводности  $\lambda$  по IV участку термограммы. Заметим, что  $\lambda$  исследуемого материала определяется на основе коэффициента  $b_0$ , который по своему физическому смыслу соответствует измеряемой температуре при стационарном предельном распределении температуры в системе из двух полуограниченных, находящихся в контакте тел. Для этого решим следующую задачу.

*Задача.* Два полуограниченных тела 1 и 2 при температуре  $T(r, 0) = 0$  находятся в контакте (см. рис. 4.15). Соприкасающиеся поверхности тел теплоизолированы. В области контакта действует сферический источник тепла мощностью  $-q_0$  и радиусом  $-R$ . Между нагревателем и телами существуют термические сопротивления  $R_{T1}$  и  $R_{T2}$ . Следует найти стационарное распределение температуры в данной системе. В математической форме задача выглядит следующим образом:

$$\frac{d\left[r^2 \frac{dT_1(r)}{dr}\right]}{dr} = 0, (r > R); \quad \frac{d\left[r^2 \frac{dT_2(r)}{dr}\right]}{dr} = 0, (r > R); \quad (4.48)$$

$$T_1(R) = T_0 - q_1 R_{T1}; \quad T_2(R) = T_0 - q_2 R_{T2}; \quad (4.49)$$

$$q_1 + q_2 = q_0; \quad (4.50)$$

$$\frac{dT_1(\infty)}{dr} = \frac{dT_2(\infty)}{dr} = T_1(\infty) = T_2(\infty) = 0; \quad (4.51)$$

$$\frac{dT_1(R)}{dr} = -\frac{q_1}{\lambda_1}; \quad \frac{dT_2(R)}{dr} = -\frac{q_2}{\lambda_2}, \quad (4.52)$$

где  $T_1(r)$ ,  $T_2(r)$  – распределение температуры в телах 1 и 2 соответственно;  $T_0$  – температура нагревателя;  $r$  – координата;  $q_0$  – мощность, выделяющаяся на единицу площади нагревателя;  $q_1$ ,  $q_2$  – тепловые потоки, поступающие в тела 1 и 2 соответственно;  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  – теплопроводности 1 и 2 тела соответственно;  $R_{T1}$ ,  $R_{T2}$  – термические сопротивления между 1-м телом и нагревателем и между 2-м телом и нагревателем соответственно.

Решив дифференциальные уравнения (4.48), будем иметь

$$r^2 \frac{dT_1(r)}{dr} = C_1; \quad r^2 \frac{dT_2(r)}{dr} = C_2, \quad (4.53)$$

где  $C_1$ ,  $C_2$  – константы, определяемые из условий (4.52), т.е.

$$C_1 = -\frac{q_1 R^2}{\lambda_1}; \quad C_2 = -\frac{q_2 R^2}{\lambda_2}. \quad (4.54)$$

Проинтегрировав дифференциальные уравнения (4.53), получим

$$T_1(r) = -\frac{C_1}{r} + D_1 \quad \text{и} \quad T_2(r) = -\frac{C_2}{r} + D_2, \quad (4.55)$$

где константы  $C_1$ ,  $C_2$  определяются из выражений (4.54), а константы  $D_1$ ,  $D_2$  находят из условия (4.51)

$$D_1 = D_2 = 0. \quad (4.56)$$



Используя формулы (4.54), (4.56), получим следующие выражения для стационарного распределения температурного поля в рассматриваемой системе:

$$T_1(r) = \frac{q_1 R^2}{\lambda_1 r}; \quad T_2(r) = \frac{q_2 R^2}{\lambda_2 r}. \quad (4.57)$$

В формулы (4.57) входят значения тепловых потоков  $q_1, q_2$ , поступающих в тело 1 и 2 от нагревателя. Для их определения воспользуемся уравнениями (4.49), (4.50), предварительно записав выражения для температуры 1 и 2 тела, соответствующие координате  $r = R$ ,

$$T_1(R) = \frac{q_1 R}{\lambda_1}; \quad T_2(R) = \frac{q_2 R}{\lambda_2}. \quad (4.58)$$

С учетом условий (4.49) запишем

$$\frac{q_1 R}{\lambda_1} = T_0 - q_1 R_{T1}; \quad \frac{q_2 R}{\lambda_2} = T_0 - q_2 R_{T2} \quad (4.59)$$

и затем, используя условие (4.50), получаем следующие выражения для определения  $q_1, q_2$ :

$$q_1 = \frac{q_0 (R + R_{T2} \lambda_2) \lambda_1}{R(\lambda_1 + \lambda_2) + (R_{T1} + R_{T2}) \lambda_1 \lambda_2};$$

$$q_2 = \frac{q_0 (R + R_{T1} \lambda_1) \lambda_2}{R(\lambda_1 + \lambda_2) + (R_{T1} + R_{T2}) \lambda_1 \lambda_2}. \quad (4.60)$$

Температурное поле в исследуемой системе и температура нагревателя  $T_0$  будут определяться выражениями:

$$T_1(r) = \frac{q_0 R^2 (R + R_{T2} \lambda_2)}{(R(\lambda_1 + \lambda_2) + (R_{T1} + R_{T2}) \lambda_1 \lambda_2) r}; \quad (4.61)$$

$$T_2(r) = \frac{q_0 R^2 (R + R_{T1} \lambda_1)}{(R(\lambda_1 + \lambda_2) + (R_{T1} + R_{T2}) \lambda_1 \lambda_2) r}; \quad (4.62)$$

$$T_0 = \frac{q_0 (R(1 + \lambda_1 R_{T1}) + R_{T1} R_{T2} \lambda_1 \lambda_2)}{R(\lambda_1 + \lambda_2) + (R_{T1} + R_{T2}) \lambda_1 \lambda_2}. \quad (4.63)$$

Примем, что  $T_1(r)$  – температурное поле зонда;  $T_2(r)$  – температурное поле исследуемого образца;  $R_{T1}$  – термическое сопротивление между нагревателем и чувствительным элементом термоприемника;  $R_{T2}$  – термическое сопротивление между нагревателем и исследуемым образцом. Тогда величина  $T_1(R)$  будет соответствовать определяемому из термограммы согласно уравнению (4.26) коэффициенту  $b_0$ , а искомой величиной будет теплопроводность второго тела  $\lambda_2$ .

Выражение для определяемой из термограммы величины  $T_1(R)$  имеет вид

$$T_1(R) = \frac{q_0 R}{\lambda_1 + \frac{R_{T2}}{R_{T1} \lambda_1} \frac{R}{R_{T2}} + \lambda_2}. \quad (4.64)$$

Проведем анализ уравнения (4.64), отметив предварительно, что величина  $T_1(R)$  реально определяется с некоторой погрешностью. Рассмотрим два предельных случая.

1 Теплопроводность исследуемого материала мала, т.е.  $\lambda_2 \rightarrow 0$ . Тогда из (4.64) следует, что

$$T_1(R) = \frac{q_0 R}{\lambda_1}. \quad (4.65)$$

Как видно из выражения (4.65), в этом случае, температура  $T_1(R)$  будет определяться теплопроводностью материала зонда  $\lambda_1$ , и не будет зависеть от теплопроводности исследуемого материала.

2 Теплопроводность исследуемого материала велика, т.е.  $\lambda_2 \rightarrow \infty$ . Тогда из выражения

(4.64) имеем

$$T_1(R) = \frac{q_0 R}{\lambda_1 + \frac{(R + R_{T1} \lambda_1)}{R_{T2}}} \quad (4.66)$$

В этом случае температура  $T_1(R)$  также не зависит от теплопроводности исследуемого материала  $\lambda_2$ , а определяется теплопроводностью материала зонда  $\lambda_1$  и термическими сопротивлениями  $R_{T1}$ ,  $R_{T2}$ .

Для дальнейшего анализа перепишем выражение (4.64) в виде

$$T_1(R) = \frac{q_0 R}{\lambda_1 + \frac{R + R_{T1} \lambda_1}{R + R_{T2} \lambda_2} \lambda_2} \quad (4.67)$$

Будем считать, что выполняется следующее условие:

$$R \gg R_{T2} \lambda_2 \quad (4.68)$$

Тогда, можем записать, что

$$T_1(R) = \frac{\frac{q_0 R^2}{R + R_{T1} \lambda_1}}{\frac{\lambda_1 R}{R + R_{T1} \lambda_1} + \lambda_2} \quad (4.69)$$

Введем обозначения

$$C_q = \frac{q_0 R^2}{R + R_{T1} \lambda_1}; \quad (4.70)$$

$$C_{\lambda'} = \frac{\lambda_1 R}{R + R_{T1} \lambda_1} \quad (4.71)$$

Тогда, формулу для расчета теплопроводности  $\lambda_2$  можно записать в следующем виде:

$$\lambda_2 = \frac{C_q}{T_1(R)} - C_{\lambda'} \quad (4.72)$$

Отметим, что если выполняется дополнительное условие  $R \gg R_{T1} \lambda_1$ , то выражение (4.72) будет полностью идентично формуле (4.35) и  $C_q = B_2 = q_0 R$ ,  $C_{\lambda'} = \lambda' = \lambda_2$ .

Однако для разработанного метода определения ТФХ, в котором константы прибора  $B_2$ ,  $\lambda'$  определяются на основе градуировочных опытов, необходимости введения поправки на термическое сопротивление между нагревателем и чувствительным элементом термоприемника нет, так как формула (4.72) аналогична по форме зависимости (4.35). (Практически это означает, что при градуировке определяются не  $B_2$ ,  $\lambda'$ , а  $C_q$ ,  $C_{\lambda'}$ ). Это также подтверждает то, что расчет констант прибора на основе градуировочных опытов позволяет снизить влияние систематической погрешности, вызванной неадекватностью математической модели.

Рассмотрим подробнее условие (4.68). Термическое сопротивление  $R_{T2}$  можно записать в следующем виде:

$$R_{T2} = \frac{h_T}{\lambda_T}, \quad (4.73)$$

где  $h_T$  - толщина прослойки между нагревателем и исследуемым образцом;

$\lambda_T$  - теплопроводность материала прослойки. Тогда условие (4.68) принимает вид

$$\frac{h_T}{R} \frac{\lambda_2}{\lambda_T} \ll 1 \quad (4.74)$$

Фактически, по условию (4.74) определяется верхняя граница надежного определения теплопроводности исследуемых образцов. Для увеличения верхней границы, как следует из

условия (4.74), необходимо увеличивать теплопроводность прослойки между нагревателем и образцом (например, используя различные высокопроводящие смазки), а также за счет увеличения радиуса нагревателя  $R$ .

Хотелось бы отметить, что, имея формулу, в которой учитываются термические сопротивления, можно построить методику определения  $\lambda$  материалов с их учетом. Однако от этого следует отказаться по следующим причинам. Во-первых, если термическое сопротивление между нагревателем и чувствительным элементом термодатчика можно считать постоянной величиной, то термическое сопротивление между нагревателем и образцом будет сильно зависеть от качества обработки поверхности образца (и от образца к образцу будет меняться). Во-вторых, как следует из вышеприведенного анализа, термическое сопротивление между образцом и нагревателем будет существенно сказываться на результатах обработки эксперимента только для образцов с высокой теплопроводностью (см. (4.66)). Причем, если теплопроводность образца превысит некоторую величину, которую можно приблизительно оценить из условия (4.74), то будет практически невозможно рассчитать ее значение (см. (4.66)).

Сделаем еще одно дополнительное замечание. Вышеприведенный анализ проводился на основе расчетных зависимостей для температурных полей в стационарном состоянии. Очевидно, в этом состоянии влияние ТФХ исследуемого материала на экспериментально снятую термограмму максимален (так как прогрев образца здесь будет на максимальную величину). Отсюда можно сделать вывод, что условие (4.74) будет не только условием для верхней границы диапазона надежного определения  $\lambda$  по четвертому участку термограммы, но также и условием для надежного определения  $\varepsilon$  по второму и четвертому участкам термограммы.

По результатам анализа точности измерения ТФХ разработанным методом, можно сделать следующие выводы.

1. Оценку случайных составляющих погрешностей определения ТФХ для отдельного эксперимента следует проводить по формулам (4.36), (4.37), (4.38) и (4.39) – (4.44).
2. Нижняя граница определения ТФХ определяется прежде всего ТФХ материала зонда. Чем выше  $\lambda'$ ,  $\varepsilon'$ , тем выше нижняя граница определения ТФХ.
3. Верхняя граница определения ТФХ определяется термическим сопротивлением между исследуемым образцом и нагревателем. Чем больше это термическое сопротивление, тем ниже верхняя граница определения ТФХ.

## 5 Примеры реализации многомодельного метода неразрушающего контроля теплофизических характеристик материалов

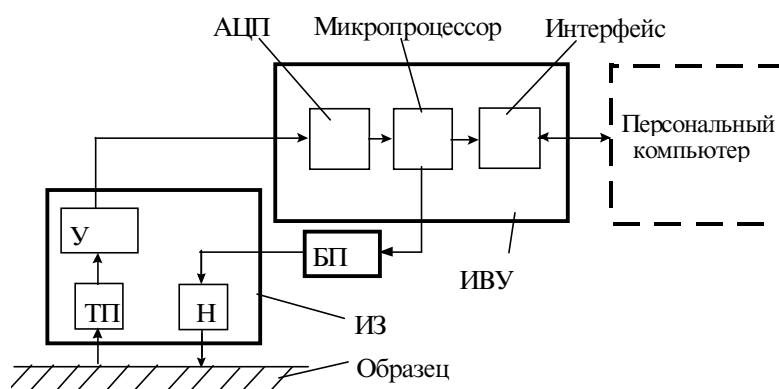
### 5.1 Состав и принцип функционирования измерительно-вычислительной системы

Модульная структура современных программно-технических средств в сочетании с принципами открытых вычислительных систем [72] позволила создать измерительно-вычислительную систему (ИВС) для оперативного контроля свойств материалов.

ИВС реализована в виде комплекса (рис. 5.1), состоящего из персонального компьютера (ПК), микропроцессорного измерительно-вычислительного устройства (ИВУ), являющегося базовым, набора датчиков, измерительных зондов (ИЗ), блоков питания (БП) и т.д., объединяемых интегрированным программно-аппаратным интерфейсом.

Измерительный зонд выполняет функции создания теплового воздействия на исследуемое изделие, контроля температуры в заданных точках тепловой схемы, усиления

полученного аналогового сигнала. Блок стабилизированного питания (БП) предназначен для формирования заданного теплового воздействия. Сигнал с ИЗ поступает на аналого-цифровой преобразователь (АЦП) измерительно-вычислительного устройства и затем на микро-ЭВМ, где обрабатывается по определенной программе. В качестве базовых ИВУ выбраны интеллектуальные измерительные микропроцессорные устройства семейства Zila-Elektronik [73]. Используя последовательный интерфейс, ZILA-1000 подключается к ПК, в котором находятся программа-редактор и терминальная программа "DANI 52", программы статистической обработки и графического отображения измерительной информации, а также программы, обеспечивающие способы определения ТФХ и других физико-механических свойств. Предусмотрено два режима работы программы редактирования - терминальный (вычислительное устройство сразу выдает каждую задаваемую инструкцию) и коммуникационный (инструкция сначала загружается в оперативную память вычислительного устройства и затем обрабатывается).



**Рис. 5.1 Измерительно-вычислительная система**

ИВУ обладает набором портов (аналоговых, цифровых, частотных и др.), необходимых для подключения датчиков, позволяет программно изменять время продвижения и отслеживать моменты начала и конца эксперимента по заданным условиям, управлять сбором и разрядностью преобразования измерительных данных (с нескольких датчиков одновременно), их передачей на персональный компьютер для последующей обработки. Создан пакет программного обеспечения эксперимента для ИВУ. Управление ИВУ (загрузка необходимой программы, синхронизация сбора и передачи данных) осуществляется с ПК.

Программное обеспечение компьютерной системы реализовано на языке Borland Pascal 7.0 и функционирует в операционных системах MS-DOS, Windows 3.1 и Windows 95. Языком технологического программирования является Zila-Basic. Фрагменты технологических программ, критичные к производительности, разработаны на языке Ассемблер.

Рабочий цикл системы включает: выравнивание температуры образца и ИЗ, создание заданного теплового воздействия, регистрацию температуры в заданных точках, аналого-цифровое преобразование полученных сигналов и обработку информации в соответствии с математической моделью по рабочим алгоритмам, обеспечивающим совместно с датчиками способ контроля физико-механических свойств композиционных материалов.

Для реализации методов в составе ИВС, использовались измерительные зонды, конструкции которых приведены на рис. 5.2, 5.3. Измерительный зонд, использующий линейный нагреватель, представлен на рис. 5.2. Зонд состоит из двух основных узлов: измерительной ячейки 1 и корпуса 2.

Измерительная ячейка, в свою очередь, состоит из основания 3, разъема 4. На контактной стороне измерительной ячейки на поверхности теплоизолятора 5 размещены

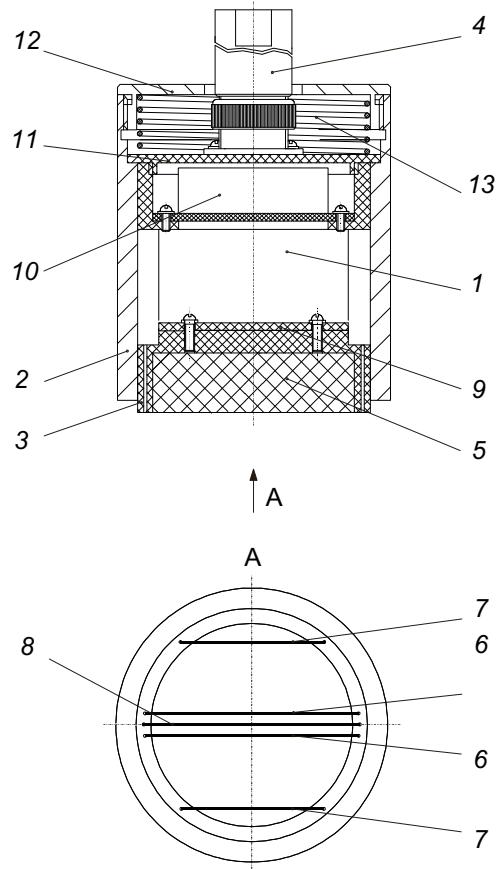
микротермопары сваренные встык. Две из них – измерительные 6 соединены между собой последовательно – согласно и две – дифференциальные 7 (также соединены последовательно – согласно). Линейный нихромовый нагреватель 8 изготовлен в виде узкой полосы. Измерительные термопары расположены симметрично относительно линейного нагревателя на расстоянии 2 мм от него, а дифференциальные – на расстоянии 15 мм. Выводы термопар и нагревателя проходят через специальные отверстия и распаяны на коммутационную плату 9. Пары микротермопар 6 и 7 соединены последовательно – встречно и подключены к входу усилителя постоянного тока 10, размещенного в измерительной ячейке. На крышке 11 измерительной ячейки расположен разъем 4, предназначенный для коммутации сенсора с микропроцессорным управляющим устройством. Между измерительной ячейкой и крышкой 12 корпуса расположена пружина 13.

При измерениях свойств КМ измерительный зонд устанавливают контактной стороной на поверхность исследуемого материала. Одинаковое усилие прижима измерительной ячейки к поверхности исследуемого материала обеспечивается благодаря наличию пружины 4, что обуславливает равенство контактных тепловых сопротивлений при каждом измерении.

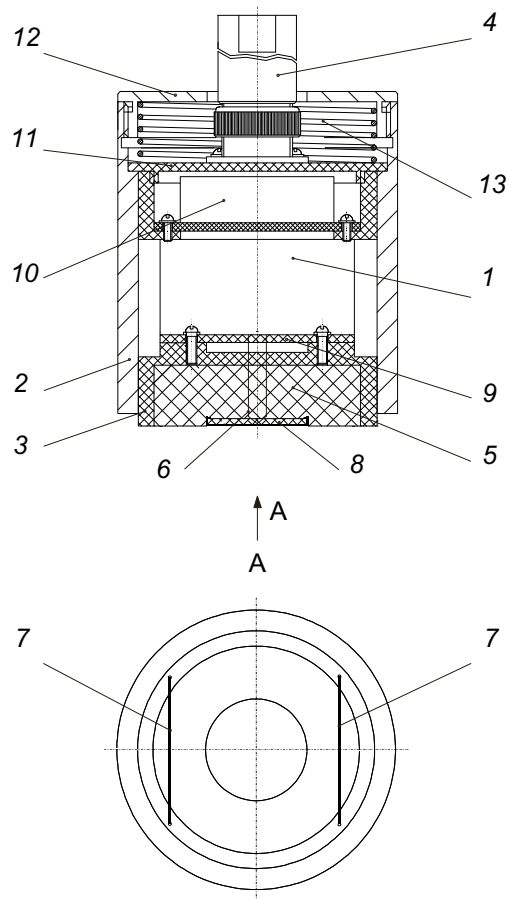
После выравнивания температуры исследуемого материала и измерительной ячейки зонда, через линейный нагреватель в течение некоторого времени протекают импульсы тока, что обеспечивает нагрев исследуемого материала.

Разностная ЭДС, полученная на зажимах микротермопар 6 и 7, усиливается усилителем 10 и регистрируется микропроцессорным управляющим устройством.

На рис. 5.3 приведена конструкция измерительного зонда с круглым нагревателем, имеющего аналогичную конструкцию. При использовании круглого нагревателя возможна замена термопары полупроводниковым датчиком температуры. В этом случае, отпадает необходимость в использовании усилителя 10. Нагрев исследуемого материала осуществляется путем подачи на круглый нагреватель постоянного тока.



**Рис. 5.2** Схема измерительного зонда с линейным нагревателем



**Рис. 5.3** Схема измерительного зонда с круглым нагревателем

## 5.2 Алгоритм определения рабочих участков термограмм и оценки параметров моделей

Одной из основных операций, необходимых для определения ТФХ, в методах с круглым нагревателем и с линейным нагревателем является операция определения рабочих участков на снятых экспериментально термограммах. Второй необходимой операцией является – определение коэффициентов уравнений (3.14), (4.25), (4.26). Так как уравнения (3.14), (4.25), (4.26) представляют собой линейные зависимости относительно переменных  $t_{л}$ ,  $t''$ ,  $t'$  и при расчете ТФХ используются не отдельные точки, а целые участки термограмм, то для определения коэффициентов, входящих в уравнения (3.14), (4.25), (4.26), наиболее эффективен метод наименьших квадратов [67].

Остановимся на вопросе определения границ рабочих участков термограмм. Границы участков можно определить основываясь на выражениях, из которых были получены расчетные формулы (3.13), (4.23) и (4.24), т.е. необходимо записать выражения для границ участков в критериальной форме. Однако в этом случае в эти критериальные уравнения будут входить, как сами искомые теплофизические характеристики, так и характеристики зонда, нагревателя, термических сопротивлений и др.

В разработанных алгоритмах для определения границ рабочих участков термограмм использовали:

- 1) свойства функций (3.14), (4.25), (4.26), согласно которым на термограммах в координатах  $T = f(t')$ ,  $T = f(t'')$  (для круглого нагревателя) и  $T = f(t_{л})$  (для линейного нагревателя) рабочим участкам соответствуют прямолинейные отрезки;
- 2) качественную информацию, полученную при анализе выражений, на основе которых

были получены расчетные соотношения (3.13), (4.23) и (4.24), т.е. рабочим участкам термограмм будут соответствовать плоские вершины кривых  $\frac{dT}{dt'} = f(t')$ ,  $-\frac{dT}{dt''} = f(t'')$ ,  $\frac{dT}{dt_{\text{л}}} = f(t_{\text{л}})$ .

При этом учитывается, что в реальном эксперименте температура измеряется с некоторой случайной погрешностью  $\Delta T_{\text{сл}}$ .

Считая, что не менее  $k$  точек принадлежат рабочему участку термограммы, а всего на термограмме  $n$  точек, рассмотрим последовательно отрезки термограмм с номерами точек 1 ...  $k$ ; 2 ...  $k+1$ ; ... ;  $n-k+1$  ...  $n$ . Обозначим каждый из отрезков индексом  $i$  ( $i = k \dots n$ ) для каждого из этих отрезков построим уравнения линейных зависимостей:

$$\hat{T}_i = \alpha_{1i}x + \alpha_{0i}, \quad i = k, k+1, \dots, n. \quad (5.1)$$

Если определяется второй участок термограммы для системы с круглым нагревателем, то  $x = t'$ ; если четвертый участок, то  $x = t''$ . Если же определяется рабочий участок термограммы для системы с линейным нагревателем, то  $x = t_{\text{л}}$ . Используем следующие формулы [67]:

$$\beta_{1i} = \frac{\sum_{j=i-k+1}^i T_j (x_j - \bar{x}_i)}{\sum_{j=i-k+1}^i (x_j - \bar{x}_i)^2}, \quad (5.2)$$

$$\beta_{0i} = \bar{T}_i - \beta_{1i} \bar{x}_i, \quad (5.3)$$

$$\bar{x}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i x_j, \quad (5.4)$$

$$\bar{T}_i = \frac{1}{k} \sum_{j=i-k+1}^i T_j, \quad (5.5)$$

где  $T_j, x_j$  – значения функции и аргумента в точках с номером  $j$  для  $i$  отрезка,  $\beta_{0i}, \beta_{1i}$  – оценка коэффициентов  $\alpha_{0i}, \alpha_{1i}$  уравнения (5.1),  $\hat{T}_i$  – температура, рассчитываемая по уравнению (5.1).

Рассмотрим зависимость  $\beta_{1i}$  от  $\bar{x}_i$ , на графике которой (см. рис. 5.4, 5.5, 5.6) наблюдается плоская вершина, соответствующая рабочему участку термограммы. Найти одну из точек этой плоской вершины не представляет труда. Таким образом находится временной отрезок, принадлежащий рабочему участку термограммы.

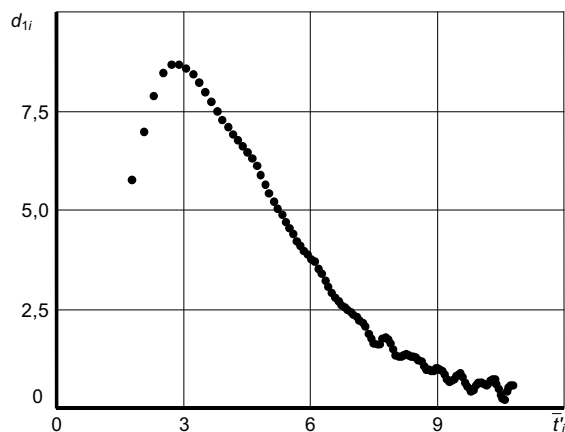


Рис. 5.4 Зависимость  $d_{1i} = f(t'_i)$

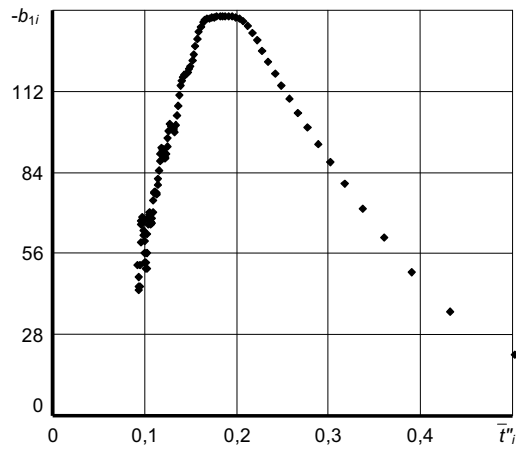


Рис. 5.5 Зависимость  $-b_{1i} = f(\bar{t}_i^n)$

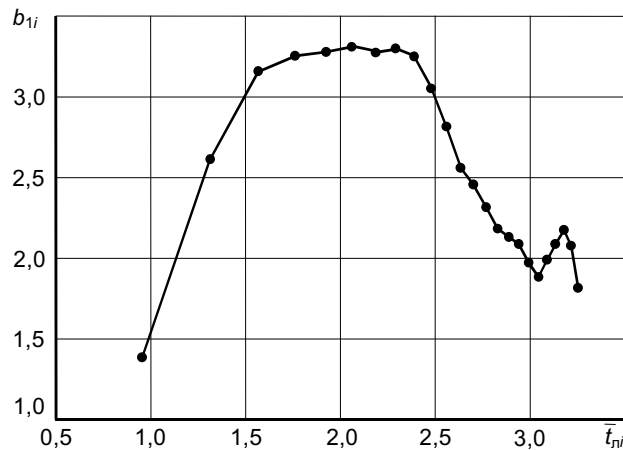


Рис. 5.6 Зависимость  $b_{1i} = f(\bar{t}_{ni})$

Следующим шагом определения границ рабочих участков является вопрос – сколько точек лежит на этом участке? Чем больше точек, тем точнее будут определены коэффициенты уравнений (3.14), (4.25), (4.26). Для этого воспользуемся следующим подходом. Будем считать, что остатки  $E_j = T_j - (\beta_1 x_{1j} + \beta_0)$ , вследствие отклонения зависимости  $T_j = f(x_j)$  от линейной, становятся коррелированы с  $x_j$ , т.е. зависимы от  $x_j$ . В качестве критерия используется критерий сериальной корреляции Дарбина-Ватсона [67], предполагающий вычисление статистики  $D$  для серии из  $k$  измерений:

$$D = \frac{\sum_{j=i-k+1}^i (E_j - E_{j-1})^2}{\sum_{j=i-k+1}^i E_j^2}, \quad (5.6)$$

где  $E_j$  – остаток в момент  $j$ , а  $(E_j - E_{j-1})$  – правая последовательная разность.

На рис. 5.7 представлены распределение  $D$  и области, в которых гипотеза о сериальной корреляции принимается или отвергается.





Рис. 5.7 Распределение статистики  $D$

Как указывалось выше, у нас уже имеется участок из  $k$  точек, принадлежащий рабочему участку термограммы. Увеличивая влево и вправо этот участок, определяем на основе выражений (5.2) – (5.5) коэффициенты  $\beta_0$  и  $\beta_1$  и на основе, вычисленной по формуле (5.6) статистики  $D$ , делаем вывод о том, коррелированы ли остатки. Как только критерий Дарбина-Ватсона дает отрицательный результат (остатки имеют корреляцию), заканчиваем процедуру увеличения участка и считаем, что нашли все точки принадлежащие рабочему участку термограммы. Затем по формулам (5.2) – (5.5) оцениваем параметры моделей (3.14), (4.25), (4.26) (в этом случае  $k$  будет количеством точек, попавших на рабочий участок, а  $i$  – номером последней из точек, индекс  $i$  при  $\beta_0$ ,  $\beta_1$ ,  $\bar{x}$ ,  $\bar{T}$  опускаем).

Так как модели (3.14), (4.25), (4.26) являются линейными, то можно получить погрешности определения их параметров согласно формулам [67]:

$$\Delta\beta_0 = t_{1-\alpha/2, k-2} s_{\beta_0}; \quad (5.7)$$

$$\Delta\beta_1 = t_{1-\alpha/2, k-2} s_{\beta_1}; \quad (5.8)$$

$$s_{\beta_1}^2 = \frac{s_T^2}{\sum_{j=i-k+1}^i (x_j - \bar{x})^2}; \quad (5.9)$$

$$s_{\beta_0}^2 = s_T^2 \left( \frac{1}{k} + \frac{\bar{x}^2}{\sum_{j=i-k+1}^i (x_j - \bar{x})^2} \right); \quad (5.10)$$

$$s_T^2 = \frac{1}{k-2} \left\{ \sum_{j=i-k+1}^i (T_j - \bar{T})^2 - \frac{\left[ \sum_{j=i-k+1}^i T_j (x_j - \bar{x}) \right]^2}{\sum_{j=i-k+1}^i (x_j - \bar{x})^2} \right\}, \quad (5.11)$$

где  $t$  – распределение Стьюдента;  $(1 - \alpha)$  – доверительная вероятность;  $(k - 2)$  – число степеней свободы.

Как видно из рис. 3.7, 4.9, 5.5, 5.6, часть измерительной информации, после окончания IV участка термограммы для метода с круглым нагревателем и II участка для метода с линейным нагревателем, не может быть использована. Поэтому, с целью сокращения длительности эксперимента был предложен критерий, по величине которого можно закончить эксперимент. Критерий основан на характере зависимостей  $-b_{li} = f(\bar{t}_i^n)$  и  $b_{li} = f(\bar{t}_{li})$

(см. рис. 5.5, 5.6) и имеет следующий вид:

$$\chi = \frac{b_{1\max} - b_{1i}}{b_{1\max}}, \quad (5.12)$$

где  $b_{1\max}$  – максимальное значение, а  $b_{1i}$  – текущее значение коэффициентов, определяемых согласно формулам (5.2) – (5.5) в процессе эксперимента на каждом шаге измерения, начиная с  $k$ -го. Эксперимент предлагается заканчивать при превышении текущим значение  $\chi$  заданного значения  $\chi_3$  (значение  $\chi_3$  выбиралось из интервала 0,03 – 0,07 и зависит от величины погрешности измерения температуры).

### 5.3 Результаты исследований и сравнительный анализ методов контроля ТФХ материалов

Исследованию подлежали следующие материалы: коксонаполненный политетрафторэтилен (Ф4К20 ТУ 6-05-1412-76), политетрафторэтилен (ПТФЭ ГОСТ 10007-72), полиамид марки Капролон-В (МРТУ 6-05-988-66), полиметилметакрилат (ПММА) ГОСТ 17622-72 и стекло К8 ГОСТ 15130-69. Исследования проводили при помощи ИВС, снабженной зондом с круглым нагревателем постоянной мощности. Режим работы ИВС: мощность на нагревателе 0,85 Вт, время измерения 100 с, интервал между измерениями 0,5 с, радиус нагревателя 2,5 мм. Термограммы, снятые на указанных материалах, представлены на рис. 5.8. Значения ТФХ, определенные при помощи ИВС, даны в табл. 5.1, в которой также представлены справочные данные ( $\lambda_{\text{спр}}$ ,  $\epsilon_{\text{спр}}$ ) и данные, полученные на тех же образцах при помощи теплофизического прибора ИТ-3 ( $\lambda_{\text{ИТ-3}}$ ), использующего стационарный метод определения теплопроводности. На рис. 5.9 приведены рабочие участки термограмм, по которым определялись ТФХ. При градуировке ИВС в качестве образцовых мер использовали: ПММА ГОСТ 17622-72 и стекло К8 ГОСТ 15130-69.

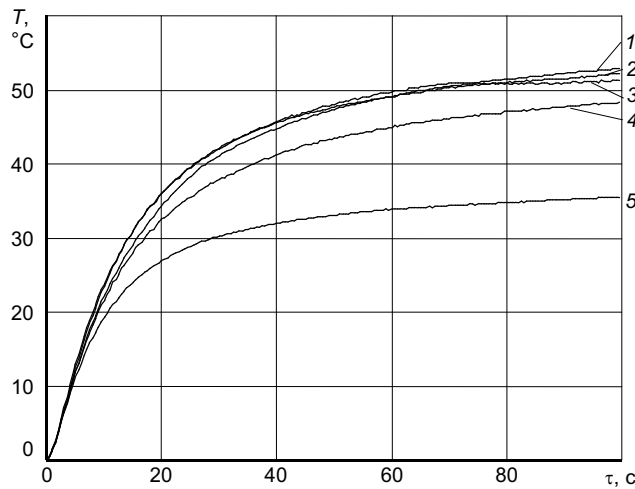
Таблица 5.1

Материал и номер кривых рис. 5.8, 5.9	Теплофизические характеристики						
	$\epsilon_{\text{II}}$ , Вт · с <sup>0,5</sup> м <sup>2</sup> · К	$\epsilon_{\text{IV}}$ , Вт · с <sup>0,5</sup> м <sup>2</sup> · К	$\epsilon$ , Вт · с <sup>0,5</sup> м <sup>2</sup> · К	$\lambda$ , Вт м · К	$\lambda_{\text{ИТ-3}}$ , Вт м · К	$\lambda_{\text{спр}}$ , Вт м · К	$\epsilon_{\text{спр}}$ , Вт · с <sup>0,5</sup> м <sup>2</sup> · К
	ПММА (1)	617	595	606	0,20	-	0,195
Ф4К20 (2)	410	426	418	0,24	-	-	-
ПТФЭ (3)	460	434	447	0,25	0,26	0,23-	-
Капролон-В (4)	843 1431	805 1382	824 1407	0,40 1,08	0,39 -	0,30 0,31-	- 1382
Стекло К8 (5)						0,42 1,08	

Примечание:  $\epsilon_{\text{II}}$  – по II участку,  $\epsilon_{\text{IV}}$  – по IV участку,  $\epsilon$  – среднее значение.

ИВС с линейным импульсным нагревателем использовалась при экспериментах на материалах: ПММА, ПТФЭ, Капролон-В (рис. 5.10, табл. 5.2) при следующих режимных параметрах:  $\Delta\tau = 3$  с. (период подачи импульсов),  $\tau_0 = 2$  с. (длительность импульса),  $q_0 = 3,5$  Вт/м (мощность на нагревателе),  $n = 80$  (количество импульсов). Градуировку ИВС проводили на ПММА ГОСТ 17622-72. Результаты определения ТФХ представлены в табл.

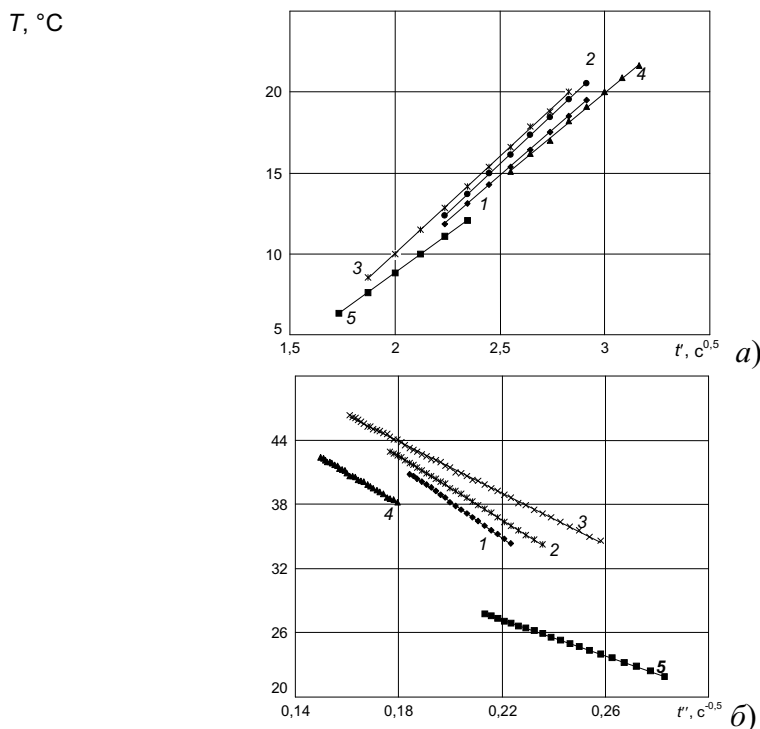
5.2.



**Рис. 5.8 Термограммы для исследуемых материалов:**  
 1 – ПММА; 2 – Ф4К20; 3 – ПТФЭ; 4 – Капролон-В; 5 – стекло К8

Исследовали ТФХ серии композиционных материалов строительного назначения на основе гипсового вяжущего, наполнителя из кожевенных отходов в виде стружки и полимерных дисперсий АК-215 или АБВ-16. Однородная структура материалов и изделий достигалась за счет измельчения кожевенных отходов и последующей их обработки полимерной дисперсией, а также технологическими условиями формования плит из композитов [59]. Применяли дисперсии АБВ-16 (ТУ-6-01-1204-79) и АК-215 (ТУ-6-01-1141-83), представляющие собой сополимеры бутилакрилата, винилацетата и метакриловой кислоты в водной среде. В качестве вяжущего использовали гипс марки Г10 [24].

Составы композитов для получения плит декоративно-акустического назначения представлены в табл. 5.3.



**Рис. 5.9 Рабочие участки термограмм рис. 5.8: а – II участки; б – IV участки**

$T, ^\circ\text{C}$

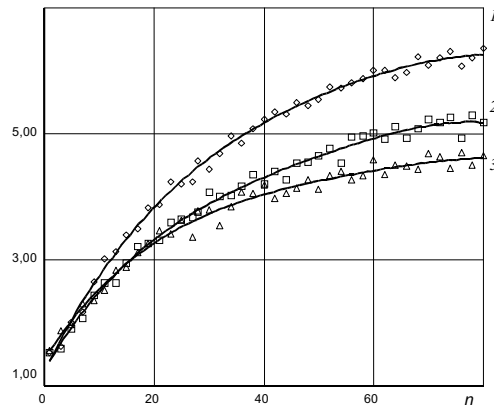


Рис. 5.10 Термограммы: 1 – ПММА; 2 – ПТФЭ; 3 – Капролон-В

Таблица 5.2

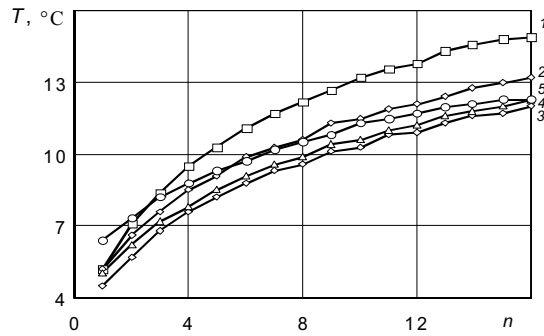
Материал	$\lambda$ , Вт/м·К	$a \cdot 10^7$ , м <sup>2</sup> /с	$\lambda_{\text{лит-3}}$ , Вт/м·К	$\lambda_{\text{спр}}$ , Вт/м·К	$a_{\text{спр}} \cdot 10^7$ , м <sup>2</sup> /с
ПММА	0,185	1,1	–	0,195	1,02
ПТФЭ	0,25	0,424	0,26	0,23 – 0,30	
Капролон-В	0,34	0,729	0,38	0,31 – 0,42	–

Таблица 5.3

№ образца	Наполнитель, % масс	Гипс, % масс	Вода, % масс	Дисперсия, % масс
1	20	30	50	0
2	20	30	47	3
3	20	30	45	5
4	20	30	40	10
5	20	30	35	15
6	0	65	30	5
7	15	50	30	5
8	20	45	30	5
9	25	40	30	5

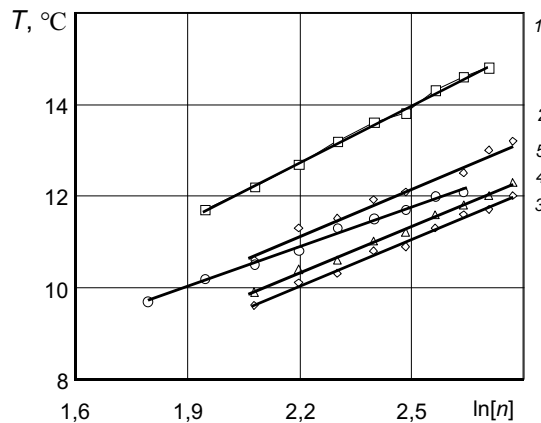
Теплофизические измерения проводили при следующих режимах работы ИВС с линейным импульсным нагревателем:  $\Delta\tau = 5$  с (период подачи импульсов),  $\tau_0 = 0,4$  с (длительность импульса),  $q_0 = 5,5$  Вт·м<sup>-1</sup> (мощность на нагревателе),  $n = 17$  (количество импульсов). Градуировку ИВС проводили на ПММА ГОСТ 17622-72.

На рис. 5.11 представлены некоторые термограммы, снятые на образцах изделий – плит строительного назначения (1д – 5д, табл. 5.4).



**Рис. 5.11 Термограммы, снятые на строительных материалах**  
(кривые 1 – 5 – соответствуют образцам 1д – 5д)

На рис. 5.12 приведены рабочие участки термограмм в координатах  $T = f(\ln(n))$ , которые используются для определения ТФХ.



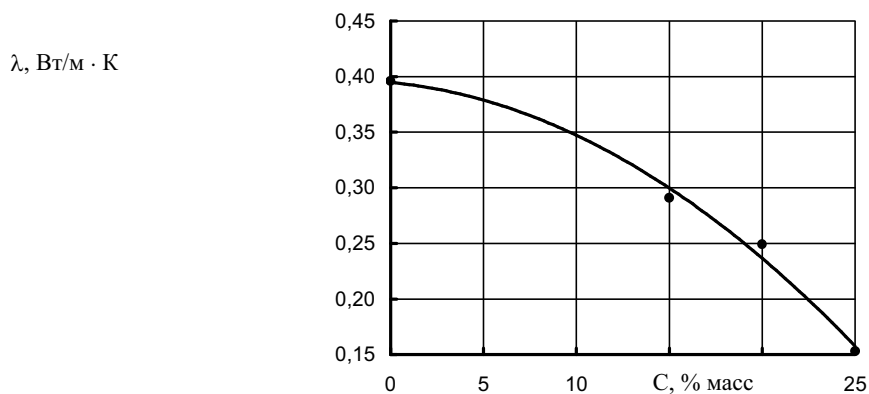
**Рис. 5.12 Рабочие участки термограмм (образцы 1д – 5д)**

Таблица 5.4

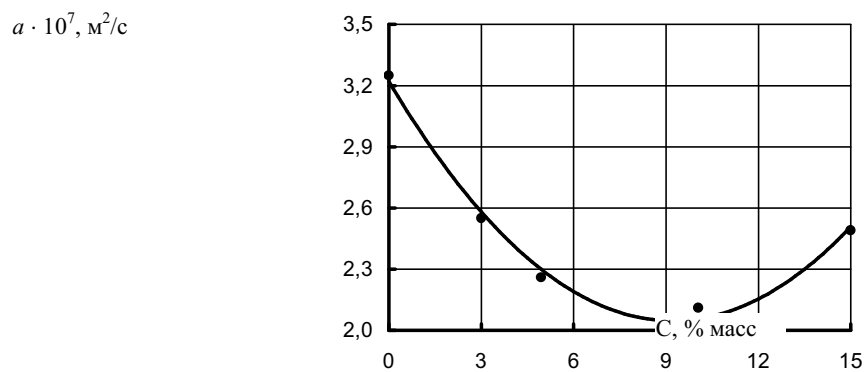
№	$\lambda_{\text{ср}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$a_{\text{ср}} \cdot 10^7, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\lambda_{\text{ИТ-3}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$\varepsilon, \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{0,5}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$c_{\text{р}} \cdot 10^{-6}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$
1Г	0,144	2,61	0,145	282	0,552
3Г	0,165	2,42	0,169	335	0,682
5Г	0,179	2,09	0,214	392	0,856
7Г	0,320	1,44	0,321	843	2,222
8Г	0,231	1,89	0,256	531	1,222
1д	0,145	3,25	0,133	254	0,446
2д	0,170	2,55	0,189	337	0,667
3д	0,170	2,26	0,166	358	0,752
4д	0,170	2,11	0,201	370	0,806
5д	0,192	2,49	0,187	385	0,951
6д	0,396	1,14	0,422	1173	3,47
7д	0,291	1,38	0,364	783	2,11
8д	0,249	2,07	0,252	547	1,20
9д	0,153	2,54	0,158	304	0,602

В табл. 5.4 представлены результаты определения ТФХ композитов и приведены значения теплопроводности этих же образцов, измеренные стационарным методом на приборе серийно выпускаемом промышленностью – ИТ-3 ( $\lambda_{\text{ИТ-3}}$ ). В качестве полимерной дисперсии использовали: серия образцов г – дисперсия АБВ, серия образцов д – дисперсия АК.

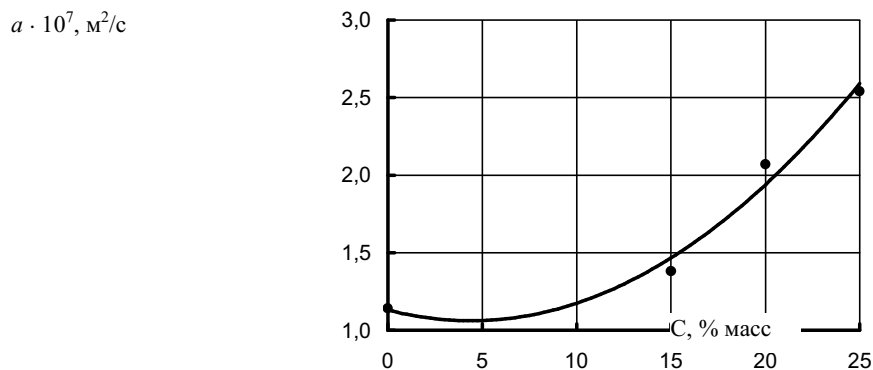
На рис. 5.13 – 5.15 представлены величины теплопроводности и температуропроводности образцов изделий (плит декоративно-акустического назначения) в зависимости от состава композита.



**Рис. 5.13** Зависимость теплопроводности от содержания кожевенного наполнителя в композите образцы (6д – 9д).  
Содержание дисперсии АК-5 % масс



**Рис. 5.14** Зависимость коэффициента температуропроводности от содержания дисперсии АК в композите (образцы 1д – 5д).  
Содержание наполнителя – 20 % масс



**Рис. 5.15** Зависимость коэффициента температуропроводности от содержания кожевенного наполнителя в композите. Образцы 6д-9д.  
Содержание дисперсии АК – 5% масс

В табл. 5.5 приведены результаты определения ТФХ абразивного шлифовального инструмента – круга марки 25А12ПСМ16К5А, импрегнированного полимерной дисперсией Эмукрил М118, 119, в различных концентрациях ( $C_{и}$ ). В табл. 5.6 представлены результаты,

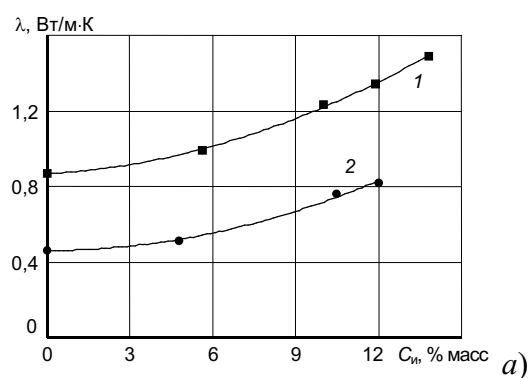
полученные при импрегнировании шлифовального круга марки 25A25ПСМ16К5А. Измерения проводились на ИВС, снабженной зондом с круглым нагревателем. При градуировке ИВС в качестве образцовых мер использовали: ПММА ГОСТ 17622-72 и стекло К8 ГОСТ 15130-69.

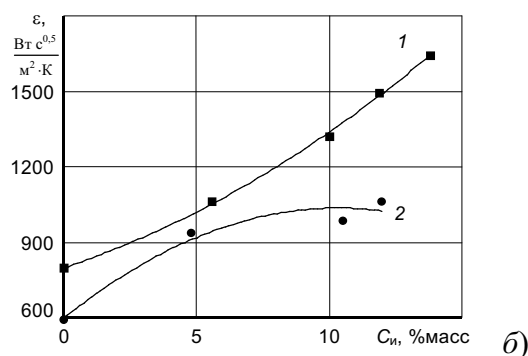
Таблица 5.5

$C_{и},$ % масс.	Теплофизические характеристики			
	$\epsilon_{II},$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\epsilon_{IV},$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\epsilon,$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\lambda,$ $\frac{Вт}{м \cdot К}$
0	778	814	796	0,869
5,6	1040	1080	1060	0,990
10,0	1282	1361	1322	1,233
11,9	1471	1515	1493	1,341
13,8	1606	1676	1641	1,494

Таблица 5.6

$C_{и},$ % масс.	Теплофизические характеристики			
	$\epsilon_{II},$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\epsilon_{IV},$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\epsilon,$ $\frac{Вт \cdot с^{0,5}}{м^2 \cdot К}$	$\lambda,$ $\frac{Вт}{м \cdot К}$
0	598	582	590	0,463
4,8	907	961	934	0,513
10,5	960	1005	983	0,762
12,0	1060	1063	1061	0,819





**Рис. 5.16 Зависимость теплопроводности (а) и тепловой активности (б) от концентрации дисперсии Эмукрил М в абразивных кругах:**

1 – марки 25А12ПСМ16К5А; 2 – 25А25ПСМ16К5А

На рис. 5.16 приведены зависимости ТФХ абразивных кругов (25А12ПСМ16К5А и 25А25ПСМ16К5А) от концентрации ( $C_n$ ) дисперсии Эмукрил М в них после импрегнирования и сушки.

На рис. 5.17, 5.18, 5.19 представлены результаты оценки ТФХ материалов строительного назначения на основе кожевенного наполнителя, гипса, воды, полимерных дисперсий АК-215, АБВ-16, полученные различными методами.

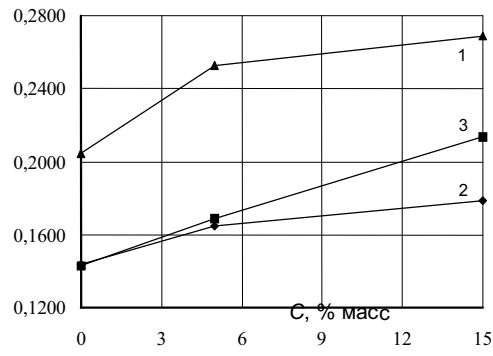
Кривые 1, 2 получены в результате обработки термограмм, снятых на ИВС с линейным импульсным нагревателем. Кривые 1 – результаты обработки по методу, базирующемуся на уравнении (3.2) и изложенному в работе [58]. Кривые 2 – результаты обработки тех же термограмм, но с использованием разработанного авторами метода. Кривые 3 получены по результатам испытаний тех же образцов на промышленно выпускаемом теплофизическом приборе ИТ-3, использующем для определения теплопроводности стационарный метод.

Как видно из рис. 5.17 данные, полученные по разработанному методу, хорошо согласуются с результатами, полученными на приборе ИТ-3. Ход кривых 2 и 3 на рис. 5.17 свидетельствует о том, что в отличие от кривой 1, здесь практически отсутствует систематическая составляющая погрешности измерения.

На рис. 5.19 показан разброс экспериментальных данных относительно их средних значений. Как видно из рис. 5.19, разработанный метод позволяет также значительно снизить случайную погрешность за счет использования большего количества экспериментальных точек по сравнению с методом, основанным на определении ТФХ по отдельным точкам термограммы (кривая 1).

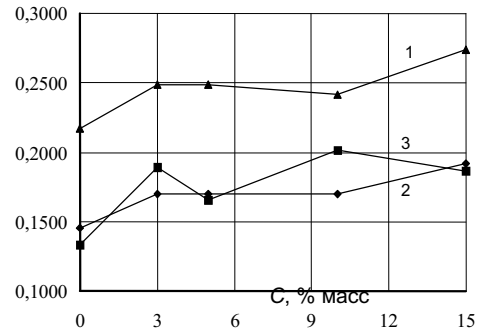


$\lambda$ , Вт/м · К



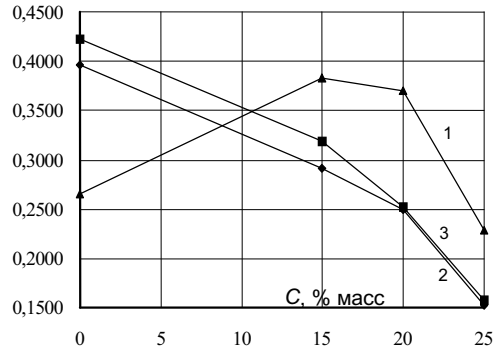
a)

$\lambda$ , Вт/м · К



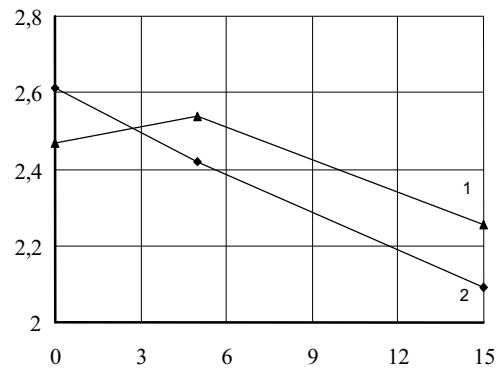
b)

$\lambda$ , Вт/м · К

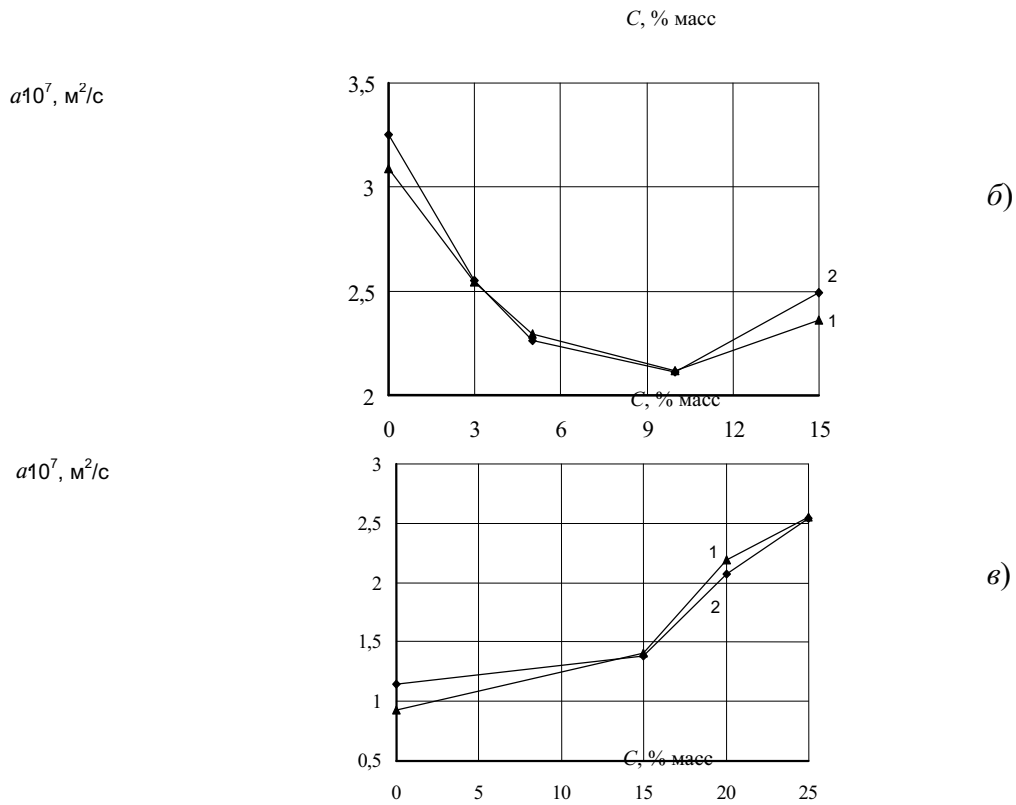


в)

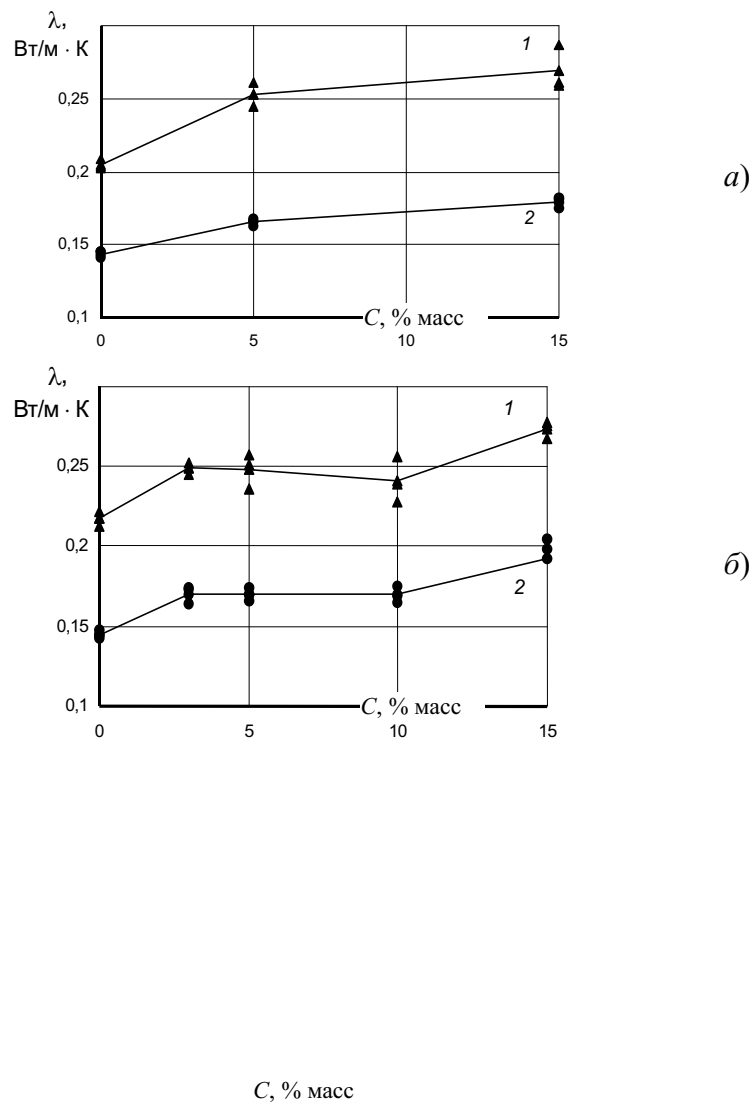
**Рис. 5.17** Зависимость теплопроводности  $\lambda$  от содержания дисперсии АК (а), дисперсии АБВ (б) и кожевнного наполнителя (в) в составе материала

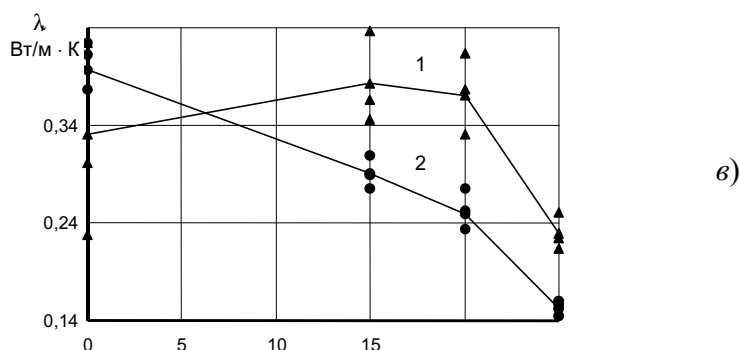


a)



**Рис. 5.18** Зависимость температуропроводности  $a$  от содержания дисперсии АК (а), дисперсии АБВ (б) и кожевенного наполнителя (в) в составе материала





**Рис. 5.19** Зависимости теплопроводности  $\lambda$  от содержания дисперсии АК (а), дисперсии АБВ (б), кожевенного наполнителя (в) в составе материала

В табл. 5.7 и на рис. 5.20 приведены результаты экспериментов по определению ТФХ некоторых полимерных материалов. Измерения проводили на ИВС с зондом, использующим линейный импульсный нагреватель, при следующем режиме работы: мощность на нагревателе  $q = 3,125$  Вт, период подачи импульсов  $\Delta\tau = 5,6$  сек., длительность импульсов  $\tau_0 = 0,2$  с. Градуировку осуществляли по ПММА ГОСТ 17622-72.

В табл. 5.7 представлены следующие данные:

- ТФХ материалов, рассчитанные по методу, разработанному авторами ( $\lambda_m, a_m$ );
- теплопроводность тех же образцов, измеренная на теплофизическом приборе ИТ-3 ( $\lambda_{ит-3}$ );
- результаты определения ТФХ по методу, базирующемуся на уравнении (3.2) и изложенному в работе [58] ( $\lambda_r, a_r$ ).
- В этой же таблице представлены результаты, полученные после статистической обработки результатов экспериментов:
  - среднеарифметические значения ТФХ,
  - абсолютные погрешности среднеарифметических значений ТФХ, рассчитываемые по формуле [67]

$$\Delta x = t_{\alpha, n} \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_{-p} - x_i)^2}{n(n-1)}},$$

где  $x$  – соответствующее теплофизическое свойство,  $n$  – количество опытов;  $t_{\alpha, n}$  – коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности  $\alpha$  и  $n$  степенях свободы. Величину  $\alpha$  принимали равной 0,95.

На рис. 5.20 представлены данные, полученные при обработке термограмм, снятых на образцах из ПТФЭ (обр. № 1) и Капролона-В:

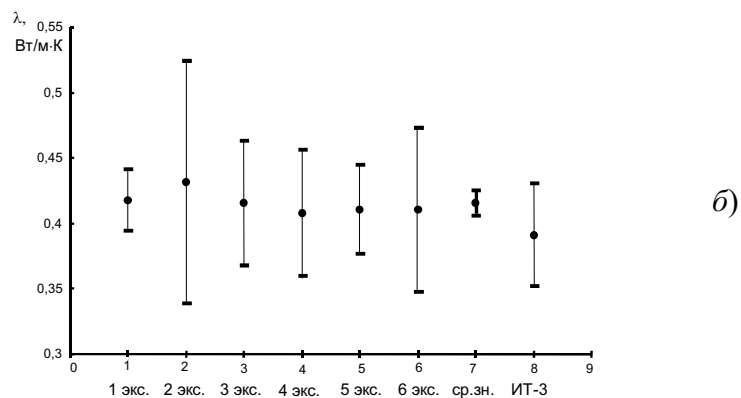
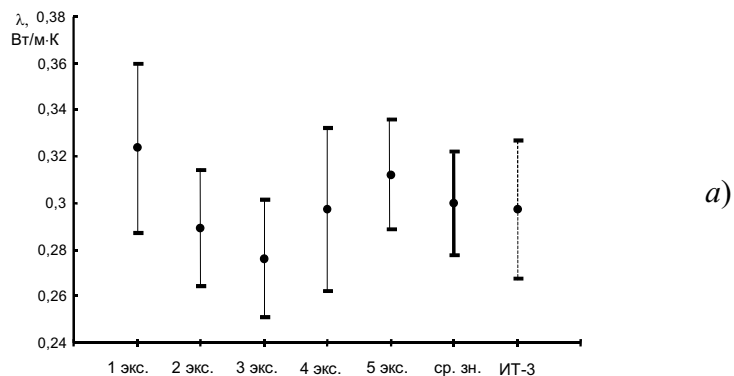
- значения теплопроводности, а также величины абсолютных погрешностей, связанных с неточностью определения коэффициента  $b_1$  уравнения (3.14) (более подробно см. главу 3 и Приложение П 2) для каждого отдельного эксперимента;
- среднеарифметические значения теплопроводности, а также величины абсолютных погрешностей определения среднеарифметических значений;
- теплопроводности тех же образцов, измеренные на приборе ИТ-3, а также величины абсолютных погрешностей в соответствии с паспортными данными на прибор ИТ-3.

Из табл. 5.7 и рис. 5.20 видно, что:

1) для исследованных материалов при заданных режимах работы ИВС практически вся погрешность определения ТФХ по разработанному методу, в сравнении со справочными данными и данными полученными на приборе ИТ-3 (для исследованных образцов материалов), объясняется случайной составляющей. Это справедливо как для отдельных измерений (см. рис. 5.20), так и для среднеарифметических значений ТФХ;

2) величина случайной погрешности по разработанному методу ( $\lambda_m, a_m$ ) значительно меньше, чем в методе, использующем для определения ТФХ отдельные точки ( $\lambda_t, a_t$ ) [58];

3) в отличие от данных, полученных по методу [58], требующему для градуировки прибора две образцовых меры ТФХ (ПММА и рипор), разработанный метод позволяет избежать значительных выбросов (см. в табл. 5.7 данные для ПТФЭ). Это объясняется тем, что математическая модель, используемая для расчета ТФХ методом, изложенным в работе [58], является эмпирической.



**Рис. 5.20** Результаты обработки термограмм, снятых на образцах из материалов: *а* – ПТФЭ; *б* – Капролон-В

#### список ЛИТЕРАТУРЫ

- 1 *Потапов А. И.* Контроль качества и прогнозирования надежности конструкций из композиционных материалов. М.: Машиностроение, Ленинградское отделение, 1980. 260 с.
- 2 *Потапов А. И., Морокина Г. С.* Состояние неразрушающих методов контроля и качества композиционных материалов за рубежом. В сб.: Приборы и методы контроля качества / Северозападный политех. ин-т, 1989. С. 6 – 11.
- 3 *Варганов И. С., Лебедев Г. Т., Конков В. В.* Современное состояние и основные проблемы тепловых методов неразрушающего контроля // Пром. теплотехника. 1983. Т. 5, № 3. С. 80 – 93.
- 4 *Волькенштейн В. С.* Скоростной метод определения теплофизических характеристик материала. М.: Энергия, 1971. 145 с.
- 5 *Карслоу Г., Егер Д.* Теплопроводность твердых тел. М.: Наука, 1964. 487 с.
- 6 *Кондратьев Г. М.* Регулярный тепловой режим. М.: Гостехиздат, 1954. 408 с.
- 7 *Кондратьев Г. М.* Тепловые измерения. М.-Л.: Машгиз, 1956. 253 с.
- 8 *Коротков П. А., Лондон Г. Е.* Динамические контактные измерения тепловых величин. Л.: Машиностроение, 1974. 222 с.
- 9 *Кулаков М. В., Макаров Б. И.* Измерение температуры поверхности твердых тел. М.: Энергия, 1977. 96 с.
- 10 *Лыков А. В.* Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 599 с.
- 11 *Платунов Е. С. и др.* Теплофизические измерения и приборы. Л.: Машиностроение, 1986. 256 с.

- 12 *Платунов Е. С.* Теплофизические измерения в монотонном режиме. Л.: Энергия, 1973. 143 с.
- 13 *Мищенко С. В., Муромцев Ю. Л., Цветков Э. И., Чернышов В. Н.* Анализ и синтез измерительных систем. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1995. 238 с.
- 14 *Шашков А. Г., Волохов Г. М., Абраменко Т. Н., Козлов В. П.* Методы определения теплопроводности и температуропроводности. Л.: Энергия, 1973. 242 с.
- 15 *Шлыков Ю. П., Гарин Е. А.* Контактный теплообмен. М.-Л.: Энергия, 1963. 144 с.
- 16 *Шнейдер П.* Инженерные проблемы теплопроводности. М.: Изд-во литературы, 1960. 478 с.
- 17 *Ярышев Н. А.* Теоретические основы измерения нестационарных температур. Л.: Энергия, 1967. 298 с.
- 18 *Беляев Н. М., Рядно А. А.* Методы нестационарной теплопроводности. М.: Высш. шк., 1978. 328 с.
- 19 *Волохов Г. М., Шашков А. Г., Фрайман Ю. Е.* Некоторые методы и приборы для исследования теплофизических характеристик // Инж. физ. журн. 1967. Т. 13. № 15. С. 663 – 689.
- 20 *Исаченко В. Л., Осипова В. А., Сукомел А. С.* Теплопередача. М.: Энергоиздат, 1991. 292 с.
- 21 *Камья Ф. М.* Импульсная теория теплопроводности. М.: Энергия, 1972. 271 с.
- 22 *Козлов В. П., Станкевич А. В.* Методы неразрушающего контроля при исследовании теплофизических характеристик твердых материалов // Инж. физ. журн. 1984. Т. 47, № 2. С. 250 – 255.
- 23 *Жуков Н. П., Муромцев Ю. Л., Rogov И. В.* и др. Об одном методе измерения теплофизических свойств полимеров // Сборник научных трудов ТГТУ, Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1998. С. 107 – 118.
- 24 *Rogov И. В., Майникова Н. Ф., Селиванова З. М., Балашов А. А.* Исследование теплофизических свойств композитов строительного назначения // Вестник ТГТУ. 1999. Т. 5, № 2. С. 285 – 289.
- 25 *Мищенко С. В., Черепенников И. А., Кузьмин С. Н.* Расчет теплофизических свойств веществ. Воронеж: Изд-во ВГУ, 1991. 208 с.
- 26 *Сенкевич А. Ю., Орлов В. В., Rogov И. В.* Программно-технический комплекс для создания микропроцессорных приборов неразрушающего контроля теплозащитных свойств материалов // Международная научно-техническая конференция "Системные проблемы надежности, математического моделирования и информационных технологий". Тезисы конференции. Москва – Сочи, 1998. С. 9 – 17.
- 27 *Жуков Н. П., Rogov И. В., Пудовкин А. П.* и др. Метод и автоматизированная система неразрушающего контроля теплофизических свойств полимеров // Международная научно-техническая конференция "Системные проблемы надежности, математического моделирования и информационных технологий". Тезисы конференции. Москва Сочи, 1998. С. 3 – 5.
- 28 *Ермохин А. Н., Сенкевич А. Ю., Орлов В. В., Rogov И. В.* Программно-технический комплекс для создания микропроцессорных приборов неразрушающего контроля теплозащитных свойств материалов // Компьютерная хроника. 1997. № 12. С. 9 – 17.
- 29 *Жуков Н. П., Муромцев Ю. Л., Пудовкин А. П., Rogov И. В.* и др. Метод неразрушающего контроля теплофизических свойств композиционных полимерных материалов // VII Международная научно-техническая конференция "Оптические, радиоволновые, тепловые методы и средства контроля природной среды, материалов и промышленных изделий". Тезисы конференции. Череповец, 1997. С. 95 – 98.

- 30 *Дульнев Г. Н., Новиков В. В.* Процессы переноса тепла в неоднородных средах. Л.: Энергоатомиздат, 1991. 248 с.
- 31 *Муромцев Ю. Л., Рогов И. В., Жуков Н. П., Пудовкин А. П.* Метод неразрушающего контроля теплофизических свойств композиционных полимерных материалов // Надежность и контроль качества. 1997. № 11. С. 37 – 44.
- 32 *А. С. № 1385787 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ неразрушающего контроля теплофизических характеристик и устройство для его осуществления / В. Н. Чернышов и др. Заявл. 02. 01. 85. ДСП. 8 с.
- 33 *А. С. № 1236355 СССР, МКИ G01N25/18.* Устройство для определения теплофизических характеристик материалов / Е. И. Глинкин, В. Н. Чернышов, Т. И. Рожнова 1986. Бюл. № 21.
- 34 *А. С. № 1381379 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ комплексного определения теплофизических характеристик материалов и устройство для его осуществления / В. Н. Чернышов и др. 1988. Бюл. № 10.
- 35 *Герасимов Б. И., Глинкин Е. И.* Микропроцессоры в приборостроении. М.: Машиностроение, 1997. 246 с.
- 36 *А. С. № 1608535 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ определения теплофизических характеристик материалов / В. Н. Казаков, Е. И. Глинкин, Ю. Л. Муромцев. 1990. Бюл. № 4.
- 37 *А. С. № 1402892 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ неразрушающего контроля теплофизических характеристик и устройство для его осуществления / В. Н. Чернышов и др. 1988. Бюл. № 2.
- 38 *А. С. № 1314236 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ комплексного определения теплофизических характеристик материалов и устройство для его осуществления / В. Н. Чернышов и др. 1987. Бюл. № 20.
- 39 *Глинкин Е. И.* Схемотехника микропроцессорных систем. Тамбов, Тамб. гос. техн. ун-т, 1998. 158 с.
- 40 *А. С. № 1711052 СССР, МКИ G01N25/18.* Способ контроля теплофизических характеристик теплоизоляционных материалов / Е. И. Глинкин, В. Н. Казаков. 1992. Бюл. № 5.
- 41 *А. С. № 458753 СССР, МКИ G01 N 25/18.* Способ определения теплофизических свойств материалов / С. З. Сапожников, Г. М. Серых. 1975. Бюл. № 4.
- 42 *Власов В. В., Шаталов Ю. С., Зотов Е. Н. и др.* Методы и устройства неразрушающего контроля теплофизических свойств материалов массивных тел // Измерительная техника, 1980, № 6. С. 42 – 45.
- 43 *Власов В. В., Шаталов Ю. С., Чуриков А. А., Зотов Е. Н.* Неразрушающий контроль зависящей от температуры коэффициентов тепло и температуропроводности // Промышленная теплотехника, 1981, Т. 3, № 3. С. 43 – 52.
- 44 *Мищенко С. В., Чуриков А. А., Подольский В. Е.* Метод неразрушающего контроля при исследовании температурной зависимости теплофизических характеристик массивных образцов // Вестник ТГТУ, 1995. Т. 1. № 3-4. С. 246 – 254.
- 45 *Подольский В. Е.* Разработка и исследование методов, устройств и автоматизированной системы контроля характеристик тепло массопереноса дисперсных материалов. Дис ... канд техн. наук. Тамбов. 1996. 180 с.
- 46 *Власов В. В. и др.* Теплофизические измерения: Справочное пособие по методам расчета полей, характеристик тепломассопереноса и автоматизации измерений. Тамбов, 1975.
- 47 *Козлов В. П., Станкевич А. В.* Микропроцессоры в теплофизических измерениях: Обзор информации / Белорусский НИИТИ. Минск, 1986. 44 с.

- 48 *Рогов И. В., Балашов А. А., Пудовкин А. П., Жуков Н. П.* Микропроцессорная система контроля свойств композиционных полимерных материалов // Труды молодых ученых и студентов ТГТУ Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1997. С. 184 – 189.
- 49 *Рогов И. В., Ермохин А. Н., Пудовкин А. П., Жуков Н. П.* Микропроцессорный термоанализатор комплекса свойств композиционных полимерных материалов // Труды молодых ученых и студентов ТГТУ. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1997. С. 179 – 184.
- 50 *Мищенко С. В., Чуриков А. А., Подольский В. Е.* Метод теплофизического контроля для автоматизированной системы научно технического эксперимента // Термодинамика и теплофизические свойства веществ: Сб. науч. тр. / М.: МЭИ 1989. № 206. С. 68 – 71.
- 51 *Гаврильев Р. И., Никифоров И. Д.* Метод определения теплофизических свойств горного массива без нарушения естественной структуры // Инж. физ. жур., 1983. Т. 45. № 1. С. 85 – 91.
- 52 *Козлов В. П.* Двумерные осесимметричные нестационарные задачи теплопроводности. Минск: Наука и техника, 1986. 392 с.
- 53 *А. С. СССР № 1604590, МКИ В24Д 3/34.* Способ импрегнирования абразивного инструмента на основе корунда / Н. Ф. Майникова, С. М. Опарин, Ю. В. Воробьев, В. А. Рошин. 1990, Бюл. № 41.
- 54 *Буравой С. Е.* Теория, методы и средства определения теплофизических характеристик материалов холодильной и криогенной техники при комбинированных тепловых воздействиях: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. Сиб., 1996. 31 с.
- 55 *А. С. СССР № 1726222, МКИ В24Д 3/34.* Способ импрегнирования абразивного инструмента на основе корунда / Н. Ф. Майникова, С. М. Опарин, Ю. В. Воробьев, В. А. Рошин 1992. Бюл. № 14.
- 56 *Воробьев Ю. В., Жуков Н. П., Майникова Н. Ф., Муромцев Ю. Л., Рогов И. В.* Новые экологически чистые строительные материалы // Вестник ТГУ. 1997. Т. 2, Вып. 1. С. 83 – 87.
- 57 *Диткин В. А., Прудников А. П.* Интегральные преобразования и операционное исчисление. М.: Наука, 1974. 544 с.
- 58 *Разработка макета прибора оперативного контроля качества теплоизоляционных материалов и модернизация 4-х ИВС "Термис".* Заключительный отчет. ТИХМ. Руководитель темы Ю. Л. Муромцев. Тема 11/86, № ГР01860042845. Тамбов, 1986. 70 л.
- 59 *Жариков В. П., Рогов И. В., Овсянников А. О., Майникова Н. Ф.* Материалы строительного назначения на основе отходов // Труды молодых ученых и студентов ТГТУ Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1997. С. 241 – 245.
- 60 *Справочник по пластическим массам /* Под ред. В. М. Катаева и др. М.: Химия, 1975. Т. 1. 448 с.
- 61 *Справочник по пластическим массам /* Под ред. В. М. Катаева и др. М.: Химия, 1975. Т. 2. 568 с.
- 62 *Коздоба Л. А., Круковский П. Г.* Методы решения обратных задач теплопереноса. К.: Наукова думка, 1982. 358 с.
- 63 *Арсенин В. Я., Тихонов А. Н.* Некорректно поставленные задачи // В кн.: Энциклопедия кибернетики, 1975. Т. 2. С. 76 – 78.
- 64 *Тихонов А. Н., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1986. 288 с.
- 65 *Лаврентьев М. М.* О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Наука, 1962. 91 с.
- 66 *Арсенин В. Я., Тихонов А. Н.* Некорректно поставленных задач способы решения // В кн.: Энциклопедия кибернетики, 1975. Т. 2. С. 78 – 80.
- 67 *Химмельблау Д.* Анализ процессов статистическими методами. М.: Мир, 1973. 960 с.



- 68 *Бек Д. В.* и др. Некорректные обратные задачи теплопроводности. М.: Мир, 1989. 310 с.
- 69 *Пономарев С. В.* и др. Методика введения поправок в результаты измерения теплофизических свойств // Первая научная конференция ТГТУ: Краткие тезисы докладов. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 1994.
- 70 *Глинкин Е. И., Бояринов А. Е., Герасимов Б. И.* Адаптивная калибровка микропроцессорных аналитических приборов // Вестник ТГТУ. 1995. № 1. С. 35 – 45.
- 71 *Бояринов А. Е.* Разработка импульсных методов и приборов для контроля теплофизических свойств твердых тел. Автореф. дис. ... канд техн. наук Тамбов, 1996. 16 с.
- 72 *Протоколы* информационно вычислительных сетей: Справочник / С. Ф. Аничкин, С. А. Белов и др.; Под ред. И. А. Мизина, А. П. Кулешова. М.: Радио и связь, 1990. 504 с.
- 73 *Mesbrechner ZILA 1000, ZILA Elektronik GmbH, Zella Mehlis, Germany.*
- 74 *Олейник Б. Н.* Исследования в области тепловых измерений. М.: Наука, 1974. 142 с.
- 75 *Сергеев О. А., Мень А. А.* Теплофизические свойства полупрозрачных материалов. М.: Изд-во стандартов, 1974 – 1977. 288 с.
- 76 *Сергеев О. А.* Метрологические основы теплофизических измерений. М.: Изд во стандартов, 1972. 156 с.
- 77 *Гортышов Ю. Ф.* и др. Теория и техника теплофизического эксперимента. М.: Энергоатомиздат, 1985. 362 с.
- 78 *Коротков В. П., Тайц Д. А.* Основы метрологии и теории точности измерительных устройств. М.: Изд-во стандартов, 1978. 352 с.
- 79 *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1969. Т. 1. 344 с.
- 80 *Бейтмен Г., Эрдейи А.* Таблицы интегральных преобразований. М.: Наука, 1970. Т. 2. 328 с.
- 81 *Пономарев С. В., Мищенко С. В.* Методы и устройства для измерения эффективных теплофизических характеристик потоков технологических жидкостей. Тамбов: Тамб. гос. техн. ун т, 1997. 249 с.
- 82 *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: М.: Наука, 1967. Т. 1. 480 с.
- 83 *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: М.: Наука, 1974. Т. 2. 656 с.
- 84 *Смирнов В. И.* Курс высшей математики. М.: Наука, 1967. Ч. 1. Т. 3. 324 с.
- 85 *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: М.: Наука, 1969. Ч. 2. Т. 3. 672 с.
- 86 *Смирнов В. И.* Курс высшей математики: М.: Наука, 1974. Т. 4. 336 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ П 1

Результаты обработки термограмм, снятых при помощи зонда  
с линейным импульсным нагревателем  
на материалах строительного назначения

Постоянные прибора:  $\alpha = 5,92 \cdot 10^2$ ,  $\beta = -14,459$

№	$b_1$	$-b_0$	$\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$a \cdot 10^7, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\lambda_{\text{ср}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$a_{\text{ср}} \cdot 10^7, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\varepsilon, \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{0,5}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$c_p \cdot 10^{-6}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$
1Г	0,407 8	0,286 8	0,145 2	2,60 2,56	0,144	2,61	282	0,552
	0,420 5	0,302 3	0,140 8	2,68				
	0,402 7	0,271 3	0,144 7					
3Г	0,353 2	0,260 0	0,167 7	2,52 2,30	0,165	2,42	335	0,682
	0,364 1	0,301 4	0,162 6	2,43				
	0,358 5	0,276 5	0,165 2					
5Г	0,326 7	0,259 9	0,181 3	2,37 1,96	0,179	2,09	392	0,856
	0,338 1	0,334 2	0,175 2	1,93				
	0,326 0	0,326 7	0,181 7					
7Г	0,182 1	0,243 6	0,325 2	1,38 1,30	0,320	1,44	843	2,222
	0,198 0	0,276 6	0,299 1	1,64				
	0,176 1	0,204 9	0,336 3					
8Г	0,257 1	0,278 1	0,230 3	1,78 2,10	0,231	1,89	531	1,222
	0,264 8	0,242 6	0,223 6	1,79				
	0,248 0	0,266 8	0,238 8					
1Д	0,414 6	0,228 7	0,142 8	3,03 3,41	0,145	3,25	254	0,446
	0,410 7	0,177 7	0,144 2	3,32				
	0,399 9	0,183 1	0,148 1					

2д	0,340 5	0,276 8	0,173 9	2,33 2,64	0,170	2,55	337	0,667
	0,341 4	0,235 6	0,173 5	2,68				
	0,361 9	0,244 0	0,163 6					
3д	0,340 1	0,314 7	0,174 1	2,08 2,27	0,170	2,26	358	0,752
	0,356 9	0,299 4	0,165 9	2,42				
	0,347 6	0,269 8	0,170 4					

Продолжение прил. П1

№	$b_1$	$-b_0$	$\lambda, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$a \cdot 10^7, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\lambda_{\text{ср}}, \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}$	$a_{\text{ср}} \cdot 10^7, \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$	$\varepsilon, \frac{\text{Вт} \cdot \text{с}^{0.5}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$	$\text{ср} \cdot 10^{-6}, \frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$
4д	0,337 5	0,320 6	0,175 5	2,03 2,24	0,170	2,11	370	0,806
	0,359 6	0,305 9	0,164 7	2,05				
	0,350 7	0,330 7	0,168 9					
5д	0,289 7	0,172 7	0,204 4	2,95	0,192	2,49	385	0,951
	0,298 9		0,198 1	2,02				
	0,339 5	0,324 4	0,174 4					
6д	0,143 6	0,214 6	0,412 4	1,18 1,12	0,396	1,14	1173	347
	0,157 1	0,242 2	0,377 0	1,16 1,08				
	0,139 7	0,211 1	0,423 9					
	0,159 2	0,251 7	0,372 0					
7д	0,191 4	0,247 8	0,309 4	1,44 1,40	0,291	1,38	783	2,11
	0,215 2	0,284 1	0,275 2	1,29				
	0,204 5	0,287 6	0,289 6					

8д	0,253 8	0,272 4	0,233 3	1,80 2,17	0,249	2,07	547	1,20
	0,214 5	0,189 3	0,276 1	2,33 1,97				
	0,234 2	0,190 9	0,252 7					
	0,252 4	0,247 7	0,234 6					
9д	0,371 5	0,347 8	0,159 4	2,06 2,94	0,153	2,54	304	0,602
	0,377 4	0,218 6	0,156 9	2,74 2,40				
	0,410 4	0,267 0	0,144 3					
	0,391 7	0,306 9	0,151 2					



## **ПРИЛОЖЕНИЕ П2**

Результаты обработки термограмм, снятых при помощи зонда с линейным импульсным нагревателем на полимерных материалах

Мат-л	Результаты обработки термограмм					ТФС (Расчет)						Константы приб.	
	$b_1$	$b_0$	$b_0 \cdot T_0$	$\Delta b_1$	$\Delta b_0$	$\lambda, \text{Вт/мК}$	$a \cdot 10^7, \text{м}^2/\text{с}$	$\Delta \lambda$	$\Delta a$	$\lambda_{\text{сп}}, \text{Вт/мК}$	$a_{\text{сп}} \cdot 10^7, \text{м}^2/\text{с}$	$\alpha$	$\beta$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
ПММА	0,348	-0,0284	-0,5084	0,029906	0,09287	0,18996	0,956187	0,016326	0,282031			0,067855	-14,63726
	0,3336	0,01073	-0,46927	0,020497	0,05716	0,19815	1,009611	0,012175	0,193762			0,065052	-14,69162
	0,3545	-0,03074	-0,52074	0,023177	0,0686	0,18645	0,948806	0,012188	0,20495			0,069135	-14,62951
	0,3347	0,00713	-0,47287	0,032277	0,09197	0,1975	1,00339	0,019047	0,307742			0,065265	-14,68544
	0,3191	0,05315	-0,40685	0,014495	0,03743	0,20717	1,151591	0,009411	0,150646	0,19518	1,0216963	0,06222	-14,8232
	0,3469	-0,02668	-0,48668	0,026882	0,07812	0,19057	1,013261	0,014769	0,253408			0,067639	-14,69523
	0,3388	0,0002	-0,4598	0,010303	0,02807	0,19511	1,060882	0,005933	0,098202			0,066066	-14,74116
	0,3363	0,00356	-0,46644	0,019053	0,05191	0,19653	1,029842	0,012175	0,178357			0,065586	-14,71146
ПДФЭ (№1)	0,2043	0,06234	-0,45766	0,02283	0,0709	0,32363	0,438498	0,036173	0,187689			0,066102	-14,70186
	0,2285	-0,01789	-0,50789	0,019702	0,06027	0,28935	0,446223	0,024954	0,145529				
	0,2392	-0,072	-0,552	0,021932	0,06811	0,2763	0,410216	0,025329	0,145489	0,299788	0,4744794		
	0,2222	-0,0167	-0,4767	0,026153	0,08122	0,29747	0,482401	0,035009	0,214287				
	0,2117	0,03023	-0,40977	0,015974	0,0481	0,3122	0,595059	0,023554	0,160685				

*Продолжение прил. П2*

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Капр. В	0,1582	0,30549	-0,28451	0,00886	0,02139	0,41775	0,68264	0,023391	0,115069		
	0,1531	0,16968	-0,27032	0,03288	0,10059	0,43165	0,705435	0,092678	0,534959		
	0,1589	0,16851	-0,29149	0,018329	0,04994	0,4159	0,65851	0,047963	0,249422	0,415763	0,7093342
	0,162	0,18385	-0,27615	0,01908	0,05321	0,40816	0,74908	0,048086	0,288482		
	0,161	0,19182	-0,27818	0,013269	0,03524	0,41062	0,732152	0,033845	0,191212		
	0,161	0,19087	-0,27913	0,024487	0,06503	0,4105	0,728188	0,062424	0,351191		
Рипор	2,5495	0,45935	-0,01065	0,048558	0,1017	0,02593	4,104387	0,000494	0,163725		
	2,463	0,60346	0,09346	0,052636	0,11024	0,02684	4,280969	0,000574	0,191645		
	2,4826	0,66673	0,176734	0,055059	0,11532	0,02663	4,425673	0,000591	0,205687		
	2,3797	0,90105	0,421053	0,066972	0,13134	0,02778	4,919314	0,000782	0,272615	0,026556	4,4523091
	2,5346	0,52811	0,048107	0,039115	0,08192	0,02608	4,200543	0,000402	0,135774		
	2,4921	0,60815	0,128152	0,083144	0,16306	0,02652	4,339057	0,000885	0,284004		
	2,4991	0,90493	0,434927	0,056066	0,10995	0,02645	4,905047	0,000593	0,216655		
	2,521	0,6796	0,189595	0,051977	0,10194	0,02622	4,443484	0,000541	0,179799		





**Результаты обработки термограмм, снятых при помощи зонда с круглым нагревателем постоянной мощности на ряде материалов**

Постоянные прибора:  $A_1 = 4,664 \cdot 10^4$ ;  $\varepsilon'_{II} = 3295$ ;  $A_2 = 9,793 \cdot 10^4$ ;  $\varepsilon'_{IV} = 2644$   $B_2 = 114$ ;  $\lambda' = 1,382$

Мат-л	Результаты обработки термограмм						ТФХ (Расчет)							
	$d_1$	$b_0$	$b_1$	$\Delta d_1$	$\Delta b_0$	$\Delta b_1$	$\varepsilon_{II}$ Вт·с <sup>0,5</sup> /м <sup>2</sup> К	$\lambda$ , Вт/мК	$\varepsilon_{IV}$ Вт·с <sup>0,5</sup> /м <sup>2</sup> К	$\varepsilon$ , Вт·с <sup>0,5</sup> /м <sup>2</sup> К	$\Delta \varepsilon_{II}$	$\Delta \lambda$	$\Delta \varepsilon_{IV}$	$\delta = 2 \varepsilon_{II} - \varepsilon_{IV}  / (\varepsilon_{II} + \varepsilon_{IV})$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
ПММА	11,92	72,3	-172,9	0,082	0,31	1,54	617,751678	0,1947635	595,173071	606,46237	26,917	0,0068	40,049	0,037230022
КВ	9,869	46,31	-88,17	0,088	0,098	0,4	1430,90941	1,0796713	1382,12295	1406,5162	42,14	0,0052	24,98	0,03468603
К-В	11,27	64,01	-144,3	0,052	0,34	2,1	843,420586	0,3989717	805,424314	824,42245	19,095	0,0095	62,146	0,046088351
ГТФЭ(№2)	12,42	69,77	-153	0,15	0,16	0,87	460,233494	0,2519401	433,605611	446,91955	45,353	0,0037	22,485	0,059580931
Ф4К20	12,59	70,08	-154	0,087	0,16	0,8	409,527403	0,2447123	425,979466	417,75343	25,599	0,0037	21,236	0,039382233

Абразивный шлифовальный круг марки 25A12ПСМ16К5А,

импрегнированный полимерной дисперсией Эмукрил М (в скобках концентрация дисперсии в % масс.)

№1 (0)	11,45	50,65	-90,6	0,098	0,19	0,73	778,362445	0,8687404	814,478282	796,42036	34,864	0,0084	38,076	0,045347706
№2 (5,6)	10,76	48,07	-87,87	0,16	0,25	0,89	1039,57249	0,9895415	1079,98683	1059,7797	64,455	0,0123	54,066	0,038134664
№3 (10,0)	10,19	43,59	-77,71	0,161	0,14	0,83	1282,03631	1,2332787	1361,15129	1321,5938	72,316	0,0084	49,918	0,059863309
№4 (11,9)	9,787	41,87	-74,46	0,127	0,32	1,12	1470,50526	1,3407132	1515,42085	1492,9631	61,839	0,0208	89,199	0,030084863
№5 (13,8)	9,516	39,64	-69,31	0,1	0,18	0,57	1606,219	1,4938829	1675,60825	1640,9136	51,505	0,0131	52,924	0,04228696

Абразивный шлифовальный круг марки 25A25ПСМ16К25А,

импрегнированный полимерной дисперсией Эмукрил М (в скобках концентрация дисперсии в % масс.)

№1 (0)	11,98	61,77	-125,7	0,12	0,29	1,21	598,155259	0,4635561	582,233746	590,1945	38,997	0,0087	43,384	0,026976722
№2 (4,8)	11,1	60,15	-133,2	0,17	0,32	1,36	906,801802	0,5132618	961,360663	934,08123	64,352	0,0101	53,166	0,058409118
№3 (10,5)	10,96	53,17	-105,3	0,12	0,44	1,78	960,474453	0,7620662	1004,66943	982,57194	46,593	0,0177	86,306	0,044978872
№4 (12,0)	10,71	51,8	-101,6	0,09	0,14	0,59	1059,80859	0,8187722	1062,62736	1061,218	36,595	0,0059	29,413	0,002656166

Учебное издание

**Мищенко Сергей Владимирович,  
Муромцев Юрий Леонидович, Жуков Николай Павлович,  
Майникова Нина Филипповна, Рогов Иван Владимирович**

**МНОГОМОДЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ В  
МИКРОПРОЦЕССОРНЫХ СИСТЕМАХ  
НЕРАЗРУШАЮЩЕГО КОНТРОЛЯ  
ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК МАТЕРИАЛОВ**

Учебное пособие

Редактор З. Г. Чернова  
Компьютерное макетирование М. А. Филатовой

ЛР № 020851 от 13.01.99  
П<sub>лр</sub> № 020079 от 28.04.97

Подписано в печать 05.11.2001  
Формат 60×84/16. Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная.  
Объем: 6,5 усл. печ. л.; 6,5 уч.-изд. л.  
Тираж 100 экз. С. 723.

Издательско-полиграфический центр  
Тамбовского государственного технического университета  
392000, Тамбов, Советская, 106, к. 14